

## ODREĐIVANJE UDALJENOSTI POMOĆU RAČUNALA

Miljenko Lapaine, Nedjeljko Frančula  
Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, Zagreb

### *Sažetak:*

*Autori Sunčanika u Senju došli su na zamisao izrade putokaza koji bi pokazivao na sve strane svijeta i na kojem bi osim imena pojedinih gradova pisala i odgovarajuća udaljenost. U radu je objašnjeno kako se tražene udaljenosti mogu izračunati. Nadalje, prikazan je ukratko Microsoft Encarta 97 World Atlas i protumačene njegove mogućnosti određivanja udaljenosti.*

## DISTANCE DETERMINATION BY USING COMPUTER

### *Abstract:*

*The authors of the monument Sunčanik located in Senj have a plan to built a road sign which will show several town names together with its distances from Senj. The paper explains how the needed distances can be computed. Furthermore, short review of the Microsoft Encarta 97 World Atlas with the explanation of its capabilities for the distance determination is enclosed.*

### 1. UVOD

U današnje vrijeme naglog razvijenog tehnologija zrakoplovne tvrtke na različite načine pokušavaju privući što više putnika. Tako je primjerice skandinavska tvrtka SAS ugradila u rukohvate sjedala telefonske aparate i putnik koji ima kreditnu karticu može u svako doba nazvati koga želi. Švicarska tvrtka Swissair ugradila je u svoje zrakoplove internu televiziju na kojoj prikazuje igrane ili crtane filmove, vijesti, razne poruke i ono što je posebno zanimljivo, podatke o letu. Oni se daju na nekoliko jezika (redovito engleski, francuski i njemački) i neprekidno se izmjenjuju. Ti podaci obuhvaćaju: prijeđenu razdaljinu, udaljenost do cilja, visinu i brzinu zrakoplova, vanjsku temperaturu, lokalno vrijeme, preostalo vrijeme trajanja leta do cilja i vrijeme očekivanog dolaska. Nadalje, prikazuju se i zemljovidovi u nekoliko mjerila na kojima se ucrtava putanja zrakoplova od polazišta do trenutnog položaja.

Osim toga, u svakom zrakoplovu putnik u džepu naslona sjedala ispred sebe redovito nalazi časopis koji izdaje zrakoplovna tvrtka kojom putuje. U tom časopisu, među mnogočetvornim različitim podataka, uvijek se može naći i nekoliko zemljovidova na kojima su prikazana odredišta, osnosno linije koje ih povezuju. Uz to tu su

redovito i podaci o svim udaljenostima među mjestima između kojih se obavlja prijevoz. Tako se primjerice može pročitati da je udaljenost od Zagreba do Züricha 376 milja ili 605 km, a između Züricha i Tokija 5960 milja ili 9589 km. Postavlja se pitanje: što je to zapravo udaljenost između dva grada i kako se ona može izračunati?

U mnogim praktičnim zadacima u prometu potrebno je odrediti udaljenost između dvaju mesta. Pritom se pojavljuje niz pitanja koja mogu biti od većeg ili manjeg značaja za upotrebljivost rezultata. S jedne strane treba definirati pojam mesta koji može biti primjerice točka, zgrada, trg ili grad. S druge strane udaljenost se može mjeriti ili računati. Pri računanju udaljenosti treba voditi računa o kojoj se matematički definiranoj krivulji radi i na kojoj ona plohi leži.

### 2. SUNČANIK U SENJU

Ideja obilježavanja važnih točaka i mjeseta potiče vrlo često od geodeta ili stručnjaka strodnih struka. Potaknuti sličnim primjerima u svijetu, inženjer građevinarstva prof. dr. sc. M. Hudec, inženjer geodezije prof. dr. sc. B. Kanajet i akademski kipar J. Cmrok dali su rješenje za obilježavanje prolaza paralele kroz

grad Senj kojoj odgovara  $45^{\circ}$  sjeverne geografske širine. Izabrano je pogodno mjesto na ulasku u Senj iz smjera Rijeke i postavljena skulptura koja ima i funkciju sunčanog sata te odatle naziv Sunčanik. Čovjek se od davnine služio različitim simbolima da bi slavio i veličao Sunce pa to čini i ova skulptura visoka 3,6 m. Naziv Sunčanik ispisani je na njemu i glagoljicom što ukazuje na kulturnu tradiciju grada Senja [1].

Oko Sunčanika uređen je prostor s kojeg se pruža divan pogled na tvrđavu Nehaj sagrađenu 1558. godine, more i otoke. U namjeri da to mjesto učine još atraktivnijim, autori su došli na zamisao izrade putokaza koji bi pokazivao na sve strane svijeta i na kojem bi osim imena pojedinih gradova pisala i njihova udaljenost.

Rješavanja postavljenog zadatka prihvatio se M. Lapaine s Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu i pritom uočeni problemi bili su jedan od poticaja za pisanje ovoga rada.

### 3. RAČUNANJE UDALJENOSTI NA SFERI

Želimo li izračunati udaljenost  $d$  dviju točaka  $T_1$  i  $T_2$  u ravnini na temelju njihovih pravokutnih koordinata  $x_1, y_1$ , odnosno  $x_2, y_2$ , onda to možemo napraviti po dobro poznatoj formuli

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} . \quad (1)$$

Formula (1) za računanje udaljenosti je vrlo jednostavna i korisna, međutim ona vrijedi uz odgovarajuće pretpostavke. Ako bismo na primjer pomoću nje računali udaljenost dviju točaka s nekog zemljovida, tada vrlo vjerojatno ne bismo dobili ispravan rezultat. Naime, zbog Zemljine zakrivljenosti upotrebljavaju se kartografske projekcije pomoću kojih se Zemlja shvaćena kao sfera ili elipsoid preslikava u ravninu. Međutim, ne postoji niti jedna kartografska projekcija koja bi vjerno, bez deformacija, preslikavala sve duljine. Stoga postoje ili se mogu izvesti odgovarajuće reducijske formule koje zamjenjuju formulu (1) kada se iz koordinata u ravnini projekcije želi odrediti udaljenost na sferi, odnosno elipsoidu [2,3].

Najkraća udaljenost između dviju točaka na sferi je duljina luka kraćeg dijela najveće kružnice koja spaja te točke. Najveća kružnica na sferi još se naziva ortodromom. Kad bi se dakle ortodroma pri projekciji preslikala u dio pravca, tada bismo mogli primijeniti formulu (1),

uzevši pritom još u obzir i mjerilo karte.

Međutim, moguć je i drugačiji pristup. Umjesto da zakrivljenu sfernu plohu preslikamo u ravninu i tada izvodimo potrebna računanja, možemo potrebne udaljenosti izračunati i neposredno na sferi primjenom formula sferne trigonometrije. U tu svrhu podsjetimo se našeg rada [4] odakle preuzmimo sljedeću formulu:

$$\tan^2 \frac{s_{12}}{2R} = \frac{\cos^2 \frac{\Delta\lambda}{2} \sin^2 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} + \sin^2 \frac{\Delta\lambda}{2} \cos^2 \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}}{\cos^2 \frac{\Delta\lambda}{2} \cos^2 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} + \sin^2 \frac{\Delta\lambda}{2} \sin^2 \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}} \quad (2)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 .$$

U toj su formuli s  $\varphi_1, \varphi_2$  označene geografske širine, s  $\lambda_1, \lambda_2$  geografske duljine zadanih točaka, s  $R$  polumjer Zemljine sfere, a  $s_{12}$  je tražena udaljenost točaka.

### 4. RAČUNANJE UDALJENOSTI OD SUNČANIKA U SENJU

Mi danas znamo da je Zemljina sfera samo jedna aproksimacija Zemljine stvarne plohe i da se za točnija računanja umjesto sfere upotrebljava rotacijski elipsoid. Međutim, u okviru ovoga rada nisu bila potrebna točnija računanja te se ostalo na primjeni gornjih formula. Naime, radilo se o računanjima udaljenosti od Sunčanika u Senju do tridesetak većih gradova, kao što su primjerice Rijeka, Zagreb, Budimpešta, New York, Tokio, Buenos Aires itd. S jedne strane, svrha spomenutih računanja bila je izrada putokaza koji bi pokazivao na sve strane svijeta i na kojem bi turisti uz imena većih gradova mogli pročitati i odgovarajuću udaljenost. Osim toga, u neposrednoj blizini Sunčanika već se nalazi jedan putokaz na kojem piše da do ekvatora, odnosno do sjevernog pola ima 5000 km. Prema tome, tu je već učinjena pretpostavka da je Zemlja sfera kojoj je polovica luka meridijana dugačka 10000 km. Odatle se lako može izračunati primijenjeni polumjer sfere

$$R = 20000/\pi \approx 6370 \text{ km} . \quad (3)$$

Geografske koordinate Sunčanika su  $\varphi=45^{\circ}00.^{\prime}00$ ,  $\lambda=14^{\circ}53.^{\prime}91$  izražene u stotim dijelovima minute prema [1]. Njihova je dakle preciznost oko 10 m. Geografske koordinate mnogih mjesta na Zemlji mogu se naći u

različitim priručnicima ili atlasima. Za naša računanja poslužili smo se popisom koordinata u velikom Timesovu atlasu svijeta [5] koji je doživio mnoga izdanja. Tu je popis s više od 200 000 geografskih imena, a uz svako su osim upute na kojoj se karti nalazi još i geografske koordinate u stupnjevima i minutama, dakle s točnošću koja približno odgovara 1000 m. S tom smo točnošću mogli biti zadovoljni, jer odrediti položaj nekog grada s točnošću koja bi bila veća od spomenute čini se da ne bi ni imalo smisla.

Rezultati naših računanja prikazani su pregledno u tablici 1.

## 5. MICROSOFT'S ENCARTA 97 WORLD ATLAS

Encarta 97 World Atlas je elektronički ili multimedijijski atlas svijeta pohranjen na CD-ROM. Karakteristika je takvih atlasa da osim karata sadrže tekst, slike, videosekvence i zvuk. Minimalna računalna konfiguracija za upotrebu tog atlasa je PC 486DX, 33 MHz, operativni sustav Windows 95, 8 MB RAM-a, 10 MB slobodnog prostora na disku, CD-ROM-jedinica, zvučna kartica. Mi smo atlas testirali na računalu PC Pentium 133 Mhz, 64 MB RAM, CD-ROM 10x.

Instalacija Encarta 97 World Atlasa je vrlo jednostavna i brza, a program se pokreće automatski čim se zatvore vrata CD-ROM-jedinice. Na ekranu se pojavljuje karta polukugle u, po svemu sudeći, ortografskoj projekciji. Pomoću miša se može okretati u bilo koji položaj. Prijelaz na karte krupnijih mjerila (zumiranje) moguće je na više načina. Postupnim skokovitim zumiranjem može se u deset koraka dobiti karta najkrupnijeg mjerila. Međutim, od najsitnjeg (1:125 000 000) do najkrupnijeg mjerila (1:375 000) moguće je doći i jednim korakom. Trokutić iznad globusa, koji se pojavljuje u donjem lijevom kutu ekrana, treba mišem spustiti na sam globus. Pomoću miša i "prozora" može se ekran ispuniti točno onim dijelom karte koji želimo.

Za izradu karata tog atlasa poslužila je digitalna karta svijeta u mjerilu 1:1 000 000 [6] pa i sadržaj najdetaljnijih karata Encarte 97 odgovara karti tog mjerila. O matematičkoj osnovi karata koje vidimo na ekranu u atlasu (na CD-ROM-u) nema podataka.

Isječak karte vidljiv na ekranu može se mišem pomicati u bilo kojem smjeru. Vrlo je lako prebaciti se i na bilo koji udaljeni dio Zemljine kugle. U lijevom gornjem dijelu ekrana mali je globus koji se mišem može okretati tako da u presjek nitnoga križa dode dio koji želimo

dobiti na ekranu. Mnogo preciznije može se to uraditi pomoću funkcije *Find*. Iz ponuđenog izbornika izabere se ime naselja ili države i trenutno dobije na ekranu isječak karte s tim imenom u sredini. Slova su ispisana na bijeloj podlozi pa je ime lako uočljivo.

Geografske koordinate  $\varphi$  i  $\lambda$  ispisane u stupnjevima i minutama mogu se dobiti za bilo koju točku na bilo kojoj karti. Moguće je također mjeriti udaljenosti između točaka koje se pokazuju mišem.

Za određeni broj mjesta na Zemljinoj kugli moguće je dobiti animirani panoramski prikaz u kojem se smjer promatranja mijenja od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ .

Za 50 najvećih gradova svijeta dane su njihove karte u mjerilu približno 1:50 000 s upisanim nazivima glavnih ulica i trgova.

Kao što je već rečeno Encarta 97 omogućuje i mjerjenje udaljenosti između bilo kojih točaka pokazanih mišem. Nakon što se iz izbornika *Tools* izabere *Measure Tool* pokazivač se iz oblika ruke s ispruženim kažiprstom pretvara u križić i uz njega žuto obojeno mjerilo. Otvara se i prozor za pokazivanje udaljenosti. Nakon što se mišem klikne na točku od koje želimo mjeriti udaljenost i miš pomici, nešto šira linija označava pređeni put, a u prozoru se ispisuje duljina pređenog puta. Postavlja se pitanje koju udaljenost mjerimo i s kojom točnošću. O tome u atlasu nema podataka. Po svemu sudeći mjeri se udaljenost duž geodetske linije tj. najkraća udaljenost između dviju točaka na elipsoidu ili sferi. To je jasno vidljivo kad se na karti vrlo sitnog mjerila (npr. približno 1:100 000 000) mjeri udaljenost s jednog kraja Zemaljske kugle na drugi. Crta koja spaja te točke nije pravac, najkraća udaljenost na karti, već najvjerojatnije projekcija geodetske linije, tj. najkraća udaljenost na sferi. Može se dakle zaključiti da se pri mjerjenju udaljenosti uzimaju u obzir deformacije projekcije ili se računanja izvode izravno na sferi. To je velika prednost elektroničkog atlasa u odnosu na klasične karte i atlase, jer je mjerjenje po karti uz otklanjanje deformacija inače vrlo složen zadatak.

Da bismo odgovorili na pitanje o točnosti mjerjenja izmjerili smo na ekranu udaljenosti od Senja do 32 grada na raznim stranama svijeta. Udaljenost između npr. Senja i Zagreba lako je izmjeriti, jer na karti na ekranu istovremeno su vidljivi i Senj i Zagreb. Treba li, međutim, izmjeriti udaljenost između npr. Senja i Londona, tada se ne mogu na ekranu istovremeno dobiti oba grada, jer na karti tako sitnog mjerila Senj nije prikazan. Tu udaljenost ipak možemo izmjeriti.

Tablica 1. Izračunate udaljenosti od sunčanika u Senju do nekih većih gradova

Grad	Udaljenost od Senja u km	Grad	Udaljenost od Senja u km
Prag	568	Bratislava	392
Beč	374	New York	6902
Budimpešta	423	Washington	7224
Graz	234	Reykjavik	3120
Milano	452	Oslo	1685
Venecija	209	Stockholm	1609
Rim	398	London	1319
Pariz	1049	Madrid	1605
Monte Carlo	614	Tunis	989
Kairo	2191	Gibraltar	1969
Sofija	722	Gospic	61
Atena	1069	Rijeka	52
Istambul	1224	Zagreb	121
Moskva	1999	Split	206
Tokio	9493	Rio de Janeiro	9553
Varšava	922	Buenos Aires	11507

Izaberemo najsitnije mjerilo na kojem je Senj još prikazan i zatim krećemo mišem približno u smjeru Londona. Kad dodemo u neposrednu blizinu gornje okvirne linije vidljivog dijela karte, pokazivač se pretvara u strelicu. Dalnjim pomicanjem miša pomiče se i dio karte vidljiv na ekranu. Budući da je London sjevero-zapadno od Senja, u određenom trenutku moramo vidljivi isječak karte pomaknuti prema zapadu, tj. miša dovesti na lijevu okvirnu liniju i pomicati dok se na ekranu ne pojavi London. Kad križić postavimo na znak za London u prozoru vidimo traženu udaljenost.

Usporedimo li na taj način dobivene vrijednosti s izračunatim udaljenostima prikazanim u tablici 1, možemo vidjeti da su najčešća odstupanja oko 1 km, a pri velikim udaljenostima ona su reda veličine 10 km. Razlike su relativno male, a njihovi uzroci mogu biti višestruki. Njihova analiza mogla bi biti predmet jednog drugog rada.

## 6. LITERATURA

- [1] B. Kanajet: Utvrđivanje koordinata skulpture koja označava prolaz 45-te paralele kroz grad Senj pomoću Garmin GPS-50 prijemnika, Nafta, 1993, 12, 661-662.
- [2] B. Borčić: Matematička kartografija, Tehnička knjiga, Zagreb, 1955.
- [3] B. Borčić: Gauss-Krügerova projekcija meridijanskih zona, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 1976.
- [4] Milj. Lapaine, D. Jovičić, Mir. Lapaine: Rješavanje sfernog trokuta, KoREMA 38, Zbornik radova, 1. svezak, 376-379, Zagreb, 1993.
- [5] The Times Atlas of the World, Times Books London in collaboartion with John Bartholomew & Son Ltd., 7th edition, 1985.
- [6] N. Frančula, B. Kanajet: Digitalna karta svijeta, Geodetski list 1993, 2, 176-177.