

Zašto nova mjerna nesigurnost?

Z. GODEC

Elektrotehnički fakultet Osijek
 Končar – Institut za elektrotehniku, Zagreb
 Faculty of electrical engineering, Osijek, Croatia
 Končar – Electrotechnical institute, Zagreb, Croatia

Izvoran znanstveni članak
 Original scientific paper
 UDK 53.008:62.001

Ključne riječi:

Mjerenje
 Mjerna nesigurnost
 Mjerni rezultat
 Standardna nesigurnost

Key words:

Measurement
 Measurement uncertainty
 Measurement result
 Standard uncertainty

Mjerna nesigurnost je procjena širine raspona vrijednosti, oko mjernog rezultata, u kojemu se nalazi (prava) vrijednost mjerene veličine. Tradicionalno je mjerna nesigurnost izjednačavana s intervalom pouzdanosti. To je bio uzrok mnogim teorijskim i praktičkim poteškoćama. Zato je, međunarodnim dogovorom, mjerna nesigurnost redefinirana (BIPM preporuke, ISO upute). Prema tom dogovoru mjerna se nesigurnost iskazuje standardnim odstupanjem. Nova mjerna nesigurnost je jedinstven, univerzalan i jednostavan iskaz o kvaliteti mjernog rezultata, koji zamjenjuje sve do sada rabljene i međusobno neuskладene iskaze (točnost, preciznost, granične pogreške, stare mjerne nesigurnosti). Iako ISO upute dopuštaju primjenu tzv. proširene mjerne nesigurnosti, ne treba je upotrebljavati, jer ne sadrži nikakvu novu informaciju, a izaziva nesporazume. Na primjerima je pokazano u čemu DIN 1319 i WECC Doc. 19 odstupaju od BIPM preporuka.

WHY THE NEW MEASUREMENT UNCERTAINTY?

The measurement uncertainty is the estimation of values range, round measurement result, that could reasonably be attributed to the measured value. Traditionally, the uncertainty of measurement was identified with confidence interval, what gave rise to a number of theoretical and practical difficulties. Therefore, the measurement uncertainty has been redefined by an international agreement (BIPM recommendations, ISO guide). According to this agreement, the measurement uncertainty is expressed by standard deviation. The new measurement uncertainty is unique, universal and simple expression of the measurement result quality, which replaces all the old unharmonized expressions, like accuracy, precision, limits of errors and old measurement uncertainties. Although allowed by ISO guide, the use of the expanded measurement uncertainty should be avoided, because it does not contain any new information, and can be misleading. DIN 1319 and WECC Dc. 19 deviations from IBPM recommendations are demonstrated on examples.

1. UVOD

Nema savršenog mjerenja, pa je svaki mjerni rezultat više ili manje netočan, tj. više ili manje odstupa od (prave) vrijednosti mjerene veličine. Mjerna nesigurnost je procjena širine raspona vrijednosti oko (ispravljenog) mjernog rezultata, u kojemu se nalazi (prava) vrijednost mjerene veličine. Mjerna je nesigurnost u stvari brojčani iskaz o kvaliteti

mjernog rezultata. Što je mjerna nesigurnost manja, veća je kvaliteta mjernog rezultata. Odgovorna i djelotvorna uporaba mjernog rezultata moguća je jedino uz poznavanje njegove kvalitete.

Kvaliteta mjernog rezultata iskazivala se raznim pogreškama, nesigurnostima, točnošću i preciznošću. Značenje nekih navedenih pojmova nije bilo jednoznačno određeno, tj. postojalo je više definicija za isti pojam, odnosno više načina određivanja njihovih vrijednosti [1, 2]. Takvo stanje nije bilo održivo i trebalo ga je mijenjati.

Međunarodni ured za mjere i utege (BIPM) razaslao je 1978. godine upitnik o iskazivanju eksperimentalnih nesigurnosti, na više desetaka adresa međunarodnih organizacija i državnih mjeriteljskih službi. Rezultat analize odgovora bile su *Preporuke za jedinstveno iskazivanje nesigurnosti eksperimentalnih podataka (mjernih rezultata)* [3]. U tim se preporukama među ostalim kaže:

- složena mjerna nesigurnost i njene komponente iskazuju se standardnim odstupanjem,
- složena nesigurnost se računa statističkom metodom određivanja složene varijance, tj. kao drugi korijen iz zbroja kvadrata pojedinih komponenata nesigurnosti,
- izraze kao sustavna i slučajna nesigurnost treba izbjevati, itd.

Nakon objavljivanja Preporuka uslijedile su mnoge rasprave, simpoziji, konferencije, seminari i članci o određivanju, kombiniranju i načinu iskazivanja nesigurnosti mjernih rezultata.

Od tada do danas objavljeno je i više normi i uputa, koje nisu bile u skladu s Preporukama §3C, ili su u nekim pojedinostima odstupale od njih, pa je i na dalje postojala neujednačenost iskazivanja mjernog rezultata i njegove nesigurnosti.

Postalo je jasno da same Preporuke nisu dovoljne, te da je potrebno dogovoriti i objaviti međunarodno usuglašene upute s pravilima za jedinstveno procjenjivanje i iskazivanje mjerne nesigurnosti. Krajem 1993. godine takve je upute objavila Međunarodna organizacija za normizaciju (International Organization for Standardization, kratica ISO) u ime još šest međunarodnih organizacija: Međunarodnog elektrotehničkog komiteta (International Electrotechnical Commission, kratica IEC), Međunarodnog ureda za utege i mjere (Bureau International des Poids et Mesures, kratica BIPM), Međunarodne organizacije za zakonsko mjeriteljstvo (Organization Internationale de Metrologie Legale, kratica OIML), Međunarodne udruge za čistu i primijenjenu fiziku (International Union of Pure and Applied Physics, kratica IUPAP), Međunarodne udruge za čistu i primijenjenu kemiju (International Union of Pure and Applied Chemistry, kratica IUPAC) i Međunarodne federacije za kliničku kemiju (International Federation of Clinical Chemistry, kratica IFCC) [4].

ISO upute [4] ponajprije su namijenjene za područja normizacije, umjeravanja (baždarenja), laboratorijske akreditacije (ovlašćivanja) i mjeriteljskih usluga. Ne postoji, međutim, nikakav razlog da se načela i pravila ISO uputa ne primjenjuju i na rezultate mjerenja u svim područjima ljudske djelatnosti, što je u [2, 5, 6] predloženo.

U poglavlju 2. ovog članka ukazano je na, na prvi pogled neuočljiva, odstupanja od Preporuka [3] u kod nas često citiranim dokumentima DIN 1319 i WECC Doc.19 [7, 8]. U 3. poglavlju su primjeri iz 2. poglavlja obrađeni prema pravilima ISO uputa, a u 4. poglavlju je objašnjen pojam "interval pouzdanosti", prodiskutirani su rezultati obrađenih primjera i kritički razmotrene ISO upute, DIN 1319 i WECC Doc. 19. U zaključku je dan odgovor na pitanje iz naslova članka.

2. STARE MJERNE NESIGURNOSTI

Tradicionalno je mjerna nesigurnost definirana kao raspon vrijednosti oko (ispravljenog) mjernog rezultata unutar kojega se s *naznačenom pouzdanošću* nalazi (prava) vrijednost mjerene veličine. Iskazuje se *intervalom pouzdanosti*.

U [9] je navedeno ravno devet različitih načina određivanja mjerne nesigurnosti.

Kod nas se, na području elektrotehnike, kvaliteta mjernih rezultata iskazuje na više načina [1]:

- graničnim pogreškama (granicama pogrešaka) izravno mjerene veličine,
- (starom) mjernom nesigurnošću ispravljenog rezultata dobivenog više puta ponovljenim izravnim mjerenjima,
- (starom) mjernom nesigurnošću mjernog postupka, za mjerne rezultate dobivene jednim mjerenjem normiranim ili poznatim mjernim postupkom,
- sigurnim graničnim pogreškama posredno mjerene veličine,
- statističkim graničnim pogreškama posredno mjerene veličine.

Ti su iskazi preuzeti iz njemačkih normi DIN (kratica za Deutsche Industrie Normen) [7, 10, 11], koje su svojedobno najtemeljitiije obrađivale to područje mjerne tehnike. Nažalost, nabrojani iskazi nisu međusobno usklađeni i otežavaju ili onemogućavaju izravnu usporedbu mjernih rezultata dobivenih raznim mjernim postupcima i iskazanih različitim iskazima. Danas važeće njemačke norme [7, 12] više ne spominju sigurne i statističke granične pogreške, pa se *kvaliteta mjernog rezultata* iskazuje *mjernom nesigurnošću*, a *kvaliteta mjerila* (mjernih instrumenata, mjernih uređaja i mjerki) *granicama pogrešaka*.

Valja uočiti da dva dijela istih normi DIN 1319 imaju različit pristup pri određivanju mjerne nesigurnosti rezultata izravno mjerenih veličina [7] i rezultata posredno mjerenih veličina [12]. U [7] se mjerna nesigurnost određuje kao interval pouzdanosti,

pa nije u skladu s Preporukama [3], dok su norme za posredno mjerene veličine [12] u skladu s Preporukama i ISO uputama [4]. Načini određivanja mjerne nesigurnosti rezultata niza ponovljenih mjerenja, prema DIN-u, prikazani su u primjerima 1 i 2.

U okviru ustanove Zapadnoeuropska ovjerna suradnja (Western European Calibration Cooperation, kratica WECC) dogovoren je i objavljen dokument [8] u kojem je dan postupak za određivanje mjerne nesigurnosti pri umjeravanju mjerila u umjernim laboratorijima. U tom je dokumentu mjerna nesigurnost definirana kao "procjena onog dijela iskaza ispravljenog mjernog rezultata koji određuje raspon vrijednosti u kojemu se nalazi prava vrijednost mjerene veličine".

Premda se u definiciji ne spominje interval pouzdanosti (ili pouzdanost), on je prešutno ubačen u postupak određivanja mjerne nesigurnosti mjernog rezultata dobivenog ponovljenim mjerenjima, kada je broj mjerenja manji od deset (vidjeti tabl. I u dodatku B dokumenta [8], ili tablicu u poglavlju 2.1.1. članka [13]). Radi se o tome da se na uobičajen način izračunano standardno odstupanje množi korekcijskim faktorom koji osigurava 95%-tnu razinu pouzdanosti izričaja (taj je faktor jednak omjeru varijable t Studentove razdiobe i varijable z normalne Normalne razdiobe za razinu pouzdanosti od 95,45%). Pri broju ponavljanja jednakom ili većem od deset, mjerna se nesigurnost iskazuje s dvostrukim standardnim odstupanjem, tj. s proširenom nesigurnošću koja je određena na način koji ISO upute dopuštaju. Postupak određivanja mjerne nesigurnosti prema [8] također je prikazan u primjerima 1 i 2.

2.1. Mjerna nesigurnost rezultata dobivenog ponovljenim izravnim mjerenjima

Primjer 1.

Digitalnim voltmetrom s ulaznim otporom $10^7 \Omega$ i granicama pogrešaka $\pm(0,025\%$ očitavanja + $0,010\%$ dometa) na području 200 mV mjerena je pad napona na suotporniku (shunt) nazivnog otpora $0,01 \Omega$. Mjerenje je ponovljeno pet puta, a očitavanja su bila: 100,06 – 99,90 – 100,20 – 99,98 – 99,94 mV.

A) Kolika je, prema normi DIN 1319 [7], mjerna nesigurnost izmjenjenog napona?

Prema točki 6.1.1. norme [7] komponenta mjerne nesigurnosti u_1 , prouzročena slučajnim efektima, određuje se izrazom

$$u_1 = \frac{t}{\sqrt{n}} s$$

gdje je t varijabla Studentove razdiobe (za razinu pouzdanosti 95% $t = 2,78$), n je broj mjerenja i s je standardno odstupanje pojedinačnih mjerenja koje se računa izrazom

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

gdje su x_i pojedinačna očitavanja, a \bar{x} je aritmetička sredina.

Dakle:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 100,016 \text{ mV}$$

$$s = 0,1187 \text{ mV}$$

$$u_1 = \frac{2,78}{\sqrt{5}} 0,1187 = 0,148 \text{ mV}$$

odnosno iskazano postocima

$$u_{\%1} = \frac{u_1}{x} 100\% = 0,148\%$$

Komponenta mjerne nesigurnosti u_2 , prouzročena sustavnim efektima, procjenjuje se na temelju granica H pogrešaka mjerila (voltmetra), G :

$$u_{\%2} = G_{\%} = 0,025\% + 0,010\% \frac{200,00 \text{ mV}}{100,02 \text{ mV}} = 0,0450\%$$

Ukupna mjerna nesigurnost na razini 95%-tne pouzdanosti (U_{95}) može se prema točki 6.3. izračunati na dva načina:

a) prema 6.3.1.

$$U_{\%95}^* = u_{\%1} + u_{\%2} = 0,192\% \approx 0,19\%$$

b) prema 6.3.2.

$$U_{\%95} = \sqrt{u_{\%1}^2 + u_{\%2}^2} = 0,154\% \approx 0,15\%$$

Drugi način se preporučuje kada su komponente prouzročene slučajnim i sustavnim efektima nesigurnosti približno jednakih vrijednosti.

Komentar: Propisani postupak nije jednoznačno određen. U konkretnom primjeru nije sasvim jasno koju metodu treba primijeniti, a) ili b).

B) Kolika je mjerna nesigurnost izmjerenog napona, prema uputama WECC [8]?

Prema točki 3.1. u [8] standardno odstupanje pojedinačnih mjerenja računa se izrazom

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 0,1187 \text{ mV}$$

a eksperimentalno standardno odstupanje srednje vrijednosti

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

ako je $n \geq 10$. Ako je $n < 10$, kao u našem primjeru, onda se (prema dodatku B uputa) standardno odstupanje srednje vrijednosti množi faktorom iz tablice, koji za $n = 5$ ima vrijednost 1,4:

$$s_{\bar{x}}' = 1,4 \cdot s_{\bar{x}} = 0,0743 \text{ mV}$$

ili iskazano postocima

$$s_{\%A} = s_{\%x} = \frac{s_{\bar{x}}'}{x} 100\% = 0,0743\%$$

Druga komponenta ukupnog standardnog odstupanja procjenjuje se iz podatka o granicama pogrešaka voltmetra na temelju pretpostavljene pravokutne razdiobe mogućih pogrešaka voltmetara istoga tipa

$$s_{\%B} = \frac{G_{\%}}{\sqrt{3}} = \frac{0,0450\%}{\sqrt{3}} = 0,0260\%$$

Ukupno standardno odstupanje je prema točki 4.2. jednako

$$s_{\%} = \sqrt{s_{\%A}^2 + s_{\%B}^2} = 0,0787\%$$

a ukupna mjerna nesigurnost je prema točki 5. uputa jednaka

$$u_{\%} = k \cdot s_{\%}$$

Članice WECC-a su dogovorile da se rabi faktor $k = 2$, pa ukupna mjerna nesigurnost iznosi:

$$u_{\%} = 2 \cdot s_{\%} = 0,157\% \approx 0,16\%$$

Razina pouzdanosti ukupne mjerne nesigurnosti je, prema [8], približno 95%.

Komentar: Množenje standardnog odstupanja izračunanog na temelju malog broja mjerenja korekcijskim faktorom opravdava se "mogućom podcjenom" te

(eksperimentalno dobivene) komponente nesigurnosti. Zbog tog detalja upute [8] nisu, za broj ponavljanja mjerenja manji od deset, u skladu s Preporukama [3] – iako se u uvodu uputa tvrdi suprotno.

2.2. Mjerna nesigurnost rezultata posredno mjerene veličine

Primjer 2.

Treba izmjeriti struju I mjerenjem pada napona na suotporniku poznatog otpora R . Pad napona je mjereno digitalnim voltmetrom čija su svojstva navedena u primjeru 1. Rezultati pet puta ponovljenih mjerenja pada napona također su navedeni u primjeru 1. Za vrijeme mjerenja temperatura okoline nije prelazila granice $(23 \pm 3)^\circ\text{C}$. Na temelju umjeravanja suotpornika dobiveni su slijedeći podaci:

- pri struji 10 A i pri temperaturi 23°C izmjeren je otpor $R = 0,010018 \text{ } \Omega$ Ω
- relativna proširena mjerna nesigurnost procijenjena je na $6,0 \cdot 10^{-4}$ ($k = 2$) 10^{-4}
- relativni temperaturni koeficijent otpora (α) u području temperatura od 15°C do 25°C iznosi $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. α

A) Kolika je mjerna nesigurnost izmjerene struje, prema DIN-u [12]?

Budući da su norme [12] u skladu s ISO uputama [4], procjena mjerne nesigurnosti jednaka je onoj u primjeru 4 ovog članka.

B) Kolika je mjerna nesigurnost izmjerene struje, prema WECC [8]?

Prema postupniku navedenom u točki 7. uputa [8] slijedi:

a) Matematički model mjerenja

$$I = \frac{U}{R}$$

b) Ispravak ulaznih podataka nije potreban.

c) Popis izvora mjerne nesigurnosti:

- raspršenje rezultata ponovljenih mjerenja napona, s_1 ,
 - granice pogrešaka digitalnog voltmetra, s_2 ,
 - nesigurnost umjeravanja suotpornika, s_3 ,
 - utjecaj temperature na otpor suotpornika, s_4 .
- d) Varijanca (kvadrat standardnog odstupanja) srednje vrijednosti napona

$$\begin{aligned} s_{\bar{U}}^2 &= \frac{1}{n} \cdot s_U^2 = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2 = \\ &= 2,82 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2 \end{aligned}$$

$$(\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = 100,016 \text{ mV})$$

ispravak zbog malog broja mjerenja

$$s_1^2 = 1,4^2 s_U^2 = 5,52 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2$$

e) Procjena varijance na temelju granica pogrešaka voltmetra

$$s_2^2 = \frac{1}{3} G^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{0,025}{100} 100,016 \cdot 10^{-3} + \frac{0,010}{100} 200 \cdot 10^{-3} \right)^2 = 6,75 \cdot 10^{-10} \text{ V}^2$$

Varijanca umjeravanja suotpornika

$$s_3^2 = \left(\frac{6,0 \cdot 10^{-4}}{2} 0,010018 \right)^2 = 9,03 \cdot 10^{-12} \Omega^2$$

f) Varijanca zbog utjecaja temperature na suotpornik

$$s_4^2 = \frac{1}{3} (\alpha \cdot \Delta \vartheta \cdot R)^2 = \frac{(5,0 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 0,010018)^2}{3} = 7,53 \cdot 10^{-13} \Omega^2$$

g) Prema jednadžbi (9) uputa, $s_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2 s_{x_i}^2$,

pa slijedi

$$\begin{aligned} s_I^2 &= \left(\frac{\partial I}{\partial U} \right)^2 s_U^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial R} \right)^2 s_R^2 = \\ &= \left(\frac{1}{R} \right) (s_1^2 + s_2^2) + \left(\frac{-U}{R^2} \right) (s_3^2 + s_4^2) = \\ &= 9964 (5,52 \cdot 10^{-9} + 6,75 \cdot 10^{-10}) + \\ &+ 993 \cdot 10^3 (9,03 \cdot 10^{-12} + 7,53 \cdot 10^{-13}) = \\ &= 7,14 \cdot 10^{-5} \text{ A}^2 \end{aligned}$$

h) Ukupna mjerna nesigurnost izmjerene struje (na razini 95%-tne pouzdanosti)

$u_I = 2s_I = 0,0169 \text{ A}$, ili u postocima

$$\begin{aligned} u_{\%I} &= \frac{u_I}{I} 100\% = \frac{0,0169}{9,9840} 100\% = \\ &= 0,169\% \approx 0,17\% \end{aligned}$$

Komentar: Prema terminologiji ISO uputa to je proširena nesigurnost. Pri radu s varijancama eventualno učinjene pogreške teško se uočavaju.

3. NOVA MJERNA NESIGURNOST

Nova definicija mjerne nesigurnosti glasi: Mjerna nesigurnost je procjena širine raspona vrijednosti oko (ispravljenog) mjernog rezultata u kojemu se nalazi (prava) vrijednost mjerene veličine. Iskazuje se *standardnim odstupanjem*.

Mjerna se nesigurnost općenito sastoji od više komponenata koje se prema metodi procjenjivanja njihove vrijednosti svrstavaju u dvije grupe:

A) Komponente koje se određuju s pomoću statističkih metoda na temelju eksperimentom dobivene razdiobe učestalosti (frekvencije) ponovljenim mjerenjima dobivenih rezultata,

B) Komponente koje se procjenjuju na druge načine (obično procjenom ekvivalentnog standardnog odstupanja na temelju pretpostavljene razdiobe učestalosti).

U novoj se definiciji odustalo od izjednačavanja mjerne nesigurnosti s intervalom pouzdanosti, jer procjena nesigurnosti u jednom svom dijelu (komponente grupe B) najčešće nije sukladna sa strogim pravilima statističke matematike (vidjeti 4. poglavlje). Dokazano je i da se intervali pouzdanosti općenito ne mogu kombinirati po zakonu zbrajanja varijanci, kao što se kvadrati standardnih odstupanja mogu, te da ne postoji bitna razlika između slučajnih i sustavnih pogrešaka koja bi zahtijevala njihovo različito tretiranje pri računanju ukupne mjerne nesigurnosti [14].

Izjednačavanje mjerne nesigurnosti sa standardnim odstupanjem, te jednak tretman svih komponenata nesigurnosti (kao slučajnih varijabli) značajno pojednostavljuje procjenu pojedinih komponenata nesigurnosti i računanje ukupne mjerne nesigurnosti rezultata posrednih mjerenja. Vrlo složene procjene mjerne nesigurnosti mogu se raščlaniti u podgrupe i zatim jednostavno kombinirati u ukupnu mjernu nesigurnost, što stara mjerna nesigurnost definirana kao interval pouzdanosti nije omogućavala. Prednosti primjene nove mjerne nesigurnosti ilustrirane su primjerima.

Matematički

3.1. Mjerna nesigurnost rezultata dobivenog ponovljenim izravnim mjerenjima

Primjer 3.

Treba odrediti pad napona i njegovu mjernu nesigurnost na temelju podataka u primjeru 1.

Prema postupku u [2i5], koji je razrađen na temelju ISO uputa, slijedi:

– mjerni rezultat (srednja vrijednost napona)

$$\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = 100,016 \text{ mV}$$

– komponenta mjerne nesigurnosti srednje vrijednosti prouzročena raspršenjem rezultata pojedinih mjerenja (grupa A)

$$u_A = s_{\bar{U}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (U_i - \bar{U})^2}}{\sqrt{5}} = \frac{0,119}{\sqrt{5}} = 0,0532 \text{ mV}$$

ili u postocima

$$u_{\%A} = \frac{u_A}{\bar{U}} 100\% = 0,0532\%$$

– komponenta nesigurnosti procijenjena na temelju granica pogrešaka digitalnog voltmetra i uz pretpostavku pravokutne razdiobe mogućih pogrešaka voltmetara istog tipa (grupa B)

$$u_{\%B} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(0,025\% + 0,010\% \frac{200,00 \text{ mV}}{100,02 \text{ mV}} \right) = 0,0260\%$$

– ukupna nesigurnost mjernog rezultata

$$u_{\%} = \sqrt{u_{\%A}^2 + u_{\%B}^2} = 0,0592\% \approx 0,059\%$$

– mjerni rezultat s mjernom nesigurnošću

$$U = 100,016 (1 \pm 0,059\%) \text{ mV} \quad (n = 5)$$

Radi usporedbe sa starim mjernim nesigurnostima iz primjera 1, izračunana je i proširena mjerna nesigurnost na razini od približno 95%-tne pouzdanosti da se prava vrijednost napona nalazi unutar raspona određenog proširenom nesigurnošću:

$$U_{\%} = 2 u_{\%} = 0,118\% \approx 0,12\%$$

3.2. Mjerna nesigurnost rezultata posredno mjerene veličine

Primjer 4.

Treba odrediti jačinu struje i njenu mjernu nesigurnost na temelju podataka danih u primjerima 1 i 2.

Prema postupku u [2,5], koji je razrađen na temelju ISO uputa, slijedi:

– matematički model mjerenja

$$I = \frac{U}{R}$$

– ulazne veličine su (bez ispravaka, jer nisu potrebni)

$$\bar{U} = 100,016 \text{ mV}$$

$$R = 0,0100180 \Omega$$

– izlazna veličina

$$I = \frac{\bar{U}}{R} = 9,9840 \text{ A}$$

– mjerne nesigurnosti ulaznih veličina

a) napona

$$u_{\%}(U) = 0,0592\%$$

b) otpora

1. Komponenta nastala pri umjeravanju suotpornika

$$u_{\%1}(R) = \frac{0,060\%}{2} = 0,030\% \text{ (jer je } k = 2)$$

2. Komponenta zbog utjecaja temperature na otpor suotpornika ($\pm 3^\circ\text{C}$), uz pretpostavku pravokutne razdiobe

$$u_{\%2}(R) = \frac{\Delta R}{R} 100\% = \frac{\alpha \cdot R \cdot \Delta \vartheta \cdot 100\%}{\sqrt{3} \cdot R} = \frac{5,0 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 100\%}{\sqrt{3}} = 0,00866\%$$

ukupna nesigurnost otpora

$$u_{\%}(R) = \sqrt{u_{\%1}^2(R) + u_{\%2}^2(R)} = 0,0312\%$$

– složena mjerna nesigurnost struje (vidjeti §5(1) [C []]

$$u_{\%}(I) = \sqrt{u_{\%}^2(U) + u_{\%}^2(R)} = 0,0668\% \approx 0,067\%$$

- mjerni rezultat i njegova nesigurnost

$$I = 9,9840 (1 \pm 0,067\%) A \quad (n = 5, k = 1)$$

Radi usporedbe sa starim mjernim nesigurnostima iz primjera 2, izračunana je i proširena mjerna nesigurnost za približno 95%-tnu pouzdanost

$$U_{95}(I) = 2,0 \quad u_{95}(I) = 0,134\% \approx 0,13\%$$

4. RASPRAVA

Obrada rezultata mjerenja temelji se na matematičkoj statistici. Niz od n ponovljenih mjerenja smatramo slučajnim uzorkom (hipotetičkog) osnovnog skupa od beskonačno mnogo mogućih rezultata mjerenja iste (vremenski nepromjenljive) mjerne veličine.

Aritmetička sredina uzorka (\bar{x}) i standardno odstupanje (s) slučajne su varijable i razlikuju se od uzorka do uzorka. Aritmetičke sredine uzoraka gomilaju se oko aritmetičke sredine osnovnog skupa (μ) prema određenim zakonitostima (Normalna razdioba i Studentova razdioba). Na temelju tih zakona (vidjeti [2]) može se izračunati kolika je vjerojatnost (engl. probability) da se slučajna varijabla \bar{x} nalazi u nekom rasponu vrijednosti, npr. u intervalu simetrično postavljenom u odnosu na aritmetičku sredinu osnovnog skupa μ :

$$\mu - k s_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu + k s_{\bar{x}}$$

Pod vjerojatnošću nekog događaja podrazumijeva se omjer broja ostvarenja tog događaja i broja svih mogućih drugih događaja koji čine osnovni skup (vjerojatnost sigurnog događaja je 1, a nemogućeg 0).

Zadaća mjeritelja je da na temelju ograničenog broja mjerenja, odnosno na temelju parametara uzorka (\bar{x}, s) procijeni aritmetičku sredinu osnovnog skupa (μ), tj. (pravu) vrijednost mjerene veličine (uz pretpostavku da su sve slučajne pogreške jednake nuli). Aritmetička sredina uzorka najbolje aproksimira (pravu) vrijednost mjerene veličine, ali općenito nije jednaka (pravoj) vrijednosti mjerene veličine, i ne znamo da li se i koliko od nje razlikuje. Međutim, na temelju poznatih parametara uzorka i zakonitosti njihove razdiobe može se procijeniti raspon vrijednosti, tzv. interval pouzdanosti (engl. confidence interval), u kojem očekujemo s unaprijed odabranom pouzdanošću da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine. Pri intervalnoj procjeni statističari umjesto vjerojatnosti rabe izraz pouzdanost (ili statistička sigurnost), jer se radi o obratu u zaključivanju. Sada

se naime tvrdi da se prava vrijednost koja je nepromjenljiva (ali nepoznata) nalazi s odabranom pouzdanošću u rasponu vrijednosti između tzv. granica pouzdanosti koje su određene parametrima uzorka (\bar{x}, s) i odabranom razinom pouzdanosti:

$$\bar{x} - k s_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + k s_{\bar{x}}$$

gdje k ovisi o razini pouzdanosti i broju ponovljenih mjerenja n . Značenje pouzdanosti najbolje se može objasniti na primjeru. Ako npr. niz od n ponovljenih mjerenja ponovimo 100 puta i izračunamo parametre 100 uzoraka od n ponovljenih mjerenja, te na temelju njih odredimo 100 intervala pouzdanosti na razini 95%-tne pouzdanosti, onda očekujemo da će oko 95 intervala sadržavati pravu vrijednost mjerene veličine, a oko 5 vjerojatno ne. Ako imamo samo jedan interval izračunan na temelju jednog uzorka, što je u praksi najčešći slučaj, onda možemo tvrditi da smo 95% sigurni (uvjereni) da taj interval sadrži pravu vrijednost mjerene veličine.

Budući da k ovisi o razini pouzdanosti i broju ponovljenih mjerenja u uzorku (obično se za $n \geq 30$ primjenjuju tablice Normalne razdiobe, a za $n < 30$ tablice Studentove razdiobe), može se na temelju uzoraka s jednakom aritmetičkom sredinom i jednakim standardnim odstupanjem odrediti mnogo intervala pouzdanosti. To otežava usporedbu kvalitete mjernih rezultata, ili ju onemogućuje (kada vrijednost k nije navedena uz mjerni rezultat). To je jedan od razloga što se odustalo od iskazivanja mjerne nesigurnosti intervalom pouzdanosti.

Svi rezultati procjena mjernih nesigurnosti u primjerima 1 do 4 prikazani su tabl. I i II. Iz tablica je vidljivo da u obrađenim primjerima nema velikih razlika između mjernih nesigurnosti procijenjenih razmatranim metodama.

Prednosti međunarodno prihvaćenog načina procjene mjerne nesigurnosti [4] su očite:

- jednostavnost, jer se računa sa standardnim odstupanjima i njihovim ekvivalentima,
- univerzalnost, jer je metoda primjenljiva na izravno i posredno mjerene veličine, pa se računanje složenih nesigurnosti jednostavno nadograđuje na prethodno izračunane nesigurnosti komponenata.

Zanimljivo je da se međunarodno prihvaćena metoda procjene mjerne nesigurnosti temelji na Gaussovoj metodi, koja se npr. u geodeziji zadržala u primjeni kroz svo vrijeme traženja boljeg načina iskazivanja kvalitete mjernog rezultata.

Iako ne preporučuju, ISO upute [4] dopuštaju i primjenu tzv. proširene nesigurnosti, tj. standardne nesigurnosti pomnožene faktorom proširenja. Prema

Mjerna nesigurnost	ISO [4]	DIN [7]	WECC [8]
" A	0,0532	0,148	0,0743
" B	0,0260	0,0450	0,0260
ukupna standardna, %	0,059	—	—
ukupna proširena, % (P = 95 %)	0,12	0,15 0,19	0,16

Tabl. I. Mjerne nesigurnosti izravno mjerene veličine (napona iz primjera 1 i 3)

Mjerna nesigurnost	ISO [4]	DIN [7]	WECC [8]
ukupna standardna, %	0,067	0,067	—
ukupna proširena, % (Pr = 95 %)	0,13	0,13	0,17

L12

Tabl. II. Mjerne nesigurnosti posredno mjerene veličine (struje iz primjera 2 i 4)

ISO uputama to se, za razliku od ranijih metoda, čini tek na kraju, pri iskazivanju konačnog mjernog rezultata u kojem se obvezno mora iskazati i faktor proširenja.

Primjenom proširene nesigurnosti postiže se veća pouzdanost da (prava) vrijednost mjerne veličine leži unutar naznačenog raspona vrijednosti. Kada se vjerojatnosne razdiobe rezultata ponovljenih mjerenja mogu aproksimirati Normalnom razdiobom, što je u mjernoj tehnici vrlo čest slučaj, onda se za razinu pouzdanosti od približno 95% standardna nesigurnost množi faktorom 2, a za razinu pouzdanosti od približno 99% s faktorom 3.

U dodatku ISO uputa navedena je i složenija metoda za nešto točnije određivanje faktora proširenja za odabranu razinu pouzdanosti s pomoću tzv. efektivnih stupnjeva slobode. Faktor proširenja jednak 2 upotrebljavaju npr. u američkom mjeriteljskom institutu NIST (kratica za National Institute of Standards and Technology, USA) i članice WECC-a pri iskazu svojih mjernih rezultata, dok se, tradicionalno, nesigurnost fizikalnih stalnica (konstanti), te mjernih rezultata temeljnih mjeriteljskih istraživanja i međunarodnih usporedbi ostvarenja mjernih jedinica SI, iskazuju standardnom nesigurnošću.

Takva je dvojnost iskaza mjerne nesigurnosti neopravdana, zbunjujuća i moguć uzrok nesporazumima, pa je treba napustiti i sve mjerne rezultate iskazivati uz pomoć standardne mjerne nesigurnosti. ISO uputama se može prigovoriti da su preopširne (više od 100 dvostupčanih stranica A4).

Metoda procjene mjerne nesigurnosti prema DIN-u nije jednostavna ni univerzalna. Mjerne nesigurnosti izravno mjenjenih veličina određuju se kao intervali pouzdanosti [7], a nesigurnosti posredno mjenjenih veličina kao standardna odstupanja [12]. Dijelovi iste norme [7] i [12] nisu sukladni, te se mjerne nesigurnosti izravno mjenjenih veličina, određene prema [7], ne mogu izravno primijeniti pri procjeni mjerne nesigurnosti posredno mjenjenih veličina. Posljedica toga je i nelogičnost koja se vidi u tabl. I i II, da je nesigurnost struje manja od nesigurnosti napona. Dio [12] sukladan je s ISO uputama.

WECC metoda procjene mjerne nesigurnosti je djelomično sukladna s ISO uputama. Tom se metodom procjenjuje proširena mjerna nesigurnost s $k = 2$ i približnom pouzdanošću od 95% – kada je broj ponovljenih mjerenja jednak ili veći od deset.

Međutim, kada je broj ponovljenih mjerenja manji od deset, WECC metoda nije sukladna s ISO uputama, jer se u stvari procjenjuje interval pouzdanosti na 95%-tnoj razini pouzdanosti. Korekcijski faktori kojima se množi standardno odstupanje vrijede samo za 95%-tnu razinu pouzdanosti. Ti faktori (koji su veći od 1) opravdavaju se tvrdnjom da se pri malom broju mjerenja standardno odstupanje može podcijeniti. Međutim, ono se može i precijeniti, jer je relativna nesigurnost procjene standardnog odstupanja prema [4] približno jednaka

$$\pm \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}}.$$

Dakle, procjena standardnog odstu-

panja može biti manja, ali i veća od prave vrijednosti. Kod ove metode postoji još jedna skrivena opasnost pogrešne procjene, kada se želi neka druga razina pouzdanosti. Tada treba primijeniti drukčije korekcijske faktore (omjeri t i z za odabranu razinu pouzdanosti) na što upute ne upozoravaju.

5. ZAKLJUČAK

Prema međunarodnom dogovoru, cjelovit iskaz mjernog rezultata mora sadržavati i (novo definiranu) mjernu nesigurnost.

Osnovna razlika između tradicionalne mjerne nesigurnosti i nove je ta, da se sve komponente nesigurnosti (one prouzročene slučajnim efektima i one prouzročene sustavnim efektima) tretiraju na jednak način (kao slučajne varijable) i da se odustalo od definiranja mjerne nesigurnosti kao intervala pouzdanosti, pa se mjerna nesigurnost jednostavno iskazuje standardnim odstupanjem. Time se postižu značajna pojednostavljenja pri procjeni ukupne mjerne nesigurnosti, a da se pri tome ne gubi gotovo ništa na kvaliteti iskaza.

Iako ISO upute dopuštaju primjenu proširene mjerne nesigurnosti, ona je nepotrebna i izvor mogućih nesporazuma. Proširenu mjernu nesigurnost ne bi trebalo upotrebljavati, jer ne sadrži nikakvu novu informaciju, nego postojeću informaciju samo iskazuje na drukčiji način (različitim faktorima pomnoženo standardno odstupanje). Ukoliko korisnik mjernog rezultata želi veću pouzdanost da se (prava) vrijednost nalazi u naznačenom rasponu vrijednosti, sam može naknadno standardnu nesigurnost pomnožiti s faktorom proširenja koji odgovara svrsi primjene mjernog rezultata.

Novo definirana mjerna nesigurnost je jedinstven, univerzalan i jednostavan iskaz o kvaliteti rezultata izravnih i posrednih mjerenja, koji zamjenjuje sve ostale do sada rabljene iskaze. Zahvaljujući tome, mjerni rezultati postaju izravno usporedivi.

LITERATURA

- [1] Bego V.: Mjerenja u elektrotehnici, Školska knjiga, Zagreb, 1990
- [2] Godec Z.: Iskazivanje mjernog rezultata, Graphis, Zagreb, 1995
- [3] BIPM Recommendation INC-1 (1980), BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Measures 49; vidjeti Giacomo, P., Metrologia 17(1981), 73-74
- [4] Guide to the expression of uncertainty in measurement, ISBN 92-67-10188-9, International Organization of Standardization, 1993
- [5] Godec Z.: Točnost, ispravnost, preciznost, pogreška i nesigurnost mjernog rezultata, Energija 45(1996)2, 231-237, 45(1996)2, 54 L4/5
L5/6
- [6] Godec Z.: Zaokruživanje mjernog rezultata, Strojarsvo 37(1995)5-6
- [7] DIN 1319, T3 (1983): Grundbegriffe der Meßtechnik - Begriffe für die Meßunsicherheit und für die Beurteilung von Meßgeräten und Meßeinrichtungen
- [8] WECC (Western European Calibration Cooperation) Doc. 19 - 1990: Guidelines for expression of the uncertainty of measurement in calibration
- [9] Martens H. J.: Vergleichende Betrachtungen über Verfahren zur Beschreibung des Meßfehlers, Teil 1, 2, Feingerätetechnik 30(1981)10, 443-451 und Feingerätetechnik 30(1981)11, 515-517
- [10] DIN 1319 (1963): Grundbegriffe der Meßtechnik
- [11] DIN 1319, B3 (1972): Grundbegriffe der Meßtechnik - Begriffe für die Fehler beim Messen
- [12] DIN 1319, T4 (1985): Grundbegriffe der Meßtechnik - Behandlung von Unsicherheiten bei der Auswertung von Messungen
- [13] Boršić M.: Iskazivanje mjerne nesigurnosti, Strojarsvo 37(1995)1/2, 37-41
- [14] Müller J. W.: Some second thoughts in error statements, Nuclear Instruments and Methods 163(1979), 241-251

Adresa autora:

Dr. sc. Zdenko Godec, dipl. inž.

Elektrotehnički fakultet

Osijek, Istarska 3

Končar - Institut za elektrotehniku

Zagreb, Baštijanova bb

Uredništvo primilo rukopis: 1996-01-11