

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 1440

**IDENTIFIKACIJA NELINEARNIH
PROCESA PO DIJELOVIMA AFINIM
MODELOM**

Luka Mladenović

Zagreb, travanj 2005

Hvala Mariu na svim savjetima, idejama, a ponajviše strpljenju, te prof. Periću i doc.

Petroviću što su mi povjerali ovaj zadatak i podržali me tijekom pisanja ovog rada.

Sadržaj

Popis slika	iv
1 Uvod	1
2 Pregled pristupa identifikaciji procesa vremenski diskretnim PWA modelima	3
2.1 Način prikaza PWA modela	3
2.1.1 Modeli u prostoru stanja	3
2.1.2 Modeli u regresijskom obliku	4
2.1.3 HHARX i kanonički prikaz prema Chui	5
2.2 Identifikacija PWA modela	6
2.3 Postojeći pristupi	7
2.3.1 Istodobna estimacija svih parametara	8
2.3.2 Istodobna estimacija svih parametara uz dodavanje particija	8
2.3.3 Estimacija parametara u nekoliko koraka ili iterativno	9
2.3.4 A priori definirana područja	12
3 Opis algoritma za PWA identifikaciju s uskupljavanjem	13
3.1 Uvod u algoritam	15
3.2 Identifikacijski algoritam	17
3.2.1 Generiranje lokalnih grupa podataka	18
3.2.2 Identifikacija lokalnih vektora parametara	18
3.2.3 Uskupljavanje vektora svojstava grupe	20
3.2.4 Klasificiranje izvornih podataka	23
3.2.5 Estimacija parametara konačnih submodela	23
3.2.6 Estimacija granica između područja \mathcal{X}_i	24
4 Elektronička zaklopka automobila	34
4.1 Opis elektroničke zaklopke automobila	34
4.2 Kontinuirani model elektroničke zaklopke	35
4.2.1 Nelinearnost trenja	36
4.2.2 Nelinearnost karakteristike povratne opruge	37
4.3 Vremenski diskretni PWA model zaklopke na temelju kontinuiranog	37

5	Rezultati identifikacije PWA modela elektroničke zaklopke	39
5.1	Opis identifikacije PWA modela elektroničke zaklopke	39
5.1.1	Prikupljane eksperimentalnih podataka	40
5.1.2	Regresijski vektor za identifikaciju PWA modela	41
5.1.3	Parametri identifikacije	44
5.1.4	PWA model elektroničke zaklopke	45
5.2	Validacija identificiranog PWA modela elektroničke zaklopke	50
6	Zaključak	60
A	Tehnički detalji izvedbe sustava upravljanja zakretom elektroničke zaklopke	62
	Bibliografija	64
	Sažetak	67
	Abstract	68
	Životopis	69

Popis slika

3.1	Ilustracija K-means algoritma na primjeru s dvije skupine.	21
3.2	Dvije paralelne razdvajajuće hiperravnine i rezultirajuća optimalna hiperravnina.	26
3.3	Prikaz „rupa” u metodama SVM i RLP.	28
3.4	Konveksna po dijelovima linearna funkcija razdvajanja skupina.	29
3.5	Tri skupine točaka i granice među njima.	29
3.6	Podjela područja koristeći izvorni M-RLP.	31
3.7	Podjela područja koristeći reducirani M-RLP.	32
4.1	Fotografije elektroničke zaklopke.	34
4.2	Shematski prikaz procesa elektroničke zaklopke.	35
4.3	Blokovska shema kontinuiranog nelinearnog modela.	36
4.4	Nelinearna momentna karakteristika povratne opruge.	38
5.1	Eksperimentalno prikupljeni ulazno-izlazni podaci na kojima se temelji identifikacija.	40
5.2	Ilustracija problema identifikacije trenja uz regresijski vektor prema (2-3).	42
5.3	Ilustracija utjecaja homotetije na euklidsku udaljenost.	44
5.4	Trodimenzionalni presjek četverodimenzionalnog regresijskog skupa \mathcal{X} kroz stanje $u_{k-1} = 0$	46
5.5	Trodimenzionalni prikaz distribucije regresijskih vektora uz naznaku karakteristike trenja.	47
5.6	Trodimenzionalni prikaz distribucije regresijskih vektora uz naznaku karakteristike povratne opruge.	48
5.7	Presjek regresijskog skupa kroz stanje $\alpha_{k-1} = 0$ s dodanim ograničenjima kuta.	50
5.8	Validacija pomoću predikcijske pogreške u čitavom rasponu kuta zakreta.	52
5.9	Validacija pomoću predikcijske pogreške u čitavom rasponu kuta zakreta.	53
5.10	Validacija pomoću predikcijske pogreške oko $\Theta = \Theta_{LH}$	54
5.11	Validacija pomoću predikcijske pogreške oko $\Theta = \Theta_{LH}$	55
5.12	Validacija pomoću predikcijske pogreške oko $\Theta = \Theta_{LH}$	56
5.13	Validacija pomoću predikcijske pogreške na ulaznom signalu „chirp” tipa.	57
5.14	Off-line odziv u čitavom rasponu kuta zakreta.	59
A.1	Eksperimentalni postav za istraživanje ponašanja prigušnog ventila.	63

Poglavlje 1

Uvod

Identifikacijom procesa traži se matematički model koji dobro opisuje ulazno-izlazno vladanje procesa na osnovi eksperimentalno dobivenih podataka. Potrebno je da takav model bude prikladan za projektiranje sustava upravljanja, kao i za predviđanje budućeg vladanja procesa. Najčešće su korišteni linearni veremenski diskretni modeli opisani jednadžbama diferencija, kao npr. ARX (AutoRegressive eXogenous) i ARMAX (AutoRegressive with Moving Average eXogenous), te modeli s prikazom po varijablama stanja. Ponekad, međutim, linearni modeli ne mogu dati dovoljno dobar opis dinamike sustava pa se koriste nelinearni modeli. U literaturi su proučene mnoge strukture nelinearnih modela, među kojima i po dijelovima afini modeli (engl. PieceWise Affine, PWA). PWA modeli proizlaze iz particioniranja skupa procesnih stanja i ulaza (tzv. regresijski skup) na konačan broj poliedarskih područja, pri čemu svakom području općenito pripada različit afin model.

Metodologija sinteze regulatora za vremenski diskretne PWA sustave zasnovana na modelskom prediktivnom konceptu upravljanja [1] (engl. Model Predictive Control, MPC) u posljednjem je desetljeću privukla veliku pažnju istraživača. Razlog tome je što se nelinearni i hibridni sustavi mogu modelirati po dijelovima afino. Tako se značajno povećava spektar procesa za koje se sistematično može iznaći regulator. Značajan impuls ovom području pružila je i mogućnost off-line proračuna upravljačke funkcije prediktivnih regulatora za PWA sustave, čime se izbjegava on-line proračun putem optimizacija i omogućuje implementacija regulatora na jeftinom sklopovlju. Intenzivan se rad na području sinteze modelskih prediktivnih regulatora, posebice njihovih eksplicitnih rješenja odvija na Institut für Automatik, ETH Zürich.

Za razliku od metodologije upravljanja, identifikacija i primjena tehnike identifi-

cije procesa u PWA obliku, kao dijelovi sustavnog postupka sinteze prediktivnog regulatora, još uvijek su dosta neistraženo područje. Tome je tako prvenstveno zbog toga što su istraživači još uvijek usmjereni na mnoga otvorena pitanja u samoj sintezi regulatora, te razmatraju situaciju kada je model unaprijed dan. Posebno izazovan problem upotreba je neke mjere pouzdanosti identificiranog modela za određivanje nesigurnosti modela kod sinteze robusnog modelskog prediktivnog regulatora za PWA procese.

PWA identifikacija izazovan je problem. Zahtijeva simultanu estimaciju parametara afinih submodela kao i koeficijenata hiperravnina koje razdvajaju područja skupa procesnih stanja i ulaza gdje ti submodeli vrijede. U posljednje vrijeme oformilo se nekoliko metoda za dani problem i o njima će biti riječi u poglavlju 2. U poglavlju 3 razmatrat će se postojeći algoritam za identifikaciju PWA modela kojeg predlažu Ferrari-Trecate i ostali [2], a koji je i polazišna točka algoritma identifikacije korištenog u ovom radu. U tom algoritmu kombinirano se koriste metoda najmanjih kvadrata (engl. Least Squares, LS), uskupljavanje (engl. clustering) i linearna klasifikacija kao jedna od tehnika prepoznavanja uzoraka. Rezultat je vremenski diskretni PWARX (PieceWise AutoRegressive eXogenous) model procesa koji uključuje i estimirane parametre submodela i particiju područja u kojima pojedini submodeli vrijede. U ovom radu uvedene su promjene u algoritmu Ferrari-Trecate-a, neke na temelju a priori znanja o procesu, druge zbog složenosti proračuna koju uzrokuje količina eksperimentalnih podataka koju zahtijeva valjana identifikacija složenijih i izrazito nelinearnih procesa.

Rad je posvećen off-line identifikaciji PWA modela vremenski diskretnih nelinearnih procesa na temelju ulazno-izlaznih podataka ovim doradenim algoritmom. Potrebe za razvojem on-line algoritma identifikacije zasad nema, jer za eksplicitne modelske prediktivne regulatore još uvijek ne postoji sustavna metoda on-line adaptacije regulatora na promjene parametara matematičkog modela. Identifikacija je provedena na procesu elektroničke zaklopke u automobilu, a ulazno-izlazni podaci dobiveni su eksperimentalno na stvarnom procesu. Opis procesa elektroničke zaklopke dan je u poglavlju 4. Za slučaj ovog procesa u poglavlju 5 prikazani su i diskutirani rezultati identifikacije PWA modela. Za veliku količinu dobivenih eksperimentalnih podataka sa zaklopke provedena je i prikazana validacija dobivenog modela.

Smatram da su na primjeru zaklopke uspostavljene smjernice za primjenu ovog algoritma identifikacije i na razne druge nelinearne procese.

Poglavlje 2

Pregled pristupa identifikaciji procesa vremenski diskretnim PWA modelima

U ovom poglavlju dani su pregled i klasifikacija različitih pristupa identifikaciji PWA modela prema [3], [4] i [5]. Neke su metode posvećene isključivo identifikaciji PWA modela, a kod drugih je taj oblik samo poseban slučaj. Najistaknutije metode identifikacije PWA modela detaljnije su pojašnjene.

2.1 Način prikaza PWA modela

Slijedi opis nekoliko najčešće korištenih prikaza PWA modela.

2.1.1 Modeli u prostoru stanja

Općeniti vremenski diskretni po dijelovima afin sustav se u prostoru stanja opisuje s:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= A_{v_k}x_k + B_{v_k}u_k + b_{v_k}, \\y_k &= C_{v_k}x_k + D_{v_k}u_k + d_{v_k},\end{aligned}\tag{2-1}$$

gdje je $k \in \mathbb{N}_0$ diskretni vremenski trenutak, $x_k \in \mathbb{R}^n$ vektor stanja, $u_k \in \mathbb{R}^m$ ulaz sustava, $y_k \in \mathbb{R}^p$ izlaz, $v_k = v(x_k, u_k) \in \{1, \dots, s\}$ indeks submodela u kojem se proces nalazi u danom trenutku k , pri čemu je s ukupan broj submodela, a $A_i, B_i, b_i, C_i, D_i, d_i, i \in \{1, \dots, s\}$,

matrice su parametara prikladnih dimenzija. Ovo je oblik vrlo prikladan za sintezu prediktivnog regulatora. Sve druge PWA modele je prije postupka sinteze preporučljivo dovesti u ovaj oblik.

2.1.2 Modeli u regresijskom obliku

U identifikaciji se većinom koriste modeli u regresijskom obliku,

$$y_k = \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix}^T \theta_{v_k}, \quad (2-2)$$

gdje je $x_k \in \mathbb{R}^n$ regresijski vektor, $y_k \in \mathbb{R}$ izlaz, $v_k \in \{1, \dots, s\}$ indeks submodela u kojem se sustav nalazi u danom trenutku, s njihov broj, a θ_{v_k} je vektor parametara definiran za svaki submodel. Jedinica ispod regresijskog vektora u izrazu (2-2) potrebna je zbog afinog člana, bez kojeg bi sustav bio samo po dijelovima linearan. Regresijski vektor sastoji se od prethodnih vrijednosti ulaza i izlaza, npr.

$$x_k = \begin{bmatrix} y_{k-1} & y_{k-2} & \dots & y_{k-n_a} & u_{k-1}^T & u_{k-2}^T & \dots & u_{k-n_b}^T \end{bmatrix}^T. \quad (2-3)$$

Ovakvi sustavi nazivaju se PWARX (PieceWise AutoRegressive eXogenous) i podklasa su sustava opisanih s (2-1). Naime, regresijski vektor (2-3) može se interpretirati kao vektor stanja x_k u (2-1). Izbor elemenata regresijskog vektora oblika (2-3) nije jedinstven, već svaki element može biti neka funkcija dostupnih ulaza i izlaza sustava. Svaki je submodel definiran nad jednim od konveksnih poliedara $\mathcal{X}_i \subset \mathcal{X}$, pri čemu su \mathcal{X} i \mathcal{X}_i dani s:

$$\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^n | Hx \leq K\}, \quad (2-4)$$

$$\mathcal{X}_i = \{x \in \mathbb{R}^n | H_i x \leq K_i\}, \quad (2-5)$$

gdje je $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ ograničeni¹ konveksni poliedar. S $\{\mathcal{X}_i\}_{i=1}^s$ označava se poliedarska particija ograničenog poliedra \mathcal{X} .

Ako se uvede PWA preslikavanje $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \theta_1^T \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} & , \text{ ako je } x \in \mathcal{X}_1, \\ \vdots \\ \theta_s^T \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} & , \text{ ako je } x \in \mathcal{X}_s, \end{cases} \quad (2-6)$$

¹Najčešće, oblik poliedra \mathcal{X} određen je fizikalnim ograničenjima ulaza i izlaza sustava

tada se izraz (2-2) može pisati kao:

$$y_k = f(x_k). \quad (2-7)$$

Modeli u regresijskom obliku ograničeni su na sustave s jednim izlazom. Međutim, postoji realna potreba za identifikacijom PWA modela s više izlaza. Mogući načini poopćenja identifikacije PWA modela u regresijskom obliku na slučaj s više izlaza su:

- odvojena identifikacija PWA modela za svaki izlaz i potom integracija u jedan složeniji PWA model;
- reformulacija identifikacijske funkcije cilja (vidi (2-12)) tako da uključuje pogreške predikcija svih izlaza.

Za sintezu je modelskog prediktivnog regulatora, nakon identifikacije modela u regresijskom obliku (2-2), potrebno prijeći na model u prostoru stanja (2-1). To je moguće učiniti na način da se elementi regresijskog vektora uzmu kao varijable stanja modela u prostoru stanja. Broj je elemenata regresijskog vektora, tj. red submodela $n = n_a + m \cdot n_b$.

2.1.3 HHARX i kanonički prikaz prema Chui

PWA preslikavanje može općenito biti diskontinuirano. Posebna klasa neprekinutih PWA preslikavanja može se opisati uz pomoć HHARX modela (engl. Hinging Hyperplanes ARX), [6]. Matematički opis, uz izostavljene vremenske indekse, dan je s:

$$f(x) = \sum_{i=1}^M h_i(x), \quad (2-8)$$

gdje se svaka *hinge* funkcija h_i , $i \in \{1, \dots, M\}$, geometrijski sastoji od dvije poluhiperravnine spojene u njihovom presjeku:

$$h_i(x) = \pm \max\{\varphi^T \theta_i^+, \varphi^T \theta_i^-\}, \quad \varphi = \begin{bmatrix} x^T & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2-9)$$

Predznaci označavaju mogućnost korištenja konveksnih i nekonveksnih funkcija. HHARX modeli ekvivalentni su kanoničkom prikazu prema Chui [7]:

$$f(x) = \alpha_{01} + \alpha_{02}x + \sum_{i=1}^M c_i |\alpha_{i1} + x|, \quad (2-10)$$

gdje su α_{i1} i α_{i2} parametri modela, a c_i ima istu ulogu kao i predznaci kod HHARX modela. Kanoničkim prikazom prema Chui može se opisati velika klasa neprekinutih po dijelovima

afinih funkcija. Ipak, kada se različiti submodeli ne mogu razdvojiti hiperravninom, već samo poluhiperravninom, nije moguće pronaći HHARX model, odnosno kanonički prikaz prema Chui za PWA sustav (vidi primjer 9.2 u [4]).

2.2 Identifikacija PWA modela

Pod identifikacijom PWA modela podrazumijeva se pronalaženje PWA modela procesa na temelju eksperimentalno dobivenih ulazno-izlaznih podataka. Korišteni modeli su mahom u regresijskom obliku, opisanom u odjeljku 2.1.2. PWARX modeli su prikladni kad se radi s ulazno-izlaznim podacima, jer daju ulazno-izlazni opis PWA sustava. Pretpostavlja se da je prikupljeno N parova podataka (x_k, y_k) , $k = 1, \dots, N$, gdje je $x_k \in \mathbb{R}^n$ regresijski vektor prema (2-3) uz fiksne n_a i n_b , a $y_k \in \mathbb{R}$ mjereni izlaz sustava. PWARX model dan je s

$$y_k = f(x_k) + \varepsilon_k, \quad (2-11)$$

gdje je $\varepsilon \in \mathbb{R}$ slučajna varijabla pogreške modela, očekivanja 0, f je PWA preslikavanje prema (2-6). Razmatrani problem identifikacije sastoji se od pronalaženja PWARX modela koji najbolje odgovara eksperimentalnim podacima prema određenom kriteriju. Problem općenito uključuje estimaciju:

- broja diskretnih modova (submodela) s ;
- parametara θ_i , $i = 1, \dots, s$ afinih submodela;
- koeficijentna matrica H_i , K_i , $i = 1, \dots, s$, koje definiraju particiju skupa regresora.

Istodobna optimalna estimacija svih navedenih parametara vrlo je složena, te za sada ne postoji zadovoljavajuća formulacija danog problema u obliku jednog optimizacijskog problema. Jedna od glavnih poteškoća izbor je broja diskretnih submodela s . Poželjno je zadržati s čim manjim radi jednostavnijeg proračuna i kako bi se izbjeglo premodeliranje² (engl. overfitting), te kako bi model bio dovoljno jednostavan da prediktivni regulator za njega bude moguće proračunati i implementirati. Većina pristupa pretpostavlja da je s zadan, ili ga se podešava iterativno (npr. povećavajući s za jedan u svakoj iteraciji) kako bi se poboljšao model. Ako je s fiksna, identifikacija PWARX modela svodi se na problem PWA

²premodeliranje opisuje situaciju u kojoj model oponaša i šum mjerenja na danom uzorku podataka zbog previše stupnjeva slobode

regresije, tj. traženje PWA mape f iz konačnog skupa eksperimentalnih podataka. U tom slučaju, identifikacija se načelno može provesti minimizacijom kriterijske funkcije

$$V_N(\theta_i, H_i, K_i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \ell(y_k - f(x_k)), \quad (2-12)$$

gdje je ℓ zadana nenegativna (općenito vektorska) funkcija, npr. 1-norma ili euklidska norma. Minimizacija (2-12) za fiksni s još uvijek je vrlo težak, nekonveksan problem i sadrži lokalne minimume. Većina pristupa traži dobro suboptimalno rješenje identifikacijskog problema. Glavni problem je nemogućnost razdvajanja klasifikacije eksperimentalnih podataka od identifikacije submodela. Dodatno, kako bi PWA mapa bila dobro definirana, unija svih područja $\{\mathcal{X}_i\}_{i=1}^s$ po mogućnosti treba tvoriti kompletan regresijski skup \mathcal{X} . Problem postaje trivijalan ako su područja poznata ili fiksirana a priori. Tada je problem pronalazjenja submodela moguće riješiti npr. metodom najmanjih kvadrata nad regresorima unutar svakog područja. Glavni zahtjevi s kojima se suočava PWA identifikacija u načelu su isti kao i kod ostalih metoda identifikacije:

- potreba za čim boljim modelom uz što manje parametara;
- izbjegavanje lokalnih minimuma identifikacijske kriterijske funkcije;
- izbjegavanje prekomjerne računske složenosti identifikacije (kod off-line proračuna, kao u ovom radu, naglasak je na rješivosti problema raspoloživim programima i računalnim resursima, te na numeričkoj pouzdanosti postupaka).

2.3 Postojeći pristupi

Ovdje je dana klasifikacija postojećih pristupa identifikaciji PWA modela procesa zajedno s kratkim opisom trenutno najistaknutijih metoda prema [5]. Istaknute su i glavne prednosti i nedostaci pojedinih pristupa.

U literaturi se pristupi najprije dijele prema načinu particioniranja regresijskog skupa. Može se reći da postoje četiri glavne kategorije pristupa (vidi [4]) prema tome kako se određuje particija regresijskog skupa:

- svi parametri estimiraju se istodobno;
- svi parametri estimiraju se istodobno za model s vrlo jednostavnom particijom, a novi submodeli i područja se dodaju kad je potrebno;

- područja i submodeli identificiraju se iterativno ili u nekoliko koraka, pri čemu je svaki korak usmjeren ili k područjima, ili k submodelima;
- područja se određuju a priori ili koristeći samo informacije o distribuciji regresijskih vektora, a submodeli se određuju naknadno.

2.3.1 Istodobna estimacija svih parametara

Zasigurno najneposredniji način identifikacije PWA modela formuliranje je kriterijske funkcije parametrirane prema određenoj strukturi, te direktna minimizacija te funkcije numeričkim metodama, kao što je npr. Gauss-Newtonov algoritam. Na taj se način parametri submodela i particije regresijskog skupa estimiraju istodobno. Pretpostavlja se da je broj submodela zadan. Prednosti ovog pristupa su jednostavnost i razumna proračunska složenost, a mana je mogućnost postojanja lokalnih minimuma kriterijske funkcije, što je, u većoj ili manjoj mjeri, mana i ostalih pristupa. Postoji i nekoliko općenitih algoritama koji umanjuju mogućnost lokalnih minimuma, ali istodobno povećavaju složenost. Primjeri ovog pristupa dani su u [8] gdje se HHARX model traži prigušenim Newtonovim algoritmom i u [9] gdje se kanonički prikaz prema Chui traži Gauss-Newtonovim algoritmom. U [10] razmatra se pristup s višeslojnim neuronskim mrežama gdje su aktivacijske funkcije po dijelovima afine, ali konačni je model neprekinuta po dijelovima afina funkcija. U [11] i [4] razmatraju se HHARX i W-HHARX modeli (Wiener HHARX), za koje je moguće reformulirati kriterijsku funkciju (2-12) tako da se globalni minimum ipak postiže u konačnom broju koraka. Kriterijska se funkcija reformulira u MILP (engl. Mixed Integer Linear Program) ili MIQP (engl. Mixed Integer Quadratic Program). Međutim, proračunska složenost ovog pristupa omogućuje traženje modela samo vrlo jednostavnih procesa, jer proračunska složenost raste eksponencijalno s brojem mjernih uzoraka. Ova se metoda može koristiti kada je, na primjer, dostupno vrlo malo podataka, a traži se zaista optimalno rješenje.

2.3.2 Istodobna estimacija svih parametara uz dodavanje particija

Umjesto rješavanja čitavog problema optimizacije odjednom, isti se može podijeliti na nekoliko manjih koji se pak rješavaju jedan po jedan i jednostavniji su. U literaturi se ova kategorija pristupa često veže uz HHARX modele. Naime, kreće se od kriterijske funkcije za model s npr. jednom *hinge* funkcijom. Zatim se dodaju nove *hinge* funkcije dok god model nije zadovoljavajući ili dok kriterijska funkcija značajno opada. Primjer ovog

pristupa dan je u [6], gdje su uvedeni HHARX modeli i algoritam traženja *hinge* funkcije (engl. hinge-finding algorithm). Taj algoritam započinje s pretpostavkom da se skup podataka može podijeliti na dva dijela, a nakon toga se traže pripadni afini submodeli. Prema pretpostavci o neprekinutosti PWA modela mogu se naći presjeci dviju hiperravnina *hinge* funkcije. Taj presjek može podatke podijeliti na podskupove različite od početnih pa se postupak ponavlja sve dok se u dvije uzastopne iteracije ne pojavi ista particija. Ako model nije zadovoljavajući, dodaje se novi submodel, a postupak se ponavlja. Njegov je glavni nedostatak izostanak garancije konvergentnosti, nadalje metoda najmanjih kvadrata ne mora imati jedinstveno rješenje zbog nedostatka točaka u određenom području, a mogući su i granični ciklusi. Problem konvergenije riješen je uz pomoć prigušenog Newtonovog algoritma [8]. U [12] se predlaže korištenje HHARX modela zajedno s hijerarhijskom, stablastom strukturom particioniranja područja regresijskog skupa. Prostor regresora razdvojen je hiperravninom, a svako od novonastalih područja particionira se neovisno. Tako se rješava problem nemogućnosti opisa nekih sustava HHARX modelom. Ovaj pristup nije striktno vezan uz PWA modele. Problem koji se javlja je potreba za velikim brojem područja u regresijskom skupu. Općenito, prednost je ove kategorije pristupa u manjim problemima optimizacije, te nije potrebno poznavati broj područja koja se estimiraju. Mana je mogućnost postojanja lokalnih minimuma kriterijske funkcije. Također, svi pristupi identifikaciji PWA modela navedeni ovdje ograničeni su na neprekinute PWA funkcije.

2.3.3 Estimacija parametara u nekoliko koraka ili iterativno

U ovoj kategoriji pristupa, identifikacija parametara područja u regresijskom skupu i submodela koji nad njima vrijede izvodi se odvojeno, najčešće u sljedeća dva koraka:

- lokalni afini modeli koriste se za diskriminaciju podataka;
- identifikacija parametara submodela i područja regresijskog skupa postaje jednostavna na temelju diskriminiranih podataka.

Pristup s uskupljavanjem

Primjer ove kategorije pristupa algoritam je koji se detaljno obrađuje u poglavlju 3, a uveden je u [2]. Njime se identificiraju PWARX modeli, a broj submodela mora biti unaprijed zadan. Prvo se estimiraju lokalni afini modeli oko svakog regresora koristeći c njemu najbližih

regresora. Svakom lokalnom modelu pripisuje se mjera pouzdanosti na temelju raspršenosti c regresora u regresijskom skupu i matrice kovarijanci estimiranih parametara. Nakon toga, regresori se uskupljavaju na temelju lokalnih afinih modela i lokalizacije u regresijskom skupu koristeći modificiranu varijantu K-means algoritma [13]. Konačni se afini submodeli računaju na temelju uskupljenih regresora, a granice među područjima nad kojima oni vrijede traže se pomoću algoritama za linearnu klasifikaciju.

Pristup s ograničenom pogreškom

Sasvim različit pristup predlaže se u [14], a ukratko je opisan u [5]. U njemu se također razmatraju PWARX sustavi, ovaj put s ograničenim iznosom pogreške, a broj submodela ne mora biti unaprijed zadan. Glavna je pretpostavka da pogreška ε prema (2-11) ne premašuje zadani iznos $\delta > 0$ za svih N uzoraka iz eksperimentalno dobivenog skupa podataka $\mathcal{S} = \{(x_k, y_k), k = 1, \dots, N\}$. Pri prvom se koraku obavlja estimacija broja submodela s , klasifikacija podataka i estimacija parametara submodela. Pritom se, uobičajeno nerješiv skup linearnih nejednadžbi

$$|y_k - \varphi_k \theta_{v_k}| \leq \delta, \quad \varphi_k = \begin{bmatrix} x_k^T & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (2-13)$$

dijeli na minimalni broj rješivih podskupova (engl. MINimum Partition into Feasible Subsystems problem, MIN PFS), na način da se redom traže najveći rješivi podskupovi nejednadžbi. MIN PFS je \mathcal{NP} -težak problem (engl. NonPolynomial hard) pa se koristi približan suboptimalan algoritam. U drugom koraku izmjenjuju se diskriminacija točaka i procjena parametara, a mogući su i spajanje sličnih submodela te odbacivanje onih s malim brojem točaka. Diskriminacija točaka obavlja se prema sljedećem pravilu:

- točke koje zadovoljavaju $|y_k - \varphi_k \theta_{v_k}| \leq \delta$ za samo jedan i dodjeljuju se i -tom submodelu;
- točke koje zadovoljavaju $|y_k - \varphi_k \theta_{v_k}| \leq \delta$ za više i nazivaju se nedodijeljene (engl. undecidable) i ne dodjeljuju se niti jednom submodelu;
- točke koje ne zadovoljavaju $|y_k - \varphi_k \theta_{v_k}| \leq \delta$ za bilo koji i nazivaju se nerješive (engl. infeasible) i ne dodjeljuju se niti jednom submodelu.

Ponovna procjena parametara obavlja se metodom najmanjih kvadrata ili nekom drugom metodom identifikacije linearnih sustava. Spajanje sličnih i odbacivanje suvišnih submodela

regulira se proizvoljnim pozitivnim pragovima α i β . Submodeli s indeksima i i j spajaju se u jedan ako je:

$$\alpha_{i,j} < \alpha, \quad \alpha_{i,j} = \frac{\|\theta_i - \theta_j\|}{\min(\theta_i, \theta_j)}, \quad (2-14)$$

gdje je $\|\cdot\|$ euklidska norma. Submodel i se odbacuje ako je kardinalni broj i -tog skupa manji od βN . Estimacija hiperravnina koje razdvajaju područja nad kojima estimirani afini submodeli vrijede obavlja se na isti način kao kod algoritma s uskupljavanjem (vidi odjeljak 3.2.6).

Pristup temeljen na Bayesovom poučku

U [15] se predlaže postupak koji se temelji na Bayesovom poučku, a koristi a priori dostupne informacije o submodelima i parametrima hibridnih sustava. Parametri θ_i afinih submodela promatraju se kao slučajni vektori i opisani su funkcijama gustoće vjerojatnosti p_{θ_i} (engl. probability density functions). A priori znanje se uvodi prikladnim izborom funkcija gustoće vjerojatnosti. Klasifikacija se podataka formulira kao problem nalaženja one klasifikacije koja ima najveću vjerojatnost. Pritom se koristi suboptimalan iterativni algoritam sa sekvencijalnom obradom prikupljenih eksperimentalnih podataka. Pretpostavlja se da je funkcija gustoće vjerojatnosti aditivnog mjernog šuma poznata. U svakoj se od N iteracija estimacije parametara poboljšava jedna funkcija gustoće vjerojatnosti. U k -toj se iteraciji, koristeći gustoće proračunate u koraku $k - 1$ proračunava najvjerojatniji submodel i para (x_k, y_k) , a potom se na temelju novog podatka računa a posteriori gustoća vjerojatnosti p_{θ_i} . Numerička implementacija ovog postupka koristi čestične filtre, a za dobar opis p_{θ_i} potrebno je relativno mnogo čestica. Nakon estimacije parametara, parovi podataka (x_k, y_k) klasificiraju se prema submodelu koji ih je najvjerojatnije generirao. Granice između područja nalaze se pomoću modificiranog M-RLP (vidi odjeljak 3.2.6). Naime, klasifikacijska se pogreška pojedinog regresora otežava prema tome je li vjerojatnost njegove pripadnosti submodelu velika ili približno jednaka vjerojatnosti pripadnosti nekom drugom submodelu. Ovaj postupak zahtijeva poznavanje redova i broja submodela, a ponajviše ovisi o inicijalizaciji funkcija gustoće vjerojatnosti.

Slijedi sažeti pregled ostalih pristupa u ovoj kategoriji. U [16] se u prvom koraku predlaže izbor hiperravnina paralelnih s koordinatnim osima. Iterativno se podešava položaj tih hiperravnina, jedna po jedna. Nakon toga se svako pravokutno područje podijeli u hipertetraedre (engl. simplices) nad kojima se estimiraju afini submodeli.

U [17] predlaže se on-line pristup za identifikaciju PWARX modela. Parametri se estimiraju rekurzivnim algoritmom, a proračunavaju se i matrica kovarijanci i a posteriori vjerojatnost estimata parametara afinog submodela. Pomoću Bayesovog pravila, koristeći podatak o radnoj točki i izlaznoj vrijednosti, određuje se najvjerojatniji indeks pripadnog afinog submodela. Parametri afinog submodela osvježavaju se ako je a posteriori vjerojatnost estimata dovoljno velika. Ako se dovoljno često ne obavi osvježavanje parametara, uvodi se novi submodel. Hiperravnine razdvajanja submodela određuju se nakon svakog osvježavanja dinamike nekom od standardnih metoda linearne klasifikacije (vidi odjeljak 3.2.6). Iz perspektive eksplicitnog modelskog prediktivnog upravljanja on-line identifikacija zasad nije potrebna, jer nema transparentne matematičke veze između parametara takvog regulatora i parametara PWA modela.

2.3.4 A priori definirana područja

Mogući pristup identifikaciji PWA modela je a priori particioniranje regresijskog skupa pomoću nekog oblika pravilne mreže i traženje jednog afinog submodela nad svakim područjem. Ako u svakom području ima dovoljno eksperimentalnih podataka, identifikacija afinih submodela postaje vrlo jednostavna pa ovaj pristup može dati dobre rezultate za sustave s malom dimenzijom prostora regresora. Međutim, broj područja raste eksponencijalno s dimenzijom, pa računaska složenost i potreba za većim brojem eksperimentalnih podataka rastu po istoj funkciji.

Pravokutna područja sa stranicama paralelnim koordinatnim osima predlažu se u [18], a u [19] se predlaže pristup s hipertetraedrima kao područjima. Eksponencijalni porast proračunske složenosti može se izbjeći tako da se kod definiranja particije regresijskog skupa u obzir uzme distribucija regresijskih vektora.

Poglavlje 3

Opis algoritma za PWA identifikaciju s uskupljavanjem

Notacija

Slijedi kratak popis korištene notacije za lakše snalaženje u opisu algoritma.

s	broj submodela PWA preslikavanja
\mathcal{X}_i	poliedarska područja (engl. regions) u \mathbb{R}^n , nad kojima su definirani submodeli $i \in \{1, \dots, s\}$
\mathcal{X}	regresijski skup, ograničeni konveksni poliedar u \mathbb{R}^n , koji sadrži sve \mathcal{X}_i
\mathcal{S}	skup N parova podataka regresor-izlaz (x_k, y_k) na kojem se temelji identifikacija
\mathcal{C}_k	lokalna grupa parova podataka regresor-izlaz (engl. Local Dataset, LD) od $c - 1$ najbližih regresora oko x_k i samog x_k , te pripadnih y_k
θ_k^{LS}	vektor parametara, dobiven metodom najmanjih kvadrata (LS) na temelju svakog \mathcal{C}_k
V_k	empirijska matrica kovarijanci od θ_k^{LS}

m_k	regresijski centar, odnosno centar lokalne grupe \mathcal{C}_k
Q_k	matrica raspršenosti (engl. scatter matrix) od \mathcal{C}_k
ξ_k	vektor svojstava grupe (engl. feature vektor), tj. vektor identificiranih parametara i regresijskog centra m_k lokalne grupe \mathcal{C}_k , dimenzije $2n + 1$
R_k	matrica kovarijanci od ξ_k
w_k	skalarna mjera pouzdanosti od ξ_k
\mathcal{D}_i	skupina više vektora svojstava grupe ξ_k (engl. cluster)
μ_i	središte i -te skupine \mathcal{D}_i
\mathcal{F}_i^y	podskup od \mathcal{S} koji sadrži klasificirane podatke i -te skupine \mathcal{D}_i
N_i	kardinalni broj skupa \mathcal{F}_i^y
x_j^i	j -ti regresijski vektor klasificiran u i -tu skupinu, $j = 1, \dots, N_i$
\mathcal{F}_i	skup regresora x_j^i koji sadrži klasificirane podatke i -te skupine \mathcal{D}_i
W_i	matrica skalarnih mjera pouzdanosti w_k koje pripadaju vektorima svojstava grupe ξ_k i -te skupine \mathcal{D}_i
θ_i	vektor parametara identificiran na temelju klasificiranih točaka u \mathcal{F}_i^y
Φ	regresijska matrica
ω	vektor normale hiperravnine $\omega x = \gamma$
γ	pomak hiperravnine $\omega x = \gamma$ od ishodišta
$\ \cdot\ $	euklidska norma

3.1 Uvod u algoritam

Po dijelovima ARX (PWARX) modeli dobiju se particioniranjem regresijskog skupa na konačan broj poliedarskih područja, pri čemu se nad svakim poliedrom definira neko afino preslikavanje. Prema tome, problem identifikacije ovakvog modela može se formulirati kao problem rekonstrukcije općenito diskontinuiranog PWA preslikavanja. Većina se postojećih algoritama fokusira na kontinuiranu po dijelovima afinu funkciju, no ključno je svojstvo PWARX modela da omogućuje diskontinuiranost afinih submodela na rubovima poliedarskih područja. To je naročito važno za primjenjivost ovog opisa na hibridne sustave, kod kojih neki ulazi, izlazi i stanja uzimaju vrijednost iz diskretnih domena.

Glavna poteškoća pri rekonstrukciji diskontinuiranog PWA preslikavanja nemogućnost je razdvajanja problema estimacije linearnih submodela i klasifikacije podataka. Razmatra se algoritam koji koristi metodu najmanjih kvadrata, uskupljavanje (engl. clustering) i linearnu klasifikaciju kao jednu od tehnika prepoznavanja uzoraka. Ključni korak u algoritmu svođenje je problema klasifikacije na problem optimalnog uskupljavanja. Optimalno uskupljavanje numerički je zahtjevno, stoga se koristi suboptimalan ali efikasan algoritam nalik na K-means algoritam (vidi [13]). Taj algoritam koristi mjere pouzdanosti točaka koje treba uskupiti kako bi se smanjila osjetljivost na lošu inicijalizaciju i na točke koje su nepogodne za uskupljavanje (engl. outliers). Uskupljavanje se provodi na prikladno definiranim vektorima svojstava grupe (engl. feature vector) koji nose informaciju i o koeficijentima submodela i o njihovoj lokalizaciji u regresijskom skupu. To omogućuje razlikovanje submodela sa sličnim koeficijentima, ali definiranim na različitim područjima regresijskog skupa.

Nad klasificiranim se podacima koristi metoda najmanjih kvadrata za proračun konačnih parametara submodela. Međutim, čista metoda najmanjih kvadrata nije optimalna jer je osjetljiva na nepogodne točke koje se javljaju zbog mogućih pogrešaka klasifikacije. Zato se koristi otežana metoda najmanjih kvadrata (engl. weighted least squares), uz težinske faktore proračunate iz mjera pouzdanosti vektora svojstava grupe.

Konačno, za pronalaženje područja na kojima su definirani submodeli postoji više pristupa. Prvi, numerički manje zahtjevan pristup, zasniva se ili na SVM (engl. Support Vector Machines) ili na RLP (engl. Robust Linear Programming), koji redom traže hiper-ravnine koje razdvajaju svake dvije uskupljene skupine, ali s manom da unija estimiranih područja ne mora pokriti cijeli regresijski skup \mathcal{X} . Drugi, proračunski prilično zahtjevan

pristup, je M-RLP (engl. Multicategory RLP), zasniva se na ekstenziji RLP-a na slučaj istodobnog razdvajanja više od dvije skupine. Još je složeniji M-SVM (engl. Multicategory SVM), ekstenzija SVM za isti slučaj.

MATLAB[®] kôd algoritma identifikacije PWA modela napisali su sami autori rada [2], a doradio ga je T. Geyer (Institut für Automatik, ETH Zürich). Međutim, učinjene su neke promjene:

- zamjena originalnih sučelja prema raznim rješavačima matematičkih programa (engl. solver) sa sučeljima koja sadrži Multi-Parametric Toolbox (MPT) [20] za MATLAB[®];
- mogućnost obavljanja linearne transformacije nad regresijskim vektorom što je jedna od ključnih promjena, jer omogućuje efikasniju identifikaciju nelinearnosti;
- uvođenje modificiranog M-RLP za estimaciju razdvajajućih hiperravnina između različitih \mathcal{X}_i .

Izlaz algoritma identifikacije je PWARX model dan s (2-6). Po dijelovima afin regresijski problem je rekonstrukcije po dijelovima afinog preslikavanja f iz konačnog skupa točaka (x_k, y_k) koje su generirane procesom f_p čiji se PWA model traži:

$$y_k = f_p(x_k) + \psi_k, \quad (3-1)$$

gdje je ψ_k mjerni šum. Pritom možemo uzeti da je f_p ono po dijelovima afino preslikavanje koje najbolje opisuje proces.

Broj submodela s općenito nije poznat. On se može procijeniti iz eksperimentalno dobivenog skupa podataka, na temelju uskupljavanja pri kojem broj grupa nije fiksna, ali taj problem izlazi iz okvira ovog rada. Ovdje će se pretpostavljati da je broj submodela s poznat. Redovi modela n_a i n_b općenito također nisu poznati. Njihova procjena zahtjevan je problem, ali u okviru a priori znanja o procesu može se pretpostaviti da se n_a i n_b mogu odrediti (npr. prebrojavanjem glavnih spremnika energije).

U PWA regresiji \mathcal{X} predstavlja skup regresora izvan kojeg se PWA preslikavanje ne traži. Pretpostavlja se da regresijski vektori dobiveni prema (2-3) na temelju eksperimentalno prikupljenih podataka ne napuštaju taj skup. Logično je pretpostaviti skup \mathcal{X} koji odražava fizikalna ograničenja na ulaze i izlaz sustava. U praksi je uobičajeno ograničenja izraziti na temelju intervala unutar kojih ulaz ili izlaz mogu poprimiti vrijednost,

ili na temelju maksimalne promjene vrijednosti unutar jednog koraka. Na primjer, tipična ograničenja izlaza su:

$$|y_k| \leq y_{\max}, \text{ ili } |y_{k+1} - y_k| \leq \Delta y_{\max}. \quad (3-2)$$

Prema (3-2) lako je eksplicitno izraziti ograničeni poliedar $\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^n | Hx \leq K\}$ unutar kojeg leže regresori.

Ako je poznata fizikalna pozadina nelinearnosti u procesu, povoljno je to znanje iskoristiti u identifikaciji. Naime, makar približno rekonstruiranje onog stanja procesa u regresijskom vektoru duž kojeg se nelinearnost najbolje manifestira omogućuje bolju identifikaciju iste. Pretpostavlja se da je stanje linearna kombinacija dostupnih izlaznih, odnosno ulaznih mjernih vrijednosti. U tom se slučaju elementi regresijskog vektora mogu opisati kao linearne funkcije prošlih vrijednosti izlaza, odnosno ulaza:

$$\check{x}_k = \left[f_1(y^{k-1}, u^{k-1}) \quad f_2(y^{k-1}, u^{k-1}) \quad \dots \quad f_n(y^{k-1}, u^{k-1}) \right]^T, \quad (3-3)$$

gdje je y^{k-1} vektor dostupnih mjernih vrijednosti izlaznih, a u^{k-1} vektor dostupnih mjernih vrijednosti ulaznih signala procesa u diskretnom vremenskom trenutku $k - 1$. Matematički gledano, uvođenje linearnih funkcija prošlih izlaznih, odnosno ulaznih vrijednosti procesa odgovara linearnoj transformaciji regresora iz prostora \mathcal{X} u $\check{\mathcal{X}}$ u paru kanonskih baza. Linearna transformacija obavezno mora biti bijektivna kako bi se jednostavno model dobiven u prostoru $\check{\mathcal{X}}$ mogao prebaciti u prostor \mathcal{X} u paru kanonskih baza. Regresijski skup $\check{\mathcal{X}}$ i pojedina područja $\check{\mathcal{X}}_i$ opisani su s:

$$\check{\mathcal{X}} = \{\check{x} \in \mathbb{R}^n | \check{H}\check{x} \leq \check{K}\}, \quad (3-4)$$

$$\check{\mathcal{X}}_i = \{\check{x} \in \mathbb{R}^n | \check{H}_i\check{x} \leq \check{K}_i\}. \quad (3-5)$$

3.2 Identifikacijski algoritam

Problem. Nastoji se naći preslikavanje f koje uz dane prikupljene podatke $\mathcal{S} = \{(x_k, y_k), k = 1, \dots, N\}$, n_a , n_b i s najbolje aproksimira funkciju procesa f_p . Algoritam se sastoji od šest jasno razlučivih koraka:

1. Generiranje lokalnih grupa podataka \mathcal{C}_k oko svakog regresora x_k ;
2. Identifikacija lokalnih vektora parametara na temelju svakog \mathcal{C}_k i generiranje vektora svojstava grupe ξ_k ;

3. Uskupljavanje ξ_k u s skupina \mathcal{D}_i ;
4. Klasificiranje x_k na temelju nađenih skupina \mathcal{D}_i ;
5. Estimacija s submodela na temelju klasificiranih točaka x_k ;
6. Estimacija particije $\{\mathcal{X}_i\}_{i=1}^s$.

3.2.1 Generiranje lokalnih grupa podataka

Prvi korak identifikacije temelji se na pretpostavci da je PWA preslikavanje lokalno linearno. Dakle, mali podskup regresora x_k koji su u prostoru regresora s odabranom bazom blizu jedan drugom vrlo vjerojatno pripada istom području \mathcal{X}_i . Za svaki par regresor-izlaz (x_k, y_k) , $k = 1, \dots, N$ generira se jedan skup \mathcal{C}_k koji sadrži (x_k, y_k) i $c - 1$ različitih parova (\tilde{x}, \tilde{y}) koji zadovoljavaju

$$\|x_k - \tilde{x}\|^2 \leq \|x_k - \hat{x}\|^2, \quad \forall (\hat{x}, \hat{y}) \in \mathcal{S} \setminus \mathcal{C}_k. \quad (3-6)$$

U ovom trenutku treba primijetiti da je svaki \mathcal{C}_k označen parom (x_k, y_k) , pa postoji bijektivna veza između pojedinog para i pripadne lokalne grupe podataka \mathcal{C}_k . Može se dogoditi da različiti \mathcal{C}_k sadrže potpuno identične parove regresor-izlaz. Parametar c treba oprezno odabrati. Veći c prouzročit će pojavu više onih \mathcal{C}_k koji sadrže parove regresor-izlaz što pripadaju submodelima u f_p s bitno različitim parametrima. Takav \mathcal{C}_k zove se miješani LD (engl. mixed LD). Nasuprot tome, čisti LD (engl. pure LD) sadrži regresore samo iz submodela u f_p s vrlo sličnim parametrima. Povoljno je imati čim više čistih LD.

3.2.2 Identifikacija lokalnih vektora parametara

Uvjet za identifikaciju lokalnih vektora parametara je $c > n$, tako da je moguće identificirati lokalni afini model koristeći uzorke sadržane u svakom \mathcal{C}_k . Koristi se klasična metoda najmanjih kvadrata [21]:

$$\theta^{LS,k} = (\Phi_k^T \Phi_k)^{-1} \Phi_k^T y_{\mathcal{C}_k}, \quad \Phi_k = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_c \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (3-7)$$

gdje su x_i regresijski vektori koji pripadaju \mathcal{C}_k , a $y_{\mathcal{C}_k}$ je vektor uzoraka izlaza za svaki x iz \mathcal{C}_k . Ukoliko je \mathcal{C}_k čisti LD, estimirani vektor parametara Gaussov je slučajni vektor čije

očekivanje odgovara vektoru parametara nekog od submodela u f_p . Empirijska matrica kovarijanci od $\theta^{LS,k}$ [22] glasi:

$$V_k = \frac{SSR_k}{c - n + 1} (\Phi_k^T \Phi_k)^{-1}, \quad SSR_k = y_{C_k}^T (I - (\Phi_k^T \Phi_k)^{-1} \Phi_k^T) y_{C_k}. \quad (3-8)$$

Slijedi i matrica raspršenosti [13] od C_k :

$$Q_k = \sum_{x \in C_k} (x - m_k)(x - m_k)^T, \quad m_k = \frac{1}{c} \sum_{x \in C_k} x, \quad k = 1, \dots, N, \quad (3-9)$$

koja je mjera raspršenosti regresijskih vektora u C_k , pri čemu je m_k regresijski centar od C_k . Matrica V_k^{-1} mjera je pouzdanosti da je vektor parametara $\theta^{LS,k}$ dobiven koristeći podatke koji pripadaju po parametrima vrlo sličnim submodelima u f_p . Q_k^{-1} je pak mjera pouzdanosti da je $\theta^{LS,k}$ dobiven koristeći podatke koji odgovaraju po lokalizaciji u regresijskom skupu vrlo bliskim submodelima u f_p . Kovarijanca od $\theta^{LS,k}$ koji se dobiva iz čistog LD ovisi samo o šumu mjerenja ψ i stoga bi trebala biti manja od kovarijanca vektora $\theta^{LS,k}$ koji se zasniva na miješanom LD. Prema tome, ako LD sadrži podatke iz dvaju ili više različitih submodela u f_p , dobiveni vektor parametara trebao bi imati manje iznose V_k^{-1} jer se jedna hiperravnina estimira na temelju podataka koji su generirani iz njih više zamjetno različitih. Isto tako, veća je vjerojatnost da vektor parametara pripada jednom submodelu ako je dobiven na temelju točaka koje su bliže jedna drugoj u skupu regresora pa će matrica Q_k^{-1} imati veće iznose. Veliki Q_k^{-1} znači manju raspršenost regresora, ali to povlači veću nesigurnost u procjeni parametara submodela, no mali Q_k^{-1} najčešće upućuje na mješani LD. U oba je slučaja dakle V_k^{-1} mali što upućuje na problematičnost okupljanja regresora u skupine i izbor parametra c . Uvodimo vektor svojstava grupe C_k i označavamo sa $\xi_k = [(\theta^{LS,k})^T, m_k^T]^T$, $\forall k = 1, \dots, N$. On se sastoji od vektora parametara lokalnog afinog modela identificiranog na C_k te njegove lokalizacije m_k u regresijskom skupu prema (3-9). Naime, sam podatak o vektorima parametara u ξ_k nije dovoljan jer je moguće da isti vektor parametara vrijedi za submodele čija su pripadna područja prostorno udaljena. Kako takvi vektori parametara ne bi završili u jednoj te istoj skupini nakon uskupljavanja, vektori svojstava grupe sadrže i vektore m_k koji su mjera lokalizacije različitih C_k u skupu regresora. To je iznimno bitno za cjelokupnu identifikaciju, jer linearne granice koje razdvajaju konveksna područja gdje pojedini submodeli vrijede ovisu upravo o lokalizaciji skupina regresijskih vektora. Uz prethodna se razmatranja vektore svojstava grupe može modelirati kao Gaussove slučajne

vektore s očekivanjem ξ_k i varijancom R_k :

$$R_k = \begin{bmatrix} V_k & 0 \\ 0 & Q_k \end{bmatrix}. \quad (3-10)$$

Skalarna mjera pouzdanosti koja se pripisuje ξ_k dana je s:

$$w_k = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{2n+1} \det(R_k)}}, \quad (3-11)$$

te ona predstavlja vršnu vrijednost Gaussove razdiobe sa središtem u ξ_k i kovariancom R_k . Skalarna mjera pouzdanosti koristi se pri estimaciji parametara konačnih submodela.

Izbor parametra c

Parametar c treba oprezno odabrati jer njegova prevelika ili premala vrijednost rezultira lošom identifikacijom. Cilj je postići čim veću pouzdanost svakog vektora svojstava grupe ξ_k , i da se oni pritom okupljaju u nepreklapajuće skupine. Ako je šum mjerenja ψ malog iznosa, povoljno je okupiti malo regresora u lokalnu grupu jer će se smanjiti rizik da LD postane miješani, a pritom će varijanca procijenjenih parametara ostati mala, tj. u razini varijance šuma. Ako je pak varijanca šuma velika, njen utjecaj na varijancu estimiranih parametara potrebno je smanjiti povećanjem broja regresora u grupi, uz povećan rizik da LD postane miješan te samim tim da varijanca estimiranih parametara opet poraste. Konačno, treba napomenuti da kada broj podataka N raste, potrebno je izabrati $c = c(N)$ koji polagano raste. Zapravo, kada je c fiksna, a broj regresora raste, matrice V_k rastu zbog smanjene varijabilnosti regresora. Prema tome, mjere pouzdanosti w_k postaju male, čak i ako je odgovarajući \mathcal{C}_k čisti, što na koncu utječe na estimaciju konačnih submodela.

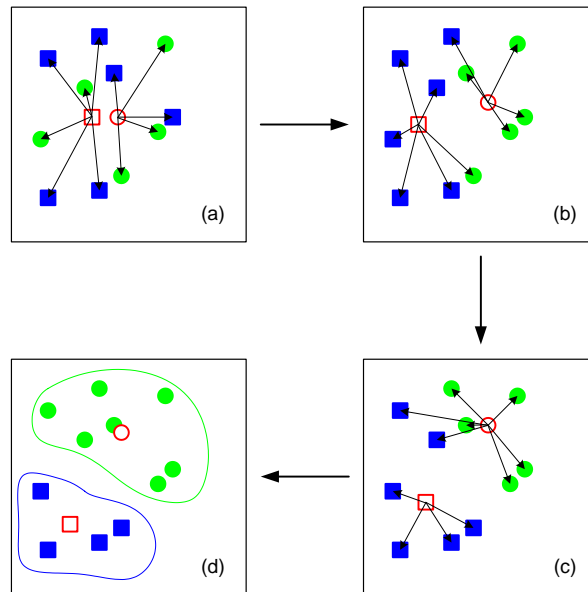
3.2.3 Uskupljavanje vektora svojstava grupe

Treći je korak algoritma optimalno uskupljavanje vektora svojstava grupe u s disjunktne skupine \mathcal{D}_i , paralelno s nalaženjem središta skupina μ_i . Općenito, to je moguće učiniti koristeći bilo koji algoritam za uskupljavanje. Međutim, učinak klasičnih algoritama kvare nepogodne točke (engl. outliers), a loša inicijalizacija uzrokuje da algoritam ostane zaglavljnjen u lokalnim minimumima funkcije koja se minimizira tijekom uskupljavanja. Nošenje s danim problemima olakšavaju mjere pouzdanosti R^{-1} vektora ξ . Koristi se modificirana varijanta K-means algoritma. Originalni K-means algoritam može se ukratko opisati sljedećim koracima:

- izabrati mali $\varepsilon_\mu > 0$;
- izabrati početne vektore središta μ_1, \dots, μ_s ;
- ponavljati:
 - klasificirati točke prema najbližem središtu;
 - odrediti središta μ_i prema klasificiranim točkama te promjenu $\Delta\mu_i$;

dok je $\Delta\mu_i > \varepsilon_\mu$.

Slika 3.1 ilustrira jedan jednostavan primjer K-means algoritma s dvije skupine ($s = 2$) koji započinje nasumičnom raspodjelom točaka (slika 3.1 (a)) u jednu od skupina. Prema raspo-



Slika 3.1: Ilustracija K-means algoritma na primjeru s dvije skupine.

djeli točaka izračunavaju se središta skupina (elementi bez ispune na slici 3.1) kao srednja vrijednost svih točaka trenutno klasificiranih u tu skupinu. Zatim se točke diskriminiraju prema euklidskoj udaljenosti od pripadnog središta tako da se pridruže bližem središtu (strelice na slikama označavaju diskriminaciju prema udaljenostima od središta). Nove skupine dobivene na temelju diskriminacije na slici 3.1 (a) prikazane su na slici 3.1 (b). Izračun središta i diskriminacija točaka prema udaljenosti od središta naizmjenice se ponavljaju sve

dok se centri u dvije iteracije mijenjaju više od ε_μ . Za ovaj primjer, algoritam je gotov u četvrtoj iteraciji kada središta ostaju gdje jesu (slika 3.1 (d)).

Modificirani K-means algoritam koristi sljedeću kriterijsku funkciju J pri nalaženju optimalnog uskupljavanja:

$$J(\{\mathcal{D}_i\}_{i=1}^s, \{\mu_i\}_{i=1}^s) = \sum_{i=1}^s \sum_{\xi \in \mathcal{D}_i} \|\xi_k - \mu_i\|_{R_k}^2, \quad (3-12)$$

gdje je $\|x\|_R^2 = x^T R x$. Dakle, modificirani K-means algoritam koristi već proračunate mjere pouzdanosti vektora svojstava grupe tako da manje pouzdani regresori manje doprinose kriterijskoj funkciji. Pokazuje se da je minimizacija J nekonveksan problem optimizacije, za koji dakle mogu postojati lokalni minimumi pa se najčešće taj problem rješava suboptimalnim, ali brzim algoritmima pod cijenu moguće konvergencije tek k lokalnom minimumu. Detaljnije, korišteni modificirani K-means algoritam uskupljavanja sastoji se od sljedećih koraka: **Algoritam 1.**

1. Postavi broj iteracije $r = 0$, inicijaliziraj centre $\mu_i^{(0)}$, $i = 1, \dots, s$ i proračunaj skupine $\mathcal{D}_i^{(0)}$ vektora svojstava grupe ξ_k minimizirajući:

$$J(\{\mathcal{D}_i\}_{i=1}^s, \{\mu_i^{(0)}\}_{i=1}^s) \quad (3-13)$$

po $\{\mathcal{D}_i\}_{i=1}^s$;

2. Proračunaj nove centre rješavajući linearni sustav jednadžbi:

$$\left(\sum_{k:\xi_k \in \mathcal{D}_i^{(r)}} R_k^{-1} \right) \mu_i^{(r+1)} = \sum_{k:\xi_k \in \mathcal{D}_i^{(r)}} R_k^{-1} \xi_k, \quad \forall i. \quad (3-14)$$

Ako vrijedi $J(\{\mathcal{D}_i^{(r)}\}_{i=1}^s, \{\mu_i^{(r+1)}\}_{i=1}^s) \approx J(\{\mathcal{D}_i^{(r)}\}_{i=1}^s, \{\mu_i^{(r)}\}_{i=1}^s)$, tada postavi $\mathcal{D}_i^* = \mathcal{D}_i^{(r)}$, $\mu_i^* = \mu_i^{(r)}$ i algoritam je gotov, inače prijedi na korak 3;

3. Proračunaj skupine $\mathcal{D}_i^{(r+1)}$ vektora svojstava grupe koje minimiziraju

$$J(\{\mathcal{D}_i\}_{i=1}^s, \{\mu_i^{(r+1)}\}_{i=1}^s). \quad (3-15)$$

Ako vrijedi $J(\{\mathcal{D}_i^{(r+1)}\}_{i=1}^s, \{\mu_i^{(r+1)}\}_{i=1}^s) \approx J(\{\mathcal{D}_i^{(r)}\}_{i=1}^s, \{\mu_i^{(r)}\}_{i=1}^s)$, tada postavi $\mathcal{D}_i^* = \mathcal{D}_i^{(r)}$, $\mu_i^* = \mu_i^{(r+1)}$ i algoritam je gotov, inače postavi $r = r + 1$ i vrati se na korak 2.

Inicijalizacija centara $\mu_i^{(0)}$ očitno nije definirana u samom algoritmu. Moguće je, na primjer, slučajnim odabirom odrediti početne centre. Ipak, bolja se inicijalizacija postiže upotrebom matrica R_k^{-1} . Ako se vektori svojstava grupe slučajno raspodijele u s približno jednako velikih skupina $\mathcal{D}_i^{(-1)}$, tada se inicijalizacija centara $\mu_i^{(0)}$ može dobiti kao otežana srednja vrijednost elemenata od $\mathcal{D}_i^{(-1)}$, odnosno inicijalizacija se svodi na (3-14) uz $r = -1$. Razlika između Algoritma 1 i klasičnog K-means algoritma je u upotrebi matrica R_k^{-1} za otežanje udaljenosti vektora svojstava grupe u skupini \mathcal{D}_i od pripadnog centra skupine μ_i . Ove promjene ne narušavaju numeričku efikasnost i konvergentnost koje posjeduje K-means algoritam.

Kako bi se osiguralo rješenje blisko globalnom minimumu kriterijske funkcije, algoritam opisan u ovom odjeljku iterira se proizvoljan broj puta, a odabire se rezultat s najmanjim konačnim iznosom kriterijske funkcije.

3.2.4 Klasificiranje izvornih podataka

Četvrti korak algoritma identifikacije postaje trivijalan efikasnom provedbom uskupljavanja. Naime, svaki vektor svojstava grupe pripada jednom \mathcal{C}_k koji je, s druge strane, vezan uz par regresor-izlaz (x_k, y_k) . Prema tome, sada se može formirati s uređenih disjunktih podskupova \mathcal{F}_i i \mathcal{F}_i^y prema sljedećem pravilu:

- $\xi_k \in \mathcal{D}_i^* \rightarrow x_k \in \mathcal{F}_i$;
- $\xi_k \in \mathcal{D}_i^* \rightarrow (x_k, y_k) \in \mathcal{F}_i^y$.

Neka je N_i kardinalni broj skupova \mathcal{F}_i i \mathcal{F}_i^y . Težinski faktori w_k regresora $x_k \in \mathcal{F}_i$ grupiraju se u uređeni skup \mathcal{W}_i čuvajući isti poredak kao regresori u \mathcal{F}_i .

3.2.5 Estimacija parametara konačnih submodela

U petom koraku estimiraju se konačni vektori parametara afinih submodela. Kako su početni podaci sada klasificirani, moguće je na temelju s skupova \mathcal{F}_i^y pronaći vektore parametara svakog od s afinih submodela. U tu se svrhu može koristiti metoda najmanjih kvadrata, ali poznato je da je ista osjetljiva na nepogodne parove regresor-izlaz koji se mogu javiti zbog klasifikacijskih pogrešaka pri uskupljavanju. Štetan učinak nepogodnih točaka može se reducirati upotrebom otežane metode najmanjih kvadrata koristeći težinske faktore

w_k , proračunate prema (3-11). Kriterijska funkcija koju se minimizira po θ_i glasi:

$$\sum_{(x_k, y_k) \in \mathcal{F}_i^y} w_k \left\| y_k - \theta_i^T \begin{bmatrix} x_k^T & 1 \end{bmatrix} \right\|^2. \quad (3-16)$$

Dakle, parametri se konačnih afinih submodela računaju koristeći otežanu metodu najmanjih kvadrata:

$$\theta_i = (\Phi_i^T W_i \Phi_i)^{-1} \Phi_i^T W_i y_{\mathcal{F}_i^y}, \quad (3-17)$$

gdje je $y_{\mathcal{F}_i^y}$ vektor (poredanih) izlaznih vrijednosti iz \mathcal{F}_i^y , W_i dijagonalna matrica koja na dijagonali sadrži (poredane) težinske faktore $w_j^i \in \mathcal{W}_i$ koji pripadaju (poredanim) regresorima $x_j^i \in \mathcal{F}_i$:

$$W_i = \begin{bmatrix} w_1^i & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2^i & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & w_{N_i}^i \end{bmatrix}^T, \quad (3-18)$$

a Φ_i je regresijska matrica:

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} x_1^i & x_2^i & \dots & x_{N_i}^i \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (3-19)$$

3.2.6 Estimacija granica između područja \mathcal{X}_i

Do ove su faze algoritma estimirani svi submodeli u afinom obliku. Zadnji je korak estimacija nepoznatih hiperravnina koje predstavljaju granice između različitih područja¹ \mathcal{X}_i . Hiperravnina u \mathbb{R}^n je skup točaka (regresora) $x \in \mathbb{R}^n$ za koje vrijedi:

$$\omega x = \gamma, \quad (3-20)$$

gdje je ω vektor redak $1 \times n$ koji predstavlja normalu hiperravnine, a γ je skalar koji predstavlja njen pomak od ishodišta.

Za svaki par područja $(\mathcal{X}_i, \mathcal{X}_j)$, $i < j$ postoji hiperravnina koja ih po nekom kriteriju optimalno razdvaja. Ako tu hiperravninu opišemo s $\omega^{i,j} x = \gamma^{i,j}$, tada vrijedi $\omega^{i,j} x \leq \gamma^{i,j}$ za $x \in \mathcal{X}_i$ i $\omega^{i,j} x > \gamma^{i,j}$ za $x \in \mathcal{X}_j$. Zbog mogućih klasifikacijskih pogrešaka pri uskupljavanju ne mora postojati hiperravnina koja sasvim razdvaja skupove regresora \mathcal{F}_i i

¹Zahtjeva se da su sva područja konveksni poliedri, jer je taj oblik modela pogodan za daljnju upotrebu u algoritmima sinteze prediktivnog regulatora.

\mathcal{F}_j , $i \neq j$. Kaže se da su skupovi \mathcal{F}_i i \mathcal{F}_j linearno nerazdvojivi (engl. linearly inseparable). U tom slučaju algoritmi za pronalaženje granica područja traže hiperravnine koje minimiziraju otežanu sumu pogrešaka zbog krivo klasificiranih regresora. Nakon što se dobiju hiperravnine razdvajanja svih parova $(\mathcal{X}_i, \mathcal{X}_j)$, $i < j$, matrice opisa konačnih područja \mathcal{X}_i prema relaciji (2-4) dobiju se presijecanjem odgovarajućih poluprostora svih razdvajajućih hiperravnina s \mathcal{X} :

$$H_i = \begin{bmatrix} -\omega^{1,i} \\ \vdots \\ -\omega^{i-1,i} \\ \omega^{i,i+1} \\ \vdots \\ \omega^{i,s} \\ H \end{bmatrix}, \quad K_i = \begin{bmatrix} -\gamma^{1,i} \\ \vdots \\ -\gamma^{i-1,i} \\ \gamma^{i,i+1} \\ \vdots \\ \gamma^{i,s} \\ K \end{bmatrix}. \quad (3-21)$$

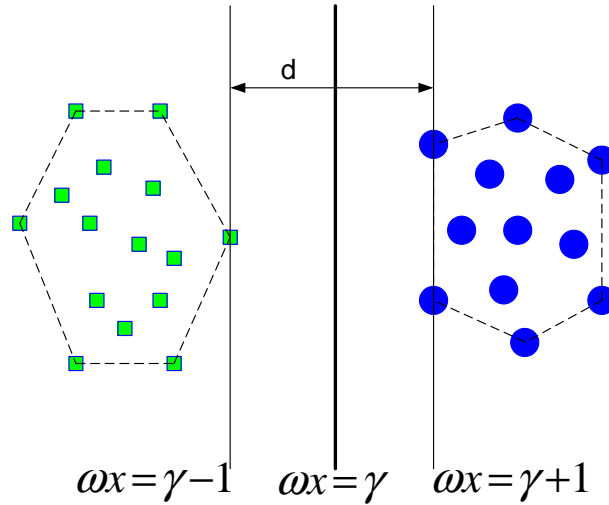
Međutim, oblik (3-21) često sadrži redundantna ograničenja. U samom kôdu algoritma, nakon što se formiraju matrice H_i i K_i , redundantna ograničenja se izbacuju koristeći funkciju *reduce.m* iz MPT.

Estimacija granica područja \mathcal{X}_i može se provesti na više načina. Autori rada [2] razmatraju dvije metode, SVM [23] i M-RLP [24].

SVM

Općenito je SVM vrlo praktičan način za pronalaženje $\frac{s(s-1)}{2}$ hiperravnina koje razdvajaju svaka dva područja \mathcal{X}_i . Pritom se maksimizira margina d između dvije paralelne hiperravnine koje razdvajaju dvije skupine točaka (slika 3.2) i minimizira otežana suma pogrešaka zbog krivo klasificiranih točaka za linearno nerazdvojive skupove. Na slici 3.2 paralelne hiperravnine sadrže konstantu 1 koja se zapravo može proizvoljno izabrati jer ω i γ još nisu određeni. Tek se nakon optimizacije te vrijednosti normiraju. Maksimizacija margina daje optimalne hiperravnine u linearno razdvojjivom slučaju. Ona se postiže minimizacijom $\|\omega\|^2$, što nije sasvim očito pa slijedi dokaz.

Ako je $\omega x = \gamma$ jednadžba optimalne hiperravnine razdvajanja dviju skupina, tada je $y = t\omega^T$, $t \in \mathbb{R}$ pravac kroz ishodište okomit na te hiperravnine. Točke presjeka tog pravca s hiperravninama $x_1 = t_1\omega^T$ i $x_2 = t_2\omega^T$ moraju zadovoljavati jednadžbu pripadne



Slika 3.2: Dvije paralelne razdvajajuće hiperravnine i rezultirajuća optimalna hiperravnina.

hiperravnine $\omega x = \gamma + 1$, odnosno $\omega x = \gamma - 1$. Prema tome vrijedi:

$$\omega t_1 \omega^T = \gamma + 1 \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{\gamma + 1}{\|\omega\|^2}, \quad (3-22)$$

$$\omega t_2 \omega^T = \gamma - 1 \quad \rightarrow \quad t_2 = \frac{\gamma - 1}{\|\omega\|^2}, \quad (3-23)$$

a za udaljenost između hiperravnina može se pisati:

$$\begin{aligned} d &= \|x_1 - x_2\| = \\ &= \|(t_1 - t_2)\omega^T\| = \\ &= |t_1 - t_2| \cdot \|\omega\| = \\ &= \left| \frac{\gamma + 1}{\|\omega\|^2} - \frac{\gamma - 1}{\|\omega\|^2} \right| \cdot \|\omega\| = \\ &= \frac{2}{\|\omega\|}. \end{aligned}$$

Dakle, minimizacijom $\|\omega\|$ maksimizira se margina. Za krivo klasificirane točke minimizira se njihova udaljenost od hiperravnine razdvajanja. Dvodimenzionalni, linearno razdvojitiv slučaj ilustriran je slikom 3.2.

SVM se efikasno formulira pomoću sljedećeg kvadratnog programa (engl. quadratic

program):

$$\begin{cases} \min_{\omega, \gamma, v} & \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C(e^T v^i + e^T v^j) \\ \text{uz:} & A^i(\omega^{i,j})^T - \gamma^{i,j} + v^i - e^i \geq 0, \quad k = 1, \dots, N_i, \\ & -A^j(\omega^{i,j})^T + \gamma^{i,j} + v^j - e^j \geq 0, \quad k = 1, \dots, N_j, \\ & v^i, v^j \geq 0, \end{cases} \quad (3-24)$$

gdje je A^i matrica koja u svojim recima sadrži sve transponirane regresore i -te skupine \mathcal{F}_i , a e^i i e^j su vektori jedinica prikladnih dimenzija. Dodatni parametar $C > 0$ omogućuje kontrolu nad važnosti koja se pridodaje maksimizaciji margine, odnosno minimizaciji klasifikacijske pogreške. Potrebno je riješiti $\frac{s(s-1)}{2}$ kvadratnih programa (3-24) od kojih svaki daje jednu razdvajajuću hiperravninu.

RLP

Upotrebom RLP smanjuje se složenost proračuna u odnosu na SVM jer se, uz klasifikacijsku pogrešku, minimizira $\|\omega\|_\infty$ pa je matematički program kojeg se rješava linearan:

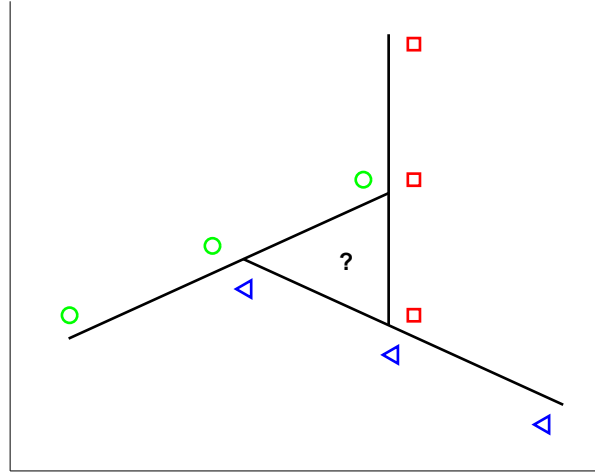
$$\begin{cases} \min_{\omega, \gamma, v} & \|\omega\|_\infty + C(\frac{1}{N_1} e^T v^i + \frac{1}{N_2} e^T v^j) \\ \text{uz:} & A^i(\omega^{i,j})^T - \gamma^{i,j} + v^i - e^i \geq 0, \quad k = 1, \dots, N_i, \\ & -A^j(\omega^{i,j})^T + \gamma^{i,j} + v^j - e^j \geq 0, \quad k = 1, \dots, N_j, \\ & v^i, v^j \geq 0. \end{cases} \quad (3-25)$$

Naime, proračunski je znatno složenije rješavanje kvadratnog od linearnog problema za njegovu istu veličinu (dimenzija parametara po kojima se minimizira i broj ograničenja). Glavna je prednost RLP mogućnost rješavanja linearnog problema koristeći robusne algoritme linearnog programiranja, kao što je npr. simplex metoda. Kao i kod SVM, potrebno je riješiti $\frac{s(s-1)}{2}$ kvadratnih programa (3-25), od kojih svaki daje jednu razdvajajuću hiperravninu.

Međutim, kada je broj skupina \mathcal{D}_i veći od dva ($s > 2$), obje metode mogu uzrokovati „rupe” u regresijskom skupu \mathcal{X} , tj. $\cup \mathcal{X}_i \neq \mathcal{X}$, što je ilustrirano slikom 3.3. Na slici je skiciran dvodimenzionalni primjer gdje je moguće linearno razdvojiti svaka dva skupa, ali u konačnoj podjeli ostaje područje koje ne pripada niti jednom od skupova.

M-RLP

Za primjenu dobivenog modela u modelskom prediktivnom upravljanju nedopustivo je postojanje područja unutar regresijskog skupa \mathcal{X} kojima nije pridijeljen niti jedan afini sub-



Slika 3.3: Prikaz „rupa“ u metodama SVM i RLP.

model („rupe“). Problem se može pojasniti pitanjem: Koji afin submodel upotrijebiti ako se proces nađe u „rupi“? Zbog toga su razvijeni algoritmi koji u jednom programu istodobno traže granice između svih područja, ali na uštrb jednostavnosti rješavanja. Jedan od mnogih takvih algoritama poopćenje je RLP na problem s više skupina točaka: M-RLP. Radi se o jednom linearnom programu, višestruko složenijem od slučaja razdvajanja dviju skupina, koji daje poliedarsku podjelu regresijskog skupa \mathcal{X} bez „rupa“. Problem nalaženja granica područja u linearno razdvojivom slučaju sa s skupina može se formulirati kao problem nalaženja parova (ω^i, γ^i) , $i = 1, \dots, s$ koji zadovoljavaju sljedeće nejednakosti:

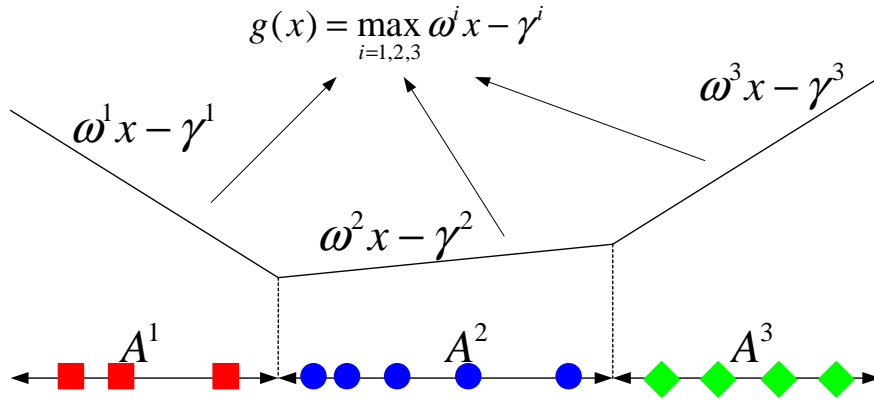
$$A^i(\omega^i)^T - \gamma^i > A^j(\omega^j)^T - \gamma^j, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, s. \quad (3-26)$$

U tom je slučaju klasifikacija određena konveksnom po dijelovima linearnom funkcijom $g(x) = \max_{i=1, \dots, s} \omega^i x - \gamma^i$ na način da točka x pripada i -tom skupu ako je pritom u g postignut maksimum baš na $\omega^i x - \gamma^i$. Slika 3.4 ilustrira funkciju $g(x)$ na problemu s tri skupine u slučaju s jednodimenzionalnim prostorom točaka x .

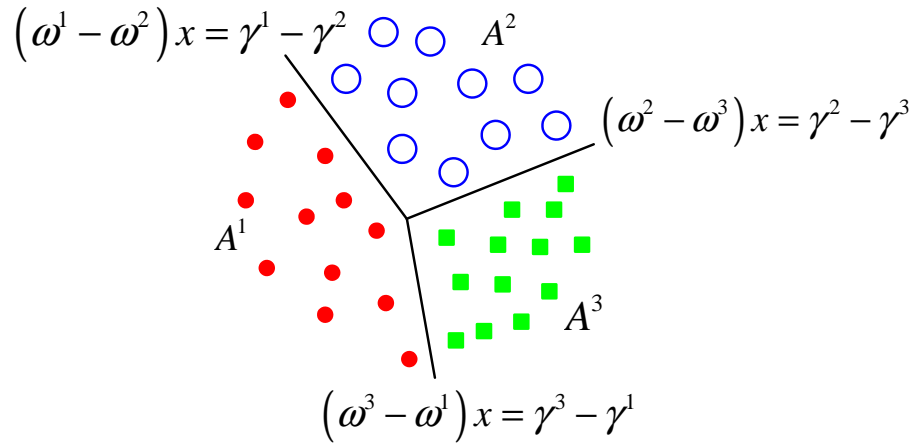
Hiperravnine koje razdvajaju područja i i j dobivaju se projekcijama presjecišta pojedinih afinih preslikavanja iz g na regresijski skup:

$$(\omega^i - \omega^j)x = \gamma^i - \gamma^j, \quad i < j, i, j = 1, \dots, s. \quad (3-27)$$

Slika 3.5 ilustrira skupine točaka i granice među njima.



Slika 3.4: Konveksna po dijelovima linearna funkcija razdvajanja skupina.



Slika 3.5: Tri skupine točaka i granice među njima.

Kada se radi o linearno nerazdvojivom slučaju, M-RLP minimizira klasifikacijsku pogrešku.

M-RLP je u obliku linearnog programa dan s:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\omega^i, \gamma^i, v^{i,j}} \sum_{i=1}^s \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s \frac{e^{T} v^{i,j}}{N_i} \\ \text{uz: } v^{i,j} \geq -A^i (\omega^i - \omega^j)^T + (\gamma^i - \gamma^j) e^i + e^i, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, s, \\ v^{i,j} \geq 0, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, s, \end{array} \right. \quad (3-28)$$

gdje je $v^{i,j}$ vektor pomoćnih varijabli koje su potrebne kako bi se M-RLP doveo u oblik linearnog programa.

Najveći problem M-RLP algoritma je njegova računaska složenost, odnosno memorijski zahtjevi. Naime, kad se linearni problem (3-28) svede na standardni oblik

$$\begin{cases} \min_z & (f^{LP})^T z \\ \text{uz:} & A^{LP} z \leq b^{LP} \end{cases}, \quad (3-29)$$

tada matrica A^{LP} raste s kvadratom broja točaka (regresora) koje se klasificiraju. Točnije, matrica A^{LP} ima $ns + Ns(s - 1) + n$ redaka i $2Ns(s - 1)$ stupaca, gdje je n dimenzija regresijskog vektora, s broj submodela, a N ukupan broj regresora. Pretpostavlja se da su dimenzija regresijskog vektora i broj submodela fiksni, pa se može reći da memorijski zahtjevi rastu s N^2 . M-RLP uopće ne sadrži maksimizaciju margina što za linearno razdvojiv slučaj daje nejedinstveno rješenje.

Pokazalo se da je M-RLP u obliku (3-28) neupotrebljiv za pronalaženje granica submodela procesa elektroničke zaklopke zbog ukupnog broja regresora potrebnih za dobro uskupljavanje i identifikaciju afinih submodela. Naime, zahtjevi za memorijom i veličina linearnog programa daleko nadilaze realne mogućnosti današnjih osobnih računala. Stoga se predlaže sljedeća izmjena izvornog M-RLP:

- A^i sačinjavaju samo ekstremalne točke (engl. vertex) konveksne ljuske (engl. convex hull) svih točaka skupine \mathcal{F}_i .

U nastavku se pojašnjava predložena izmjena te se ilustrira na primjeru.

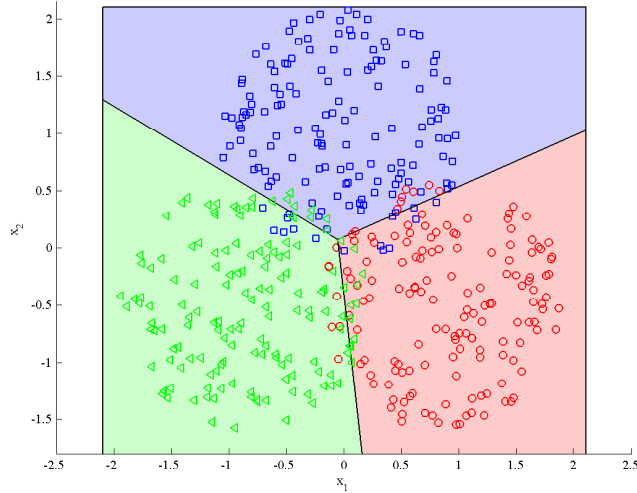
M-RLP koristeći samo ekstremalne točke konveksne ljuske

M-RLP je suviše složen za praktičnu upotrebu u identifikaciji PWA modela procesa koji zahtijevaju relativno velik broj regresora s više dimenzija i submodela. S druge strane, to je najjednostavnija metoda za traženje potpune podjele regresijskog skupa bez „rupa”. Promatrajući linearni program (3-28) kojim je dan M-RLP, može se primijetiti da većina točaka koje leže unutar konveksne ljuske bilo koje skupine ne pridonosi povećanju funkcije cilja koja se minimizira. Takav zaključak vrijedi samo pod uvjetom da se skupine ne preklapaju u velikoj mjeri ali to je problem optimalnog uskupljavanja i ovdje se pretpostavlja da su skupine relativno dobro uskupljene. Stoga se predlaže da se na temelju izvornih skupina formiraju nove, koje će sadržavati samo ekstremalne točke pripadne skupine. Optimalne hiperravnine koje razdvajaju područja zamijenit će suboptimalne, koje je moguće drastično brže proračunati. Naime, poznato je da broj ekstremalnih točaka statistički raste sporo kako

se nove točke dodaju u skupinu [25]. M-RLP koristeći samo ekstremalne točke konveksnih ljski skupina dan je s:

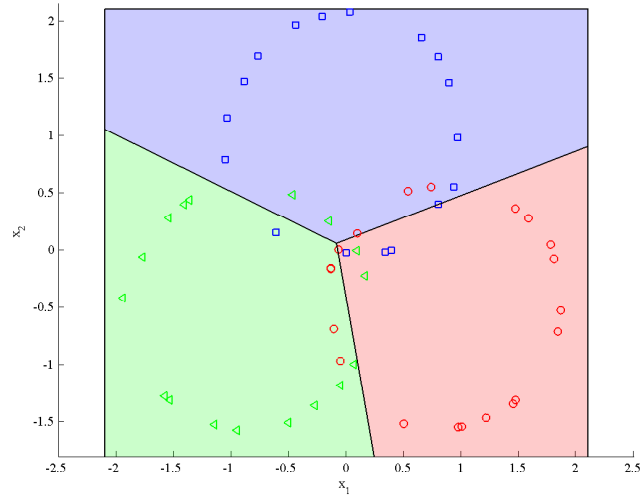
$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\omega^i, \gamma^i, v^{i,j}} \sum_{i=1}^s \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s \frac{e^T v^{i,j}}{N_i} \\ \text{uz: } v^{i,j} \geq E^i (\omega^i - \omega^j)^T + (\gamma^i - \gamma^j) e^i + e^i, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, s, \\ v^{i,j} \geq 0, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, s, \end{array} \right. \quad (3-30)$$

gdje je E^i matrica koja u svojim recima sadrži ekstremalne točke i -te konveksne ljske skupine \mathcal{F}_i . Ekstremalne točke konveksne ljske, u slučaju da su točke koje čine istu poznate, dobiju se rješavanjem jednog linearnog programa za svaku točku. Računska složenost ovisi dakle o broju točaka koje čine konveksnu ljsku, te njihovoj dimenziji, no ona je u svakom slučaju s obzirom na ostatak algoritma zanemariva. Slike 3.6 i 3.7 na dvodimenzionalnom primjeru s tri skupine ilustriraju utjecaj redukcije točaka na konačne hiperravnine razdvajanja.



Slika 3.6: Podjela područja koristeći izvorni M-RLP.

Razlika u razdvajajućim hiperravninama između dva slučaja je primjetna, ali relativno mala, a razlika u složenosti linearnog programa kojim se hiperravnine traže jako je velika. Radi ilustracije proračunske složenosti u nastavku se navode konkretni podaci za primjer prikazan slikama 3.6 i 3.7. Broj je uvjeta, koje u linearnom programu postavlja M-RLP koristeći 450 točaka u trima skupinama, 1800, a matrica A^{LP} koja opisuje linearni program



Slika 3.7: Podjela područja koristeći reducirani M-RLP.

zauzima 12.5 MB memorije. Naprotiv, u reduciranom slučaju, koristeći ukupno samo 54 ekstremalne točke, broj uvjeta pada na 216, a matrica A^{LP} zauzima 0.2 MB memorije.

Budući da M-RLP ne posjeduje nikakav oblik maksimizacije margine, mogla bi se, uz malo povećanje složenosti, uvesti suma $\|\omega_i - \omega_j\|_\infty$, a problem bi i dalje ostao linearan. Međutim, problem traženja hiperravnina razdvajanja kod elektroničke zaklopke već je i uz navedeno pojednostavljeno presložen za uvođenje novih uvjeta u linearni program.

M-SVM

SVM poopćen na problem s više skupina točaka, M-SVM, još je složeniji od M-RLP. Njegova je prednost u odnosu na M-RLP maksimizacija margina koja daje optimalne hiperravnine u linearno razdvojuvom slučaju pa bi njegova primjena često dala bolje rezultate od M-RLP. Međutim, M-SVM je, kao i SVM, kvadratni program te, uz danas raspoložive rješavače matematičkih programa, upotrebljiv samo za relativno mali broj točaka koje se klasificiraju.

M-SVM je dan sljedećim kvadratnim programom:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\omega^i, \gamma^i, v^{i,j}} \quad \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{i-1} \|\omega^i - \omega^j\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \|\omega^i\|^2 + C \sum_{i=1}^s \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^T v^{i,j} \\ \text{uz:} \quad v^{i,j} \geq -A^i(\omega^i - \omega^j)^T + (\gamma^i - \gamma^j)e + e, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, s, \\ \quad \quad v^{i,j} \geq 0, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, s, \end{array} \right. \quad (3-31)$$

gdje $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \|\omega^i\|^2$ u funkciji cilja služi za regularizaciju, a parametar C je isti onaj koji se koristi kod SVM. Veći C prevagu daje minimiziranju klasifikacijske pogreške, a manji maksimizaciji margine.

Poglavlje 4

Elektronička zaklopka automobila

4.1 Opis elektroničke zaklopke automobila

Elektronička zaklopka (engl. electronic throttle), prikazana slikom 4.1, regulira dotok zraka u motor automobila. Ugrađuje se u automobile radi boljeg dinamičkog ponašanja u odnosu na mehaničke izvedbe, što donosi brojne pogodnosti u radu, među kojima su efikasnija potrošnja goriva i smanjena emisija štetnih tvari. Upravljanje zakretom zaklopke jedna je od unutarnjih petlji brzog kaskadnog sustava upravljanja momentom motora. Pogon



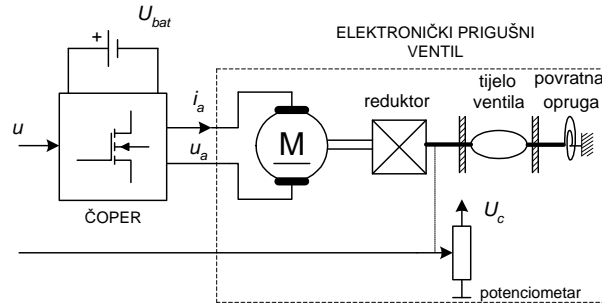
(a) Prigušni ventil



(b) Prijenosni mehanizam

Slika 4.1: Fotografije elektroničke zaklopke.

elektroničke zaklopke zapravo je istosmjerni slijedni sustav prikazan shemom na slici 4.2. Istosmjerni motor napaja se pomoću čoperskog bipolarnog pojačala snage. Izlazni napon pojačala upravlja se upravljačkim naponom u kojeg se dovodi sa A/D-D/A kartice računala. Tehnički detalji sklopovske izvedbe ovog sustava nalaze se u dodatku A. Zakret osovine motora prenosi se preko reduktora na osovinu na kojoj se nalazi zaklopka ventila. Na



Slika 4.2: Shematski prikaz procesa elektroničke zaklopke.

osovinu je vezana i povratna opruga kojom se ostvaruje protumoment momentu motora i postavljanje zaklopke u određeni položaj. Držanjem tijela ventila u određenom zakretu omogućen je željeni iznos dotoka zraka u motor. Dakle, radi se o SISO procesu, ulaz mu je upravljački napon u , a izlaz zakret ventila Θ . Odabrano vrijeme uzorkovanja je $T = 5$ ms.

4.2 Kontinuirani model elektroničke zaklopke

Kontinuirani nelinearni model elektroničke zaklopke na temelju fizikalnih jednadžbi koje opisuju proces dan je s:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a = K_{ch} u - K_v \omega_m, \quad (4-1)$$

$$m_m = K_t i_a, \quad (4-2)$$

$$m_{app} = m_m - m_S - m_L, \quad (4-3)$$

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = m_{app} - m_f, \quad (4-4)$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = K_l \omega_m, \quad (4-5)$$

$$\frac{dm_f}{dt} = f(m_f, \omega_m), \quad (4-6)$$

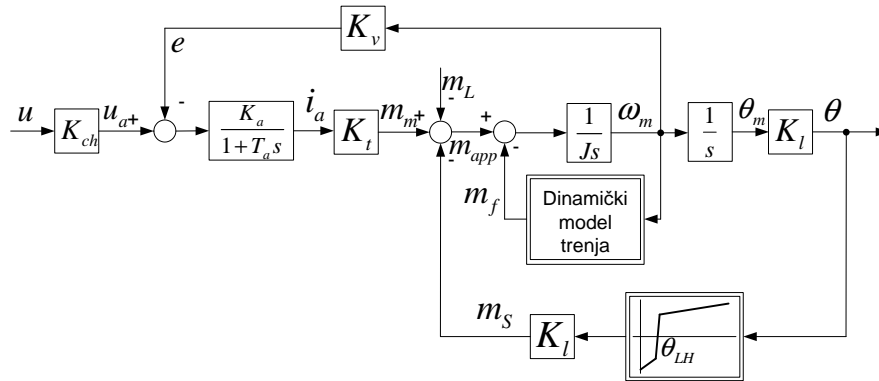
$$m_S = m_S(\Theta), \quad (4-7)$$

gdje je u ulazni upravljački napon, K_{ch} pojačanje čoperskog pojačala, i_a armaturna struja istosmjernog motora, m_m moment motora, m_S moment povratne opruge, m_L moment tereta, m_{app} narinuti moment, m_f moment trenja, ω_m kutna brzina motora, Θ pozicija (kut) zaklopke, R_a ukupni otpor armature, L_a induktivitet armature, K_t konstanta motora, K_v

konstanta elektromotorne sile, a K_l omjer prijenosnog reduktora. Dinamika armaturne struje može se zanemariti s obzirom da je vremenska konstanta $T_a = L_a/R_a = 0.5$ ms puno manja od vremena uzorkovanja $T = 5$ ms. Zato se relacija (4-1) zamjenjuje s:

$$i_a = K_a(u_a - K_v\omega_m), \quad (4-8)$$

gdje je $K_a = 1/R_a$. Kontinuirani nelinearni model prikazan je blokovskom shemom na slici 4.3.



Slika 4.3: Blokovska shema kontinuiranog nelinearnog modela.

4.2.1 Nelinearnost trenja

Relativno jeftine komponente koje se upotrebljavaju u masivnoj proizvodnji, kao što su npr. ležajevi i reduktori, često unose značajno trenje u proces. U prigušni ventil ugrađuju se upravo takve jeftine komponente radi pojeftinjenja proizvodnje automobila, a taj je nedostatak isplativo nadomjestiti dobrom upravljačkom strategijom. Jedno od mogućih rješenja je dakako modelsko prediktivno upravljanje.

Kod procesa elektroničke zaklopke javlja se kod trenja efekt predklizanja (engl. presliding effect). Radi se o trenju koje je znatno ispod iznosa statičkog trenja kada gibanje započinje, a raste do svog punog iznosa s kutom zakreta (hod približno 0.3°). Ovo je iznimno važno za model jer želimo da na temelju modela projektirani sustav slijeđenja bude točan do mjerne rezolucije zakreta ($\approx 0.1^\circ$).

Modeliranje trenja statičkim modelima, koji sadrže samo dva radna režima, mirovanje i gibanje, ne daje zadovoljavajuće rezultate. Naime, ako ih se upotrijebi za sintezu

prediktivnog regulatora kao u [26], dolazi do prekompenzacije trenja u području predklizanja te se javljaju oscilacije zakreta zaklopke oko bilo koje radne točke. Naprotiv, dinamički modeli trenja dobro opisuju međustanje između mirovanja i gibanja, a zahtijevaju jednu dodatnu varijablu stanja.

4.2.2 Nelinearnost karakteristike povratne opruge

Za razliku od trenja, nelinearnost karakteristike povratne opruge namjerno je unesena zbog funkcionalnosti prigušnog ventila. Karakteristika opruge prikazuje ovisnost momenta opruge svedenog na osovinu motora m_S o zakretu zaklopke ventila Θ (slika 4.4). U slučaju nestanka napajanja bitno je zaklopku ventila zaustaviti u položaju koji će vozaču omogućiti da se dovuče (engl. limp) do prvog servisa. Taj položaj naziva se LH položaj (engl. Limp Home), a nelinearnost karakteristike povratne opruge naziva se LH nelinearnost. Izgled nelinearne karakteristike proizlazi iz potrebe da zaklopka ventila, neovisno o njenom položaju i brzini vrtnje, u trenutku prestanka napajanja dođe u LH položaj. Zbog prisutnosti trenja karakteristika opruge u okolini LH položaja mora biti izuzetno strma. Karakteristika povratne opruge dana je relacijom (4-9):

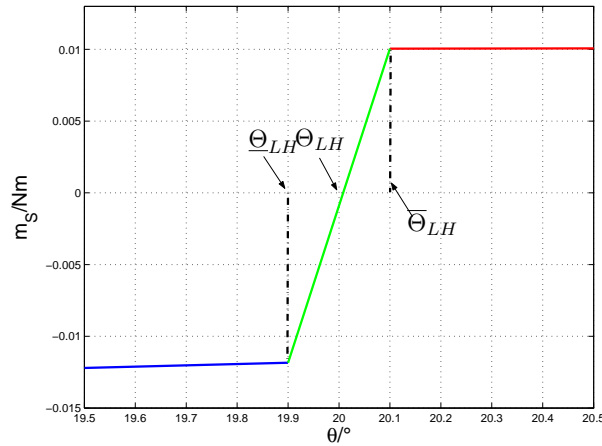
$$m_S = \begin{cases} K_l(K_{S11}\Theta + K_{S01}) & \text{ako je } \Theta \leq \underline{\Theta}_{LH}, \\ K_l(K_{S12}\Theta + K_{S02}) & \text{ako je } \underline{\Theta}_{LH} < \Theta \leq \bar{\Theta}_{LH}, \\ K_l(K_{S13}\Theta + K_{S03}) & \text{ako je } \Theta > \bar{\Theta}_{LH}, \end{cases} \quad (4-9)$$

gdje su K_{S1j} i K_{S0j} koeficijenti j -tog afinog zakona, $j \in \{1, 2, 3\}$, a $\underline{\Theta}_{LH}$ i $\bar{\Theta}_{LH}$ su kutovi zakreta zaklopke ventila gdje se afin zakon mijenja. Uvećani detalj karakteristike opruge oko LH položaja dan je na slici 4.4.

4.3 Vremenski diskretni PWA model zaklopke na temelju kontinuiranog

Sinteza modelskog prediktivnog regulatora zahtijeva vremenski diskretan model, za koji su potrebne linearizacija kontinuiranog nelinearnog modela te diskretizacija svakog lineariziranog submodela.

Međutim, vremenski diskretni PWA modeli imaju inherentan nedostatak pri opisu kontinuiranih nelinearnih sustava. Naime, kada unutar jednog koraka sustav prelazi iz područja nad kojim vrijedi jedan submodel u područje u kojem vrijedi neki drugi, tada se



Slika 4.4: Nelinearna momentna karakteristika povratne opruge.

uzima u obzir samo dinamika područja iz kojeg prijelaz započinje. Posljedica je povećana predikcijska pogreška, a taj je efekt sve izraženiji s porastom vremena uzorkovanja. Pri modeliranju trenja je navedeni nedostatak izražen pri nultoj brzini ($\omega_m = 0$), jer se afini submodeli prilično razlikuju za brzine veće i manje od nulte. Taj problem se rješava uvođenjem predikcije sljedećeg koraka brzine u PWA model [27], te dodatne podjele skupa procesnih stanja i ulaza granicom $\omega_{m,k+1}^i = 0$, gdje je $\omega_{m,k+1}^i$ predikcija brzine vrtnje motora nađena u diskretnom vremenskom trenutku k koristeći i -ti afin submodel.

Dakle, moguće je na temelju fizikalnog opisa zaklopke, dovoljno dobrog modela trenja u kontinuiranoj domeni i po dijelovima afine karakteristike opruge iznaći vremenski diskretan po dijelovima afin model. Međutim, takav model često nije zadovoljavajući. Dodatno, potrebno je 10 afinih submodela trenja i 3 submodela za opis opruge, koji kombinirano daju ukupno 30 submodela, što za MPC predstavlja izazovan problem.

Jedna je od glavnih motivacija ovog rada da se identifikacijom modela direktno u vremenski diskretnom PWA obliku premosti mukotrpan posao pronalaženja za primjene MPC-a zadovoljavajućeg modela u navedenom obliku na temelju poznavanja fizikalne pozadine procesa. Druga je pak da se iterativno postupkom identifikacije s različitim brojem submodela s nađe najjednostavniji mogući zadovoljavajući vremenski diskretni PWA model procesa, tj. minimalni s .

Poglavlje 5

Rezultati identifikacije PWA modela elektroničke zaklopke

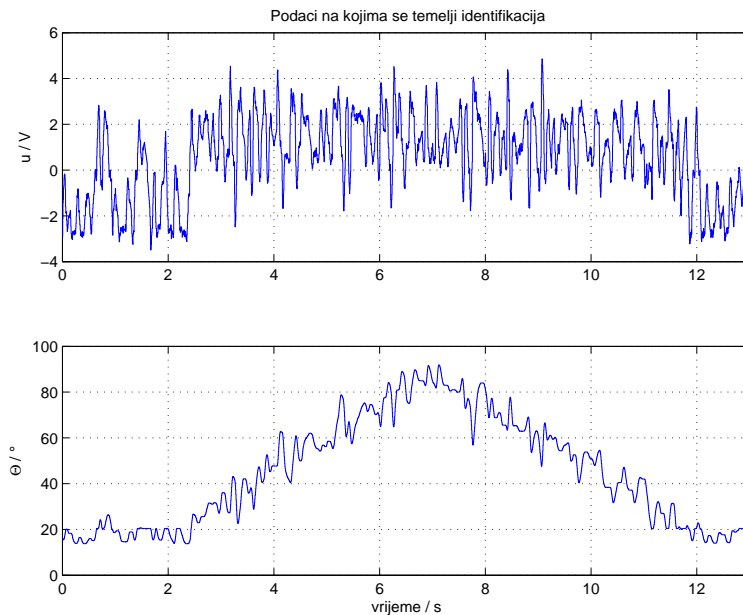
Opisani dorađeni algoritam za identifikaciju PWA modela procesa primijenjen je na procesu elektroničke zaklopke automobila. To je iznimno nelinearan proces s dvije izražene nelinearnosti opisane u potpoglavlju 4.2. Sa stajališta automatskog upravljanja, elektronička zaklopka predstavlja zanimljiv proces jer je izrazito nelinearan i stoga težak za upravljanje, a s druge strane ključan za dobivanje brzog kaskadnog sustava upravljanja momentom motora. Međutim, za primjenu naprednijih struktura upravljanja kao što je modelsko prediktivno upravljanje PWA procesima, kojim se dobiva brz i kvalitetan sustav upravljanja, potreban je PWA model procesa. Diskretizacijom lineariziranih kontinuiranih submodela nelinearnog modela često se ne dobiva zadovoljavajući model u vremenski diskretnom PWA obliku (vidi [27]).

5.1 Opis identifikacije PWA modela elektroničke zaklopke

Identifikacijski algoritam proveden je putem Interneta na računalu zasnovanom na UNIX operacijskom sustavu, koje se nalazi na ETH Zürich. Dano računalo posjeduje licencu za CPLEX8[®] [28] tvrtke ILOG, koji je korišten kao rješavač matematičkih programa. Također, količina memorije i procesorska snaga tog računala nadmašuju većinu današnjih osobnih računala. Sve to znatno je skratilo vrijeme izvođenja algoritma i povećalo broj regresora koji se koriste pri identifikaciji. U nastavku ovog potpoglavlja opisuju se posebnosti identifikacije PWA modela elektroničke zaklopke, parametri identifikacije te dobiveni model.

5.1.1 Prikupljane eksperimentalnih podataka

Tehnički detalji sustava upravljanja elektroničkom zaklopkom, pomoću kojeg su prikupljeni eksperimentalni podaci, dani su u dodatku A. Podaci se sastoje od ulaznog signala upravljačkog napona čopera u , te od izlaznog signala kuta zakreta zaklopke Θ . Ulazno-izlazni podaci, koji se koriste za identifikaciju, dobiveni su u zatvorenome krugu upravljanja, a korišten je PID regulator s parametrima podešenim prema optimumu dvostrukog odnosa (engl. damping optimum) [29].



Slika 5.1: Eksperimentalno prikupljeni ulazno-izlazni podaci na kojima se temelji identifikacija.

Naime, pokazalo se da je u otvorenome krugu vrlo teško generirati dovoljno informativni ulazni signal, tako da se bar približno pobude sve dinamike u čitavom rasponu kuta zakreta zaklopke. Pritom valja imati u vidu i potrebu za čim manjim brojem uzoraka. Nadalje, jednom kada zaklopka svlada trenje i započne gibanje, mala je razlika upravljačkog napona za male i velike kutove zakreta. S druge strane, brze promjene kuta zakreta zahtijevaju velike promjene upravljačkog napona pa se javlja povećan rizik učestalog dosezanja ograničenja kuta zakreta. To na koncu znači da je teško generirati upravljački signal u otvorenome krugu upravljanja koji će pobuditi sve dinamike procesa u čitavom rasponu kuta zakreta zaklopke, a da pritom relativno veliki broj regresora ne bude utrošen na iden-

tifikaciju ograničenja kuta. Regresore i submodel povoljnije je iskoristiti na identifikaciju nelinearnosti, koje su u odnosu na fizikalna ograničenja ipak prioritet. Dakle, iako je korišteni algoritam u stanju identificirati zasićenja koja su posljedica fizikalnih ograničenja kuta zakreta zaklopke, ta su zasićenja već poznata, a općenito ih se lako odredi pa nema potrebe da ih se identificira. Također, zasićenja je moguće naknadno dodati u model, a regresore treba na prvom mjestu iskoristiti za identifikaciju nelinearnosti procesa.

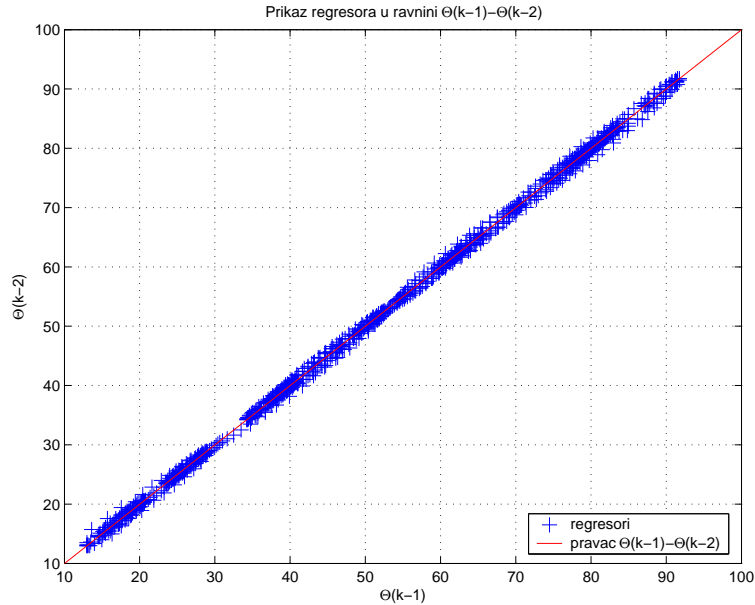
Odabran je broj uzoraka $N = 2600$, a izlaznom mjernom signalu naknadno je pribrojen šum malog iznosa zbog numeričke stabilnosti metode najmanjih kvadrata. Sam šum mjerenja ψ svodi se na šum od jednog bita vrlo grubog A/D pretvornika rezolucije 0.11° . Tako često signal kuta dulje vremena pri stajanju stoji u jednoj te istoj vrijednosti, pa ga je dopustivo dodatno zašumiti šumom puno manjim od rezolucije mjerenja. Slika 5.1 prikazuje ulazni signal napona u te izlazni signal kuta zakreta zaklopke Θ na kojima se temelji identifikacija.

5.1.2 Regresijski vektor za identifikaciju PWA modela

Prije identifikacije PWA modela potrebno je izabrati konačnu strukturu modela, odnosno regresijski vektor (vidi potpoglavlje 3.1). U identifikaciji procesa elektroničke zaklopke nije korišten regresijski vektor oblika (2-3) koji se koristi kod standardnih PWARX modela. Naime, pokazalo se da je za identifikaciju različitih afinih submodela nelinearnosti opruge i trenja, umjesto prošlih vrijednosti izlaza procesa, potrebno uvesti varijable stanja koje su linearna kombinacija prošlih vrijednosti izlaza. Kao što je već napomenuto u 3.1, za proces identifikacije svakako je povoljno znati fizikalnu pozadinu nelinearnosti u procesu. Rekonstruiranje onog stanja u regresijskom vektoru duž kojeg se nelinearnost najbolje manifestira omogućuje i dobru identifikaciju iste. PWARX model u stanju je dovoljno dobro opisati svaki afini submodel zasebno, ali identifikacija različitih submodela uvelike ovisi o euklidskoj udaljenosti među regresijskim vektorima u regresijskom skupu \mathcal{X} . Linearnom transformacijom nad polaznim regresorima x_k te se udaljenosti mogu izmijeniti s ciljem utjecaja na ishod identifikacije.

Slika 5.2 ilustrira problem identifikacije različitih submodela trenja ako se za strukturu modela izabere PWARX opisan u odjeljku 2.1.2. Slijedeći pretpostavku da regresori koji su blizu jedan drugome pripadaju istom submodelu, zajedno se svrstavaju oni s potpuno različitim parametrima. Naime, pravac $\Theta_{k-1} = \Theta_{k-2}$ označava nultu brzinu ($\omega = 0$)

koja je granica različitih submodela trenja, a regresori ispod i iznad tog pravca bliži su nego većina regresora samo ispod, odnosno samo iznad.



Slika 5.2: Ilustracija problema identifikacije trenja uz regresijski vektor prema (2-3).

Dakle, budući da je iz prethodnog poglavlja poznato da je trenje jako izraženo u ovom procesu, regresore treba značajnije raspršiti u odnosu na razliku kutova, tj. potrebno je uvesti veličinu proporcionalnu brzini vrtnje kao stanje u regresijski vektor. Brzina vrtnje se ne mjeri, već se približno određuje na temelju dva prethodna stanja kuta Θ :

$$\omega_{k-1} = \frac{\pi}{180T} (\Theta_{k-1} - \Theta_{k-2}) \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right], \quad (5-1)$$

gdje je T vrijeme uzorkovanja. Pritom se pretpostavlja konstantnost brzine vrtnje po odsječcima. Nadalje, nelinearnost se trenja također ističe duž dinamičkog momenta trenja, a kutna akceleracija direktno je proporcionalna razlici narinutog momenta i dinamičkog momenta trenja (4-4). Akceleracija posredno ovisi i o momentu opruge. Kutna akceleracija

$$\alpha_{k-1} = \frac{\pi}{180T^2} (\Theta_{k-1} - 2\Theta_{k-2} + \Theta_{k-3}) \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right] \quad (5-2)$$

skalira se i uvodi kao treći element regresijskog vektora. Dodatno opravdanje uvođenja kutne akceleracije u regresijski vektor kao treće varijable stanja jesu znatno bolji rezultati identifikacije kada se ona koristi. Dakle, u regresijskom vektoru koriste se skalirane kutna

brzina vrtnje i kutna akceleracija umjesto Θ_{k-2} i Θ_{k-3} . Koristi se i jedna skalirana prošla vrijednost ulaza, a uvođenje više prošlih vrijednosti ulaza i izlaza u regresijski vektor ne manifestira se primjetnim poboljšanjem identificiranog modela. Također, dodatna dimenzija regresijskog vektora, zbog računske složenosti, komplicira nalaženje granica područja gdje pojedini submodeli vrijede.

Matematički gledano, uvedene promjene predstavljaju linearnu transformaciju u paru kanonskih baza:

$$\check{x} = Lx, \quad (5-3)$$

iz prostora \mathcal{X} u $\check{\mathcal{X}}$ gdje je matrica L linearni operator:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ K_\omega & -K_\omega & 0 & 0 \\ K_\alpha & -2K_\alpha & K_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_u \end{bmatrix}, \quad (5-4)$$

te je i inverzna transformacija L^{-1} dobro definirana, tj. bit će moguće dobiveni model u $\check{\mathcal{X}}$ vratiti u \mathcal{X} , jer je matrica L punog ranga. Koeficijenti K_ω i K_α pritom su:

$$\begin{aligned} K_\omega &= K'_\omega \cdot \frac{\pi}{180T} \neq 0, \\ K_\alpha &= K'_\alpha \cdot \frac{\pi}{180T^2} \neq 0, \\ K_u &= K'_u \neq 0. \end{aligned} \quad (5-5)$$

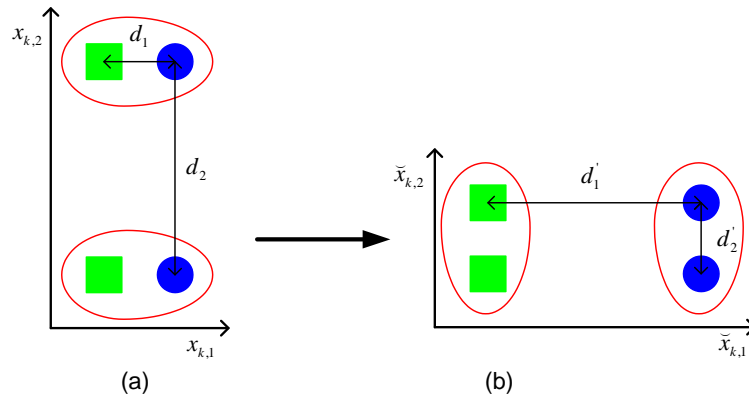
Koeficijenti K'_ω , K'_α i K'_u služe za (ra)stezanje regresijskih vektora, a transformacija koja daje takav efekt naziva se operator homotetije [30]. Dakle, oblik je regresijskog vektora koji se koristi u primjeni algoritma na elektroničkoj zaklopci:

$$\check{x}_k = \begin{bmatrix} y_{k-1} & K_\omega(y_{k-1} - y_{k-2}) & K_\alpha(y_{k-1} - 2y_{k-2} + y_{k-3}) & K_u u_{k-1} \end{bmatrix}^T. \quad (5-6)$$

Linearni operator (5-4) sadrži, dakle, linearnu transformaciju ulančanu s homotetijom, sve u paru kanonskih baza. Rastezanje je vektora potrebno zbog specifičnog utjecaja pojedine varijable stanja na uskupljavanje u skupine. Naime, iako je izvorna zamisao autora algoritma da su regresori koji se nalaze blizu jedan drugome vrlo vjerojatno proizašli iz istog submodela, unutar regresijskog skupa \mathcal{X} udaljenost prema euklidskoj normi može drastično ovisiti o stvarnim numeričkim vrijednostima raspona pojedinih elemenata regresora. S druge strane, normiranje svih raspona elemenata na iste vrijednosti ne daje prikladne

rezultate. Zato se početne vrijednosti koeficijenata K'_ω , K'_α i K'_u u linearnom operatoru trebaju postaviti na vrijednosti koje će sve raspone elemenata učiniti približno jednakima, ali njihove se konačne vrijednosti određuju metodom pokušaja i pogreške, imajući u vidu fizikalnu stranu nelinearnosti, te duž kojeg stanja se ona manifestira. Pomoću navedenih koeficijenata utječemo na euklidsku udaljenost regresijskih vektora nakon transformacije, a time i na ishod njihovog grupiranja u LD, s nastojanjem da bude što više čistih LD.

Slikom 5.3 ilustriran je utjecaj homotetije na euklidsku udaljenost. Na slici 5.3



Slika 5.3: Ilustracija utjecaja homotetije na euklidsku udaljenost.

(a) skicirane su dvije pretpostavljene skupine. Međutim, numeričke vrijednosti točaka u skupinama uzrokuju krivu interpretaciju udaljenosti, te će, uz $c = 2$, sva četiri LD biti miješana. S druge strane, na slici 5.3 (b) vektori u smjeru osi $x_{k,2}$ stegnuti su koeficijentom $K < 1$ te dolazi do ispravne interpretacije udaljenosti, pa će sva četiri dobivena LD biti čisti.

5.1.3 Parametri identifikacije

Kao kompromis između što manjeg broja submodela koji zahtijevaju modelsko prediktivno upravljanje i računaska složenost M-RLP, te što boljeg PWA modela, izabrano je $s = 12$.

Granice regresijskog skupa unutar kojih se nalaze sva područja odabrane su prema fizikalnim ograničenjima zaklopke. Naime, kut zakreta fizički ne može biti manji od $\Theta_{\min} = 12.8^\circ$ niti veći od $\Theta_{\max} = 103.4^\circ$. Promjena kuta u jednom koraku uglavnom nije veća $|\Delta\Theta|_{\max} = 2.5^\circ$. Prema tome, maksimalna apsolutna vrijednost varijable proporcionalne

brzini vrtnje ne može biti veća od $K_\omega|\Delta\Theta|_{\max}$, a one pak proporcionalne kutnoj akceleraciji od $0.5K_\alpha|\Delta\Theta|_{\max}$. Vrijednost napona je ograničena na $|u|_{\max} = 5$ V. Izabrani je regresijski skup \check{X} određen dakle matricama:

$$\check{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \check{K} = \begin{bmatrix} \Theta_{\max} \\ -\Theta_{\min} \\ K_\omega|\Delta\Theta|_{\max} \\ K_\omega|\Delta\Theta|_{\max} \\ 0.5K_\alpha|\Delta\Theta|_{\max} \\ 0.5K_\alpha|\Delta\Theta|_{\max} \\ K_u|u|_{\max} \\ K_u|u|_{\max} \end{bmatrix}. \quad (5-7)$$

Izabrani su koeficijenti rastezanja baze regresijskog vektora $K'_\omega = 8$, $K'_\alpha = 0.013$ i $K'_u = 4.5$. Uz takve koeficijente, uskupljavanje daje zadovoljavajuće rezultate. Ovdje treba napomenuti da se izbor koeficijenata ne vrši sam za sebe, jer ishod uskupljavanja zapravo ovisi o svim parametrima identifikacije, a zbog lokalnih minimuma kriterijske funkcije i slučajnog izbora inicijalizacije ima i stohastički karakter. Zato je potreban relativno velik broj pokušaja da se koeficijenti homotetije usklade s ostalim parametrima.

Parametar c (vidi poglavlje 3), uz odabrani broj uzoraka N , postavljen je na vrijednost $c = 58$. Jednom kada su koeficijenti rastezanja baze i parametar c izabrani, identifikacijski se algoritam ponovno provodi, a uskupljavanje je pritom ponovljeno 40 puta kako bi se čim bliže prišlo globalnom minimumu kriterijske funkcije uskupljavanja (3-12) (vidi odjeljak 3.2.3).

5.1.4 PWA model elektroničke zaklopke

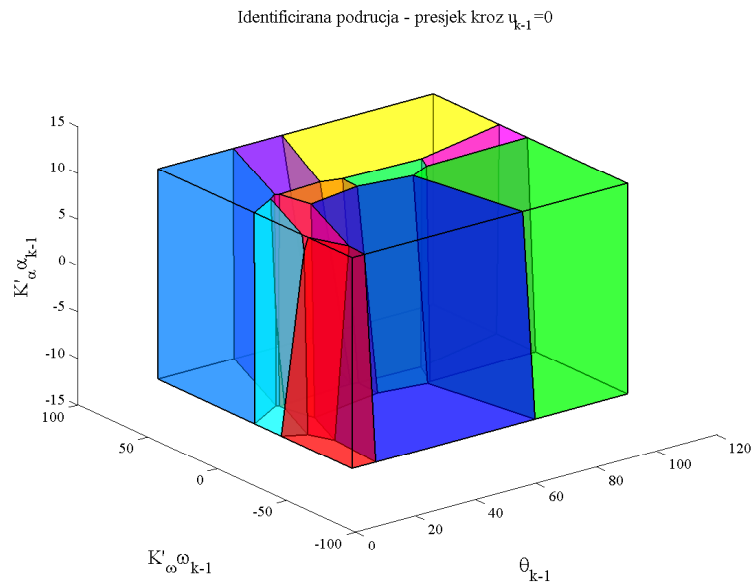
Po dijelovima afin model elektroničke zaklopke nemoguće je prikazati u kompaktnom obliku zbog velikog broja različitih parametara. Parametri uključuju koeficijente afinih submodela i granica područja nad kojima isti vrijede.

Izborom dimenzije regresijskog vektora $n = 4$ određena je dimenzija vektora parametara θ_i koja je zbog afinog člana za jedan veća i iznosi 5. Parametri su dani u tablici 5.1. Granice područja imaju znatno veći broj parametara pa se ovdje neće navoditi.

	$\theta_{i,1}$	$\theta_{i,2}$	$\theta_{i,3}$	$\theta_{i,4}$	$\theta_{i,5}$
θ_1	0.9994	0.0282	0.0038	0.0596	-0.5008
θ_2	0.9988	0.0271	-0.0115	0.0669	-0.5202
θ_3	1.0008	0.0075	0.0097	0.0217	-0.2163
θ_4	0.9997	0.0089	-0.0050	0.0266	-0.1459
θ_5	0.9997	0.0080	-0.0027	0.0264	-0.1422
θ_6	0.9983	0.0303	-0.0284	0.0546	-0.0746
θ_7	0.9984	0.0297	-0.0237	0.0553	-0.1005
θ_8	0.9883	0.0130	0.0161	0.0145	0.1643
θ_9	0.8531	-0.0015	-0.0030	0.0005	2.9919
θ_{10}	0.9674	0.0280	-0.0120	0.0548	0.8001
θ_{11}	0.9800	-0.0008	-0.0140	0.0220	0.5291
θ_{12}	0.9665	0.0271	-0.0201	0.0701	1.3360

Tablica 5.1: Parametri afinih submodela.

Zbog nemogućnosti prikaza geometrijskih likova i točaka u četverodimenzionalnom prostoru, prikazuju se tek presjeci čitavog regresijskog skupa $\check{\mathcal{X}}$. Na slici 5.4 prikazan je presjek identificiranih područja kroz $u_{k-1} = 0$.

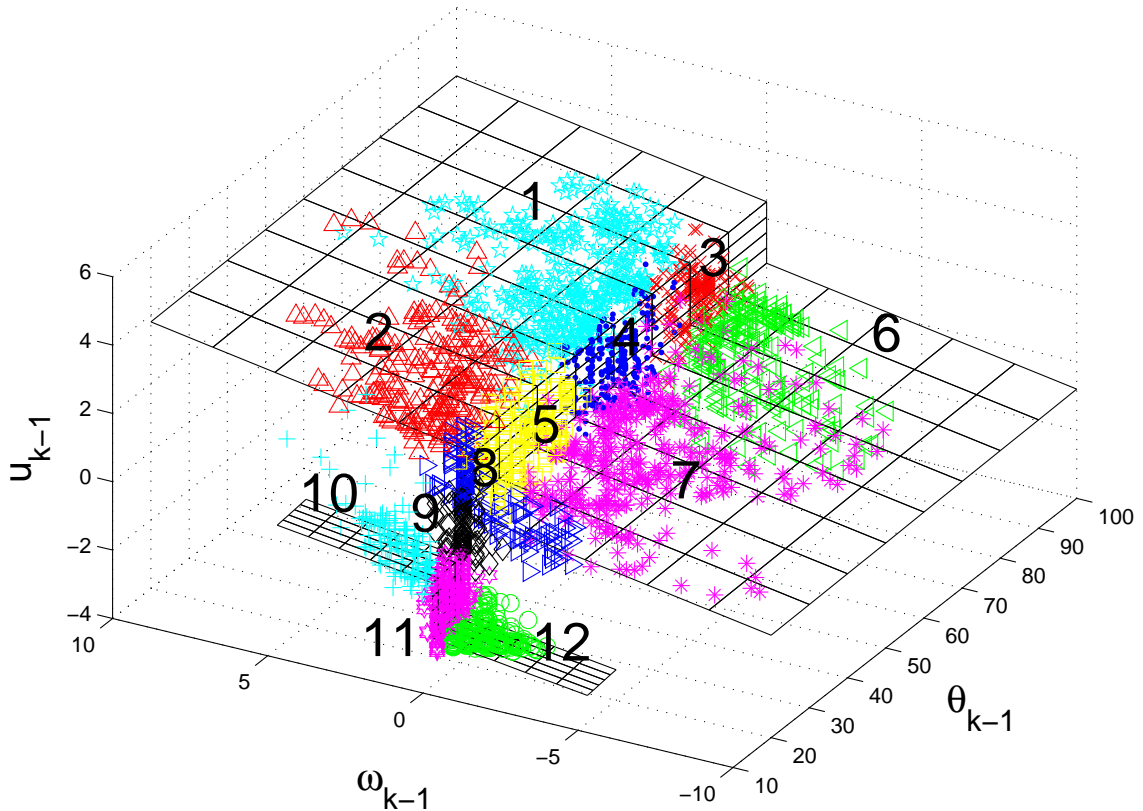
Slika 5.4: Trodimenzionalni presjek četverodimenzionalnog regresijskog skupa \mathcal{X} kroz stanje $u_{k-1} = 0$.

Tablica 5.2 daje efikasnost klasifikacije regresora, tj. postotak regresora koji su se našli unu-

tar granica vlastitog područja nakon klasifikacije koristeći reducirani M-RLP (vidi odjeljak 3.2.6).

submodel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
efikasnost [%]	94.2	98.2	98.1	96.7	95.2	96.0	95.4	92.8	95.2	98.6	96.4	100.0

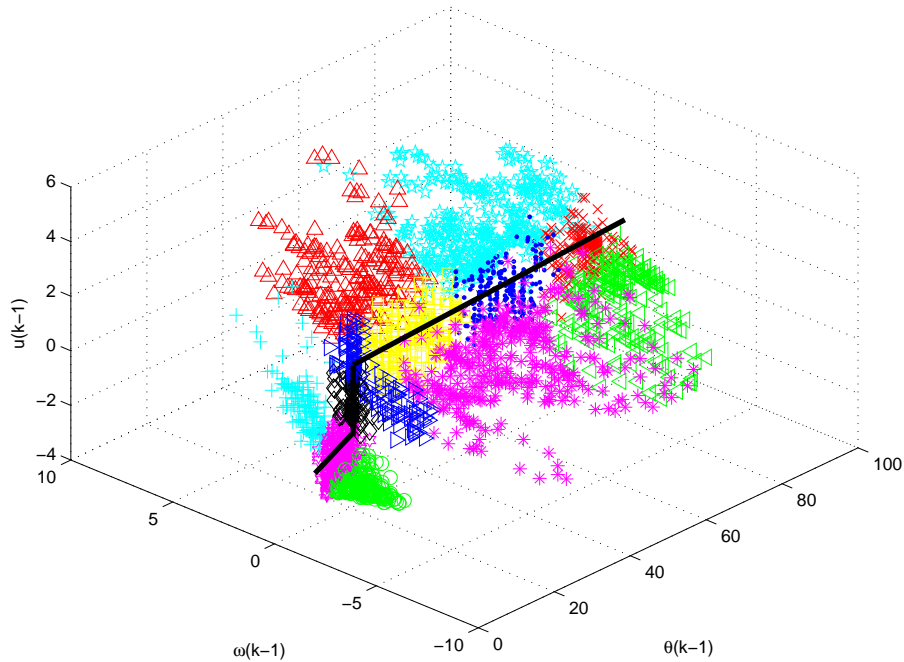
Tablica 5.2: Efikasnost klasifikacije koristeći reducirani M-RLP.



Slika 5.5: Trodimenzionalni prikaz distribucije regresijskih vektora uz naznaku karakteristike trenja.

Slika 5.5 prikazuje distribuciju regresora u regresijskom skupu \mathcal{X} . Različitim je simbolima naznačena pripadnost različitim submodelima. Treba napomenuti da su na slici prikazane tri od stvarne četiri komponente regresijskih vektora, i to Θ_{k-1} , ω_{k-1} i u_{k-1} u stvarnom mjerilu ($K'_\omega = 1$, $K'_\alpha = 1$ i $K'_u = 1$). Submodele s oznakama od 1 do 7 karakterizira kut zakreta $\Theta > \Theta_{LH}$. Pritom submodeli s oznakama 1 i 2 vrijede za velike pozitivne brzine,

submodele označene s 3, 4 i 5 povezuje mala brzina, a oni s oznakama 6 i 7 vrijede za velike negativne brzine. Submodeli označeni s 10, 11 i 12 vrijede za kutove zakreta $\Theta < \Theta_{LH}$, a opet se razlikuju prema brzini za koju su definirani. Submodeli 8 i 9 vrijede za kut zakreta $\Theta \approx \Theta_{LH}$ i brzinu $\omega \approx 0$ u velikom rasponu napona. Na slici je 5.5 pomoću ravnina približno skicirana histerezna karakteristika trenja prema raspodjeli uskupljenih regresora u regresijskom skupu. Slika 5.6 kvalitativno prikazuje kako se očituje karakteristika povratne opruge u prostornoj raspodjeli regresijskih vektora.



Slika 5.6: Trodimenzionalni prikaz distribucije regresijskih vektora uz naznaku karakteristike povratne opruge.

Naknadno dodavanje ograničenja kuta zakreta u model provedeno je podjelom submodela s indeksima 1, 3, 11 i 12. Podjelom se dobiju submodeli s indeksima 13, 14, 15 i 16. Za te je submodele najvjerojatnije prekoračenje kuta zakreta. Submodel s indeksom

$i = 1$ dijeli se na dva submodela postavljanjem ograničenja:

$$\begin{aligned} \Theta_{k+1} &= \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix}^T \theta_1, \text{ ako je } \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix}^T \theta_1 < \Theta_{\max}, \\ \Theta_{k+1} &= \Theta_{\max}, \text{ ako je } \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix}^T \theta_1 \geq \Theta_{\max}. \end{aligned} \quad (5-8)$$

Sređenjem se dobije pogodniji oblik:

$$\begin{aligned} \Theta_{k+1} &= \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix}^T \theta_1, \text{ ako je } x_k^T \begin{bmatrix} \theta_{1,1} \\ \theta_{1,2} \\ \theta_{1,3} \\ \theta_{1,4} \end{bmatrix} < \Theta_{\max} - \theta_{1,5}, \\ \Theta_{k+1} &= \Theta_{\max}, \text{ ako je } x_k^T \begin{bmatrix} \theta_{1,1} \\ \theta_{1,2} \\ \theta_{1,3} \\ \theta_{1,4} \end{bmatrix} \geq \Theta_{\max} - \theta_{1,5}. \end{aligned} \quad (5-9)$$

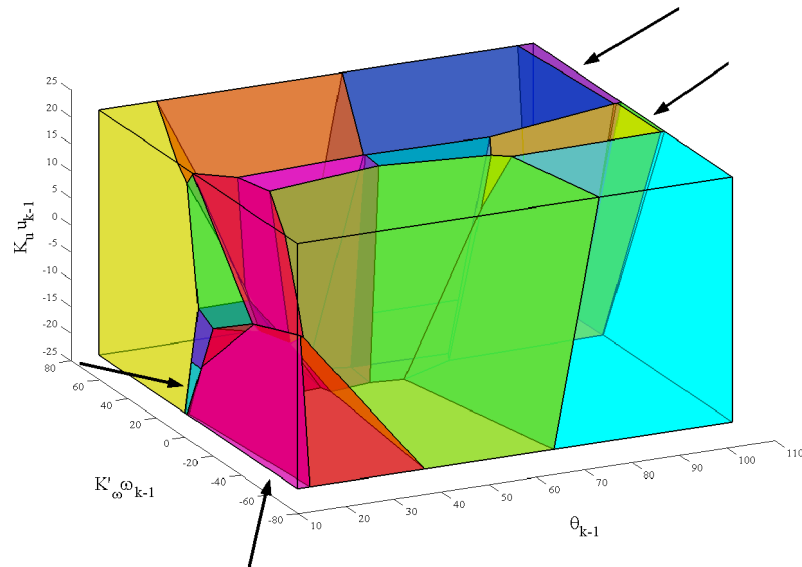
Matrice \check{H}_1 i \check{K}_1 prema (3-21) potrebno je osvježiti:

$$\check{H}'_1 = \begin{bmatrix} \check{H}_1 & & & & \\ \theta_{1,1} & \theta_{1,2} & \theta_{1,3} & \theta_{1,4} & \end{bmatrix}, \quad \check{K}'_1 = \begin{bmatrix} \check{K}_1 & \\ \Theta_{\max} - \theta_{1,5} & \end{bmatrix}. \quad (5-10)$$

Također, dodaje se novi submodel s indeksom 13 koji je određen s:

$$\theta_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Theta_{\max} \end{bmatrix}, \quad \check{H}_{13} = \begin{bmatrix} \check{H}_1 & & & & \\ -\theta_{1,1} & -\theta_{1,2} & -\theta_{1,3} & -\theta_{1,4} & \end{bmatrix}, \quad \check{K}_{13} = \begin{bmatrix} \check{K}_1 & \\ -\Theta_{\max} + \theta_{1,5} & \end{bmatrix}. \quad (5-11)$$

Postupak uvođenja granice kuta zakreta i podjele ostalih submodela potpuno je analogan gore opisanom postupku. Sveukupno se dobije četiri nova submodela. Slika 5.7 prikazuje presjek regresijskog skupa kroz $\alpha_{k-1} = 0$ s dodanim submodelima ograničenja kuta.



Slika 5.7: Presjek regresijskog skupa kroz stanje $\alpha_{k-1} = 0$ s dodanim ograničenjima kuta.

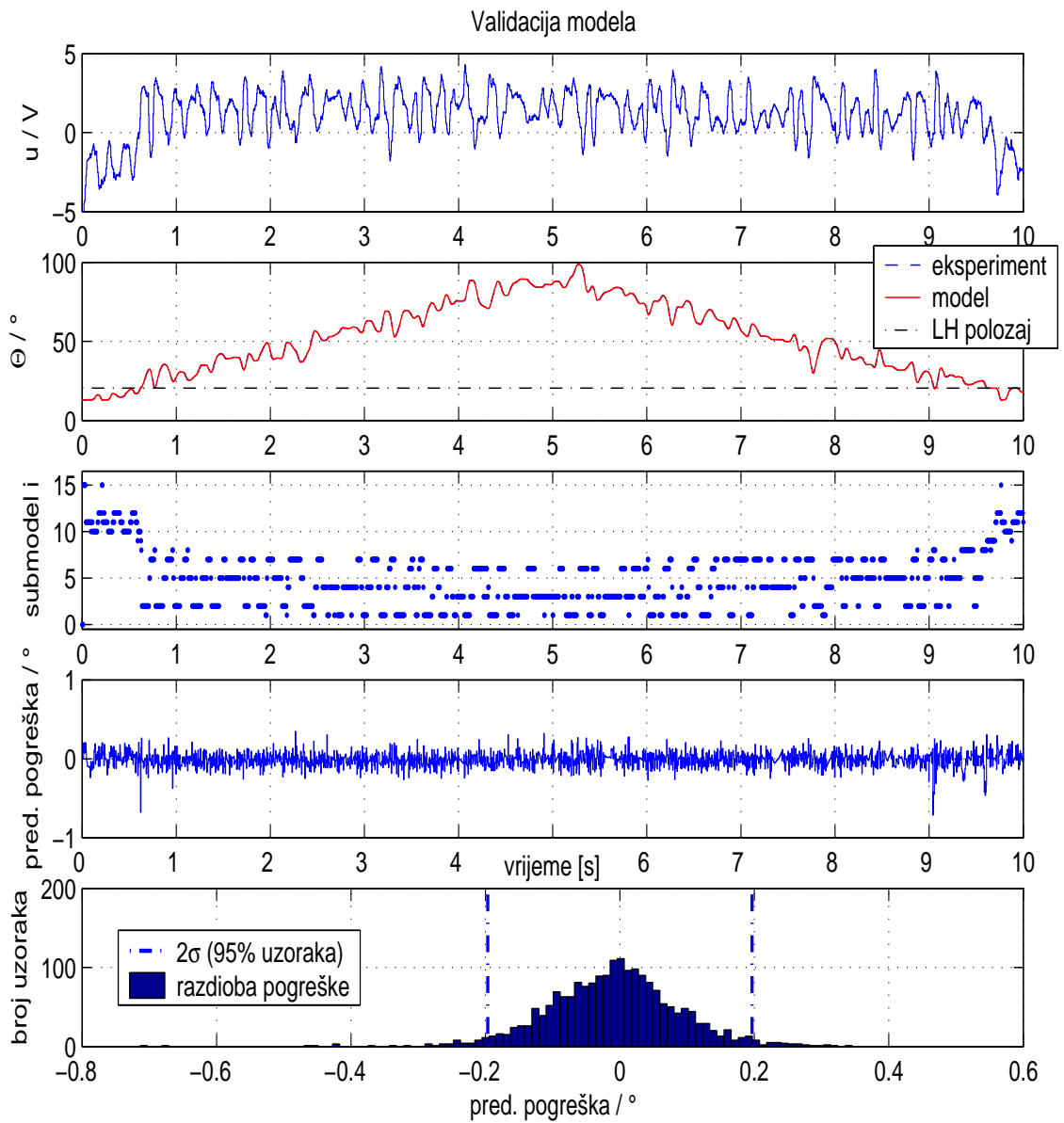
5.2 Validacija identificiranog PWA modela elektroničke zaklopke

Validacija modela obavljena je s naglaskom na predikcijskoj pogrešci modela kada se za prethodna stanja uzimaju točne vrijednosti stanja procesa. Naime, sinteza robusnog prediktivnog regulatora temelji se na poznavanju predikcijske pogreške pa je pri validaciji skrenuta pažnja na njen iznos i približnu vrijednost standardne devijacije. Predikcijska pogreška je na slikama koje prikazuju odzive on-line validacije dana iznosom u svakom koraku, te razdiobom uz naznaku granice koja odgovara vrijednosti od dvije standardne devijacije (2σ). Približan broj uzoraka koji obuhvaća Gaussova razdioba pogreške s granicama $\pm 2\sigma$ nešto je veći od 95%. Slijede slike koje prikazuju validacijske odzive. Svaka od njih podijeljena je na pet grafova. Na prvom se grafu nalazi upravljački signal, dok su na drugom usporedno dani odzivi procesa i modela. Na trećem grafu može se pratiti kojim je submodelom generiran pojedini izlaz modela. Četvrti graf daje iznos predikcijske pogreške u svakom koraku, a peti približnu distribuciju iste. Slike 5.8 i 5.9 prikazuju kako se predikcijska pogreška ponaša u čitavom rasponu kuta zakreta zaklopke, a na temelju eksperimentalnih podataka dobivenih u zatvorenom krugu upravljanja. Na slici 5.8 može se vidjeti dobro ponašanje modela s re-

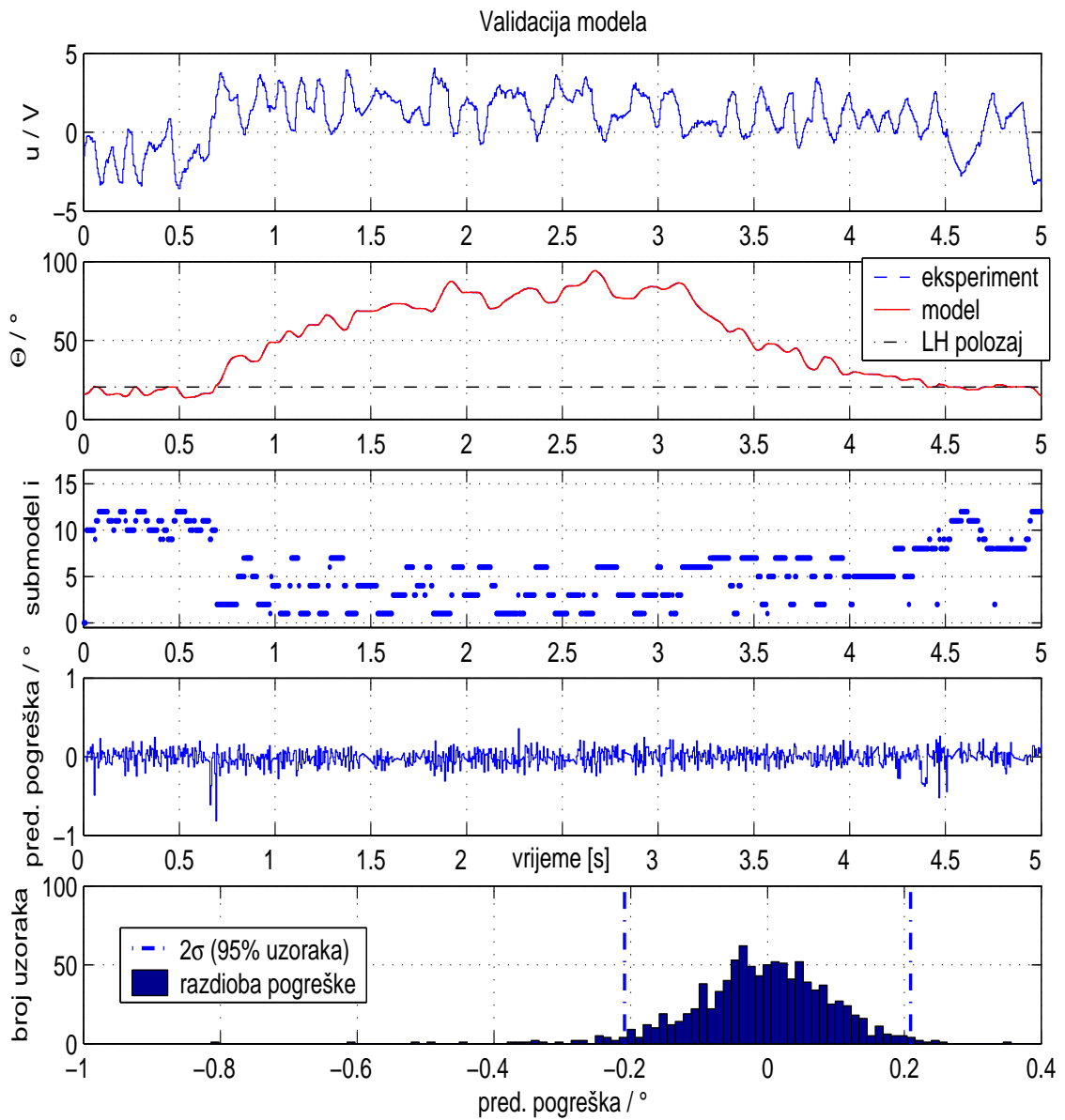
lativno malom predikcijskom pogreškom u velikom rasponu kuta zakreta. Također, može se primijetiti veliki broj izmjena među različitim submodelima u kojima se model u određenom trenutku nalazi. Pri samom početku i samom kraju vremenske osi odziva, proces se u nekoliko trenutaka nađe u zasićenju, a model ga pritom dobro prati. Najveća predikcijska pogreška javlja se u uskom području oko $\Theta = \Theta_{LH}$. Za grafove na slici 5.9 vrijedi slična diskusija kao za sliku 5.8. Radi se o malo drugačijem tipu odziva, gdje se proces duže zadržava pri većim kutovima zakreta i pritom sporije prelazi između različitih submodela. Može se vidjeti kako za porast, mirovanje i opadanje kuta vrijede različiti submodeli (trenje). Na dvjema opisanim slikama granica razdiobe predikcijske pogreške 2σ manja je od iznosa dvije rezolucije mjerenja, što je dobar rezultat.

Slike 5.10, 5.11 i 5.12 prikazuju kako se predikcijska pogreška ponaša na manjem rasponu kuta zakreta zaklopke oko $\Theta = \Theta_{LH}$, a na temelju eksperimentalnih podataka dobivenih u otvorenom krugu upravljanja. Korisiti se upravljački signal bitno različit od onog koji se koristi pri identifikaciji. Predikcijska pogreška opet je najveća u uskom području oko $\Theta = \Theta_{LH}$. Veći broj prelazaka preko $\Theta = \Theta_{LH}$ na tim slikama doprinosi i širim granicama razdiobe pogreške.

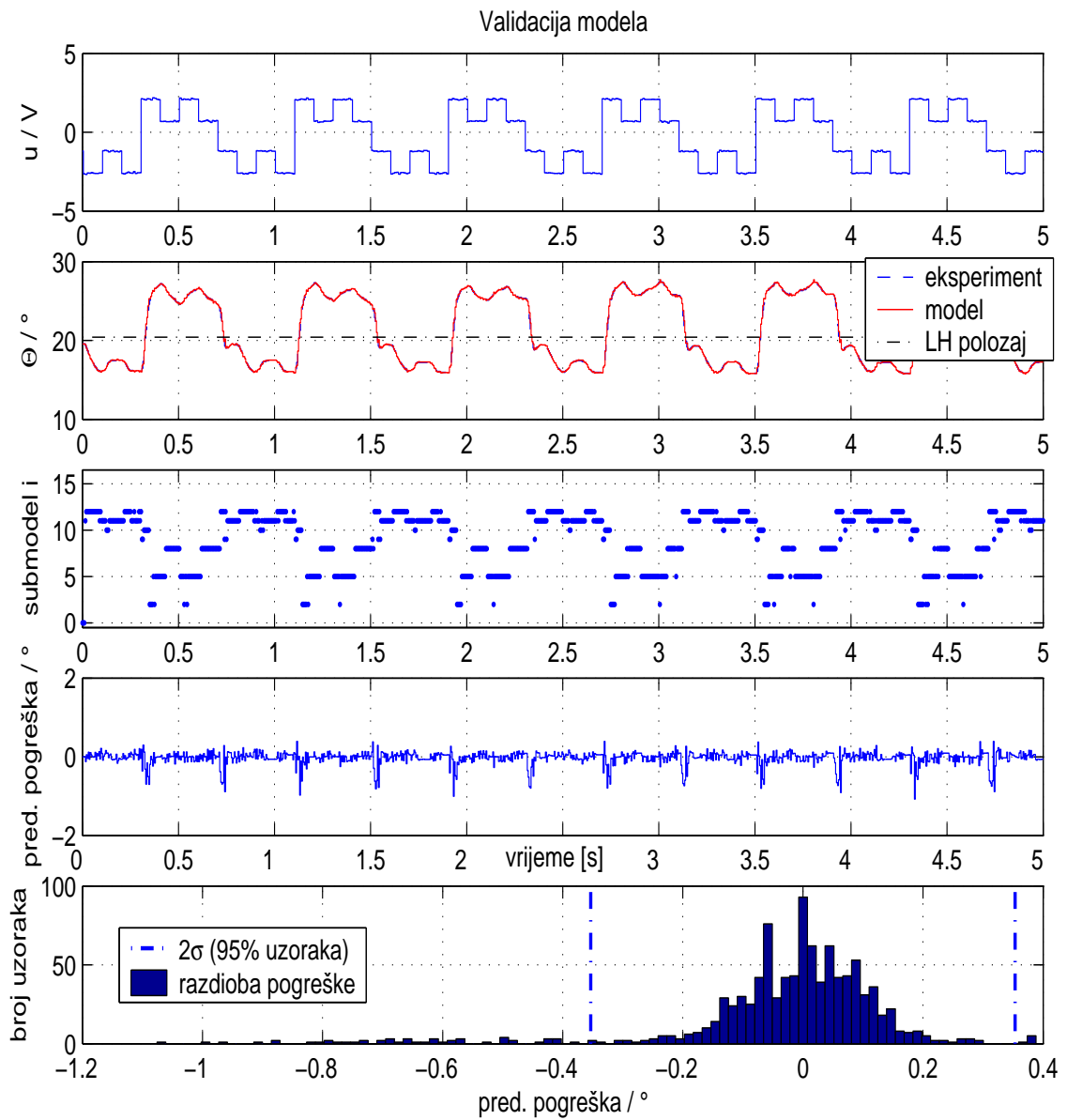
Slika 5.13 prikazuje ponašanje modela uz upravljački signal „chirp” tipa. Predikcijska pogreška velika je u čitavom području srednjih frekvencija upravljačkog napona, a pri visokim frekvencijama opada do vrlo malog iznosa. Za bolje ponašanje modela oko $\Theta = \Theta_{LH}$ korisno bi bilo identifikaciju obaviti uz podatke dobivene upravljačkim signalom „chirp” tipa, međutim tada ne bi bilo moguće identificirati različite dinamike u velikom rasponu kuta zakreta.



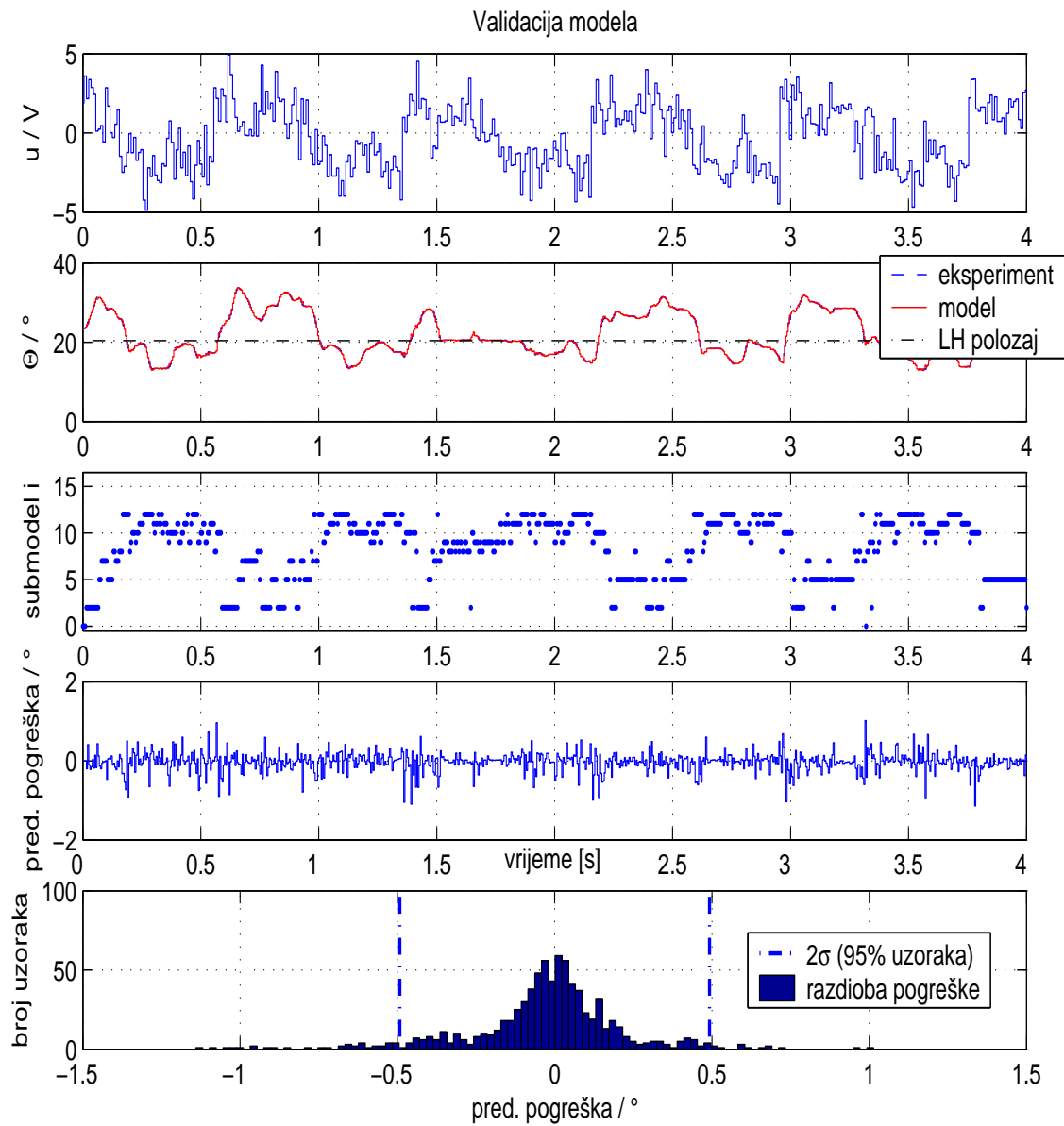
Slika 5.8: Validacija pomoću predikcijske pogreške u čitavom rasponu kuta zakreta.



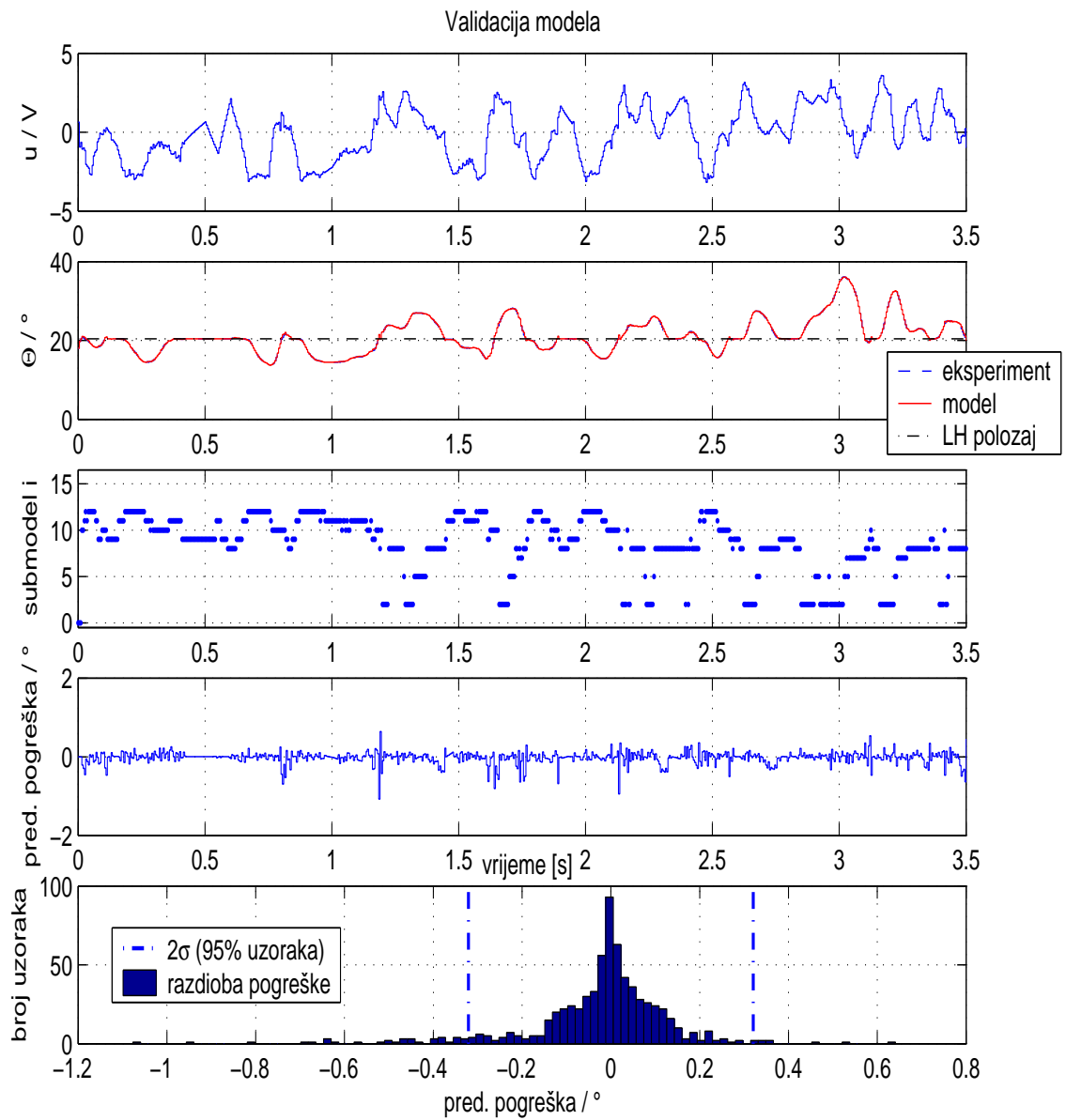
Slika 5.9: Validacija pomoću predikcijske pogreške u čitavom rasponu kuta zakreta.



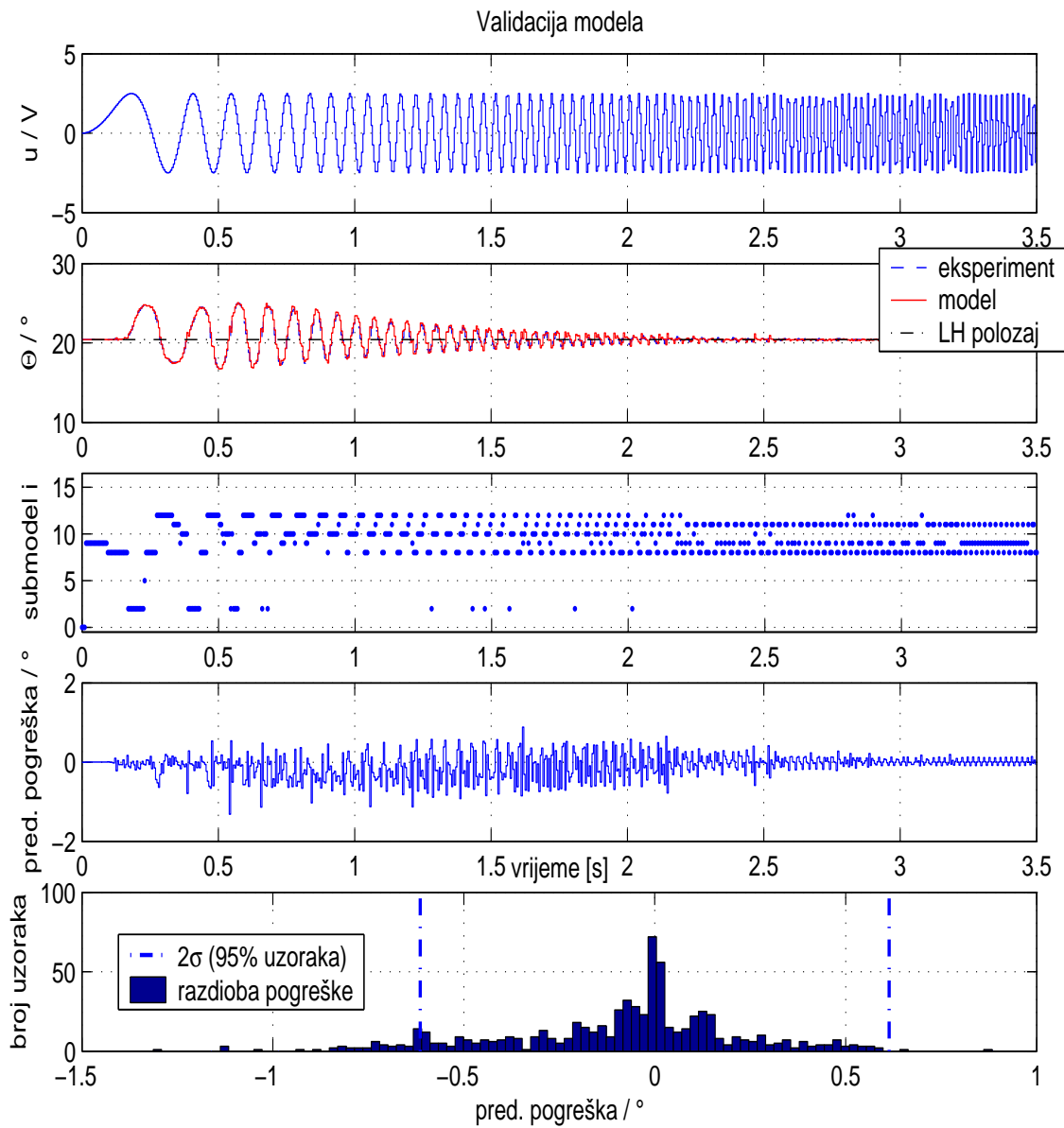
Slika 5.10: Validacija pomoću predikcijske pogreške oko $\Theta = \Theta_{LH}$.



Slika 5.11: Validacija pomoću predikcijske pogreške oko $\Theta = \Theta_{LH}$.



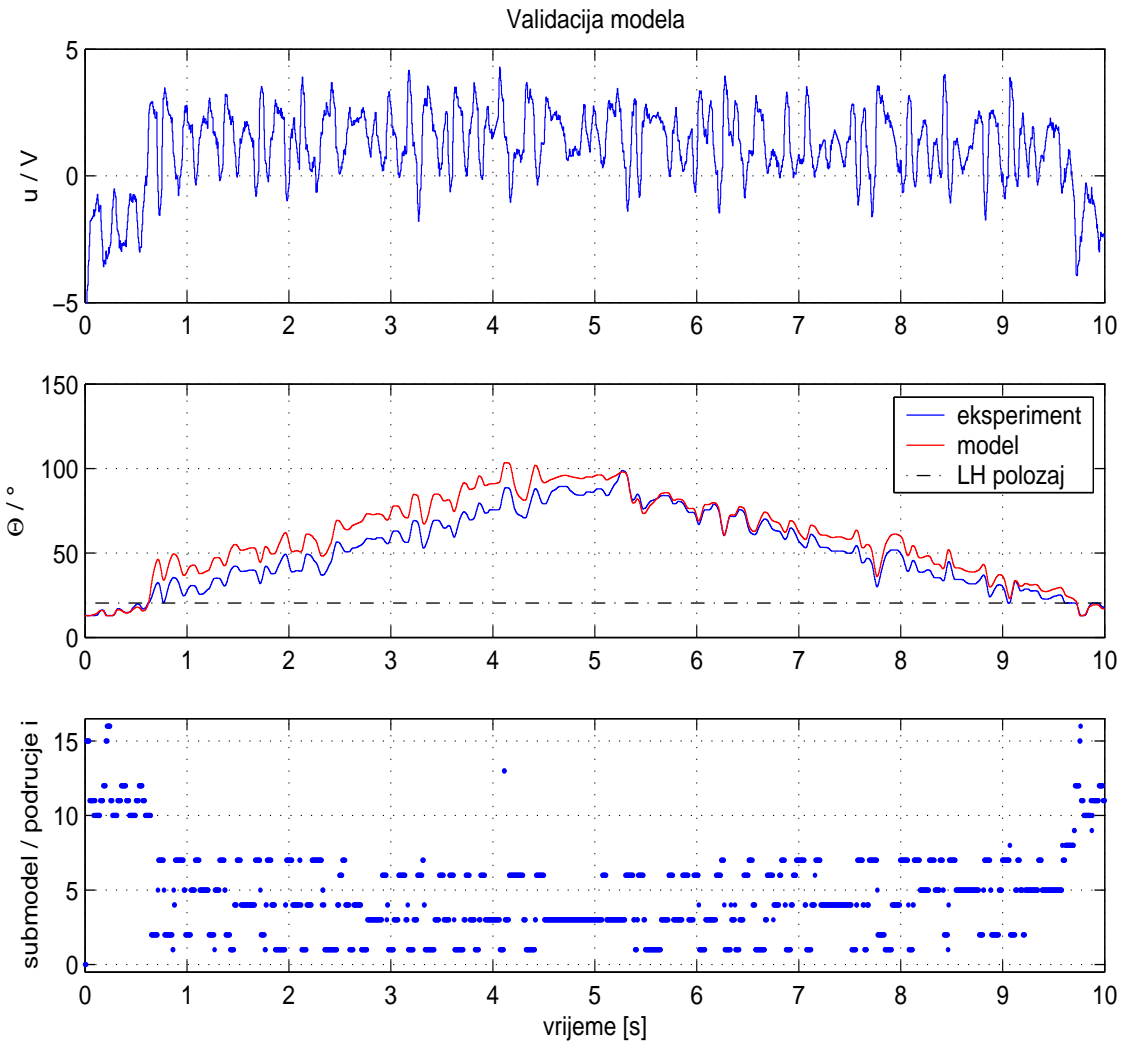
Slika 5.12: Validacija pomoću predikcijske pogreške oko $\Theta = \Theta_{LH}$.



Slika 5.13: Validacija pomoću predikcijske pogreške na ulaznom signalu „chirp” tipa.

Kod svih odziva predikcijska pogreška je najveća prilikom prelaska preko kuta zakreta koji odgovara LH položaju (vidi odjeljak 4.2.2). Model u tom području griješi iz više razloga, među kojima je već spomenuti nedostatak pri opisu kontinuiranih nelinearnih sustava, kada unutar jednog koraka sustav prelazi iz područja nad kojim vrijedi jedan submodel u područje u kojem vrijedi neki drugi (vidi potpoglavlje 4.3). Kod elektroničke zaklopke prilikom prelaska preko LH položaja pogreška se posebno ističe jer se submodel iz kojeg se kreće znatno razlikuje od submodela u kojem prijelaz završava, ponajviše zbog nelinearnosti opruge u uskom području oko $\Theta = \Theta_{LH}$. Isto tako, konačan broj regresora te reduciranje tog broja prilikom traženja granica pridonose razlici stvarnih i estimiranih granica područja gdje ti submodeli vrijede, što se odražava na predikcijskoj pogreški. Ukratko, model se vrlo dobro ponaša za kutove zakreta ispod i iznad Θ_{LH} , gdje je predikcijska pogreška redovito manja od 0.4° , a jako često manja je i od 0.2° .

Slika 5.14 prikazuje off-line odziv modela, kada se kao prethodna stanja u regresorima koriste vrijednosti koje je generirao sam model. Osim pomaka koji je uglavnom posljedica pogreške modela u blizini LH položaja model iznimno dobro oponaša proces.



Slika 5.14: Off-line odziv u čitavom rasponu kuta zakreta.

Poglavlje 6

Zaključak

Za nelinearne je procese, aproksimirane po dijelovima afino, moguće proračunati modelski prediktivni regulator. Ta napredna struktura upravljanja posljednjih se godina intezivno istražuje te je u velikoj mjeri potakla istraživanja identifikacije po dijelovima afinih modela procesa.

Identifikacija PWA modela zahtjevan je problem. Uključuje simultanu estimaciju parametara afinih submodela te koeficijenata hiperravnina koje razdvajaju područja skupa procesnih stanja i ulaza gdje pojedini submodeli vrijede. Posljednjih godina razvio se čitav spektar različitih pristupa tom problemu, ali uz vrlo malo istraženu njihovu primjenu. Među njima se ističe algoritam s uskupljavanjem za off-line identifikaciju PWA modela, koji uz relativno mali broj submodela omogućuje identifikaciju diskontinuiranih PWARX modela. Algoritam je u radu detaljno opisan, te je, uz stanovite izmjene, primijenjen na procesu elektroničke zaklopke automobila. Prva izmjena je linearna transformacija nad standardnim regresijskim vektorom PWARX sustava, gdje se prošle vrijednosti ulaznog i izlaznog signala transformiraju u stanja procesa duž kojih se nelinearnosti najbolje ističu. Transformacija se provodi u skladu s a priori znanjem o procesu, te vodi do znatno bolje identifikacije nelinearnosti. Druga izmjena odnosi se na traženje granica između poliedarskih područja nad kojima vrijede pojedini submodeli. Naime, standardni algoritam koji istovremeno traži sve granice, a da pritom konačna podjela ne sadrži područja koja nisu dodijeljena niti jednom submodelu, ograničen je malom dimenzijom i brojem regresora, te brojem područja. S druge strane, proces elektroničke zaklopke zahtijeva relativno velik broj submodela i identifikacijskih podataka, pri čemu je i dimenzija regresijskog vektora značajna. Promjena uključuje korištenje samo ekstremalnih točaka konveksne ljuske svake skupine umjesto svih

točaka iste, a rezultat su granice koje se mogu izračunati, te pritom, uz uvjet kvalitetnog uskupljavanja, dobro aproksimiraju one optimalne.

Konačni PWA model elektroničke zaklopke sadrži 16 afinih submodela, od kojih je 4 dodano naknadno, radi uvođenja fizikalnog ograničenja kuta zakreta zaklopke. Validacijom pomoću predikcijske pogreške i slobodnog odziva utvrđeno je dobro ponašanje modela, osim u uskom području oko LH položaja.

Dodatak A

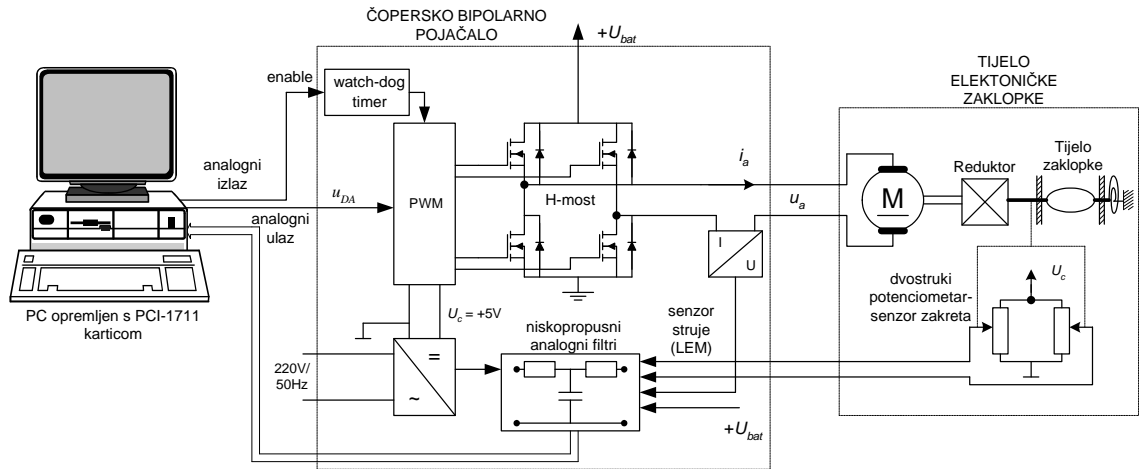
Tehnički detalji izvedbe sustava upravljanja zakretom elektroničke zaklopke

U [31] prikazana je iscrpna eksperimentalna identifikacija cijelog sustava upravljanja zakretom elektroničke zaklopke, pri čemu je detaljno objašnjen i eksperimentalni postav, koji je shematski prikazan na slici A.1. Opis koji slijedi preuzet je iz [32].

Sastoji se od tri osnovna dijela: samog tijela zaklopke, bipolarnog čoperskog pojačala i računala na kojem se implementiraju upravljački algoritmi.

Pogonski motor ugrađen u tijelu ventila napajan je preko čoperskog bipolarnog pojačala snage, koje pak čoperira napon akumulatorske baterije 12V/45Ah/320A. Elektronički sklopovi čoperskog pojačala napajaju se preko električne mreže 220V/50Hz. Čoper se sastoji od H-mosnog spoja energetskih MOSFETa, analognog generatora PWM signala kojim se djeluje na njih, senzora struje, watch-dog timera te niskopropusnih filtara kroz koje se propuštaju mjerni signali. Sklopna frekvencija H-mosta je 8 kHz. Generatorom PWM signala određuje se popunjenost periode i srednja vrijednost napona armature. Popunjenost periode određuje se upravljačkim naponom u koji se iz računala prenosi putem D/A pretvornika na PWM generator.

Sučelje računala prema procesu standardna je analogno-digitalna ulazno-izlazna kartica PCI-1711 tvrtke Advantech. Računalo pravilnim ritmom uzorkovanja obavlja A/D pretvorbu mjernih signala kuta zakreta i struje armature.



Slika A.1: Eksperimentalni postav za istraživanje ponašanja prigušnog ventila.

Watch-dog timer pogonjen je računalom koje mu mora neprestano generirati impulse kako bi bio omogućen rad čoperskog pojačala. Time se sprječava oštećenje eksperimentalne opreme pri mogućim "smrzavanjima" računala.

Kartica PCI-1711 sadrži 16 bipolarnih 12-bitovnih A/D pretvornika kojima se ulazni signal može kretati u rasponu $\pm 10 V$, te 2 unipolarna 12-bitovna D/A pretvornika s analognim izlazom u rasponu 0-10 V. Pošto se mjerni signal kuta zakreta zaklopke kreće u rasponu od svega 5 V, efektivna rezolucija A/D pretvornika je 10 bitova, što na rasponu kuta od 13° do 90° daje rezoluciju mjerenja kuta od približno 0.11° . Rezolucija mjerenja armaturne struje na punom mjernom opsegu $\pm 10 A$ je 5 mA, a upravljački napon je zbog kvantizacije na D/A pretvorniku kvantiziran sa 2.44 mV, što je u pravilu zanemariva kvantizacija ulaznog signala.

Bibliografija

- [1] J.M. Maciejowski, *Predictive Control with Constraints*, Prentice-Hall, 2001.
- [2] G. Ferrari-Trecate, M. Muselli, D. Liberati, M. Morari, A clustering technique for the identification of piecewise affine systems, *Automatica*, 39(1):205–217, 2003.
- [3] S. Paoletti, Identification of piecewise affine models, *Doktorska disertacija*, Università degli studi di Siena, Siena, 2003.
- [4] J. Roll, Local and piecewise affine approaches to system identification, *Doktorska disertacija*, Linköping University, Linköping, 2003.
- [5] A. Lj. Juloski, W. P. M. H. Heemels, G. Ferrari-Trecate, R. Vidal, S. Paoletti, J. H. G. Niessen, Comparison of four procedures for the identification of hybrid systems, *Proceedings of the 2005 Hybrid Systems Control Conference*, pp 354–369, 2005.
- [6] L. Breiman, Hinging hyperplanes for regression, classification and function approximation, *IEEE Transaction on Information Theory*, 39(3):999–1013, 1993.
- [7] L. O. Chua, S. M. Kang, Section-wise piecewise-linear functions: Canonical representation, properties and applications, *Proceedings of the IEEE*, 65:915–929, 1977.
- [8] P. Pucar, J. Sjöberg, On the hinge finding algorithm for hinge hyperplanes, Tehnički izvještaj, Linköping University, Linköping, 1995.
- [9] P. Julián, M. Jordán, A. Desages, Canonical piecewise-linear approximation of smooth functions, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 45(5):567–571, 1998.
- [10] S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, Prentice Hall, New Jersey, 1999.

-
- [11] A. Bemporad, J. Roll, L. Ljung, Identification of piecewise affine systems via mixed-integer programming, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, pp 786–792, 2001.
- [12] T. A. Johansen, B. A. Foss, Identification of non-linear system structure and parameters using regime decomposition, *Automatica*, 31(2):321–326, 1995.
- [13] O. R. Duda, P.E. Hart, *Pattern Classification and Scene Analysis*, Wiley, New York, 1973.
- [14] A. Bemporad, A. Garulli, S. Paoletti, A. Vicino, A greedy approach to identification of piecewise affine models, *Proceedings of the 2003 Hybrid Systems Control Conference*, pp 97–112, 2003.
- [15] A. Juloski, S. Weiland, W. Heemels, A bayesian approach to the identification of hybrid systems, *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, pp 13–19, 2004.
- [16] E. Münz, V. Krebs, Identification of hybrid systems using a priori knowledge, *Proceedings of the 15th IFAC World Congress on Automatic Control*, 2002.
- [17] A. Skeppstedt, L. Ljung, M. Millnert, Construction of composite models from observed data, *International Journal of Control*, 55(1):141–152, 1992.
- [18] S. A. Billings, W. S. F. Voon, Piecewise linear identification of non-linear systems, *International Journal of Control*, 46(1):215–235, 1987.
- [19] S. Simani, C. Fantuzzi, R. Rovatti, S. Beghelli, Parameter identification for piecewise-affine fuzzy models in noisy environment, *International Journal of Approximate Reasoning*, 22(1-2):149–167, 1999.
- [20] M. Kvasnica, P. Grieder, M. Baotić, *Multi-Parametric Toolbox (MPT)*, 2004, URL: <http://control.ee.ethz.ch/~mpt/>.
- [21] I. Ivanšić, *Numerička matematika*, Element, Zagreb, 1998.
- [22] L. Ljung, *System Identification - Theory For the User*, Prentice Hall, New Jersey, 1999.

- [23] V. Vapnik, C. Cortes, Support-vector networks, *Machine Learning*, 20(3):273–297, 1995.
- [24] K. P. Bennett, O. L. Mangasarian. Multicategory discrimination via linear programming. *Optimization Methods and Software*, 3:27–39, 1994.
- [25] P. M. Pardalos, Y. Li, W. W. Hager, Linear programming approaches to the convex hull problem in \mathbb{R}^m , *Computers and Mathematics with Applications*, 29(7):23–29, 1995.
- [26] M. Baotić, M. Vašak, M. Morari, N. Perić, Hybrid theory based optimal control of electronic throttle, *Proceedings of the 2003 American Control Conference (ACC)*, Denver, Colorado, pp 5209–5214, 2003.
- [27] M. Vašak, M. Baotić, I. Petrović, N. Perić, Hybrid theory based time optimal control of an electronic throttle, *Proceedings of the 2005 International Symposium on Industrial Electronics, In Press*, 2005.
- [28] ILOG, Inc. *CPLEX 8.0 User Manual*, Gentilly Cedex, France, 2002.
- [29] J. Deur, D. Pavković, N. Perić, M. Jansz, D. Hrovat, An electronic throttle control strategy including compensation of friction and limp-home effects, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 40(3):821–833, 2004.
- [30] N. Elezović, *Linearna Algebra*, Element, Zagreb, 1999.
- [31] D. Pavković, J. Deur, M. Jansz, N. Perić, Experimental identification of electronic throttle body, Tehnički izvještaj, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, 2002.
- [32] M. Vašak, Eksplicitni oblik modelskog prediktivnog upravljanja hibridnim sustavima, *Diplomski rad*, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, 2003.

Sažetak

U ovom se radu razmatra jedan od algoritama identifikacije nelinearnih procesa po dijelovima afinim modelom. Najbitnije su sastavnice ovog algoritma metoda najmanjih kvadrata, uskupljavanje i linearna klasifikacija. Postojeći je algoritam za identifikaciju PWARX modela doraden. Prva izmjena algoritma jest linearna transformacija nad regresijskim vektorom, koristeći a priori znanje o procesu, gdje se prošle vrijednosti ulaznog i izlaznog signala transformiraju u stanja procesa duž kojih se nelinearnosti najbolje ističu. Druga izmjena odnosi se na smanjenje računske složenosti algoritma linearne klasifikacije M-RLP, kojim se nalaze granice među različitim skupinama točaka (regresora), koristeći samo ekstremalne točke svake pojedine skupine, umjesto svih točaka iste. Doradeni algoritam primijenjen je na procesu elektroničke zaklopke automobila. Dobiven je po dijelovima afin model s ukupno 16 afinih submodela, od kojih je njih 4 naknadno uneseno radi fizikalnog ograničenja kuta zakreta.

Ključne riječi: identifikacija procesa, po dijelovima afin model, PWARX, metoda najmanjih kvadrata, uskupljavanje, linearna klasifikacija, regresijski vektor, linearna transformacija, M-RLP, ekstremalne točke, elektronička zaklopka automobila, modelsko prediktivno upravljanje

Abstract

Piecewise affine identification of nonlinear processes

In this work one of the algorithms for piecewise affine identification of nonlinear systems is considered. The existing algorithm mainly consists of least squares identification, clustering and linear classification techniques. The algorithm for the identification of PWARX models is altered. The first change is a linear transformation of the regression vector, using a priori process knowledge, where past inputs and outputs are transformed into states of the process along which the process nonlinearities are pointed out best. The second change introduced is a reduction of computational complexity of a linear classification algorithm called M-RLP, which is used to find the hyperplanes separating clusters of points (regression vectors), using only the vertices of each cluster, instead of all of the points. The algorithm along with the changes introduced is applied to an electronic throttle process. The resulting model contains 16 affine submodels, 4 of which are introduced manually to limit the throttle angle respecting its physical constraints.

Keywords: process identification, piecewise affine model, PWARX, least squares, clustering, linear classification, regression vector, linear transformation, M-RLP, vertices, electronic throttle, model predictive control

Životopis

Rođen sam 18. prosinca 1981. u Puli. Godine 1996. upisao sam prirodoslovno-matematičku gimnaziju „Gimnazija Pula” koju sam završio s odličnim uspjehom 2000. godine. Iste sam godine upisao Fakultet elektrotehnike i računarstva u Zagrebu. Na drugoj godini studija odabrao sam smjer Automatika. Na četvrtoj godini studija odobren mi je završetak studija s naglaskom na znanstveno-istraživačkom rad.