

**Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku**  
**Odjel za fiziku**

**Danijela Takač**

**ZAROBLJAVANJE I DIFUZIJA ZRAČENJA U RUBIDIJEVIM  
PARAMA**

**Diplomski rad**

Zagreb, 2006.

Ovaj diplomski rad predan je na ocjenu

*Znanstveno nastavnom vijeću  
Dodiplomskog studija Prirodnih znanosti  
Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera  
Odjela za fiziku*

radi stjecanja stupnja

**Diplomirani profesor fizike i politehnike**

Ovaj rad je izrađen na *Institutu za fiziku* u Zagrebu u sklopu projekta Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske:

*"Analitička spektroskopija i optička svojstva materijala "* (projekt br. 0035001).

**Mentorica rada: dr. sc. Vlasta Horvatić**

Rad ima: 65 stranica

24 slike

6 tablica

28 bibliografskih podataka

## SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2. OSNOVNI POJMOVI</b>	<b>5</b>
2.1 Apsorpcijski koeficijent	5
2.2 Širenje spektralnih linija	8
2.2.1 Dopplerovo širenje	9
2.2.2 Sudarno širenje	11
2.2.3 Prirodno širenje	12
2.2.4 Voigtov profil	13
<b>3. ZAROBLJAVANJE REZONANTNOG ZRAČENJA</b>	<b>14</b>
3.1 Milneova jednačba	16
3.2 Holsteinova jednačba	17
3.3 Pristup preko jednačbe rata	21
3.3.1 Aproksimacija male optičke dubine i konstantne koncentracija atoma	23
3.4 Račun " <i>piece by piece</i> " metodom	25
<b>4. PROFILI LINIJA RUBIDIJEVOG REZONANTNOG DUBLETA</b>	<b>27</b>
4.1 Hiperfina struktura rubidijevih rezonantnih linija	27
4.2 Relativni intenziteti spektralnih linija	29
4.3 Profili rubidijevih D1 i D2 linija	32
<b>5. EKSPERIMENT</b>	<b>36</b>
5.1 Eksperimentalna postava i postupci	36
5.2 Instrumentalni profil monokromatora	39
5.3 Određivanje koncentracije rubidijevih atoma u osnovnom stanju	42
5.4 Mjerenje prostornih raspodjela fluorescentnog zračenja	45
5.5 Primjena " <i>piece by piece</i> " metode na realnu geometriju u eksperimentu	52
<b>6. DISKUSIJA REZULTATA I ZAKLJUČAK</b>	<b>59</b>
<b>LITERATURA</b>	<b>63</b>
<b>ŽIVOTOPIS</b>	<b>65</b>

## 1. UVOD

Od početka prošlog stoljeća posjedujemo okvirno znanje o strukturi atoma. Oni se sastoje od jezgre i elektrona oko nje. Znamo da se elektroni nalaze samo u određenim diskretnim stanjima energije. Kada prelaze iz višeg u niže energijsko stanje, emitiraju elektromagnetsko zračenje. Ako je stanje niže energije osnovno stanje tada se odgovarajuće zračenje nastalo u prijelazu sa višeg nivoa naziva rezonantnim zračenjem. Rezonantni fotoni imaju energiju koja odgovara energiji prijelaza, pa njih lako mogu apsorbirati atomi u osnovnom stanju. Tada se atom koji apsorbira rezonantni foton pobuđuje u više stanje, gdje boravi određeno vrijeme i naposljetku emitira foton. Ovaj proces apsorpcije i emisije se može više puta ponoviti (reapsorpcija, reemisija), sve dok foton konačno ne pobjegne iz pare. Taj proces se zove *zarobljavanje zračenja* [1] (*radiation trapping*, poznat i pod imenima *difuzija zračenja* ili *transfer linije*).

Rezonantno zračenje je jedan od najbogatijih izvora informacija o atomima. Ono je proučavano prije nego je bilo tko imao ideju o tome kako atom izgleda. Većina našeg razumijevanja atomske strukture proizlazi iz pokusa s rezonantnim zračenjem.

Prvu sustavnu analizu rezonantnog zračenja napravili su Kirchoff, Bunsen i Fraunhofer u devetnaestom stoljeću, koristeći prizme za spektralnu analizu svjetlosti emitirane iz plamena kojem su dodani određeni materijali, odnosno za analizu Sunčevog spektra. Astrofizičari su istražujući posebno pažljivo vodikov spektar uočili da frekvencije  $\nu$  njegova linijskog spektra pokazuju posebnu pravilnost, tj da je  $\nu \propto (1/n^2) - (1/n'^2)$  gdje su  $n$  i  $n'$  cijeli brojevi. Ovo otkriće inspiriralo je Bohra na njegove poznate postulate, tj. prvu teoriju atomske strukture koja se slagala s tada dostupnim rezultatima pokusa. Kasnije su pokusi obično bili jedan korak ispred teorije. Otkrivene su nove činjenice iz proučavanja rezonantnog zračenja i teorijski fizičari su na tim činjenicama sagradili inovativne teorije. U modernim vremenima, pokusi s rezonantnim zračenjem ostali su konačni ispit za teorijsko izračunavanje atomske strukture. Alkalijski atomi su najčešći predmet teorijskog istraživanja, jer je njihova struktura relativno jednostavna i stoga pogodna za teorijsko modeliranje.

Iako istraživanju rezonantnog zračenja dugujemo glavninu naših spoznaja o atomskoj fizici, s tim pokusima povezana je velika poteškoća koju uzrokuje zarobljavanje rezonantnog zračenja.

Prvu analizu zarobljavanja zračenja napravio je Compton [2] pretpostavivši da postoji stroga analogija između difuzije čestica i difuzije zračenja. Točnije, on je tretirao zarobljavanje zračenja kao konvencionalni problem difuzije. Posljedica ovakvog pristupa bio je čudan rezultat da pobuđenje para može zamrijeti brže nego s prirodnim vremenom života, što nije imalo fizikalnog smisla.

Uočivši ovaj problem Milne [3] je izveo modificiranu jednadžbu difuzije koja je otklonila nedostatak Comptonovog pristupa. Međutim, u svom jednostavnom modelu Milne je zanemario utjecaj spektralnog oblika emisijske linije na proces zarobljavanja zračenja, tako da ni njegovi rezultati nisu u potpunosti dobro opisali zarobljavanje rezonantnog zračenja.

Kasniji pokušaji Samsona [4] i Kenty-ja [5] da profine Milneov pristup uvođenjem ekvivalentnog apsorpcijskog koeficijenta (usrednjen preko oblika linije) rezultirali su određenim poboljšanjima. Unatoč tome, teorijski i eksperimentalni rezultati su se obično razlikovali u redu veličine pri visokim atomskim gustoćama [6, 7].

Tek u kasnim četrdesetim godinama dvadesetog stoljeća Holstein [8, 9] i Biberman [10] su neovisno izveli jednadžbu koja opisuje zarobljavanje zračenja i pokazali da samo integro-diferencijalna jednadžba može adekvatno opisati problem. To je poznata Holsteinova (Holstein-Bibermanova) jednadžba. S tadašnjim revolucionarnim konceptom potpune preraspodjele frekvencije rezonantnog zračenja, pokazali su da opis zarobljavanja zračenja pomoću jednadžbe difuzije nije moguć. Postignuto je dobro slaganje s pokusima [11]. Međutim, zbog složenosti problema i oni su koristili mnoga pojednostavljenja pri računanju i rješavanju jednadžbe.

U kasnijim godinama, nakon 1950, teorijska istraživanja zarobljavanja zračenja bila su uglavnom usmjerena na ublažavanje ovih pojednostavljenja. Dugo vremena računi su bili ograničeni na one slučajeve koji su se mogli riješiti analitički ili barem analitički aproksimirati. To je razlog zbog kojeg je velik broj radova napravljen koristeći *aproksimaciju velike optičke dubine*. Ova restrikcija je bila zapravo vrlo pogodna i dovela je do razvoja učinkovitih matematičkih metoda. Zadnjih godina, probitačnost sve bržih računala je promijenila situaciju. Sada je moguće otkloniti ograničenja koja su preduvjet za analitičko računanje i za kvantitativnu provjeru njihova utjecaja.

Usporedno s radom atomskih fizičara [1], astrofizičari su se također trudili da nađu načine za računanje efekata zarobljavanja zračenja. Njihova motivacija je bila jasna: zvijezda je divovska sferična "ćelija atomskih para". Njihovi radovi donijeli su veliki napredak, najviše u tretiranju nepotpune preraspodjele frekvencija rezonantnog zračenja. Neobično je to što, s druge strane, ni jedan astrofizičar nije bio upoznat s Holsteinovim radom. Tek u pedesetim godinama dvadesetog stoljeća grupa astrofizičara na JILA-i (*Joint Institute of Laboratory Astrophysics*) neovisno je došla do formulacije koja je ekvivalentna Holsteinovoj jednadžbi. Serija njihovih radova stvorila je ogroman interes za ono što je znano kao *odsutnost lokalne termodinamičke ravnoteže u zvjezdanoj atomskoj atmosferi* (tj. atmosferi gdje je struktura određena barem dijelom radijacijskim zračenjem), a mnogi njihovi rezultati istraživanja bili su također primjenjivi i u laboratorijskim uvjetima.

Primjenjivost astrofizičkih teorijskih rezultata na zarobljavanje zračenja u atomskoj fizici i obratno, otežana je činjenicom da iako je osnovni problem isti, granični uvjeti su potpuno različiti. U atomskoj fizici se obično susrećemo s vremenskim smanjenjem koncentracije pobuđenih atoma, a promatrane ćelije su vrlo male. Astrofizika se većinom bavi s ravnotežnim stanjem i sustavima velikih dimenzija.

Treće polje fizike gdje je zarobljavanje zračenja od središnje važnosti je fizika plazme, neka vrsta unije svojstava kemijske fizike i astrofizike. S jedne strane, temperatura i raspon tlaka i neradijacijski fizikalni procesi podsjećaju na zvjezdane atmosfere. S druge strane ispitivanje plazmi uključuje složene granične uvijete i od najčešćeg interesa su fenomeni vremenskog raspada.

Istraživanja zarobljavanja zračenja odvijaju se u dva osnovna smjera. Prvi je istraživanje temeljnih fizikalnih procesa koji se odvijaju u prisutnosti zarobljavanja zračenja. Primjeri za to su istraživanja relacije između frekvencija apsorbiranog i reemitiranog fotona i odnosa njihovih polarizacija. Šezdesetih i sedamdesetih godina prošlog stoljeća, ova istraživanja rađena su koristeći poluklasične modele atoma. Međutim, za točnu analizu, računi se moraju temeljiti na kvantno-mehaničkoj formulaciji. Kvantno-mehanički aspekti problema zarobljavanja zračenja postali su vrlo važni u pokusima s vrlo jakim laserima, gdje je korištenje poluklasičnog opisa atoma problematično.

Drugi glavni pravac istraživanja je vezan za same matematičke metode rješavanja jednadžbe zarobljenog zračenja. Iako mnogi znanstvenici rade na novim ili poboljšanim pristupima spram rješavanja Holsteinove jednadžbe, forsirana numerička rješenja složenih višedimenzionalnih problema prelaze mogućnosti i najnaprednijih računala. Neke od metoda rješavanja su skrojene prema određenim fizikalnim situacijama, neke koriste analitičke trikove za smanjenje numeričkog unosa, a neke posebne numeričke mogućnosti. Zanimljivo je spomenuti da je trećina postojećih numeričkih metoda rješavanja Holsteinove jednadžbe [1] razvijena nakon 1988 godine (npr fitting jednadžbe, tehnika geometrijske kvantizacije, metoda propagator funkcije i analitičko rješenje reprezentacije višestrukih sudara, itd).

Zarobljavanje rezonantnog zračenja prisutno je i igra važnu ulogu ne samo u području temeljnih znanosti nego i u područjima koja imaju važnost u svakodnevnom životu.

Primjerice, o zarobljavanju zračenja treba voditi računa pri mjerenju temeljnih fizikalnih veličina poput prirodnog vremena života atoma. Najjednostavnija metoda njegovog određivanja je slanje kratkog laserskog pulsa određene frekvencije u ćeliju s atomskom parom i promatranje emitiranog fluorescentnog zračenja. Ako je zarobljavanje zračenja prisutno, a vrijeme raspada pobuđenog stanja atoma jednostavno izjednačimo s vremenom raspada zračenja, precijenit ćemo prirodno vrijeme života u pobuđenom stanju.

Nadalje, pokazalo se da upravo zarobljavanje zračenja definira krajnju granicu do koje se pri laserskom hlađenju atoma može sniziti temperatura Bose-Einsteinovog kondenzata [1].

Zarobljavanje zračenja također određuje učinkovitost plinskih lasera. U najjednostavnijoj shemi lasera, možemo promatrati atom s tri nivoa - 1, 2, 3. Sudarima s elektronima atomi se pobuđuju iz stanja 1 u stanje 3, odakle radijativno prelaze na srednji nivo 2. Ako je vrijeme života stanja 2 kraće nego stanja 3, dobit ćemo populacijsku inverziju između stanja 2 i 3, te će u plinu doći do pojačanja zračenja (*LASER - Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*). Gustoća atoma u stanju 2 bit će viša kada je postoji zarobljavanje zračenja na prijelazu  $2 \rightarrow 1$ . Drugim riječima, efektivna rata za emisiju sa stanja 2 će biti niža, a njegovo efektivno vrijeme života bit će produljeno. Ovaj efekt smanjuje populacijsku inverziju, a time i pojačanje zračenja, odnosno laserski efekt.

U atomskim linijskim filterima koriste se rezonantni prijelazi kao vrlo selektivni optički mehanizmi. U najjednostavnijoj shemi filtera, fotone iz izvora signala apsorbiraju atomi u osnovnom stanju i prelaze na viši nivo. Neki od ovih atoma relaksiraju se na niže ležeće nivoe, emitirajući fluorescentne fotone različitih valnih duljina. Ova konverzija valnih duljina je vrlo selektivna, vrijedi samo za fotone s određenim valnim duljinama, a to su uglavnom one koje mogu rezonantno apsorbirati atomi u osnovnom stanju. Kada u ulaznom kanalu (početni apsorpcijski proces) postoji zarobljavanje zračenja, tada ulazni fotoni koji ne dožive konverziju u početnom apsorpcijsko-emisijskom procesu, dobivaju još jednu priliku da budu konvertirani. Ovaj efekt povećava učinkovitost (*kvantnu efikasnost*) konverzije filtera.

Komercijalno najvažnije područje u kojem zarobljavanje zračenja igra bitnu ulogu je dizajn i proizvodnja fluorescentnih žarulja. U njima se atomi pobuđuju sudarima sa elektronima a emitirano rezonantno zračenje se koristi ili za direktno osvjetljavanje ili za pobuđivanje fluorescentog fosfornog sloja na žarulji. Što dulje rezonantno zračenje ostaje zarobljeno u pari, to je veća vjerojatnost da atomi dožive neradijativne sudare pri kojima se pobuđeni atom vraća u osnovno stanje a da pri tom ne emitira foton (npr pri sudaru sa stjenkom žarulje), što smanjuje efikasnost fluorescentne žarulje. Povećanje njene efikasnosti ima veliki ekonomski potencijal i nije slučajno to što je Holsteinova jednadžba zapravo otkrivena u laboratoriju za istraživanje rezonantnih žarulja.



## 2. OSNOVNI POJMOVI

U nastavku ovog poglavlja bit će ukratko izloženi osnovni pojmovi potrebni za razumijevanje fizikalnih procesa i koncepata o kojima će biti govora u daljnjem tekstu.

### 2.1 APSORPCIJSKI KOEFICIJENT

Promatramo izotropno zračenje frekvencije između  $\nu$  i  $\nu + d\nu$ , intenziteta  $I_\nu$  i atome koji apsorpcijom ovog zračenja mogu biti pobuđeni s osnovnog stanja 1 na pobuđeno stanje 2. Za promatrani proces definiramo slijedeće tri vjerojatnosti [12, 13]:

$B_{12}I_\nu \equiv$  vjerojatnost u sekundi da će atom u osnovnom stanju 1, izložen izotropnom zračenju frekvencije između  $\nu$  i  $\nu + d\nu$  i intenzitetu  $I_\nu$ , apsorbirati kvant  $h\nu$  i prijeći u stanje 2.

$A_{21} \equiv$  vjerojatnost u sekundi da će atom u pobuđenom stanju 2 spontano emitirati, u bilo kojem smjeru, kvant  $h\nu$  i prijeći u stanje 1.

$B_{21}I_\nu \equiv$  vjerojatnost u sekundi da će atom prijeći iz stanja 2 u stanje 1 kada je izložen izotropnom zračenju intenziteta  $I_\nu$  i frekvencije između  $\nu$  i  $\nu + d\nu$  i, emitirajući pri tome kvant zračenja  $h\nu$  u smjeru pobudnog zračenja.

Uzevši u obzir termodinamičku ravnotežu između zračenja i atoma, Einstein je pokazao da među koeficijentima  $B_{12}$ ,  $A_{21}$  i  $B_{21}$  vrijede slijedeće relacije [12, 13]:

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{g_1}{g_2} \quad (2.1)$$

$$\frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2}. \quad (2.2)$$

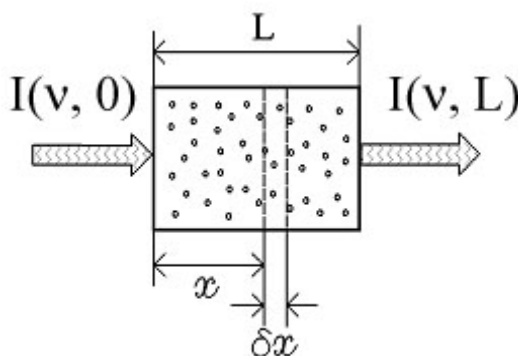
U gornjim izrazima  $g_1$  i  $g_2$  označavaju statističke težine osnovnog i pobuđenog stanja. Koeficijenti  $B_{12}$ ,  $A_{21}$  i  $B_{21}$  nazivaju se Einsteinovi koeficijenti za apsorpciju te spontanu, odnosno stimuliranu emisiju.

Iz definicije koeficijenta  $A_{21}$  slijedi da je  $A_{21} = 1/\tau$ , gdje  $\tau$  označava vrijeme života atoma u pobuđenom stanju.

Pri prolasku svjetlosti kroz neki apsorpcijski medij (slika 2.1), energija apsorbirana u sloju debljine  $\delta x$  proporcionalna je debljini apsorpcijskog sloja i intenzitetu ulazne svjetlosti. Faktor proporcionalnosti,  $k(\nu, x)$ , općenito je funkcija frekvencije svjetlosti, a definiran je relacijom:

$$\delta I(\nu, x) = -k(\nu, x)I(\nu, x)\delta x \quad (2.3)$$

gdje  $\delta I(\nu, x)$  označava promjenu intenziteta svjetlosti zbog apsorpcije u sloju debljine  $\delta x$ ,  $I(\nu, x)$  je spektralna gustoća intenziteta svjetlosti na ulasku u sloj, a  $k(\nu, x)$  je linearni koeficijent apsorpcije.



Sl. 2.1 Apsorpcija svjetlosti u sredstvu

U apsorpcijskom mediju duljine  $L$ , integracijom jednadžbe (2.3) dobiva se izraz za transmitirani intenzitet  $I(\nu, L)$ :

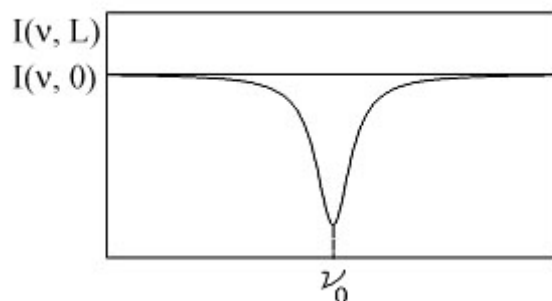
$$I(\nu, L) = I(\nu, 0)e^{-\int_0^L k(\nu, x)dx}, \quad (2.4)$$

u kojem  $I(\nu, 0)$  obilježava intenzitet na ulasku u sredstvo, a  $\int_0^L k(\nu, x)dx$  predstavlja optičku debljinu apsorpcijskog sredstva. Ukoliko je sredstvo homogeno,  $k(\nu, x)$  ne ovisi o  $x$ , pa je optička debljina jednaka  $k(\nu, L)L$ . U tom slučaju transmitirani intenzitet opisan je Lambert-Beerovim zakonom [12]:

$$I(\nu, L) = I(\nu, 0)e^{-k(\nu, L)L}. \quad (2.5)$$

Brojčano, koeficijent apsorpcije jednak je inverznoj vrijednosti duljine apsorpcijskog sredstva, koja smanjuje intenzitet ulaznog zračenja za faktor  $1/e$ , a uobičajeno se izražava u jedinicama  $\text{cm}^{-1}$ . Mjerenjem transmitiranog intenziteta svjetlosti u ovisnosti o frekvenciji u području izolirane atomske spektralne linije (slika 2.2), moguće je odrediti koeficijent apsorpcije koristeći izraz (2.5) iz kojeg slijedi:

$$k(\nu) = \frac{1}{L} \ln \frac{I(\nu, 0)}{I(\nu, L)}, \quad (2.6)$$



Sl. 2.2 Apsorpcijski profil izolirane atomske linije

Integral koeficijenta apsorpcije preko spektralne linije dan je slijedećom relacijom [12]:

$$\int k(\nu) d\nu = \frac{\lambda_0^2}{8\pi} \frac{g_2}{g_1} \frac{N}{\tau} \left( 1 - \frac{g_1}{g_2} \frac{N'}{N} \right) \quad (2.7)$$

gdje su  $N$  i  $N'$  koncentracije atoma u osnovnom, odnosno pobuđenom stanju, a  $\lambda_0$  obilježava valnu duljinu prijelaza.

Ukoliko je  $N' \ll N$ , što jest slučaj ukoliko je populacija u pobuđenom stanju posljedica apsorpcije ulazne svjetlosti slabog intenziteta, drugi član u zagradi u gornjem izrazu možemo zanemariti prema jedinici, te dobivamo relaciju [12]:

$$\int k(\nu) d\nu = \frac{\lambda_0^2}{8\pi} \frac{g_2}{g_1} \frac{N}{\tau} \quad (2.8)$$

koja ima temeljnu važnost jer pokazuje da neovisno o tome koji je fizikalni proces odgovoran za oblik apsorpcijske linije, integral koeficijenta apsorpcije preko linije ima konstantnu vrijednost sve dok je broj atoma u početnom stanju konstantan.

Na temelju klasične elektronske teorije raspršenja, optičko ponašanje sustava atoma čija je koncentracija  $N$ , može se opisati sustavom od  $N$  kvazielastično vezanih elektrona, odnosno klasičnih atomskih oscilatora koji prisilno i prigušeno osciliraju u elektromagnetskom polju. Ustanovljeno je da je za određenu spektralnu liniju omjer  $N'/N$  konstantan i dotična konstanta spektralne linije obilježava se oznakom  $f$  koja se naziva oscilatorna jakost. Veza između

oscilatorne jakosti  $f$  rezonantne linije i vremena života promatranog rezonantnog nivoa dana je poznatom Ladenburgovom relacijom [12]:

$$\frac{\pi e^2}{mc} N f = \frac{\lambda_0^2}{8\pi} \frac{g_2}{g_1} \frac{N}{\tau} \quad (2.9)$$

u kojoj su  $m$  i  $e$  masa i naboj elektrona, a  $c$  je brzina svjetlosti.

Za rubidijev rezonantni dublet ((D1 linija: prijelaz  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ , D2 linija: prijelaz  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ )) oscilatorne jakosti su [14]  $f_{D1} = 0.341$   $f_{D2} = 0.692$ .

Općenito apsorpcijski koeficijent možemo pisati u obliku:

$$k(\nu) = KNP(\nu) \quad (2.10)$$

gdje je  $K$ :

$$K = \frac{\pi e^2}{mc} f, \quad (2.11)$$

$P(\nu)$  je profil spektralne linije normiran na jedinicu tj:

$$\int P(\nu) d\nu = 1 \quad (2.12)$$

a  $N$  je koncentracija atoma u osnovnom stanju.

## 2.2 ŠIRENJE SPEKTRALNIH LINIJA

Postoje tri temeljna procesa koji doprinose širenju spektralne linije u neutralnom plinu. Ti procesi su [15, 16]:

- (i) Prirodno širenje - posljedica principa neodređenosti, tj konačnog vremena života atomskih nivoa.
- (ii) Dopplerovo širenje - javlja se zbog relativnog gibanja atoma u odnosu na promatrača .
- (iii) Sudarno širenje- posljedica međusobnih sudara atoma.

O uvjetima (tlak, temperatura) u kojima se atomi u plinu nalaze ovisi u kolikoj mjeri će pojedini od navedenih mehanizama širenja doprinosti ukupnoj širini linije.

### 2.2.1 DOPPLEROVO ŠIRENJE

Doplerovo širenje je posljedica dobro poznatog Doppler-efekta, pomaka u valnoj duljini signala iz izvora koji se pomiče prema ili od promatrača, tj. smanjenje valne duljine za gibanje prema i povećanje valne duljine za gibanje od promatrača.

Oblik linije dobiven Dopplerovim širenjem prati raspodjelu brzina atoma i može se lako izračunati za plin u termodinamičkoj ravnoteži. Za atom koji emitira svjetlost i približava se promatraču brzinom  $v_x$ , Dopplerov pomak je dan jednadžbom [13]:

$$-\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{v_x}{c}. \quad (2.13)$$

U termičkoj ravnoteži, pri temperaturi  $T$  dio atoma s brzinom između  $v_x$  i  $v_x + \delta v_x$  definiran je Maxwellovom raspodjelom [13]:

$$\frac{\delta N(v_x)}{N} = \frac{1}{\sqrt{\pi v}} e^{\left(\frac{-v_x^2}{\alpha^2}\right)} dv_x \quad (2.14)$$

gdje je  $\alpha$  najvjerojatnija brzina dana sa :

$$v = \left(\frac{2kT}{M}\right)^{1/2} \quad (2.15)$$

U gornjem izrazu  $M$  označava molekularnu masu,  $T$  temperaturu, a  $k$  Boltzmannovu konstantu. Iz relacija (2.13) i (2.14), za dio atoma koji emitira na frekvenciji u intervalu  $(\nu, \nu + \delta\nu)$  dobivamo:

$$\frac{dN(\nu)}{N} = \frac{c}{\sqrt{\pi\nu_0\nu}} e^{\left[-\left(\frac{c\Delta\nu}{\nu_0\alpha}\right)^2\right]} d\nu \quad (2.16)$$

gdje je  $\Delta\nu = \nu - \nu_0$ .

Intenzitet na frekvenciji  $\nu$  proporcionalan je  $dN(\nu)$  pa je profil linije, normiran na jediničnu površinu definiran Gaussovom funkcijom [13]:

$$G(\nu) = \frac{c}{\sqrt{\pi\nu_0\nu}} e^{-\left[\frac{c\Delta\nu}{\nu_0\alpha}\right]^2} d\nu \quad (2.17)$$

Uobičajeno je ovu funkciju izraziti pomoću širine na polovini visine profila (FWHM, *full width at half maximum*). Frekvencije  $\nu_{1/2}$  kojima odgovara poluvisina profila mogu se odrediti iz relacije (2.17):

$$\frac{c^2}{\nu_0^2\nu^2}(\nu_{1/2} - \nu_0^2) = \ln 2 \quad (2.18)$$

iz čega za FWHM =  $\Delta_G$ , uzimajući u obzir relaciju (2.15) dobivamo:

$$\Delta\nu_G = 2\sqrt{\ln 2} \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}} \quad (2.19)$$

Apsorpcijski koeficijent Dopplerovski proširene linije dan je stoga slijedećom relacijom:

$$k(\nu) = k_0^D e^{-\left[2\sqrt{\ln 2} \frac{(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu_G}\right]^2} \quad (2.20)$$

gdje  $k_0^D$  označava apsorpcijski koeficijent u centru Dopplerovog profila ( $\nu = \nu_0$ ):

$$k_0^D = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \frac{\pi e^2}{mc} Nf, \quad (2.21)$$

pri čemu je Doppler-konstanta  $\Delta\nu_D$  definirana kao:

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}} \quad (2.22)$$

Dopplerovo širenje linije nazivamo nehomogenim, budući da njemu ne doprinose svi atomi ravnopravno, nego to ovisi njihovoj brzini.

### 2.2.2 SUDARNO ŠIRENJE

U realnim fizikalnim uvjetima, optički aktivni atom (apsorber ili emiter) nikad nije izoliran nego se nalazi okružen mnoštvom čestica (perturbera) koje mogu biti iste ili različite vrste. Zbog termičkog gibanja, optički aktivni atom doživljava sudare s perturberima. Pod sudarom podrazumijevamo smetnju koju neki atom (tj. njegovi energijski nivoi), doživljava zbog međudjelovanja s okolnim česticama. Zbog djelovanja smetnje energijski nivoi atoma, a kao posljedica toga i frekvencija emitiranog odnosno apsorbiranog zračenja, mijenjaju se u vremenu shodno promjeni međuatomske udaljenosti  $R$  između atoma i perturbera. Drugim riječima, smetnja uzrokuje promjenu energijskog nivoa  $E_i$  za iznos  $\Delta E_i$ , koji ovisi kako o  $i$  tako i o udaljenosti  $R$ .

Sudarno širenje spektralnih linija [16] je složen problem pa se stoga u teorijskom razmatranju koriste slijedeće aproksimacije:

- (i) *binarna aproksimacija* - pretpostavlja se da dominantnu ulogu u širenju spektralnih linija imaju međudjelovanja s najbližim perturberom, pa se slijedom toga višečestična međudjelovanja mogu zanemariti.
- (ii) *udarna aproksimacija* - primjenjiva je u uvjetima kada su sudari atoma s perturberima brzi (vrijeme sudara je kratko u usporedbi s vremenom između sudara) i odvijaju se na velikim međuatomskim udaljenostima  $R$ ; daje dobar opis profila spektralne linije u području bliskom centru linije.
- (iii) *kvazistatička aproksimacija* - primjenjiva je u uvjetima sporih sudara (smetnja se sporo mijenja u vremenu pa se može smatrati kvazistatičkom) koji se odvijaju na malim međuatomskim udaljenostima  $R$ ; dobro opisuje spektar daleko od centra linije, tj. područja koja se nazivaju krilima spektralnih linija.

Profil spektralne linije proširene zbog sudara s perturberima ima oblik Lorentziana [12, 13], koji je u normiranom obliku definiran relacijom:

$$P_L(\nu) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_L}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Gamma_L/2)^2} \quad (2.23)$$

U gornjem izrazu  $\Gamma_L$  obilježava širinu (FWHM) Lorentzovog profila. U literaturi su dostupni podaci o reduciranim širinama  $\gamma$  sudarno proširenih linija. Reducirana širina je  $\gamma = \Gamma_L/N_P$ , ( $N_P$  je koncentraciju atoma perurbera koji uzrokuje sudarno širenje) iz koje se u danom slučaju uz poznati  $N_P$  može odrediti širina  $\Gamma_L$ . Primjerice, za rubidijev rezonantni dublet vrijednosti reduciranih konstanti sudarnog širenja su [17-20]:  $\gamma_{D1} = 6.578 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^3$  i  $\gamma_{D2} = 1.066 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^3$

Apsorpcijski koeficijent sudarno proširene spektralne linije dan je slijedećim izrazom:

$$k(\nu) = \frac{e^2}{mc} N f \frac{1}{2} \frac{\Gamma_L}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Gamma_L/2)^2} \quad (2.24)$$

Sudarno širenje linije nazivamo homogenim, budući da svi atomi imaju jednaku vjerojatnost da dožive sudar, odnosno ravnopravno doprinose širenju linije.

### 2.2.3 PRIRODNO ŠIRENJE

Energijski nivoi atoma, zbog principa neodređenosti  $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$  ( $h$  je Planckova konstanta), imaju neku konačnu "ramazanost"  $\Delta E$ , odnosno atomski nivoi imaju konačno vrijeme života. Kao posljedica toga, spektralne linije koje opažamo u eksperimentu nisu  $\delta$ -funkcije nego imaju neku konačnu širinu  $\Gamma_N$  koja se naziva prirodna širina linije:

$$\Gamma_N = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (2.25)$$

gdje je  $\tau$  vrijeme života atomskog stanja.

Profil prirodno proširene spektralne linije ima Lorentzov oblik definiran relacijom (2.23) u kojoj umjesto sudarne poluširine linije  $\Gamma_L$  treba uvrstiti  $\Gamma_N$ .

Za rubidijev rezonantni dublet prirodna vremena života  $5P_{1/2}$  i  $5P_{3/2}$  stanja iznose [14]  $\tau_{1/2} = 2.79 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ ,  $\tau_{3/2} = 2.64 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ . Pripadajuće prirodne poluširine su  $\Gamma_N^{(1/2)} = 5.70 \text{ MHz}$  i  $\Gamma_N^{(3/2)} = 6.03 \text{ MHz}$ , a rate za spontanu emisiju iznose  $A_{21}^{(1/2)} = 3.58 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$  i  $A_{21}^{(3/2)} = 3.79 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ .

Prirodno i sudarno širenje zajednički rezultiraju Lorentzovim profilom kojem je poluširina jednaka zbroju prirodne i sudarne poluširine.



### 2.2.4 VOIGTOV PROFIL

Kada je istovremeno prisutno prirodno, Dopplerovo i sudarno širenje, profil linije ima Voigtov oblik koji predstavlja konvoluciju Gaussovog (Dopplerovo širenje) i Lorentzovog (prirodno i sudarno širenje) profila. Voigtova funkcija matematički je definirana na slijedeći način [12]:

$$f_V(\nu, a) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} \frac{a^2}{\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_G} - \frac{u}{2\sqrt{\ln 2}}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} du, \quad (2.26)$$

Parametar  $a$  naziva se Voigtov parametar, a predstavlja omjer Lorentzove i Dopplerove širine (FWHM) linije, tj:

$$a = \frac{\Delta\nu_L}{\Delta\nu_G}. \quad (2.27)$$

gdje je  $\Delta\nu_L = \Gamma_N + \Gamma_L$ .

Voigtova funkcija  $f_V(\nu, a)$  definirana je tako da poprima vrijednost između 0 i 1 za svaki par vrijednosti  $(\nu, a)$ . Normirana Voigtova funkcija dana je slijedećim izrazom:

$$f_V^{\text{norm}}(\nu, a) = \frac{f_V(\nu, a)}{\int_{-\infty}^{\infty} f_V(\nu, a) d\nu} \quad (2.28)$$

u kojem nazivnik predstavlja normu funkcije  $f_V(\nu, a)$ .

Apsorpcijski koeficijent u slučaju kada linija ima Voigtov profil opisan je izrazom:

$$k(\nu, a) = \frac{\pi e^2}{mc} N f f_V^{\text{norm}}(\nu, a) \quad (2.29)$$

### 3. ZAROBLJAVANJE REZONANTNOG ZRAČENJA

Opis fotona koji luta kroz paru pokazuje vrlo jaku analogiju s difuzijom čestica. U difuziji čestica, čestica putuje neometano kroz slobodan prostor dok ne doživi sudar s nekom drugom česticom. Sudar mijenja njen smjer i brzinu, te dovodi do statističkog lutanja čestice. Glavni parametar koji opisuje njezino ponašanje između sudara je srednji slobodni put.

Za difuziju zračenja, po analogiji s difuzijom čestica, dolazimo u iskušenje da srednji slobodni put fotona jednostavno definiramo kao recipročnu vrijednost apsorpcijskog koeficijenta. Na prvi pogled se može činiti da je analogija s difuzijom čestice savršena i da se zarobljavanje zračenja može opisati difuzijskom jednačbom. Svi sofisticirani matematički alati koji su razvijeni za ovu svrhu mogu se primijeniti i na problem zarobljavanja zračenja (tako je i nastao naziv *difuzija zračenja*). Međutim proces zarobljavanja zračenja je mnogo složeniji od procesa difuzije čestica. Prva važna razlika između difuzije čestica i zarobljavanja zračenja je u tome da je u difuziji vrijeme između dva sudara dugačko, dok je sam sudar gotovo trenutnan. U zarobljavanju zračenja vrijeme apsorpcijskog/reemisijskog procesa je dugo (usporedivo s prirodnim vremenom života  $\tau$  pobuđenog stanja), dok je vrijeme između dva procesa vrlo kratko (vrijeme proleta fotona). Ova razlika nije tako ozbiljna i može se nadomijestiti uvođenjem dodatnog člana u jednačbi difuzije [1].

Druga mnogo važnija razlika je u definiciji srednjeg slobodnog puta. Pretpostavimo li da je rezonantna linija  $\delta$ -funkcija, vjerojatnost apsorpcije bit će različita od nule jedino ako energija fotona odgovara točnoj razlici energije između dva atomska stanja. U realnim fizikalnim uvjetima, međutim, postoji nekoliko neizbježnih mehanizama koji proširuju spektralnu liniju. Posljedica toga je da postoji određena vjerojatnost različita od nule da foton bude apsorbiran i ako njegova energija ne odgovara točnoj razlici energija između energijskih stanja, odnosno postoji apsorpcija i na udaljenosti  $\Delta\nu$  od centra linije.

Ovisnost apsorpcijskog koeficijenta o pomaku frekvencije  $\Delta\nu$  od centra linije nazivamo profil linije. Činjenica da spektralne linije nisu  $\delta$ -funkcije već imaju određeni profil, ima dramatične posljedice na zarobljavanje zračenja. Srednji slobodni put, tj recipročna vrijednost apsorpcijskog koeficijenta, jako ovisi o pomaku frekvencije  $\Delta\nu$  od centra linije, pa se postavlja pitanje kako odrediti srednju vrijednost srednjeg slobodnog puta  $\langle \bar{s} \rangle$ .

Zbog ovisnosti apsorpcijskog koeficijenta o frekvenciji, fotoni frekvencije bliske centru linije (s malim  $\Delta\nu$ ) se ponašaju drugačije nego fotoni u krilu linije (fotoni sa velikim  $\Delta\nu$ ). Fotoni čija je frekvencija  $\approx \nu_0$  imaju vrlo malen srednji slobodni put i tako mogu prijeći samo malu udaljenost prije nego budu reapsorbirani, dok fotoni emitirani na frekvencijama u krilima linije mogu prijeći veliku udaljenost, a možda i pobijeći iz pare. Budući da fotoni mogu promijeniti frekvenciju pri svakom apsorpcijskom/reemisijijskom procesu, postoji velika vjerojatnost da foton primarno emitiran u centru linije bude reemitiran u krilu (i obrnuto). Foton ima mnogo veću vjerojatnost da bude emitiran u centru linije nego u krilu. Uobičajena procedura zarobljavanja zračenja sastoji se od toga da foton "provodi mnogo vremena" u centru linije, bivajući apsorbiran i reemitiran, prelazeći pri tome samo male udaljenosti. Nakon nekog vremena, dogodit će se reemisija u krilu linije i pri tom će foton imati mogućnost prijeći veću udaljenost. Slijedeća reemisija će vjerojatno opet biti u centru linije, a cijeli proces će se ponavljati dok foton konačno ne pobjegne iz ćelije s parom. Budući da fotoni u krilima mogu lakše napustiti paru nego oni u centru linije, zarobljavanje zračenja vodi također do iskrivljenja oblika linije. U najekstremnijem slučaju, u izlaznom zračenju uopće neće biti fotona s frekvencijama bliskim centru linije; sustav će uspjeti napustiti samo fotoni na frekvencijama krila linije te će izlazno zračenje imati minimum u centru i maksimume u krilima linije. Ovaj efekt je naziva se samoapsorpcija.

U slučaju kad se frekvencije fotona ne bi mijenjale pri svakoj apsorpciji/reemisiji,  $\langle \bar{s} \rangle$  bi se moglo odrediti iz poznavanja početne raspodjele frekvencije fotona i frekventno ovisnog apsorpcijskog koeficijenta [1]. Međutim, u realnom fizikalnom sustavu optički aktivni atom doživljava brojne sudare s okolnim atomima koji uzrokuju blagu promjenu energije pobuđenog stanja što dovodi do reemisije fotona na nešto promijenjenoj frekvenciji. Statistička raspodjela frekvencije emitiranih fotona vezana je uz profil linije. Foton može promijeniti frekvenciju pri svakom procesu apsorpcije/reemisije, što nakon niza sudara dovodi do efekta poznatog pod nazivom preraspodjela frekvencija (*frequency redistribution*). Zbog ovog procesa postaje nemoguće definirati srednju vrijednost srednjeg slobodnog puta, odnosno pokazuje se da  $\langle \bar{s} \rangle$  postaje beskonačno velik [1]. Zbog nemogućnosti definiranja  $\langle \bar{s} \rangle$  (što je nužno učiniti želi li se zarobljavanje zračenja opisati difuzijskom jednadžbom), ovom problemu potrebno je pristupiti na sasvim drugačiji način i pokazuje se [1] da se taj proces može ispravno opisati samo pomoću integralne jednadžbe Boltzmannovog tipa, tzv Holsteinove jednadžbe.

Postoje tri glavna matematička pristupa opisivanju zarobljavanja zračenja [1]: Holsteinova jednadžba, metoda kombiniranja jednadžbe radijacijskog transfera sa jednadžbom ravnotežnog stanja za koncentraciju atoma u pobuđenom stanju i reprezentacija višestrukog raspršenja

(*multiple-scattering representation*). Sva tri pristupa su ekvivalentna, kao što bi i trebali biti jer opisuju isti fizikalni proces. Njihove različite formulacije su rezultat različitih pristupa problemu zarobljavanja zračenja. Svaka metoda ima svoje prednosti i nedostatke.

U nastavku, spomenut ćemo Milneovu jednadžbu [3] kao povijesno najstariji opis procesa zarobljavanja rezonantnog zračenja, Holsteinovu jednadžbu [8, 9], pristup preko jednadžbe rata [21] i numeričku metodu za aproksimativno rješavanje Holsteinove jednadžbe poznatu pod nazivom "metoda dio po dio" (*piece by piece method*) [21].

### 3.1 MILNEOVA JEDNADŽBA

Na prvi pogled fizikalni proces zarobljavanja zračenja ima veliku sličnost sa difuzijom čestica. Emitirani foton pravocrtno se giba i prelazi određeni put, nakon čega bude apsorbiran, pa opet emitiran u smjeru koji je statistički neovisan o prvotnom smjeru gibanja.

Pretpostavivši da ovaj proces ne ovisi o obliku spektralne linije (odnosno da se stvarni profil može zamijeniti pravokutnim profilom) Milne [3] je izveo slijedeću parcijalnu diferencijalnu jednadžbu koja opisuje prostorno-vremensko ponašanje atoma u pobuđenom stanju:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ N_2(x, t) + \tau \frac{\partial N_2(x, t)}{\partial t} \right] = 4k^2 \tau \frac{\partial N_2(x, t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

pri čemu je  $N_2$  je koncentracija atoma u pobuđenom stanju,  $x$  i  $t$  su prostorna i vremenska koordinata,  $k$  je koeficijent apsorpcije, a  $\tau$  je vrijeme života pobuđenog stanja.

Ova jednadžba je slična jednadžbi difuzije; razliku čini novi član u diferencijalnoj jednadžbi (drugi član u uglatoj zagradi) koji opisuje proces "raspršenja", tj apsorpcije-reemisije. Za razliku od obične difuzije u kojoj proces "raspršenja" može biti trenutni, u Milneovom tretmanu zarobljavanja zračenja, dobiva se da taj proces traje određeno vrijeme koje ne može biti kraće od prirodnog vremena života  $\tau$ . Rješenje jednadžbe (3.1) dobiva se u obliku sume članova (harmonika) od kojih svaki sadrži vremenski faktor oblika  $\exp(-t / T)$ . Prema Milneu, posljedica postojanja novog člana u jednadžbi je ta da je uvijek  $T > \tau$ , što fizikalno znači da ni jedan "harmonik" ne može odumrijeti brže nego u vremenu  $\tau$ . Ukoliko tog člana u jednadžbi ne bi bilo (obična difuzija čestica), dobilo bi se da  $T \rightarrow 0$  kad red harmonika ide u  $\infty$  ili kad koncentracija atoma  $N \rightarrow 0$  (za sve harmonike), što fizikalno nema smisla, budući da bi to značilo da atomi u pobuđenom stanju mogu živjeti kraće od prirodnog vremena života.

Konačni rezultat Milneovog računa za efektivno vrijeme života  $\tau_{\text{eff}}$  atoma u pobuđenom stanju u pristutnosti zarobljavanja zračenja u sredstvu koje ima oblik beskonačne ploče debljine  $L$ , je slijedeći:

$$\tau_{\text{eff}} = \tau \times (1 + k \cdot L) \text{ za } k \cdot L \ll 1 \quad (3.2)$$

$$\tau_{\text{eff}} = \tau \times \left( 1 + \left( \frac{k \cdot L}{\pi} \right)^2 \right) \text{ za } k \cdot L \gg 1 \quad (3.3)$$

gdje je  $kL$  optička dubina sredstva.

Kao što je prethodno rečeno, Milneov račun zanemaruje utjecaj oblika linije na zarobljavanje zračenja, iako oblik linije ima važnu ulogu u tom procesu. Također ne uzima u obzir da srednji slobodni put ovisi o frekvenciji emitiranog fotona koja se mijenja sa svakim procesom apsorpcije-reemisije.

Milneova jednačba predstavlja povijesno najstariju formulaciju zarobljavanja zračenja i zbog svoje matematičke jednostavnosti još uvijek se često koristi za male optičke dubine. Naime, pri malim optičkim dubinama, greška pri zamjeni, npr. Dopplerovog profila sa pravokutnim je vrlo mala, pa je rješenje Milneove jednačbe vrlo blizu stvarnog rješenja.

### **3.2 HOLSTEINOVA JEDNADŽBA**

U dvadesetim i tridesetim godinama prošlog stoljeća, napravljeni su mnogi pokusi sa zarobljavanjem zračenja u parama sa velikim optičkim dubinama i postalo je jasno da u tom slučaju Milneova teorija ne daje dobar opis procesa. Tek u kasnim četrdesetim godinama prošlog stoljeća Holstein je napustio koncept da se zarobljavanje zračenja može opisati jednačbom difuzije i pristupio je problemu na potpuno novi način temeljen na pretpostavkama koje su odgovarale realnim fizikalnim uvjetima. Njegov račun rezultirao je onim što danas poznajemo kao Holsteinovu jednačbu [8, 9]. U isto vrijeme Biberman [10] je neovisno izveo istu jednačbu, pa se jednačba još naziva i Holstein-Bibermanova jednačba.

Izvod Holsteinove jednačbe temelji se na slijedećim pretpostavkama koje su implicitno uzete u obzir:

1. Samo dva atomska nivoa su relevantna za proces zarobljavanja zračenja.
2. Prostorna raspodjela atoma u nižem (osnovnom) od ta dva stanja je uniformna.

3. Gustoća atoma u osnovnom stanju je mnogo veća od gustoće pobuđenih atoma.
4. Svi fotoni koji stignu do stijenke apsorpcijske ćelije ujedno i napuste paru (drugim riječima, stijenke ćelije nisu od reflektirajućeg materijala tj potpuno su prozirne ili potpuno neprozirne (apsorbirajuće) pa se foton koji jednom stigne do stijenke ne može vratiti natrag u paru).
5. Vrijeme proleta fotona (vrijeme između emisije i ponovne apsorpcije) je zanemarivo kratko u usporedbi s prirodnim vremenom života pobuđenog stanja.
6. Položaji atoma u vremenu između apsorpcije i reemisije (odnosno za vrijeme  $\tau$  koliko atom provede u pobuđenom stanju) se ne mijenjaju. Ovo je opravdano pretpostaviti budući da atomi gibajući se kroz paru termičkim brzinama u tipičnim laboratorijskim uvjetima ( $v \sim 10^5$  cm s<sup>-1</sup>) za vrijeme  $\tau$  (reda veličine ns) mogu prijeći put od  $\approx 30$   $\mu$ m, što je zanemarivo kako u usporedbi s tipičnim dimenzijama ćelija tako i u usporedbi s duljinom koju za vrijeme  $\tau$  proputuje foton.
7. Postoji potpuna preraspodjela frekvencija, odnosno emisijski spektar atoma je jednak apsorpcijskom. To znači da je frekvencija emisije potpuno neovisna o frekvenciji na kojoj se dogodila apsorpcija.
8. Reemisija fotona je prostorno izotropna (jednako vjerojatna u svim smjerovima).
9. U vremenu  $t > 0$  vanjska pobuda više ne postoji, tj Holsteinova jednadžba opisuje vremenski razvoj raspodjele pobuđenih atoma nakon pobude koja je počela u trenutku  $t < 0$ , trajala određeno vrijeme i prestala u  $t = 0$ .

Izvod Holsteinove jednadžbe započinje definiranjem vjerojatnosti da foton određene frekvencije  $\nu$  proputuje udaljenost  $\rho$ . Prema Beerovom zakonu ta vjerojatnost transmisije je:

$$T(\rho, \nu) = \exp(-k(\nu) \cdot \rho) \quad (3.4)$$

Drugi korak je određivanje vjerojatnosti da pobuđeni atom emitira foton frekvencije  $\nu$ , odnosno određivanje emisijonog spektra  $\Psi(\nu)$  pobuđenih atoma. Ukoliko pobuđeni atom doživi nekoliko sudara između apsorpcije i reemisije fotona, frekvencija reemitiranog fotona bit će potpuno neovisna o frekvenciji početno apsorbiranog fotona (potpuna preraspodjela frekvencija). Emisijski spektar bit će stoga proporcionalan apsorpcijskom koeficijentu, odnosno:

$$\Psi(\nu) = C_\nu \cdot k(\nu) \quad C_\nu = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} k(\nu) d\nu} \quad (3.5)$$

Budući da je  $\Psi(\nu)$  definirana kao vjerojatnost, njezin integral po frekvencijama mora biti normiran na jedinicu na što se osigurava množenjem  $k(\nu)$  s faktorom normiranja  $C_\nu$ . Izraz za  $\Psi(\nu)$  vrijedi ne samo za linije široke sudarima nego i za Dopplerovski proširene linije [1].

U trećem koraku, vjerojatnost transmisije  $T(\rho, \nu)$  potrebno je usrednjiti preko emisionog spektra atoma, što daje frekventno usrednjenu vjerojatnost  $T(\rho)$  da foton prijeđe udaljenost  $\rho$ :

$$T(\rho) = C_\nu \int k(\nu) \exp[-k(\nu)\rho] d\nu \quad (3.6)$$

Veličinu  $T(\rho)$  nazivamo faktor transmisije. Za razliku od frekventno usrednjenog srednjeg slobodnog puta definiranog u skladu s Milneovim difuzijskim opisom zarobljavanja zračenja, koji poprima beskonačnu vrijednost, vrijednost faktora transmisije usrednjena po frekvencijama predstavlja dobro definiranu fizikalnu veličinu. Budući da je  $T(\rho)$  definiran kao vjerojatnost, njegova vrijednost poprima iznose između 0 i 1.

Četvrti korak je računanje vjerojatnosti da foton bude reapsorbiran na udaljenosti  $\rho$  od mjesta na kojem je bio emitiran. Vjerojatnost da foton prijeđe udaljenost  $\rho$  bez da bude absorbiran je  $T(\rho)$ . Vjerojatnost da foton prijeđe udaljenost  $(\rho + d\rho)$  prije ponovne apsorpcije je  $T(\rho + \delta\rho)$ . Vjerojatnost da foton bude apsorbiran na putu između  $\rho$  i  $(\rho + d\rho)$  je stoga:

$$T(\rho) - T(\rho + \delta\rho) = -\frac{T(\rho + d\rho) - T(\rho)}{d\rho} d\rho = -\frac{\partial T(\rho)}{\partial \rho} d\rho \quad (3.7)$$

Ukoliko simbolom  $\dot{T}$  označimo negativnu derivaciju od  $T$ :

$$\dot{T} = -\frac{\partial T(\rho)}{\partial \rho} \quad (3.8)$$

vjerojatnost reapsorpcije (lijeva strana jednadžbe (3.7)) možemo napisati u obliku:

$$\dot{T} \cdot d\rho = \int [d\nu C_\nu k(\nu)] \exp[-k(\nu)\rho] [k(\nu) d\rho] \quad (3.9)$$

gdje smo  $\dot{T}$  izračunali deriviranjem izraza (3.6).

Svaki član u uglatim zagradama u (3.9) ima fizikalno značenje. Prva zagrada je vjerojatnost da foton bude emitiran na frekvenciji između  $\nu$  i  $(\nu + d\nu)$ . Eksponencijalni član daje vjerojatnost da foton frekvencije  $\nu$  prijeđe udaljenost  $\rho$ . Treći član u uglatoj zagradi opisuje vjerojatnost apsorpcije fotona frekvencije  $\nu$  u volumenu debljine  $d\rho$  (Beerov zakon u diferencijalnom obliku).

Ukupna vjerojatnost reapsorpcije dobiva se integriranjem po frekvenciji, svih triju spomenutih, frekventno ovisnih vjerojatnosti.

Jednadžba (3.9) daje vjerojatnost da foton bude apsorbiran na udaljenosti  $\rho$  od mjesta emisije, tj u sfernoj ljusci između  $\rho$  i  $(\rho + d\rho)$  i to u prostornom kutu od  $4\pi$  sterradiana. Vjerojatnost da do apsorpcije dođe u promatranoj sfernoj ljusci u određenom prostornom kutu  $d\Omega$  iznosi  $G(d\Omega) = (d\Omega/4\pi)\dot{T}(\rho)d\rho$ . Volumen sferne ljuske ograničene na prostorni kut  $d\Omega$  je  $V = \rho^2 d\rho d\Omega$ . Dijeljenjem  $G(d\Omega)$  s volumenom  $V$  dobivamo da je vjerojatnost reapsorpcije u jediničnom volumenu jednaka  $(1/4\pi\rho^2) \times \dot{T}(\rho)$ .

Uzevši u obzir sve do sada rečeno, za vjerojatnost da foton emitiran na mjestu  $\vec{r}'$  u prostoru, bude reapsorbiran na mjestu  $\vec{r}$ , dobivamo:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi\rho^2} \dot{T}(\rho) = -\frac{1}{4\pi\rho^2} \frac{\partial T(\rho)}{\partial \rho} \quad (3.10)$$

Vjerojatnost spontane emisije na prijelazu  $2 \rightarrow 1$  (koristi se još i naziv *rata* za spontanu emisiju ili kraće *spontana rata*) definira se kao broj prijelaza tog tipa u jedinici vremena i dana je Einsteinovim  $A_{21}[s^{-1}] = (1/\tau)$  koeficijentom [12].

U određenoj točki  $\vec{r}$  u ćeliji s atomskom parom koncentracija atoma  $N_2(\vec{r}, t)$  u pobuđenom stanju smanjivat će se u vremenu zbog spontane emisije na položaju  $\vec{r}$ , a rast će zbog apsorpcije rezonantnih fotona emitiranih drugdje u pari (položaji  $\vec{r}'$ ).

Smanjenje  $N_2(\vec{r}, t)$  zbog spontane emisije bit će to veće što je više atoma u pobuđenom stanju i što je veća vjerojatnost spontane emisije  $A_{21}$  te je član koji opisuje smanjenje  $N_2(\vec{r}, t)$  u vremenu jednak  $N_2(\vec{r}, t) \times A_{21} = N_2(\vec{r}, t)/\tau$ .

Povećanje  $N_2(\vec{r}, t)$  na položaju  $\vec{r}$  zbog apsorpcije fotona emitiranih na mjestu  $\vec{r}'$ , bit će proporcionalno emisiji u točki  $\vec{r}'$  ( $N_2(\vec{r}', t)/\tau$ ) i vjerojatnosti  $G(\vec{r}, \vec{r}')$  (relacija (3.10)) da foton emitiran u  $\vec{r}'$  bude reapsorbiran na mjestu  $\vec{r}$ , odnosno  $\propto N_2(\vec{r}', t) \times G(\vec{r}, \vec{r}')/\tau$ . Posljednji navedeni izraz potrebno je još integrirati po svim vrijednostima koordinate  $\vec{r}'$ , odnosno cijelom volumenu  $V$  ćelije.

Uzimajući u obzir sve doprinose promjeni  $N_2(\vec{r}, t)$ , možemo napisati jednadžbu za vremenski razvoj prostorno ovisne koncentracije atoma u pobuđenom stanju:

$$\frac{\partial N_2(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\tau} N_2(\vec{r}, t) + \frac{1}{\tau} \int_V N_2(\vec{r}', t) G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \quad (3.11)$$



Gornja relacija predstavlja Holsteinovu jednadžbu. Za razliku od Milneove jednadžbe to je integro-diferencijalna, a ne diferencijalna jednadžba.

Općenito rješenje Hosteinove jednadžbe ne postoji. Za svaki pojedini slučaj koji je karakteriziran određenim rubnim uvjetima, jednadžba se može riješiti tek uz određene prikladne aproksimacije.

### 3.3 PRISTUP PREKO JEDNADŽBE RATA

Problem zarobljavanja zračenja se može vrlo lako definirati u terminima dodatne optičke pumpne rate koja se javlja u gustom, pobuđenom mediju [21]. U tu svrhu promatramo ćeliju ispunjenu atomskom parom, koju pobuđujemo svjetlošću čija frekvencija odgovara prijelazu  $1 \rightarrow 2$ . Pretpostavljamo malen intenzitet ulazne svjetlosti i zanemarujemo stimuliranu emisiju. Također pretpostavljamo znatnu optičku dubinu medija na frekvenciji prijelaza. Posljednja pretpostavka znači da spontano emitirani fotoni mogu biti ponovno apsorbirani i reemitirani u sredstvu. Odgovarajuća jednadžba za ravnotežu snage u odabranom optički tankom elementu volumena (vidi sliku 3.1)  $\Delta V_n$  na mjestu  $\vec{r}_n$  unutar volumena  $V$  osvijetljenog laserskom zrakom glasi:

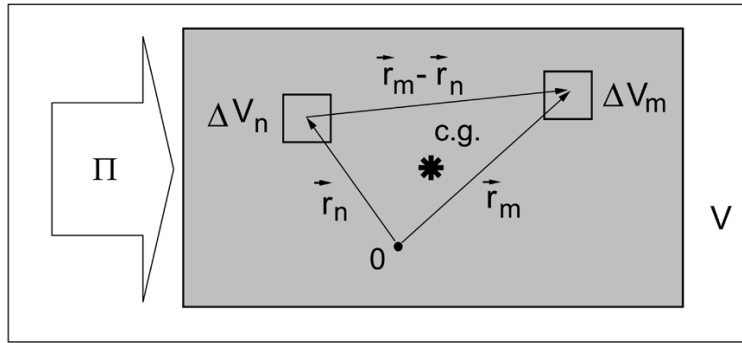
$$\Pi(\vec{r}_n) N_1(\vec{r}_n) \Delta V_n h \nu_{12} - A_{21} N_2(\vec{r}_n) \Delta V_n h \nu_{12} + X_n = 0 \quad (3.12)$$

gdje  $\Pi(\vec{r}_n)$  označava prostorno ovisnu pumpnu ratu na prijelazu  $1 \rightarrow 2$ ,  $N_1(\vec{r}_n)$  i  $N_2(\vec{r}_n)$  su prostorno ovisne koncentracije atoma u stanju 1, odnosno 2, a  $\nu_{12}$  je frekvencija prijelaza.  $X_n$  označava dodatni "pumpni" član koji opisuje apsorpciju u volumenu  $\Delta V_n$  spontano emitiranog zračenja iz ostatka pobuđenog volumena:

$$X_n = \sum_{m \neq n} X_{mn} \quad (3.13)$$

U relaciji (3.13)  $X_{mn} [J s^{-1}]$  označava snagu zračenja iz volumnog elementa  $\Delta V_m$ , reapsorbiranu u volumenu  $\Delta V_n$ . Snaga  $W_m [J s^{-1}]$  emitirana iz volumena  $\Delta V_m$  je:

$$W_m = A_{21} N_2(\vec{r}_m) \Delta V_m h \nu_{12} \quad (3.14)$$



Sl. 3.1 Ilustracija procesa zarobljavanja i difuzije rezonantnog zračenja u optički pobuđenom volumenu V.  $\Pi$  označava pumpnu ratu,  $\vec{r}_n$  i  $\vec{r}_m$  su prostorne koordinate,  $\Delta V_n$  i  $\Delta V_m$  su promatrani volumeni, a c.g. označava težište volumena V.

U ovom trenutku izvoda vrlo je bitno definirati prostornu i spektralnu raspodjelu svjetlosti reemitirane iz odabranog volumnog elementa. Pretpostavljamo da je spontana emisija izotropna i da k tome svi atomi emitiraju isti potpuno spektralno preraspodijeljeni spektar, čiji je profil jednak apsorpcijskom profilu  $P(\nu)$ . Istu ovu pretpostavku napravio i Holstein [8, 9] u svom pristupu zarobljavanju zračenja.

Spektralni intenzitet  $I_{mn}^{\nu}(\nu)$  [ $\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1}$ ] na mjestu  $\vec{r}_n$  koji je spontano emitiran u volumenu  $\Delta V_m$  i eksponencijalno oslabljen na putu  $|\vec{r}_m - \vec{r}_n|$  može se izraziti kao:

$$I_{mn}^{\nu}(\nu) = \frac{W_m}{4\pi |\vec{r}_m - \vec{r}_n|^2} P(\nu) \exp[-k(\nu)|\vec{r}_m - \vec{r}_n|] \quad (3.15)$$

gdje je su  $P(\nu)$  i  $k(\nu)$  definirani relacijama (2.12) i (2.10).

Volumen  $\Delta V_n$  karakteriziran je apsorpcijskim koeficijentom  $k(\nu)$  pri prijelazu  $1 \rightarrow 2$ . Stoga je snaga apsorbirana u volumenu  $\Delta V_n$  zbog zračenja pristiglog iz volumena  $\Delta V_m$  definirana slijedećom relacijom:

$$X_{mn} = \Delta V_n \int k(\nu) I_{mn}^{\nu}(\nu) d\nu \quad (3.16)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (3.16), (3.15), (3.14) i (3.13) u jednadžbu (3.12) dobivamo relaciju za koncentraciju atoma u mjestu  $\vec{r}_n$ :

$$A_{21} N_2(\vec{r}_n) - A_{21} \sum_{m \neq n} \Delta V_m N_2(\vec{r}_m) F(|\vec{r}_m - \vec{r}_n|) = \Pi(\vec{r}_n) N_1(\vec{r}_n) \quad (3.17)$$

gdje funkcija  $F(|\vec{r}_m - \vec{r}_n|)$ :

$$F(|\vec{r}_m - \vec{r}_n|) = \frac{\int_v k(v) P(v) \exp[-k(v)|\vec{r}_m - \vec{r}_n|] dv}{4\pi|\vec{r}_m - \vec{r}_n|^2} \quad (3.18)$$

Zamjenimo li sumu u jednadžbi (3.17) volumnim integralom gdje  $\vec{r}_m$  i  $\vec{r}_n$  postaju  $\vec{r}'$  i  $\vec{r}$ , dobivamo slijedeću jednadžbu:

$$A_{21} N_2(\vec{r}) - A_{21} \int_{vol} N_2(\vec{r}') F(|\vec{r}' - \vec{r}|) d^3\vec{r}' = \Pi(\vec{r}) N_1(\vec{r}) \quad (3.19)$$

Usporedimo li gornju relaciju s Holsteinovom jednadžbom (relacija (3.11)) vidimo da (3.19) predstavlja Holsteinovu jednadžbu za ravnotežnu raspodjelu atoma koja se uspostavi u sustavu kojeg pobuđujemo stacionarnim zračenjem kojeg opisuje član  $\Pi(\vec{r})N_1(\vec{r})$ .

Kao što je slučaj i s originalnom Holsteinovom jednadžbom, ni gornja se jednadžba ne može riješiti općenito za proizvoljnu optičku dubinu  $kL$  i proizvoljnu geometriju

### 3.3.1 APROKSIMACIJA MALE OPTIČKE DUBINE I KONSTANTNE KONCENTRACIJA ATOMA

Potražit ćemo rješenje jednadžbe (3.19) za slučaj malih optičkih dubina  $kL < 1$  [21]. Promatramo konačan kubični volumen veličine  $\Lambda^3$ . Ukoliko je sredstvo relativno optički tanko ne dolazi do značajnije atenuacije pobudnog snopa duž optičkog puta  $\Lambda$  pa pumpnu ratu  $\Pi$  za prijelaz  $1 \rightarrow 2$  možemo smatrati neovisnom o prostornim koordinatama ( $\Pi(\vec{r}) = \Pi = \text{konst}$ ). Posljedica prostorno homogenog pumpanja je da se i koncentracije atoma mogu smatrati slabo ovisnim o prostornim koordinatama pa se prema tome  $N_1(\vec{r})$  i  $N_2(\vec{r})$  u jednadžbi (2.19) mogu zamijeniti usrednjenim konstantnim vrijednostima  $\bar{N}_1$  i  $\bar{N}_2$ . Također, koordinata  $\vec{r}$  u (3.19) se može zamijeniti srednjom vrijednošću  $\vec{r}$ -a u promatranom volumenu, tj. koordinatom težišta  $\vec{r}_{c.g.}$ .

Ukoliko se uvažava sve ove pretpostavke jednadžba (3.19) poprima oblik:

$$A_{21}\bar{N}_2 - A_{21}\bar{N}_2 \int_{vol} F(|\vec{r}' - \vec{r}_{c.g.}|) d^3\vec{r}' = \Pi \bar{N}_1 \quad (3.20)$$

U eksperimentu opisanom u ovom radu pobudni laserski snop imao je oblika štapa kvadratičnog presjeka, s dimenzijom stranice kvadrata  $a = 2$  mm. Stoga je integral u jednadžbi (3.20) prirodno rješavati u kartezijevim koordinatama.

U kartezijevim koordinatama,  $|\vec{r}| = (x^2 + y^2 + z^2)$  i  $d^3\vec{r} = dx dy dz$ . Stavimo li težište u ishodište koordinatnog sustava  $\vec{r}_{c.g.} = 0$ , funkcija  $F(|\vec{r}' - \vec{r}_{c.g.}|)$  u kartezijevim koordinatama glasi:

$$F(|\vec{r}'|) = \frac{\int_v k(v) P(v) \exp[-k(v)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}] dv}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)} \quad (3.21)$$

a jednadžba (3.20) poprima oblik:

$$A_{21}\bar{N}_2 - A_{21}\bar{N}_2 J_{\text{kub}} = \Pi \bar{N}_1 \quad (3.22)$$

gdje je:

$$J_{\text{kub}} = \int_{-a}^a \int_{-a}^a \int_{-a}^a \frac{\int_v k(v) P(v) \exp[-k(v)\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}] dv}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)} dx' dy' dz' \quad (3.23)$$

Uvrstimo li u (3.23) eksplicitni izraz za  $k(v)$  (relacije (2.10) i (2.11)) dobivamo:

$$J_{\text{kub}} = \frac{\pi e^2}{mc} N_1 f \int_{-a}^a \int_{-a}^a \int_{-a}^a \frac{\int_v [P(v)]^2 \exp\left[-\frac{\pi e^2}{mc} N_1 f P(v) \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}\right] dv}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)} dx' dy' dz' \quad (3.24)$$

U izrazu (3.23) prostorna integracija ide po elementarnom volumenu za našu eksperimentalnu geometriju, a to je kocka s bridom  $a$ .

Iz jednadžbe (3.22) dobivamo za koncentraciju atoma u pobuđenom stanju:

$$\bar{N}_2 = \frac{\Pi}{A_{21}(1 - J_{\text{kub}})} \bar{N}_1 \quad (3.25)$$

koja je viša nego bi bila u potpuno optički tankom sredstvu ( $kL \ll 1$ ), gdje bi u nazivniku imali samo spontanu ratu  $A_{21}$ . Ovdje, emitirano zračenje je "zarobljeno" u promatranom volumenu i sa makroskopskog stajališta, pobuđeno stanje je karakterizirano nižom, efektivnom ratom spontane emisije:

$$A_{21}^{\text{eff-kub}} = A_{21}(1 - J_{\text{kub}}) . \quad (3.26)$$

Faktor  $\eta$ :

$$\eta = \frac{\tau_{\text{nat}}}{\tau_{\text{eff}}} = \frac{A_{21}^{\text{eff}}}{A_{21}} = 1 - J_{\text{kub}} \quad (3.27)$$

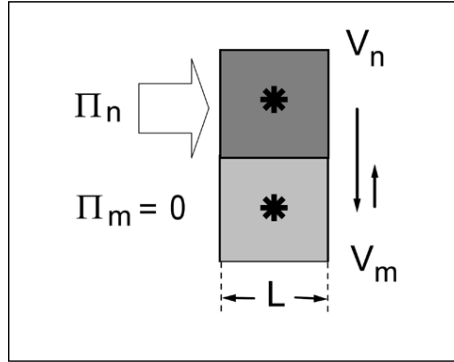
obično se naziva vjerojatnost radijativnog bijega iz ćelije (*escape probability*). Kao što relacije (3.24) i (3.27) pokazuju, u slučaju male optičke dubine i stalne koncentracije atoma, vjerojatnost radijativnog bijega  $\eta$  izravno ovisi o parametrima širenja linije (preko profila linije  $P(\nu)$ ), koncentraciji atoma u osnovnom stanju  $N_1$  i veličini ćelije (granice integracije u (3.23)).

### 3.4 RAČUN "PIECE BY PIECE" METODOM

Pored mnogo aproksimacija za rješavanje Holsteinove jednadžbe, jednostavna ali učinkovita metoda za numeričko rješenje je tzv. *piecewise-constant* [1] aproksimacija. Osnovni princip je podijeliti volumen ćelije s parom na  $n$  malih optički tankih kockica sa središtima u pripadajućim težištima  $\vec{r}_i^n$ . Pretpostavlja se da je koncentracija atoma u pobuđenom stanju konstantna unutar svakog elementarnog volumena. Određeni problem zarobljavanja zračenja kojeg želimo riješiti je u tom slučaju definiran s  $n$  linearnih jednadžbi za  $n$  nepoznatih koncentracija  $N_2(\vec{r}_{i,\text{c.g.}}^n)$ . Očito je da je ova metoda prikladna za izračunavanje efekata zarobljavanja zračenja u konceptu izloženom u poglavlju 3.3. Bitna razlika između metode *piece-by-piece* [21] koju ćemo ovdje opisati i *piecewise-constant* [1] aproksimacije, jest u tome što se u *piece-by-piece* pristupu pretpostavlja da je svaki od promatranih  $n$  volumena optički kvazi-tanak i da je zračenje u njima blago "zarobljeno".

Koristeći rezultate iz sekcije 3.3.1., promotrit ćemo najjednostavniji slučaj kada imamo dva volumena,  $V_m$  i  $V_n$ , koji se dodiruju i svaki je oblika kocke koja ima brid duljine  $a$  (slika 3.2). Oba volumena su relativno optički tanka ( $ka < 1$ ) i nalaze se u istim fizikalnim uvjetima (između ostalog:  $\bar{N}_1(n) = \bar{N}_1(m) = \bar{N}_1$ ). Volumen  $V_n$  pobuđuje se pumpnom ratom  $\Pi_n$  dok se volumen  $V_m$  ne pobuđuje ( $\Pi_m = 0$ ). Kao samostalne jedinice volumeni su karakterizirani efektivnom spontanom ratom  $A_{21}^{\text{eff-kub}} = A_{21}(1 - J_{\text{kub}})$ . Primijenimo li jednadžbu (3.17) na volumene  $V_n$  i  $V_m$ , (uz zamjene  $A_{21} \rightarrow A_{21}^{\text{eff-kub}}$ ,  $|\vec{r}_m - \vec{r}_n| \rightarrow a$ ,  $N_2(\vec{r}_i) \rightarrow \bar{N}_2(i)$  ( $i = n, m$ )) dobivamo sustav od dvije

jednadžbe za koncentracije pobuđenih atoma  $\bar{N}_2(n)$  i  $\bar{N}_2(m)$ :



SI. 3.2 Ilustracija procesa difuzije rezonantnog zračenja iz volumena  $V_n$  pobuđenog laserom u volumen  $V_m$  koji se ne pobuđuje laserom.

$$A_{21}^{\text{eff-kub}} \bar{N}_2(n) - A_{21}^{\text{eff-kub}} a^3 F(a) \bar{N}_2(m) = \Pi_n \bar{N}_1 \quad (3.28a)$$

$$-A_{21}^{\text{eff-kub}} a^3 F(a) \bar{N}_2(n) + A_{21}^{\text{eff-kub}} \bar{N}_2(m) = 0 \quad (3.28b)$$

gdje je  $A_{21}^{\text{eff-kub}} = A_{21}(1 - J_{\text{kub}})$ ,  $J_{\text{kub}}$  je određen jednađbom (3.24), a faktor proporcionalnosti  $F(a)$  jednađbom (3.18) uz supstituciju  $|\vec{r}_m - \vec{r}_n| \rightarrow a$ .

Rješenje sustava jednađbi (3.28) glasi:

$$\bar{N}_2(n) = \frac{1}{A_{21}(1 - J_{\text{kub}})(1 - (a^3 F(a))^2)} \Pi_n \bar{N}_1 \quad (3.29)$$

$$\bar{N}_2(m) = \frac{a^3 F(a)}{A_{21}(1 - J_{\text{kub}})(1 - (a^3 F(a))^2)} \Pi_n \bar{N}_1 \quad (3.30)$$

Jednađba (3.30) pokazuje da atomi u pobuđenom stanju postoje i u zoni koja nije direktno pobuđivana vanjskim izvorom zračenja. Njome su opisani efekti slični difuziji čestica, tj. prostorno širenje pobuđene zone zbog transporta zračenja. U terminima optičkog pumpanja, ovaj efekt može se shvatiti kao pojava induciranog pumpanja (induciranog zračenjem emitiranim u pobuđivanoj zoni) u području izvan pobuđene zone.

#### 4. PROFILI LINIJA RUBIDIJEVOG REZONANTNOG DUBLETA

Za analizu efekata zarobljavanja i difuzije zračenja u rubidijevim parama bilo je potrebno poznavati profil rubidijeve rezonantne linije na prijelazu  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$  (D1 linija,  $\lambda_0 = 794.978$  nm). U nastavku ovog poglavlja bit navedeni osnovni pojmovi i podaci koji su korišteni pri konstrukciji profila Rb D1 linije. Također, bit će prikazan i profil Rb D2 linije (prijelaz  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$   $\lambda_0 = 780.241$  nm).

##### 4.1 HIPERFINA STRUKTURA RUBIDIJEVIH REZONANTNIH LINIJA

Na energijske nivoe atoma i strukturu atomskeg spektra, osim spin-orbitne interakcije ( $\vec{L} + \vec{S}$  veza) koja rezultira stanjima fine strukture pojedinog nivoa, utječe interakcija između elektrona i jezgre atoma. Hiperfina struktura energijskog nivoa javlja se zbog interakcije elektrona s momentom (spinom) jezgre, što dovodi do cijepanja energijskih nivoa na određen broj hiperfinskih komponenti. Svaka hiperfina komponenta karakterizirana je s četiri kvantna broja: J, I, F i  $m_F$ . Broj  $\vec{J}$  je ukupni angularni moment elektrona,  $\vec{I}$  je spin jezgre,  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$  je ukupni angularni moment atoma, a  $m_F$  je projekcija ukupnog angularnog momenta atoma  $\vec{F}$  na os kvantizacije. Ukupnu energiju nivoa atoma možemo prikazati kao sumu [22]:

$$E = E_J + E_{M1} + E_{E2} = E_J + \frac{\hbar}{2} AK + \frac{3\hbar}{8} B \frac{K(K+1) - \frac{4}{3}I(I+1)J(J+1)}{I(2I-1)J(2J-1)}, \quad I, J \geq 1 \quad (4.1)$$

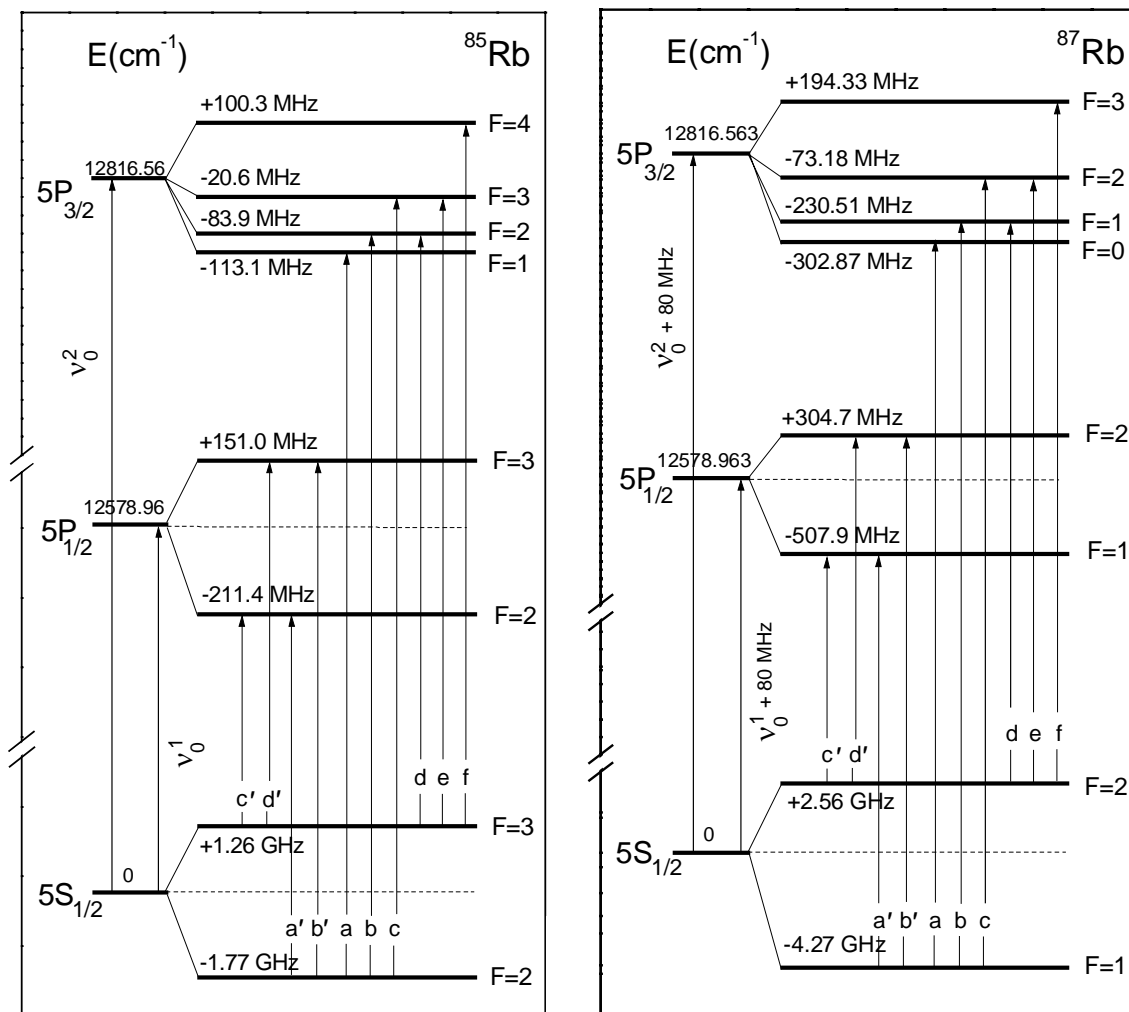
gdje  $E_J$  označava energiju nivoa u slučaju da nema interakcije elektrona s jezgrom,  $E_{M1}$  je energija međudjelovanja za sustav elektron-nuklearni magnetski dipolni moment,  $E_{E2}$  je energija međudjelovanja za sustav elektron-nuklearni elektronski kvadripolni moment, dok K iznosi  $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$ , a A i B su konstante hiperfinog cijepanja za energijske nivoe atoma.

Osnovno stanje rubidija je  $5S_{1/2}$ , a prvo pobuđeno stanje ima dva nivoa fine strukture  $5P_{1/2}$  i  $5P_{3/2}$  koji čine rubidijev prvi rezonantni dublet (D1 linija: prijelaz  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ , D2 linija: prijelaz  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ ). Broj 5 označava vrijednost glavnog kvantnog broja n, a S odnosno P razlikuju stanja po vrijednostima orbitalnog kvantnog broja  $l$  ( $S(l=0)$ ,  $P(l=1)$ ,  $D(l=2)$ ,  $F(l=3)$ ). Indeks  $1/2$ , odnosno  $3/2$ , označava ukupni angularni moment elektrona  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ , pri čemu je spin

elektrona  $\vec{S} = \pm 1/2$ .

Rubidij ima dva izotopa,  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  koji se u prirodi nalaze u masenom omjeru 72.8:27.2. Izotopi se razlikuju po iznosu spina jezgre I, tako da je za  $^{85}\text{Rb}$   $I = 5/2$ , a za  $^{87}\text{Rb}$   $I = 3/2$ .

Koristeći relaciju (4.1) i vrijednosti  $E_J$  ( $J = 1/2, 3/2$ ) [23] za rubidijeve D1 i D2 linije, te podatke za odgovarajuće konstante hiperfine interakcije A i B [22], izračunate su energije hiperfinskih nivoa rubidijevih  $5S_{1/2}$ ,  $5P_{1/2}$  i  $5P_{3/2}$  stanja za oba izotopa što je prikazano na slici 4.1.



Sl. 4.1 Hiperfina struktura  $5S_{1/2}$ ,  $5P_{1/2}$  i  $5P_{3/2}$  nivoa za  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ .

Izbornim pravilima dozvoljeni su samo prijelazi u kojima se kvantni broj  $F$  mijenja za  $\Delta F = 0, \pm 1$ . Slijedom toga, u  $^{85}\text{Rb}$  spektar  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$  prijelaza sastoji se od komponenti (vidi sliku 4.1) a' i b' ( $5S_{1/2}(F=2) \rightarrow 5P_{1/2}(F=2,3)$ ) te c' i d' ( $5S_{1/2}(F=3) \rightarrow 5P_{1/2}(F=2,3)$ ). Hiperfine komponente a' i b' čine tzv. slabu, a c' i d' jaku komponentu  $5S_{1/2}(F) \rightarrow 5P_{1/2}(F')$  linije. Spektar  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  prijelaza ima šest hiperfinskih komponenti (a, b, c:  $5S_{1/2}(F=2) \rightarrow 5P_{3/2}(F=1,2,3)$ ; d, e, f:  $5S_{1/2}(F=3)$



→  $5P_{3/2}(F=2,3,4)$ ; vidi sliku 4.1). Slaba komponenta  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  linije uključuje prijelaze a, b i c, a jaka prijelaze d, e i f. Analogan opis, uz odgovarajuće vrijednosti F-ova vrijedi za hiperfinu strukturu  $^{87}\text{Rb } 5S_{1/2}(F) \rightarrow 5P_{1/2, 3/2} s(F')$  spektara.

Korištenjem podataka o hiperfinim nivoima  $5S_{1/2}$ ,  $5P_{1/2}$  i  $5P_{3/2}$  stanja za  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ , koji su prikazani na slici 4.1, određeni su položaji centralnih frekvencija pojedinih komponenti i prikazani u Tablici 4.1. U računu, uzet je u obzir izotopni pomak između centralnih frekvencija D1 i D2 linija u  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$  koji iznosi  $\Delta_I = 80 \text{ MHz}$  [22].

**Tablica 4.1** Frekvencije centara hiperfinih komponenti rubidijevih D1 i D2 linija za izotope  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Oznake odgovaraju opisu danom na slici 4.1.

D1 linija		
Hiperfina komponenta	$\nu_0$ (GHz)	
	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$
a'	$\nu_0^1 + 1.77 - 0.2114$	$\nu_0^1 + 0.08 + 4.27 - 0.5079$
b'	$\nu_0^1 + 1.77 + 0.1510$	$\nu_0^1 + 0.08 + 4.27 + 0.3047$
c'	$\nu_0^1 - 1.26 - 0.2114$	$\nu_0^1 + 0.08 - 2.56 - 0.5079$
d'	$\nu_0^1 - 1.26 + 0.1510$	$\nu_0^1 + 0.08 - 2.56 + 0.3047$
D2 linija		
Hiperfina komponenta	$\nu_0$ (GHz)	
	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$
a	$\nu_0^2 + 1.77 - 0.1131$	$\nu_0^2 + 0.08 + 4.27 - 0.3029$
b	$\nu_0^2 + 1.77 - 0.0839$	$\nu_0^2 + 0.08 + 4.27 - 0.2305$
c	$\nu_0^2 + 1.77 - 0.0206$	$\nu_0^2 + 0.08 + 4.27 - 0.0732$
d	$\nu_0^2 - 1.26 - 0.0839$	$\nu_0^2 + 0.08 - 2.56 - 0.2305$
e	$\nu_0^2 - 1.26 - 0.0206$	$\nu_0^2 + 0.08 - 2.56 - 0.0732$
f	$\nu_0^2 - 1.26 + 0.1003$	$\nu_0^2 + 0.08 - 2.56 + 0.1943$

#### 4.2 RELATIVNI INTENZITETI SPEKTRALNIH LINIJA

Intenzitet spektralne linije pri prijelazu  $(a'IJ'F') \Rightarrow (aIJF)$  između hiperfinih komponenti atomskih nivoa, gdje a, a' označavaju sve druge kvantne brojeve osim I, J, J', F, F', može se izračunati koristeći izraze [24] navedene u Tablici 4.2 gdje su dane formule za dva tipa prijelaza:  $J \rightarrow J$  i  $(J - 1) \rightarrow J$ .

**Tablica 4.2** Formule za računanje relativnih intenziteta linija za prijelaze između hiperfinskih komponenti atomskih nivoa [24] za dva tipa prijelaza  $J \rightarrow J$  i  $(J - 1) \rightarrow J$ .

$F' \Rightarrow F$	Intenzitet linije I ( $F' \rightarrow F$ )	
	Prijelazi tipa $J \Rightarrow J$	Prijelazi tipa $J - 1 \Rightarrow J$
$F - 1 \Rightarrow F$	$-\alpha \frac{(J + I + 2 + F) \cdot (J + I - F) \cdot (J - I + 1 + F) \cdot (J - I - 1 - F)}{F + 1}$	$\beta \frac{(J + F + I + 1) \cdot (J + F + I) \cdot (J + F - I) \cdot (J + F - I - 1)}{F}$
$F \Rightarrow F$	$\alpha \frac{(2F + 1) \cdot [F(F + 1) + J(J + 1) - I(I + 1)]^2}{F(F + 1)}$	$-\beta \frac{(2F + 1) \cdot (J + F + I + 1) \cdot (J + F - I) \cdot (J - F + I) \cdot (J - F - I - 1)}{F(F + 1)}$
$F + 1 \Rightarrow F$	$-\alpha \frac{(J + I + 1 + F) \cdot (J + I + 1 - F) \cdot (J - I + F) \cdot (J - I - F)}{F}$	$\beta \frac{(J - F + I) \cdot (J - F + I - 1) \cdot (J - F - I - 1) \cdot (J - F - I - 2)}{F + 1}$

Primijenivši odgovarajuće izraze iz tablice na hiperfine komponente D1 i D2 linija izotopa  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{85}\text{Rb}$  D1 za intenzitete hiperfinskih komponenti dobivamo rezultate prikazane u Tablici 4.3.

**Tablica 4.3** Intenziteti  $I_j$  ( $j = a, b, c, \dots$ ) hiperfinskih komponenti rubidijevih D1 i D2 linija (izraženi u proizvoljnim jedinicama) za izotope  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ . Indeksi linija odgovaraju opisu korištenom na slici 4.1.

D1 linija			D2 linija		
Hiperfina komponenta	$I_j$ (p.j)		Hiperfina komponenta	$I_j$ (p.j)	
	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$		$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$
<b>a'</b>	$\alpha \frac{10}{3}$	$\alpha \frac{3}{2}$	<b>a</b>	$\beta \cdot 36$	$\beta \cdot 12$
<b>b'</b>	$\alpha \frac{35}{3}$	$\alpha \frac{15}{2}$	<b>b</b>	$\beta \frac{140}{3}$	$\beta \cdot 30$
<b>c'</b>	$\alpha \frac{35}{3}$	$\alpha \frac{15}{2}$	<b>c</b>	$\beta \frac{112}{3}$	$\beta \cdot 30$
<b>d'</b>	$\alpha \frac{28}{3}$	$\alpha \frac{15}{2}$	<b>d</b>	$\beta \frac{40}{3}$	$\beta \cdot 6$
			<b>e</b>	$\beta \frac{140}{3}$	$\beta \cdot 30$
			<b>f</b>	$\beta \cdot 108$	$\beta \cdot 84$

Prema podacima iz Tablice 4.3 za relativne intenzitete hiperfinskih komponenti  $^{85}\text{Rb}$  D1 linije (prijelazi  $5S_{1/2}(F = 2, 3) \rightarrow 5P_{1/2}(F' = 2, 3)$ ) nalazimo (gornji indeksi označavaju vrijednosti F-ova donjeg i gornjeg stanja, npr  $32 \equiv 3 \rightarrow 2$ ):

$$I_{a'}^{22} : I_{b'}^{23} : I_{c'}^{32} : I_{d'}^{33} = \frac{10}{35} : 1 : 1 : \frac{28}{35} \quad (4.2)$$

Intenziteti hiperfinskih komponenti  $^{85}\text{Rb}$  D2 linije (prijelazi  $5S_{1/2}(F=2,3) \rightarrow 5P_{1/2}(F'=1,2,3,4)$ ) nalaze se u odnosu:

$$I_a^{21} : I_b^{22} : I_c^{23} : I_d^{32} : I_e^{33} : I_f^{34} = \frac{1}{3} : \frac{35}{81} : \frac{28}{81} : \frac{10}{81} : \frac{35}{81} : 1 \quad (4.3)$$

Analogno za izotop  $^{87}\text{Rb}$  prema podacima iz Tablice 4.3 dobivamo za D1 liniju (prijelazi  $5S_{1/2}(F = 1, 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F' = 1, 2)$ ):

$$I_{a'}^{11} : I_{b'}^{12} : I_{c'}^{21} : I_{d'}^{22} = \frac{1}{5} : 1 : 1 : 1 \quad (4.4)$$

odnosno:

$$I_a^{10} : I_b^{11} : I_c^{12} : I_d^{21} : I_e^{22} : I_f^{23} = \frac{1}{7} : \frac{5}{14} : \frac{5}{14} : \frac{1}{14} : \frac{5}{14} : 1 \quad (4.5)$$

za D2 liniju(prijelazi  $5S_{1/2}(F = 1, 2) \rightarrow 5P_{1/2}(F' = 0, 1, 2, 3)$ ).

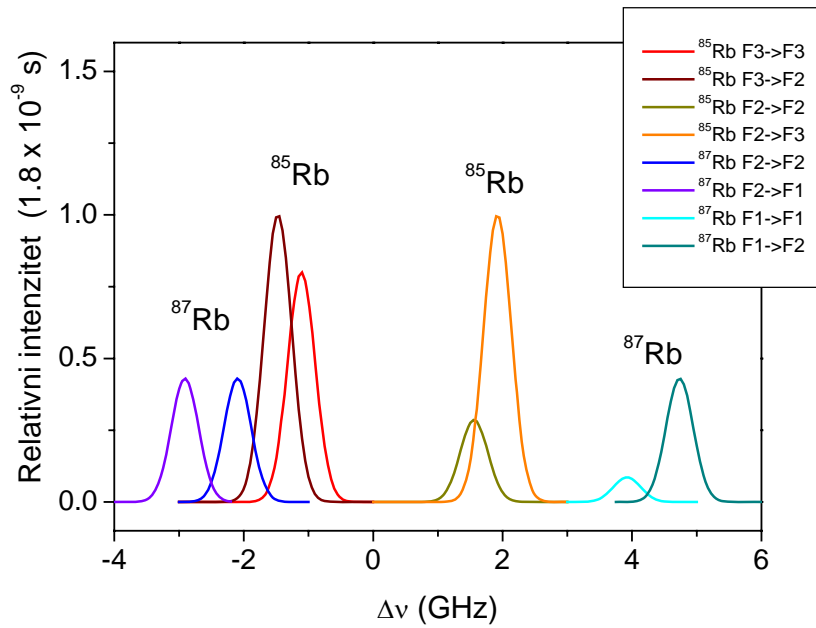
### 4.3 PROFILI RUBIDIJEVIH D1 I D2 LINIJA

Uz pomoć podataka dobivenih za frekvencije i relativne intenzitete hiperfinskih komponenti, konstruirani su spektri rubidijevih D1 i D2 linija. Budući da su u cijelom istraživanom temperaturnom području linije bile dominantno Dopplerovski proširene (Voigtov parametar  $a = \Delta_I/\Delta_G < 0.1$ ) od interesa za analizu podataka je bilo potrebno poznavati Dopplerov profil linije. Stoga je pri konstrukciji profila položaju svake pojedine komponente pridjeljen odgovarajući normirani Gaussov profil (relacija (2.14)) izračunat za  $T = 300$  K. Ukupni profili (anvelope) izračunati su prema slijedećim relacijama:

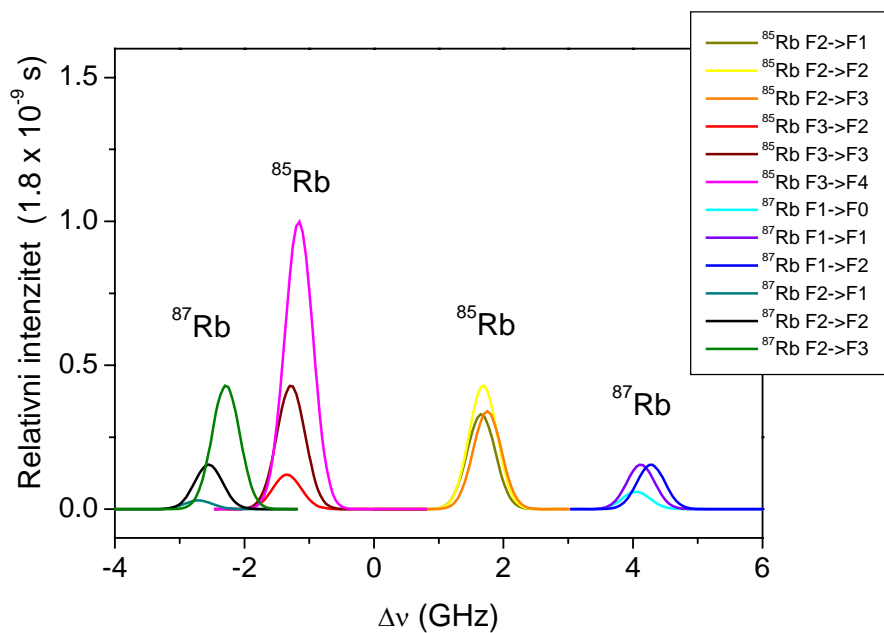
$$P_{D1}(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta_D^{85}} \sum_{i=1}^{i=4} I_i^r \times \exp\left[-\left(\frac{v-v_0^i}{\Delta_D^{85}}\right)^2\right] + \frac{R}{\sqrt{\pi} \Delta_D^{87}} \sum_{j=1}^{j=4} I_j^r \times \exp\left[-\left(\frac{v-v_0^j}{\Delta_D^{87}}\right)^2\right] \quad (4.6)$$

$$P_{D2}(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta_D^{85}} \sum_{m=1}^{m=6} I_m^r \times \exp\left[-\left(\frac{v-v_0^m}{\Delta_D^{85}}\right)^2\right] + \frac{R}{\sqrt{\pi} \Delta_D^{87}} \sum_{n=1}^{n=6} I_n^r \times \exp\left[-\left(\frac{v-v_0^n}{\Delta_D^{87}}\right)^2\right] \quad (4.7)$$

U gornjim izrazima  $\Delta_D^{85}$  i  $\Delta_D^{87}$  označavaju Doppler-konstante (relacija 2.19) za izotope  $^{85}\text{Rb}$  i  $^{87}\text{Rb}$ ,  $I^r$  su relativni intenziteti komponenti iskazani u relacijama (4.2) - (4.5), frekvencije centara hiperfinskih komponenti označeni su s  $v_0$  čije su vrijednosti dane u Tablici 4.1, a  $R = 0.37$  predstavlja maseni izotopni omjer. Indeksi  $i$  i  $j$  u jednadžbi (4.6) po kojima se sumiraju (pobrojavaju) odgovarajuće četiri (a', b', c', d') hiperfine komponente D1 linije svakog pojedinog izotopa. Analogno, Indeksi sumacije  $m$  i  $n$  u jednadžbi (4.7) pobrojavaju odgovarajućih šest (a, b, c, d, e, f) hiperfinskih komponenti D2 linije svakog od rubidijevih izotopa. Svi računi napravljeni su koristeći program *Mathcad 2001 Profesional*. Rezultati računa za D1 i D2 liniju prikazani su na slikama 4.2 i 4.3, gdje su položaji hiperfinskih linija (pojedini sumandi u izrazima za  $P_{D1}$  i  $P_{D2}$ ) prikazani relativno u odnosu na centar  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ , odnosno  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  prijelaza u  $^{85}\text{Rb}$  (tj. vrijednosti  $v_0$  iz Tablice 4.1 računane su uz  $v_0^1 = v_0^2 = 0$ ).



SI. 4.2 Relativni intenziteti hiperfinskih komponenti rubidijeve D1 linije. Svaka linija odgovara pojedinom sumandu u relaciji (4.6). U tablici u desnom gornjem kutu navedeni su podaci o vrsti izotopa i tipu prijelaza. Položaji hiperfinskih komponenti prikazani su u ovisnosti o pomaku  $\Delta\nu$  pripadajuće frekvencije od centra  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$  prijelaza u  $^{85}\text{Rb}$ .



SI. 4.3 Relativni intenziteti hiperfinskih komponenti rubidijeve D2 linije. Svaka linija odgovara pojedinom sumandu u relaciji (4.7). U tablici u desno gore navedeni su podaci o vrsti izotopa i tipu prijelaza. Položaji hiperfinskih komponenti prikazani su u ovisnosti o pomaku  $\Delta\nu$  pripadajuće frekvencije od centra  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  prijelaza u  $^{85}\text{Rb}$ .

Profile definirane relacijama (4.6) i (4.7) čine sume normiranih Gaussijana pa stoga oni sami nisu normirani ( $\int P(\nu) d\nu \neq 1$ ) te je potrebno definirati njihovu normu:

$$\text{norma}_i = \int P_i(\nu) d\nu \quad (4.8)$$

U gornjem izrazu  $i = D1, D2$ . Normirani profil je onda:

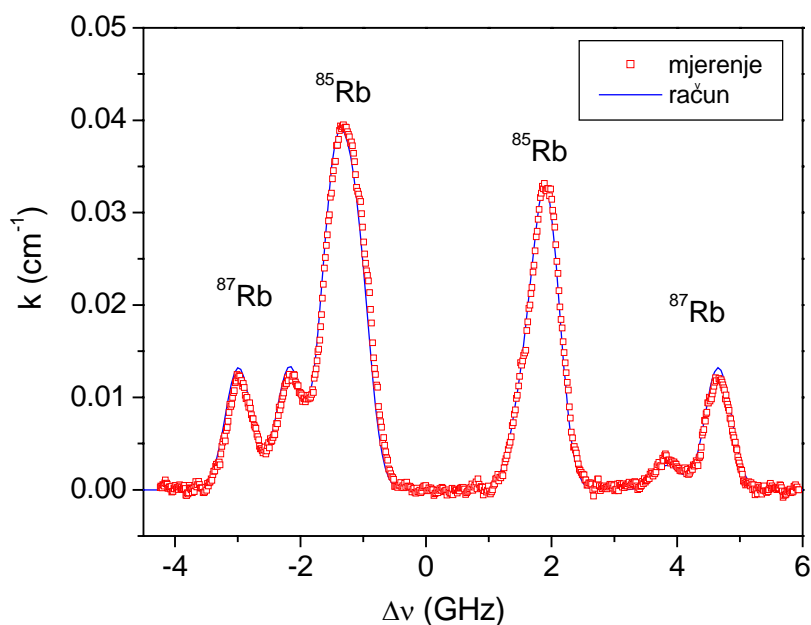
$$P_i^{\text{norm}}(\nu) = \frac{P_i(\nu)}{\text{norma}_i} \quad (4.9)$$

Apsorpcijski koeficijenti Doppler-proširenih Rb D1 i D2 linija opisani su slijedećim relacijama:

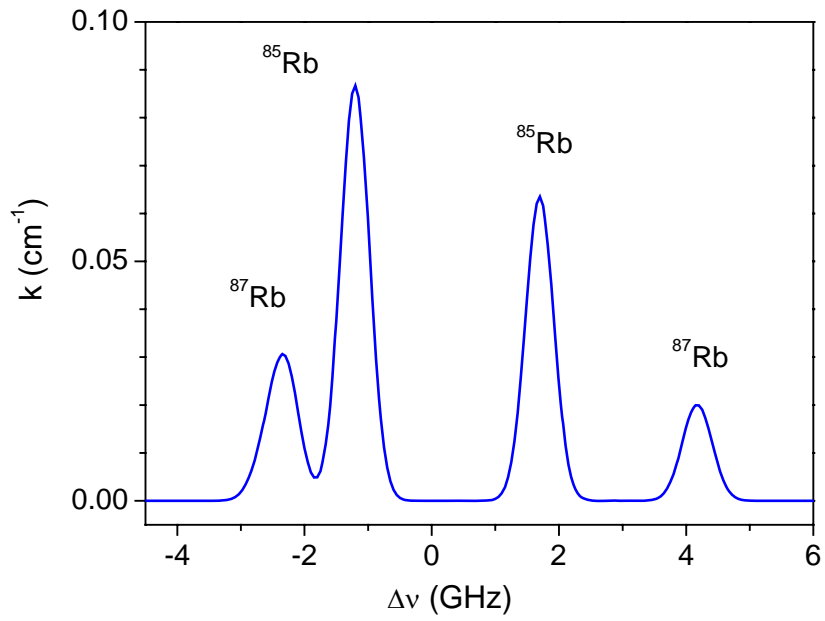
$$k_{D1}(\nu) = \frac{\pi e^2}{mc} N f_{D1} P_{D1}^{\text{norm}}(\nu) \quad (4.10)$$

$$k_{D2}(\nu) = \frac{\pi e^2}{mc} N f_{D2} P_{D2}^{\text{norm}}(\nu) \quad (4.11)$$

gdje je  $N$  koncentracija rubidijevih atoma u osnovnom stanju. Na sobnoj temperaturi ( $T = 300$  K)  $N = 6.3 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$  [9]. Apsorpcijski profili  $k_{D1}(\nu)$  i  $k_{D2}(\nu)$  izračunati za  $T = 300$  K, prikazani su na slikama 4.4 i 4.5. Na slici 4.4 nalaze se također i rezultati mjerenja laserske apsorpcije Rb D1 linije na sobnoj temperaturi. Postoji vrlo dobro slaganje mjerenih i računatih podataka, što potvrđuje točnost provedenih računa.



**Sl. 4.4** Apsorpcijski koeficijent Doppler-proširene rubidijeve D1 linije na sobnoj temperaturi ( $T = 300$  K). Plava linija prikazuje rezultat računa (relacija (4.6)), a crvenim simbolima obilježen je eksperimentalni rezultat dobiven mjerenjem laserske apsorpcije Rb D1 linije.

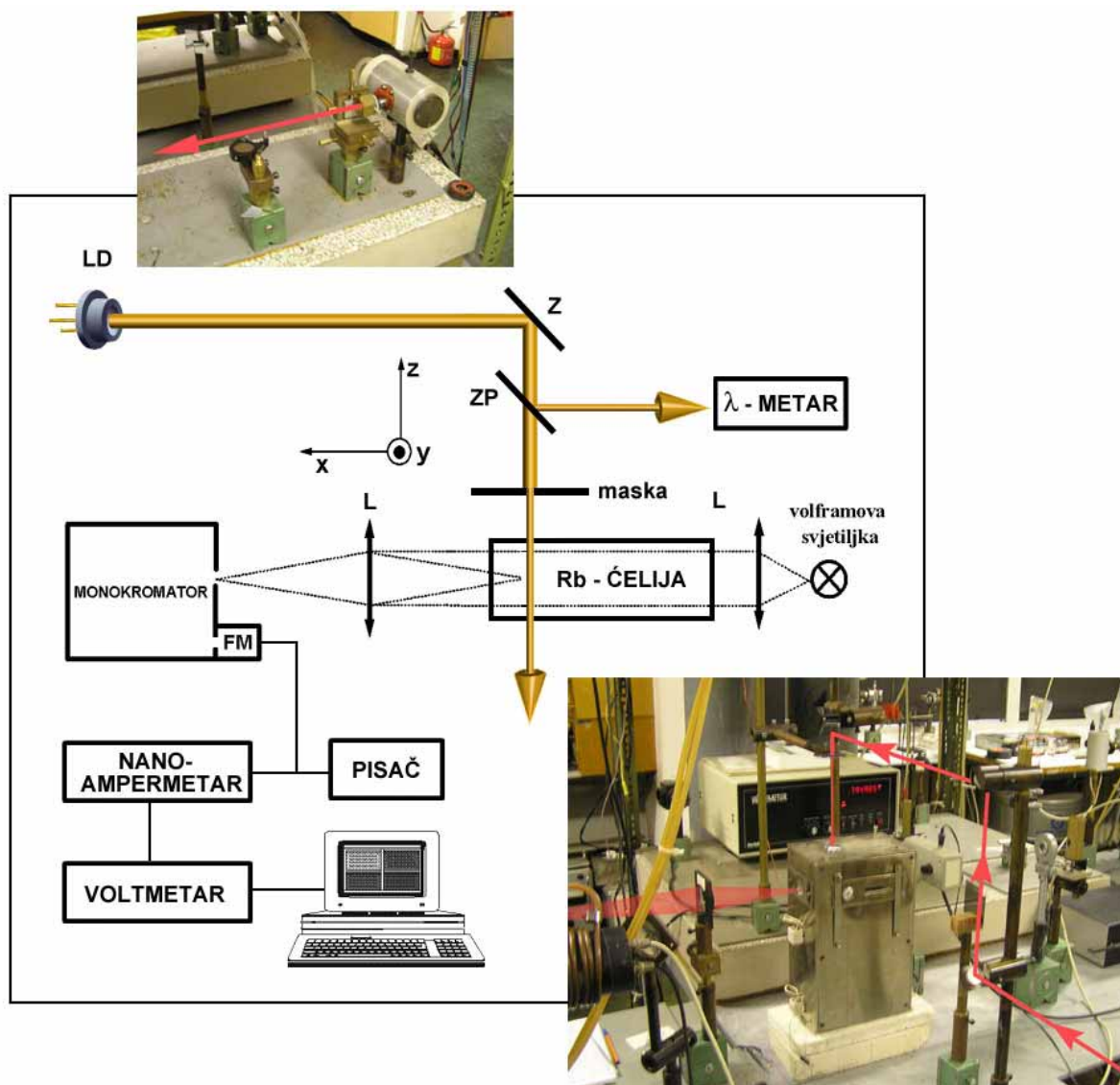


**Sl. 4.5** Apsorpcijski koeficijent Doppler-proširene rubidijeve D2 linije na sobnoj temperaturi ( $T = 300$  K) izračunat koristeći relaciju (4.7).

## 5. EKSPERIMENT

### 5.1 EKSPERIMENTALNA POSTAVA I POSTUPCI

Postava eksperimenta prikazana je na slici 5.1. Rubidij visoke čistoće bio je smješten u donjem izduženom dijelu (kupka) kivete izrađene od Pyrex stakla, dok su rubidijeve pare stvarane su u gornjem cilindričnom dijelu (apsorpcijska ćelija) kivete. Apsorpcijska ćelija imala je slijedeće dimenzije: duljina  $L = 9.6$  cm, promjer  $d = 2.8$  cm.



SI. 5.1 Postava eksperimenta. LD - laserska dioda, FM - fotomultiplikator, L - leće, Z - zrcalo, ZP - preklopno zrcalo, xzy - prostorne koordinate



Promjene tlaka para postizane su mijenjanjem temperature kupke u intervalu od 320 K do 470 K. Tijekom mjerenja temperatura apsorpcijske ćelije bila je uvijek za otprilike 50 K viša nego pripadajuća temperatura kupke, kako bi se izbjeglo taloženje rubidija na prozorima ćelije.

Kiveta je bila smještena u dvodjelnu peć u kojoj su gornja i donja komora odvojene pomoću pregrade izrađene od materijala dobrih termo-izolacijskih svojstava. Na taj način izmjena topline između dviju komora svedena je na minimum. Izduženi dio kivete s tekućim rubidijem bio je smješten unutar masivnog mesinganog cilindra kako bi se osigurala stabilnost temperature i spriječili temperaturni gradijenti u kupki. U korištenoj eksperimentalnoj konfiguraciji to je od velike važnosti, budući da temperatura kupke izravno određuje tlak para u apsorpcijskoj ćeliji.

Temperatura je stabilizirana pomoću temperaturnih stabilizatora *ISKRATERM 3k PD*, a stabilizacija je izvedena za svaku komoru zasebno. Platinski otporni termometri ( $R = 100 \Omega$  na  $T = 25^\circ \text{C}$ ), ugrađeni u obloge peći služili su za uspostavu povratne veze. Temperatura kupke i apsorpcijske ćelije mjerena je pomoću kalibriranih željezo-konstantan termočlanaka, smještenih tik uz njihove stijenke. To je postignuto na način da je termočlanak u gornjoj komori bio ugrađen u držač apsorpcijske ćelije, dok je drugi termočlanak bio proveden i zalijepljen s unutrašnje strane šupljine u mesinganom bloku. Obje temperature bile su stabilizirane do na  $\pm 1 \text{ K}$ .

Za pobuđivanje rubidijevih atoma u  $5P_{1/2}$  stanje korištena je jednomodna, frekventno stabilizirana laserska dioda (Hitachi, HL78516,  $\lambda_0 = 791.4 \text{ nm}$  na  $T = 25^\circ \text{C}$ , snaga: 50 mW). Laserska dioda bila je smještena na metalni blok kojemu je temperatura regulirana pomoću Peltier-elemenata. Za stabilizaciju struje i temperature (stuje kroz Peltier-element) laserske diode korišten je komercijalni uređaj (PROFILE Optische Systeme GmbH, model ITC 502). Laserski snop je proširen pomoću kolimatora i pomoću sustava zrcala (vidi skicu i fotografiju na slici 4.1) proveden do peći s rubidijevom kivetom, te usmjeren kroz apsorpcijsku ćeliju u smjeru z-osi osi paralelno s prozorom i to na udaljenosti 5 mm od prozora. Neposredno prije ulaska u peć laserski snop propušten je kroz masku s pravokutnim otvorom dimenzija  $2 \times 2 \text{ mm}^2$ . Na taj je način samo njegov središnji dio, za koji je mjerenjem provjereno da ima homogenu raspodjelu snage, usmjeren u rubidijevu ćeliju. Ujedno, maska je poslužila definiranju prostorne geometrije laserske pobude, što je bilo bitno za kasniju usporedbu rezultata mjerenja s modelnim računima. Snaga laserskog snopa na ulasku u staklenu ćeliju iznosila je 2 mW.

Direktna fluorescencija (emitirana na istom prijelazu koji se pobuđuje laserom) koja slijedi nakon optičke pobude pomoću linearno polariziranog laserskog zračenja je očekivano polarizirana i može biti anizotropna [12], kao što je to slučaj u prijelazima između stanja različitog kvantnog broja  $J$ . Da bi se izbjegle komplikacije koje u mjerenje i analizu podataka

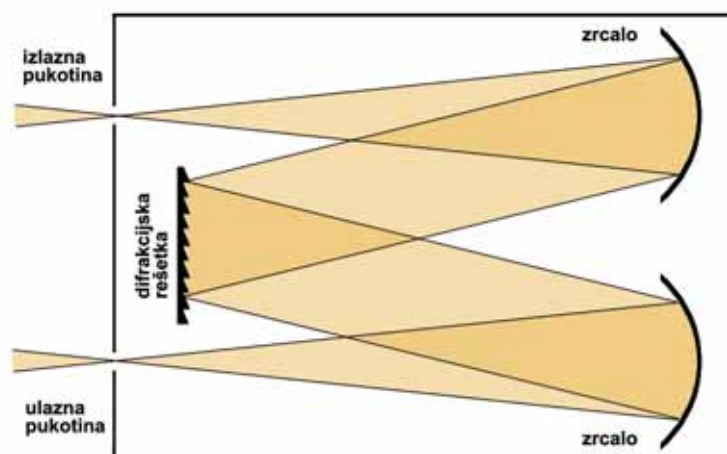
unose polarizacijski efekti, fluorescentna mjerenja su provedena na Rb D1 liniji (prijelaz  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ ,  $\lambda = 794.978$  nm), za koju je emitirano direktno fluorescentno zračenje prostorno izotropno. Fluorescentno zračenje mjereno je u smjeru okomitom ( $x$ -os, slika 4.1) na smjer prostiranja laserskog snopa, pomoću McPherson monokromatora (1m; širina pukotina: 15  $\mu$ m; instrumentalni profil: 0.015 nm) i RCA-20 fotomultiplikatora. Fluorescentna zona preslikana je pomoću leće na ulaznu pukotinu monokromatora. Omjer preslikavanja bio je 1:2. Da bi se osiguralo da se uvijek isti volumen fluorescentnog stupca preslikava na pukotinu monokromatora, na prozor apsorpcijske ćelije stavljena je maska s uzdužnim prorezom ( $y$ -os, slika 4.1) širine 2.5 cm i visine 1 cm. Radi dobivanja konstantne pumpne snage u cijelom pobuđivanom volumenu, diodni laser namješten je i stabiliziran na frekvenciji u crvenom krilu Rb D1 linije tipično pomaknutoj od centra linije za 0.01 - 0.07 nm, ovisno o uvjetima mjerenja, odnosno koncentraciji atoma Rb u osnovnom stanju. Pomak pumpne frekvencije od centra u krilo linije uvijek je izabiran tako da snop u cijelosti prolazi kroz sredstvo, tj. da ne dolazi do značajne atenuacije zbog apsorpcije duž optičkog puta. Naime, već na temperaturama neznatno višim od sobne, apsorpcija u centru linije je značajna, što za posljedicu ima slabljenje snage pumpnog snopa duž optičkog puta, odnosno nehomogenost pumpne snage duž fluorescentne zone. Atenuacija snopa na putu kroz ćeliju kontrolirana je promatranjem slike fluorescentne zone pomoću infracrvene kamere. Uz pobudni laser fiksiran na izabranoj frekvenciji, mjerena je prostorna raspodjela fluorescentnog intenziteta. Kako bi se otklonila opasnost da mjerenom intenzitetu doprinos daje raspršeno lasersko svjetlo ova mjerenja rađena su tako da je monokromator namješten na valnu duljinu nekoliko desetina nm udaljenu od valne duljine lasera u optički tankom dijelu plavog krila (intenzitet krila: cca 10% od maksimuma fluorescentnog signala) Rb D1 linije i fluorescentni signal je uz odgovarajuće pojačanje bilježen na pisaču. Leća kojom je fluorescentna zona preslikana na pukotinu monokromatora pomicana je u  $y$ -smjeru (vidi sliku 4.1) preko cijele širine fluorescentne zone i intenzitet je bilježen u diskretnim koracima (pomaci  $\Delta y = 1/8$  mm), a izmjereni podaci obrađeni su na računalu.

Koncentracija atoma rubidija u osnovnom stanju određivana iz krivulje tlaka para rubidija [25] i mjerenih temperatura kupke i apsorpcijske ćelije. Na taj način određene koncentracije provjerene su i spektroskopskim mjerenjima. U tu svrhu mjerena je apsorpcija bijele svjetlosti na rubidijevoj D2 liniji (prijelaz  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ ,  $\lambda = 780.241$  nm). Volframova svjetiljka korištena je kao izvor kontinuirane bijele svjetlosti. Paralelni snop bijele svjetlosti, nakon prolaska kroz apsorpcijsku ćeliju, fokusiran je na ulaznu pukotinu monokromatora. Izlazni signal fotomultiplikatora tijekom monokromatorskog skena mjereno je nano-ampermetrom (Keithley, model 616) čiji je izlaz

upućen na voltmetar (Keithley, model 196) priključen na laboratorijsko računalo na kojem su podaci prikupljeni za daljnju obradu.

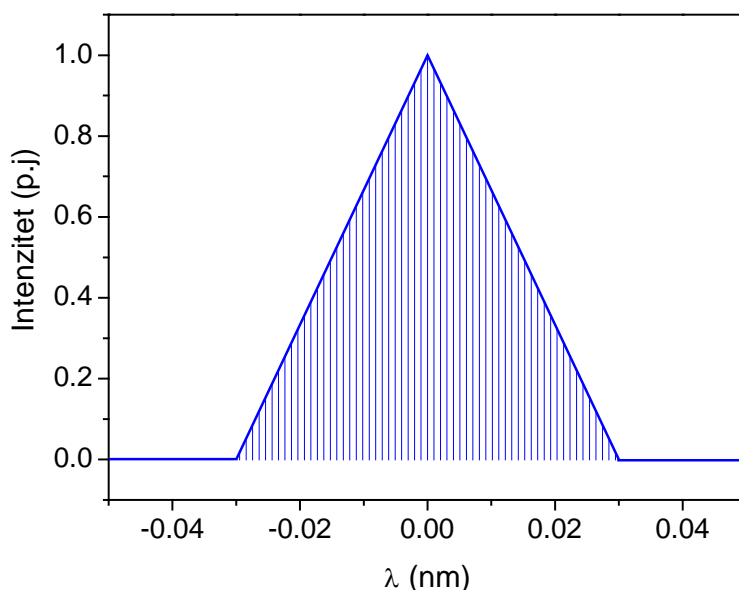
## 5.2 INSTRUMENTALNI PROFIL MONOKROMATORA

Shema monokromatora prikazana je na slici 5.2. Svjetlost koju želimo spektralno analizirati fokusiramo na ulaznu pukotinu. Ulazna pukotina je smještena u fokus sfernog zrcala. Sferno zrcalo tada reflektira paralelan snop koji pada na difrakcijsku rešetku, koja prostorno razlaže svjetlost po valnim duljinama, tj. svaka valna duljina difraktira se pod različitim kutem. Difraktirani snop pada na drugo sferno zrcalo koje ga fokusira na izlaznu pukotinu na koju je postavljen detektor zračenja (fotomultiplikator).



SI. 5.2 Shematski prikaz monokromatora

U suštini, monokromator preslikava ulaznu na izlaznu pukotinu. Ukoliko npr. na ulaznu pukotinu fokusiramo bijelu svjetlost, zakretanjem difrakcijske rešetke postizemo da na izlaznu pukotinu dovodimo sliku ulazne pukotine u "različitim bojama". Razlučivanje monokromatora ovisi o broju zarezova difrakcijske rešetke. Veći broj zarezova daje bolje razlučivanje. Difrakcijska rešetka monokromatora kojeg smo koristili u mjerjenjima ima 1200 zarezova/mm, što daje razlučivanje od 1 nm/mm na valnoj duljini od 500nm. To znači da se spektralno područje širine 1 nm preslikava u ravnini izlazne pukotine na duljini od 1 mm. Slika ulazne pukotine širine 15  $\mu\text{m}$  će stoga u ravnini izlazne pukotine biti široka 0.015 nm, čime je definirana širina instrumentalnog profila monokromatora za dane pukotine. Ukoliko su izlazna i ulazna pukotina iste širine instrumentalni profil će imati trokutasti oblik (slika 5.3).



SI. 5.3 Instrumentalni profil monokromatora korištenog u mjerenjima

Profil linije  $C(\lambda)$  mjeran monokromatorom je konvolucija stvarnog profila linije i instrumentalnog profila monokromatora. Matematički, konvolucija  $C$  dvije funkcije  $P$  i  $IP$  je definirana na slijedeći način:

$$C(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} IP(u) P(u - \lambda) du \quad (5.1)$$

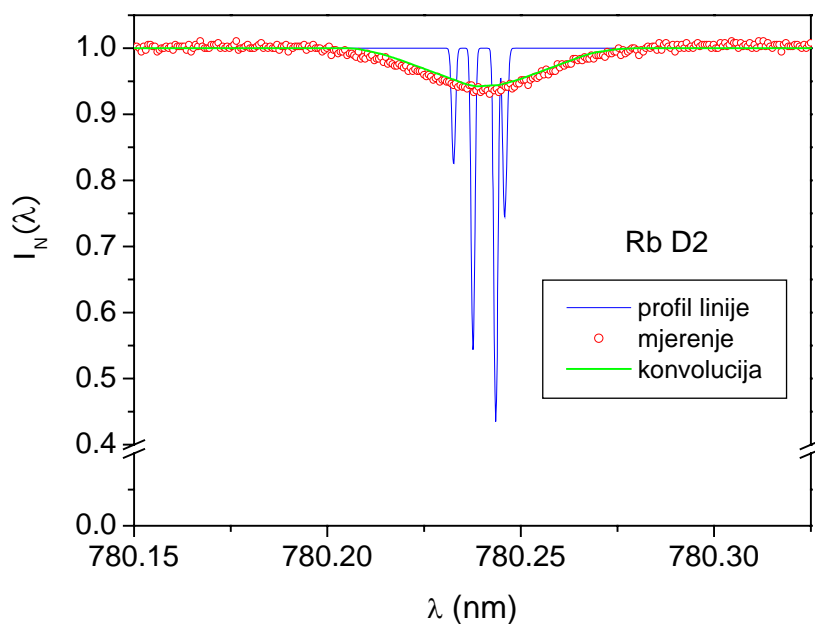
U našem slučaju,  $P(u)$  predstavlja stvarni profil mjerene spektralne linije, a  $IP(u)$  označava instrumentalni profil monokromatora.

Mjerenje apsorpcije bijele svjetlosti skaniranjem monokromatora preko Rb D2 linije na sobnoj temperaturi ( $T_1 = T_2 = 300$  K,  $N_0 = 6.9 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ) prikazani su na slici 5.4, dok slika 5.5 prikazuje rezultat dobiven u uvjetima:  $T_1 = 470$  K,  $T_2 = 498$  K,  $N_0 = 6.4 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ . Za iste uvjete normirani transmitirani intenzitet Rb D2 linije:

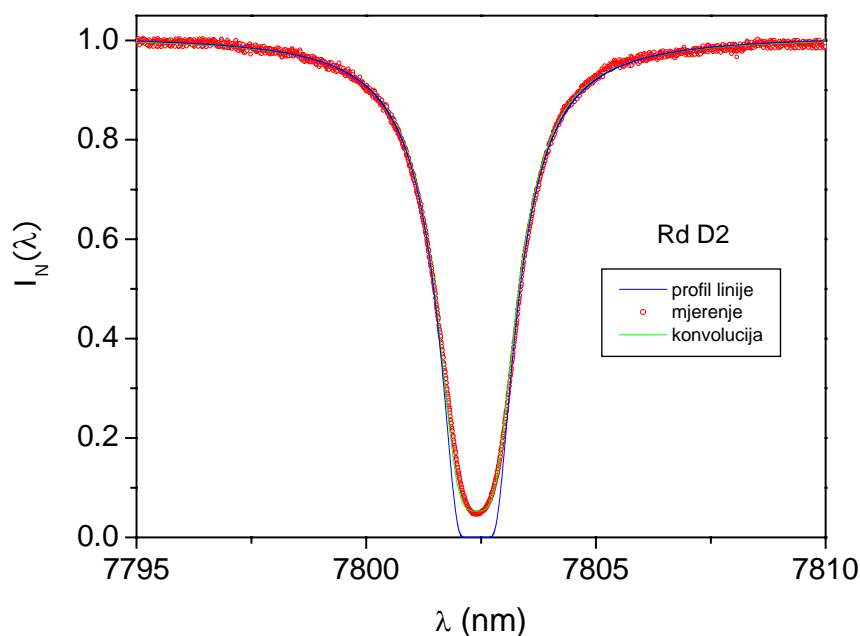
$$I_N(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)} = e^{-k_{D2}(\lambda) \cdot L} \quad (5.2)$$

izračunat je koristeći relaciju (4.11) za  $k(\lambda)$  i duljinu ćelije  $L = 9.6$  cm. Rezultati računa na slikama 5.4 i 5.5 označeni su plavim linijama.

Koristeći formulu (5.1) izračunata je konvolucija transmitiranog intenziteta (5.2) i trokutastog instrumentalnog profila monokromatora (slika 5.3). Ovi rezultati su na slikama 5.4 i 5.5 označeni zelenim linijama.



**Sl. 5.4** Normirani transmitirani intenzitet  $I/I_0$  mjereno skeniranjem monokromatora preko rubidijeve D2 linije. Crvenim simbolima označeno je mjerenje na sobnoj temperaturi ( $T_1 = T_2 = 300$  K,  $N_0 = 6.9 \times 10^{10}$  cm<sup>-3</sup>). Plava linija predstavlja stvarni profil u istim uvjetima, određen prema relaciji (5.2) u kojoj je  $k(\nu)$  računat pomoću izraza (4.11). Zelenom linijom označen je rezultat računa konvolucije (relacija (5.1)) stvarnog i instrumentalnog profila.



**Sl. 5.5** Normirani transmitirani intenzitet  $I/I_0$  mjereno skeniranjem monokromatora preko rubidijeve D2 linije. Crvenim simbolima označeno je mjerenje u uvjetima  $T_1 = 470$  K  $T_2 = 498$  K, ( $N_0 = 6.4 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup>). Plava linija predstavlja izračunati profil u istim uvjetima, određen prema relacijama (5.2) i (4.11). Zelena linija označava konvoluciju (relacija (5.1)) stvarnog i instrumentalnog profila.

Kao što slike 5.4 i 5.5 pokazuju mjereni profili se vrlo dobro slažu s izračunatim konvolucijama. Mjereni profil se međutim razlikuje od stvarnog u području  $\Delta\lambda$  od centra linije koje seže do

nekoliko širina instrumentalnog profila  $\Delta_{IP}$ . Razlika, odnosno izobličenje mjerenog profila je to veće što je spektralna linija uža u odnosu na  $\Delta_{IP}$  (slika 5.4). Tek na udaljenostima  $\Delta\lambda \geq 5\Delta_{IP}$  mjereni profil točno reproducira stvarni profil linije. Zbog toga su mjerenja prostornih raspodjela fluorescentnog intenziteta rađena na valnim duljinama pomaknutim od centra za  $\Delta\lambda > 0.08$  nm tj u području gdje se monokromatorom mjeri točni intenzitet.

### 5.3 ODREĐIVANJE KONCENTRACIJE RUBIDIJEVIH ATOMA U OSNOVNOM STANJU

Kao što je prethodno rečeno, koncentracija rubidijevih atoma u osnovnom stanju  $N_0$  određena je iz krivulje tlaka para za rubidij koristeći mjerene temperature kupke i apsorpcijske ćelije. Prema Nesmeyanovu [25] temperaturna ovisnost tlaka para iznad rubidija u tekućem stanju definirana je slijedećom relacijom:

$$\log p \text{ (Torr)} = 15.88253 - \frac{4529.635}{T} + 0.00058663 \cdot T - 2.99138 \cdot \log T \quad (5.3)$$

gdje je  $p$  tlak izražen u Torrima, a  $T$  je temperatura tekućeg rubidija.

Tlak para Rb izračunat prema gornjoj formuli i izražen u jedinicama mbar ( $1 \text{ mbar} = 0.75 \text{ Torr}$ ) prikazan je na slici 5.6 (lijevo) u ovisnosti o  $1/T$ . Također, na istoj slici (desno) prikazana je odgovarajuća koncentracija rubidija u ovisnosti o  $T$  izračunata koristeći relaciju za tlak idealnog plina  $p = N_0 k T$ .

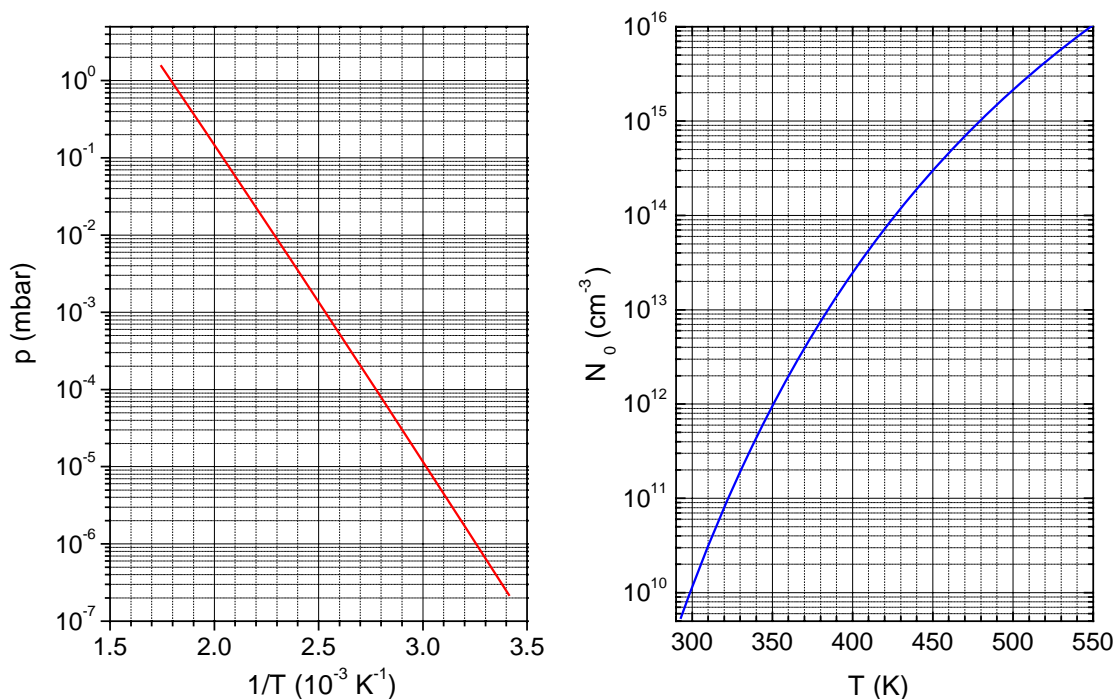
U eksperimentu, kupka s tekućim rubidijem držana je na temperaturi  $T_1$ , a apsorpcijska ćelija na temperaturi  $T_2$ . Budući da je tlak  $p$  ekstenzivna fizikalna veličina (jednak u cijelom volumenu kivete), vrijede slijedeće relacije:

$$p = N_1 k T_1 \quad (5.4a)$$

$$p = N_2 k T_2 \quad (5.4b)$$

odnosno:

$$N_2 = \frac{N_1 T_1}{T_2} \quad (5.5)$$



Sl. 5.6 Krivulja tlaka para rubidija [25] (lijevo) i iz nje izračunata koncentracija rubidijevih atoma u ovisnosti o temperaturi (desno).

U gornjim relacijama  $N_1$  je koncentracija rubidijevih atoma iznad tekuće rubidijeve kupke, a  $N_2$  koncentracija Rb atoma u apsorpcijskoj ćeliji. Za koncentraciju  $N_1$  jednačina idealnog plina daje:

$$N_1 = \frac{p(T_1)}{k T_1} \quad (5.6)$$

gdje je  $p(T_1)$  određen jednačinom (5.3), a temperatura  $T_1$  je direktno mjerena u eksperimentu.

Uz tako dobivenu vrijednost  $N_1$ , koncentraciju rubidijevih atoma u apsorpcijskoj ćeliji dobivamo iz relacije (5.5) i mjerene vrijednosti za temperaturu  $T_2$ .

Rezultati određivanja temperatura  $T_1$  i  $T_2$  te pripadnih koncentracija rubidija u osnovnom stanju  $N_1$  i  $N_2$  navedeni su u Tablici 5.1.

**Tablica. 5.1** Temperature kupke i apsorpcijske ćelije  $T_1$  i  $T_2$  te pripadne koncentracije rubidija u osnovnom stanju  $N_1$  i  $N_2$  određene pomoću krivulje tlaka para rubidija i mjerenih temperatura.

	$T_1$ (K)	$T_2$ (K)	$N_1$ (cm <sup>-3</sup> )	$N_2$ (cm <sup>-3</sup> )
<b>1</b>	320.3	405.8	$8.15 \times 10^{10}$	$6.43 \times 10^{10}$
<b>2</b>	329.1	406.0	$1.78 \times 10^{11}$	$1.44 \times 10^{11}$
<b>3</b>	336.1	408.0	$3.19 \times 10^{11}$	$2.63 \times 10^{11}$
<b>4</b>	342.5	391.6	$5.31 \times 10^{11}$	$4.64 \times 10^{11}$
<b>5</b>	349.2	393.8	$8.91 \times 10^{11}$	$7.90 \times 10^{11}$
<b>6</b>	354.4	395.0	$1.31 \times 10^{12}$	$1.18 \times 10^{12}$
<b>7</b>	356.0	397.0	$1.48 \times 10^{12}$	$1.32 \times 10^{12}$
<b>8</b>	363.8	400.3	$2.57 \times 10^{12}$	$2.33 \times 10^{12}$
<b>9</b>	372.0	450.0	$4.56 \times 10^{12}$	$3.69 \times 10^{12}$
<b>10</b>	371.9	403.8	$4.44 \times 10^{12}$	$4.09 \times 10^{12}$
<b>11</b>	379.5	406.7	$7.22 \times 10^{12}$	$6.74 \times 10^{12}$
<b>12</b>	391.0	463.0	$1.46 \times 10^{13}$	$1.24 \times 10^{13}$
<b>13</b>	412.3	522.1	$4.85 \times 10^{13}$	$3.83 \times 10^{13}$
<b>14</b>	422.3	516.3	$8.12 \times 10^{13}$	$6.64 \times 10^{13}$
<b>15</b>	439.5	500.6	$1.86 \times 10^{14}$	$1.64 \times 10^{14}$
<b>16</b>	456.8	509.8	$4.02 \times 10^{14}$	$3.60 \times 10^{14}$
<b>17</b>	469.5	497.9	$6.77 \times 10^{14}$	$6.39 \times 10^{14}$



#### 5.4 MJERENJE PROSTORNIH RASPODJELA FLUORESCENTNOG ZRAČENJA

Fluorescentni intenzitet  $I$  optički tanke spektralne linije, emitiran pri prijelazu između stanja  $2 \rightarrow 1$ , proporcionalan je energiji fotona  $h\nu$  emitiranog na promatranom prijelazu, Einsteinovom koeficijentu za spontanu emisiju  $A_{21}$  i koncentraciji atoma u pobuđenom stanju  $N_2$  [12]. Ako se mjerenje fluorescentnog intenziteta radi pomoću monokromatora čiji je instrumentalni profil  $\Delta_{IP}$  puno širi od širine linije, mjerena fluorescencija bit će spektralno integrirana po svim frekvencijama unutar profila linije. Promatramo li fluorescenciju emitiranu iz volumena  $\Delta V$ , mjereni intenzitet definiran je slijedećom relacijom:

$$I \propto h\nu A_{21} \int_{\Delta V} N_2(x, y, z) dx dy dz \quad (5.7)$$

u kojoj integracija ide po cijelom promatranom volumenu, a  $N_2(x, y, z)$  označava koncentraciju atoma u pobuđenom stanju ovisnu o prostornim koordinatama. Relacija (5.7) pokazuje da fluorescentni intenzitet predstavlja dobru mjeru za ukupni broj pobuđenih atoma u volumenu koji se promatra.

U situacijama kada su spektralne linije optički debele u centru, da bi se izbjegla potreba korigiranja mjerenih intenziteta zbog apsorpcije na optičkom putu od fluorescentne zone do prozora ćelije, fluorescentna mjerenja se rade u krilu gdje je linija optički tanka. Spektralni intenzitet  $I(\Delta\nu)$  u optički tankom dijelu linije emitiran na udaljenosti  $\Delta\nu$  od njezinog centra  $i$  iz infinitezimalnog volumena  $dV$  je dan sa [26]:

$$dI(\Delta\nu) \propto h\nu A_{21}^{\nu} d\nu N_2(\Delta\nu, x, y, z) dV \quad (5.8)$$

gdje je  $A_{21}^{\nu}$  koeficijent za spontanu emisiju ovisan o frekvenciji [26], a  $N_2(\Delta\nu, x, y, z)$  je prostorno ovisna koncentracija atoma u pobuđenom stanju koji zrače na frekvenciji  $\nu = \nu_0 - \Delta\nu$ . Mjerimo li ovaj fluorescentni intenzitet monokromatorom koji ima instrumentalni profil širine  $\Delta_{IP}$ , emitirani intenzitet bit će spektralno integriran po frekvencijama unutar instrumentalnog profila. Ukoliko je  $\Delta_{IP}$  mali u usporedbi s pomakom  $\Delta\nu$  od centra linije na kojem se mjeri fluorescencija (što je bio slučaj u mjerenjima u ovom radu), frekventno ovisni koeficijent spontane emisije  $A_{21}^{\nu}$  možemo smatrati konstantnim unutar frekventnog intervala  $(\nu, \nu + \Delta_{IP})$ . Koncentracija atoma  $N_2(\Delta\nu, x, y, z)$  koji zrače na frekvenciji  $\nu$  udaljenoj za  $\Delta\nu$  od centra linije je [16, 26]:

$$N_2(\Delta\nu, x, y, z) \propto N_2(x, y, z) \times \exp[-\Delta E/kT] \quad (5.9)$$

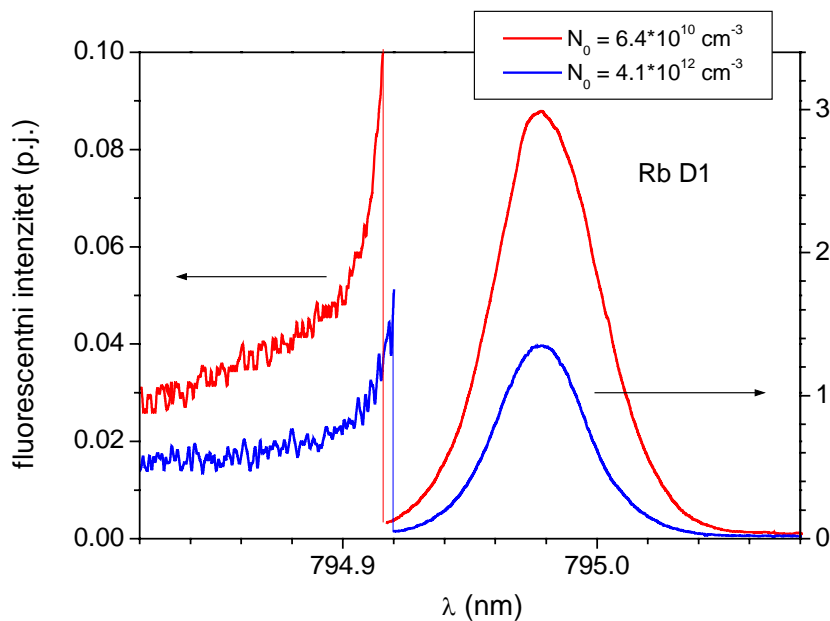
pri čemu je  $\Delta E = |h\nu - h\nu_0| = h\Delta\nu$  razlika u energiji fotona emitiranih na frekvencijama  $\nu$  i  $\nu_0$ , a  $N_2(x, y, z)$  označava koncentraciju atoma koji zrače u centru linije.

Uzimajući u obzir relaciju (5.9), iz jednažbe (5.8) integriranjem po frekvenciji za intenzitet emitiran iz volumena  $\Delta V$  dobivamo:

$$I(\Delta\nu) \propto h\nu A_{21}^{\nu} \Delta_{IH} \exp[-\Delta E/kT] \int_{\Delta V} N_2(x, y, z) dx dy dz \quad (5.10)$$

Gornji izraz pokazuje da mjerenjem fluorescentnog intenziteta u optički tankom području spektralne linije dobivamo korektnu informaciju o ukupnom broju pobuđenih atoma u promatranom volumenu koji zrače na frekvenciji centra linije.

Mjerenja prostornih raspodjela fluorescentnog zračenja na Rb D1 liniji napravljena su na način sažeto opisan u poglavlju 5.1. Na svakoj istraživanoj temperaturi napravljen je monokromatorski sken preko Rb D1 linije, nakon čega je monokromator postavljen tako da bilježi intenzitet u plavom krilu linije na udaljenosti  $\Delta\lambda \approx 0.1$  nm od njezinog centra. Primjeri ovih mjerenja, na dvije temperature iz istraživanog temperaturnog područja, prikazani su na slici 5.7.



**Sl. 5.7** Primjeri monokromatorskih skenova fluorescencije rubidijeve D1 linije na dvije istraživane temperature. Signal u plavom krilu linije prikazan je u uvećanoj skali (vrijednosti na lijevoj ordinati). Prostorne raspodjele fluorescentnog zračenja mjerene su na valnim duljinama pomaknutim od centra linije u plavo krilo za  $\Delta\lambda \approx 0.1$  nm.

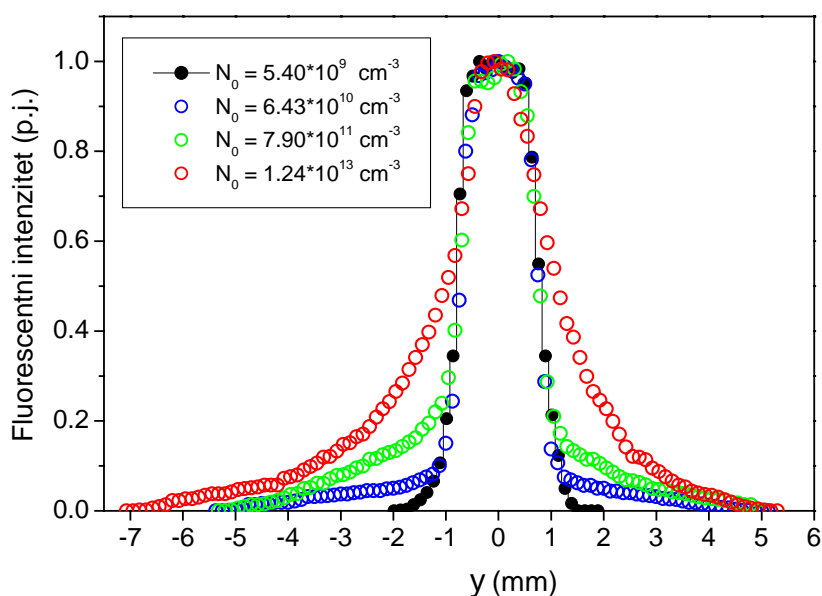
Udaljenost  $\Delta\lambda$  od centra linije na kojoj su mjerene prostorne raspodjele bila je nekoliko puta veća od širine instrumentalnog profila pa je na taj način osigurano da monokromatorom bilježimo korektni intenzitet (vidi objašnjenja u poglavlju 5.2). Ujedno, time je postignut maksimalni odmak od valne duljine lasera (pumpanje: crveno krilo D1 linije) čime se izbjegao eventualni utjecaj raspršenog laserskog svjetla na mjereni signal. Treći razlog za zbog kojeg su prostorne raspodjele mjerene na udaljenostima  $\Delta\lambda$  od centra linije je taj da je u tom području Rb D1 linija bila optički tanka, tj. apsorpcija fluorescentnog zračenja na putu  $l \approx 5$  mm do prozora ćelije je bila zanemariva i mjerene intenzitete nije bilo potrebno korigirati za apsorpciju na spomenutom optičkom putu. Zbog svih navedenih razloga, mjereni intenziteti dobro su opisani relacijom (5.10) što znači da iz provedenih fluorescentnih mjerenja možemo izvoditi zaključke o koncentraciji atoma u pobuđenom stanju koji zrače na frekvenciji centra linije.

S monokromatorom podešenim na opisani način prostorne raspodjele fluorescentnog zračenja mjerene su tako da je leća kojom se fluorescentna zona preslikavala na ulaznu pukotinu (vidi sliku 5.1) pomicala u y-smjeru preko cijele širine zone u diskretnim koracima od 1/8 mm i monokromatorom su bilježeni pripadni intenziteti. Uzimajući u obzir da je na prozoru ćelije bila postavljena maska s uzdužnim prorezom visine 10 mm (vidi sliku 5.11), da je ulazna pukotina bila široka 15  $\mu\text{m}$  te da je preslikavanje bilo u omjeru 1:2, na svakom diskretnom položaju leće za preslikavanje mjereno je fluorescentni intenzitet iz volumena oblika beskonačnog štapa površine presjeka  $10 \times 0.0075 \text{ mm}^2$ .

Rezultati mjerenja prostornih raspodjela fluorescentnog zračenja u području koncentracija rubidija u osnovnom stanju između  $N_0 = 5.4 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$  i  $N_0 = 1.24 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  prikazani su na slici 5.8. Raspodjela označena crnom bojom izmjerena je na sobnoj temperaturi ( $T_1 = T_2 = 300 \text{ K}$ ,  $N_0 = 5.4 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ). Budući da su efekti zarobljavanja i difuzije zračenja pri tako niskim koncentracijama  $N_0$  zanemarivi, izmjerena raspodjela predstavlja prostorni profil snage pumpnog laserskog snopa. Na slici je vidljiva mala nesimetrija u raspodjeli snage što ima za posljedicu da su i prostorne raspodjele fluorescentnog zračenja mjerene na višim temperaturama isto tako blago asimetrične.

Kao što se vidi iz rezultata prikazanih na slici 5.8, dok je optička dubina sredstva mala, odnosno koncentracija atoma u osnovnom stanju relativno niska ( $N_0 < 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ), fluorescencija je emitirana praktički samo iz prostora ograničenog volumenom laserske zrake. S povećanjem koncentracije  $N_0$  atomi u pobuđenom stanju nalaze se u sve širem području izvan volumena koji se primarno pobuđuje laserom. To vrlo zorno ilustrira proces zarobljavanja i "difuzije" zračenja koje se pojačava s porastom  $N_0$ . Kako sredstvo postaje sve gušće, fotoni emitirani spontanom emisijom doživljavaju sve veći broj ponovnih apsorpcija i emisija prije nego uspiju napustiti

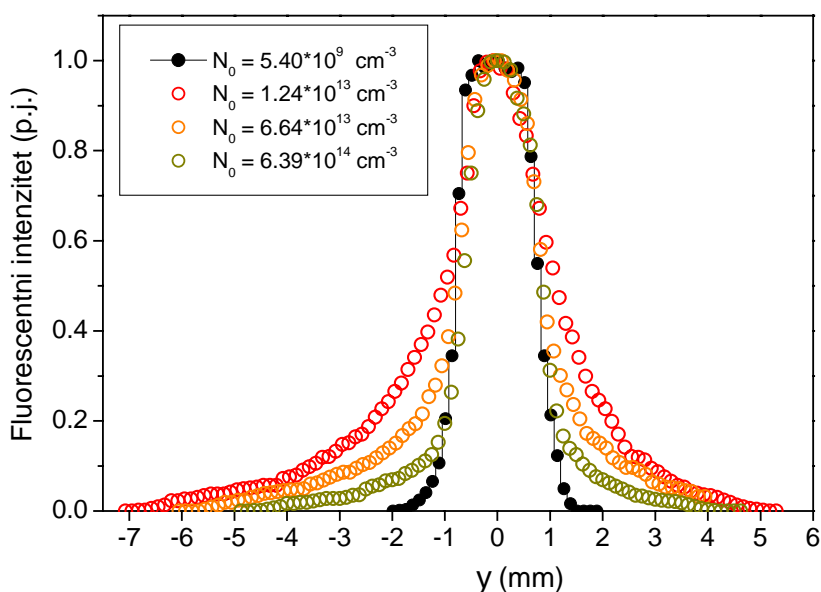
paru. Pri tome, u intervalima između emisije i reapsorpcije prelaze određeni put kroz sredstvo, odnosno možemo reći da zračenje iz originalno pobuđene zone "difundira" kroz paru. Sukladno tome fluorescentno zračenje, odnosno atome u pobuđenom stanju, opažamo i u dijelu volumena izvan zone koja se direktno pobuđuje laserom. Pimjerice, kod koncentracije  $N_0 \approx 1 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  pobuđene atome bilo je moguće detektirati čak na udaljenostima od  $\approx 6 \text{ mm}$  od ruba laserom pobuđivane zone. Radi usporedbe s veličinom direktno pobuđivanog volumena, ponovimo da je pobudni laserski snop imao pravokutni presjek dimenzija  $2 \times 2 \text{ mm}^2$ .



**Sl. 5.8** Prostorne raspodjele fluorescentnog intenziteta Rb D1 linije. Zbog preglednosti prikazano je samo nekoliko mjerenja napravljenih u području koncentracija rubidija u osnovnom stanju između  $N_0 = 5.4 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$  i  $N_0 = 1.24 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ . Raspodjela izmjerena na sobnoj temperaturi (crna linija) ujedno predstavlja raspodjelu snage pobudnog laserskog snopa. Detaljniji opis rezultata dan je u tekstu ovog poglavlja.

Temeljeno na teoriji zarobljavanja zračenja bilo bi za očekivati da će širenje emitiranog zračenja u prostor izvan volumena ograničenog laserskim snopom rasti neograničeno s porastom koncentracije atoma u osnovnom stanju. Međutim, kako mjerenja pokazuju to se ne događa. Na slici 5.9 prikazano je nekoliko prostornih raspodjela izmjerenih na koncentracijama  $N_0$  većim od  $1.24 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ . Vidimo da se s daljnim povećanjem  $N_0$  širina područja u kojem opažamo pobuđene atome smanjuje. Ovaj efekt "stiskanja" prostornih raspodjela pobuđenih atoma opažen je prethodno u natrijevim parama [27]. Autori ovaj efekt objašnjavaju na slijedeći način. Uz pretpostavku da postoji potpuna preraspodjela frekvencija, odnosno da su frekvencije na kojima se fotoni apsorbiraju potpuno neovisne o frekvencijama na kojoj će naknadno biti emitirani, postoji određena vjerojatnost da će fotoni biti emitirani na frekvencijama daleko u krilu linije. U krilima linije apsorpcijski koeficijent je manji nego u centru i ti fotoni imaju veću vjerojatnost

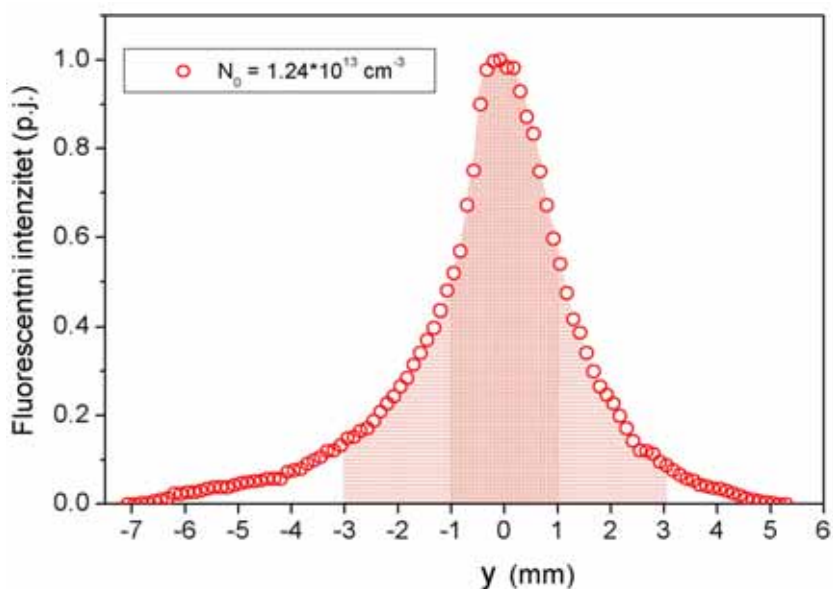
bijega iz ćelije bez daljnje reapsorpcije uzrokujući time određen gubitak za sam proces zarobljavanja zračenja.



**Sl. 5.9** Prostorne raspodjele fluorescentnog intenziteta Rb D1 linije na koncentracijama Rb u osnovnom stanju u području između  $N_0 = 1.24 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  i  $N_0 = 6.39 \times 10^{14}$ . Zbog preglednosti prikazano je samo nekoliko mjerenja iz istraživanih intervala koncentracija. Rezultati pokazuju sužavanje prostornih raspodjela pobuđenih atoma s daljnjim (iznad  $1.24 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ) povećanjem  $N_0$ . Profil obilježen crnim simbolima predstavlja raspodjelu snage pobudnog laserskog snopa.

U pojednostavljenoj slici [27] procesa prijenosa zračenja može se pretpostaviti da mogu biti emitirane dvije vrste fotona: *rezonantni* fotoni koji bivaju reapsorbirani unutar srednjeg slobodnog puta i *nerezonantni* fotoni koji trenutno napuštaju ćeliju s parama bez daljnje reapsorpcije. Rezonantni doprinos može se opisati Milneovom jednačbom difuzije i konceptom srednjeg slobodnog puta koji se smanjuje s povećanjem gustoće atoma. Činjenica da postoji određena vjerojatnost emisije nerezonantnih fotona, ima za posljedicu značajan gubitak u populaciji pobuđenih atoma nakon svakog reemisijskog procesa. U optički tankim uvjetima, na određenoj udaljenosti  $x_0$  izvan volumena laserske zrake populacija pobuđenog stanja  $N_2(x_0)$  je mala. S porastom koncentracije zbog zarobljavanja zračenja i popratne "difuzije" zračenja,  $N_2(x_0)$  se povećava. Konačno, s daljnjim povećanjem gustoće sredstva, srednji slobodni put za rezonantne fotone drastično se smanji i broj reapsorpcija koje foton doživi prije nego dosegne udaljenost  $x_0$  proporcionalno se povećava. Jedakom mjerom povećava se i vjerojatnost da pri tim brojnim reemisijama foton bude emitiran kao nerezonantni tj da napusti sredstvo prije nego dosegne udaljenost  $x_0$ , a posljedica toga je smanjenje populacije pobuđenih atoma  $N_2(x_0)$  na promatranom mjestu u prostoru.

U svrhu usporedbe efekata difuzije zračenja izmjerenih u eksperimentu i onih dobivenih računom (poglavlje 5.5), za mjerene prostorne raspodjele odredili smo omjer fluorescentnog intenziteta u centralnom dijelu ( $I_C$ ) koji se direktno pobuđuje laserom i bočnom dijelu ( $I_B$ ) u kojem je zabilježen fluorescentni intenzitet posljedica zarobljavanja, odnosno popratne difuzije zračenja. Ilustracija ovog postupka prikazana je na slici 5.10. Intenzitet  $I_C$  dobiven je integracijom mjerene prostorne raspodjele u granicama  $y = (-1 \text{ mm}, 1 \text{ mm})$  odnosno u području koje odgovara širini laserskog snopa  $a = 2 \text{ mm}$ . Bočni intenzitet  $I_B$  dobiven je integriranjem mjenjenih raspodjela u  $y$ -intervalu istih dimenzija (2 mm) kao što je i centralni dio. Razlog tome je kasnija usporedba s rezultatima računa koji su obuhvatili volumen (vidi sliku 5.1) dimenzija  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = 6 \times 6 \times 10 \text{ mm}^3$ . Zbog male nesimetričnosti mjenjenih raspodjela  $I_B$  je izračunat kao srednja vrijednost dvaju bočnih područja koja su na slici 5.10 osjenčana u svjetlijem tonu.



**Sl. 5.10** Ilustracija određivanja omjera fluorescentnih intenziteta u centralnom, laserom pobuđivanom volumenu (tamnije osjenčana površina) i bočnom dijelu (svjetlije osjenčane površine) u kojem je atomi u pobuđenom stanju postoje zbog difuzije zračenja koja se javlja kao posljedica zarobljavanja zračenja. Veličina bočnog dijela koji se promatra odabrana je da bude istih dimenzija kao i centralni dio zbog kasnije usporedbe s rezultatima računa.

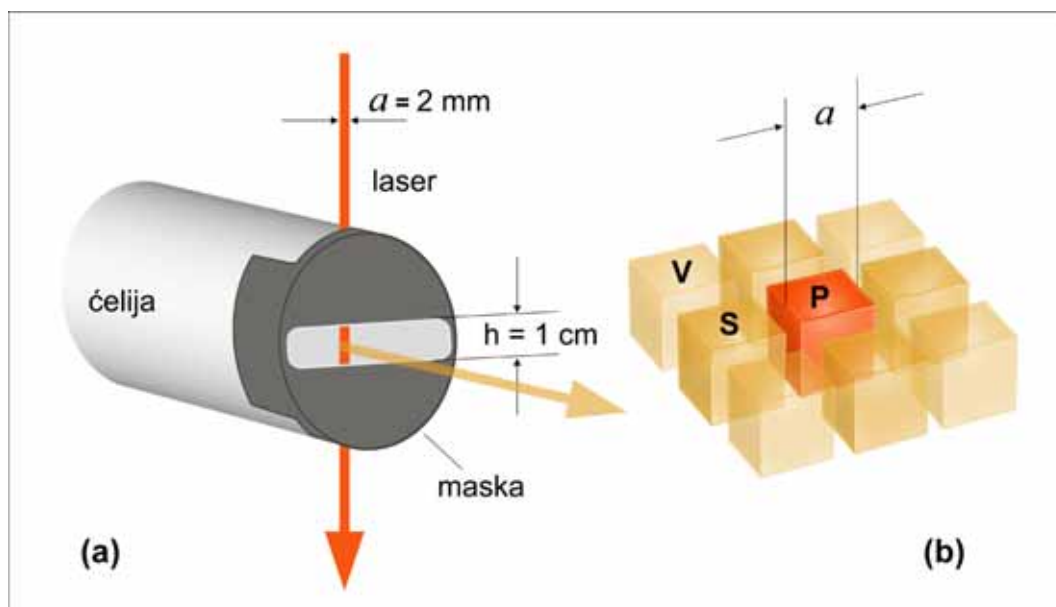
Vrijednosti omjera  $I_B / I_C$  za područje koncentracija rubidija u osnovnom stanju ( $N_0$ ) istraživano u ovom radu dani su u Tablici 5.2. Vrijednosti  $N_0$  odgovaraju podacima navedenim u Tablici 5.1 u koloni  $N_2$  (koncentracija Rb atoma u osnovnom stanju u apsorpcijskoj ćeliji).

**Tablica. 5.2** Omjeri fluorescentnog intenziteta u bočnom dijelu ( $I_B$ ) u kojem je zabilježen fluorescentni intenzitet posljedica zarobljavanja odnosno popratne difuzije zračenja i centralnom dijelu ( $I_C$ ) koji se direktno pobuđuje laserom, određeni u području koncentracija  $Rb$  u osnovnom stanju istraživanom u ovom radu.

	$N_0$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$I_B / I_C$
<b>1</b>	$6.43 \times 10^{10}$	0.0203
<b>2</b>	$1.44 \times 10^{11}$	0.0456
<b>3</b>	$2.63 \times 10^{11}$	0.0497
<b>4</b>	$2.63 \times 10^{11}$	0.0476
<b>5</b>	$4.64 \times 10^{11}$	0.0884
<b>6</b>	$7.90 \times 10^{11}$	0.1351
<b>7</b>	$1.18 \times 10^{12}$	0.1419
<b>8</b>	$1.32 \times 10^{12}$	0.1489
<b>9</b>	$2.33 \times 10^{12}$	0.1931
<b>10</b>	$3.69 \times 10^{12}$	0.2215
<b>11</b>	$4.09 \times 10^{12}$	0.2697
<b>12</b>	$6.74 \times 10^{12}$	0.2653
<b>13</b>	$1.24 \times 10^{13}$	0.2949
<b>14</b>	$3.83 \times 10^{13}$	0.0544
<b>15</b>	$6.64 \times 10^{13}$	0.0459
<b>16</b>	$1.64 \times 10^{14}$	0.0288
<b>17</b>	$3.60 \times 10^{14}$	0.0263
<b>18</b>	$6.39 \times 10^{14}$	0.01811

### 5.5 PRIMJENA "PIECE BY PIECE" METODE NA REALNU GEOMETRIJU U EKSPERIMENTU

Na slici 5.11 ilustrirana je eksperimentalna situacija na koju ćemo primijeniti "piece by piece" metodu (poglavlje 3.4) za izračun koncentracije atoma u pobuđenom stanju. Slika 5.11a prikazuje laserski snop koji ulazi okomito u apsorpcijsku ćeliju na koju je stavljena maska s uzdužnim prorezom visine  $h = 1$  cm. Laserski snop je kvadratičnog presjeka sa stranicom kvadrata  $a = 2$  mm. Fluorescencija se promatra okomito (žuta strelica) na smjer pobudnog lasera. Kao što rezultati u poglavlju 5.4 pokazuju, zbog zarobljavanja zračenja pobuđene atome nalazimo i izvan volumena koji se direktno pobuđuje laserom. Zbog toga ćemo u svrhu računa efekata zarobljavanja i difuzije zračenja promatrati volumen koji je devet puta veći od pumpanog volumena i okružuje pumpani volumen simetrično u  $x$ - $y$  smjeru.



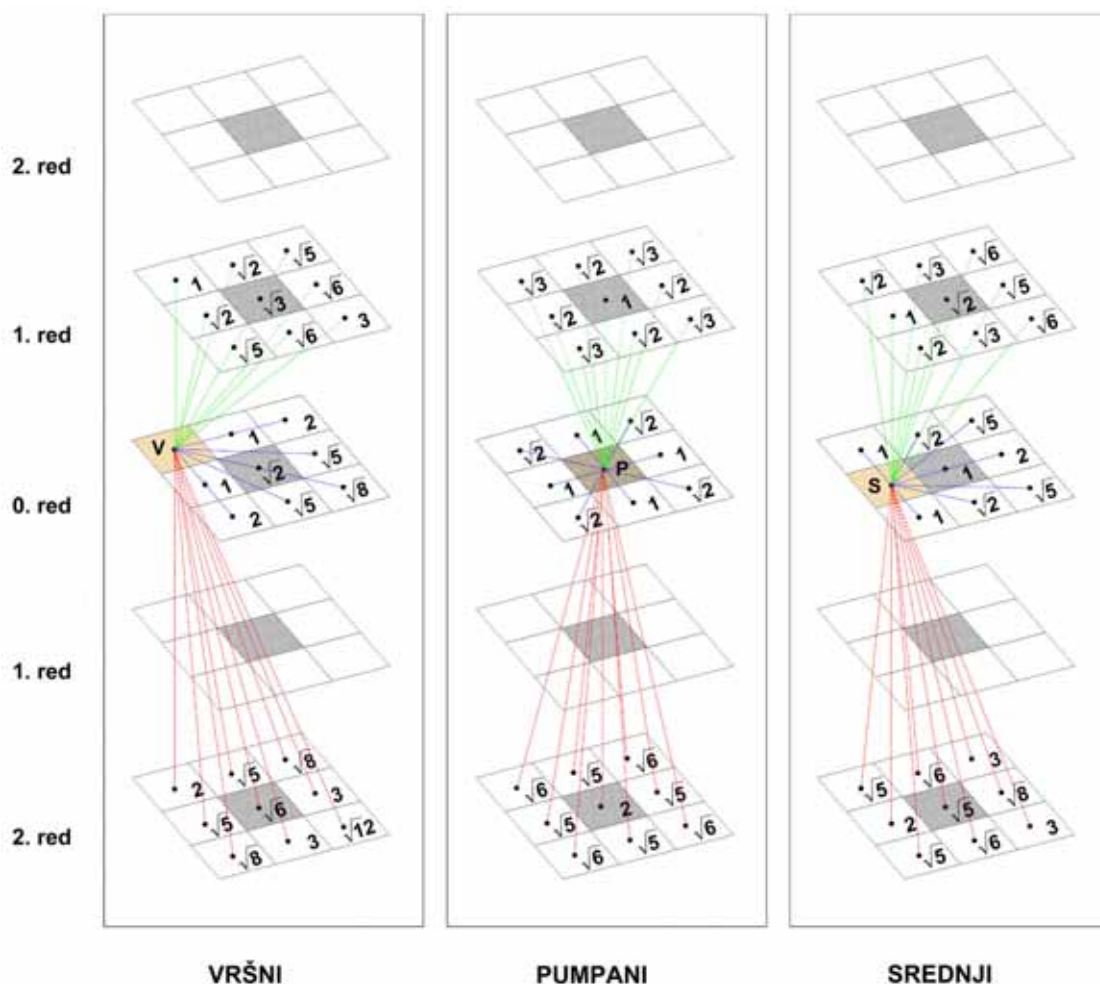
**Sl. 5.11** Shematski prikaz prolaska lasera širine  $a = 2$  mm kroz apsorpcijsku ćeliju (lijevo) na koju je stavljena maskica visine  $h = 1$  cm, a dio opažanog fluorescentnog volumena prikazan je (desno) u geometriji od devet kvadara dimenzija  $a = 2$  mm i visine  $h = 1$  cm koja se sastoji od pumpanog volumena (P), vršnog (V) i srednjeg (S) volumena

Detalji promatrane geometrije su slijedeći. Budući da laserski snop ima kvadratični presjek za elementarnu jedinicu volumena izabrat ćemo kockicu dimenzija  $2 \times 2 \times 2$  mm<sup>3</sup>. Ukupni volumen na koji ćemo primijeniti račun ima dimenzije  $3a \times 3a \times h$  mm<sup>3</sup>. Visina volumena  $h$  određena je visinom fluorescentne zone koja se preslikava na ulaznu pukotinu monokromatora, a koja je ograničena visinom maske. Volumen je po visini podijeljen na pet slojeva od kojih je svaki visok



2 mm. Ilustracija jednog sloja prikazana je na 5.11b. Svaki sloj podijeljen je na devet elementarnih kockica, od kojih je centralna direktno pumpana laserom (P), a okolnih osam čine 4 vršne (V) i 4 srednje (S) kockice. Ukupno, promatrani volumen sastoji se od 45 elementarnih kockica. Zbog razloga simetrije, sve vršne kockice, odnosno populacije pobuđenih atoma unutar njih, su međusobno ekvivalentne, a isto vrijedi i za sve srednje kockice. Slijedom toga u promatranom volumenu imamo tri različite vrijednosti koncentracije atoma u pobuđenom stanju:  $N_V$  (u vršnim kockicama),  $N_S$  (u srednjim kockicama) i  $N_P$  (u pumpanim kockicama).

Svaku od tih koncentracija izračunat ćemo pomoću "piece by piece" metode, odnosno pomoću jednadžbe (3.17) koju ćemo primijeniti na V, P i S volumen. Za svaki promatrani volumen (V, P, S) sumacija ide po svim kockicama u nultom, te u iduća dva sloja iznad i ispod njega.



Sl. 5.12 Detaljni prikaz udaljenosti promatranog vršnog (V), pumpanog (P) odnosno srednjeg (S) volumena i svih ostalih elementarnih volumena u ukupnom volumenu na koji se primjenjuje račun "piece by piece" metodom. Udaljenosti iznose  $L_i = a \cdot \beta_i$ , gdje su  $\beta_i$  odgovarajući brojevi označeni na slici u svakom pojednom kvadratiću.

Stoga u račun izravno ulaze udaljenosti između promatrane (V, P, S) kockice i svih ostalih kockica koje je okružuju. Detaljni prikaz iznosa tih udaljenosti za slučaj V, P odnosno S volumena dan je na slici 5.12. U jednadžbi (3.17) napraviti ćemo iste zamjene ( $A_{21} \rightarrow A_{21}^{\text{eff-kub}}$ ,  $|\vec{r}_m - \vec{r}_n| \rightarrow a$ ,  $N_2(\vec{r}_i) \rightarrow \bar{N}_2(i)$  ( $i = V, P, S$ )) koje su već korištene pri računu u oglednom primjeru dvije kockice na kraju 3. poglavlja. Pri tome je  $A_{21}^{\text{eff-kub}}$  efektivna spontana rata za jedan elementarni volumen - kockicu.

Uvodimo slijedeće oznake za udaljenosti između promatrane kockice (S, P, V) i kockica u preostalom volumenu (vidi sliku 5.12):

$$\begin{array}{lll} L_1 = a \cdot 1 & L_4 = a \cdot \sqrt{2} & L_7 = a \cdot \sqrt{3} \\ L_2 = a \cdot 2 & L_5 = a \cdot \sqrt{5} & L_8 = a \cdot \sqrt{8} \\ L_3 = a \cdot 3 & L_6 = a \cdot \sqrt{6} & L_9 = a \cdot \sqrt{12} \end{array}$$

Uz uvedene oznake dobivamo slijedeći sustav od tri jednadžbe za koncentracije pobuđenih atoma  $\bar{N}_2(V) \equiv N_V$ ,  $\bar{N}_2(P) \equiv N_P$  i  $\bar{N}_2(S) \equiv N_S$ :

za volumen V

$$\begin{aligned} A_{21}^{\text{eff-kub}} \{ & - N_S a^3 (2F(L_1) + 4F(L_4) + 6F(L_5) + 4F(L_6) + 4F(L_3)) - \\ & N_P a^3 (F(L_4) + 2F(L_7) + 2F(L_6)) + \\ & N_V [1 - a^3 (2F(L_1) + 4F(L_2) + 2F(L_3) + 4F(L_5) + 5F(L_8) + 2F(L_9))] \} = 0 \end{aligned} \quad (5.11a)$$

za volumen P

$$\begin{aligned} A_{21}^{\text{eff-kub}} \{ & - N_S a^3 (4F(L_1) + 8F(L_4) + 8F(L_5)) + \\ & N_P [1 - a^3 (2F(L_1) + 2F(L_2))] - \\ & N_V a^3 (4F(L_4) + 8F(L_7) + 8F(L_6)) \} = \Pi N_1 \end{aligned} \quad (5.11b)$$

za volumen S

$$\begin{aligned} A_{21}^{\text{eff-kub}} \{ & N_S [1 - a^3 (2F(L_1) + 3F(L_2) + 2F(L_4) + 4F(L_7) + 2F(L_5) + 4F(L_6) + 2F(L_8))] - \\ & N_P a^3 (F(L_1) + 2F(L_4) + 2F(L_5)) - \\ & N_V a^3 (2F(L_1) + 4F(L_3) + 4F(L_4) + 6F(L_5) + 4F(L_6)) \} = 0 \end{aligned} \quad (5.11c)$$

U jednadžbama (5.11) funkcija  $F(L_j)$   $i = 1 - 9$ , definirana je (analogno izrazu (3.18)) relacijom:

$$F(L_j) = \frac{\int_v k(v) P(v) \exp[-k(v)L_j] dv}{4\pi L_j^2} \quad (5.12)$$

u kojoj su  $P(v)$  i  $k(v)$  za rubidijevu D1 liniju određeni jednadžbama (4.9) i (4.10).

Sustav jednadžbi (5.11) možemo napisati u sažetijem obliku:

$$A_{21}^{\text{eff-kub}} (N_S b_{11} + N_P b_{12} + N_V b_{13}) = 0 \quad (5.13a)$$

$$A_{21}^{\text{eff-kub}} (N_S b_{21} + N_P b_{22} + N_V b_{23}) = \Pi N_1 \quad (5.13b)$$

$$A_{21}^{\text{eff-kub}} (N_S b_{31} + N_P b_{32} + N_V b_{33}) = 0 \quad (5.13c)$$

u kojem su koeficijenti  $b_{mn}$  definirani odgovarajućim multiplikativnim faktorima uz  $N_S$ ,  $N_P$  i  $N_V$  u jednadžbama (5.13a) - (5.13c).

Rješavanjem sustava jednadžbi (5.13a) i (5.13c) za omjere populacija  $N_S/N_P$  i  $N_V/N_P$  dobivamo:

$$\frac{N_S}{N_P} = \frac{b_{32} b_{13} - b_{12} b_{33}}{b_{11} b_{33} - b_{13} b_{31}} \quad (5.14)$$

$$\frac{N_V}{N_P} = \frac{b_{12} b_{31} - b_{11} b_{32}}{b_{11} b_{33} - b_{13} b_{31}} \quad (5.15)$$

I jednadžbe (5.13b) slijedi:

$$N_P = \frac{\Pi N_1}{A_{21}^{\text{eff-kub}} \left( b_{21} \frac{N_S}{N_P} + b_{22} + b_{23} \frac{N_V}{N_P} \right)} \quad (5.16)$$

Uvrštavanjem relacija (5.14) i (5.15) za  $N_S/N_P$  i  $N_V/N_P$  u jednadžbu (5.16) dobivamo da je koncentracija pobuđenih atoma u elementarnom volumenu direktno pumpanom laserom:

$$N_p = \frac{\Pi N_1}{A_{21}^{\text{eff-kub}} \left( b_{21} \frac{b_{32}b_{13} - b_{12}b_{33}}{b_{11}b_{33} - b_{13}b_{31}} + b_{22} + b_{23} \frac{b_{12}b_{31} - b_{11}b_{32}}{b_{11}b_{33} - b_{13}b_{31}} \right)} \quad (5.17)$$

Iz usporedbe jednadžbom (3.25) možemo zaključiti da izraz u nazivniku relacije (5.17) predstavlja efektivnu spontanu ratu  $A_{21}^{\text{eff}}$  za ukupni volumen na koji smo primijenili račun, odnosno:

$$A_{21}^{\text{eff}} = A_{21}^{\text{eff-kub}} \left( b_{21} \frac{b_{32}b_{13} - b_{12}b_{33}}{b_{11}b_{33} - b_{13}b_{31}} + b_{22} + b_{23} \frac{b_{12}b_{31} - b_{11}b_{32}}{b_{11}b_{33} - b_{13}b_{31}} \right) \quad (5.18)$$

Za usporedbu s rezultatima mjerenja efekata zarobljavanja i difuzije zračenja izloženim u poglavlju 5.4 i ovdje ćemo odrediti omjer fluorescentnog intenziteta u bočnoj i centralnoj zoni promatranog volumena. Kako slika 5.11b pokazuje centralni volumen koji je usporediv s centralnim volumenom promatranim u analizi eksperimentalnih rezultata (slika 5.10), sastoji se od pet slojeva, a u svakom se nalazi jedan pumpani i dva srednja elementarna volumena, tj.  $V_C = 5 \times (V_P + 2V_S)$ . Analogno, volumen bočne zone iznosi  $V_B = 5 \times (V_S + 2V_V)$ . Budući da je fluorescentni intenzitet proporcionalan koncentraciji pobuđenih atoma u promatranom volumenu, za računate fluorescentne intenzitete u bočnom i centralnom volumenu možemo pisati:

$$I_C^{\text{rac}} \sim 5 \times (N_P + 2N_S) \quad (5.19)$$

$$I_B^{\text{rac}} \sim 5 \times (2N_V + N_S) \quad (5.20)$$

Prema tome, računati omjer bočnog i centralnog fluorescentnog intenziteta iznosi:

$$\frac{I_B^{\text{rac}}}{I_C^{\text{rac}}} = \frac{10 N_V + 5 N_S}{5 N_P + 10 N_S} \quad (5.21)$$

Za očekivati je, a i rezultati računa to pokazuju, da će fluorescentni intenzitet, odnosno koncentracija pobuđenih atoma u dijelu volumena koji okružuje direktno pumpanu zonu (volumeni  $V_S$  i  $V_V$ ) i u kojem su pobuđeni atomi stvoreni procesom zarobljavanja i difuzije zračenja biti znatno manjeg intenziteta nego u centralnoj zoni koja uključuje direktno pumpani

volumen. Stoga u nazivniku izraza (5.21) možemo zanemariti  $N_S$  prema  $N_P$ , nakon čega dobivamo relaciju:

$$\frac{I_B^{\text{rac}}}{I_C^{\text{rac}}} \cong 2 \frac{N_V}{N_P} + \frac{N_S}{N_P} = \frac{b_{12}(2b_{31} - b_{33}) + b_{32}(b_{13} - 2b_{11})}{b_{11}b_{33} - b_{13}b_{31}} \quad (5.22)$$

u kojoj su za  $N_V/N_P$  i  $N_S/N_P$  uvršteni prethodno dobiveni izrazi ((5.14) i (5.15)).

Kao što jednadžbe (5.11) i (5.13) pokazuju koeficijenti,  $b_{mn}$  predstavljaju različite linearne kombinacije funkcija  $F(L_j)$ . Za računanje  $b_{mn}$  koeficijenta korišten je program Mathcad. Za svaku istraživanu temperaturu, odnosno za svaku mjerenu koncentraciju  $N_0$  rubidija u osnovnom stanju, potrebni  $F(L_j)$  izračunati su pomoću jednadžbe (5.12). Zbog lakšeg praćenja računa, ponovit ćemo da je u  $F(L_j)$  za  $P(v)$  uvršten izraz (relacija (4.6)):

$$P_{D1}(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta_D^{85}} \sum_{i=1}^{i=4} I_i^r \times \exp \left[ - \left( \frac{v - v_0^i}{\Delta_D^{85}} \right)^2 \right] + \frac{R}{\sqrt{\pi} \Delta_D^{87}} \sum_{j=1}^{j=4} I_j^r \times \exp \left[ - \left( \frac{v - v_0^j}{\Delta_D^{87}} \right)^2 \right] \quad (5.23)$$

a za  $k(v)$  (relacije (2.20), (2.21), (2.22)):

$$k(v) = \frac{\pi e^2}{mc} N_0 f_{D1} P_{D1}(v) \quad (5.24)$$

U jednadžbi (5.23) Doppler-konstanta  $\Delta v_D$  dana je izrazom:

$$\Delta v_D = \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}} \quad (5.25)$$

Efektivna spontana rata  $A_{21}^{\text{eff}}$  za eksperimentalnu geometriju na svakoj mjerenoj temperaturi tj. koncentraciji  $N_0$  rubidija u osnovnom stanju izračunata je koristeći relaciju (5.18) u kojoj su odgovarajuće efektivne rate za elementarnu kockicu  $A_{21}^{\text{eff-kub}}$  računate pomoću relacija (3.24) i (3.26).

Rezultati računa za  $A_{21}^{\text{eff}}$  i  $I_B^{\text{rac}}/I_C^{\text{rac}}$  istraživanom području temperatura i koncentracija  $N_0$  prikazani su u Tablici 5.3.

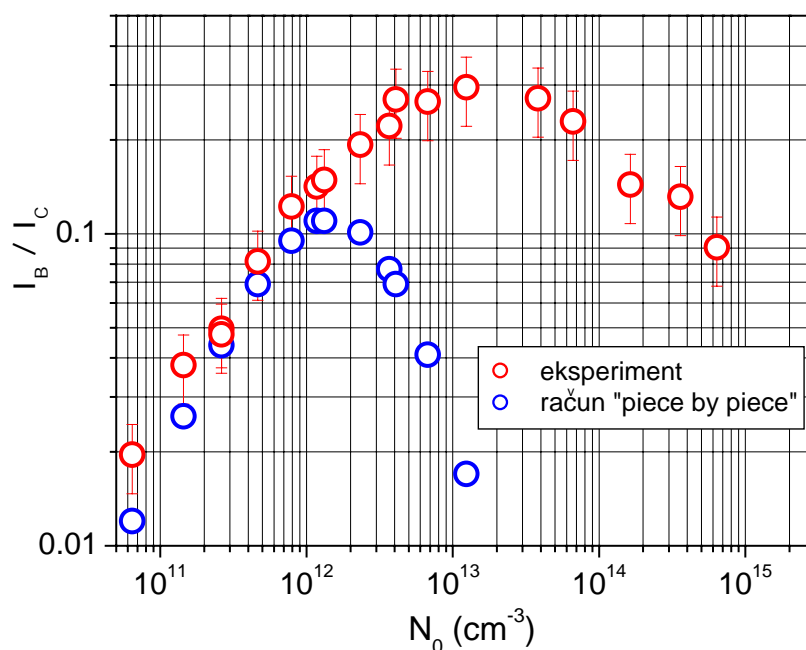
**Tablica. 5.3** Efektivna sponatana rata  $A_{21}^{\text{eff}}$  i omjeri fluorescentnog intenziteta  $I_B^{\text{rac}} / I_C^{\text{rac}}$  u bočnom i centralnom dijelu promatranog volumena, određeni u istraživanom području temepratura i koncentracija  $N_0$  rubidija u osnovnom stanju. Navedene vrijednosti dobivene su primjenom "piece by piece" metode na eksperimentalnu geometriju.

	$T_2$ (K)	$N_0$ (cm <sup>-3</sup> )	$A_{21}^{\text{eff}}$ (10 <sup>7</sup> s <sup>-1</sup> )	$I_B^{\text{rac}} / I_C^{\text{rac}}$
<b>1</b>	405.8	$6.43 \times 10^{10}$	3.50	0.012
<b>2</b>	406.0	$1.44 \times 10^{11}$	3.41	0.024
<b>3</b>	408.0	$2.63 \times 10^{11}$	3.27	0.038
<b>4</b>	391.6	$4.64 \times 10^{11}$	3.06	0.069
<b>5</b>	393.8	$7.90 \times 10^{11}$	2.78	0.094
<b>6</b>	395.0	$1.18 \times 10^{12}$	2.50	0.107
<b>7</b>	397.0	$1.32 \times 10^{12}$	2.40	0.111
<b>8</b>	400.3	$2.33 \times 10^{12}$	1.90	0.099
<b>9</b>	450.0	$3.69 \times 10^{12}$	1.35	0.066
<b>10</b>	403.8	$4.09 \times 10^{12}$	0.92	0.037
<b>11</b>	406.7	$6.74 \times 10^{12}$	1.45	0.071
<b>12</b>	463.0	$1.24 \times 10^{13}$	0.47	0.017

Iako su mjerenja napravljena i na koncentracijama  $N_0$  višim od  $\approx 10^{13}$  cm<sup>-3</sup>, rezultati tih računa nisu uneseni u tablicu, budući da se kod tako visokih koncentracija počinju dobivati vrijednosti koje nemaju fizikalnog smisla (negativne spontane rate), što će biti diskutirano u idućem poglavlju.

## 6. DISKUSIJA REZULTATA I ZAKLJUČAK

Na slici 6.1 prikazana je ovisnost omjera  $I_B/I_C$  bočnog i centralnog fluorescentnog intenziteta o koncentraciji  $N_0$  atoma u osnovnom stanju u apsorpcijskoj ćeliji. Uspoređeni su rezultati dobiveni mjerenjem u eksperimentu (Tablica 5.2) i računom "piece-by-piece" metodom (Tablica 5.3). Eksperimentalna pogreška u određivanju intenziteta  $I_B$ , odnosno  $I_C$  iznosi  $\pm 10\%$ , te je omjer  $I_B/I_C$  određen s točnošću od  $\pm 20\%$ . Dobro slaganje rezultata mjerenja i računa postoji u području koncentracija  $N_0 < 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ . Pri daljnjem porastu koncentracije, rezultati računa počinju znatno odstupati od mjerenih vrijednosti. Ovo neslaganje je očekivano, budući da se "piece-by-piece" metoda temelji, između ostalog, i na pretpostavci male optičke dubine sredstva.

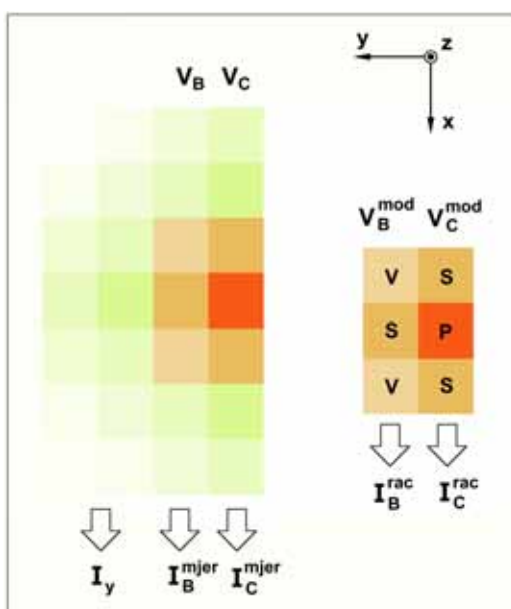


**Slika 6.1** Omjer fluorescentnog intenziteta u bočnom dijelu i centralnom dijelu fluorescentne zone (vidi sliku 5.10) u ovisnosti o koncentraciji rubidija u osnovnom stanju. Rezultati dobiveni mjerenjem u eksperimentu (Tablica 5.2) označeni su crvenim simbolima, a rezultati računa "piece by piece" metodom (Tablica 5.3) plavim simbolima.

S povećanjem koncentracije atoma u osnovnom stanju, raste optička dubina sredstva i spektralna linija prestaje biti optički tanka te u tim uvjetima "piece-by-piece" metoda više nije primjenjiva. Sredstvo se smatra optički tankim ukoliko je  $k_0L \ll 1$ . Kada spektralna linija ima samo jednu komponentu (*single line*), optičku dubinu sredstva jednostavno je procijeniti koristeći spomenuti kriterij. Međutim, kada se radi o složenoj liniji (*multiline*), kao što je Rb D1 linija u provedenom eksperimentu, pri određenoj koncentraciji  $N_0$  najjača komponenta može biti optički debela, dok su slabije komponente još uvijek optički tanke. Stoga u konkretnom slučaju

optičku dubinu sredstva određuje neki efektivni  $k_0^{\text{eff}}$  kojeg, za razliku od jednokomponentne spektrane linije (vidi formulu 2.21), nije moguće na jednostavan način povezati s određenom koncentracijom  $N_0$ . Međutim, iz rezultata prikazanih na slici 6.1, odnosno po odstupanju računa od mjerenih vrijednosti, možemo zaključiti da u provedenom eksperimentu sredstvo postaje optički debelo na koncentracijama  $N_0 \approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

Na slici 6.1 vidimo da su, u području koncentracija gdje postoji slaganje eksperimenta i teorije, mjereni omjeri  $I_B/I_C$  sustavno veći od računatih za  $\approx 20\%$ . Razlog tome leži u razlici između modelnih volumena korištenih u računu i stvarnih volumena iz kojih se u eksperimentu promatra emitirano fluorescentno zračenje. Ilustracija spomenute razlike prikazana je na slici 6.2. Račun je primijenjen na konačni bočni ( $V_B^{\text{mod}}$ ), odnosno centralni ( $V_C^{\text{mod}}$ ) volumen koji čine kvadri dimenzija  $x \times y \times z = 6 \times 2 \times 10 \text{ mm}^3$  (15 elementarnih kockica). Nasuprot tome, mjereni bočni i centralni intenziteti  $I_B^{\text{mjer}}$  i  $I_C^{\text{mjer}}$  (vidi sliku 5.10) odgovaraju zračenju emitiranom iz volumena  $V_B$  i  $V_C$  koji su oblika beskonačne ploče s površinom presjeka  $y \times z = 2 \times 10 \text{ mm}^2$ . Na slici 6.2 dijelovi volumena  $V_B$  i  $V_C$  koji doprinose mjerenim bočnim i centralnim fluorescentnim intenzitetima, a nisu obuhvaćeni računom označeni su nijansama zelene boje (tamnija nijansa predstavlja veću koncentraciju atoma u pobuđenom stanju).



**Slika 6.2** Ilustracija razlike između stvarnih volumena ( $V_B$  i  $V_C$ ) preslikavanih na monokromatorsku pukotinu (lijevo) i modelnih volumena ( $V_B^{\text{mod}}$  i  $V_C^{\text{mod}}$ ) korištenih u računu (desno). Slika pokazuje ortogonalnu projekciju u smjeru z-osi relevantnih dijelova fluorescentne zone. Zelenim nijansama su naznačeni dijelovi volumena koji doprinose mjerenim bočnim i centralnim fluorescentnim intenzitetima, a nisu obuhvaćeni računom.  $I_y$  označava intenzitet emitiran iz volumena izvan  $V_B$  i  $V_C$ .

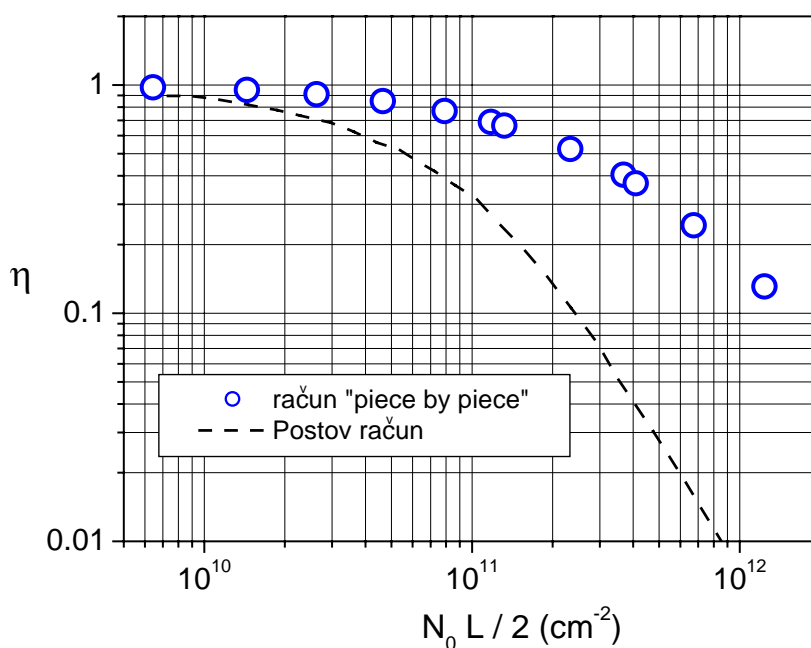
Zbog simetrije korištene geometrije, može se procijeniti da je fluorescentni intenzitet emitiran iz zelenkastih zona u volumenima  $V_B$  i  $V_C$  usporediv s intenzitetom koji je na slici 6.2 obilježen s  $I_y$ , tj s intenzitetom emitiranim u volumenu koji graniči s bočnim. Mjereni intenziteti  $I_B^{\text{mjer}}$  i  $I_C^{\text{mjer}}$



veći su od računatih intenziteta  $I_B^{\text{rac}}$  i  $I_C^{\text{rac}}$  upravo za iznos  $I_y$ . Vrijednost  $I_y$  možemo odrediti iz mjerenih prostornih raspodjela fluorescentnog zračenja, budući da je on upravo proporcionalan integralu raspodjele u području  $y < -3 \text{ mm}$  ( $y > 3 \text{ mm}$ ). Na slici 5.10, koja prikazuje ogledni primjer prostorne raspodjele fluorescentnog zračenja, dotično područje prikazano je neosjenčano. Iz rezultata prikazanih na slici 5.8 nalazimo da  $I_y$  iznosi približno 20% mjerenog bočnog intenziteta, odnosno  $\approx 1\%$  mjerenog centralnog intenziteta. Za očekivati je stoga da će mjereni omjeri  $I_B/I_C$  biti za oko 20% veći nego oni dobiveni računom, što je u slaganju s rezultatima prikazanim na slici 6.1.

Omjer  $I_B/I_C$  raste s koncentracijom atoma Rb u osnovnom stanju dok  $N_0$  ne dosegne  $\approx 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , a nakon toga počinje opadati. Proporcionalno porastu gustoće atomskih para zarobljavanje rezonantnog zračenja postaje sve jače što za posljedicu ima "difuziju" pobuđenih atoma u volumen izvan zone pobuđivane laserom, što se ogleda u porastu omjera  $I_B/I_C$ . Opaženo smanjenje ovog omjera posljedica je sužavanja prostornih raspodjela pobuđenih atoma s daljnim porastom koncentracije. Uzroci ovog efekta već su objašnjeni u poglavlju 5.4.

Ovisnost faktora bijega o optičkoj dubini sredstva u pločastoj geometriji prikazana je na slici 6.3. Faktor bijega  $\eta$  izračunat je pomoću relacije 3.27 koristeći podatke za  $A_{21}^{\text{eff}}$  izračunate metodom "piece-by-piece" (Tablica 5.3) i vrijednost rate za spontanu emisiju Rb D1 linije ( $A_{21} = 3.58 \times 10^7$ ).



**Slika 6.3** Faktor bijega u ovisnosti o optičkoj dubini sredstva u pločastoj geometriji.  $\circ$  - rezultati računa "piece by piece" metodom za složenu spektralnu liniju (*multiline*), crtkana linija - rezultati Postovog računa [28] za jednu liniju (*single line*).

Vidimo da vjerojatnost bijega fotona iz ćelije u ovisnosti o koncentraciji atoma u osnovnom stanju  $N_0$  pokazuje očekivano kvantitativno ponašanje, tj smanjuje se s porastom  $N_0$ . Za usporedbu i provjeru pouzdanosti rezultata računa "piece by piece" metodom, na slici su također prikazani rezultati mnogo složenijeg i općenitijeg, Postovog [28] računa dobiveni za spektralnu liniju koja se sastoji od samo jedne komponente (*single line*). Vidljivo je da pri istoj optičkoj dubini rezultati dobiveni računom "piece-by-piece" metodom pokazuju veću vrijednost faktora bijega nego rezultati Postovog računa, što je objašnjeno u nastavku.

U slučaju kada se spektralna linija sastoji od samo jedne komponente fotoni imaju mogućnost biti reemitirani samo na frekvencijama unutar te jedne komponente. Vjerojatnost bijega obrnuto je proporcionalna povećanju optičke dubine u centru linije i u slučaju jednostavne spektralne linije ovisi isključivo o optičkoj debljini te jedne jedine komponente. Međutim, kada spektralna linija (kao u našem eksperimentu) ima nekoliko (hiperfinskih) komponenti, na koncentraciji  $N_0$  pri kojoj je najjača komponenta već optički debela, fotoni još uvijek imaju značajnu vjerojatnost bijega na frekvencijama drugih komponenti koje su, kod te iste koncentracije atoma u osnovnom stanju, još uvijek optički tanke. Stoga je za očekivati da će na istoj koncentraciji atoma u osnovnom stanju vjerojatnost bijega biti veća za složenu nego za jednostavnu spektralnu liniju. Uzevši to u obzir može se konstatirati da su faktori bijega  $\eta$  izračunati pomoću "piece by piece" metode u kvalitativnom slaganju s Postovim računima.

U zaključku možemo reći da su pomoću mjerenja prostornih raspodjela fluorescentnog zračenja rubidijeve D1 linije u ovisnosti o koncentraciji  $N_0$  atoma u osnovnom stanju, pokazani efekti zarobljavanja i difuzije rezonantnog zračenja. Eksperimentalno je utvrđeno da se s porastom koncentracije Rb atoma u osnovnom stanju prostorne raspodjele pobuđenih atoma proširuju, odnosno pobuđene atome nalazimo daleko izvan zone koja se direktno pobuđuje laserom. Također, nađeno je da se pri višim  $N_0$  koncentracijama prostorne raspodjele sužavaju što je efekt koji je do sada bio opažen samo u mjerenjima u natrijevim parama [27]. Stoga rezultati ovog rada ukazuju na općenitost takvog ponašanja rezonantnog zračenja u prisutnosti zarobljavanja. Nadalje, za koncentracije  $N_0$  obuhvaćene mjerenjima i za danu eksperimentalnu geometriju, koristeći metodu "piece by piece", izračunati su omjeri ( $I_B/I_C$ ) fluorescentnog intenziteta izvan i unutar laserom pobuđivanog volumena, efektivne rate za spontanu emisiju i pripadajući faktor bijega za Rb D1 liniju. Nađeno je dobro kvalitativno slaganje između eksperimentalno određenih i računatih  $I_B/I_C$  omjera u području koncentracija  $N_0$  gdje su ispunjene pretpostavke "piece by piece" aproksimacije. Rezultati računa faktora bijega u kvalitativnom su slaganju s općenitijim i složenijim Postovim [28] računima.

## LITERATURA

- [1] A. F. Mölisch, B. P. Oehry, *Radiation Trapping in Atomic Vapours*, Clarendon Press, Oxford, 1998.
- [2] K. T. Compton, *Theory of Ionization by Cumulative Action and the Low Voltage Arc*, Phys. Rev. 20 (1922) 283-299.
- [3] E. A. Milne, *The Diffusion of imprisoned radiation through a gas*, J. London Math. Soc. 1 (1926) 40-51
- [4] E. W. Samson, *Effects of temperature and nitrogen pressure on the afterglow of mercury resonance radiation*, Phys. Rev. 40 (1932) 940-963.
- [5] C. Kenty, *On radiation diffusion and the rapidity of escape of resonance radiation form a gas*, Phys. Rev. 42 (1932) 823-842.
- [6] M. W. Zemansky, *Note on the equivalent absorption coefficient for diffused resonance radiation*, Phys. Rev. 36 (1932) 919-934.
- [7] J. V. Michael, C. Yeh, *Absolute cross section for  $Hg(^3P_1)+H_2$  and the imprisonment lifetimes of  $Hg(^3P_1)$  at low opacities*, J. Chem. Phys. 53 (1970) 59-65.
- [8] T. Holstein, *Imprisonment of resonance radiation in gases*, Phys. Rev. 72 (1947) 1212-1233.
- [9] T. Holstein, *Imprisonment of resonance radiation in gases II*, Phys. Rev. 83 (1951) 1159-1168.
- [10] L. M. Biberman, *On the theory of the diffusion of resonance radiation*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 17 (1947) 416-432.
- [11] A. Corney, *Atomic and Laser Spectroscopy*, Clarendon, Oxford, 1977.
- [12] A. C. G. Mitchell, M. W. Zemansky, *Resonance Radiation and Excited Atoms*, University Press, Cambridge, 1971.
- [13] A. Thorne, U. Litzén, S. Johanson, *Spectrophysics - Principles and Applications*, Springer Verlag, Berlin-New York-Tokio, 1999.
- [14] W. Hansen, *The application of polarisation-influenced Thomas-Fermi ion models to alkali-atom transitions*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 17 (1984) 4833-4850.
- [15] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy*, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1995.
- [16] I. I. Sobelman, L. A. Vainshtein, E.A. Yukov: *Excitation of Atoms and Broadening of Spectral Lines*, Springer-Verlag, Berlin 1981.
- [17] E. L. Lewis, *Collisional relaxation of atomic excited states, line broadening and interatomic interactions*, Physics Reports 58 (1980) 1-71.
- [18] D. N. Stacey, J. Cooper, *Impact theory of resonance broadening in spectral lines of the alkali metals*, Phys. Lett. 30A (1969) 49-50.
- [19] C. G. Carrington, D. N. Stacey, J. Cooper, *Multipole relaxation and transfer rates in the impact approximation: application to the resonance interaction*, J. Phys. B 6 (1973) 417-432.

- [20] P. Wang, A. Gallagher, J. Cooper, *Selective reflection by Rb*, Phys. Rev. A 56 (1997) 1598-1606.
- [21] C. Vadla, V. Horvatic, K. Niemax: *Radiative transport and collisional transfer of excitation energy in Cs vapours mixed with Ar and He*, Spectrochimica Acta Part B, 58 (2003) 1235-1277.
- [22] A. A. Radzig and B. M. Smirnov, *Reference data on Atoms, Molecules and Ions*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo, 1985.
- [23] C. E. Moore, *Atomic Energy Levels*, vol 2, Circular of the National Bureau of Standards 467, Washington DC: US Govt. Printing Office, 1952.
- [24] A. Unsöld, *Physik der Sternatmosphären*, Springer-Verlag, Berlin, 1955.
- [25] A. N. Nesmeyanov, *Vapour Pressure of the Chemical Elements*, Elsevier, Amsterdam, London, New York, 1963.
- [26] V. Horvatic, M. Movre, C. Vadla, The temperature dependence of the cross section for the energy pooling process  $\text{Na}(3\text{P}) + \text{Na}(3\text{P}) \rightarrow \text{Na}(4\text{D}) + \text{Na}(3\text{S})$ , J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 32 (1999) 4957–4976.
- [27] T. Scholz, M. Schiffer, J. Welzel, D. Cysarz, W. Lange, *Spatial effects of radiation trapping in an optically thick atomic vapor excited by a laser beam*, Phys. Rev. A 53 (1996) 2169-2172.
- [28] H.A. Post, *Radiative transport at the 184.9-nm Hg resonance line. I. Experiment and theory*, Phys. Rev. A, 33 (1986) 2003-2016.

## ŽIVOTOPIS

Rođena sam 03. studenog 1980. godine u Osijeku. Osnovnu školu "Ivana Kukuljevića" završila sam u Belišću, a maturirala sam 1999. godine u Srednjoj školi Valpovo, smjer: Opća gimnazija. Studij fizike i politehnike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, upisala sam 2000. godine. Tijekom studiranja bila sam stipendirana od strane Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa, te sam sve ispite položila u roku. Diplomski rad iz područja atomske fizike i spektroskopije pod naslovom "Zarobljavanje i difuzija zračenja u rubidijevim parama" izrađen je na Institutu za fiziku pod mentorstvom dr.sc. Vlaste Horvatić u sklopu projekta Ministarstva znanosti obrazovanja i športa "*Analitička spektroskopija i optička svojstva materijala* " (projekt br. 0035001).