Popis slika

Popis tablica

Tehnička dokumentacija

001 - Rebro PNG

Popis oznaka

a_x, a_y, a_z		kosinusi smjera
$\mathbf{B}$		trodimenzionalna matrica deformacija-pomak
$\mathbf{b}$		vektor volumenskih sila
$b_x\ b_y\ b_z$		komponente volumenskih sila
$\mathbf{D}$		matrica elastičnosti
$\mathbf{D}_\varepsilon$		devijator deformacije
$\mathbf{D}_\sigma$		devijator naprezanja
c		Lodeov koeficijent
d	mm	promjer
E	N/mm^2	modul elastičnosti
$\mathbf{F}$		vektor sile
F	N	sila
F_P	N	potrebna sila kod postupaka oblikovanja
$\mathbf{f}$		vektor rezultante sila
G	N/mm^2	modul smicanja
h	mm	razmak između utora rebra
$I_1(\mathbf{T}_\varepsilon), I_2(\mathbf{T}_\varepsilon), I_3(\mathbf{T}_\varepsilon)$		invarijante tenzora deformacije $\mathbf{T}_\varepsilon$
$I_1(\mathbf{T}_\sigma), I_2(\mathbf{T}_\sigma), I_3(\mathbf{T}_\sigma)$		invarijante tenzora naprezanja $\mathbf{T}_\sigma$
$\mathbf{K}$		matrica krutosti konačnog elementa
K		koeficijent
k		koeficijent očvršćenja
k_f	N/mm^2	naprezanje plastičnog tečenja
k_{fm}	N/mm^2	srednje naprezanje plastičnog tečenja

L	mm	duljina konture prosijecanja (probijanja) lima
M	Nm	moment savijanja
$\mathbf{N}$		matrica funkcije oblika
n		konstanta sličnosti
p	bar	tlak
R_e	N/mm^2	granica razvlačenja
R_t	N/mm^2	tlačna čvrstoća
R	mm	radijus
$\mathbf{T}$		matrica transformacije
t	mm	debljina lima
$\mathbf{t}$		vektor površinskih sila
$\mathbf{T}_u$		jedinični tenzor relativnog pomaka
$\mathbf{T}_\varepsilon$		tenzor male deformacije
$\mathbf{T}_\varepsilon^{\mathrm{g}}$		tenzorom glavnih deformacija
$\mathbf{T}_\varepsilon^{\mathrm{k}}$		sferni tenzor deformacije
$\mathbf{T}_\omega$		tenzor rotacije
$\mathbf{T}_\xi$		tenzor brzine deformacije
$\mathbf{T}_\sigma$		tenzor naprezanja
$\mathbf{T}_\sigma^{\mathrm{g}}$		tenzor glavnih naprezanja
$\mathbf{T}_\sigma^{\mathrm{k}}$		sferni tenzora naprezanja
$t_x\ t_y\ t_z$		komponente površinskih sila
$\mathbf{u}$		vektor pomak u čvoru konačnog elementa
$u_x, u_y, u_z, \phi_x, \phi_y, \phi_z$		komponente vektora pomaka
$\ddot{u}_x\ \ddot{u}_y\ \ddot{u}_z$		komponente vektora ubrzanja

V	m^3	volumen
W	J	deformacijski rad
$\delta\boldsymbol{\varepsilon}$		vektor virtualne deformacije
$\delta u_x\ \delta u_y\ \delta u_z$		komponente vektora virtualnog pomaka
$\delta\mathbf{u}$		vektor virtualnog pomaka
ε		deformacija
$\boldsymbol{\varepsilon}$		vektor deformacije
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_1$		glavne deformacije
$\varepsilon_{\mathrm{ekv}}$		ekvivalentna deformacija
$\varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \varepsilon_z\ \gamma_{xy}\ \gamma_{xz}\ \ \gamma_{yz}$		komponente tenzora deformacije
ξ_x, ξ_y, ξ_z		linijske relativne brzine deformacije
$\xi_{xy}, \xi_{yz}, \xi_{zx}$		brzina deformacija smicanja
η		koeficijent nesuglasnosti
μ		koeficijent trenja
ρ	kg/m^3	gustoća
$\boldsymbol{\sigma}$		vektor naprezanja [N/mm^2]
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	N/mm^2	glavna naprezanja
σ_{ekv}	N/mm^2	ekvivalentno naprezanje
σ_m	N/mm^2	veličina srednjeg naprezanja
σ_t	N/mm^2	granica tečenja
$\sigma_x\ \sigma_y\ \sigma_z\ \tau_{xy}\ \tau_{xz}\ \ \tau_{yz}$		komponente tenzora naprezanja
$\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$	N/mm^2	glavna tangencijalna (smična) naprezanja
τ_{s}	N/mm^2	smična čvrstoća
φ_{ekv}		ekivalentni logaritamski stupanj deformacije

$\dot{\varphi}_{ekv}$	s^{-1}	ekvivalenta brzina deformacije
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$		logaritamski stupnjevi deformacije
$\dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z$	$[s^{-1}]$	brzina deformacije

Sažetak

Ovaj diplomski rad sastoji se od pet cijelina.

Prva cijelina se bavi polaznim teoretskim postavkama tehnologije oblikovanja deformiranjem. U sklopu tehnologije oblikovanja deformiranjem razrađeni su osnovni pojmovi i zakoni oblikovanja deformiranjem, napregnuto i deformirano stanje te uvjet plastičnog tečenja. Isto tako razrađeni su postupci oblikovanja lima deformiranjem.

Druga cijelina obuhvaća eksperimentalni dio. Odabran je modelski materijala iz kojeg će se izraditi rebro PNG-14-108-312-Tanaka. Također je snimljena krivulja tečenja za izabrani modelski materijal u Laboratoriju za oblikovanje deformiranjem. Razrađena je i metoda sa kojom je snimljena krivulja tečenja.

Treća cijelina se svodi na 3D modeliranje rebra PNG-14-108-312-Tanaka pomoću CAD-CAM programa *Catia V5*.

Četvrta cijelina se bavi razradom tehnologije izrade rebra PNG-14-108-312-Tanaka. Razradit će se koji će se postupci oblikovanja lima deformiranjem koristiti pri izradi rebra. Također će biti određen redosljed postupaka izrade rebra PNG-14-108-312-Tanaka i shematski prikazan u CAD-CAM programu *Catia V5*. Redosljed postupaka oblikovanja razraditi će se programom *Autoform 4.1* uz određene korekcije na osnovu iskustva u konstruiranju alata.

U zadnjoj ili petoj cijelini izvršit će numerički proračun tj. simulacija dubokog vučenja rebra PNG-14-108-312-Tanaka u programu *MSC.Marc Mentant*. Također će se usporediti rezultati dobiveni programom *MSC.Marc Mentant* sa rezultatima dobivenih u programu *Autoform 4.1*.

Summary

This thesis is composed of five sections.

The first section deals with initial theoretical postulates of metal forming technology. Metal forming technology includes basic terms and laws of metal forming, stress and strain mode, and condition of plastic yield. Procedure of sheet metal forming was presented as well.

The second section deals with experimental part. Modeling material which will be used for construction of rib PNG-14-108-312-Tanaka was chosen. Flow curve for the chosen modeling material was constructed in Laboratory for metal forming. Method for construction of yield curve was also presented.

The third section describes 3D modeling of rib PNG-14-108-312-Tanaka using CAD-CAM programme *Catia V5*.

The fourth section deals with technology process of rib construction PNG-14-108-312-Tanaka. Procedure of sheet metal forming technology for rib construction will be presented. Procedural sequence of rib construction PNG-14-108-312-Tanaka will also be established and schematically presented by CAD-CAM programme *Catia V5*. Procedural sequence of modeling will be performed by programme *Autoform 4.1*, along with certain corrections using the experience in tools construction.

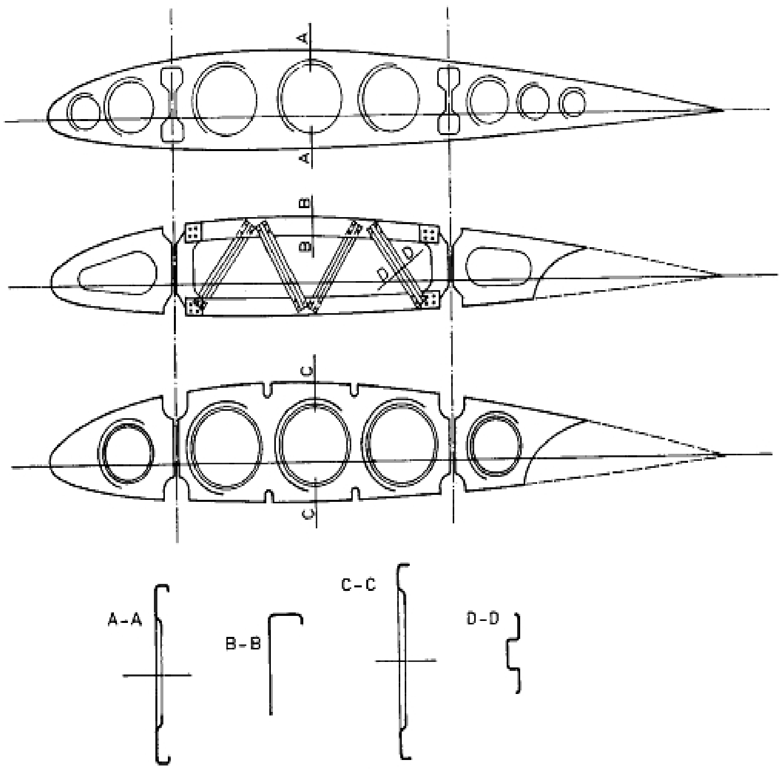
In the last, that is in the fifth section, numerical calculation, i.e. simulation of deep drawing of rib PNG-14-108-312-Tanaka using the programme *MSC.Marc Mentant* will be presented. Results supplied by programme *MSC.Marc Mentant* will be compared with results supplied by programme *Autoform 4.1*.

1. Uvod

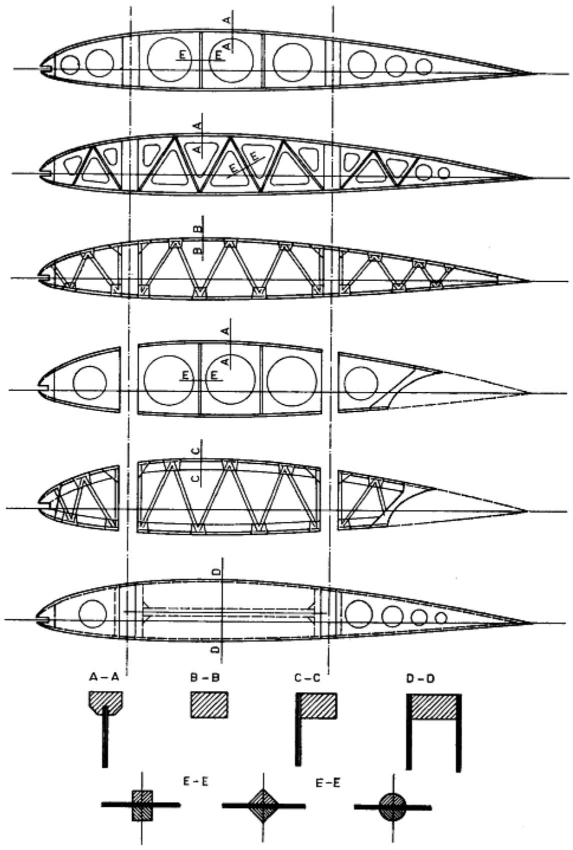
Zadatak rebra avionskog krila je oblikovanje i održavanje oblika aeroprofila krila. Rebra se na krilo postavljaju gušće ili rjeđe, u ovisnosti od krutosti oplate na savijanje. Ukoliko je oplata deblja ili je krilo sa uzdužnicama, rebra se postavljaju rjeđe. Osim zadatka oblikovanja i održavanja oblika aeroprofila zadatak rebra je prenošenje [4] : primarnih opterećenja koja nastaju djelovanjem aerodinamičkih sila koja rebro prenosi na ramenjaču; inercijskih sila (gorivo, oprema, naoružanje i itd..); tlačnog opterećenja usljed savijanja krila; sile od težine gondola i podvozja koji se nalaze na rebru a inače rasterećuju krilo.

1.1 Vrste avionskih rebara

Kako materijal izrade uvjetuje geometriju rebra, podjela je izvedena prema materijalu od kojih su dotična izrađena te ih dijelimo na metalna (*Slika 1*) i drvena (*Slika 2*).



Slika 1. Metalna rebra
(izvor: [5])



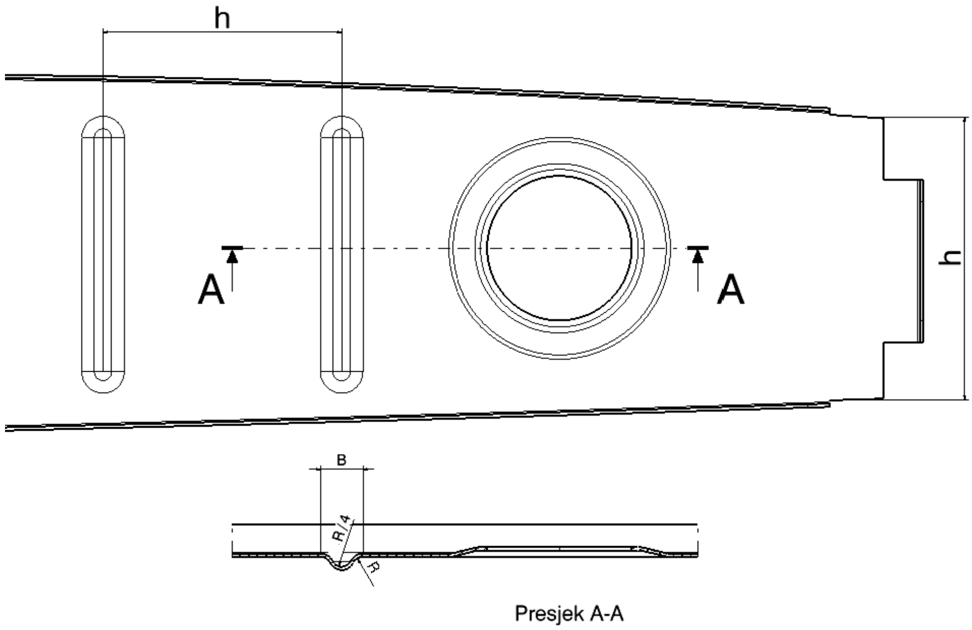
Slika 2. Drvena rebra
(izvor: [5])

Metalna rebra se izrađuju od aluminijskih (duraluminij) i titanskih legura. Glavne karakteristike aluminijskih i titanskih legura su mala specifična masa, dobra mehanička svojstva i korozijska postojanost. Neki od materijala koji se koriste u izradi rebra prikazani su u (*Tablica 1*).

Tablica 1. Popis materijala od kojih se izrađuju rebra
(izvor: [4])

Materijal	Sastav	Gustoća ρ	Vlačna čvrstoća R_v	Granica razvlačenja R_e	Tlačna čvrstoća R_t	Modul elastičnosti E	Modul smicanja G
		[kg/m^3]	[N/mm^2]	[N/mm^2]	[N/mm^2]	[N/mm^2]	[N/mm^2]
Aluminijska legura 2014-T6	Al 94 % Cu 4 % Mn 1.2 % Mg 0.8 %	2800	483	414	470	72600	28000
Aluminijska legura 2024-T4	Al 94 % Cu 3.8 % Mg 1.8 % Mn 0.9 %	2780	441	290	443	73160	28000
Aluminijska legura 2024-T4	Al 91 % Mg 2.9 % Cu 2 % Cr 0.3 %	2800	524	462	527	71700	317
Legura titana 6A1-4V		4480	923.9	923.9	868.7	110300	

Metalna rebra dijele se na pločaste i rešetkaste. Kod pločastih rebara nalazi se rupa radi smanjenja težine i radi mogućnosti prolaza cijevi za gorivo, električne instalacije, hidraulične instalacije. Profilirani utori kod pločastih metalnih rebara izrađuju se radi povećanja krutosti rebra. Izrezi na rubu rebra služe za uzdužnice. Na (*Slika 3*) prikazano je presjek rebra sa utorima. Dimenzije utora u ovisnosti o debljini lima dani su u (*Tablica 2*). Rešetkasta rebra spajaju se zakovicama jer se prilikom zavarivanja aluminijskih legura posebno duraluminija snižavaju se mehanička svojstva. Primjer drvenih rebara dan je na (*Slika 2*), dijele se na pločasta i rešetkasta. Pločasta se izrađuju s rupama radi smanjenja težine, a spajaju lijepljenjem.



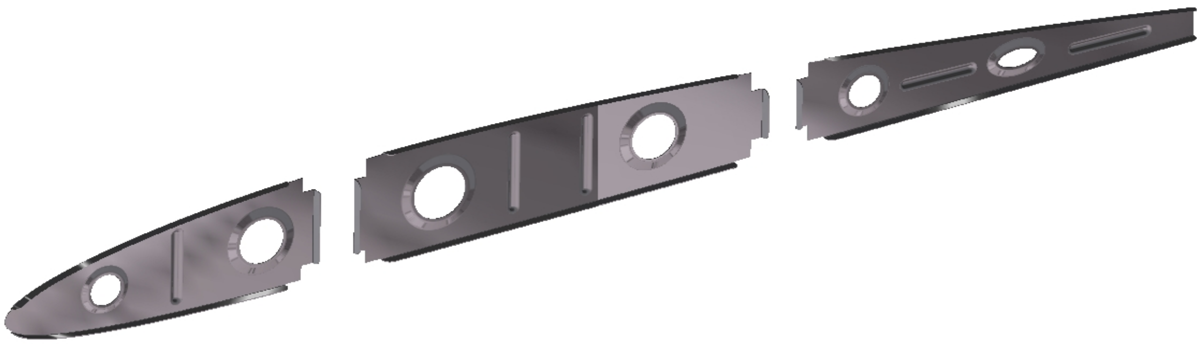
Slika 3. Presjek metalnog rebra
(izvor: [4])

Tablica 2. Ovisnost dimenzija utora o debljini lima
(izvor: [4])

Debljina rebra	B	R
[mm]	[mm]	[mm]
0.2	24.13	8.12
0.5	32.25	16.25
0.8	39	25,9
1	41.91	29.2
1.5	45.72	36.83
2	48.26	40.64
3.175	53.84	50.8

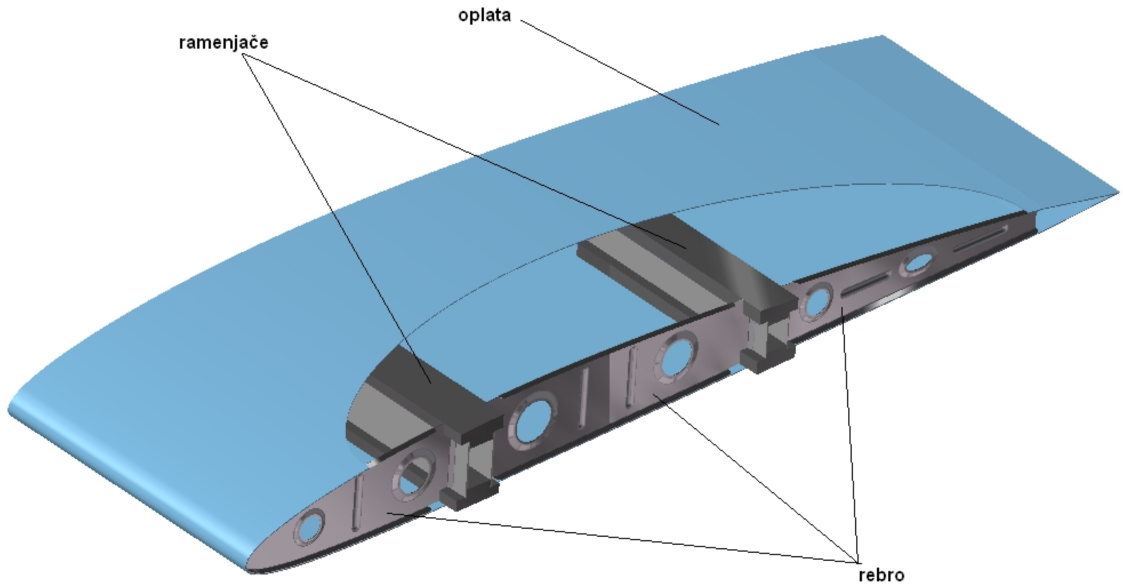
1.2 Rebro PNG-14-1-08-312-Tanaka

(**Slika 4**) prikazuje rebro PNG-14-108-312-Tanaka.



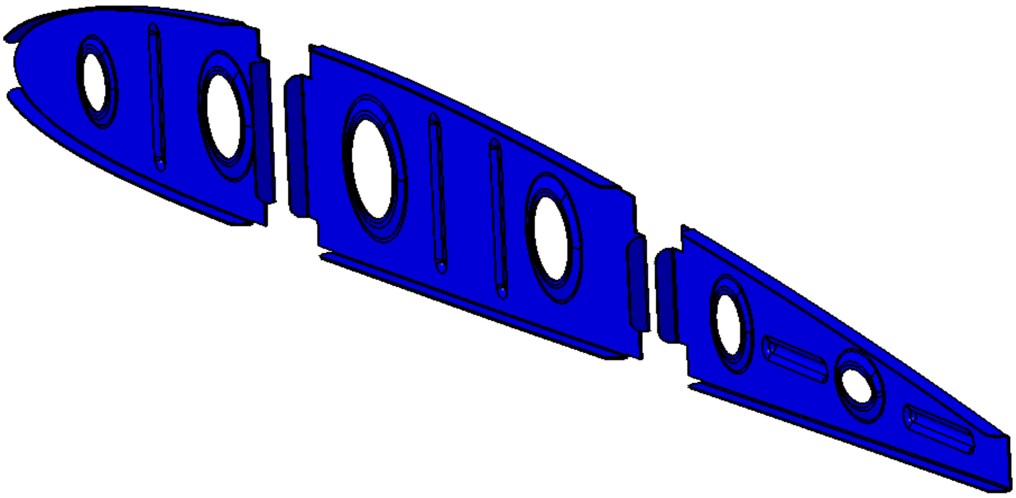
Slika 4. Rebro PNG-14-108-312-Tanaka

U daljnjem tekstu koristit će se termin rebro PNG umjesto rebro PNG-14-108-312-Tanaka. Rebro PNG je metalno rebro, pločastog oblika. Izrađeno je od aluminijske legure 2024-T4 debljine 0.2 mm . Sastoji se od 3 dijela. Na sebi ima rupe zbog smanjenja mase i zbog omogućavanja prolaza crijeva za gorivo, električne instalacije te hidraulične instalacije. Nalaze se i utori radi povećanja specifične krutosti. Rubovi su savijeni radi spajanja sa ramenjačom i oplatom. Spajaju se pomoću zakovica. U tehničkoj dokumentaciji (*001- rebro PNG*) prikazane su dimenzije rebra PNG. Rebro PNG je oblika aeroprofila NACA 2408. Iz (*Slika 5*) vidi se spoj rebra PNG sa ramenjačom i oplatom.



Slika 5. Spoj rebra sa ramenjačom i oplatom

Tehnologijom oblikovanja deformiranjem izradit će se rebro PNG. U sljedećem poglavlju biti će opisana tehnologija oblikovanja deformiranjem. U diplomskom radu razradit će se postupci i redosljed postupaka oblikovanja deformiranjem do konačne forme rebra PNG. Razraditi će se programom *Autoform 4.1* uz određene korekcije. *Autoform 4.1* daje samo mogućnost optimiranja radi što manje potrošnje materijala. 3D prikaz postupaka i redosljeda postupaka oblikovanja deformiranjem tj. shematska razrada tehnologije izrade rebra PNG izmodelirat će se u CAD-CAM programu *Catia V5* (FSB Zagreb posjeduje edukacijsku licencu). Simulacija dubokog vučenja izraditi će se u FEM programu *MSC.Marc Mentant* (FSB Zagreb posjeduje edukacijsku licencu). U daljnjem tekstu koristit će se izraz *MSC.Marc* za *MSC.Marc Mentant.* Kao ulazni podaci za simulaciju u *MSC.Marc-u* je geometrija rebra PNG i eksperimentalni podaci o materijalu iz kojeg će se izraditi rebro PNG. 3D model rebra kojeg prikazuje (*Slika 6*), izmodelirati će se u CAD-CAM programu *Catia V5* . Krivulja tečenja snimit će se hidrauličnim udubljivanjem u Laboratoriju za oblikovanje deformiranjem. Rezultati dobiveni programom *MSC.Marc* usporedit će se sa rezultatima dobivenim u FEM programu *Autoform 4.1* (simulaciju će izdraditi tvrtka *M-CAD Slovenija EU*). Analizom i simulacijom sa FEM programima provjerit će se ispravnost razrađene tehnologije izrade rebra PNG.



Slika 6. 3D model rebra PNG izrađen u Catia V5

2. Tehnologija oblikovanja metala deformiranjem

Tehnologija oblikovanja i obrade metala deformiranjem je u biti skupina metoda izrade proizvoda ili poluproizvoda zasnovanih na plastičnoj deformaciji [1]. Plastična deformacija kontinuuma je proces koji rezultira trajnom promjenom oblika i promjenom pozicija strukturalnih dijelova relativno u odnosu na orginalne tj. prvobitne pozicije i oblik [2]. Proces plastične deformacije je ireverzibilan, a materijal zadržava kontinuitet i kompatibilnost, sa izuzetkom promjena u mikrostrukturi pod čime se podrazumijeva dislokacije [2]. Danas je tehnologija oblikovanja i obrade metala deformiranjem nezaobilazna proizvodna tehnologija i može se reći da većina proizvoda načinjen od metala u barem jednoj od faza izrade zahvaćaen nekim od postupaka oblikovanja deformiranjem. Značajke oblikovanje metala deformiranjem su dobro iskorištenje materijala i visoka proizvodnost pa su to temeljeni razlozi njene primjene u industriji. Najčešći načini oblikovanja metala deformiranjem su valjanje, provlačenje, duboko vučenje, savijanje, istiskivanje, slobodno kovanje, kovanje u ukovnjima i njihove brojne kombinacije i varijante [2].

Razvoj teorije oblikovanje metala deformiranjem u početku išao je u dva odvojena pravca [1]. Prvi pravac je koristio mehaniku kontinuuma i teoriju plastičnosti a drugi pristup bio je isključivo fizikalni, gdje je objekt izučavanja bio deformirani materijal sa svim posljedicama plastične deformacije. Prvim pristupom izračunavane su sile i rad deformacije uložen u odredjeni postupak oblikovanja metala deformiranjem. Sa tim podacima omogućivano je određivanje veličine i raspodjele naprezanja na radnim površinama alata. Fizikalnim pristupom omogućeno je razumijevanje nastanka i toka plastične deformacije metala, određivanje naprezanja plastičnog tečenja u zavisnosti od svih relevantnih faktora i spoznavanje svih utjecajnih veličina na deformabilnost metala. Fizičko-kemijski pristup omogućio je spoznaju o zakonitostima kontaktnog trenja te dao sliku njegovog utjecaja na trošenje skupocjenog alata.

Budućnost tehnologije oblikovanja metala deformiranjem je osigurana zahvaljujući suvremenim istraživanjima, kojima je glavni cilj bitno smanjenje proizvodnih troškova, izrada kompleksnih a ne samo jednostavih oblika izradaka, postizanje specifičnih i posebnih mehaničkih svojstava materijala deformacijskim postupkom te obavljanje ovoga sa što manjim utroškom energije uz stalnu brigu o ekologiji [1]. Postizanje tih ciljeva moguće je pomoću obradu podataka o procesu u proizvodnji, u planiranju i konstrukciji. Odnosi se na podatke dobivene na osnovi iskustva prethodnih generacija i podatka dobivenih simulacijom zbivanja u toku deformacijskog procesa. Za izvođenje simulacije potrebno je potpuno poznavanje procesa, uz postojanje preciznog simulacijskog modela te uz pouzdane podatke o materijalu i trenju. Simulacija omogućava numeričko rješavanje veličine lokalnih naprezanja i deformacija, ukazivanje na kritična područja deformacijske zone u toku procesa te ustanovljavanje trenutačnih i ukupnih svojstava materijala, kako u toku procesa, tako i po završetku procesa. Numeričko rješavanje zasnovano je metodi konačnih elemenata, metodi konačnih diferencija, metodi linija klizanja... Kod simulacija moramo imati na umu da postoje ograničenja zbog kompleksnosti i nelinearnosti procesa, zbog nedovoljnog poznavanja ponašanja materijala i prisutnosti nesigurnosti kod određivanja rubnih uvjeta . Simulacije se izvode na računalima pomoću sepcijaliziranih software-a kao što su *AutoForm, PAM-STAMP 2G*, *MSC.Marc Mentat*. CAD-CAM software-i kao što su *Catia V5*, *Pro/ENGINEER* zajedno sa CNC strojevima omogućuju nam izradu alata sa kojima je moguće izraditi puno kompleksnije izradke.

2.1 Zakoni oblikovanje metala deformiranjem

Procesi plastične deformacije kod obrade metala deformiranjem ponašaju se po sljedećim zakonima [1]

-zakon nepromjenjivosti volumena
-zakon najmanjeg otpora
-zakon neravnomjernosti deformacije, dopunska i zaostala naprezanja
-zakon sličnosti i modeliranje procesa obrade metala deformiranje

2.1.1 Zakon nepromjenjivosti volumena

Prilikom plastične deformacije metala gustoća se ne mijenja pa tako ostaje konstantan volumen prije, u toku i poslije deformacijskog ciklusa [1]. Za metale vrijedi da se pod djelovanjem jake plastične deformacije promjeni (smanji volumen) oko 1 % što smatramo zanemarujućim. Kod deformiranja u hladnom stanju, plastična deformacija biti će uvijek praćena elastičnom deformacijom (po Hooke-ovom zakonu) dok kod toplog deformiranja postojanje elastične deformacije može se zanemariti. Na temelju konstantnosti volumena izvode se važni zaključci.

Neka su:

x_0, y_0, z_0 - dimenzije bridova paralelopipeda [m]
V - volumen paralelopipeda [m^3]

koji se nalazi u Kartezijevom koordinatnom sustavu sa osima x, y, z. Nakon što je izvršena plastična deformacija dobiva se

x_1, y_1, z_1 - nove dimenzije bridova paralelopipeda [m]

Izjednačavanjem volumena prije i poslije plastične deformacije dobiva se

$$V = x_0 \cdot y_0 \cdot z_0 = x_1 \cdot y_1 \cdot z_1$$

nakon čega slijedi

$$(x_1/x_0) \cdot (y_1/y_0) \cdot (z_1/z_0) = 1$$

a nakon logaritmiranja i supstitucije $\ln(x_1/x_0) = \varphi_x$, $\ln(y_1/y_0) = \varphi_y$ i $\ln(z_1/z_0) = \varphi_z$ slijedi izraz

$$\varphi_x + \varphi_y + \varphi_z = 0$$

koji predstavlja sumu logaritamskih stupnjeva deformacije. Suma svih logaritamskih stupnjeva deformacije jednaka je nuli što slijedi iz konstantnosti volumena. Stupanj deformacije određuje geometrijske odnose tijela prije i poslije deformacije a također on je i mjera deformacijskog rada i mjera očvršćenja metala nastalog plastičnom deformacijom u hladnom stanju. Mjera očvršćenja i deformacijskog rada količinski se određuju pomoću krivulje tečenja deformiranog materijala, do koje se dolazi pokusom. Ako deformacijski proces vodimo u više faza, ukupni stupanje deformacije je zbroj svih logaritamskih stupnjeva deformacije.

Relativna deformacija po definiciji $\varepsilon_z = \Delta z / z_0$ a logaritamski stupanj deformacije glasi

$$\varphi_z = \ln(z_1/z_0) = \ln\big((z_0 + \Delta z)/z_0\big) = \ln(1 + \varepsilon_z)$$

a kad se taj izraz razvije u red i zbog konvergencije za $\varepsilon_z < 1$ i zanemarivanjem viših članova dobivamo $\varepsilon_z \approx \varphi_z$, a za male deformacije može se uzeti $\varepsilon = \varphi$. Iz konstantnosti volumena analogno se dobiva

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$$

a u sustavu glavnih osi

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$$

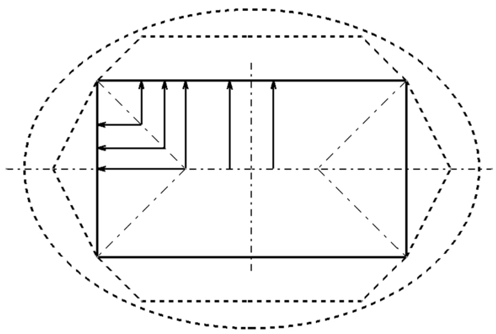
Iz definicije stupnja deformacije proizlazi i brzina deformacije

$$\dot{\varphi} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}, \qquad \dot{\varepsilon} = \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t}$$

Po definiciji to je promjena stupnja deformacije u vremenu i ima dimenziju [s^{-1}]. Treba razlikovati brzinu deformacije od brzine alata kojom se izvodi deformacija i od brzine pomaka čestice materijala u deformacijskoj zoni a čije dimenzije su [m/s].

2.1.2 Zakon najmanjeg otpora

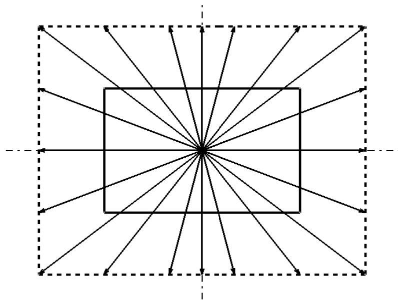
Ovaj zakon obuhvaća tečenje materijala kao posljedicu deformacijskog postupka i glasi [1]: ako postoji mogućnost tečenja u različitim pravcima, točke deformiranog tijela se uvijek gibaju u pravcu najmanjeg otpora. Potrebno je poznavati pravac trajektorija duž kojih će usljediti najmanji otpor tečenju. Kod sabijanja prizmatičnih i cilindričnih tijela pomoću dviju ravnih i paralelnih ploča uz postojanje kontaktnog trenja, trajektorije se određuju principom najkraćih normala. Taj princip glasi [1]: pomak kod tečenja bilo koje točke deformiranog tijela u ravnini okomitoj na pravac djelovanja sile je uvijek u pravcu najkraće normale na opseg presjeka. Prikaz presjek tlačene prizme, okomito na pravac djeovanja sile (*Slika 7*).



Slika 7. Tečenje metala kod tlačenja prizme uz postojanje značajnog kontaktnog trenja (izvor: [1])

Mogu se vidjeti trajektorije (*Slika 7*) koje su ustvari najkraće normale na opseg presjeka, duž njih će biti najmanji otpor tečenju. Povećanjem stupnja deformacije nastat će elipsa a još dodatnim povećanjem stupnaj deformacije iz elpise će nastati kružnica jer će točke teći u smjeru polumjera. Ova karakteristična pojava kod sabijanja poznata je kao dokaz principa najmanjih opsega, koji glasi [1]: bilo koji oblik površine presjeka prizmatičnog ili cilindričnog tijela će kod plastične deformacije uz djelovanje kontantnog trenja težiti da poprimi oblik površine s najmanjim opsegom, u graničnom slučaju oblik kružnice, uz uvjete da je trenje izotropno i da je veličina trenja znatna. Iz formulacije zakona najmanjeg otpora proizlazi princip minimuma ukupne energije deformacije [1]: stvarno oblik tijela u ravnoteži razlikuje se od svih drugih mogućih oblika po tome što taj odgovara njegovoj ukupnoj energiji minimalne vrijednosti.

Ukoliko nisu u potpunosti ispunjeni uvjeti da je trenje izotropno i da je veličina faktora trenja znatna, pravac gibanja čestice u ravnini okomitoj na pravac djelovanja deformacijske sile ima radijalan karakter, a oblik presjeka se u toku povećanja stupnja deformacije praktički ne mijenja (*Slika 8*).



Slika 8. Tečenje metala kod tlačenja prizme bez postojanje kontaktnog trenja (izvor: [1])

2.1.3 Zakon neravnomjernosti deformacije, dopunska i zaostala naprezanja

Prilikom sabijanja metalnog cilindra između dviju radnih ploča bez djelovanja kontaktnog trenja dolazi do ravnomjerne deformacije. Rezultat je da cilindar nakon deformacije zadržava svoj geometrijski oblik, manje visine ali većeg promjera baze, a očvršćenje materijala zbog deformacije je jedanko u svakoj čestici materijala. Međutim, realni uvjeti kod izvođenja postupaka obrade metala deformiranjem ne omogućavaju ravnomjernu već neravnomjernu deformaciju. Uzroci neravnomjernosti odredjeni su djelovanjem geometrijskih i fizičkih čimbenika.

Zbog neravnomjerne deformacije dolazi do pojave dopunskih naprezanja koje možemo formulirati [1]: slojevi i i elementi tijela, koji teže većoj promjeni od one srednje, predaju slojevima i elementima koji teže manjoj promjeni, sile predznaka koji povećava promjenu. Oni slojevi i elementi, koji teže manjoj promjeni, predaju slojevima, koji teže većoj promjeni, sile predznaka koju tu promjenu smanjuje.

Zaostala naprezanja su ona koja nastaju zbog neravnomjerne deformacije i ostaju u deformiranom tijelu i nakon prestanka djelovanja vanjskih deformacijskih sila koje su neravnomjernsot izazvale [1]. Kod plastične deformacije metala u toplom stanju s malom brzinom deformacije zaostala naprezanja potpuno će nestati zbog potpune rekristalizacije. Do rekristalizacije neće doći kod plastične deformacije u hladnom stanju pa se javljaju zaostala naprezanja. Može se zaključiti da veličina zaostalih naprezanja ovisi o brzini deformacije i temperaturi kod koje je deformacija nastupila. Zaostala naprezanje smanjuju korozijsku otpornost metala, smanjuju mu oblikovljivost te udarnu žilavost, i ako su velika, izazivaju deformaciju proizvoda. Ako se svojim predznakom vanjska slia podudari sa predznakom zaostalih naprezanja može doći do loma i kod naprezanja znatno manjih od proračunatih, moguće su pojave i pukotina.

Utjecaj neravnomjerne deformacije [1] na vođenje postupaka obrade metala deformiranjem u praksi je značajan jer otežava proces proizvodnje i utječe na kvalitet proizvoda. Koncentracija većih lokalnih deformacija može dovesti do stvarnja unutarnjih pukotina i slojevitog razdvajanja materijala.

2.1.4 Zakon sličnosti i modeliranje postupaka obrade metala deformiranjem

Za razvoj novih ili korištenje starih postupaka obrade metala deformiranjem bitno je poznavanje sila,rada deformacije i raspodjela naprezanja u deformacijskoj zoni [1]. Do tih podataka nije moguće doći teorijskom analizom već se određuju pomoću pokusa. Određivanjem potrebnih veličina pokusom u realnim uvjetima rijetko je kada moguć i teži se da se obavi na modelima manjih dimenzija a to je ostvarivo ako se ispune uvjeti zakona sličnosti. Zakon sličnosti [1] ustanovljava na osnovi deformacije podudarnost dvaju tijela različitih dimenzija, ako su tijela geometrijski i fizički slična a postupak deformacije je obavljen u određenim uvjetima.

Geometrijska sličnost (m) i (s), gdje (m) predstavlja model redovno manjih dimenzija a (s) tijelo stvarnih dimenzija, postoji ako postoje omjeri

$$\frac{l_s}{l_m} = \frac{b_s}{b_m} = \frac{h_s}{h_m} = \ldots = n$$

gdje su

l_s, b_s, h_s - dimenzije stvarnog modela [m]
l_m, b_m, h_m - dimenzije modela [m]
n - konstanta sličnosti

Kod ispunjenja uvjeta [1] postojanja konstante sličnosti odnosi površina (m) i (s) su jednaki kvadratu a volumena kubu i taj uvjet mora biti ispunjen od početka do kraja deformacijskog postupka.

Fizička sličnost će postojati ako su ispunjena četiri temeljna uvjeta [1]:

1. Materijal modela i tijela stvarnih dimenzija mora biti jednak u bilo kojem trenutku deformacijskog postupka. Pod tim se podrazumijeva jednakost

kemijskog sastava, faznog stanja, mikrostrukture, markostrukture, mehaničkih svojstava.

2. Temperaturni režimi deformacije modela i tijela stvarnih dimenzija moraju biti identični u toku cijelog deformacijskog postupka.
3. Stupanj deformacije i brzina deformacije i toku deformacijskog procesa moraju biti jednaki kod modela i kod tijela stvarnih dimenzija.
4. Trenje na površinama kontakta sa alatom mora biti jednako po svemu. To će biti ispunjeno ako u toku deformacijskog procesa i modela i tijela stvarnih dimenzija budu jednaki materijal i hrapavost kontaktne površine alata, mazivo i brzina tečenja deformiranog materijala u kontaktnoj zoni. Iz toga slijedi da vrijedi $\dot{\varphi_m} = \dot{\varphi}_s$.

Kod hladnog deformacijskog postupka, zbog relativno malog utjecaja brzine deformacije, uvjeti fizičke sličnosti mogu se ispuniti. Kod tople deformacije, kao i kod one koja se obavlja velikim brzinama, moguće je samo približno modeliranje.

Modeliranje obrade metala deformiranjem koristimo u slučajevima [1]:

a) Kod istraživanja utjecaja plastične deformacije na promjenu strukture i svojstava metala. Moraju biti ispunjeni uvjeti fizičke sličnosti 1,2 i 4.
b) Kod istraživanja utjecaja različitih načina izvođenja deformacijskog postupka i kontaktnog trenja na sposobnost oblikovanja i naprezanje oblikovanja. Moraju biti ispunjeni uvjeti fizičke sličnosti 1 i 4 za točno modeliranje a 2 ili 3 za približno modeliranje.
c) Kod istraživanja promjena oblika u toku postupka obrade metala deformiranjem zbog značajnog utjecaja ovog na kvalitet proizvoda. Mora biti ispunjeni uvjeti fizičke sličnosti 4.
d) Kod modeliranja obrade metala deformiranjem radi određivanja njihovih parametara (sila, deformacijski rad) te poznavanja rasporeda naprezanja i deformacija u deformacijskoj zoni. Kada zahtjevi fizičke sličnosti nisu u potpunosti ispunjeni vrijedi

$$\sigma_s = \eta \cdot \sigma_m,\ \ F_s = \eta \cdot n^2 F_m,\ \ W_s = \eta \cdot n^3 \cdot W_m,$$

pri čemu su

η - koeficijent nesuglasnosti
n - konstanta sličnosti
Koeficijent nesuglasnosti označava točno odstupanje od točnog ispunjavanja zahtjeva fizičke sličnosti i u sebi sadržavati sva parcijalna odstupanja sličnosti materijala, trenja, brzine deformacije i temperature

2.2 Uvjet plastičnog tečenja

Da bi došlo do plastične deformacije mora biti zadovoljen uvjet tečenja [1]. Pod tim se podrazumijeva kakva naprezanja moraju djelovati i koje se naprezanje mora savladati da bi metal kontinuirano tekao, mjenjao svoj oblik te postigao konačnu deformaciju koju mu određuje alat. Zadaća teorije obrade metala deformiranjem je da odredi uvjet plastičnog tečenja a zasniva se na spoznajama iz mehanike kontinuuma. Pomoću analize napregnuto-deformirano stanje, teorija plastičnosti daje osnovne jednadžbe veza među deformacijama i naprezanjima u obliku fizičkih zakona.

2.2.1 Deformirano stanje

Deformirano stanje tijela je ono njegovo stanje pri kojem su mu čestice pomaknute iz prvobitnog ravnotežnog položaja. Čestice deformiranog tijela mogu se i gibati. Taj slučaj nastaje kada u toku deformacijskog postupka alatom kontinuirano mjenjamo oblik i dimenzije materijala i naziva se tekuće deformirano stanje. Čestice deformiranog tijela će biti nepomične, ako je to tijelo prethodno bilo pod djelovanjem alata kojim je izršena deformacija, te se ovdje radi o završnom ili ukupnom deformiranom stanju. Narušavanje prirodnog ravnotežnog stanja atoma materije deformiranog tijela opiru se unutarnje sile koje izazivaju naprezanja [1].

2.2.1.1 Mehanika kontinuuma, opis gibanja čestice kontinuuma

Uvodi se [3] matematički model kontinuirane materije (kontinuuma), prema kojem je ona neprekidno raspoređena po prostoru i nema diskretne strukture. Svakoj točki prostora odgovara samo jedna točka kontinuuma, i obratno, jedna točka kontinuuma zauzima samo jednu točku prostora. Točku kontinuuma naziva se još i materijalna točka ili čestica kontinuuma. Svakoj točki kontinuuma se pridružuju makroskopska fizikalna svojstava realne materije (gustoća, temperatura, brzina itd), koja se u smislu klasične statističke mehanike mogu shvatiti kao kao statističke očekivane vrijednosti tih fizikalnih svojstava u okolišu promatrane točke kontinuuma. Za razliku od realne materije, kontinuum je moguće dijeliti na beskonaćne male dijelove, bez da mu se izgubi bilo koje fizikalno svojstvo, tako da se fizikalna svojstva kontinuuma mogu opisati matematički neprekidnim funkcijama, što omogućuje primjenu diferencijalnog i integralnog računa. U tome i jest značaj uvođenja koncepta kontinuuma, koja je primljeniva na krute, kapljevite i plinovite materije.

Gibanje čestice kontinuma može se opisati dvojako [3] pomoću Lagrange-ovih ili Euler-ovih koordinata. Primjenom Lagrange-ovih koordinata moguće je opisati trenutni položaj svake čestice materijalnog volumena (čestica deformiranog tijela), sukladno jednadžbama gibanja materijalne točke u mehanici ili preko jednadžbi

$$x = f_x(x^0, y^0, z^0, t)$$

$$y = f_y(x^0, y^0, z^0, t)$$

$$z = f_z(x^0, y^0, z^0, t)$$

koje opisuju položaj one čestice kontinuuma koja je u trenutku t bila na poziciji opisana koordinatama x^0, y^0, z^0 koje su varijabilne (ovisne o vremenu).

Gdje su

x^0, y^0, z^0, t - Lagrange-ove (materijalne) koordinate

Drugim načinom opisa gibanja je po Euler-u. Ako se svakoj točki prostora u svakom vremenskom trenutku pridruži fizikalno svojstvo one čestice deformiranog tijela koja se u promatranom trenutku nalazi u promatranim točkama prostora dobije se polje fizikalne veličine. Neka u trenutku t_1, t_2, t_3 kroz točku u prostoru A(x, y, z) prolaze čestice deformiranog tijela brzinama v_1, v_2, v_3 tada se polje brzina po shvaćanju Euler-a moguće opisati funkcijama

$$v_x = v_x(x, y, z, t)$$

$$v_y = v_y(x, y, z, t)$$

$$v_z = v_z(x, y, z, t)$$

gdje su

x, y, z, t - Euler-ove (prostorne) koordinate koje nisu funkcija vremena.

Kod teorijeske analize obrade metala deformiranjem najčešće se koriste Euler-ove koorditanate. Posebno su korisne kod opisa stacionarnog gibanja kontinuuma, dakle gibanja u kojem Euler-ove funkcije neovise o vremenu.

Deformacija je određena smještajem dijelova tijela ili materijalnih čestica tijela pri čemu se mijenja njihova međusobna udaljenost, ali se pri tom ne narušava kontinuitet materijala [1]. Ako je deformacija povratna onda je elastična a ako je nepovratna onda, je plastična.

2.2.1.2 Deformirano stanje kontinuuma

Kao primjer uzet ćemo određivanje malih deformacija gdje je gibanje zadano u Lagrange-ovim koordinatima. Pomak svake čestice deformiranog tijela je neprekinuta funckija a označava se [1]

u_x, u_y, u_z - funkcija pomaka u smjeru x, y, z

Male deformacije opisujemo pomoću ε i γ a izražene su pomoću gradijenata fukncija pomaka gdje je

ε - deformacija
γ - kutna deformacija

a ε i γ zapisano u x, y, z koordinatnom sustavu glasi

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}, \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}, \qquad \gamma_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}$$

A zapisano u cilindričnom koordinatnom sustavu r, z

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \qquad \varepsilon_\alpha = \frac{\partial u_r}{r}, \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}$$

Izraza za lokalnu deformaciju ε

$$\varepsilon = \varepsilon_x \cdot a_x^2 + \varepsilon_y \cdot a_y^2 + \varepsilon_z \cdot a_z^2 + \gamma_{xy} \cdot a_x \cdot a_y + \gamma_{yz} \cdot a_y \cdot a_z + \gamma_{zx} \cdot a_z \cdot a_x$$

gdje su

$a_x = \cos(\alpha_x)$, $a_y = \cos(\alpha_y)$, $a_z = \cos(\alpha_z)$ - kosinusi smjera

2.2.1.3 Tenzorske značajke deformacije

Deformacija je potpuno određena sa devet derivacija funcije pomaka a može se zapisati kao

$$\mathbf{T}_u = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

gdje je

$\mathbf{T}_u$ -jedinični tenzor relativnog pomaka.

Ovaj tenzor je nesimetričan i može se rastaviti u obliku sume simetričnog i antisimetričnog tenzora [3] tako da je

$$\mathbf{T}_u = \mathbf{T}_\varepsilon + \mathbf{T}_\omega$$

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}) & \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}) \\ \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}) & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}) \\ \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial z}) & \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}) & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\cdot\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\cdot\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x}) & \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}) \\ \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}) & 0 & \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_y}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial y}) \\ \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_z}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial z}) & \frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\cdot\omega_{xy} & \frac{1}{2}\cdot\omega_{xz} \\ \frac{1}{2}\cdot\omega_{yx} & 0 & \frac{1}{2}\cdot\omega_{yz} \\ \frac{1}{2}\cdot\omega_{zx} & \frac{1}{2}\cdot\omega_{zy} & 0 \end{bmatrix}$$

gdje je

$\mathbf{T}_\omega$ - tenzor rotacije
$\mathbf{T}_\varepsilon$ - tenzor male deformacije

Tenzor deformacije T_ε^g kod kojeg su komponente $\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = \gamma_{xz} = \gamma_{zy} = \gamma_{yx} = 0$ naziva se tenzorom glavnih deformacija i glasi

$$\mathbf{T}_\varepsilon^g = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

gdje su

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_1$ - glavne deformacije a koordinatne osi u kojima je vrijednost komponenata $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ jednak nuli, su tada glavne osi tenzora deformacije.

Da bi se odredilo glavne deformacije potrebno je riješiti kubnu jednadžbu

$$\varepsilon^3 - I_1(\mathbf{T}_\varepsilon) \cdot \varepsilon^2 + I_2(\mathbf{T}_\varepsilon) \cdot \varepsilon - I_3(\mathbf{T}_\varepsilon) = 0$$

gdje su

$I_1(\mathbf{T}_\varepsilon), I_2(\mathbf{T}), I_3(\mathbf{T}_\varepsilon)$ - invarijante tenzora deformacije $\mathbf{T}$

$$I_1(\mathbf{T}_\varepsilon) = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = konst.$$

$$I_2(\mathbf{T}_\varepsilon) = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \\ \frac{1}{2} \cdot \gamma_{yx} & \varepsilon_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_y & \frac{1}{2} \cdot \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \cdot \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \cdot \gamma_{zx} & \varepsilon_z \end{vmatrix} = konst.$$

$$I_3(T_\varepsilon) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \cdot \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \cdot \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \cdot \gamma_{zx} & \frac{1}{2} \cdot \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = konst.$$

Zbog konstantnosti volumena dobivamo

$$I_1(\mathbf{T}_\varepsilon) = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$$

iz toga slijedi zakon nepromjenjivosti volumena

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Koji nam omogućuje da poznavajući samo dvije funkcije u_x, u_y odredimo treću u_z.

Tenzor $\mathbf{T}_\varepsilon$ moguće je rastaviti na $\mathbf{T}_\varepsilon^{\mathrm{k}}$ i $\mathbf{D}_\varepsilon$ tj.

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \mathbf{T}_\varepsilon^{\mathrm{k}} + \mathbf{D}_\varepsilon$$

$$\mathbf{T}_\varepsilon^{\mathrm{k}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_m & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_m & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_m \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{D}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon_m & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\cdot\gamma_{yx} & \varepsilon_y - \varepsilon_m & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\cdot\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{zy} & \varepsilon_z - \varepsilon_m \end{bmatrix}$$

gdje je

$\mathbf{D}_\varepsilon$ - devijator deformacije
$\mathbf{T}_\varepsilon^{\mathrm{k}}$ - sferni tenzor deformacije

U teoriji obrade metala deformiranjem [1] druga invarijanta devijatora deformacije ima veliki značaj, pomoću nje se određuje funkcija $\varepsilon_{\mathrm{ekv}}$ tako da vrijedi

$$\varepsilon_{\mathrm{ekv}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{I_2(\mathbf{D}_\varepsilon)} = \frac{\sqrt{2}}{3}\cdot\sqrt{\left(\varepsilon_x-\varepsilon_y\right)^2+\left(\varepsilon_y-\varepsilon_z\right)^2+(\varepsilon_z-\varepsilon_x)^2+\frac{3}{2}\cdot\left(\gamma_{xy}^2+\gamma_{yz}^2+\gamma_{zx}^2\right)}$$

gdje je

$\varepsilon_{\mathrm{ekv}}$ - ekvivalentna deformacija

pomoću koje višeosnu deformaciju reduciramo na slučaj jednoosne.

2.2.1.4 Uvijet kompatibilnosti deformacije

Uvjeti koje moraju ispunjavati funkcije da bi predstavljale deformaciju nekog tijela nazivaju se uvjeti kompatibilnosti a jednadžbe koje ih opisuju nazivaju se jednadžbe Saint-Venanta a glase

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial x\partial y}$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_z}{\partial y^2}=\frac{\partial^2\gamma_{yz}}{\partial y\partial z}$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial z^2}=\frac{\partial^2\gamma_{zx}}{\partial z\partial x}$$

2.2.1.5 Brzina deformacije

Brzinu deformacije kontinuuma označimo kao deformaciju komponenata vektora brzine

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \xi_x, \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} = \xi_{xy}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} = \xi_y, \quad \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} = \xi_{yz}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \xi_z, \quad \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} = \xi_{zx}$$

gdje su

ξ_x, ξ_y, ξ_z - linijske relativne brzine deformacije (promjena stupnja deformacije) [s^{-1}]
$\xi_{xy}, \xi_{yz}, \xi_{zx}$ - brzina deformacija smicanja [s^{-1}]

a to proizlazi iz

$$\xi_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u_x}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) = \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t}$$

Analogno se može napisati $\mathbf{T}_\xi$ tenzor brzine deformacije čije su komponente brzine ξ, a glasi

$$\mathbf{T}_{\xi_\xi} = \begin{bmatrix} \xi_x & \frac{1}{2}\cdot\xi_{xy} & \frac{1}{2}\cdot\xi_{xz} \\ \frac{1}{2}\cdot\xi_{yx} & \xi_y & \frac{1}{2}\cdot\xi_{yz} \\ \frac{1}{2}\cdot\xi_{zx} & \frac{1}{2}\cdot\xi_{zy} & \xi_z \end{bmatrix}$$

Iz konstantnosti volumena slijedi

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

2.2.2 Napregnuto stanje

Napregnuto stanje može se definirati kao [1] stanje tijela koje se nalazi pod djelovanjem uravnoteženih vanjskih sila pri elastičnoj ravnoteži ili pri gibanju njegovih čestica. U postupcima obrade metala deformiranjem zbog djelovanje alata mijenja se položaj čestica materijala.

2.2.2.1 Tenzor i devijator naprezanja

Napregnuto stanje u točci je fizička veličina neophodno i dovoljno zadana sa devet vrijednosti naprezanja u x, y, z koordinatnom sistemu, a to su

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ - naprezanja u x, y, z smjeru [N/mm^2]
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$- tagencijalna naprezanja [N/mm^2]

Moguće je napisati tenzor naprezanja i glasi

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

gdje je

$\mathbf{T}_\sigma$ - tenzor naprezanja

a pozitivan predznak $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ označava vlačno naprezanje a negativan predznak tlačno naprezanje. Tenzor T_σ može se rastaviti na dva tenzora

$$\mathbf{T}_\sigma = \mathbf{T}_\sigma^\mathrm{k} + \mathbf{D}_\sigma$$

$$\mathbf{T}_\sigma^\mathrm{k} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \frac{1}{2} \cdot \tau_{xy} & \frac{1}{2} \cdot \tau_{xz} \\ \frac{1}{2} \cdot \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_m & \frac{1}{2} \cdot \tau_{yz} \\ \frac{1}{2} \cdot \tau_{zx} & \frac{1}{2} \cdot \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_m \end{bmatrix}$$

gdje je

$\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{k}}$ - sferni tenzora naprezanja
$\mathbf{D}_{\sigma}$ - devijator naprezanja
σ_m - veličina srednjeg naprezanja [N/mm^2]

Veličina srednjeg naprezanja σ_m dobije se iz prve invarijante tenzora naprezanja

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \cdot I_1(\mathbf{T}_\sigma) = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

Iz druge invarijante devijatora naprezanja dobiva se

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{3 \cdot I_2(\mathbf{D}_\sigma)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot \left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)}$$

gdje je

σ_{ekv} - ekvivalentno naprezanje [N/mm^2]

i predstavlja važan podatak za određivanje prelaza tijela u plastično stanje.

2.2.2.2 Glavna naprezanja

Ravnine u kojima djeluju samo normalna naprezanja su glavne ravnine, a naprezanja koja djeluju u glavnim ravninama su glavna naprezanja [1] a koordinatne osi okomite na glavne ravnine su glavne osi tenzora naprezanja.

Za određivanje glavnih naprezanja potrebno je riješiti kubnu jednadžbu

$$\sigma^3 - I_1(\mathbf{T}_\sigma) \cdot \sigma^2 + I_2(\mathbf{T}_\sigma) \cdot \sigma - I_3(\mathbf{T}_\sigma) = 0$$

gdje je

$I_1(\mathbf{T}_\sigma), I_2(\mathbf{T}_\sigma), I_3(\mathbf{T}_\sigma)$ - invarijante tenzora naprezanja $\mathbf{T}_\sigma$

a

$$I_1(\mathbf{T}_\sigma) = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = konst.$$

$$I_2(\mathbf{T}_\sigma) = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} = konst.$$

$$I_3(\mathbf{T}_\sigma) = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = konst.$$

Rješenja kubne jednadžbe su glavna naprezanja a označavaju se

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - glavna naprezanja [N/mm^2]

Iz vrijednosti veličina glavnih naprezanja moguće je naći položaj glavnih osi i glavnih ravnina a tenzor naprezanja u glavnim osima će biti

$$\mathbf{T}_\sigma^{\mathrm{g}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

gdje je

$\mathbf{T}_\sigma^{\mathrm{g}}$ - tenzor glavnih naprezanja

2.2.2.3 Glavna tagencijalna naprezanja

Kod jednoosnog djelovanja vlaka ili tlaka tangencijalno (smično) naprezanje τ postići će svoju najveću vrijednost u ravnini nagnutoj pod kutem 45° u odnosu na djelujuću silu, a najveće tangencijalno (smično) naprezanje naziva se glavnim tangencijalnim (smičnim) naprezanjem.

Kosinusi smjera za ravnine u kojima djeluje glavno smično naprezanje glase [1]:

ako je

$$a_1 = 0, \qquad a_2 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}\,, \quad a_3 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$a_2 = 0, \qquad a_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}\,, \quad a_3 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$a_3 = 0, \qquad a_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}\,, \quad a_2 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

Izrazi za glavna tangencijalna naprezanja glase

$$\tau_{12} = \pm\frac{1}{2}\cdot(\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$\tau_{23} = \pm\frac{1}{2}\cdot(\sigma_2 - \sigma_3)$$

$$\tau_{31} = \pm\frac{1}{2}\cdot(\sigma_3 - \sigma_1)$$

gdje su

$\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$ - glavna tangencijalna (smična) naprezanja [N/mm^2]

2.2.2.4 Ravninsko stanje naprezanja

U teoriji oblikkovanje metala deformiranjem postoje dva ravninska stanja [1]:

- ravninsko napregnuto stanje (kod kojeg je jedno od glavnih naprezanja jednako nuli tj. $\sigma_2 = 0$) tada tenzor naprezanja glasi

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

- ravninsko deformirano stanje a tenzor deformacije glasi

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & \frac{1}{2}\cdot\gamma_{xz} \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ \frac{1}{2}\cdot\gamma_{xz} & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

iz izraza

$$\sigma^3 - I_1(\mathbf{T}_\sigma)\cdot\sigma^2 + I_2(\mathbf{T}_\sigma)\cdot\sigma - I_3(\mathbf{T}_\sigma) = 0$$

uz pretpostavku

$$\sigma_y = 0,\ \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$$

slijedi

$$I_1(\mathbf{T}_\sigma) = \sigma_x + \sigma_z, \qquad I_2(\mathbf{T}_\sigma) = \sigma_x\cdot\sigma_z - \tau_{xz}^2, \qquad I_3(\mathbf{T}_\sigma) = 0$$

a glavna naprezanja σ_1, σ_2će biti

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_x + \sigma_z) \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x + \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xz}^2}$$

2.2.2.5 Jednadžbe gibanja i ravnoteže

-jednadžbe gibanja glase

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \rho \cdot \ddot{u}_x$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \rho \cdot \ddot{u}_y$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \cdot \ddot{u}_z$$

gdje su

$\ddot{u}_x, \ddot{u}_y, \ddot{u}_z$ -ubrzanja u x, y, z smjeru [m/s^2]
ρ - gustoća [kg/m^3]

-jednadžbe ravnoteže se dobivaju ako se zanemare članovi $\rho \cdot w$ (mogu se zanemariti za postupke kovanja u ukovnjima, slobodnog kovanja i prešanja) a glase

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

2.2.2.6 Jednadžbe veza između naprezanja i deformacija u elastičnom području

Naprezanja i deformacije su jednoznačno povezane, a tu vezu je moguće ustanoviti na temelju pokusa. Kod elastične deformacije izazvane jednoosnim napregnutim stanjem poznat je Hook-ov zakon $\sigma = f(\varepsilon) \cdot \varepsilon$.

Kod troosno napregnutog stanja veza se može opisati odnosom među devijatorima naprezanja i deformacije

$$\mathbf{D}_{\varepsilon} = \frac{1}{2 \cdot G} \mathbf{D}_{\sigma}$$

gdje je

G - modul smicanja [N/mm^2]

Na temelju ovih odnosa dobivaju se jednadžbe veza između naprezanja i deformacija u elastičnom području a glase

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_x - \nu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)\right], \qquad \gamma_{xy} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_y - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_x)\right], \qquad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{yz}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)\right], \qquad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{zx}$$

gdje je

E - modul elastičnosti [N/mm^2]
ν - Poisson-ov koeficijent

Iz jednadžbi veza između naprezanja i deformacija slijede sljdeći zaključci [1]:

- ako su dvije komponente σ_k tenzora naprezanja $\mathbf{T}_{\sigma}$ jednake, jednake su i odgovarajuće komponente deformacije (i obrnuto);
- ako je u pravcu koordinate osi k deformacija ε_k jednaka nuli, naprezanju u pravcu te osi je različito od nule i proporcionalno je srednjem naprezanju σ_m;
- ako je u pravcu koordinate osi k naprezanje σ_k jednako nuli, deformacija ε_k u pravcu te osi različita od nule i proporcionalna srednjoj deformaciji ε_m

2.2.3 Plastično stanje materijala

Plastično ponašanje metala započinje kada se ustanove trajne ili nepovratne deformacije. Veličina trajne deformacije od $\Delta l = 0{,}2\ \%$ određuje u stadardiziranim ispitivanjima svojstva metala $R_{p0,2}$ konvencijalnu granicu razvlačenja.

Naprezanje kod kojeg započinje tečenje će poslužiti kao objektivna i univerzalna značajka prelaza metala u plastično područje i označiti će se u teoriji obrade metala s σ_t, gdje će t označavati da se radi o naprezanju kod postignute trajne deformacije $0{,}2\ \%$.

Kod jednoosnog rastezanja glatke epruvete prelaz u plastično stanje materijala je određeno ostvarenim uvjetom $\sigma_1 = \sigma_t$, gdje se jednoosno napregnuto stanje može zapisati kao tenzor

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Granicu tečenja kod jednoosnog naprezanja σ_t treba uopćiti za slučaj troosnog napregnutog stanja, koje se svoji na pronalaženje funkcije $F(\mathbf{T}_\sigma) = 0$ koja je po sadržaju analogna $\sigma_t = \sigma_1$. Time je određen uvjet plastičnosti ili uvjet plastičnog tečenja. Jednadžba $F(\mathbf{T}_\sigma) = 0$ [1] koja povezuje komponente tenzora $\mathbf{T}_\sigma$ sa granicom tečenja deformiranog materijala kod jednoosnog napregnutog stanja i koja određuje prelaz tijela u plastično područje, naziva se uvjet plastičnosti ili uvjetom plastičnog tečenja.

2.2.3.1 Uvjet plastičnosti po Tresca-i i Saint-Venant-u

Funkciju $F(\mathbf{T}_\sigma) = 0$ moguće je ustanoviti na fenomenološkoj osnovi jer prijelaz materijala u plastično stanje ovisi o nizu čimbenika: o vrsti materijala, temperaturi, brzini deformiranja, o prethodnoj izvršenoj deformaciji itd. Rješavanju ovog problema praktičnim uvjetima prilazi se u dvije faze. U prvoj fazi se ustanovljava oblik funkcije $F(\mathbf{T}_\sigma) = 0$ kod određene strukture i zadane temperature materijala a u drugoj fazi se istražuju utjecaj ostalih čimbenika: promjene temperature, brzine deformiranja i stupnja prehodne deformacije.

H. Tresca je imao takav pristup kada je ustanovio da prelaz u plastično stanje nastaje kada masimalno smično naprezanje dosegne određenu veličinu koja je jednoznačno povezana s granicom tečenja kod jednoosnog istezanja. Matematičku formulaciju dao je Saint-Venant 1871. izrazom

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_t$$

koji se naziva Tresca-in uvjet plastičnog tečenja. Ako vrijedi izraz

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_t$$

onda nastupa plastična deformacija a ako vrijedi

$$\sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_t$$

nastupa elastična deformacija.

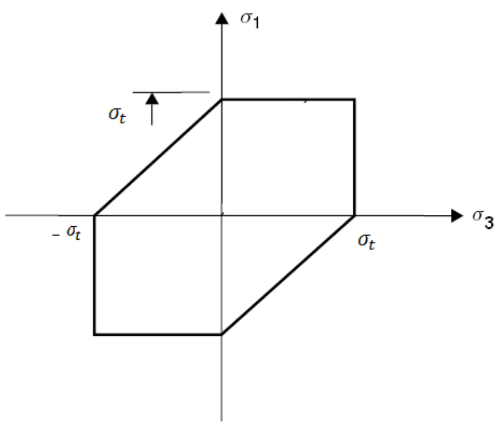
Uvjet plastičnog tečenja može se primjeniti u čestici materijala ili na malom volumenu unutar kojeg se napregnuto stanje može smatrati jednolikim. Zbog toga se Tresca-in uvjet plastičnog tečenja piše u obliku

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_t$$

$$|\sigma_2 - \sigma_3| = \sigma_t$$

$$|\sigma_3 - \sigma_1| = \sigma_t$$

(*Slika 9*) prikazuje krivulju plastičnosti po Tresca-inom uvjetu u ravnini naprezanja $\sigma_1\sigma_3$



Slika 9. Tresca-in uvjet plastičnog tečenja
(izvor: [1])

Na temelju analize uvjeta plastičnosti po Tresca-i i S. Venant-u moguće je doći do važnih zaključaka:

1. Sferni tenzor naprezanja $\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{k}}$ ne izaziva plastičnu deformaciju, sferni tenzor naprezanja može izazvati samo elastičnu deformaciju.
2. Devijator naprezanja $\mathbf{D}_{\sigma}$ izaziva plastičnu deformaciju ako komponente $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ zadovoljavaju uvjet plastičnosti.
3. Bilo koje napregnuto stanje zadano tenzorom naprezanja $\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{g}}$ može se predočiti kao spajanje dvaju istovremeno djelujuća napregnuta stanja ako su ova dva određena sfernim tenzorom $\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{k}}$ i devijatorom naprezanja $\mathbf{D}_{\sigma}$.

2.2.3.2 Uvjet plastičnosti po Huber-u i Von Mises-u

Uvjet plastičnosti postiže se samo djelovanjem devijatora napregnutog stanja koji će izazvati prijelaz materijala u plastično stanje.

Napregnuto stanje određeno je tenzorom $\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{g}}$ a deformirano stanje $\mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{g}}$. Vezu između komponenata tenzora $\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{g}}$ i $\mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{g}}$ je moguće ustanoviti po jednadžbi

$$\mathbf{D}_{\varepsilon} = \frac{1}{2 \cdot G} \cdot \mathbf{D}_{\sigma}$$

Tenzore $\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{g}}$ i $\mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{g}}$ možemo rastaviti na sferne i devijatore

$$\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{g}} = \mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{k}} + \mathbf{D}_{\sigma} \quad \mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{g}} = \mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{k}} + \mathbf{D}_{\sigma}$$

Pomnoživši ih s ½ dobivamo i uzevši u obzir da je $\mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{k}} \cdot \mathbf{D}_{\varepsilon} = 0$ i $\mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{k}} \cdot \mathbf{D}_{\sigma} = 0$ dolazi se do tenzorske jednadžbe

$$\frac{1}{2} \cdot \mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{g}} \cdot \mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{g}} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{k}} \cdot \mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{k}} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{D}_{\varepsilon} \cdot \mathbf{D}_{\sigma}$$

a fizički smisao te jednadžbe je

$$\frac{1}{2} \cdot \mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{g}} \cdot \mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{g}} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 \cdot \varepsilon_1 + \sigma_2 \cdot \varepsilon_2 + \sigma_3 \cdot \varepsilon_3)$$

Specifični rad promjene volumena je izražen članom $\frac{1}{2} \cdot \mathbf{T}_{\sigma}^{\mathrm{g}} \cdot \mathbf{T}_{\varepsilon}^{\mathrm{g}}$, a specifični rad promjene oblika sa članom $\frac{1}{2} \cdot \mathbf{D}_{\varepsilon} \cdot \mathbf{D}_{\sigma}$. Označi li se sa

$$W_{obl} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{D}_{\sigma} \cdot \mathbf{D}_{\varepsilon}$$

gdje je

W_{obl}-energija koja mora biti uložena za oblikovanje [J]

dobiva se

$$W_{obl} = \frac{1}{2 \cdot E} \cdot [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2 \cdot v(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)] - \frac{1}{6 \cdot E}(1 - v) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

a poslije uređenja

$$W_{obl} = \frac{1 + v}{6 \cdot E} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

Može se uočiti da veličina W_{obl} ne ovisi o shemi napregnutog stanja i da je u trenutku prelaza u plastično stanje ima veličinu $W_{obl\,pl}$ koja je karakteristična za određeni materijal. Kod jednoosnog naprezanja kada je $\sigma_1 = \sigma_t$ a $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ rad oblikovanja iznosi

$$W_{obl\,pl} = \frac{1 - v}{6 \cdot E} \cdot 2 \cdot \sigma_t^2$$

Izjednačavanjem $W_{obl} = W_{obl\,pl}$ dobiva se uvjet plastičnosti

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \cdot \sigma_t^2$$

Njemački znanstvenik H. Hencky je dao tumačenje uvjeta plastičnosti [1]: prelaz u plastično područje nastaje onda kada rad potreban za promjenu oblika dosegne neku kritičnu vrijednosti, koja je značajka zadanog materijala. Ovaj izraz uvjeta plastičnosti moguće je zapisati i za opći slučaj napregnutog stanja

$$\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2 \cdot \sigma_t^2$$

i taj uvjet napisan u općem slučaju i u slučaju glavnih osi naziva se uvjet plastičnosti Huber-a i Von Mises-a. Lijeve strane tih uvjeta nazivaju se ekvivalentnim naprezanjem i označuju se σ_{ekv} pa stoga dobivamo

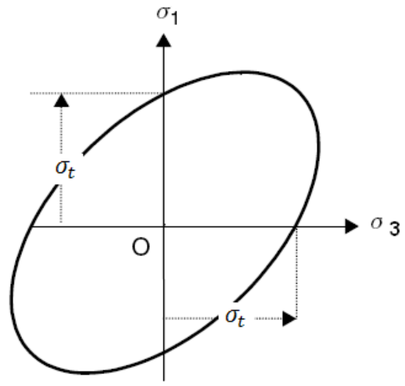
$$\sigma_{ekv} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot \left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_t$$

i nastaje izraz

$$\sigma_{ekv} = \sigma_t$$

na osnovu kojeg se može zaključiti [1] da prijelaz u područje plastičnosti nastaje onda kada ekvivalentno naprezanje σ_{ekv} dosegne vrijednost granice tečenja σ_t kod jednoosnog naprezanja.

(*Slika 10*) prikazuje krivulju plastičnosti po Von Mises-u uvjetu u ravnini naprezanja $\sigma_1\sigma_3$



Slika 10. Uvjet plastičnog tečenja po Von Mises-u (izvor: [1])

2.2.3.3 Uvjeti plastičnosti kod različitih shema napregnuto-deformiranog stanja

Da bi se ocjenio utjecaj naprezanja σ_2, izražava se pomoću σ_1 i σ_3 i analizira utjecaj σ_2 na odgovarajući uvjet plastičnosti.

Neka je

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2} \cdot \upsilon_\sigma . (\sigma_1 - \sigma_3)$$

gdje je

υ_σ-varijabla unutar intervala -1 do +1

ako se uvrsti u uvjet tečenja dobiva se

$$(\sigma_1) - (\sigma_3^2) \cdot \left[\left(\frac{1 - \upsilon_\sigma}{2} \right)^2 + \left(\frac{1 + \upsilon_\sigma}{2} \right)^2 + 1 \right] = 2 \cdot \sigma_t^2$$

za $v_\sigma = 0$ dobivamo

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_t = 1{,}155 \cdot \sigma_t$$

gdje je je c od 1 do 1,155 i predstavlja Lodeov koeficijent, a uvjet plastičnosti sa njim napisan glasi

$$\sigma_1 - \sigma_2 = c \cdot \sigma_t$$

gdje je

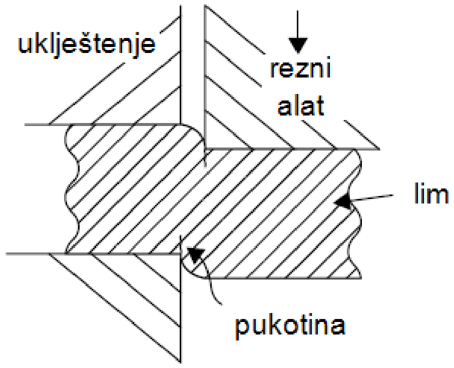
$$c = \frac{2}{\sqrt{3 + v_\sigma^2}}$$

Kako je v_σ unutar intervala -1 do +1 i c unutar 1 i 1,155 pokazuje da je utjecaj glavnog normalnog naprezanja σ_2 zanemariv.

2.3 Postupci oblikovanja lima deformiranjem

2.3.2 Prosijecanje i probijanje lima

Prosijecanje i probijanje lima je proces oblikovanja lima razdvajanjem pomoću posebnih prešerskih alata [7]. Suština tih procesa je postizanje tangencijalnih (smičnih) naprezanja u određenim ravninama. Kada naprezanja postignu maksimalnu vrijednost koju materijal može izdržati dolazi do razdvajanja. Za razliku od ostalih postupaka oblikovanja lima deformiranjem, materijal ne mora imati dobra svojstva plastičnosti i deformabilnosti. Termin prosijecanje podrazumijeva dobivanje finalnog komada sa vanjskom konturom, a dobivanje finalnog komada sa unutrašnjom konturom naziva se probijanje. Prosijecanje i probijanje su prvi postupci oblikovanja lima deformiranjem. Nakon prosijecanja i probijanja nastupaju sljedeći postupci oblikovanja lima deformiranjem. Proces prosijecanja prikazan je na (*Slika 11*).



Slika 11. Proces procijecanja (probijanje) lima (izvor: [7])

2.3.2.1 Analiza prosijecanja (probijanja) lima

Minimalna sila potrebna za prosijecanje (probijanje) lima iznosi [8]

$$F_{Pmin} = L \cdot t \cdot \tau_s$$

gdje je

F_{Pmin} - minimalna potrebna sila za prosijecanje (probijanje) lima [N]
t - debljina lima [mm]
τ_s- smična čvrstoća lima [N/mm^2]
L - duljina konture prosijecanja (probijanja) lima [mm]

a iznos sile potrebne za prosijecanje (probijanje) lima pri konstruiranju ili odabiru alata određuje se prema izrazu [8]

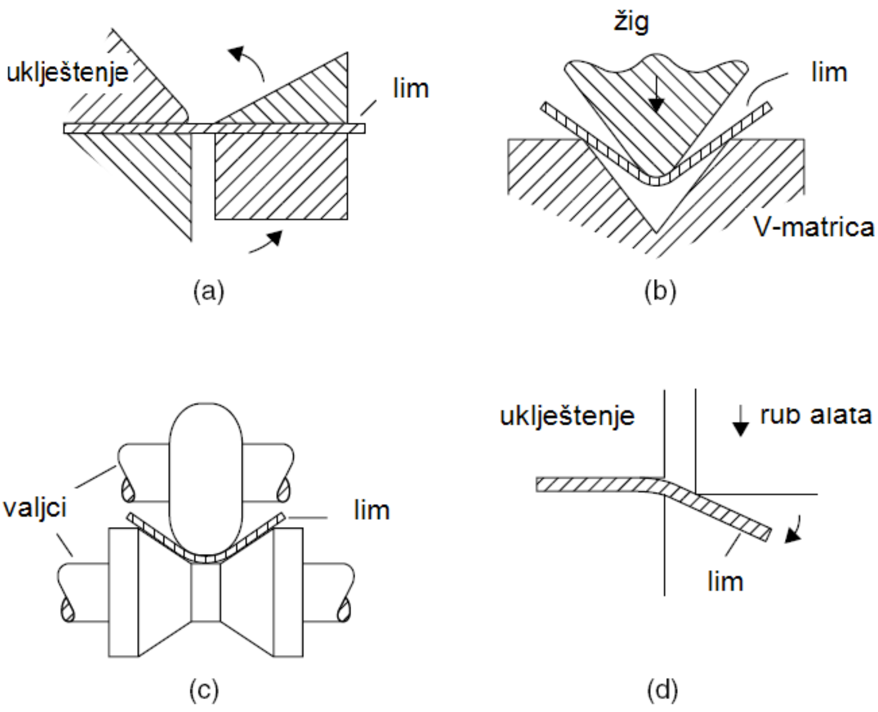
$$F_P = 1.3 \cdot F_{Pmin}$$

gdje je

F_P - iznos sile potrebne za procijecanje (probijanje) lima pri konstruiranju ili odabiru alata [N/mm^2]

2.3.3 Savijanje lima

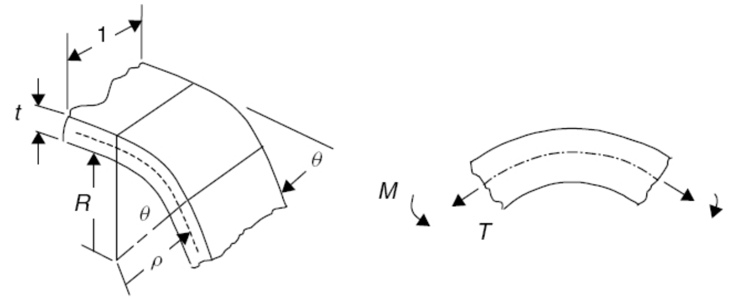
Savijanje spada u grupu postupaka oblikovanja deformiranjem koji se najčešće primjenjuju. Pretežno se postupci savijanja obavljaju u hladnom stanju, no debeli limovi se savijaju u toplom stanju. Za vrijeme savijanja lim je podvrgnut i elastičnim i plastičnim naprezanjima, pa se iz toga razloga kada prestanu djelovati vanjske sile, savijen obradak, zbog prisustva elastičnih naprezanja, malo povrati i otvori. Karakteristika procesa savijanja lima [7] je u većini slučajeva, lokalno plastično deformiranje. Zona deformiranja tada obuhvata manji dio volumena lima, mada ima postupaka gdje se deformira kompletni lim (volumen). Neki od postupaka savijanja prikazani na (*Slika 12*) su: preklapalica a), savijanje na prešama pod b), profilno savijanje pomoću valjaka pod c) i savijanje sa rubom alata pod d).



Slika 12. Postupci savijanja lima
(izvor: [7])

2.3.3.1 Analiza savijanja lima

Parametri koji se pojavljuju kod kontinuiranog savijanja lima prikazuje (*Slika 13*)

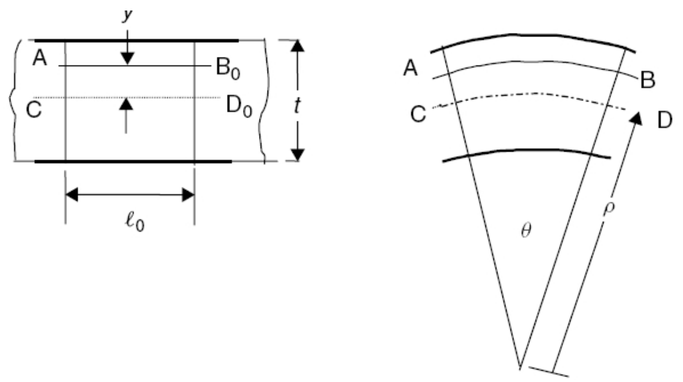


Slika 13. Parametri koji se javljaju kod kontinuiranog savijanja lima (izvor: [7])

gdje je

t - debljina lima [mm]
ρ - radijus srednje zakrivljenje linije lima [mm]
θ - kut savijanja
M - moment savijanja [Nm]
T - sila koja djeluje u sredini lima [N]

(*Slika 14*) prikazuje lim prije savijanja i lim poslije savijanja.



Slika 14. Lim prije savijanja i poslije savijanja (izvor: [7])

gdje je

t - debljina lima [mm]
CD_0 - linija na sredini lima prije savijanja

CD - linija na sredini lima nakon savijanja
l_0 - duljina lima prije savijanja na sredini lima
l_s - duljina lima poslije savijanja na sredini lima
l - duljina lima nakon savijanja na udaljenosti y od srednje linije
AB_0 - linija udaljena za y od srednje linije savijanja prije savijanja

Duljiina na sredini lima nakon savijanja iznosi

$$l_s = \rho \cdot \theta$$

a nakon savijanja na udaljenosti y od srednje linije lima duljina lima iznosi

$$l = \theta \cdot (\rho + y) = \rho \cdot \theta \cdot \left(1 + \frac{y}{\rho}\right) = l_s \cdot (1 + \frac{y}{\rho})$$

Ukupna deformacija lima na liniji AB (na udaljenosti y od sredine lima) glasi

$$\varepsilon_1 = \ln\frac{l}{l_0} = \ln\frac{l_s}{l_0} + \ln\left(1 + \frac{y}{\rho}\right) = \varepsilon_a + \varepsilon_b$$

gdje je

$\varepsilon_a = \ln\frac{l_s}{l_0}$ - deformacija sredine lima

$\varepsilon_b = \ln\left(1 + \frac{y}{\rho}\right)$ - deformacija lima na liniji AB usljed savijanja

Kako je radijus ρ srednje zakrivljene linije lima puno veći od debljine lima t slijedi

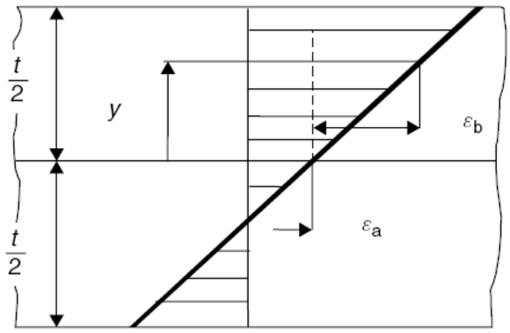
$$\varepsilon_b = \ln\left(1 + \frac{y}{\rho}\right) \approx \frac{y}{\rho}$$

Kako se radi o ravninskom stanju naprezanja za izotropni lim vrijedi

$$\varepsilon_1;\ \varepsilon_2 = 0;\ \varepsilon_3 = -\varepsilon_1$$

$$\sigma_1;\ \sigma_2 = \sigma_1/2;\ \sigma_3 = 0$$

Raspored deformacija kod savijanja lima prikazuje (*Slika 15*)



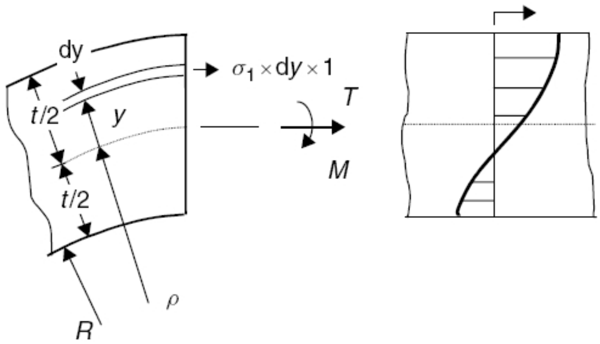
Slika 15. Raspored deformacija uslijed savijanja lima

Prema izrazu za ekvivalentno naprezanje i Von-Mises-ovom izrazu za uvjet plastičnog tečenja slijede izrazi za naprezanje i deformaciju

$$\sigma_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{ekv} \ \text{ i } \ \varepsilon_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \varepsilon_{ekv}$$

Sila i moment savijanja uslijed savijanja lima slijede iz jednadžba ravnoteže za diferencijalni element (*Slika 16*) glasi

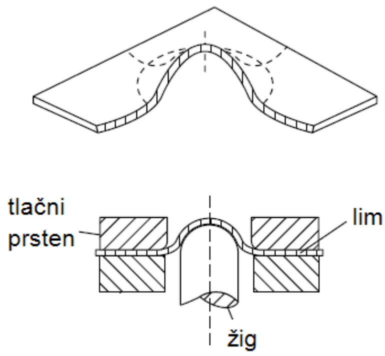
$$T = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_1 \mathrm{dy} \ \text{ i } \ M = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_1 \cdot \mathrm{y} \cdot 1 \cdot \mathrm{dy} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_1 \cdot \mathrm{y} \cdot \mathrm{dy}$$



Slika 16. Diferencijalni element kod savijanja
(izvor: [7])

2.3.4 Udubljivanje lima

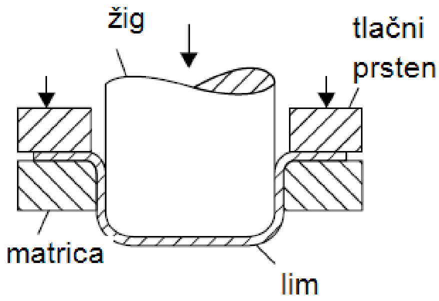
Proces udubljivanja lima prikazuje (*Slika 17*). Lim se nalazi uklješten na svojim krajevima pomoću držača, a žig vrši proces udubljivanja. Proces hidrauličnog udubljivanja lima sa kojim će se ujedno odrediti i krivulja tečenja opisan je u slijedećem poglavlju.



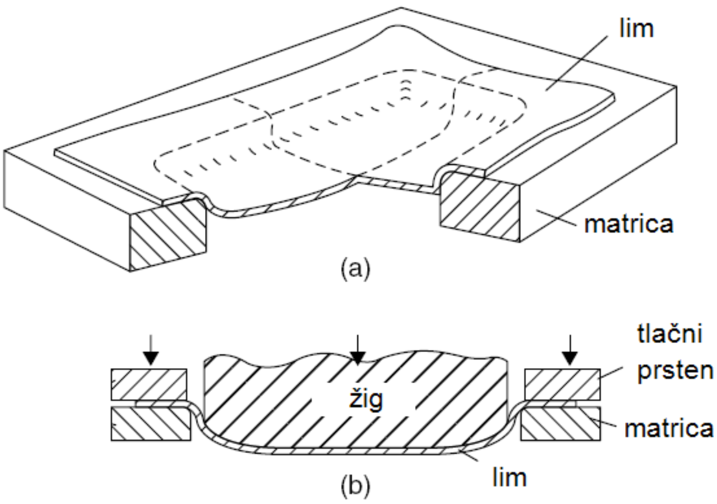
Slika 17. Udubljivanje lima
(izvor: [7])

2.3.5 Duboko vučenje lima

Duboko vučenje je tipična tehnologija oblikovanja u hladnom stanju, iako se u nekim specifičnim slučajevima može obavljati i u toplom stanju [7]. Riječ je o proizvodnji limene robe i preradi lima, gdje je raspon debljina limova koji dolaze u obzir obradom na ovaj način vrlo velik, od 0.02 mm – 50 mm. U većini je slučajeva riječ o limu kojima ima debljinu ≈ 1mm, pa kako se radi o tankostijenom limu njegovo oblikovanje se obavlja kod sobnih temperatura. Duboko vučenje je proces koji se provodi u više faza i kroz nekoliko alata, a vrlo se rijetko do gotovog izratka dolazi samo u jednoj fazi vučenja. Duboko vučenje lima dijeli se na [7]: duboko vučenje šupljeg cilindričnog tijela sa ravnim dnom (*Slika 18*) i duboko vučenje gdje gotov komad poprima nepravilni geometrijski oblik koji je identičan obliku matrice (*Slika 19*).



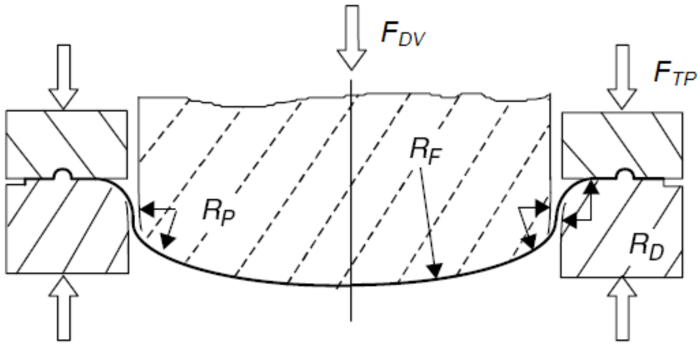
Slika 18. Duboko vučenje cilindričnog tijela
(izvor: [7])



Slika 19. Duboko vučenje nepravilnog geometrijskog oblika
(izvor: [7])

2.3.5.1 Analiza dubokog vučenja lima

Analizirati će se primjer prvog (pod prvim se podrazumijeva da je prvi put lim podvrgnut procesu dubokog vučenja) procesa dubokog vučenja lima gdje žig ima kružni profil. Prilikom analize pretpostaviti će se sljedeće [7]: ne dolazi do stanjenja (deformacije) lima na strani gdje je lima zategnut oko površine alata, opterećenje kojim djeluje žig na lim je zanemariv u odnosu na naprezanje prilikom tečenja lima. (*Slika 20*) prikazuje veoma jednostavan model 2D procesa dubokog vučenja koji će se analizirati.

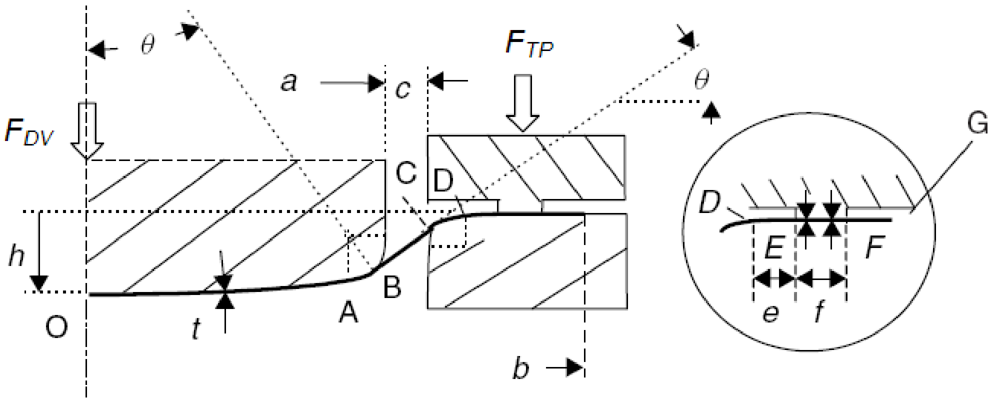


Slika 20. Duboko vučenje s žigom kružnog oblika (izvor: [7])

Gdje je

F_{DV} - sila sa kojom žig djeluje na lim [N]
F_{TP} - sila sa kojom tlačni prsten djeluje na lim [N]
R_F - radijus žiga [mm]
R_P - radijus na krajevima žiga [mm]
R_D - radius matrice [mm]

Sljedeća (*Slika 21*) prikazuje 2D model dubokog vučenja sa svim parametrima koji će biti korišteni za analizu.



Slika 21. 2D modela dubokog vučenja sa svim parametrima (izvor: [7])

gdje je

a - polumjer matrice [mm]
b - polumjer tlačnog prstena [mm]

c - zračnost između žiga i tlačnog prstena [mm]
e - dio lima na matrici na koji ne djeluje tlačni prsten [mm]
f - dio lima na matrici na koji djeluje tlačni prsten [mm]
h - dubina prodiranja žiga [mm]
t - debljina lima [mm]

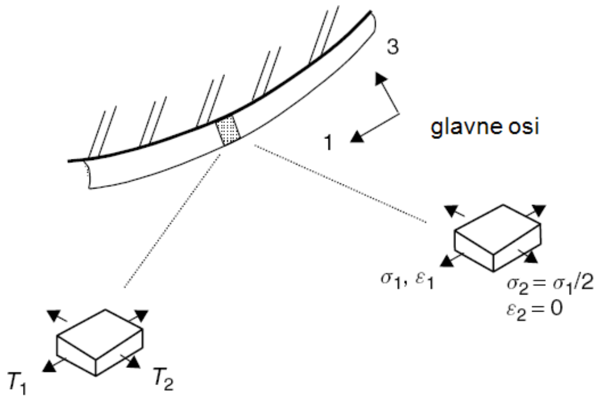
OB - dio lima koji je u kontaktu sa žigom
BC - dio lima koji nije u kontaktu sa žigom ni sa matricom
CD - dio lima koji je u kontaktu sa rubom matrice
DE - dio lima koji je u kontaktu sa matricom a na njega nedjeluje tlačni prsten
EF - dio lima na kojeg djeluje tlačni prsten
FG - slobodni kraj lima

Deformacije koje se javljaju na diferencijalnom elementu (*Slika 22*) su [7]:

$$\varepsilon_1\ ;\ \varepsilon_2 = 0;\ \varepsilon_3 = -\varepsilon_1$$

a ekvivalentna deformacija glasi

$$\varepsilon_{ekv} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \varepsilon_1$$



Slika 22. Diferencijalni element
(izvor: [7])

Debljina elementa (lima) iznosi

$$t = t_0 \cdot e^{\varepsilon_1}$$

gdje je

t_0 - početna debljina lima [mm]

Naprezanja koja se javljaju na diferencijalnom elementu su

$$\sigma_1;\ \sigma_2 = \sigma_1/2;\ \sigma_3 = 0$$

Izraz za glavno naprezanje σ_1 prema Von-Mises-ovom kriteriju plastičnog tečenja glasi

$$\sigma_1 = \frac{2 \cdot \sigma_{ekv}}{\sqrt{3}}$$

A zakon naprezanje-deformacija prikazuje izraz

$$\sigma_{ekv} = K \cdot [\varepsilon_0 + \varepsilon_{ekv}]^k$$

gdje je

K - koeficijent
k - koeficijent očvrščenja

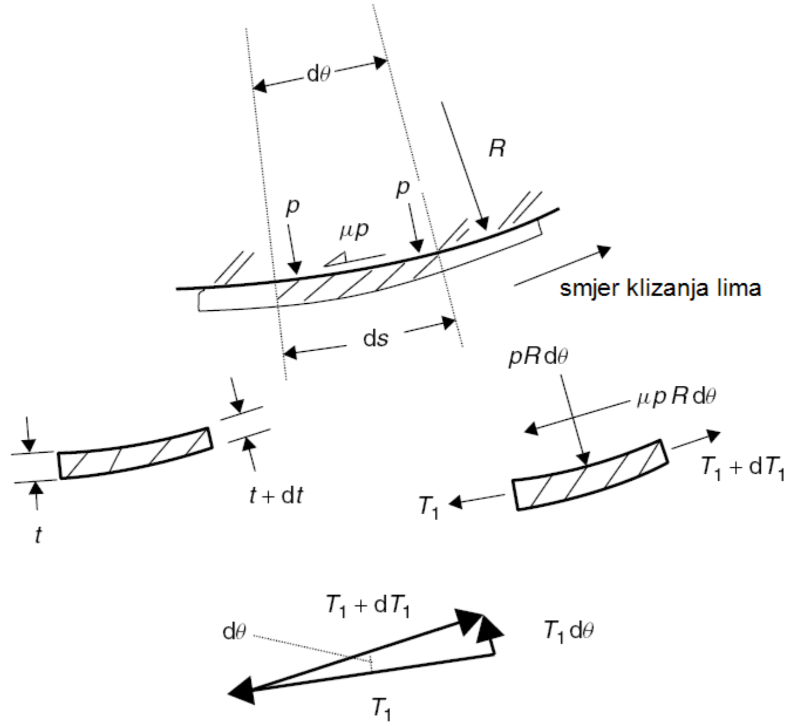
Sila koja se javlja u diferencijalnom elementu u smjeru „1“ glavne osi uslijed napezanja glasi

$$T_1 = \sigma_1 \cdot t = \frac{2 \cdot \sigma_{ekv}}{\sqrt{3}} \cdot t_0 \cdot e^{\varepsilon_1} = \frac{2 \cdot K \cdot t_0}{\sqrt{3}} \cdot [\varepsilon_0 + \varepsilon_{ekv}]^k \cdot e^{\varepsilon_1}$$

i iznos sile koja djeluje u smjeru „2“ glavne osi glasi

$$T_1 = \frac{T_1}{2}$$

Diferencijalni element lima koji se kliže po površini žiga prikazuje (*Slika 23*).



Slika 23. Diferencijalni element koji kliže po površini žiga (izvor: [7])

Dužina elementa $\mathrm{d}s$ u ovisnosti o radiusu žiga glasi

$$\mathrm{d}s = R \cdot \mathrm{d}\theta$$

a površina tog dijela elementa glasi

$$R \cdot \mathrm{d}\theta \cdot 1$$

Zbog pritiska žiga p koji djeluje na taj diferencijalni element površine $R \cdot \mathrm{d}\theta \cdot 1$ rezultira nastankom radijalne sile

$$R \cdot \mathrm{d}\theta \cdot p$$

Zbog djelovanja trenja (μ) između lima i žiga javlja se tangencijalna sila

$$R \cdot \mathrm{d}\theta \cdot p \cdot \mu$$

Jednadžba ravnoteže za diferencijalni element glasi

$$(T_1 + \mathrm{d}T_1) - T_1 = R \cdot \mathrm{d}\theta \cdot p \cdot \mu$$

Kako vrijedi

$$T_1 \cdot \mathrm{d}\theta = p \cdot R \cdot \mathrm{d}\theta \rightarrow p = \frac{T_1}{R}$$

uvrštavajući u jednadžbu ravnoteže dobiva se

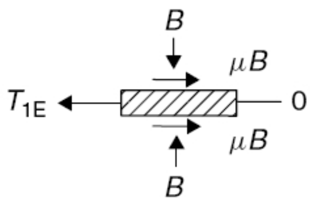
$$\frac{\mathrm{d}T_1}{T_1} = \mu \cdot \mathrm{d}\theta$$

a integrirajući ga dobiva se izraz sa tangencijalnu silu u ovisnosti o kutu θ tj.

$$T_{1k} = T_{1j} \cdot e^{\mu \cdot \theta_{jk}}$$

gdje indeksi k i j pokazuju mjesto djelovanja dvaju sila a kut između djelovanja tih sila glasi θ_{jk}.
Veličina sile u točki E (*Slika 24*) iznosi

$$T_{1\mathrm{E}} = 2 \cdot \mu \cdot F_{\mathrm{TP}}$$



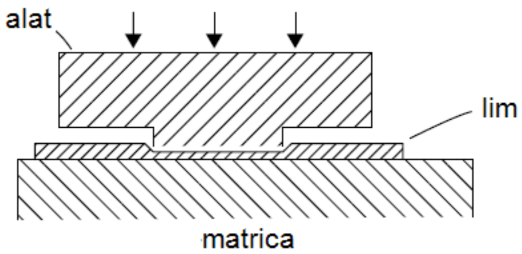
Slika 24. Jednadžba ravnoteže na mjestu djelovanja tlačnog prstena (izvor: [7])

A veličina sile kojom žig djeluje na lim iznosi

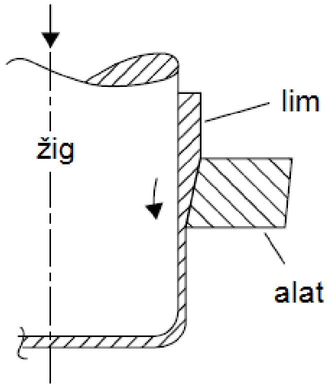
$$F_{\mathrm{DV}} = 2 \cdot T_{1B} \cdot \sin(\theta_B)$$

2.3.6 Stanjivanje lima

Stanjivanje lima je pojava koja prati većinu postupaka oblikovanja lima u kojima je $\varepsilon_1 \neq = -\varepsilon_2$. Sam proces stanjivanja primaran je kod postupaka valjanja i pripreme rondela u novčarskoj industriji (*Slika 25*). Kod postupaka dubokog vučenja stanjivanje je sekundarna pojava. Kod kalibracije (*Slika 26*) je paralelni proces uz ujednačavanje kalibrirane dimenzije.



Slika 25. Stanjivanje rondele
(izvor: [7])



Slika 26. Proces kalibracije
(izvor: [7])

3. Odabir materijala i ispitivanje mehaničkih svojstava

Zbog neposjedovanja niti jednog drugog materijala na FSB-u odlučeno je da će se razrada tehnologije izrade rebra PNG izvršiti za materijal čelični lim DC 01 debljine 0.2 mm koji će ustvari biti i modelski materijal. (*Tablica 3*) prikazuje podatke o čeličnom limu DC01. Inače metalna avionska rebra izrađuju se od aluminijskih legura i legura od titana.

Tablica 3. Karakteristike čeličnog lima DC01
(izvor: [11])

Č0146 DC01 1.0330	Sastav	Vlačna čvrstoća R_v	Granica razvlačenja R_e	Modul elastičnosti E	Smična čvrstoća τ_s	Gustoća ρ
		[N/mm^2]	[N/mm^2]	[N/mm^2]	[N/mm^2]	[kg/m^3]
	Fe 98 % C 0,034 % Mn 0,17 % S 0,015 %	320	220	210000	300	7750

3.1 Snimanje krivulje tečenja

Prelaz u područje plastičnosti nastaje onda kada ekvivalentno naprezanje σ_{ekv} dosegne vrijednost granice tečenja materijala σ_t kod jednoosnog rastezanja. Naprezanje plastičnog tečenja k_f je definirano kao naprezanje [1] koje će kod jednoosnog homogenog napregnutog stanja izazvati plastično tečenje realnog materijala u realnim uvjetima deformacijskog postupka. Uvjet plastičnog tečenja odredjuje jednakost izraza

$$\sigma_{ekv} = k_f$$

gdje je

k_f - naprezanje plastičnog tečenja [N/mm^2]

Uvjet plastičnog tečenja prema kriteriju Tresca-e uz $\sigma_2 = 0$ dan je izrazom

$$\sigma_{ekv} = |\sigma_1 - \sigma_3| = k_f$$

Uvjet plastičnog tečenja prema kriteriju Von Mises-u uz $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$ dan je izrazom

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot \left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_{ekv} = k_f$$

Odnos vrijednosti glavnih naprezanja tj. razlika između ta dva kriterija i veza s naprezanjem plastičnog tečenja k_f uz pretpostavku $\sigma_2 = 0$ i $\sigma_3 = -\sigma_1$ glasi

$$(\sigma_1)_{Tresca} - (\sigma_1)_{Von\ Mises} = \left(\frac{k_f}{2}\right)_{Tresca} - \left(\frac{k_f}{\sqrt{3}}\right)_{Von\ Mises} = 0.1547 \cdot k_f$$

Naprezanje plastičnog tečenja realnog materijala ovisno je [1] o stupnju deformacije, o brzini deformacije, o temperaturi koja vlada u deformacijskoj zoni, o hidrostatskom tlaku te o materijalu i njegovim svojstvima.

Ekvivalentni logaritamski stupanj deformacije, pomoću koje svodimo stupnjeve deformacije u pravcu glavnih osi na jednosno napregnuto stanje i prema Von Mises-u glasi

$$\varphi_{ekv} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot ({\varphi_1}^2 + {\varphi_2}^2 + {\varphi_3}^2)}$$

gdje je

φ_{ekv} -ekivalentni logaritamski stupanj deformacije

Prema Tresc-i ekvivalentni stupanje deformacije je

$$\varphi_{ekv} = \varphi_{max}$$

a ekvivalenta brzina deformacije glasi

$$\dot{\varphi}_{ekv} = \frac{d\varphi_{ekv}}{dt}$$

gdje je

$\dot{\varphi}_{ekv}$- ekvivalenta brzina deformacije [s^{-1}]

Srednja vrijednost plastičnog tečenja glasi

$$k_{fm} = \frac{1}{\varphi} \cdot \int k_{fmi} d\varphi, \quad (i = 1,2,3, \dots n)$$

gdje je

k_{fm}-srednje naprezanje plastičnog tečenja [N/mm^2]

Idealni deformacijski radi je rad koji nije utrošen na savladavanje trenja nego utrošen samo na deformaciju do određenog stupnja deformacije i glasi

$$W_{id} = V \cdot \int k_{fmi} d\varphi \, d\varphi$$

gdje je

W_{id} -idealni deformacijski rad [J]

V -volumen deformacijske zone [mm^3]

Stavi li se odnos W_{id} spram uloženog deformacijskog rada W dobiva se η tj.

$$\eta = \frac{W_{id}}{W}$$

gdje je

η -stupanj dobrote

W -stvarni uloženi rad [J]

Podaci o veličini naprezanja plastičnog tečenja i prikazi njegove ovisnosti o logaritamskom stupnju deformacije su osnov i podloga za proračun naprezanja, deformacijske sile i rada i za sagledavanja mehaničkih svojstava metala nakon plastične deformacije.

3.1.1 Određivanje naprezanja plastičnog tečenja

Metode koje se koriste za određivanje naprezanja plastičnog tečenja su [1]:

1) Tlačenje valjka

- tlačenje valjka pod pretpostavkom djelovanja jednoosnog naprezanja
- tlačenje valjka pod djelovanjem višeosnog naprezanja
- tlačenje valjka uz ekstrapolaciju trenja

- tlačenje valjka izrađenog od limenih pločica
- tlačenje valjka stožastim površinama

2) Metoda tlačenja limene trake

3) Metoda određivanja k_f djelovanjem vlačnog naprezanja

- metoda ispitivanja jednoosnim vlačnim naprezanjem
- metoda ispitivanja višeosnim vlačnim naprezanjem

4) Metoda hidrauličnog udubljivanja lima

5) Metoda dinamičkog proširivanja

6) Metoda savijanja

7) Metoda uvijanja

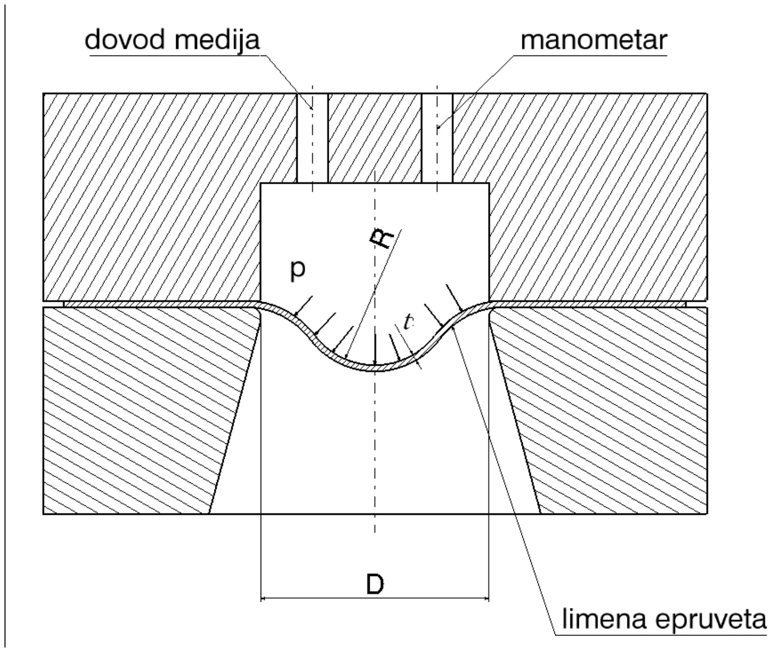
3.1.2 Utjecajni paremetri na naprezanje plastičnog tečenja

Veličina naprezanja k_f plastičnog tečenja ovisi o [1]:

-stupnju deformacije φ_i
-brzini deformacije $\dot{\varphi}_i$
-temperaturi
-vrsti materijala
-hidrostatskom tlaku

3.1.2.1 Metoda hidrauličnog udubljivanja lima

Metodu je razrađivao među inima F. Gologranc 1975. g. u Hanoveru radi određivanja veličine naprezanja plastičnog tečenja na tankom limu koji je namjenjen dubokom vučenju. Kružna limena rondela debljine t_0 nalazi se ukliještena na svom rubu kako prikazuje (*Slika 27*) a na svom središnjem slobodnom dijelu izložena je djelovanju tlaka hidrauličnog medija. Na slobodnom dijelu nastaje ispupčenje uz smanjenje debljine lima t_0 što odgovara postupku razvačenja. Kako bi se smanjio utjecaj savijanja i smicanja mora vrijediti $t_0/d < 1/100$ i da vanjski promjer lima mora biti minimalno tri puta veći od promjera d.



Slika 27. Naprava za određivanje k_f metodom kontinuiranog ispupčivanja lima (izvor: [1])

Razvlačenje lima nastupa pod djelovanjem dvoosnog vlačnog napregnutog stanja jer je tlak hidrauličnog medija mnogo manji od radijalnog naprezanja [1]. Stoga prema teoriji ploča i ljuski napregnuto stanje može se opsisati jednadžbom

$$\frac{\sigma_t}{R_t} + \frac{\sigma_r}{R_r} = \frac{p}{t}$$

gdje je

σ_t -tangencijalno naprezanje [N/mm^2]
σ_r -radijalno naprezanje [N/mm^2]
R_t, R_r -polumjeri izbočenja lima [mm]
t -konačna debljina lima [mm]

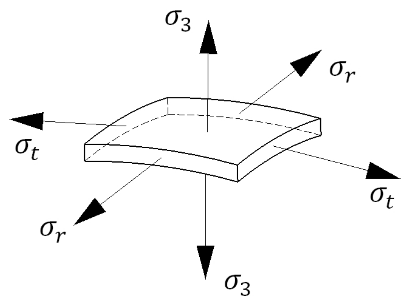
Zbog aksijalne simetrije može se uzeti da vrijedi

$$\sigma = \sigma_t = \sigma_r, R = R_t = R_t$$

pa se dobije

$$\sigma = \frac{p \cdot R}{2 \cdot t}$$

Napregnuto stanje udubljenog lima prikazuje (*Slika 28*).



Slika 28. Napregnuto stanje na diferencijalnom elementu udubljenog lima

Uz naprezanje σ_t i σ_r na diferencijalni element dijeluje i naprezanje zbog djelovanja tlaka p hidrauličnog medija. Na unustrašnjoj strani lima o koju upire hidraulično ulje vrijedi $\sigma_3 = p$ a na vanjskoj strani vrijedi $\sigma_3 = 0$. Na temelju toga slijedi da izraz za srednje normalno naprezanje glasi

$$\sigma_{Nm} = -\frac{p}{2}$$

gdje je

σ_{Nm} -srednje normlano naprezanje [N/mm^2]

Na diferencijalnom elementu djeluje troosno napregnuto stanje za koje vrijedi [1]

$$\sigma = \sigma_t = \sigma_r > -p$$

Uz primjenu Tresc-inog uvjeta plastičnog tečenja s tim da je $\sigma_{max} = \sigma$ i $\sigma_{min} = \sigma_{Nm}$ slijedi

$$k_f = |\sigma_{max} - \sigma_{min}| = |\sigma - \sigma_{Nm}|$$

$$k_f = p \cdot \left(\frac{R}{2 \cdot t} + \frac{1}{2}\right)$$

Uz primjenu Von Mises-ovog uvjeta plastičnog tečenja s tim da je $\sigma_{max} = \sigma$ i $\sigma_{min} = \sigma_{Nm}$ slijedi

$$k_f = \frac{1}{1.115} \cdot |\sigma_{max} - \sigma_{min}|$$

$$k_f = \frac{p}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{R}{t} + 1\right)$$

Ekvivalentni stupanj deformacije i ekvivalentna brzina deformacije su pri tom

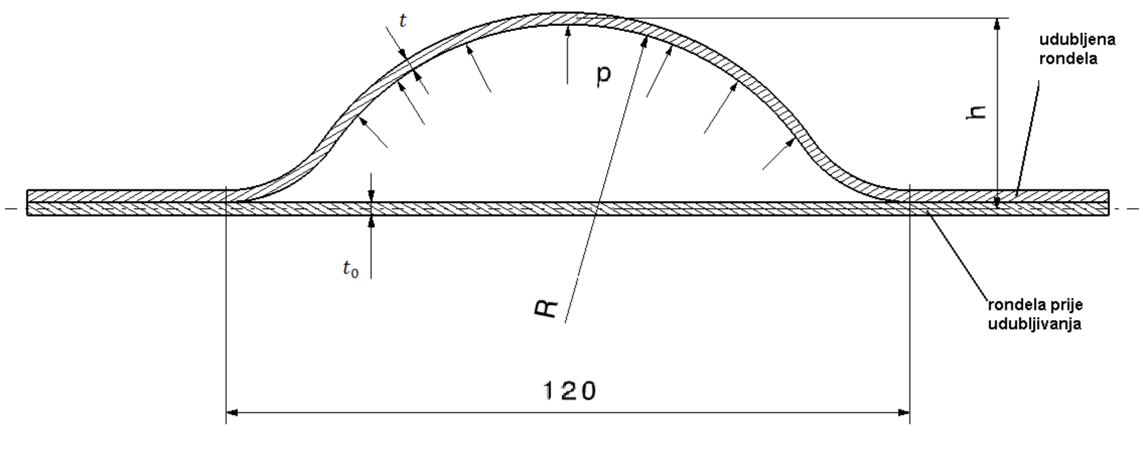
$$\varphi_{ekv} = \varphi_{max} = \ln\frac{t_0}{t}$$

$$\dot{\varphi}_{ekv} = \frac{d\varphi_{ekv}}{dt}$$

Usporedba rezultata ispitivanja veličine k_f po ovoj metodi s onima dobivenih kod vlačnog ispitivanja pokazuju izvjesna odstupanja a što se prepisuje utjecaju anizotropije lima a ne grešci u metodi.

3.1.2.2 Postupak i rezultati mjerenja

Krivulja tečenja odredila se na napravi za hidraulično udubljivanje u Laboratoriju za oblikovanje deformiranjem. Mjerenje se vršilo na 10 rondela (čelični lim DC01 kružnog oblika debljine 0.02 mm) tj. izvršeno je 10 postupaka mjerenja. Svaka rondela se hidraulički udubila na različitu visinu h. Mjerila se: početna (prije postupka udubljivanja) debljina t_0 rondele; iznos tlaka p hidrauličnog medija koji udubljuje rondelu; debljina udubljene rondele t i sve to za različite visine h udubljenja rondele (*Slika 29*). Ciljane vrijednosti visine udubljenja rondele h su 30 mm, 27 mm, 24 mm, 21 mm, 18 mm, 15 mm, 12 mm, 9 mm, 6 mm i 3 mm.



Slika 29. Udubljena rondela sa prikazanim mjerenim veličinama

Mjerenje visine rondele h je izvršeno pomoću digitalnog pomičnog mjerila, tlak hidrauličnog medija p pomoću manometra i debljina rondele t_0 i t pomoću analognog mikrometra. Rezultate mjerenja prikazuje (*Tablica 4*).

Tablica 4. Rezultati mjerenja hidrauličnog udubljivanja lima

Redni broj mjerenja	Tlak hidrauličnog medija *p*	Ciljana visina udubljenja rondele	Izmjerena visina udubljenja rondele *h*	Početna debljina rondele t_0	Debljina rondele *t*
	[bar]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
10	20	30	30.11	0.205	0.149
11	19	27	27.14	0.21	0.162
19	17.5	24	24.27	0.208	0.168
13	14.5	21	21.12	0.209	0.181
14	12.5	18	17.96	0.209	0.191
15	11	15	15.28	0,.208	0.192
16	8.25	12	12.21	0.208	0.197
17	5.5	9	9.35	0.206	0.2
18	2.75	6	6.17	0.209	0.205
20	1.25	3	3.33	0.21	0.207

Naprezanje plastičnog tečenja k_f i ekvivalentni stupanj deformacije φ_{ekv} izračunati su prema izrazima

$$k_f = \frac{p}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{R}{t} + 1\right) \quad \text{i} \quad \varphi_{ekv} = \ln\frac{t_0}{t}$$

gdje je prema (*Slika 29*)

$$R = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{60^2}{h} + h\right)$$

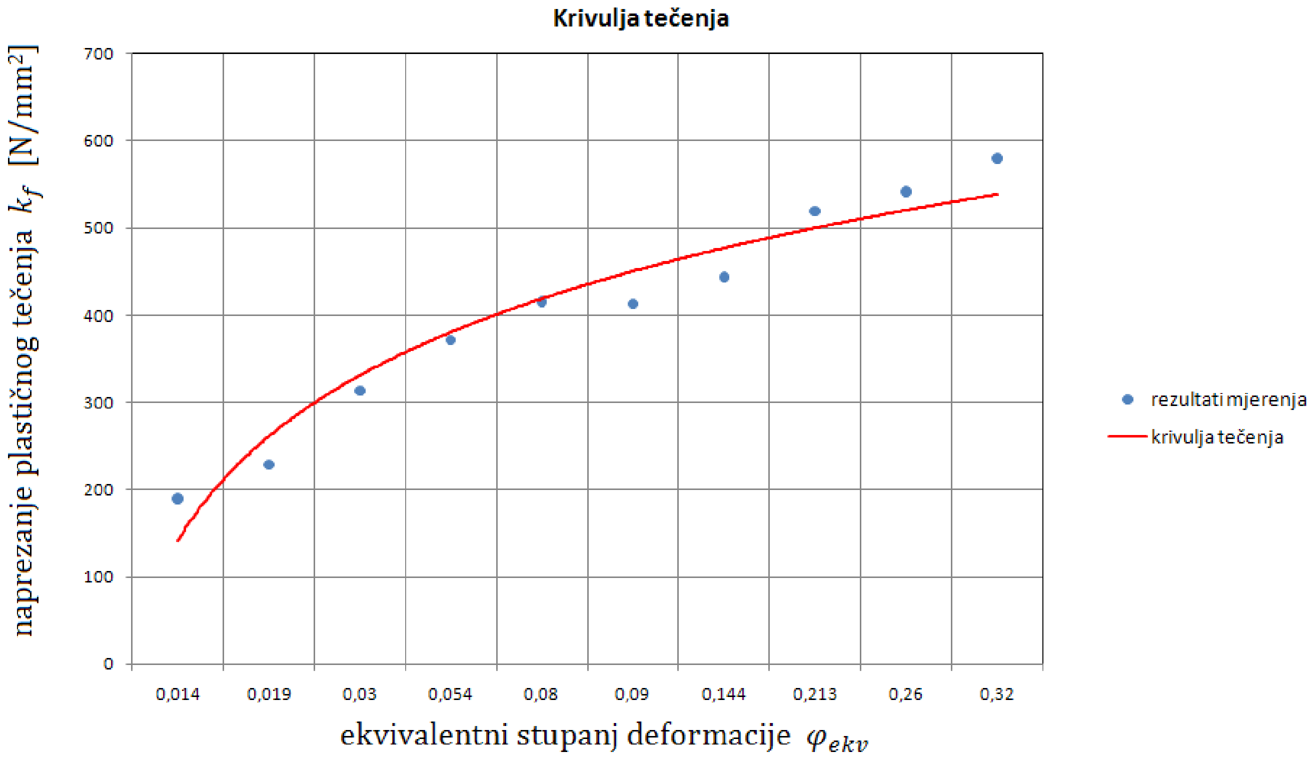
Izračunate vrijednosti naprezanje plastičnog tečenja k_f i ekvivalentnog stupanja deformacije φ_{ekv} prikazani su u (*Tablica 5*). Vrijednosti su izračunate u programu *Microsoft Office Excel 2007*.

Tablica 5. Izračunate vrijednosti k_f i φ_{ekv}

Redni broj mjerenja	Naprezanje plastičnog tečenja k_f	Ekvivalentni stupanj deformacije φ_{ekv}
	[N/mm^2]	-
10	581.091	0.32
11	542.066	0.26
19	520.0132	0.213
13	443.858	0.144
14	413.329	0.09
15	415,549	0,08
16	371.664	0.054
17	313.387	0.03
18	228.488	0.019
20	189.102	0.014

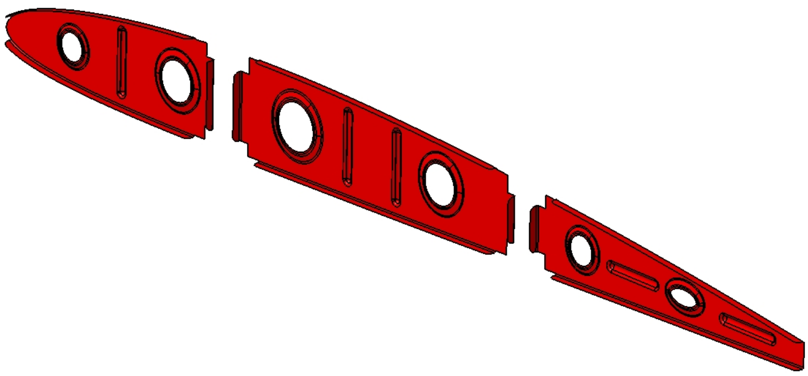
Na osnovu izračunatih vrijednosti naprezanja plastičnog tečenja k_f i ekvivalentnog stupanj deformacije φ_{ekv} konstruirana je krivulja tečenja (*Slika 30*). Krivulja tečenja konstruiranja je također u programu *Microsoft Office Excel 2007*.

Slika 30. Krivulja tečenja za čelični lim DC01



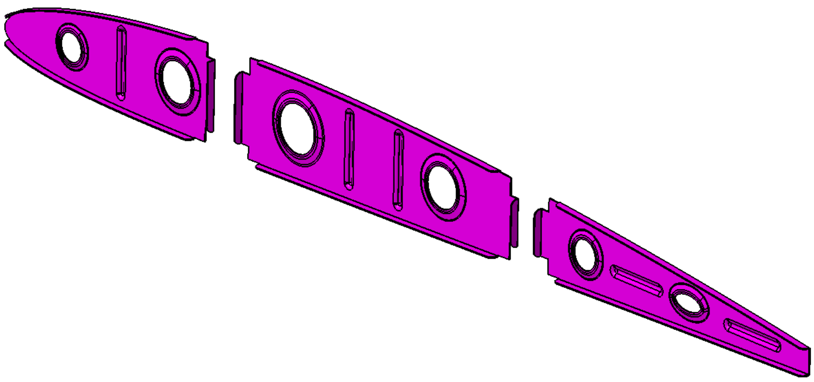
4. 3D modeliranje rebra PNG

Rebro PNG izmodelirati će se u CAD-CAM programu *Catia V5*. U *Cati-ji V5* koristit će se moduli Generative Shape Design , Part Design, Assembly Design, Sheet Metal Design i Drafting. Generative Shape Design modul omogućuje modeliranje rebra PNG (*Slika 31*) kao površine (nema debljine) a površinski model rebra koristiti će se kao ulazni podaci za *MSC.Marc* i *Autoform 4.1*. Izmodelirani površinski model rebra PNG sačuvat će se kao *iges* ili *stl* datoteke.



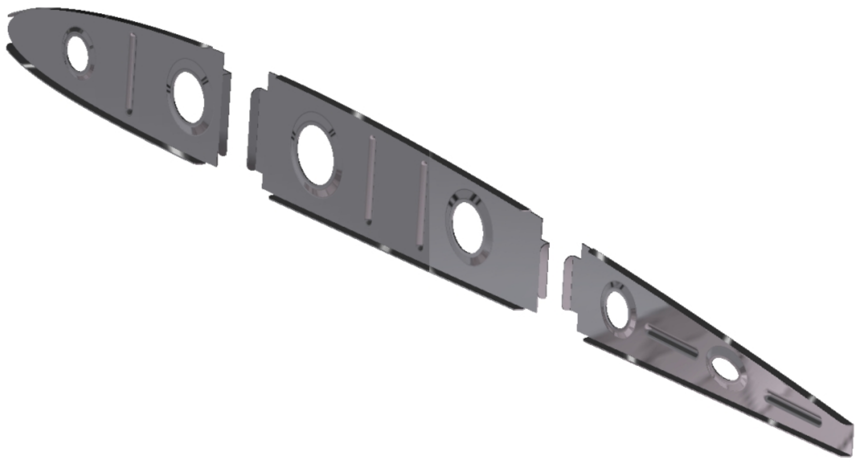
Slika 31. Površinski model (bez debljine) rebra PNG

Part Design omogućuje da se izmodelira 3D model rebra PNG kakav je u stvarnosti (*Slika 32*). Svaka pozicija izrađuje se posebno u Part Design-u a cijeli sklop sklapa se u Assembly Design-u. Drafting služi za izradu tehničke dokumentacije.



Slika 32. 3D mode (debljina 0.2mm) rebra PNG

Sheet Metal Design modul omogućuje da od 3D modela rebra PNG dobijemo razvijeni oblik tj. oblik prije oblikovanja deformiranjem. Prednosti 3D modela izrađenih u *Catia V5* programu su: 3D model se vidi kakav je i u stvarnosti, lako uočavanje pogrešaka prilikom modeliranja tj. lakša kontrola, omogućuje uvid u iznos površine i volumena modela, unošenjem materijala modela dobiva se podatak o masi, prilikom neke promjene na modelu automatski se osvježi i tehnička dokumentacija, prema 3D modelu CNC strojevi izrađuju stvarne modele. Ukupni volumen rebra PNG je 0,00004775 m^3 a unošenjem materijala (*Slika 33*) dobiva se 0,37 kg.

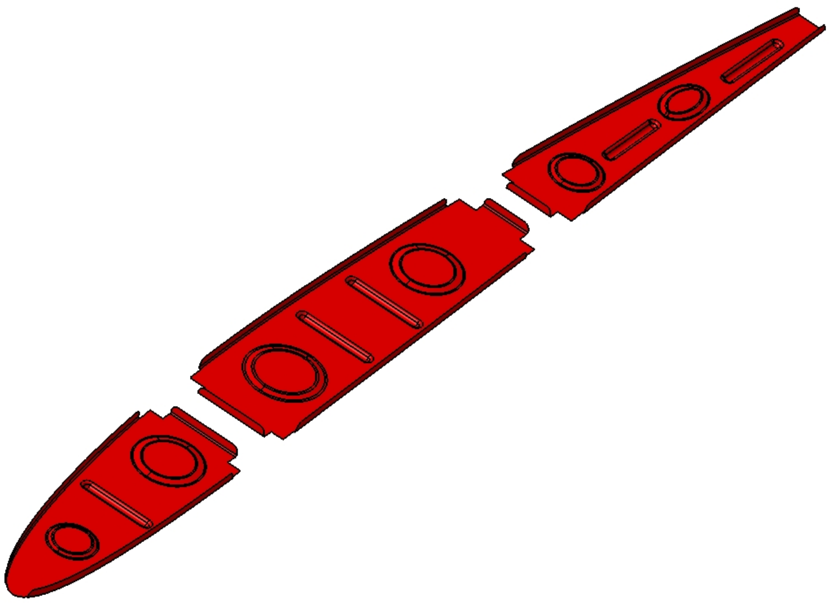


Slika 33. 3D model rebra PNG sa unešenim materijalom

5. Shematska razrada tehnologije izrade rebra PNG

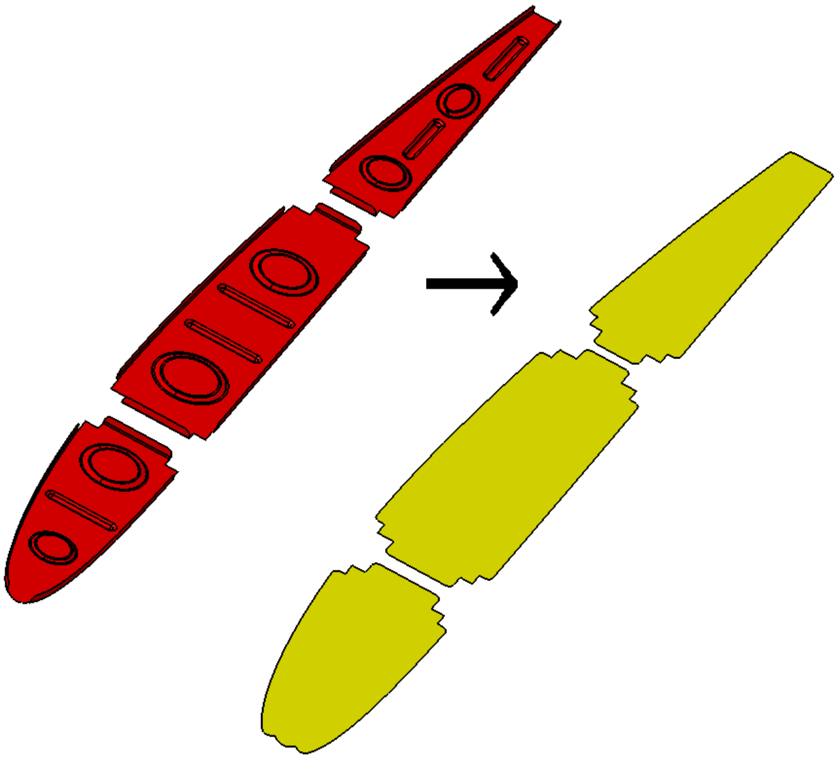
Shematska razrada tehnologije izrade rebra PNG tj. 3D prikaz postupaka i redosljeda postupaka oblikovanja deformiranjem prikazat će se u CAD-CAM programu *Catia V5*. Da bi se dobilo gotovo rebro PNG potrebno je konstruirati alat u kojem će se postupcima oblikovanja deformiranjem izraditi isti. Kao pripremak iz kojeg nastaje rebro PNG je čelični lim DC 01 u kolutovima širine 1960 mm i debljine 0.2 mm . Zbog složenosti rebra PNG, nije ga moguće izraditi u jednom postupku oblikovanja već se izrađuje u više faza. Razradit će se postupci i redoslijed postupaka oblikovanja deformiranjem do konačne forme rebra PNG uz pomoć programa *Autoform 4.1*. 3D prikaz svakog procesa oblikovanja odgovara postupku koji će se odvijati u alatu i prema tome se konstruira alat. Ako se npr. shematski prikaz sastoji od pet postupaka oblikovanja, znači do konačnog oblika mora se izvršiti svih pet postupaka da bi se dobio gotov proizvod. Pripremak prolazi kroz alat i u prvom dijelu alata izvršava se prvi postupak oblikovanja. Translatiramo obrađeni pripremak iz prvog dijela alata u drugi dio alata u kojem se izvršava drugi postupak oblikovanja i tako sve redom do zadnjeg postupka nakon kojega dobiva se gotov proizvod.

Rebro PNG (*Slika 34*) dobit će se postupkom dubokog vučenja iz razvijenog oblika.



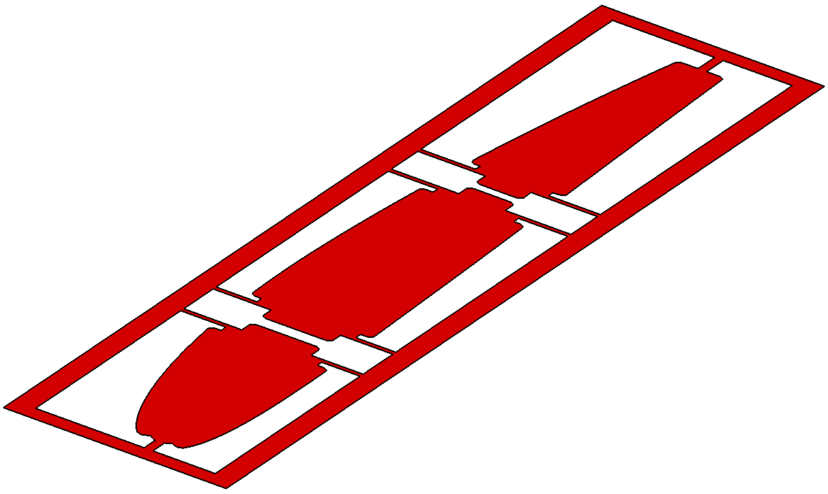
Slika 34. Površinski model rebra PNG

Pomoću modula Sheet Metal Design u *Catia V5* dobit ćemo razvijeni oblik rebra tj. oblik prije postupka dubokog vučenja (*Slika 35*).



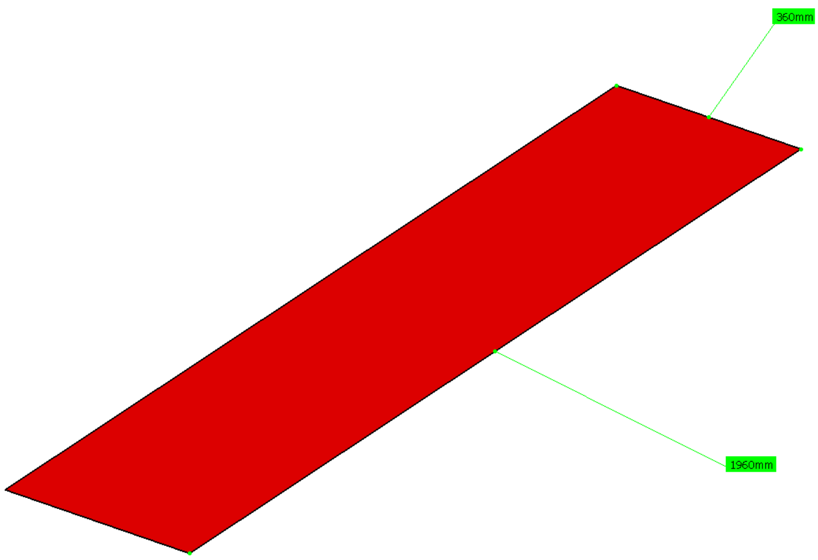
Slika 35. Razvijeni oblik rebra PNG prije dubokog vučenja

Razvijeni oblik rebra PNG dobiven je prosijecanjem pripemaka tj. čeličnog lima DC01 Nemoguće je jednim postupkom prosijecanja dobiti razvijeni oblik pa se prosijecanje vrši u više faza. Kako se rebro sastoji od 3 dijela i da bi se zajedno mogla translatirati i pozicionirati u alatu oni moraju biti povezani (Slika 36) a u zadnjoj fazi kada će rebro PNG već biti oblikovano ono će se tada razdvojiti prosijecanjem. Širina lima koja povezuje rebra mora biti dovoljno velika tj. mora imati dovoljnu veliku čvrstoću da se može prenositi od faze do faze. Na osnovi unešenih dimenzija i materijala rebra PNG *Autoform 4.1* proračunava potrebnu širinu lima koji povezuje dijelove rebra. Također *Autoform 4.1* pozicionira i sugerira na koji način treba vršiti prosijecanje (probijanje) da bude najveća ušteda materijala. Pošto način koji sugerira *Autoform 4.1* nije tehnološki izvediv tj. nemoguće je konstruirati alat sa noževima koji su preblizu izvršene su korekcije.



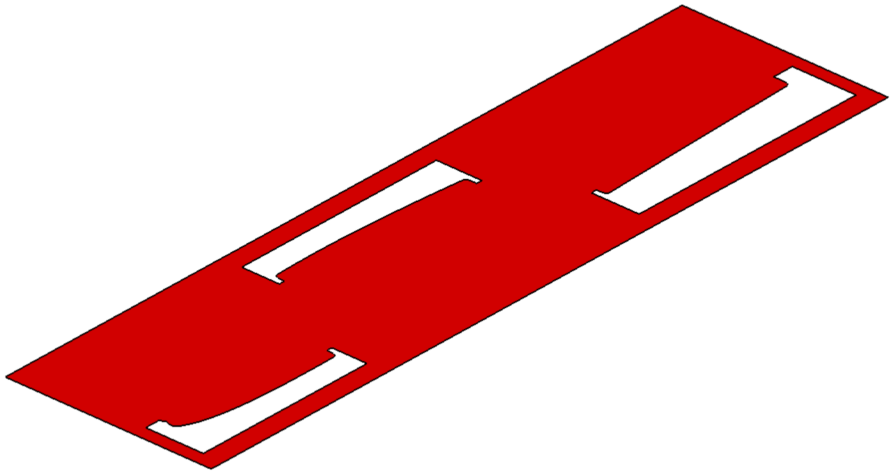
Slika 36. Razvijeno rebro PNG u alatu prije dubokog vučenja

Razvijeno rebro prije dubokog večenja dobiva se prosijecanjem, a prosijecanje će se obaviti u više faza. Dimenzije pripravka (1960x360 mm) iz kojeg će se izrađivati jedno rebro PNG prikazane su na (*Slika 37*). Translacija pripravka nakon svakog postupka oblikovanja u sljedeću fazu u alatu iznosi 360 mm.



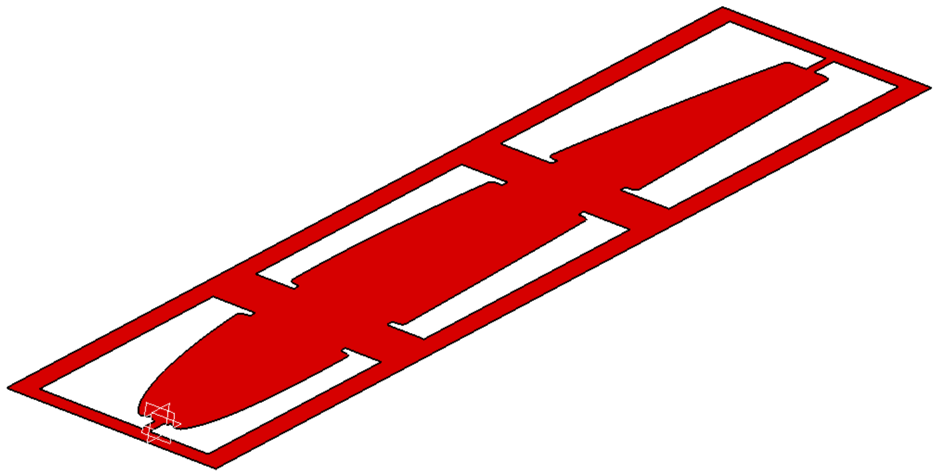
Slika 37. Lim (pripremak) koji ulazi u alat

Zbog blizine noževa nemoguće je prosijecanje u jednoj fazi, jer prilikom povratka noža u položaj prije prosjecanja može doći do puknuća poveza što povezuje rebra. Stoga će se prvo prosijecati dio pripravka kao što prikazuje slika (*Slika 38*). Ta prva faza ili operacija u alatu naziva se OP 10.



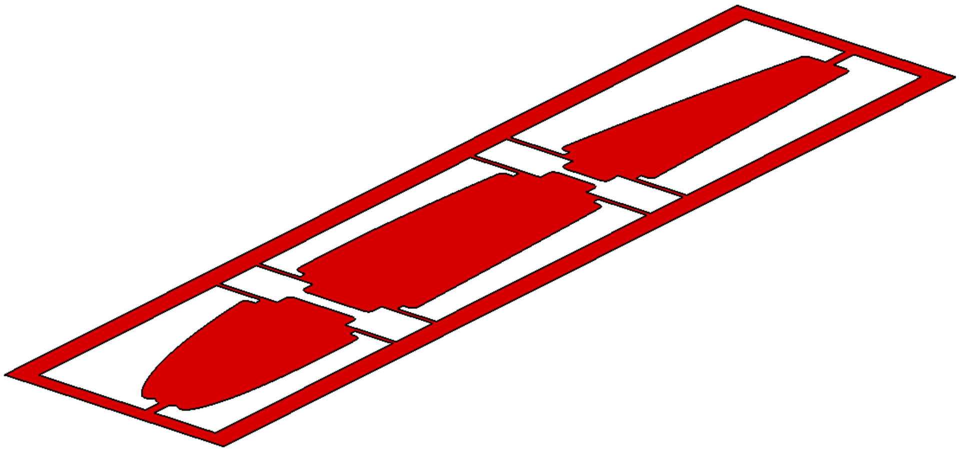
Slika 38. Prosijecanje u prvoj fazi - OP10

U sljedećoj fazi dolazi do daljnjeg prosijecanja kao što prikazuje (*Slika 39*), ta operacija nazvati će se OP 20.



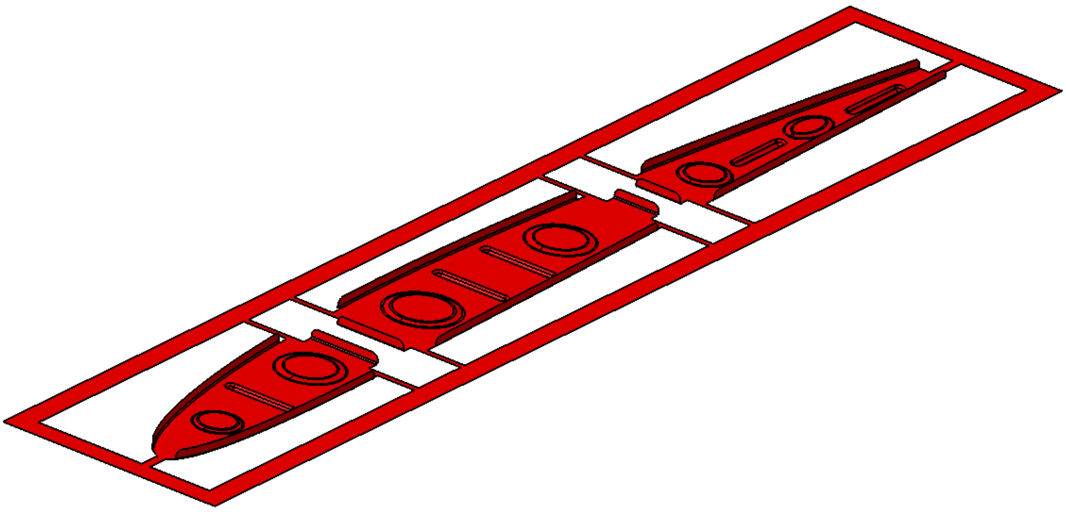
Slika 39. Prosijecanje u sljedećoj fazi - OP20

U završnoj fazi prije nego dobijemo razvijeni oblik dolazi do prosijecanja kao što prikazuje (*Slika 40*) a nazvat će se operacija OP 30.



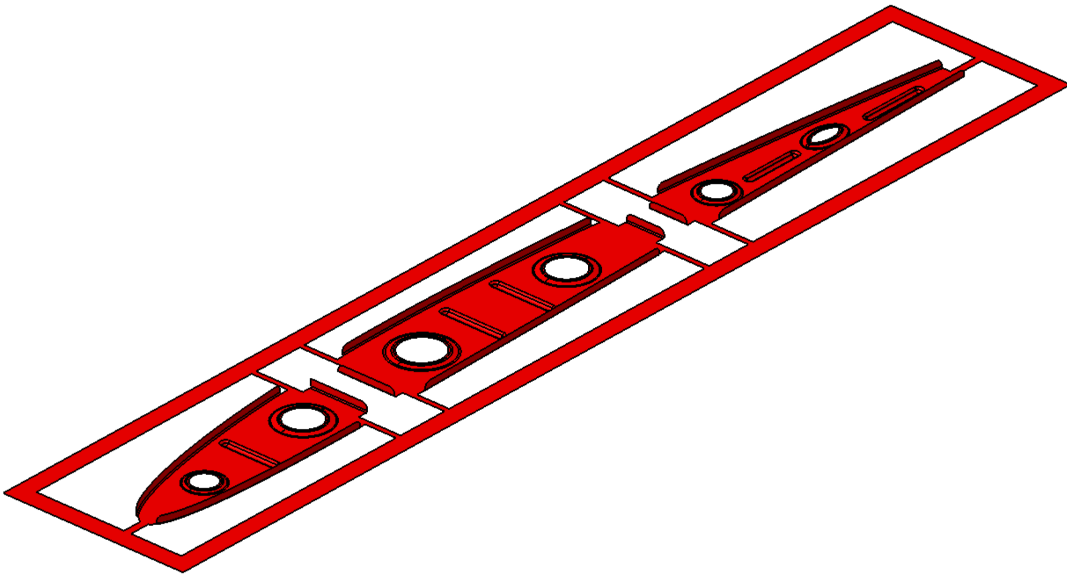
Slika 40. Prosijecanje u zadnjoj fazi - OP30

Nakon dubokog vučenja razvijenog oblika dobivamo rebro kao što prikazuje (*Slika 41*), postupak dubokog vučenja nazvati će se OP 40. Simulacija dubokog vučenja rebra PNG izraditi će se u *MSC.Marcu*.



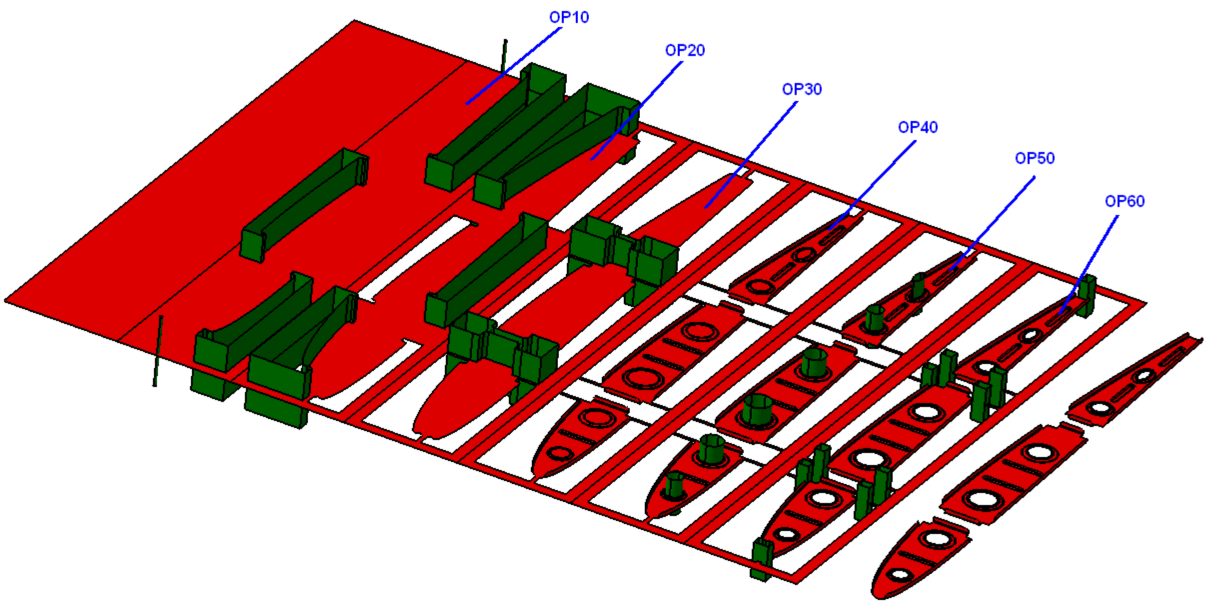
Slika 41. Duboko vučenje rebra PNG - OP40

Kod već gotovog formiranog rebra potrebno je još probiti rupe na rebru (*Slika 42*) radi mogućnosti prolaska eletrične instalacije, hidraulične instalacije te smanjenja mase, operacija probijanja nazvat će se OP 50.



Slika 42. Probijanje rebra - OP50

Još samo slijedi razdvajanje rebra na tri dijela prosijecanjem. 3D prikaz tehnologije izrade sa svim operacijama prikazuje (*Slika 43*). Zelena boja označava noževe za prosijecanje i probijanje.



Slika 43. Shematski prikaz tehnologije izrade rebra PNG

Površina pripravka iz kojeg se izrađuje jedno rebro iznosi 0,705 m^2 a površina otpadnog materijala iznosi 0,24 m^2 što znači da je iskorišteno 65 % materijala. Podaci o površinama dobiveni su u *Catia-ji V5*. Prednosti 3D prikaza postupaka i redoslijeda postupaka oblikovanja deformiranjem u *Catia-ji V5* su: vizualni prikaz operacija; shematski prikaz identičan je pripravku koji prolazi kroz alat; raspored operacija odgovara rasporedu u alatu; omogućuje kopiranje konture noževa iz kojih se 3D modeliraju noževi za alat; također omogućuje kopiranje površine rebra prema kojoj se 3D modelira matrica i žig za alat, a svaki 3D model moguće je izraditi CNC alatima; omogućuje da prilikom izmjene ili korekcije postupaka u metodi automatski se osvježe matrice, žigovi i noževi u alatu.

6. Analiza oblikovanja deformiranjem rebra PNG

Postupak izrade od pripravka do izratka tj. rebra PNG sastoji se od šest operacija. Kod četiri operacije (OP10, OP20, OP30 i OP60) dolazi do prosijecanja lima, u OP50 dolazi do dubokog vučenja i OP40 do probijanja. Sve operacije odvijaju se istovremeno i nakon svake pripravak se translatira za 360 mm u slijedeću po redu operaciju. Potrebno je odrediti ukupnu silu kojom alat oblikuje pripravak. Taj iznos sile potreban je da bi se izabrala preša koja će pokretati alat i dimenzionirali dijelovi alata. Kako se sve operacije odvijaju istovremeno ukupna potrebna sila preše jednaka je zbroju svih potrebnih sila za svaku pojedinu operaciju. Kako *MSC.Marc* ne posjeduje modul za izračunavanje sile kod prosijecanja i probijanja, potrebnu silu izračunati će se analitički. Duboko vučenje simulirati će se u *MSC.Marc-u*.

6.1 Operacija OP10

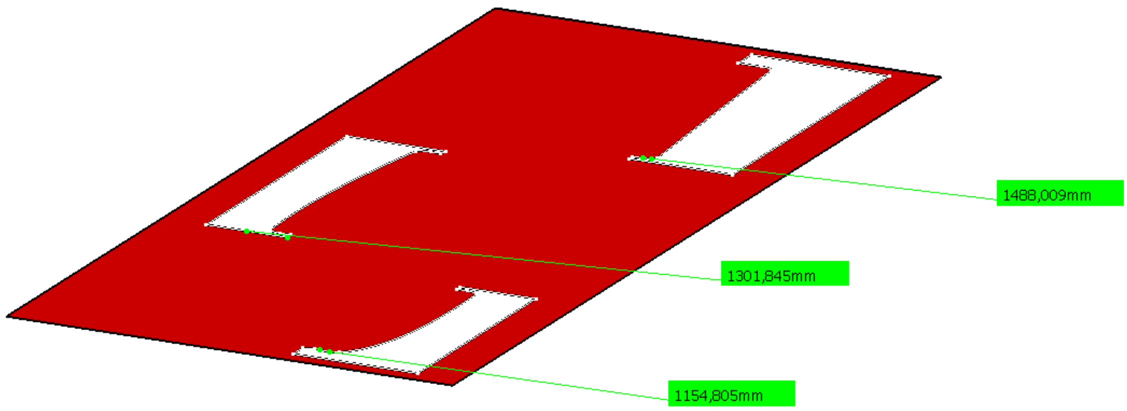
Vrijednost sile potrebne za prosijecanje lima u operaciji OP10 izračunati će se prema izrazu [8]

$$F_{P_{OP10}} = 1.3 \cdot L_{OP10} \cdot t \cdot \tau_s$$

gdje je

$\tau_s = 300\ \mathrm{N/mm2}$ - smična čvrstoća lima DC01
$t = 0.2\ \mathrm{mm}$ -debljina lima DC01
$F_{P_{OP10}}$-potrebna sila za prosijecanje lima u operaciji OP10 [N]
L_{OP10} -duljina konture prosijecanja lima kod operacije OP10 [mm]

Duljina konture prosijecanja lima dobiti će se u programu *Catia V5* (*Slika 44*).



Slika 44. Duljina konture prosijecanja kod operacije OP10 prikazana u Catia V5

Ukupna duljina konture prosijecanja kod operacije OP10 iznosi

$$L_{OP10} = 3944 \text{ mm}$$

a sila potrebna za prosijecanje u operaciji OP10 iznosi

$$F_{P_{OP10}} = 1.3 \cdot 3944 \cdot 0.2 \cdot 300 = 30768 \text{ N}$$

6.2 Operacija OP20

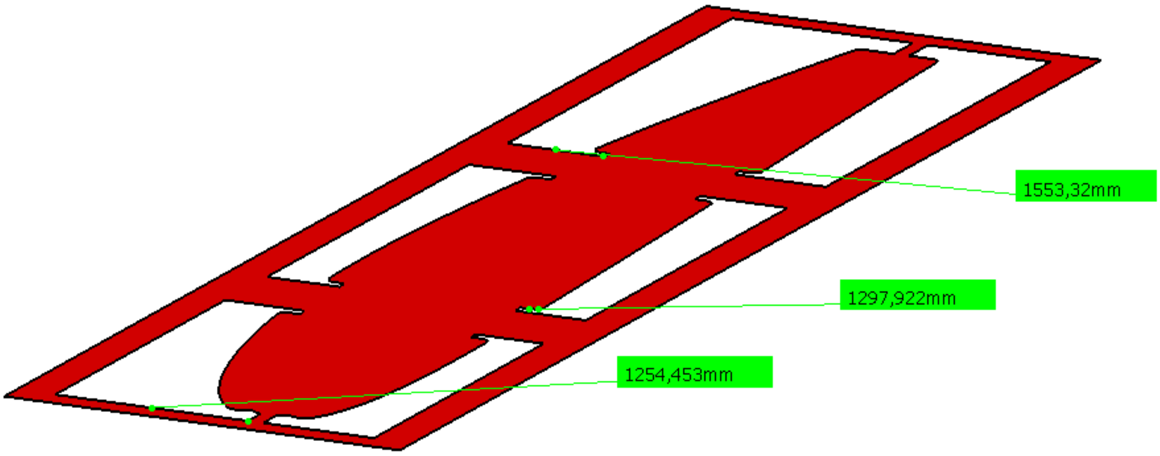
Vrijednost sile potrebne za prosijecanje lima u operaciji OP20 izračunati će se prema izrazu [8]

$$F_{P_{OP20}} = 1.3 \cdot L_{OP20} \cdot t \cdot \tau_s$$

gdje je

$\tau_s = 300 \text{ N/mm2}$ - smična čvrstoća lima DC01
$t = 0.2 \text{ mm}$ -debljina lima DC01
$F_{P_{OP20}}$-potrebna sila za prosijecanje lima u operaciji OP20 [N]
L_{OP20} -duljina konture prosijecanja lima kod operacije OP20 [mm]

Duljina konture prosijecanja lima dobiti će se u programu *Catia V5* (*Slika 45*).



Slika 45. Duljina konture prosijecanja kod operacije OP20 prikazana u Catia V5

Ukupna duljina konture prosijecanja kod operacije OP20 iznosi

$$L_{OP20} = 4105 \ \text{mm}$$

a sila potrebna za prosijecanje u operaciji OP20 iznosi

$$F_{P_{OP20}} = 1.3 \cdot 4105 \cdot 0.2 \cdot 300 = 32024 \ \text{N}$$

6.3 Operacija OP30

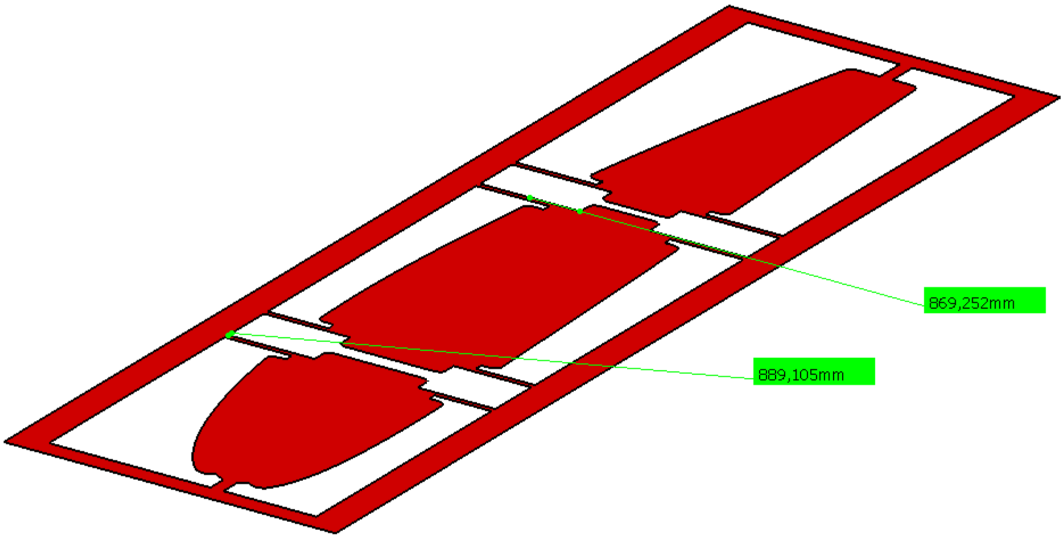
Vrijednost sile potrebne za prosijecanje lima u operaciji OP30 izračunati će se prema izrazu [8]

$$F_{P_{OP30}} = 1.3 \cdot L_{OP30} \cdot t \cdot \tau_s$$

gdje je

$\tau_s = 300 \ \text{N/mm2}$ - smična čvrstoća lima DC01
$t = 0.2 \ \text{mm}$ -debljina lima DC01
$F_{P_{OP30}}$-potrebna sila za prosijecanje lima u operaciji OP30 [N]
L_{OP30} -duljina konture prosijecanja lima kod operacije OP30 [mm]

Duljina konture prosijecanja lima dobiti će se u programu *Catia V5* (*Slika 46*).



Slika 46. Duljina konture prosijecanja kod operacije OP30 prikazana u Catia V5

Ukupna duljina konture prosijecanja kod operacije OP30 iznosi

$$L_{OP30} = 1758 \text{ mm}$$

a sila potrebna za prosijecanje u operaciji OP30 iznosi

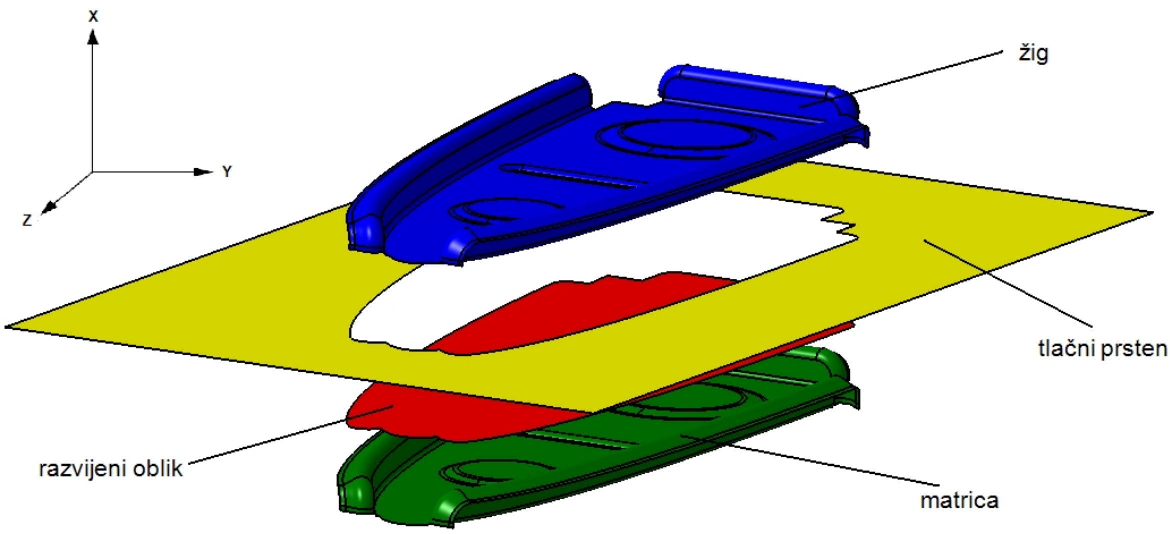
$$F_{P_{OP30}} = 1.3 \cdot 1758 \cdot 0.2 \cdot 300 = 13715 \text{ N}$$

6.4 Operacija OP40

U ovoj operaciji OP40 postupkom dubokog vučenja oblikuje se rebro PNG. Nakon postupka dubokog vučenja rebro PNG će poprimiti svoj konačni oblik. Radi komplicirane geometrije rebra PNG nemoguće je izvesti analitički proračun. Zbog određivanja: potrebne sile za postupak dubokog vučenja; vrijednosti plastičnog naprezanja; stanjenje rebra PNG tokom procesa, simulacija će se izraditi sa programom *MSC.Marc*. *MSC.Marc* je program koji vrši numerički proračun na bazi metode konačnih elemenata (FEM). Ulazni podaci potrebni za izradu simulacije dubokog vučenja rebra PNG su CAD geometrija matrice, žiga, tlačnog prstena i razvijenog oblika rebra PNG, te krivulja tečenja za čelični lim DC01. CAD geometrija ce se učitavati u obliku *stl* datkoteke. Izvršit će se izbor konačnog elementa, te izraditi geometrija mreže razvijenog oblika koja će se sastojati od izabranih konačnih elemenata. Postaviti će se rubni uvijeti i pokrenuti plasičnu analizu. Rebro PNG u postupku dubokog vučenja u alatu izrađivati će se u jednom postupku tj. sva tri dijela rebra PNG istovremeno. Zbog komplicirane izrade simulacije u *MSC.Marc-u* za postupak dubokog vučnja za sva tri dijela rebra PNG istovremeno, simulacija će se izraditi za svako dio rebra PNG posebno. U sljedećim poglavljima biti će opisan postupak izrade simulacije samo za prvi dio rebra. Rezultati simulacije biti će prikazani za sva tri dijela rebra PNG.

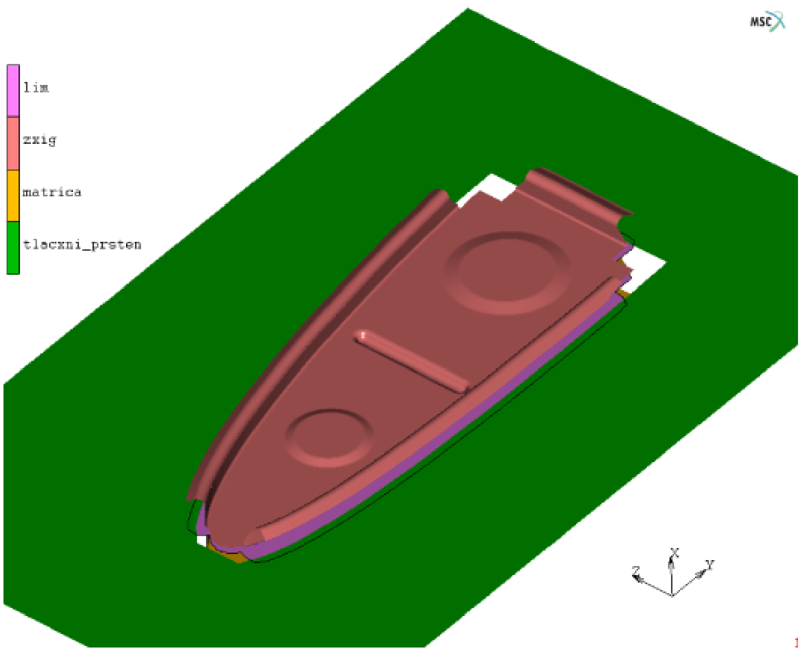
6.4.1 Unos CAD geometrije u *MSC.Marc*

CAD geometrija potrebna kao ulazni podaci za program *MSC.Marc* izraditii će se u programu *Catia V5* (*Slika 47*). Izmodelirati će se matrica, žig, razvijeni oblik i tlačni prsten kao površinski modeli i spremiti kao *stl* datkoteka svaka CAD geometrija posebno.



Slika 47. Izmodelirana potrebna CAD geometrija u Catia V5

Unos CAD geometriji u *MSC.Marc* spremljene kao *stl* datoteke vrši se pojedinačno. Prvo će se unijeti CAD geometrija matrice, potom razvijenog oblika. Pozicionirati će razvijeni oblik tako de bude udaljen za 0.1 mm od površine matrici u smjeru osi x . Unijeti će se CAD geometrija žiga i pozicionirati tako da površina žiga bude udaljena za 0.1 mm od razvijenogu oblika u smjeru osi x. Zadnja će se unijeti geometrija tlačnog prstena koja će se pozicionirati tako da njena površina bude 0,2 mm pomaknuta u odnosu na površinu matrice u smjeru osi x. CAD geometrija razvijenog oblika pomaknuta je od površine matrice za 0.1 mm a od površine žiga također 0.1 mm (*Slika 48*). To je zbog toga jer će se prilikom izrade geometrije mreže od razvijenog oblika zadati debljina 0.2 mm. *MSC.Marc* prilikom zadavanja debljine računa da je površina CAD geometrije ustvarisrednja površina. Ukupni pomak žiga u smjeru osi x kod simulacije dubokog vučenja prvog dijela rebra iznosi 26.61 mm. Simulaciju dubokog vučenja rebra PNG u programu *Autoform 4.1* izradit će firma *M-CAD Slovenija*. Rezultati dobiveni *Autoform-om 4.1* usporediti će se sa rezultatima dobivenim u programu *MSC.Marc*.



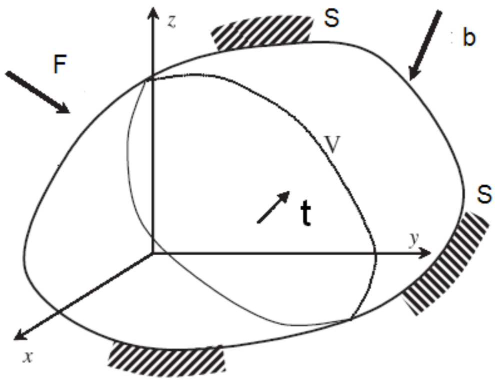
Slika 48. Prikaz pozicionirane CAD geometrije prvog dijela rebra u MSC.Marc-u

6.4.2 Unos materijala u *MSC.Marc*

U *MSC.Marc* unijeti će se odabarani materijal za izradu rebra PNG tj. unijeti će se krivulja tečenja koja je eksperimentalno snimljena za čelični lim DC01. Odabrano je da je materijal izotropan i elastično-plastičan. Podaci o krivulji tečenja mogu se unijeti tablično tj. vrijednosti φ_{ekv} i k_f iz (*Tablica 5*) ili kao funkciju $k_f = k_f(\varphi_{ekv})$ koja najbolje opisuje podatke sa mjerenja. Unijeti će se krivulja tečenja opisana funkcijom $k_f = k_f(\varphi_{ekv})$. Funkciju $k_f = k_f(\varphi_{ekv})$ koja najbolje opisuje podatke dobivene mjerenjem dobiva se u *Microsoft Office Excel 2007* i glasi

$$k_f = 171{,}9 \cdot \ln(\varphi_{ekv}) + 142{,}1$$

6.4.3 Metoda konačnih elemenata (FEM) za oblikovanje deformiranjem



Slika 49. Prikaz opterećenja na elementarni volumen u kartezijevom koordinatnom sustavu

Za male deformacije u Kartezijevom koordinatnom sustavu koordinate će se označiti sa x, y, z, pomak će se označavati sa u_x, u_y, u_z (u smjeru x, y, z) a virtualni pomaci sa $\delta u_x\ \delta u_y\ \delta u_z$ (u smjeru x, y, z) (*Slika 49*).

Za izvod jednadžbe konačnih elemenata za oblikovanje lima deformiranjem koristit će se princip virtualnog rada tečenja elementarnog volumena V.

Zapis virtulanog rada tečenja u matričnom obliku glasi [9]:

$$\int \delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\rho\,\ddot{\mathbf{u}}\,\mathrm{dV} + \int \delta\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\,\boldsymbol{\sigma}\,\mathrm{dV} - \int \delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{b}\,\mathrm{dV} - \int \delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{t}\,\mathrm{dS} - \sum \delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{F} = 0$$

gdje je

$\boldsymbol{\sigma} = \left[\sigma_x\ \sigma_y\ \sigma_z\ \tau_{xy}\ \tau_{xz}\ \ \tau_{yz}\right]^{\mathrm{T}}$-vektor naprezanja [N/mm^2]
$\delta\mathbf{u} = \left[\delta u_x\ \delta u_y\ \delta u_z\ \right]^{\mathrm{T}}$-vektor virtulanog pomak [mm]
$\mathbf{u} = \left[u_x\ u_y\ u_z\ \right]^{\mathrm{T}}$ -vektor pomaka [mm]
$\ddot{\mathbf{u}} = \left[\ddot{u}_x\ \ddot{u}_y\ \ddot{u}_z\ \right]^{\mathrm{T}}$ -vektor ubrzanja [m/s^2]
$\boldsymbol{\varepsilon} = \left[\varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \varepsilon_z\ \gamma_{xy}\ \gamma_{xz}\ \ \gamma_{yz}\right]^{\mathrm{T}}$-vektor deformacije
$\mathbf{b} = \left[b_x\ b_y\ b_z\ \right]^{\mathrm{T}}$ - vektor volumenskih sila koje djeluju na volumen V
$\mathbf{t} = \left[t_x\ t_y\ t_z\ \right]^{\mathrm{T}}$ - vektor površinskih sila koje djeluju na površinu S
$\mathbf{F} = \left[F_x\ F_y\ F_z\ \right]^{\mathrm{T}}$ - vektor sile koji djeluje na volumen V
ρ - gustoća [kg/m^3]

Aproksimacija konačnim elementima dozvoljava da se pomaci i virtualni pomaci mogu zapisati kao

$$\mathbf{u}(\mathrm{x},t) = \mathbf{N}(\mathrm{x}) \cdot \tilde{\mathbf{u}}(t) \quad \delta\mathbf{u}(\mathrm{x},t) = \mathbf{N}(\mathrm{x}) \cdot \delta\tilde{\mathbf{u}}(t)$$

gdje $\tilde{\mathbf{u}}$ i $\delta\tilde{\mathbf{u}}$ ovise o vremenu t a

$\mathbf{N}$ -matrica funkcije oblika

virtualna deformacija može se zapisati

$$\delta\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \cdot \delta\tilde{\mathbf{u}}$$

gdje je $\mathbf{B}$ trodimenzionalna matrica deformacija-pomak. Kako vrijedi

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \cdot \tilde{\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{f} = \int \delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\, \mathbf{b}\, \mathrm{dV} - \int \delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\, \mathbf{t}\, \mathrm{dS} - \sum \delta\mathbf{u}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{F}$$

uz $\ddot{\mathbf{u}}$ =konstant. dobiva se jednadžba konačnog elementa

$$\mathbf{K} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{f}$$

gdje je

$\mathbf{D}$ -matrica elastičnosti
$\tilde{\mathbf{u}}$ -vektor pomak u čvoru konačnog elementa (ovisi o vremenu t)
$\mathbf{K}$ -matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{f}$ -vektor rezultante svih sila koje djeluju u čvoru konačnog elementa [N]

Nelinearni sustava jednadžbi $\mathbf{K} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{f}$ rješava se iterativnim metodama [9]. Pretpostaviti će se da je

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathrm{t}) \approx \mathbf{u}$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{u}) = \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}$$

i sada vrijedi

$$\mathrm{P}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}$$

Da bi se riješio sustav nelinearnih jednadžbi nekom od iterativnih metoda gornja jednadžba napisati će se u rezidualnoj formi [9]

$$\Psi(\mathbf{u}) = \mathbf{f} + \mathrm{P}(\mathbf{u}) = 0$$

tj.

$$\Psi_{\mathrm{n+1}} = \Psi(\mathbf{u}_{\mathrm{n+1}}) = \mathbf{f}_{\mathrm{n+1}} + \mathrm{P}(\mathbf{u}_{\mathrm{n+1}}) = 0$$

i vrijedi

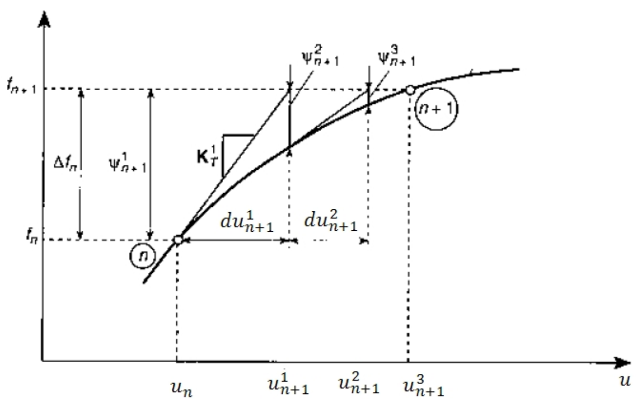
$$\mathbf{u}_{\mathrm{n}} = \mathbf{u} \quad \Psi_{\mathrm{n}} = 0 \quad \mathbf{f}_{\mathrm{n}} = \mathbf{f}$$

gdje je

$\mathbf{u}_{\mathrm{n}}$ - početni pomak u čvoru
$\mathbf{f}_{\mathrm{n}}$ - početna sila u čvoru
$\mathbf{u}_{\mathrm{n+1}}$ - sljedeći pomak u čvoru
$\mathbf{f}_{\mathrm{n+1}}$ - sljedeća vrijednost sile u čvoru

Za zadanu početnu vrijednost pomaka $\mathbf{u}_{\mathrm{n}} = \mathbf{u}$ i sile $\mathbf{f}_{\mathrm{n}} = \mathbf{f}$ u čvoru, iteracijama je potrebno naći vrijednost sile $\mathbf{f}_{\mathrm{n+1}}$ i pomaka $\mathbf{u}_{\mathrm{n+1}}$ u tom istom čvoru.

Riješavanje sustava nelinearnih jednadžbi tj. funkcije $\Psi(\mathbf{u})$ vršiti će se Newton-Raphson-ovom metodo (*Slika 50*) [9].



Slika 50. Newton-Raphson-ova metoda (izvor: [9])

Ideja Newton-Raphson-ove metode je da se u točki $(\mathbf{u}_{\mathrm{n}}, \Psi(\mathbf{u}_{\mathrm{n}}))$ povuče tangenta na krivulju $\Psi(\mathbf{u})$ i odredi se točka $\mathbf{u}^1_{\mathrm{n+1}}$ u kojoj tangenta sjeće $\Psi(\mathbf{u}^1_{\mathrm{n+1}})$. Nakon toga povuče se tangenta na krivulju u točki $(\mathbf{u}^1_{\mathrm{n+1}}, \Psi(\mathbf{u}^1_{\mathrm{n+1}}))$ i odredi se točka $\mathbf{u}^2_{\mathrm{n+1}}$ u kojoj tangenta sjeće $\Psi(\mathbf{u}^2_{\mathrm{n+1}})$. Postupak se ponavlja dok razlika između pomaka $\mathbf{u}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{n+1}}$ $\mathbf{u}^{\mathrm{i+1}}_{\mathrm{n+1}}$ ne bude manja od 0.00000008 tj.

$$\mathbf{u}^{\mathrm{i+1}}_{\mathrm{n+1}} - \mathbf{u}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{n+1}} -= 1 \cdot 10^{-8}$$

Riječima opisan postupak Newton-Raphson-ove metode zapisat će se izrazima

$$\Psi\left(\mathbf{u}_{n+1}^{i+1}\right)=\Psi\left(\mathbf{u}_{n+1}^{i}\right)+\left(\frac{\partial\Psi}{\partial u}\right)_{n+1}^{i}\cdot\left(\mathbf{u}_{n+1}^{i+1}-\mathbf{u}_{n+1}^{i}\right)$$

iz čega slijedi

$$\mathbf{u}_{n+1}^{i+1}=\mathbf{u}_{n+1}^{i}+\Psi\left(\mathbf{u}_{n+1}^{i+1}\right)-\frac{\Psi\left(\mathbf{u}_{n+1}^{i+1}\right)-\Psi\left(\mathbf{u}_{n+1}^{i}\right)}{\left(\frac{\partial\Psi}{\partial u}\right)_{n+1}^{i}}$$

i kada se postigne

$$\mathbf{u}_{n+1}^{i+1}-\mathbf{u}_{n+1}^{i}=1\cdot 10^{-8}$$

tj. dovoljna točnost izračuna se vrijednost sile $\mathbf{f}_{n+1}$ kod pomaka $\mathbf{u}_{n+1}$. Gornji indeks u izrazima pokazuje redni broj faze u iteraciji. U ovom slučaju vršila se iteracija tj. određivanje vrijednosti sile za pomak od $\mathbf{u}_{n}$ do $\mathbf{u}_{n+1}$. Kod komercijalnih FEM programa koji se bave simulacijama oblikovanja deformiranjem pomak se podjeli na 100 dijelova. Računalo tada računa sile za pomak $\mathbf{u}_{1}$ do $\mathbf{u}_{2}$, $\mathbf{u}_{2}$ do $\mathbf{u}_{3}$ i tako redom $\mathbf{u}_{99}$ do $\mathbf{u}_{100}$ tj. izvrši 100 postupaka iteracije. U slučaju simulacije dubokog vučenja rebra PNG koristiti će se FEM program MSC.Marc.

Jednadžba konačnog elementa

$$\mathbf{K}\cdot\tilde{\mathbf{u}}=\mathbf{f}$$

vrijedi za lokalni koordinatni sustav koji je vezan za element. Da bi se dobili rezultati u odnosu na globalni koordinatni sustav vrši se transformacija iz lokalnog koordinatnog sustava. Pomak čvora i rezultanta sila koja djeluje u čvoru, te matrica krutosti konačnog elementa u odnosu na globalni korditantni sustav glasi

$$\tilde{\mathbf{u}}_{g}=\mathbf{T}\tilde{\mathbf{u}}$$

$$\boldsymbol{f}_{g}=\mathbf{T}^{T}\mathbf{f}$$

$$\mathbf{K}_{g}=\mathbf{T}^{T}\mathbf{K}\mathbf{T}$$

gdje je

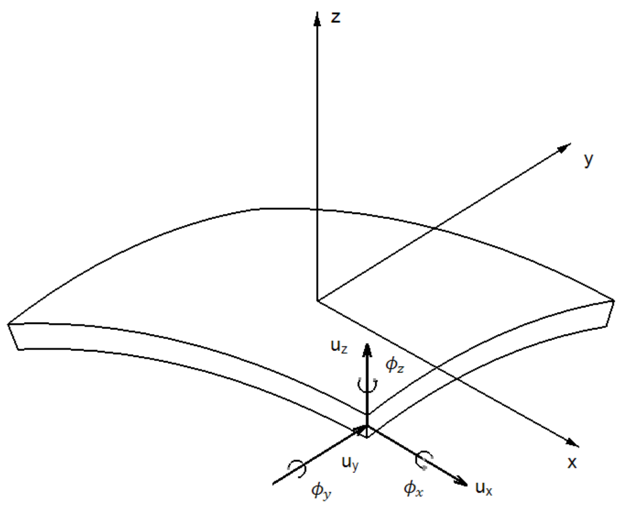
$\tilde{\mathbf{u}}_{g}$ - vektor pomaka u čvoru konačnog elementa u odnosu na globalni koordinatni sustav

$\boldsymbol{f}_{g}$ -vektor rezultante svih sila koje djeluju u čvoru konačnog elementa u odonosu na globalni koordinatni sustav

$\mathbf{T}$ -matrica transformacije (sastoji se od kosinusa smjera lokalnih osi u odnosu na globalne koordinatne osi)

6.4.4 Izbor tipa konačnog elementa i izrada geometrije mreže rebra PNG u MSC.Marc-u

Proračun simulacije dubokog vučenja rebra PNG vršiti će se ljuskastim konačnim elementima. Za razliku od pločastih konačnim kojima je srednja ploha ravnaina, ljuskasti kontinuum omeđen je dvjema zakrivljenim plohama pri čemu je i srednja ploha također zakrivljena [10]. Svojstveno za ljuskaste elemente što jedna dimenzija koja opsiuje debljinu ljuske je zanemariva u odnosu na ostale dimenzije. Rebro PNG je debljine 0.2 mm pa to opravdava izbor ljuskastih konačnih elemenata. Ljuskasti elementi u svojim čvorovima imaju po 6 stupnjeva slobode gibanja (*Slika 51*).



Slika 51. Ljuskasti konačni element

gdje su

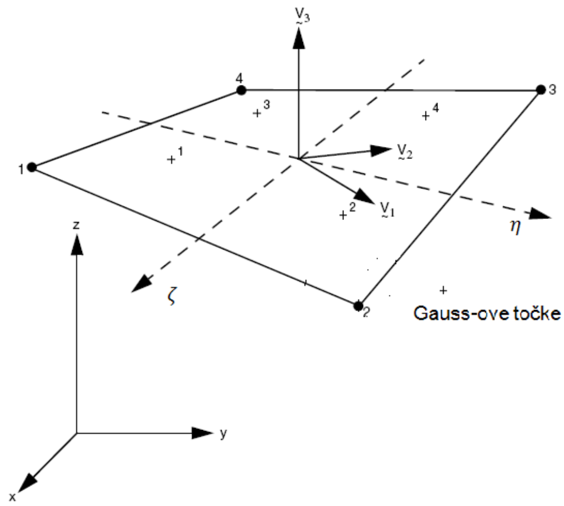
$u_x, u_y, u_z, \phi_x, \phi_y, \phi_z$ -pomaci u čvoru konačnog elemenata

koji se mogu zapisati kao vektor

$$\mathbf{u} = \left[u_x \; u_y \; u_z \; \phi_x \; \phi_y \; \phi_z \right]^{\mathrm{T}}$$

Tip ljuskastog konačnog elementa koji će se koristiti za analizu simulacije dubokog vučenja rebra PNG je izoparametrijski ravni ljuskasti konačni element sa četiri čvora. Taj tip ljuskastog konačnog elementa u *MSC.Marc-u* označava se Element 139.

Element 139 je sa 24 stupnja slobode gibanja tj. sastoji se od četiri čvora (1,2,3,4) a u svakom čvoru je 6 stupnjeva slobode gibanja (6x4=24) (*Slika 52*).



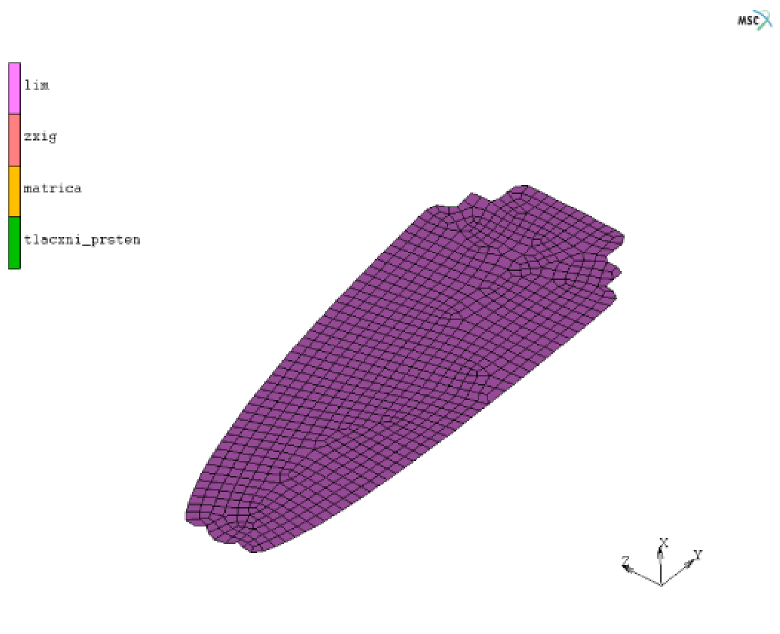
Slika 52. Element 139

gdje je

$\mathbf{u}_{\mathrm{i}} = \left[u_x\; u_y\; u_z\; \phi_x\; \phi_y\; \phi_z\right]^{\mathrm{T}}$ -vektor pomaka za *i*-ti čvor Elementa 139

Pomaci $u_x\; u_y\; u_z\; \phi_x\; \phi_y\; \phi_z$ odnose se na globalni koordinatni sustav. Svojstveno za izoparametrijske konačne elemente da se najtočniji rezultati za naprezanja dobivaju u Gauss-ovim točkama a ne u čvorovima. Naprezanja se ne proračunavaju kao izvodi pomaka već primjenom energetskih varijacijskih principa [10]. Za Element 139 je svojstveno da su Gauss-ove točke reducirane na jednu točku u sredini. Rezultati naprezanja i deformacije za Element 139 dobivaju se u odnosu na lokalni koordinatni sustav $(\underline{V_1}, \underline{V_2}, \underline{V_3})$. Ishodište lokalnog koordinatnog sustava $(\underline{V_1}, \underline{V_2}, \underline{V_3})$ je reducirana Gauss-ova točka a smjer koordinae osi $\underline{V_1}$ isti kao $\frac{\partial x}{\partial \eta}$ i smjer koordinatne osi $\underline{V_2}$ isti kao $\frac{\partial x}{\partial \zeta \eta}$. Vrijednosti sila i momenata dobivaju se u čvorovima [11].

Iz prvog dijela rebra PNG izrađena je geometrija mreže. Geometrija razvijenog prvog dijela rebra PNG podjeljen je na konačne elemente tipa 139 (*Slika 53*). Geometrija mreže sastoji se od 865 konačnih elemenata tipa 139.



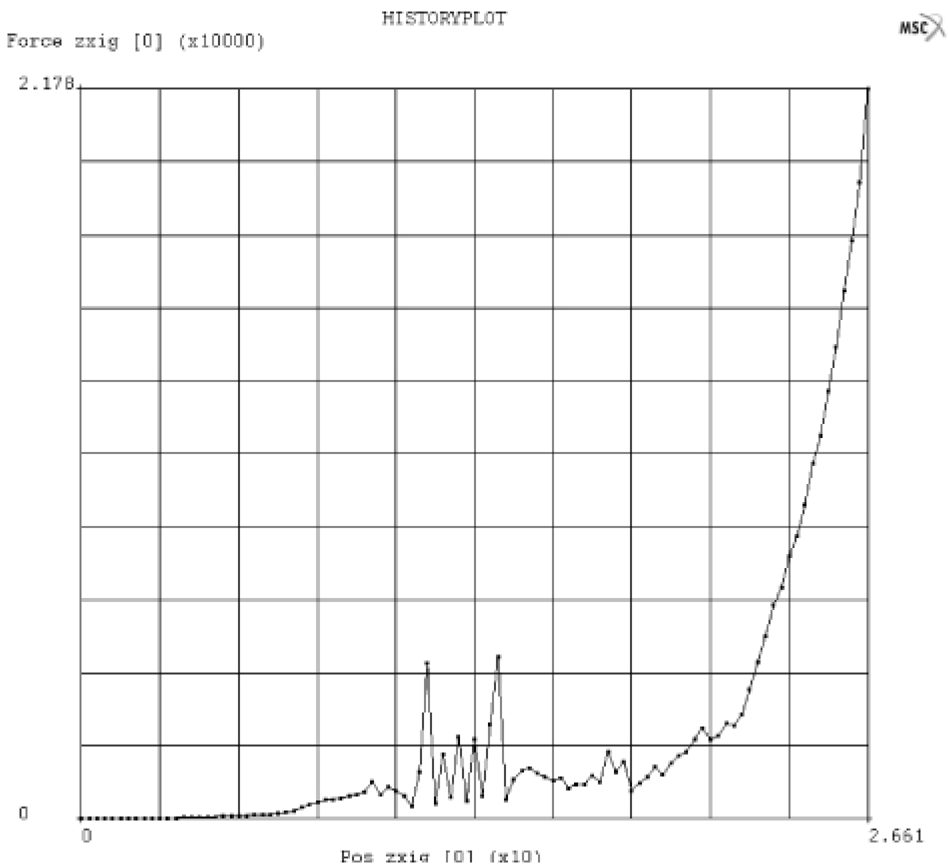
Slika 53. Geometrija mreže prvog dijela rebra

Isto je urađeno i sa drugim i trećim dijelom rebra PNG. Geometrija mreže drugog rebra sastoji se od 1247 a geometrija trećeg od 788 konačnih elemenata tipa 139.

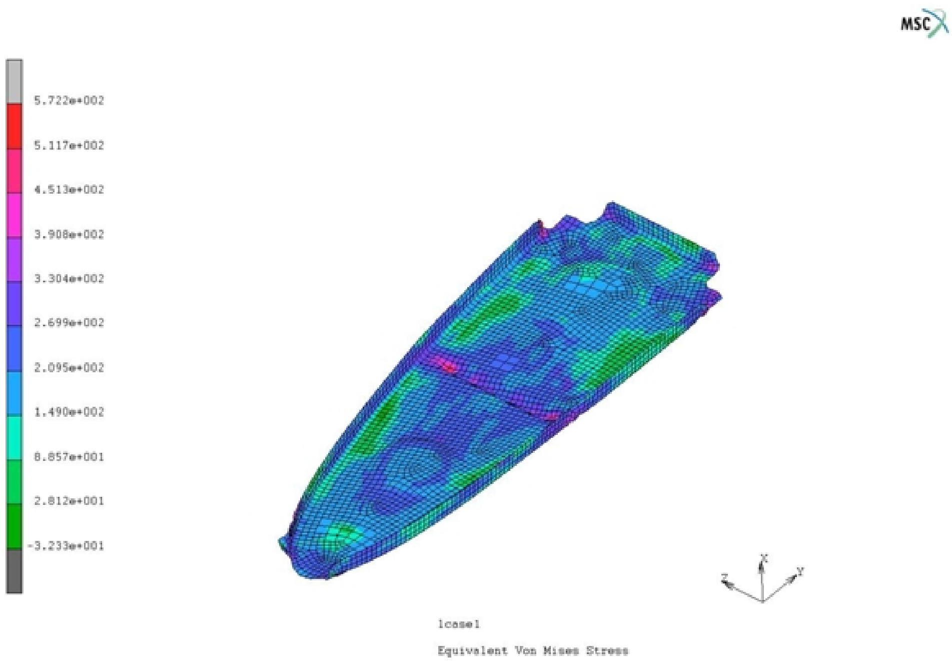
6.4.5 Simulacije dubokog vučenja u *MSC.Marc-u*

Nakon što je unijeta i pozicionirana CAD geometrija, unijeti materijal i odabrana svostva materijala, izrađena geometrija mreže preostalo je još da se zadaju rubni uvjeti i može se pokrenuti proračun. Pod zadavanje rubnih uvjeta podrazumijeva se: zanemarivanje trenja između lima i matrice, te lima i žiga; ukupni pomak žiga prema matrici dok nepostigne svoje konačno stanje je 26.62 mm (u smjeru osi z); brzina gibanja žiga je konstantna; za rubove lima koji se neće deformirati zadaje se da će se čvorovi koji se nalaze na njima samo transatirati u smjeru osi z. Pokrenut je proračun, *MSC.Marc* će izraditi sto postupaka iteracija do konačnog rješenja.

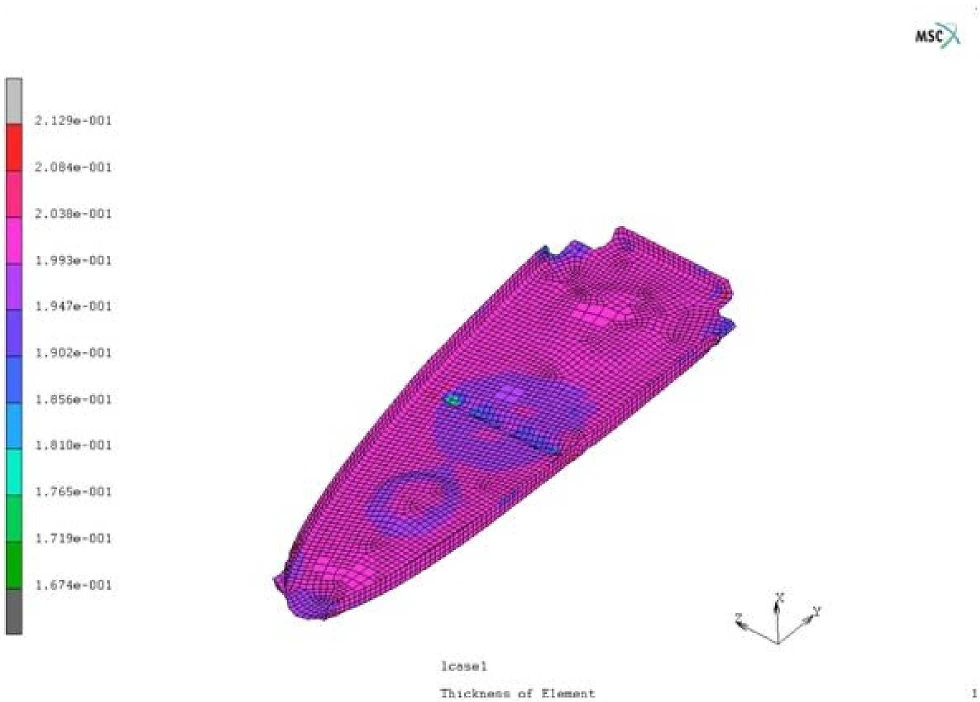
Nakon završetka proračuna koji je za prvio dio rebra trajao 42 minute dobiva se konačni oblik rebra PNG. Geometrija mreže konačnog oblika rebra PNG sastoji se od 3376 konačnih elemenata 139. Rezultati simulacije dobiveni u *MSC.Marc-u* kao što su potrebna sila za duboko vučenje, plastična naprezanja te debljina rebra PNG nakon postupka dubokog vučenja prikazani su (*Slika 54*), (*Slika 55*) i (*Slika 56*). Sila potrebna za duboko vučenje prvog dijela rebra PNG iznosi 21780 N.



Slika 54. Dijagram sila-put za prvi dio rebra PNG dobiven u MSC.Marc-u

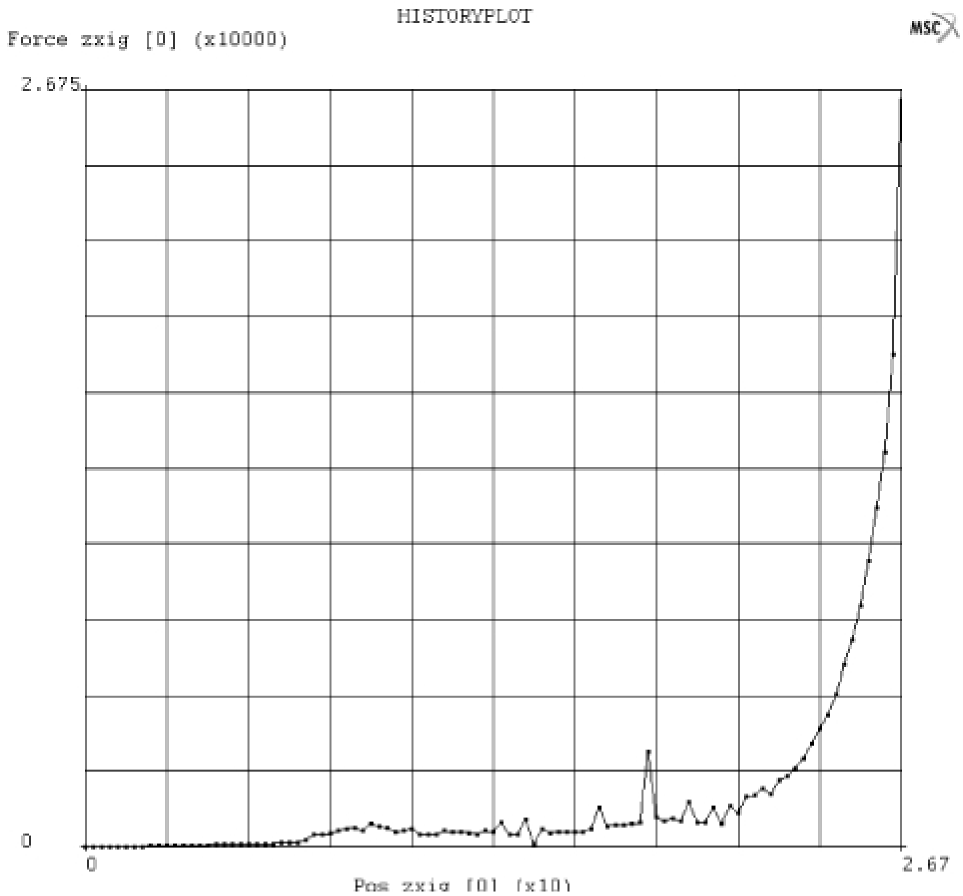


Slika 55. Raspored plastičnih naprezanja za prvi dio rebra PNG dobiven u MSC.Marc-u



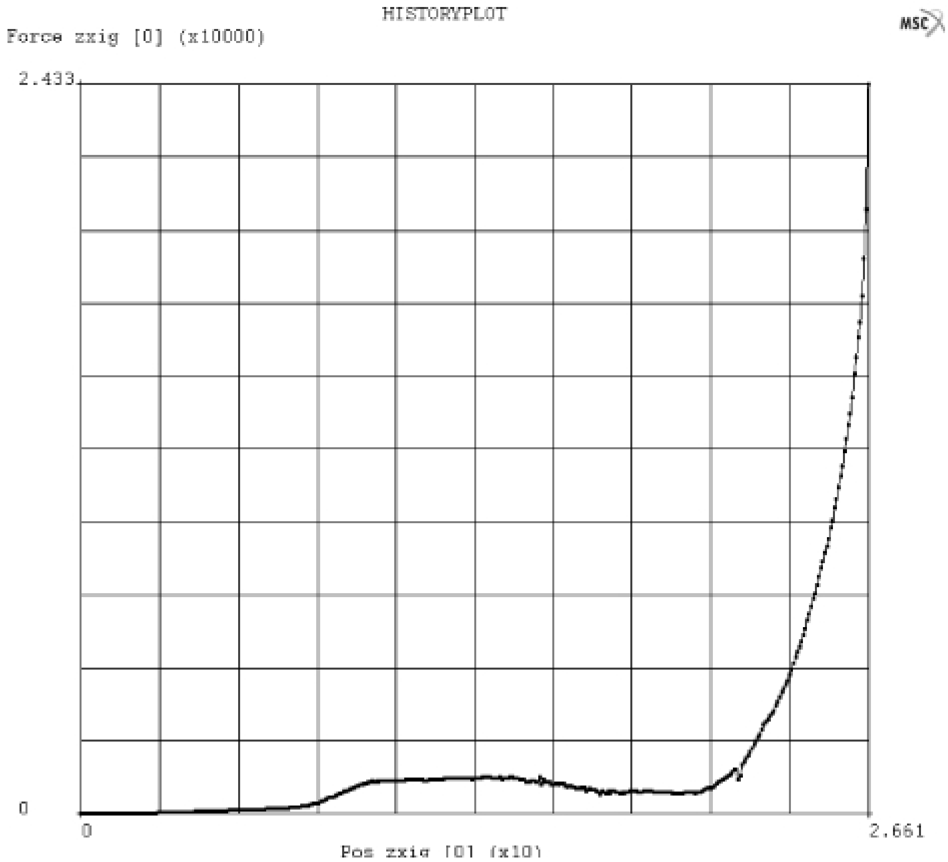
Slika 56. Raspored debljine za prvi dio rebra PNG dobiven u MSC.Marc-u

Nakon završetka proračuna koji je za drugi dio rebra trajao 6.5 minuta dobiva se konačni oblik rebra PNG. Prilikom ove analize geometrija mreže konačnog oblika rebra PNG sastoji se od istog broja konačnih elemenata 139 tj. broj elemenata se nije mjenjao. Zbog problema kod simulacije prikazati će se samo potrebna sila za duboko vučenje rebra PNG, a to prikazuje slika (*Slika 57*). Sila potrebna za duboko vučenje drugog dijela rebra PNG iznosi 26750N.



Slika 57. Dijagram sila-put za drugi dio rebra PNG dobiven u MSC.Marc-u

Nakon završetka proračuna koji je za drugi dio rebra trajao 5 minuta dobiva se konačni oblik rebra PNG. Prilikom ove analize geometrija mreže konačnog oblika rebra PNG sastoji se od istog broja konačnih elemenata 139 tj. broj elemenata se nije mjenjao. Zbog problema kod simulacije prikazati će se samo potrebna sila za duboko vučenje rebra PNG, a to prikazuje slika (*Slika 58*). Sila potrebna za duboko vučenje trećeg dijela rebra PNG iznosi 24330 N.

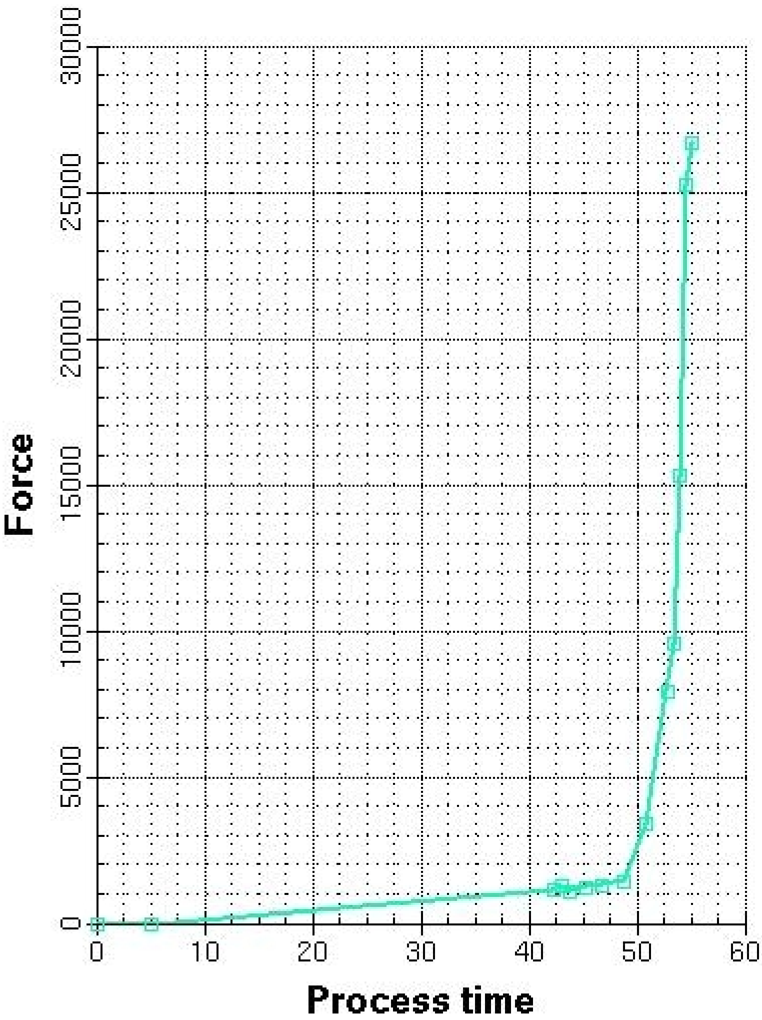


Slika 58. Dijagram sila-put za treći dio rebra PNG dobiven u MSC.Marc-u

6.4.6 Simulacije dubokog vučenja u *Autoform-u 4.1*

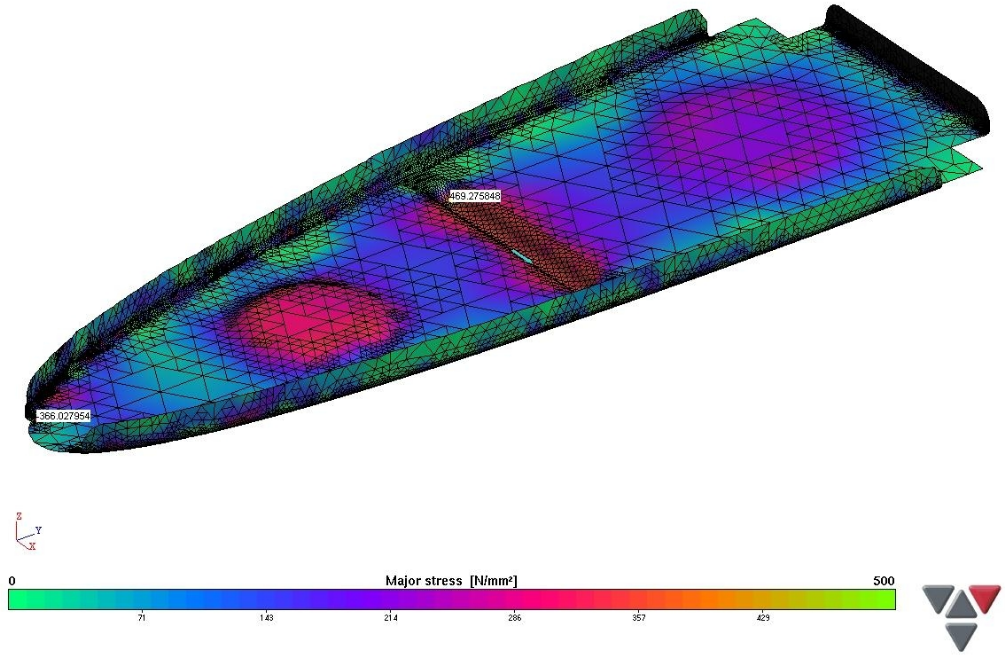
Simulaciju dubokog vučenja za sva tri dijela rebra PNG izradit će firma *M-CAD* iz Slovenije. Izraditi će se simulacija za istu CAD geometriju, isti materijal te rubne uvjete kao i kod simulacije u MSC.Marc-u.

Proračun dubokog vučenja prvog dijela rebra PNG trajao je 11 minuta a konačni oblik rebra PNG sastoji se od 15212 konačnih elemenata. Rezultati simualcije dobiveni u *Autoform-u 4.1* kao što su potrebna sila za duboko vučenje, plastična naprezanja te debljina rebra PNG nakon postupka dubokog vučenja prikazani su (*Slika 59*), (*Slika 60*) i (*Slika 61*).

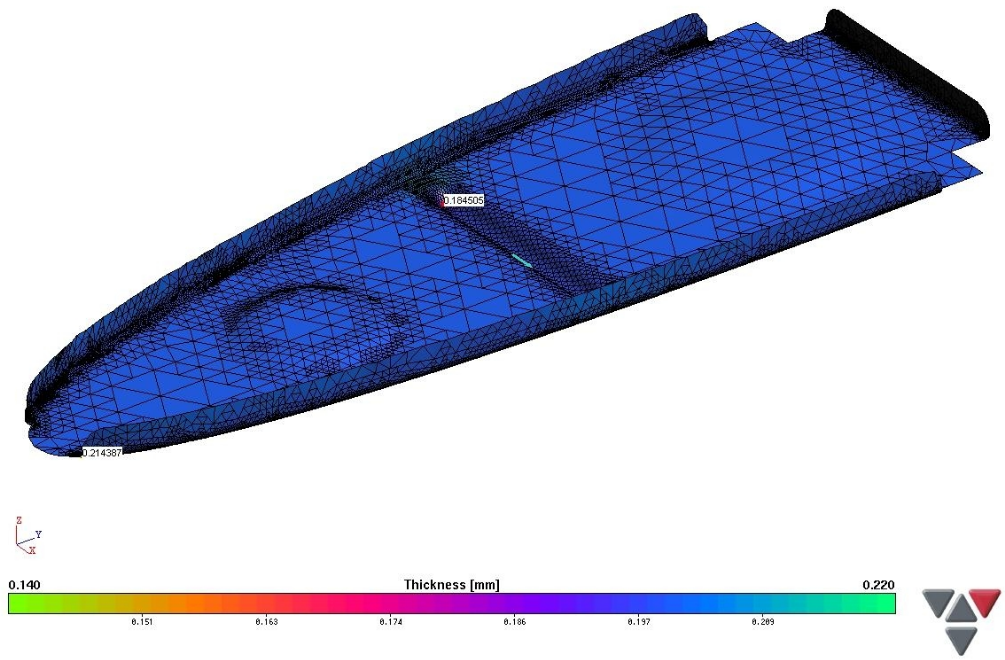


Slika 59. Dijagram sila-vrijeme za prvi dio rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1

Sila potrebna za duboko vučenje prvog dijela rebra PNG iznosi 26708 N.

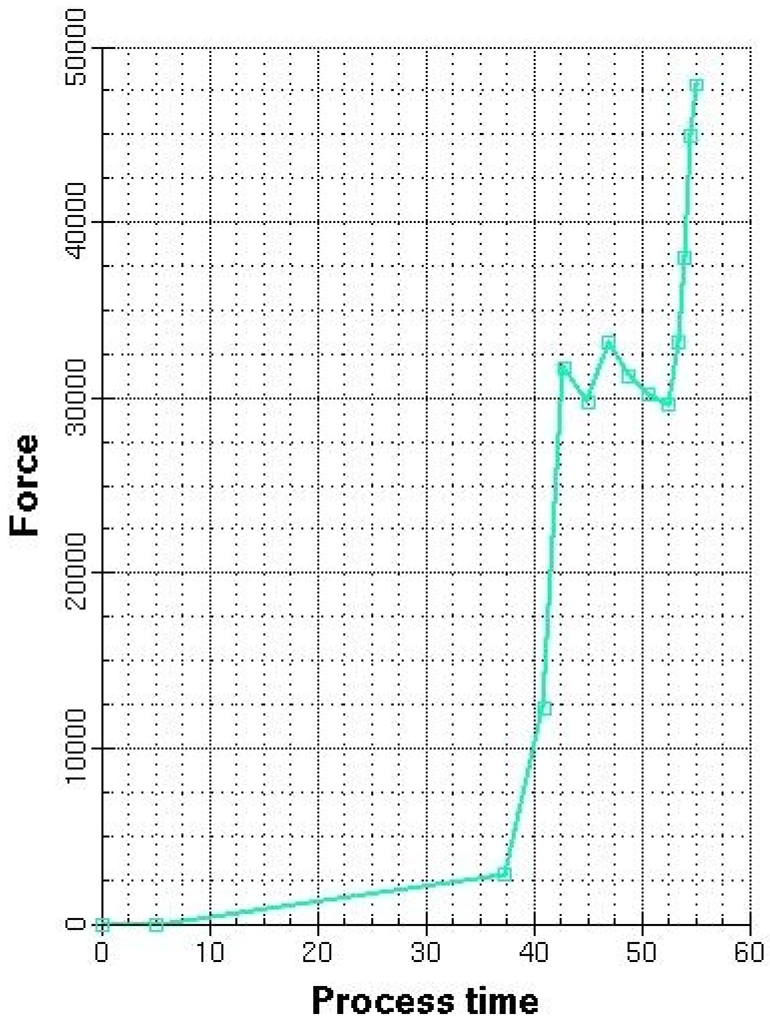


Slika 60. Raspored glavnih plastičnih naprezanja za prvi dio rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1



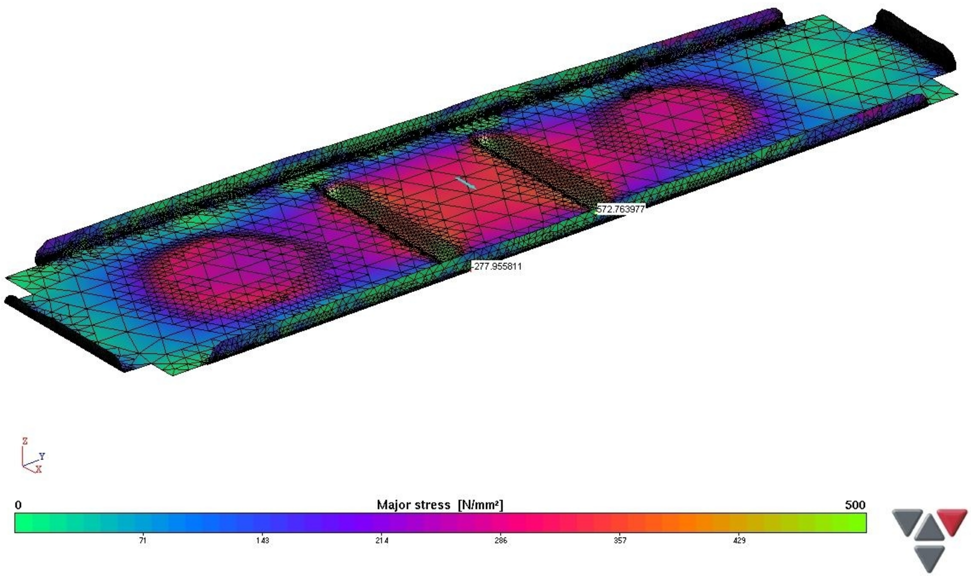
Slika 61. Raspored debljine za prvi dio rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1

Proračun dubokog vučenja drugog dijela rebra PNG trajao je 16 minuta a konačni oblik rebra PNG sastoji se od 20048 konačnih elemenata. Rezultati simualcije dobiveni u *Autoform-u 4.1* kao što su potrebna sila za duboko vučenje, plastična naprezanja te debljina rebra PNG nakon postupka dubokog vučenja prikazani su (*Slika 62*), (*Slika 63*) i (*Slika 64*).

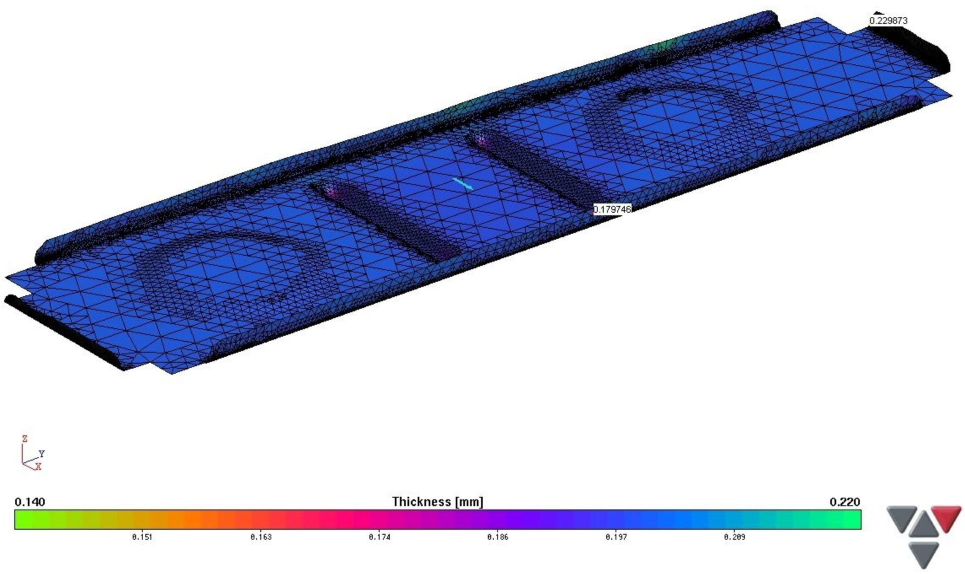


Slika 62. Dijagram sila-vrijeme za drugi dio rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1

Sila potrebna za duboko vučenje drugog dijela rebra PNG iznosi 47844 N.

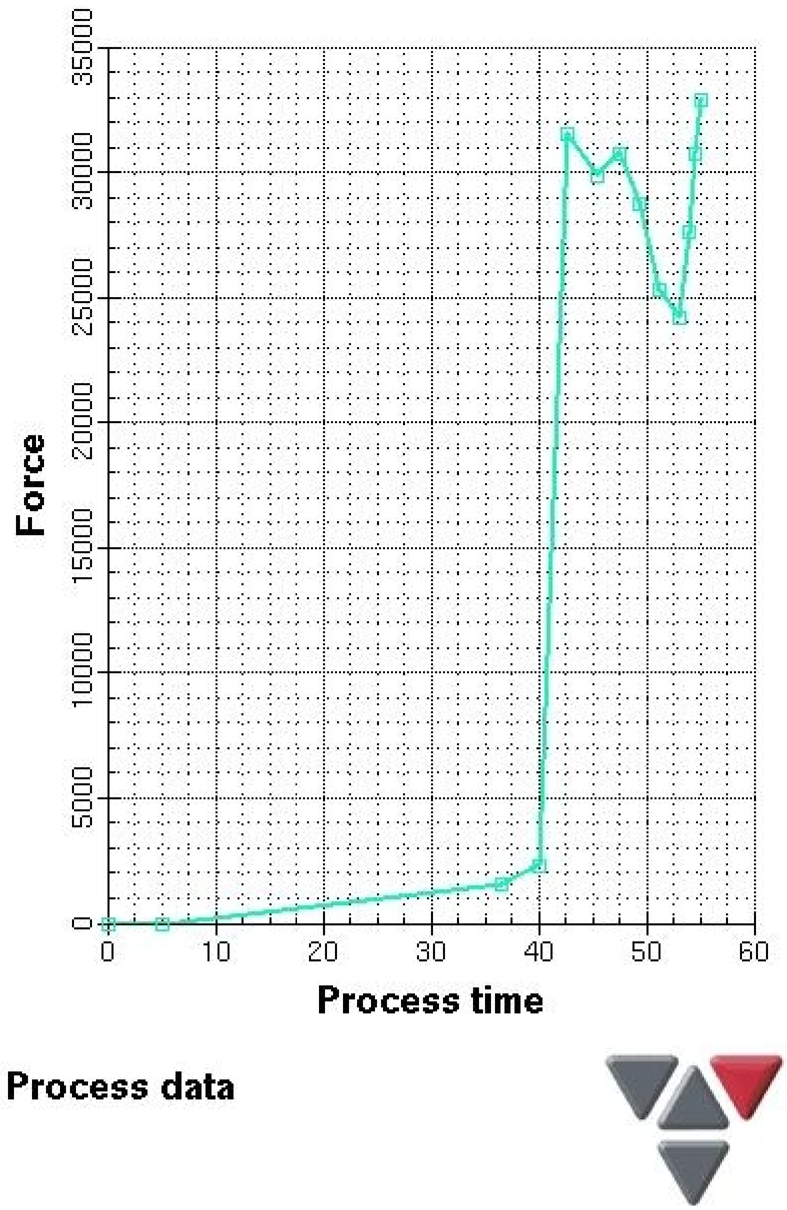


Slika 63. Raspored glavnih plastičnih naprezanja za drugi dio rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1



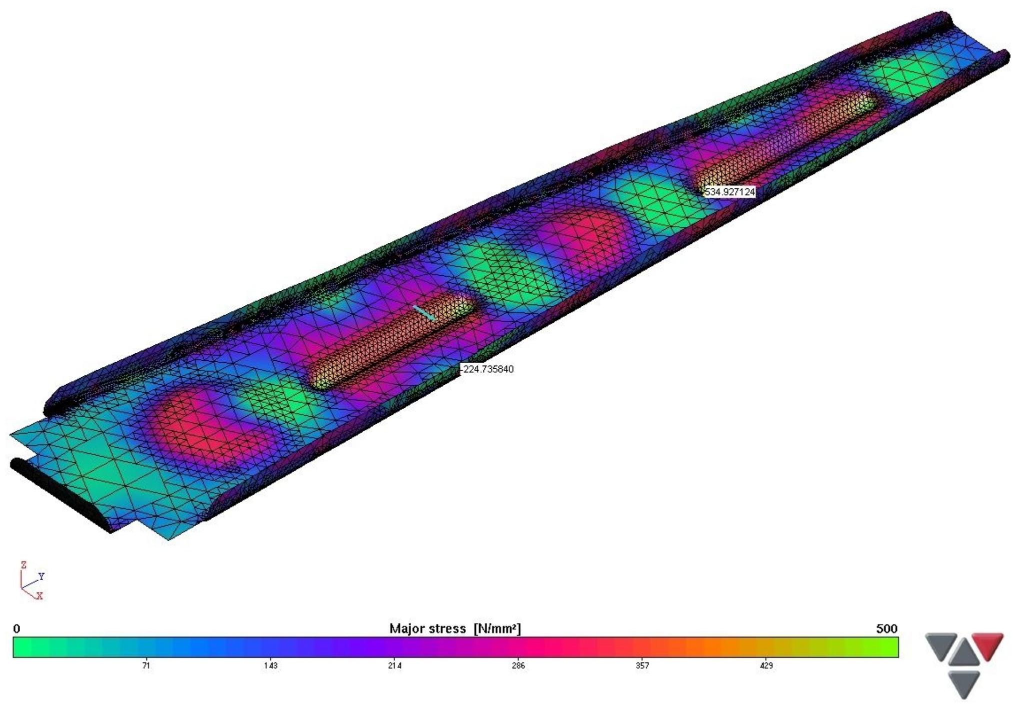
Slika 64. Raspored debljine za drugi dio rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1

Proračun dubokog vučenja zadnjeg ili trećeg dijela rebra PNG trajao je 28 minuta a konačni oblik rebra PNG sastoji se od 15212 konačnih elemenata. Rezultati simualcije dobiveni u *Autoform-u 4.1* kao što su potrebna sila za duboko vučenje, plastična naprezanja te debljina rebra PNG nakon postupka dubokog vučenja prikazani su (*Slika 65*), (*Slika 66*) i (*Slika 67*).

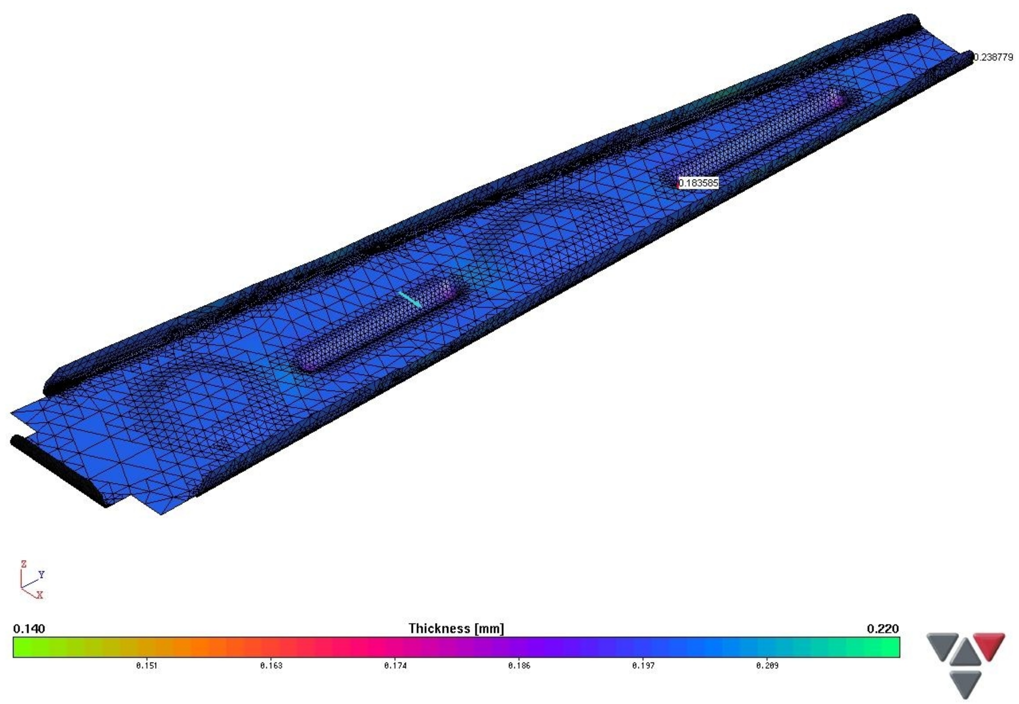


Slika 65. Dijagram sila-vrijeme za treći dio rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1

Sila potrebna za duboko vučenje trećeg dijela dijela rebra PNG iznosi 32890 N.



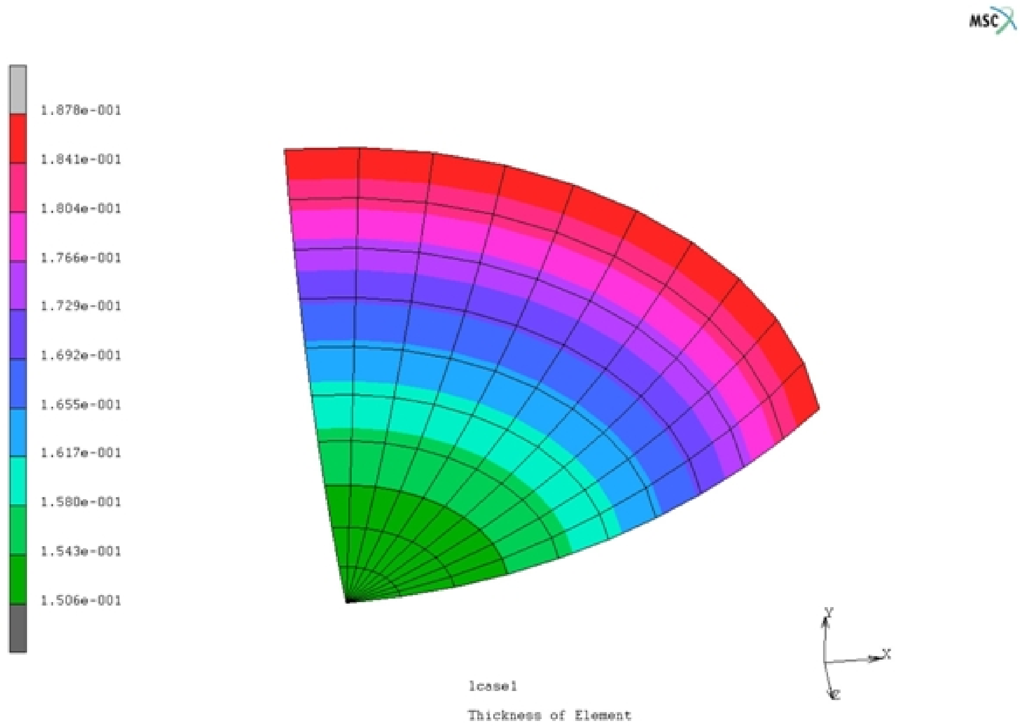
Slika 66. Raspored glavnih plastičnih naprezanja za treći dio rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1



Slika 67. Raspored debljine za drugi treći rebra PNG dobiven u Autoform-u 4.1

6.4.7 Analiza dobivenih rezultata

Da bi se rezultati dobiveni simulacijama u FEM programima uzeli za vjerodostojne ili korigirali, potrebno je bar jedan numerički FEM proračun verificirati sa rezultatima dobivenih eksperimentalno. Usporediti će se rezultati dobiveni hidrauličnim udubljivanje čeličnog lima DC01 eksperimentalno u Laboratoriju za oblikovanje deformiranjem i rezultati dobiveni simulacijom hidrauličnog udubljivanja u *MSC.Marc-u* (*Slika 68*).



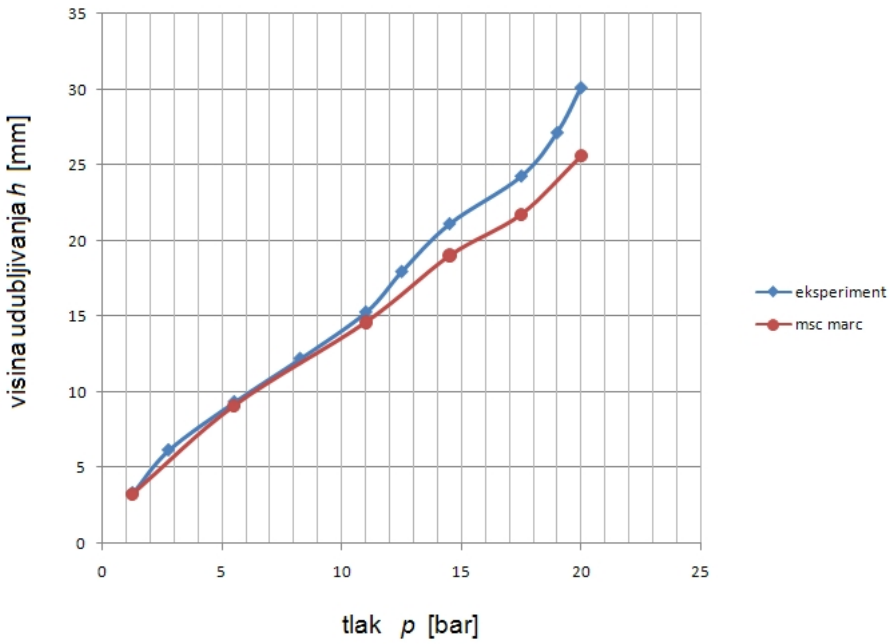
Slika 68. Postupak hidrauličnog udubljivanja u MSC.Marc-u

Postaviti će se isti rubni uvijeti i koristiti isti tip konačnog elementa kao i kod dubokog vučenja.Snimljenu krivulju tečenja (snimljena hidrauličnim udubljivanjem) za čelični lim DC01 unijeti će se u *MSC.Marc*. Izvršit će se simulacija hidrauličnog udubljivanje u *MSC.Marc* i snimati udubljenje *h* za različite iznose tlaka *p*. Dobivene rezultate u *MSC.Marc-u* prikazuje (*Tablica 6*).

Tablica 6. Rezultati dobiveni u MSC.Marc-u

	Tlak p	Visina udubljenja h
	[bar]	[mm]
1	20	25.58
2	17.5	21.74
3	14.5	19.01
4	11	14.62
5	5.5	9.12
6	1.25	3.29

Dijagram dobivenih rezultata eksperimentom i numerički za hidraulično udubljivanje prikazuje (*Slika 69*).



Slika 69. Prikaz rezultata dobivenih eksperimentalno i numerički u MSC.Marc-u

Tablica 7. Usporedba rezultata dobivenih u MSC.Marc-u i eksperimentalno

	Tlak *p*	Visina udubljenja *MSC.Marc* *h*	Visina udubljenja *eksperiment* *h*	Razlika u visini udubljenja Δ*h*
	[bar]	[mm]	[mm]	%
1	20	25.58	30.11	15
2	17.5	21.74	24.27	10.42
3	14.5	19.01	21.12	9.99
4	11	14.62	15.28	4.32
5	5.5	9.12	9.35	2.45
6	1.25	3.29	3.29	1.62

Iz (*Tablica 7*) u kojoj se uspoređuju rezultati dobiveni eksperimentalno i numerički u programu *MSC.Marc* vidljivo je da se sa porastom tlaka *p* povećava razlika između visine udubljivanja *h* između numeričke simulacije i eksperimenta. Za tlak $p = 1.25$ bar razlika je svega 1.62% u visini udubljivanja. Ta razlika raste do 15% prilikom udubljivanja pri tlaku $p = 20$ bar. Daljnjim povećanjem tlaka p došlo bi do pucanja lima. Iz ovog se može zaključiti da za isti iznos sile, simulacija u *MSC-Marc-u* pokazuje manji pomak *h*. Što znači da će *MSC.Marc* za isti pomak *h* pokazati veću silu u odnosu na eksperiment. Iz (*Slika 69*) može se očitati da je najveća razlika potrebnih tlakova za visinu udubljivanja *h=22* mm i iznosi Δ*p*=2.6 bar tj. 15%. Znači za 15% potreban je veći tlak kod simulacije u odnosu na eksperiment. Na osnovi toga vršiti će se korekcija dobivenih rezultata simualcijom u *MSC.Marc-u.* Smanjiti će se vrijednost potrebne sile za 15%.

$$F_{P_{OP40}} = 0.85 \cdot 21780 + 0.85 \cdot 26750 + 0.85 \cdot 24330 = 61930\ \mathrm{N}$$

Dobivene sile simulacijom sa *Autoform-om 4.1* te dobivene sile sa *MSC.Marc-om* prikazuje (*Tablica 8*).

Tablica 8. Dobivene sile dubokog vučenja u MSC.Marc-u i Autoform-u 4.1

Sila dubokog vučenja							
MSC.Marc				*Autoform 4.1*			
Prvi dio rebra	Drugi dio rebra	Treći dio rebra	Ukupna sila	Prvi dio rebra	Drugi dio rebra	Treći dio rebra	Ukupna sila
$F_{P_{OP40/1}}$	$F_{P_{OP40/2}}$	$F_{P_{OP40/3}}$	$\sum F_{P_{OP40}}$	$F_{P_{OP40/1}}$	$F_{P_{OP40/2}}$	$F_{P_{OP40/3}}$	$\sum F_{P_{OP40}}$
[N]	[N]	[N]	[N]	[N	[N]	[N]	[N]
21780	26750	24330	72860	26708	47844	32890	107442

Usporedbu rezultata dobivenih numeričkim simulacijama za prvi, drugi, treći dio rebra te za cijelo rebro PNG prikazuje (*Tablica 9*), (*Tablica 10*), (*Tablica 11*) i (*Tablica 12*).

Tablica 9. Usporedba dobivenih sila dubokog vučenja prvog dijela rebra PNG u MSC.Marc-u i Autoform-u 4.1

Prvi dio rebra					
MSC.Marc	*Autoform 4.1*	*Razlika dobivenih sila*	*MSC.Marc* sa korekcijom	*Autoform 4.1*	*Razlika dobivenih sila*
$F_{P_{OP40/1}}$	$F_{P_{OP40/1}}$	$\Delta F_{P_{OP40/1}}$	$F_{P_{OP40/1}}$	$F_{P_{OP40/1}}$	$\Delta F_{P_{OP40/1}}$
[N]	[N]	%	[N]	[N]	%
21780	26708	22	18513	26708	44

Tablica 10. Usporedba dobivenih sila dubokog vučenja drugog dijela rebra PNG u MSC.Marc-u i Autoform-u 4.1

Drugi dio rebra					
MSC.Marc	*Autoform 4.1*	*Razlika dobivenih sila*	*MSC.Marc* sa korekcijom	*Autoform 4.1*	*Razlika dobivenih sila*
$F_{P_{OP40/2}}$	$F_{P_{OP40/2}}$	$\Delta F_{P_{OP40/2}}$	$F_{P_{OP40/2}}$	$F_{P_{OP40/2}}$	$\Delta F_{P_{OP40/2}}$
[N]	[N]	%	[N]	[N]	%
26750	47844	78	22737	47844	110

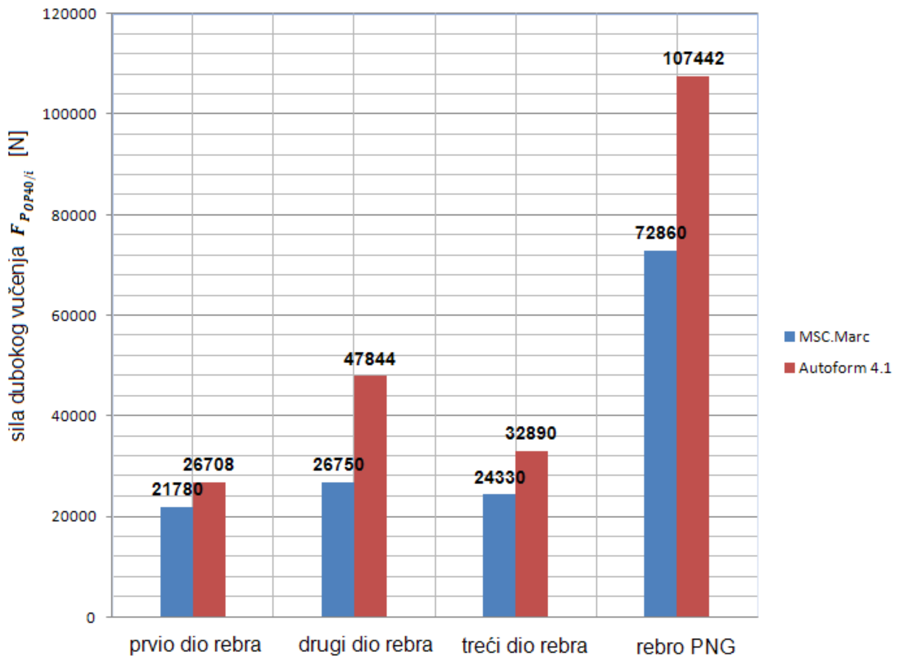
Tablica 11. Usporedba dobivenih sila dubokog vučenja trećeg dijela rebra PNG u MSC.Marc-u i Autoform-u 4.1

Treći dio rebra					
MSC.Marc	*Autoform 4.1*	*Razlika dobivenih sila*	*MSC.Marc* sa korekcijom	*Autoform 4.1*	*Razlika dobivenih sila*
$F_{P_{OP40/3}}$	$F_{P_{OP40/3}}$	$\Delta F_{P_{OP40/3}}$	$F_{P_{OP40/3}}$	$F_{P_{OP40/3}}$	$\Delta F_{P_{OP40/3}}$
[N]	[N]	%	[N]	[N]	%
24330	32890	35	20680	32890	59

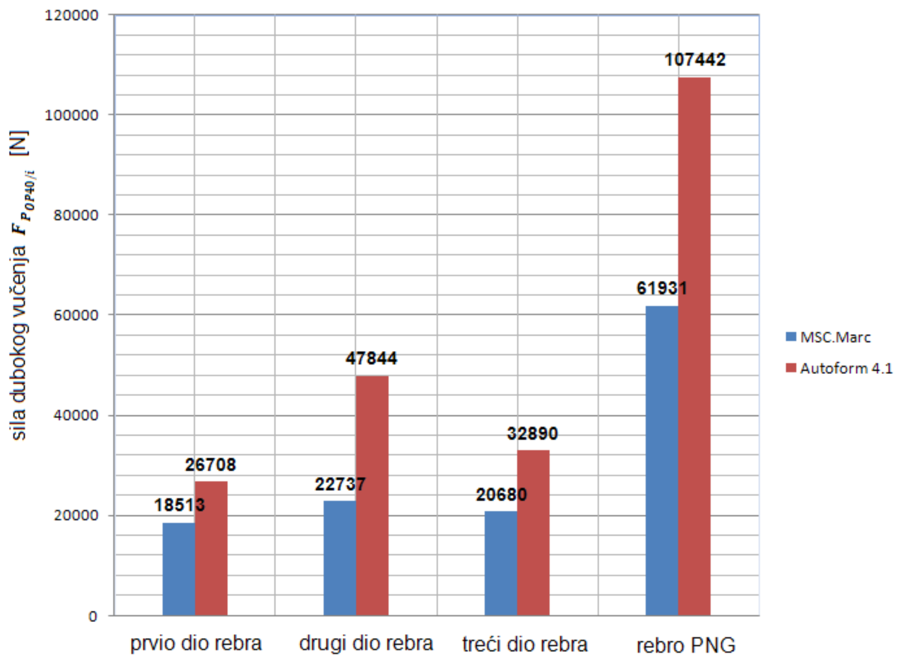
Tablica 12. Usporedba dobivenih sila dubokog vučenja rebra PNG u MSC.Marc-u i Autoform-u 4.1

Rebro PNG					
MSC.Marc	*Autoform 4.1*	*Razlika dobivenih sila*	*MSC.Marc* sa korekcijom	*Autoform 4.1*	*Razlika dobivenih sila*
$\sum F_{P_{OP40}}$	$\sum F_{P_{OP40}}$	$\Delta \sum F_{P_{OP40}}$	$\sum F_{P_{OP40}}$	$\sum F_{P_{OP40}}$	$\Delta \sum F_{P_{OP40}}$
[N]	[N]	%	[N]	[N]	%
72860	107442	47	61931	107442	73

Rezultati dobiveni *MSC.Marc-om* razlikuju se u rasponu od 22% do 78% od rezultata dobivenih sa *Autoform-om 4.1*. Nakon korekcije rezultata dobivenih sa *MSC.Marc-om* ta razlika se još više povećava na 44% do 110% (*Slika 70*). Ukupna potrebna sila za duboko vučenje rebra PNG razlikuje se za 47% a nakon korekcije 73% (*Slika 71).*



Slika 70. Usporedba rezultata dobivenih u Autoform-u 4.1 i MSC.Marc-u



Slika 71. Usporedba rezultata dobivenih u Autoform-u 4.1 i MSC.Marc-u nakon korekcije

U *Autoform-u 4.1* nepostoji mogućnost ručne izrade geometrije mreže te zadavanja rubnih uvjeta. Program radi sve automatski te je izbjegnuta mogućnosti ljudske pogreške. Cilj je bio usporediti rezultate dobivene u *MSC.Marc-u* sa eksperimentom tj. provjeriti njihovu točnost u odnosu na eksperiment. I također usporediti rezultate dobivene *MSC.Marc-om* sa nekim sličnim programom. Uzet će se korigirana vrijednost sile dobivena u *MSC.Marc-u*

$$F_{P_{OP40}} = 61930 \text{ N}$$

kao potrebna sila za duboko vučenje rebra PNG.

6.5 Operacija OP50

Vrijednost sile potrebne za probijanje lima u operaciji OP50 izračunati će se prema izrazu [8]

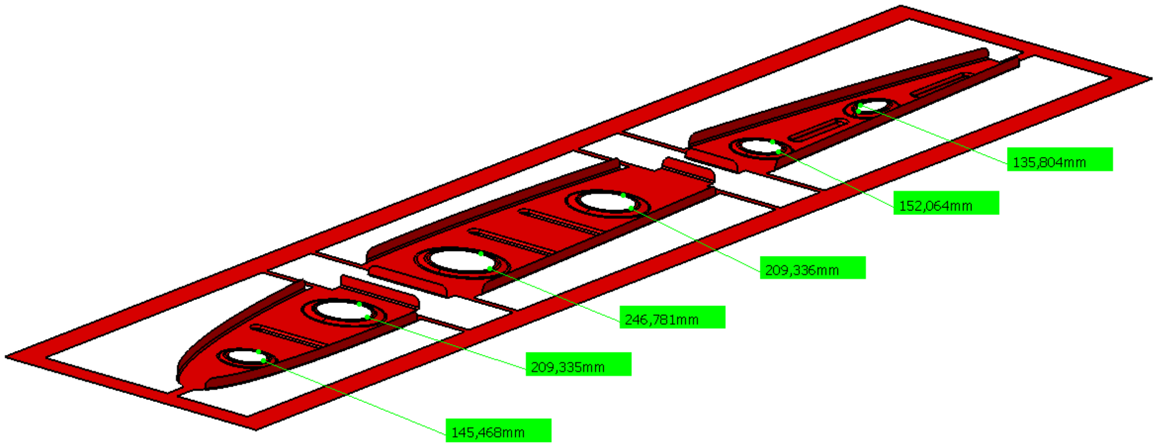
$$F_{P_{OP50}} = 1.3 \cdot L_{OP50} \cdot t \cdot \tau_s$$

gdje je

$\tau_s = 300 \text{ N/mm2}$ - smična čvrstoća lima DC01
$t = 0.2 \text{ mm}$ -debljina lima DC01

$F_{P_{OP50}}$-potrebna sila za probijanje lima u operaciji OP50 [N]
L_{OP50} -duljina konture probijanja lima kod operacije OP50 [mm]

Duljina konture probijanja dobiti će se u programu *Catia V5* (*Slika 72*).



Slika 72. Duljina konture probijanja kod operacije OP50 prikazana u Catia V5

Ukupna duljina konture probijanja kod operacije OP50 iznosi

$$L_{OP50} = 1098 \text{ mm}$$

a sila potrebna za probijanja u operaciji OP50 iznosi

$$F_{P_{OP50}} = 1.3 \cdot 1098 \ \cdot 0.2 \cdot 300 = 8570 \text{ N}$$

6.6 Operacija OP60

Vrijednost sile potrebne za prosijecanje lima u operaciji OP60 izračunati će se prema izrazu [8]

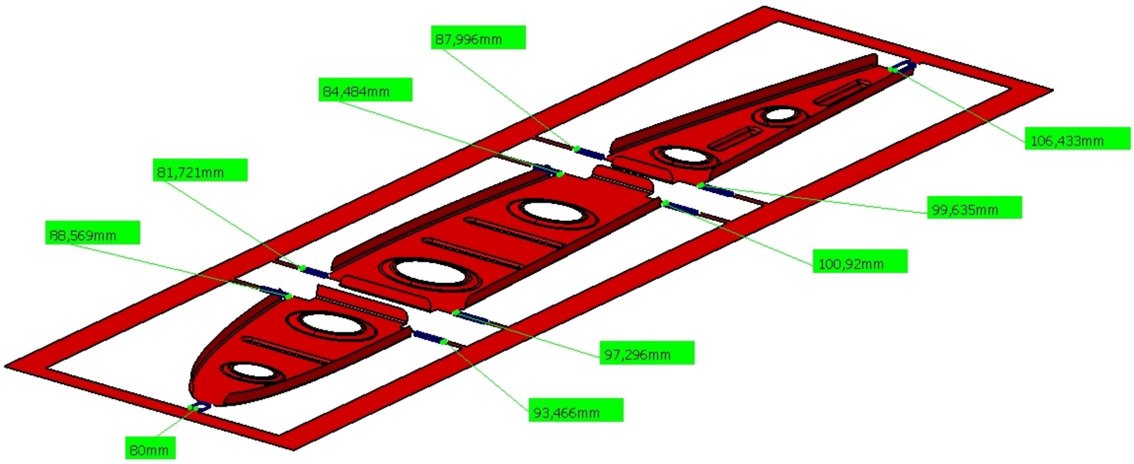
$$F_{P_{OP60}} = 1.3 \cdot L_{OP60} \cdot t \cdot \tau_s$$

gdje je

$\tau_s = 300 \text{ N/mm2}$ - smična čvrstoća lima DC01
$t = 0.2 \text{ mm}$ -debljina lima DC01
$F_{P_{OP60}}$-potrebna sila za prosijecanje lima u operaciji OP60 [N]

L_{OP60} -duljina konture prosijecanja lima kod operacije OP60 [mm]

Duljina konture prosijecanja dobiti će se u programu *Catia V5* (*Slika 73*).



Slika 73. Duljina konture prosijecanja kod operacije OP60 prikazana u Catia V5

Ukupna duljina konture prosijecanja kod operacije OP60 iznosi

$$L_{OP60} = 920 \ \text{mm}$$

a sila potrebna za prosijecanje u operaciji OP60 iznosi

$$F_{P_{OP60}} = 1.3 \cdot 920 \cdot 0.2 \cdot 300 = 7179 \text{ N}$$

6.7 Ukupna potrebna sila za izradu rebra PNG

Ukupna sila sa kojom alata oblikuje pripravak dobiva se se zbrajanjem svih potrebnih sila za izvršenje svake operaciju. Sile se zbrajaju jer se u alatu sve operacije odvijaju istovremeno.

Iznos ukupnje sile iznosi

$$F_{P_{OP}} = F_{P_{OP10}} + F_{P_{OP20}} + F_{P_{OP30}} F_{P_{OP40}} + F_{P_{OP50}} + F_{P_{OP60}} \\ = 30768 + 32024 + 13715 + 61930 + 8570 + 7179 = 154186 \text{ N}$$

Na osnovu te sile vrši se izbor preše za taj alat te dimenzioniranje dijelova alata.

7. Zaključak

U ovom diplomskom prilikom razrade tehnologije izrade rebra PNG korištene su programi kao što su *Catia V5, MSC.Marc* te *Autoform 4.1*.

Programom *Catia V5* 3D modelirano je rebro PNG te shematski 3D prikazani redosljed postupaka dobivanje rebra PNG iz pripremka. Za razradu redosljeda postupaka koristio se program *Autoform 4.1* i iskustvo stečeno u konstruiranju alata za oblikovanje lima. Iz tog shematskog 3D prikaza konstruirati će se alat. Prednosti shematskog 3D prikaza u *Catia-ji V5* su: 3D vizualni izgled kako će se operacije izvršavati u alatu; položaj i redosljed svakog postupka u shematskom 3D prikazu odgovara položaju u alatu; konture koje prikazuju prosijecanje (probijanje) lima odgovaraju obliku noževa u alatu, površinski oblici odgovaraju matrici i žigu; mogućnost dobivanja razvijenog oblika. Daljnjim mjenjanjem kontura prosijecanje (probijanja) i površinskog izgleda rebra PNG automatski će se mjenjati dijelovi alata kao što su noževi, matrica i žig. *Catia V5* omogućava spremanje CAD geometriju u razne oblike datoteka koji se kasnije mogu unijeti u sve FEM programe.

Simulacijom u *MSC.Marcu* i *Autoformu 4.1* pokazalo se da je moguće u jednoj fazi iz razvijenog oblika dobiti gotovu formu rebra PNG bez pucanja lima i prevelikog stanjenja lima. Kod kompleksnih oblika nemoguće je izvršiti postupak dubokog vučenja u jednoj fazi već se duboko vučenje mora obaviti u više operacija odnosno alata. *MSC.Marc* i *Autoform 4.1* daju nam mogućnost simuliranja te na osnovi toga optimiranja broja faza izrade do konačne forme. Smanjenjem ili reduciranjem broja faza smanjuje se dimenzije alata te i njihova cijena. Da bi se rezultati dobiveni FEM analizom uzeli kao točni potrebno ih je bar na nekom modelu verificirati ili korigirati prema rezultatima dobivenim eksperimentom. U *MSC.Marc-u* simuliralo se hidraulično udubljivanje te usporedilo sa eksperimentom hidrauličnog udubljivanja. Eksperiment je pokazao da razlika numeričkih dobivenih podataka i onih dobivenih eksperimentom iznosi do 15%. Dobivena potrebna sila, simulacijom dubokog vučenja rebra PNG u *MSC.Marc-u* smanjila se za 15%. Shematski 3D prikaz redosljeda operacija i korigirana sila (*smanjena za 15% u odnosu na dobivenu u MSC:Marc-u*) su podaci prema kojima će se vrši dimenzioniranje i konstruiranje alata. Cilj je bio pokazati prednosti rada u specijaliziranim programima koji se danas koriste u suvremenoj avioindustriji i autoindustriji. Unatoč prednostima korištenja specijaliziranih programa pokazana je i važnost eksperimenata na osnovi kojeg je pokazano da je *MSC.Marc* pogriješio 15%.

8. Literatura

1. Povrzanović, A. Obrade metala deformiranjem, FSB Zagreb, 1996.
2. Math, M. Uvod u tehnologiju oblikovanja deformiranjem, FSB Zagreb, 1999.
3. Virag, Z. Koncept iz mehanike kontinuuma, FSB Zagreb 2005.
4. Chun-Yung Niu, M. Airframe structural design, Technical book company Hong Kong, 1988.
5. Milutinović, S. Konstrukcija aviona, Građevinska knjiga Beograd, 1976.
6. Schuler GmbH, Metal Forming Handbook, SPRINGER, 1998.
7. Marciniak, Z. Mechanics of Sheet Metal Forming, Butterworth Heinemann 2002
8. Aleksandrović, S. Proizvodne tehnologije, Kragujevac 2005.
9. Zienkiewich, O.C. Finite Element Method Volume 2, Butterworth Heinemann 2000.
10. Poceski, A. Mešoviti metod konačnih elemenata, Beograd 1990.
11. MSC.Marc Volume B
12. Jovičić, M. Priručnik za konstruisanje alata za obradu deformacijom I, Mašinski fakultet Beograd 1984.