

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
GEOFIZIČKI ODSJEK

DRAGANA ZOVKO

**MODIFIKACIJA MONIN-OBUKHOVE DULJINE ZA  
NAGNUTE STABILNE GRANIČNE SLOJEVE**

DIPLOMSKI RAD

Voditelj: Prof. dr. sc. Branko Grisogono

Zagreb, 2008.

# Sadržaj

|          |                                                             |           |
|----------|-------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Uvod</b>                                                 | <b>1</b>  |
| 1.1      | Teorija sličnosti i Monin-Obukhova duljina . . . . .        | 3         |
| 1.1.1    | Monin-Obukhova duljina, horizontalni turbulentni sloj . . . | 4         |
| 1.2      | Prandtllov model, nagnuti turbulentni sloj . . . . .        | 6         |
| <b>2</b> | <b>Podaci - usporedba mjerenja i analitike</b>              | <b>9</b>  |
| 2.1      | Analiza podataka s Pasterze ledenjaka . . . . .             | 10        |
| 2.2      | Sinoptička situacija . . . . .                              | 14        |
| 2.3      | Usporedba mjerenja s Prandtllovim modelom . . . . .         | 17        |
| <b>3</b> | <b>Modifikacija Monin-Obukhove duljine</b>                  | <b>18</b> |
| 3.1      | Metoda najmanjih kvadrata . . . . .                         | 21        |
| 3.2      | Rezultati i diskusija . . . . .                             | 22        |
| <b>4</b> | <b>Zaključak</b>                                            | <b>28</b> |
| <b>A</b> | <b>Popis skraćenica</b>                                     | <b>30</b> |
|          | <b>Bibliografija</b>                                        | <b>31</b> |

# Poglavlje 1

## Uvod

Atmosferski granični sloj (AGS) je donji dio troposfere u kontaktu sa Zemljinom površinom koja na njega utječe na različite načine: trenjem, emisijom topline i hlađenjem, evapotranspiracijom, emisijom onečišćujućih tvari te modifikacijom strujanja zbog postojeće topografije (npr. Stull, 1988). Vrlo brzo reagira na utjecaje Zemljine površine (na vremenskoj skali  $\sim 1$  sat) i karakterizira ga izrazita turbulencija. Ostatak troposfere, koji pripada slobodnoj atmosferi, također reagira na utjecaje Zemljine površine, ali na puno sporijoj skali ( $\sim 1$  dan).

Dnevni AGS se tradicionalno dijeli na 3 podsloja: viskozni (debljine  $\sim 1$  mm), prizemni ( $\sim 1$  do  $\sim 100$  m) te sloj miješanja ( $\sim 1$  km) pokriven najčešće inverzijom koja ga dijeli od slobodne atmosfere. Najniži viskozni podsloj je meteorološki gotovo nevažan. Prizemni sloj karakteriziraju turbulentni tokovi približno konstantni s visinom. U njemu dominantni vrtlozi približno rastu s udaljenošću od podloge. U trećem, najdebljem podsloju, vrtlozi odgovorni za miješanje više ne rastu s udaljenošću od podloge već su približno konstantnih dimenzija određenih visinom prizemnog sloja ispod, inverzijom iznad sloja miješanja te lokalnim karakteristikama turbulencije.

U razvoju turbulentnih vrtloga ključnu, mada indirektnu ulogu, ima viskoznost i tzv. neproklizavajući donji rubni uvjet (eng. *no-slip lower boundary condition*), tj. iščezavanje brzine na čvrstoj površini. Zbog tog rubnog uvjeta i relativno slab vjetar uzrokuje smicanje blizu površine koje zatim vodi stvaranju turbulentnih vrtloga. Vrtlozi inducirani smicanjem, kao i konvektivni vrtlozi nastali npr. izgaravanjem tla, predstavljaju efektivan način prijenosa impulsa na površinu koja tada djeluje kao ponor impulsa te topline i vlage s površine. Debljina AGS-a

varira od  $\sim 20$  m u uvjetima ekstremno velike statičke stabilnosti do više od 3 km u izrazito konvektivnim uvjetima. Dublji je ljeti i danju, a plići i stabilniji zimi i noću (npr. Holton, 2004).

AGS postaje stabilno stratificiran uvijek kada je podloga hladnija od okolnog zraka. Ovakav stabilni granični sloj (SGS) se često formira noću iznad kopna, a uzrokuje ga dugovalno, radijacijsko ohlađivanje i tada se naziva noćni granični sloj. Drugi bitan proces je advekcija toplijeg zraka nad hladniju površinu. U SGS-u se turbulencija generira mehanički, dok stabilna stratifikacija slično viskoznoj disipaciji nastoji umanjiti ili čak poništiti turbulenciju.

Česta pojava u SGS-u je niska mlazna struja (NMS, eng. *low level jet*). To je područje pojačanog vjetra u donjoj troposferi i predstavlja lokalni maksimum brzine. Brzine vjetra u NMS iznose između 6 i 30 m/s. Često se formira tijekom noći i postiže maksimum u ranim jutranjim satima. Tada se naziva i noćna mlazna struja (eng. *nocturnal jet*). Mnogi znanstvenici različito definiraju NMS. Tako neki zahtijevaju brzinu vjetra veću od zadane brzine (12, 16 ili 20 m/s) ispod određene visine (1000, 1500 ili 2000 m), dok drugi zahtijevaju da su brzine supergeostrofičke. Može se reći da se NMS javlja kada u najnižih 1500 m atmosfere postoji maksimum brzine vjetra koji je bar za 2 m/s veći od brzine vjetra iznad njega (Stull, 1988).

U posljednje vrijeme se posebna pažnja posvećuje modeliranju stabilnih graničnih slojeva, osobito onih nagnutih, koje karakterizira perzistentno katabatičko strujanje. Takvo strujanje nastaje kad se zrak blizu nagnute površine ohladi više nego zrak na istoj nadmorskoj visini na nekoj udaljenosti od površine. Naziva se još i težinski vjetar (eng. *drainage wind*), silazni vjetar ili vjetar obronka.

Aдекватno modeliranje nagnutih, stabilnih graničnih slojeva zahtijeva finiju rezoluciju u numeričkim modelima. Time se progresivno gube horizontalne kopnene površine i dovodi u pitanje upotreba Monin-Obukhove (MO) duljine za parametризacije graničnog sloja.

U ovom će se diplomskom radu objasniti nedostaci klasične MO teorije i predložiti novi oblik duljine za skaliranje prizemnog sloja u SGS-u.

## 1.1 Teorija sličnosti i Monin-Obukhova duljina

Za modeliranje različitih procesa u AGS-u potrebno je pravilno opisati turbulentne tokove u prizemnom sloju. Prizemni ili površinski sloj je donji dio AGS-a i iznosi  $\sim 10\%$  ukupne visine graničnog sloja. Debljina mu ovisi o statičkoj stabilnosti i održava se samo vertikalnim prijenosom impulsa i topline preko turbulentnih vrtloga.

Za opis turbulentnih tokova u prizemnom sloju koristi se teorija sličnosti (eng. *similarity theory*). To je empirijska metoda pronalaženja univerzalnih odnosa između varijabli koje su bezdimenzionirane korištenjem odgovarajućih koeficijenata skaliranja. Bezdimenzionalne grupe varijabli se nazivaju Pi grupe, a određene su dimenzionalnom analizom koja se naziva Buckingham Pi teorija. Metode sličnosti su vrlo korisne u AGS-u gdje se zbog kompleksnosti turbulentnih procesa ne mogu dobiti točna rješenja egzaktnih jednažbi (npr. Stull, 1988).

Jedna od najpoznatijih i najviše korištenih teorija sličnosti je MO teorija, razvijena za prizemni sloj iznad horizontalno homogene površine. MO teorija sličnosti opisuje sva svojstva strujanja fluida u prizemnom sloju kao funkciju bezdimenzijskog parametra  $\frac{z}{L}$ , gdje je  $z$  visina iznad tla (podloge), a  $L$  je MO duljina. Tako se npr. srednje smicanje vjetra (eng. *mean wind shear*) može opisati kao:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \cdot \frac{kz}{u_*} = \phi_m\left(\frac{z}{L}\right),$$

gdje je  $\phi_m\left(\frac{z}{L}\right)$  univerzalna funkcija sličnosti,  $u_*$  brzina trenja (karakteristična skala turbulentne brzine, obično između 0.1 i 0.9 m/s) te  $k (= 0.4)$  von Karmanova konstanta. Ekvivalentan izraz se dobiva i za potencijalnu temperaturu:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \cdot \frac{kz}{\theta_*} = \phi_h\left(\frac{z}{L}\right),$$

gdje je  $\bar{\theta}$  srednjak potencijalne temperature, a  $\theta_*$  karakteristična turbulentna skala potencijalne temperature. MO teorija ne definira oblik funkcija sličnosti, već se on određuje teorijski ili najčešće empirijski.

Funkcije sličnosti za stabilni prizemni sloj imaju sljedeći oblik:

$$\phi_m = 1 + 4.7 \cdot \frac{z}{L},$$

$$\phi_h = 0.74 + 4.7 \cdot \frac{z}{L}.$$

Posljednja dva izraza su poznata pod nazivom *Businger-Dyer tok-profil veza*, zato jer povezuju gradijente srednjih stanja s tokovima  $u_*$  i  $\theta_*$  (npr. Stull, 1988). Inače,  $\phi_m$  i  $\phi_h$  će biti tako definirane da su jednake jedinici za neutralno stratificirani prizemni sloj. Dakle, one će na određeni način ocjenjivati odstupanje od neutralnog prizemnog sloja te pripadni utjecaj na turbulentne vertikalne tokove. Sada će se izvesti izraz za MO duljinu i objasniti njeno značenje.

### 1.1.1 Monin-Obukhova duljina, horizontalni turbulentni sloj

Monin-Obukhova duljina se koristi kao parametar skaliranja u prizemnom sloju. Potječe iz teorije sličnosti, ali se može izvesti i iz jednadžbe za turbulentnu kinetičku energiju ( $TKE = \bar{e}$ ), i taj izvod je ovdje napravljen. TKE je mjera inteziteta turbulencije i vezana je za produkciju, gušenje te turbulentni transport impulsa, topline i vlage kroz AGS. Na TKE jednadžbi se, osim MO duljine, temelje i drugi parametri skaliranja kao i bezdimenzionalni članovi.

Jednadžba ima oblik:

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} = -\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} - \frac{\partial(\overline{w'e})}{\partial z} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial(\overline{w'p'})}{\partial z} - \epsilon. \quad (1.1)$$

U jednadžbi (1.1) je pretpostavljena horizontalna homogenost (tj.  $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$ ) i zanemarena je subsidencija ( $\bar{w} = 0$ ), gdje  $\bar{(\ )}$  predstavlja vremenski srednjak meteoroloških polja. Prvi i drugi član na desnoj strani jednadžbe (1.1) su dinamičko-mehanički pokretači turbulencije, a treći član je termičko-uzgonski pokretač (za labilnu stratifikaciju) ili potrošač (za stabilnu stratifikaciju) TKE. Četvrti član je divergencija vertikalnog turbulentnog toka, a peti član predstavlja transport zbog korelacije turbulentnih fluktuacija tlaka i vertikalne brzine. Posljednji član predstavlja viskoznu disipaciju (npr. Stull, 1988).

Kako se MO duljina definira kao visina gdje se dinamičko-mehaničko generiranje turbulencije približno izjednačuje s termičko-uzgonskim doprinosom generiranju ili gušenju turbulencije, zanemaruju se svi članovi u (1.1), osim prvog i trećeg.

Tada za  $z = L$  mora vrijediti:

$$\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{g}{\bar{\theta}} \overline{w'\theta'}. \quad (1.2)$$

Ako se bezdimenzionira smicanje na lijevoj strani (1.2) (kao  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \cdot \frac{kz}{u_*} = 1$ ) dobiva se:

$$\overline{u'w'} \frac{u_*}{kL} = \frac{g}{\bar{\theta}} \overline{w'\theta'}, \quad (1.3)$$

iz čega proizilazi izraz za MO duljinu:

$$L = -\frac{\bar{\theta}}{gk} \cdot \frac{u_*^3}{\overline{w'\theta'}} \quad [m], \quad (1.4)$$

gdje je brzina trenja definirana kao  $u_* = (-\overline{u'w'})^{\frac{1}{2}}$ . Iz dobivenog izraza vidi se da  $L$  sadrži dva moguća faktora generiranja trubulencije. Kako predznak ovisi samo o turbulentnom toku topline, tj. o  $\overline{w'\theta'}$ , slijedi da:

$$\begin{aligned} &< 0 && \text{labilna stratifikacija} \\ L &= \infty && \text{neutralna stratifikacija} \\ &> 0 && \text{stabilna stratifikacija} \end{aligned}$$

Može se definirati bezdimenzionalna visina (koja se još naziva i parametar stabilnosti):

$$\varsigma = \frac{z}{L},$$

te vrijedi:

$$\begin{aligned} &< 0 && \text{labilna stratifikacija} \\ \varsigma &= 0 && \text{neutralna stratifikacija} \\ &> 0 && \text{stabilna stratifikacija.} \end{aligned}$$

Ako se temperaturni tok bezdimenzionira s  $u_*$ , vrijedi :

$$\theta_* = -\frac{\overline{w'\theta'}}{u_*}$$

Nakon uvrštavanja u (1.4), dobiva se drugi oblik za  $L$ :

$$L = \frac{\bar{\theta}}{gk} \cdot \frac{u_*^2}{\theta_*}. \quad (1.5)$$

MO duljina dobro opisuje razvoj horizontalnog prizemnog sloja, no ne vrijedi pri dovoljno velikom nagibu terena i značajnoj stratifikaciji. Problemi s primjenom MO duljine za parametrizacije SGS-a i mogući način rješavanja nedostataka će biti detaljnije obrađeni u poglavlju 3.

## 1.2 Prandtlov model, nagnuti turbulentni sloj

Klasični Prandtlov model je jednostavan analitički model, koji opisuje strujanje formirano nad ohlađenom kosinom (ili anabatičko strujanje nad grijanom kosinom). Predstavlja ravnotežu između uzgonske sile i turbulentnog trenja. Vrijedi hidrostatička i Boussinesqova aproksimacija, a gradijenti brzine, gustoće i topline su okomiti na kosinu.

Jednadžbe gibanja i termodinamike glase (npr. Grisogono i Belušić, skripta 2008):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g \frac{\theta}{\theta_0} \sin(\alpha) - \frac{\partial(\overline{w'u'})}{\partial z} \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\gamma u \sin(\alpha) - \frac{\partial(\overline{w'\theta'})}{\partial z} \quad (1.7)$$

Rubni uvjeti su:

$$\theta(z = 0) = C, \quad u(z = 0) = 0 \quad (1.8)$$

$$\theta(z \rightarrow \infty) = u(z \rightarrow \infty) = 0 \quad (1.9)$$

Ovdje je z-os okomita na površinu (x-os), koja je nagnuta za mali kut  $\alpha$  od horizontale, zbog čega je provedeno zakretanje horizontalnog koordinatnog sustava i dobiven je novi sustav<sup>1</sup>. U (1.6) i (1.7)  $\theta$  je perturbacija potencijalne temperature,  $u$  komponenta vjetra niz kosinu,  $\theta_0$  referentna potencijalna temperatura,  $\gamma$  vertikalni gradijent potencijalne temperature koji je zadržan iz nezarotiranog sustava, a  $\overline{w'u'}$  i  $\overline{w'\theta'}$  su turbulentni tokovi impulsa i topline parametrizirani preko K-teorije. K-teorija se zasniva na pretpostavci da se turbulentni vrtlozi ponašaju slično molekularnoj difuziji i da je turbulentni tok danog polja proporcionalan gradijentu srednjeg stanja (npr. Holton, 2004).

---

<sup>1</sup>Transformacija je izvedena u npr. Denby (1999) i Stiperski i sur. (2007)

Tada su turbulentni tokovi topline i impulsa opisani na sljedeći način:

$$\overline{w'\theta'} = -K_h \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}, \quad (1.10)$$

$$\overline{w'u'} = -K_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad (1.11)$$

gdje je  $K_h$  koeficijent turbulentne difuzije za toplinu (dalje u tekstu se označava kao  $K$ , naziva se još i vrtložna konduktivnost), a  $K_m$  je koeficijent turbulentne difuzije za količinu gibanja. Definira se još i turbulentni Prandtlov broj kao  $Pr = \frac{K_m}{K}$ , pa se u jednadžbi (1.11) umjesto  $K_m$  može pisati  $KPr$ . Rubni uvjeti su da nema vjetra na tlu ('no slip'), temperaturna perturbacija na tlu je konstantna ( $C < 0$  za katabatički vjetar) i svi poremećaji trnu za proizvoljno veliku visinu.

U stacionarnom klasičnom modelu su lijeve strane jednadžbi (1.6) i (1.7) nula i pretpostavlja se da su  $K$  i  $Pr$  konstantni. Ravnoteža je određena balansom između negativnog uzgona i trenja (za impuls), te vertikalnog temperaturnog gradijenta, tj. adijabatičkog hlađenja ili grijanja i turbulentne razmjene temperature (za toplinu).

Rješavanjem stacionarnog Prandtlovog modela uz dane rubne uvjete i pretpostavke, dobiva se linearna obična diferencijalna jednadžba 4. reda. Ovdje se navodi samo za  $\theta$  (analogno je za  $u$ ):

$$\frac{d^4 \theta}{dz^4} + N^2 \frac{\sin^2(\alpha)}{Pr K^2} \theta = 0, \quad (1.12)$$

gdje je  $N^2 = \frac{g\gamma}{\theta_0}$  kvadrat uzgonske (Brunt – Väisälä) frekvencije.

Konačno rješenje (za  $u$  i  $\theta$ ) glasi:

$$\theta_s = C \exp\left(-\frac{z}{h_p}\right) \cos\left(\frac{z}{h_p}\right), \quad (1.13)$$

$$u_s = -\frac{CK\sigma^2}{\gamma \sin(\alpha)} \exp\left(-\frac{z}{h_p}\right) \sin\left(\frac{z}{h_p}\right), \quad (1.14)$$

gdje je  $h_p = \frac{\sqrt{2}}{\sigma}$  karakteristična visina Prandtlovog sloja, a  $\sigma = \left[\frac{N \sin(\alpha)}{KPr^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}}$  je pripadni karakteristični 'valni broj'. Indeks 's' označava stacionarno rješenje za

temperaturu i vjetar. Iz ovih relacija se procijenjuju  $u_*$  i  $\theta_*$  koji su potrebni za proračun prizemnih turbulentnih tokova. Također se može izračunati i visina NMS i taj se izraz navodi u poglavlju 3.

Klasični Prandtllov model se najviše koristi zbog svoje jednostavnosti i sadržajnosti. Analitičko rješenje sadrži sve bitne osobine jednostavnog katabatičkog strujanja, što čini model odgovarajućim alatom u proučavanju utjecaja raznih faktora na katabatička strujanja kao i za njihovu parametrizaciju. Nedostaci su nemogućnost dobrog opisivanja oštih vertikalnih gradijenata temperature i vjetra koji se često opažaju u prizemnom sloju.

Posljednjih nekoliko godina se radi na modifikaciji Prandtlvog modela. Grisogono i Oerlemans (2001a,b) uvode u Prandtllov model varijabilnost vrtložne difuzivnosti s visinom, tj. dozvoljavaju da  $K(z) > 0$  sporo varira. To znači da vertikalna karakteristična skala od  $K$  mora biti barem malo veća od vertikalnih skala perturbacija  $(u, \theta)$ . U tom slučaju vrijedi WKB metoda<sup>2</sup>. Jedan od mogućih oblika za varijabilni  $K$  je:

$$K(z) = K_{max} \frac{\sqrt{e}}{h} z \exp\left(-\frac{z^2}{2h^2}\right),$$

gdje je  $h$  visina od  $max(K) = K_{max}$  i  $h$  mora biti iznad NMS i najjačeg dijela prizemne inverzije (što je u skladu s pretpostavkom WKB metode da  $K$  mora varirati postupnije od  $u$  i  $\theta$ ). Stiperski i sur. (2007) daju još jednu modifikaciju klasičnog modela uvođenjem Coriolisovog člana i druge komponente vjetra ( $v$ ), uz pretpostavku da je  $K$  konstantan.

U ovom radu će se Prandtlvim modelom pokušati poboljšati formulacija MO duljine za nagnute hladne prizemne slojeve.

---

<sup>2</sup>Prema Wentzel, Kramers i Brillouin

## Poglavlje 2

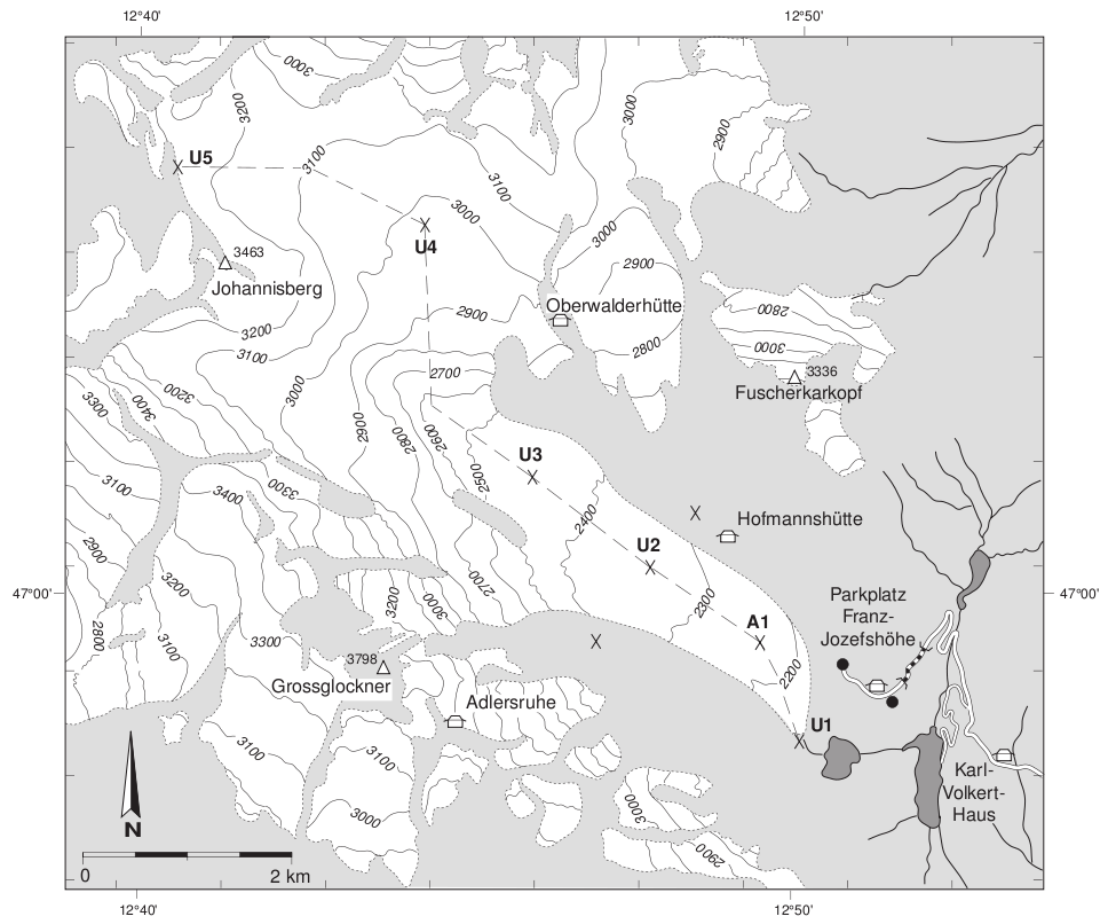
# Podaci - usporedba mjerenja i analitike

Već od ranije je poznato da nad ledenjacima za neporemećena vremena dolazi do formacije plitkog, katabatičkog strujanja. Takvo strujanje nastaje jer je površina na temperaturi taljenja ( $0^{\circ}\text{C}$ ) i kao takva niža od temperature okolnog zraka, pa se zrak blizu površine hladi i počinje strujati niz ledenjak. Nastaje površinski temperaturni deficit,  $C$ , koji se definira kao razlika između temperature površine i temperature iznad katabatičkog sloja linearno ekstrapolirane do površine. Taj deficit predstavlja forsiranje katabatičkog sloja, jer što je on veći to će i katabatički vjetar biti jači (kao u (1.14)). Katabatički vjetar iznad ledenjaka naziva se još i ledenjački vjetar (eng. *glacier wind*). Za razliku od ove vrste katabatičkog vjetra, katabatičko strujanje iznad Antarktika i Grenlanda je primarno uzrokovano radijacijskim deficitom. U ovakvim uvjetima je smicanje vjetra jedini mehanizam koji uzrokuje turbulenciju, a stabilna okolina vezana za negativni uzgon tada djeluje kao ponor turbulencije.

Katabatičko strujanje nad ledenjacima pokreće turbulentnu razmjenu impulsa i topline između atmosfere i površine leda, pa je bitno što bolje razumjeti i opisati njegova svojstva. Stoga su provedeni brojni meteorološko-glaciološki eksperimenti kako na području Antarktika i Grenlanda, tako i na manjim, dolinskim ledenjacima. Dolinski ledenjaci su bitni jer brže reagiraju na promjene u toplinskim tokovima nego velike ledene mase, kao što je npr. Grenland. Ponekad se ledenjaci slikovito nazivaju i "barometrima klimatskih promjena". Jedan takav eksperiment se dogodio u ljeto 1994. godine na Pasterze ledenjaku u Austriji. Pasterze je dio

lanca Visoke Ture u istočnom dijelu Alpa i najduži je iz Glocknegrupe ledenjaka, nazvanih tako po Grossglockneru, najvišoj planini u Austriji (3798 m). Eksperiment je poznat pod nazivom PASTEX (PASTERze EXperiment), a trajao je od 15.7.-16.8.1994. (Smeets i sur., 1998).

Sljedeća slika prikazuje kartu ledenjaka i položaj svih mjernih stanica (A1 te U1 do U5) tijekom eksperimenta.



Slika 2.1: Karta Pasterze ledenjaka i okolice. Prikazane su sve mjerne postaje (crtkana linije). Slika je preuzeta iz Smeets i sur., 1998.

## 2.1 Analiza podataka s Pasterze ledenjaka

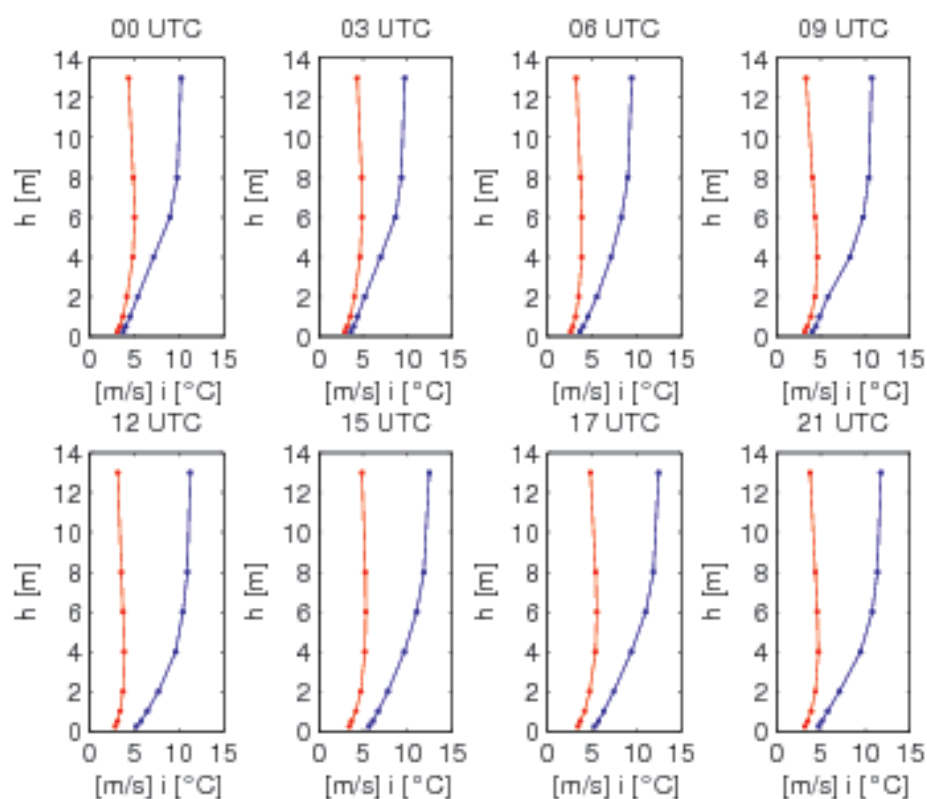
U ovom diplomskom radu su korišteni podaci s tornja mjerne postaje A1, gdje su na 8 nivoa mjereni temperatura, vjetar i relativna vlažnost (0.25, 0.5, 1, 2, 4, 6, 8 i 13 m). Postaja se nalazi na nadmorskoj visini od 2205 m, i nagib ledenjaka na

tom mjestu je  $\sim 5^\circ$ . Na raspolaganju su još i balonska mjerenja za prvih 500 m atmosfere.

Mnogi znanstvenici su proučavali karakteristike SGS-a iznad Pasterza. Tako Van Den Broeke (1997) piše da se tijekom PASTEX-a može razlučiti više tipova vremena. Za razdoblje od 8. do 20.7. su karakteristični jaki sinoptički vjetrovi i niske temperature. Razlika u potencijalnoj temperaturi između mjernih stanica je mala, što je indicacija slabog ili nikakvog katabatičkog vjetra. Za razdoblje neporemećena vremena (23.7.-3.8.1994.) zabilježena je velika razlika u temperaturi, što ukazuje na dobro razvijeni katabatički vjetar. Tada je utjecaj sinoptičkog strujanja bio malen i u 96 % slučajeva je zabilježen niski maksimum brzine vjetra ( $< 13$  m). Prosječna visina niske mlazne struje je iznosila 4.7 m, a maksimalna brzina 4.5 m/s.

Smeets i sur. (1998) su odvojeno proučavali periode s maksimalnom brzinom vjetra ispod i iznad 13 m. Za 18 % slučajeva je zabilježen katabatički vjetar s maksimalnom brzinom iznad 13 m, i pod značajnim utjecajem sinoptičkog strujanja. Tada su maksimum vjetra i temperaturna inverzija zabilježeni na 30 m. Maksimum vjetra ispod 13 m je zabilježen u 63 % slučajeva.

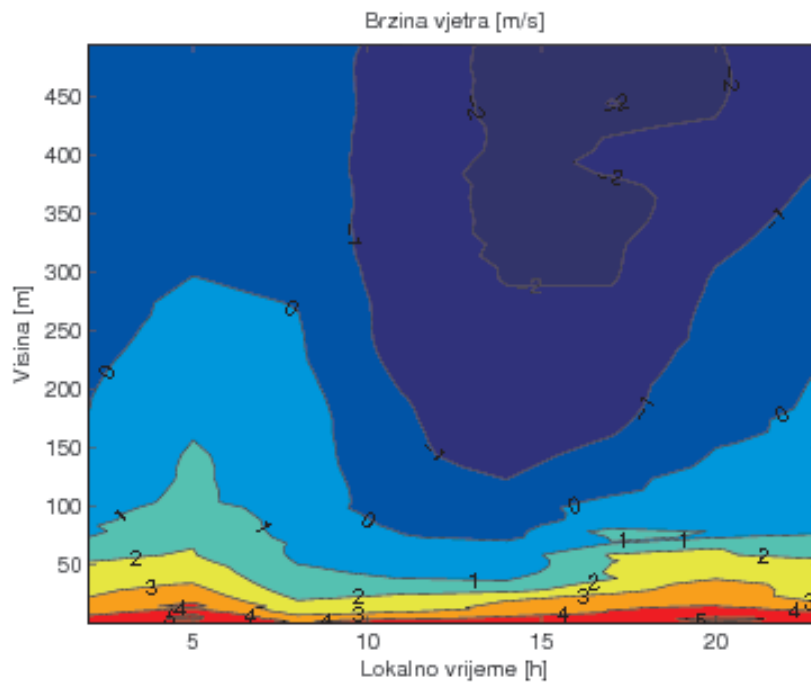
Za ovaj diplomski rad su iskorišteni podaci za 27.7.1994., koji spadaju u razdoblje sa slabim sinoptičkim strujanjem. Podaci s tornja su prikazani na slici (2.2). Maksimalna brzina vjetra je na 4 i 6 m. Niska katabatička struja zraka je uronjena u plitku jaku temperaturnu inverziju nad ledenjakom. Tijekom dana temperatura je porasla samo za nekoliko stupnjeva, pa se primjećuje i lagano povećanje brzine vjetra. Može se reći da je popodnevni maksimum vjetra povezan s temperaturom zraka, koja u to vrijeme dostiže svoj maksimum.



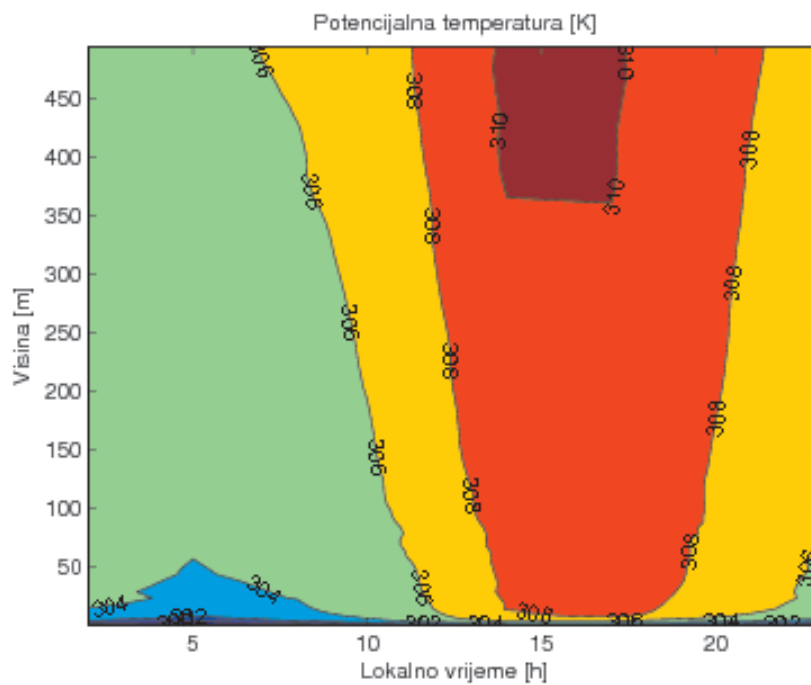
Slika 2.2: Mjereni profili temperature (plava) i vjetra (crvena) na Pasterze ledenjaku, Austrija za 27.7.1994. Prikazani su 30-min srednjaci za svaka 3 sata izmjereni na malom meteorološkom tornju.

Na slikama (2.3) i (2.4) je prikazan vertikalni presjek za brzinu vjetra i potencijalnu temperaturu. Iznad sloja katabatičkog vjetra se uočava utjecaj planinsko-dolinske cirkulacije.

Vidi se duboki sloj uzlaznog strujanja (dolinski vjetar) i malo plići sloj silaznog strujanja (planinski vjetar) koji u noćnim satima međudjeluje s katabatičkim vjetrom. Katabatičko strujanje ima maksimalnu brzinu vjetra u poslijepodnevним satima i kasno po noći (slika (2.3)). Pozitivne vrijednosti označavaju silazno strujanje.



Slika 2.3: Vertikalni presjek za brzinu vjetra na postaji A1 Pasterze ledenjaka, za neporemećen ljetni dan (27.7.1994.). Lokalno vrijeme (eng. *Local Time*, LT) za Pasterze je UTC + 2 h. Pozitivne vrijednosti označavaju silazno strujanje.



Slika 2.4: Isto kao na slici (2.3) samo za potencijalnu temperaturu.

Van Den Broeke (1997) smatra da je noćni maksimum povezan sa silaznim tokom koji nastaje zbog planinske cirkulacije, tj. zbog strujanja koje nastaje iznad područja bez leda i koje međudjeluje s katabatičkim vjetrom. Također navodi da taj maksimum vjerojatno nije povezan s radijacijskim ohlađivanjem jer površina leda cijelo vrijeme ostaje na temperaturi taljenja.

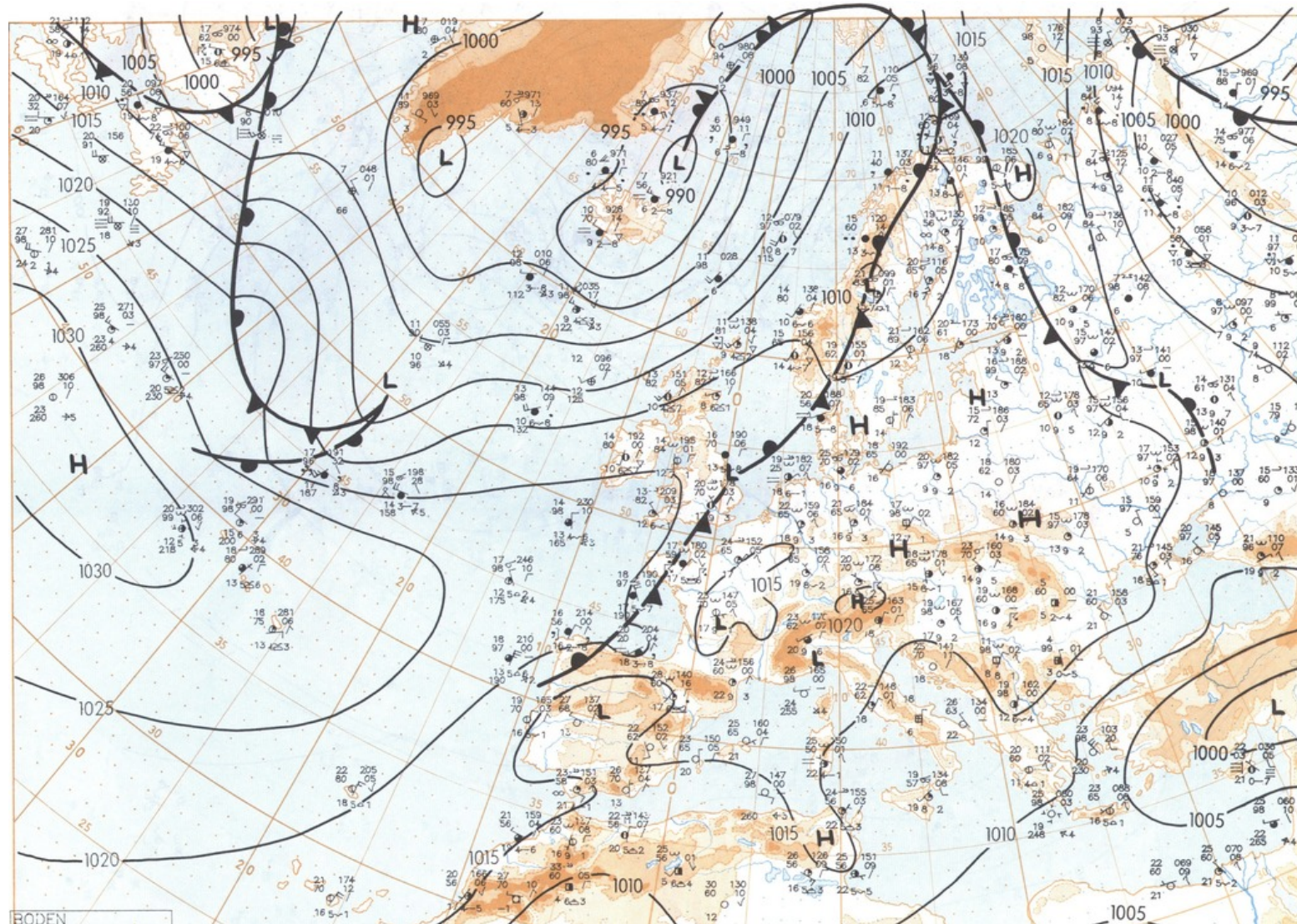
Maksimum vjetra u popodnevnim satima je posljedica temperaturne razlike između površine ledenjaka i okolne atmosfere kao i oslabljene cirkulacije dolinskog vjetra. Tada temperatura zraka dostiže svoj maksimum, pa je i temperaturni deficit najveći (slika (2.4)). Ostali detalji lokalnog strujanja za promatrani period bi se mogli dalje proučavati jedino detaljnim numeričkim simulacijama.

## 2.2 Sinoptička situacija

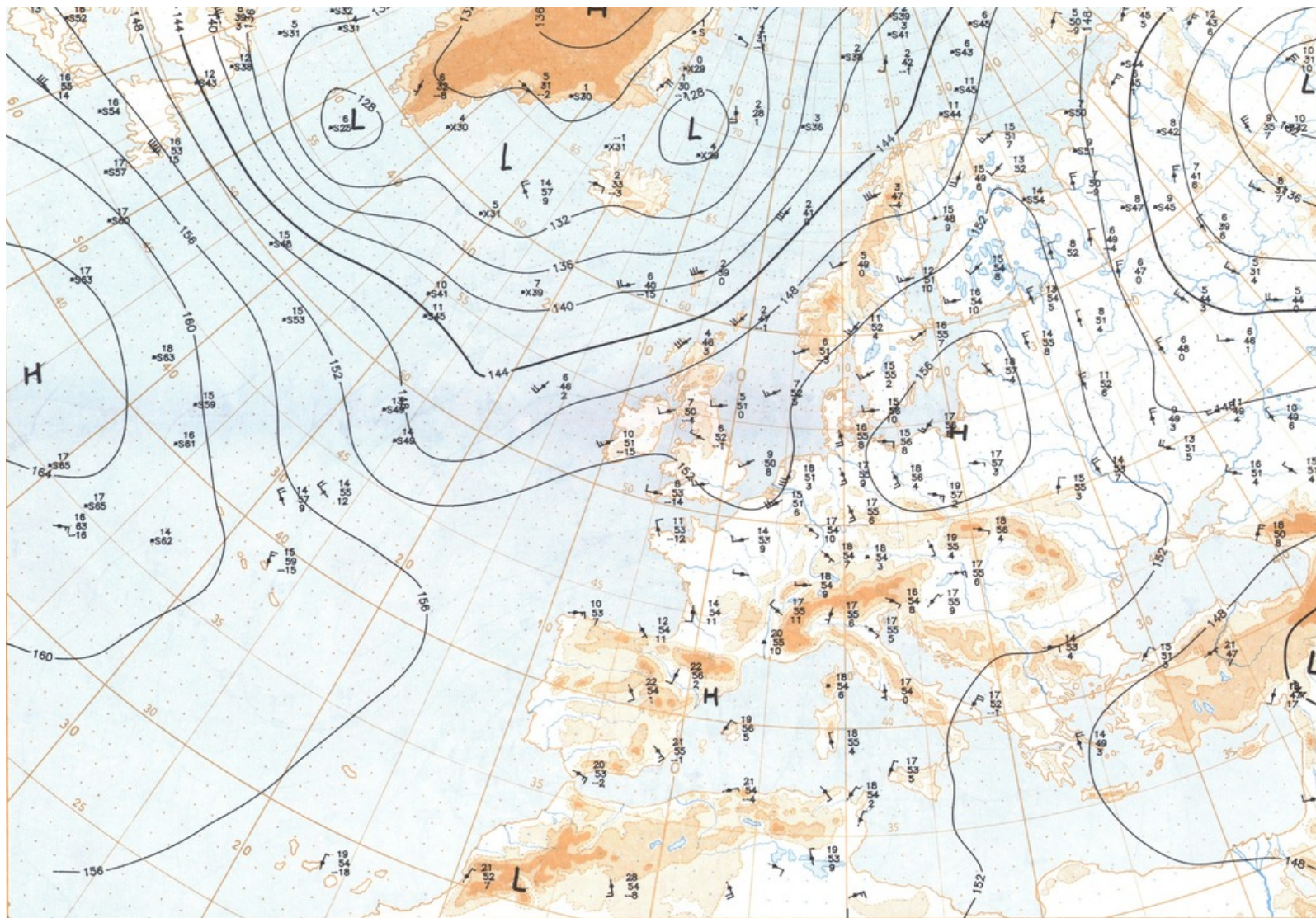
Sinoptička situacija nad Europom za promatrani dan je prikazana na slikama (2.5) i (2.6). U to doba je područje središnje Europe bilo pod utjecajem polja visokog tlaka zraka koji podržava stabilno vrijeme. Frontalni sustavi su se nalazili nad Britanskim otočjem.

To se također može vidjeti i na drugoj slici koja prikazuje apsolutnu topografiju izobarne plohe  $p = 850$  hPa. Geopotencijal je dan u geopotencijalnim dekametrima (gpdkm), a nad središnjom Europom izobarna ploha ima vrijednosti geopotencijala između 154 i 156 gpdkm.

Uočava se bezgradijentno polje tlaka nad većim dijelom zapadne i središnje Europe, što omogućava formiranje katabatičkog strujanja nad Pasterze ledenjakom.



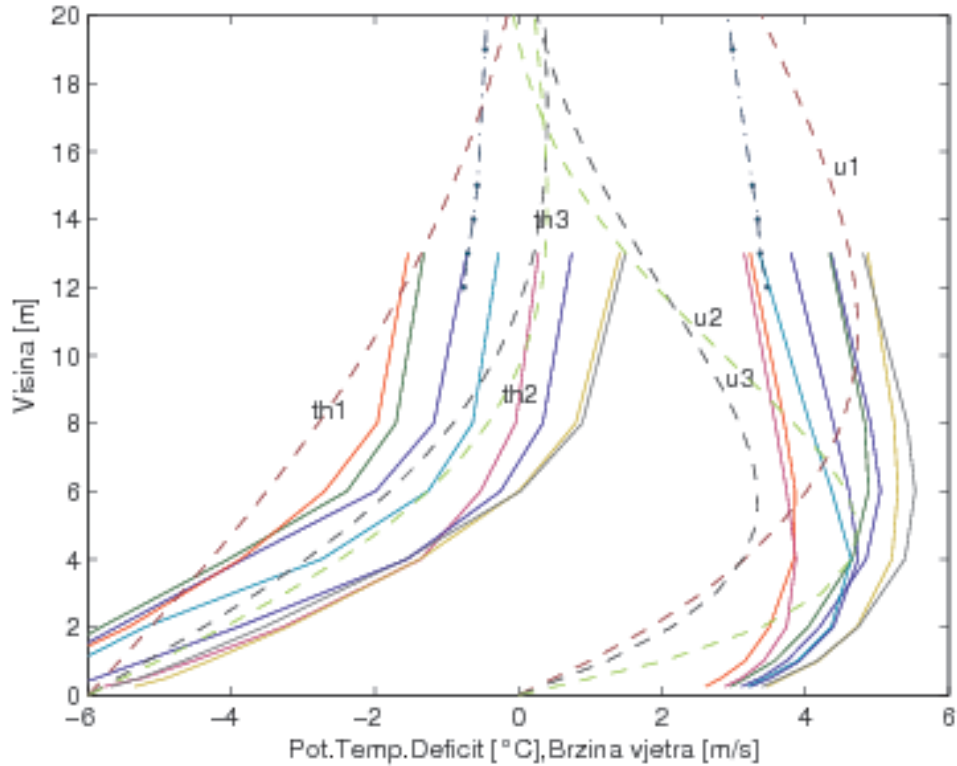
Slika 2.5: Prizemna sinoptička karta za 27.7.1994. u 00 UTC.



Slika 2.6: Sinoptička karta na 850 hPa plohi za 27.7.1994. u 12 UTC.

## 2.3 Usporedba mjerenja s Prandtlovim modelom

Slika (2.7) prikazuje katabatičko strujanje, pri čemu su uspoređeni podaci s Pasterza s analitičkim rješenjem Prandtlovog modela. Prikazana su tri profila za različite, ali konstantne vrijednosti difuzivnosti  $K$  i Prandtlovog broja  $Pr$ . Tako je za profil 1 difuzivnost  $K = K_h = 0.06 \text{ m}^2/\text{s}$ , a za profil 2 i 3  $K = 0.012 \text{ m}^2/\text{s}$ . Prandtlov broj za profile 1 i 2 je  $Pr = 2$ , a za profil 3  $Pr = 4$ . Za sva tri profila je vertikalni temperaturni gradijent  $\gamma = 3 \text{ K km}^{-1}$ , nagib plohe  $\alpha = 5^\circ$ , površinski temperaturni deficit  $C = -6^\circ\text{C}$  i referentna potencijalna temperatura  $\theta_0 = 273.15 \text{ K}$ . Na ovaj način su se pokušali subjektivno pogoditi prikladni parametri Prandtlovog modela koji bi najbolje opisali izmjereno strujanje. Može se vidjeti da veći Prandtlov broj daje veće gradijente brzina, te da profil 1 najlošije opisuje izmjereno strujanje.



Slika 2.7: Primjer katabatičkog strujanja. Deficit potencijalne temperature  $\theta$  (th na slici) i brzina vjetra  $u$  za set podataka iz PASTEX-a (Austrija, 27.7.1994., 30-min srednjaci za svaka 3 sata, pune linije) i analitičko rješenje ( $K = konst.$ , crtkane linije). Crtkane linije s točkicama su balonska mjerenja. Parametri analitičkog modela su opisani u tekstu.

## Poglavlje 3

# Modifikacija Monin-Obukhove duljine

Do sada su se analize MO teorije uglavnom odnosile na AGS iznad horizontalnih područja i neutralno stratificirani prizemni sloj. No, u uvjetima vrlo stabilne stratifikacije ponašanje graničnog sloja može znatno odstupati od onoga što MO teorija predlaže. Prema Mahrtu (1998) klasična teorija sličnosti podcjenjuje turbulenciju u SGS-u, što dovodi do pretjeranog prizemnog ohlađivanja u numeričkim modelima za AGS. Podcjenjivanje toplinskog toka u modelima uzrokuje jače ohlađivanje površine i stabilizaciju zraka tik uz površinu što dodatno smanjuje turbulenciju i miješanje toplijeg zraka. Ovi povratni (eng. *feedback*) mehanizmi tada mogu dovesti do nerealno jakog ohlađivanja površine i totalnog poniranja turbulencije.

Parmhed i sur. (2004) su ponudili razloge zašto MO teorija ne vrijedi. Jedan od njih je nagib plohe. Klasična teorija se zasniva na pretpostavci da sila uzgona djeluje samo u vertikali, no sada zbog nagiba uzgon djeluje i na kvazi-horizontalnu komponentu jednadžbe gibanja (tj. niz padinu). Negativan uzgon ujedno predstavlja i pogonsku silu za katabatičko strujanje. Drugi razlog je izražena NMS, smještena na samo nekoliko metara iznad površine ( $z_j \sim 5\text{ m}$ ), što može biti niže od MO duljine ( $z_j < L$ ).

Zilitinkevich i Calanca (2000) predlažu alternativnu teoriju sličnosti, u kojoj osim uzgonskog toka uvažavaju i efekte statičke stabilnosti slobodne atmosfere na formiranje SGS-a. Skaliranje prizemnog sloja se u ovom slučaju proširuje bezdimenzionalnim brojem

$$S = \frac{NL}{u_*}, \quad (3.1)$$

koji pokazuje koliki je utjecaj stabilnosti slobodne atmosfere na prizemni sloj (što je  $S$  veći, to je važniji ovaj efekt). U jednadžbi (3.1)  $L$  je MO duljina, dok je omjer  $L_N = \frac{u_*}{N}$  još jedna skala duljine bazirana na uzgonskoj frekvenciji.

U katabatičkom strujanju glavni mehanizam generiranja turbulencije je smicanje oko NMS. U samom 'nosu' struje (tu je brzina maksimalna) je smicanje jednako nula, pa je i vertikalna izmjena impulsa praktički nula. Odatle slijedi da će lokalna karakteristična skala brzine  $u_*$ , kao i lokalna MO duljina, biti jednake nuli u samom maksimumu NMS-e.

Mogu se usporediti  $L$  i  $z_j$ , pri tom koristeći izraz za visinu NMS iz Prandtlovog modela. Kao što je već rečeno, na visini  $z_j$  je brzina vjetra maksimalna, što povlači da je tamo  $\frac{du}{dz} = 0$ . Dobiva se iz (1.14) diferenciranjem:

$$z_j = \frac{\pi}{4} \left( \frac{4K^2 Pr}{N^2 \sin^2 \alpha} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (3.2)$$

Definira se bezdimenzionalna veličina  $Br$ , na osnovi (1.4) i (3.2), kao:

$$Br = \left( \frac{L}{z_j} \right)^2 = \frac{8}{(k\pi)^2} \left| \sin(\alpha) \right| \left( \frac{Pr^5}{Ri^3} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.3)$$

gdje je  $Ri$  gradijentni Richardsonov broj koji se koristi za ocjenu stabilnosti u strujanju u kojem postoji vertikalno smicanje vjetra (dinamički faktor) i vertikalni gradijent potencijalne temperature (uzgonski faktor). Definiran je izrazom:

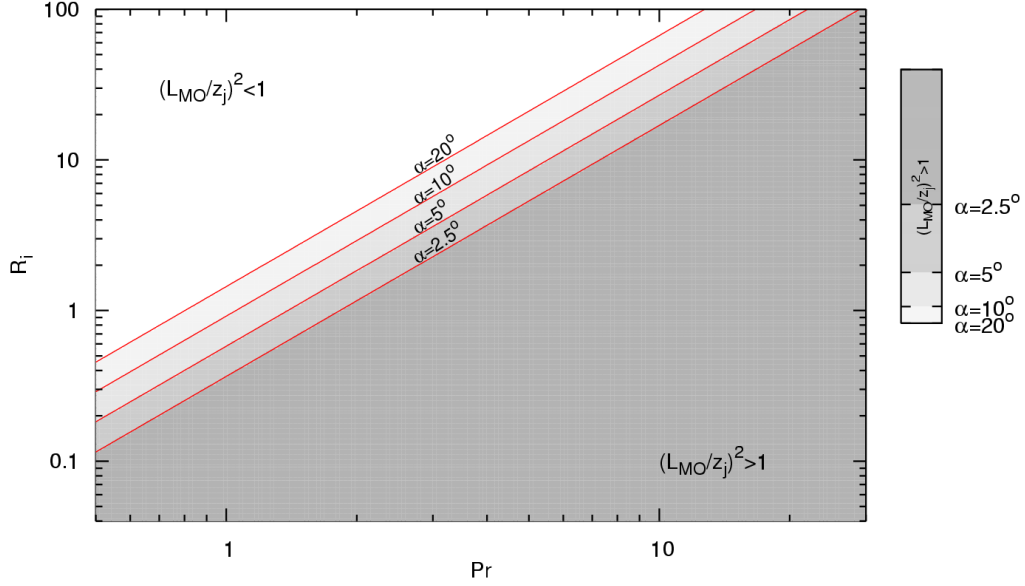
$$Ri = \frac{\frac{g\gamma}{\theta_0}}{\left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2}, \quad (3.4)$$

gdje je  $U$  srednja brzina vjetra, a ostale oznake su kao prije. Očito je da  $Ri$  ovisi o predznaku  $\gamma$ , tj. sloj atmosfere je statički stabilan za  $Ri > 0$ , neutralan za  $Ri = 0$  i nestabilan za  $Ri < 0$ .

Iz jednadžbe (3.3) se može primjetiti da klasična MO teorija vrijedi sve dok je nagib plohe jako mali (npr.  $\alpha < 5^\circ$ ) i  $Pr \approx Ri \sim 1$  jer je tada  $L < z_j$ , tj.  $Br < 1$  te se  $L$  može i dalje koristiti za skaliranje prizemnog sloja. No, za strmiji nagib plohe ( $\alpha \gtrsim 5^\circ$ ) i  $Pr > 1$  su stratificirana strujanja podložna jačem miješanju impulsa nego topline i tada može biti  $Br > 1$ . Za takva strujanja je  $L$  prevelika da bi pravilno opisala turbulentne procese u SGS-u (Grisogono i sur., 2007).

Sljedeća slika prikazuje log-log graf za omjer MO duljine i visine NMS, za četiri

različita nagiba plohe. Vidi se da vrijednosti za koje je  $Br > 1$  pripadaju donjem desnom dijelu grafa, te tada  $L$  više nije relevantna skala za prizemne turbulentne tokove. S povećanjem nagiba i jačanjem stratifikacije će i  $Br$  puno brže rasti, te se tada prizemni turbulentni tokovi trebaju skalirati sa  $z_j$ , a ne s  $L$ .



Slika 3.1: Log-log prikaz omjera Monin-Obukhove duljine i niske mlazne struje, tj.  $Br = (\frac{L}{z_j})^2$ , za četiri različita nagiba plohe. Kad je  $Br > 1$ ,  $L$  ne opisuje dovoljno dobro turbulentne tokove pa se oni tada trebaju skalirati sa  $z_j$ . Slika preuzeta iz Grisogono i sur., 2007.

Da bi se na jednostavan i pragmatičan način riješili problemi oko parametrizacije graničnog sloja, uvodi se nova duljina  $L_{mod}$  koja predstavlja proširenje MO teorije:

$$\frac{1}{L_{mod}} = \frac{a}{L} + \frac{b}{z_j}. \quad (3.5)$$

Iz činjenice da su turbulentni tokovi impulsa zanemarivi na visini  $z_j$  i definicije za  $L$  slijedi da se kod katabatičkog strujanja faktori generiranja turbulencije izjednačavaju na visini malo nižoj od same mlazne struje (tada je  $L \gg z_j$ ). Ta visina je upravo  $L_{mod}$  i ona predstavlja minimum između ove dvije duljine. Za očekivati je

da su vrijednosti od  $L_{mod}$  puno bliže visini NMS (ako je  $z_j < L$ ) jer ona diktira turbulentne procese u SGS-u. U slučaju da je  $L \leq z_j$  (ili  $L \sim z_j$ ) vrijedi klasična formulacija MO duljine.

Da bi se mogla opisati veza dana u (3.5), potrebno je izračunati parametre  $a$  i  $b$ . Metoda pomoću koje se dobivaju je ukratko objašnjena u sljedećem potpoglavlju.

### 3.1 Metoda najmanjih kvadrata

Neka postoji skup podataka  $(x_i, y_i)$ , gdje je  $i = 1, \dots, n$  broj mjerenja. Varijabla  $x_i$  se naziva nezavisna varijabla, dok je  $y_i$  procjenjena, zavisna varijabla čiju vrijednost potpuno određuje (ograničuje) vrijednost očitane, nezavisne varijable. Tada se pretpostavlja da vrijedi relacija:

$$y_i = a + bx_i, \quad (3.6)$$

čime je opisana linearna veza između varijabli. Može se reći da je linearna zavisnost poznata (određena) onda kada su poznati realni brojevi (parametri)  $a$  i  $b$ .

Metoda pomoću koje se određuju nepoznati parametri naziva se *metoda najmanjih kvadrata*. Zasniva se na načelu da suma kvadrata odstupanja između procjenjenih i opaženih vrijednosti bude najmanja, tj. ako se odstupanje definira kao  $D_i = y_i - (a + bx_i)$ , da suma  $D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2$  bude minimalna. To se može zapisati i kao:

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2 \implies \min. \quad (3.7)$$

Suma kvadrata odstupanja je minimalna kada vrijedi:

$$\frac{\partial f(a, b)}{\partial a} = 0 \text{ i } \frac{\partial f(a, b)}{\partial b} = 0.$$

Iz ovih uvjeta se dobivaju tzv. normalne jednačbe koje glase:

$$\sum_{i=1}^n xy_i - b \sum_{i=1}^n x_i^2 - a \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i - na = 0.$$

Rješavanjem ovog linearnog sustava jednadžbi dobivaju se konačni izrazi za parametre  $a$  i  $b$ :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (3.8)$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}. \quad (3.9)$$

Dobiveni pravac s jednadžbom  $y = a + bx$  se naziva regresijski pravac.

Za veličine u jednadžbi (3.5) se sada može pretpostaviti linearna veza, jer je  $L_{mod}$  određena visinom NMS, tj.  $z_j$ .

Uvođenjem supstitucija:

$$y = \frac{1}{L_{mod}} \text{ i } x = \frac{1}{z_j},$$

dobiva se linearna veza oblika  $y = A + bx$ , gdje je  $A = \frac{a}{L}$ . Uzimajući za  $L$  konstantnu vrijednost dobiva se da je parametar  $a = A \cdot L$ .

## 3.2 Rezultati i diskusija

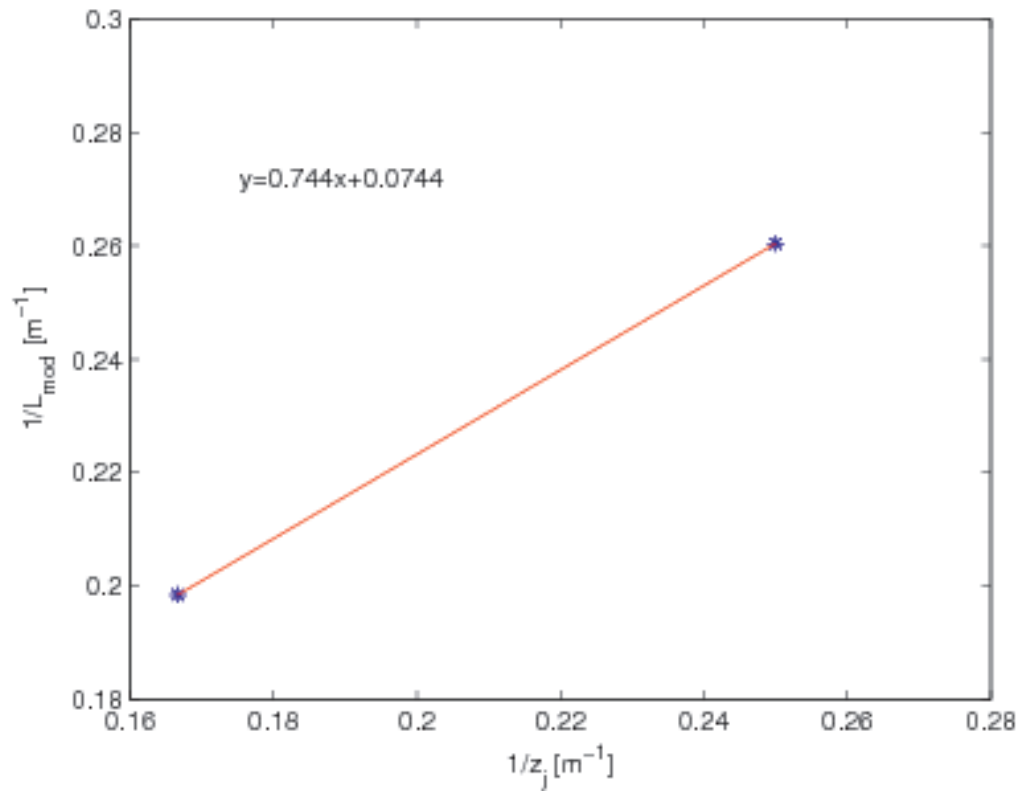
Visina NMS je očitana iz podataka za Pasterze ledenjak (27.7.1994.) i za 8 termina iznosi 4 i 6 m, tj. vrijednosti se ponavljaju. Za MO duljinu se uzima konstantna vrijednost (preuzeta iz Grisogono i Oerlemans, 2001b za iste podatke) koja iznosi 18 m.

Pretpostavlja se da je modificirana duljina varijabilna s visinom, ali da u prosjeku iznosi 90-95 % visine NMS. Ova pretpostavka vrijedi kada je  $L > ili \gg z_j$  što je za dane podatke i ispunjeno.

Sada slijede tri slučaja u kojima je opisana veza između  $z_j$  i  $L_{mod}$ , a parametri  $a$  i  $b$  dobiveni su iz (3.8) i (3.9). Mogao se izabrati i drugačiji odnos između  $z_j$  i  $L_{mod}$ , ali se smatra da ova tri slučaja najbolje opisuju dane podatke i zadovoljavaju pretpostavku.

## Prvi slučaj

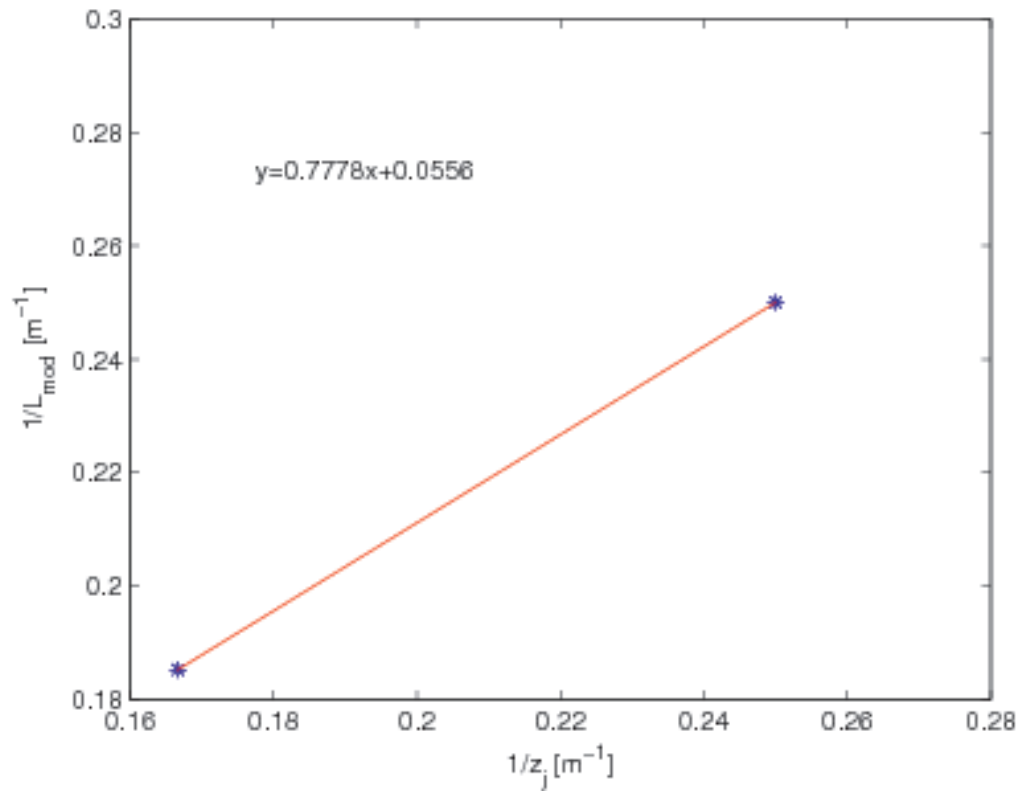
$$L_{mod} = 0.96 \cdot z_j \text{ za } z_j = 4 \text{ m i } L_{mod} = 0.84 \cdot z_j \text{ za } z_j = 6 \text{ m}$$



Slika 3.2: Grafički prikaz linearne veze između  $z_j^{-1}$  i  $L_{mod}^{-1}$ . Na grafu se vide samo dvije točke jer za 27.7.1994. visina  $z_j$  iznosi 4 i 6 m, tj. vrijednosti se ponavljaju za svaka 3 sata mjerenja. Parametri su dobiveni metodom najmanjih kvadrata i iznose:  $a = 1.3393$  i  $b = 0.744$ , a  $L_{mod} = 0.9 \cdot z_j$ .

## Drugi slučaj

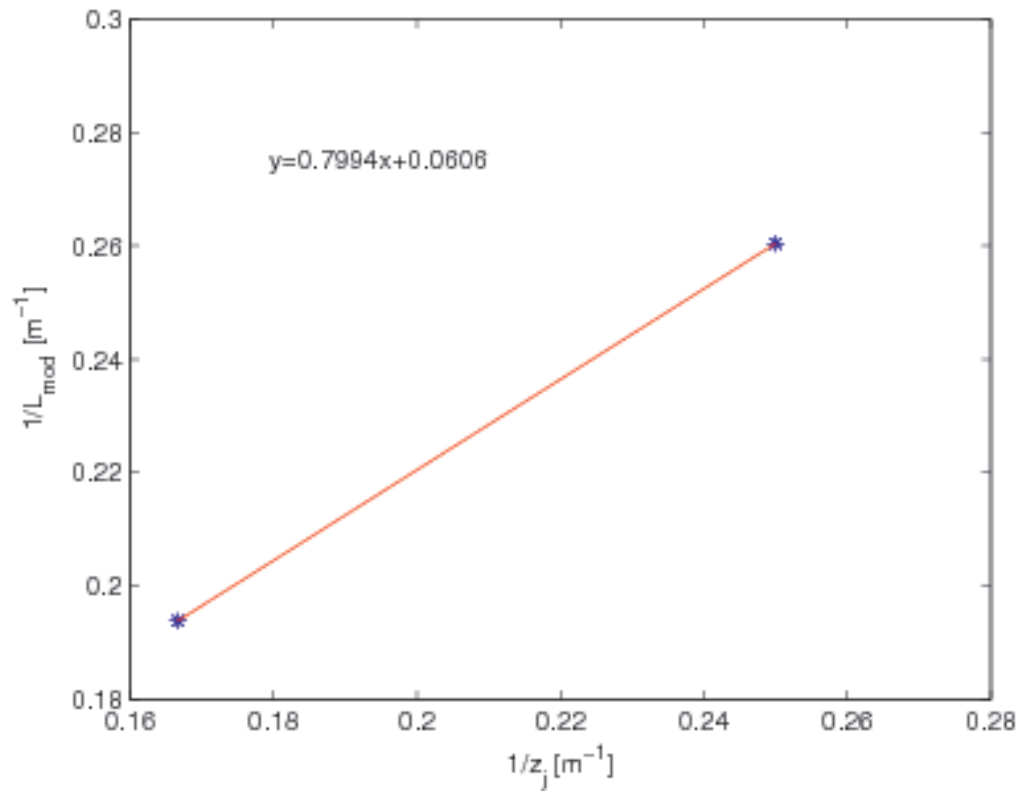
$L_{mod} = z_j$  **za**  $z_j = 4\text{ m}$  **i**  $L_{mod} = 0.9 \cdot z_j$  **za**  $z_j = 6\text{ m}$



Slika 3.3: Objašnjenje je isto kao za sliku (3.2). Za ovaj slučaj su dobiveni parametri  $a = 1$  i  $b = 0.7778$ , a u prosjeku je  $L_{mod} = 0.95 \cdot z_j$ .

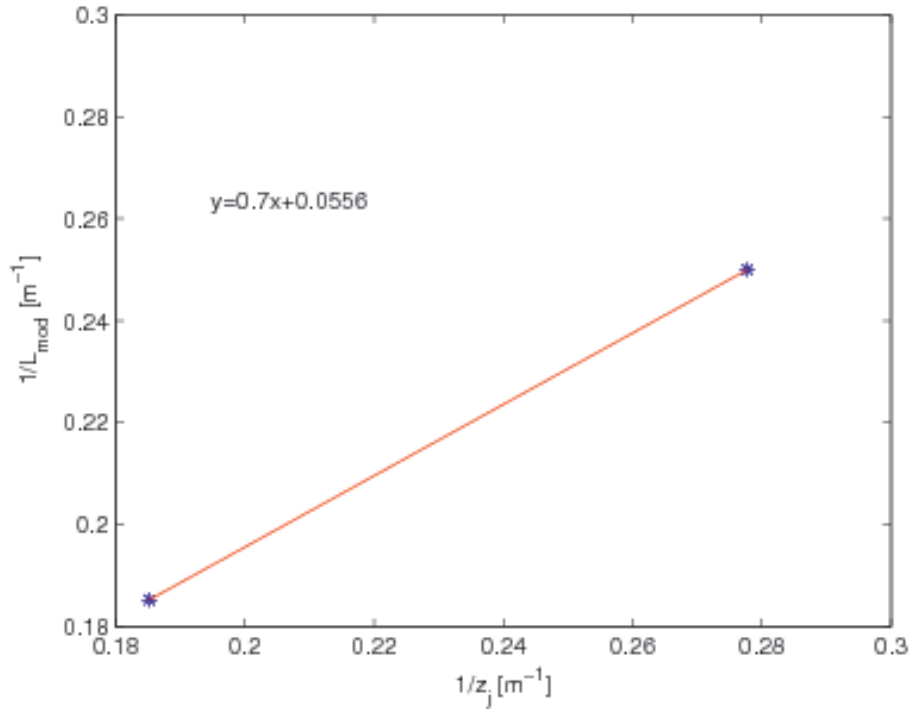
## Treći slučaj

$$L_{mod} = 0.96 \cdot z_j \text{ za } z_j = 4 \text{ m i } L_{mod} = 0.86 \cdot z_j \text{ za } z_j = 6 \text{ m}$$



Slika 3.4: Objašnjenje je također isto kao za sliku(3.2), ali su za ovaj slučaj dobiveni parametri  $a = 1.0901$  i  $b = 0.7994$ . Ovdje je  $L_{mod} = 0.91 \cdot z_j$ .

Pokušalo se također vidjeti što se dobiva ako se u jednadžbi (3.5) dodatno smanji visina NMS za 10 - 20 %. Rezultati su prikazani na slici (3.5). Ulazna MO duljina je i dalje konstantna, a  $L_{mod}$  je kao i za slučaj 2.



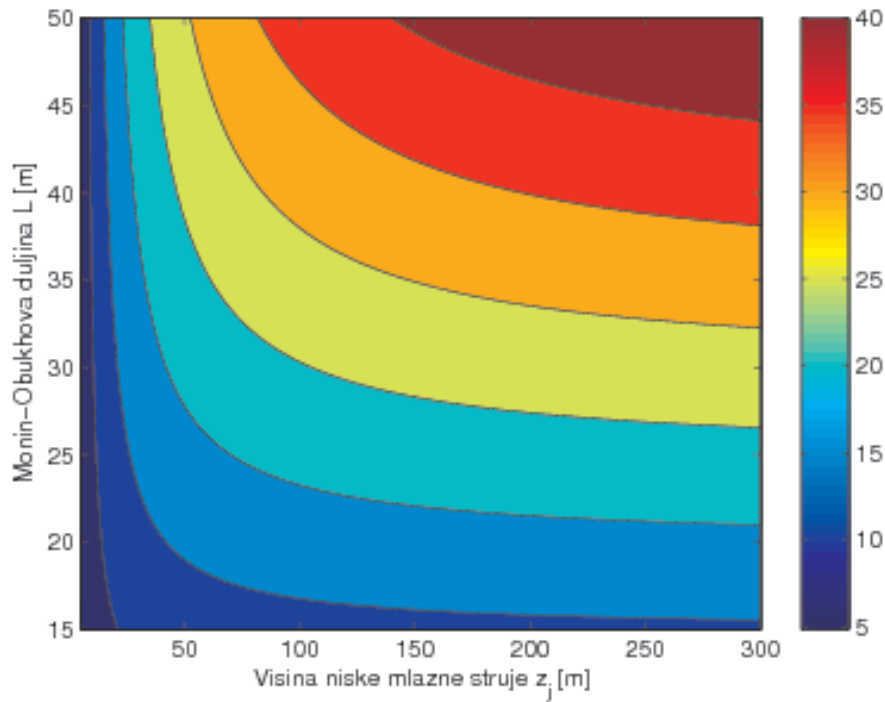
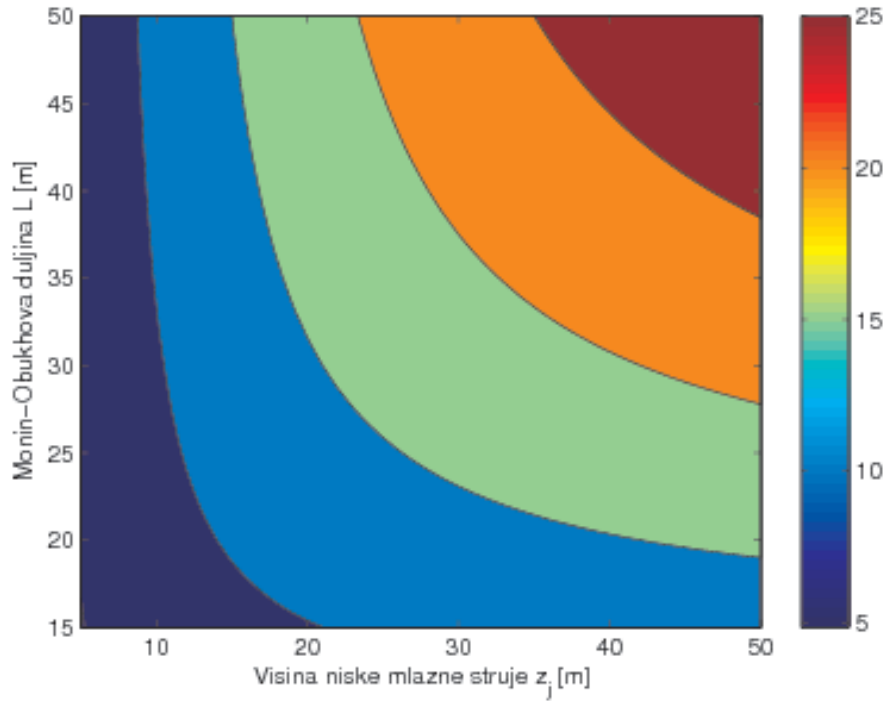
Slika 3.5: Isto kao na slici (3.2), ali je sada iznos  $z_j$  smanjen za 10 %. Vrijednosti parametara su  $a = 1$  i  $b = 0.7$ , a  $L_{mod} = 0.9 \cdot z_j$ . Kako je  $L_{mod}$  određen u odnosu na  $z_j$  dobila se manja vrijednost za  $b$  u odnosu na prethodna tri slučaja.

Iz dobivenih vrijednosti se može lako zaključiti da su traženi parametri  $a, b \sim \mathcal{O}(1)$ , odnosno može se uzeti da je  $a = 1$  i  $b = 0.7$ . Dobiva se konačni izraz za (3.5) koji glasi :

$$\frac{1}{L_{mod}} = \frac{1}{L} + \frac{0.7}{z_j}. \quad (3.10)$$

Iz ove relacije se vidi da za  $L \gg z_j$  je  $L_{mod} \approx z_j$ , odnosno prizemni sloj se tada treba parametrizirati sa  $z_j$ . Također, vrijedi i obrnuto. Ako je  $z_j \gg L$  onda je očito  $L_{mod} = L$ . NMS više ne diktira procese u prizemnom sloju i može se koristiti klasična MO teorija.

Sljedeća slika prikazuje  $L_{mod}$  za različite vrijednosti  $z_j$  i  $L$ . Korišten je izraz  $L_{mod} = \frac{L \cdot z_j}{a \cdot z_j + b \cdot L}$ , dobiven iz jednadžbe (3.5).



Slika 3.6: Prikazane su vrijednosti modificirane duljine  $L_{mod}$  [m] izračunate preko  $L_{mod} = \frac{L \cdot z_j}{a \cdot z_j + b \cdot L}$ , za različite (hipotetičke) vrijednosti  $L$  i  $z_j$ . Može se vidjeti da za  $L > z_j$  vrijednosti od  $L_{mod}$  pripadaju donjem lijevom dijelu grafa, tj. bliže su  $z_j$ . Kako visina niske mlazne struje raste,  $L_{mod} \rightarrow L$ .

# Poglavlje 4

## Zaključak

Sve veći interes za klimatske promjene i posljedice kao što su porast razine mora i topljenje ledenjaka zahtjeva što bolje razumijevanje i modeliranje katabatičkog strujanja i pripadnog SGS-a. No, to nije nimalo lak zadatak jer je okolina u kojoj nastaje katabatičko strujanje često kompleksna, s horizontalnim skalama manjim od onih koje operativni prognostički modeli mogu razlučiti. Osim toga, za katabatičko strujanje su karakteristični maksimumi brzine vjetra u prvih 5 do 20 m iznad površine, što zahtjeva veću vertikalnu rezoluciju modela da obuhvati ove pojave.

U ovom diplomskom radu je pokazano da za nagnuti SGS klasična MO duljina  $L$  nije uvijek relevantna skala za parametrizacije prizemnog sloja. Turbulentni tokovi tada mogu biti pod utjecajem NMS čija visina  $z_j$  može biti puno manja (2 do 3 puta) od  $L$ . Stoga je uvedena nova, modificirana duljina  $L_{mod}$  koja predstavlja proširenje MO teorije plitkim, katabatičkim strujanjima, a opisana je relacijom (3.5). Pretpostavljeno je da  $L_{mod} = (0.9 - 0.95) \cdot z_j$ , što je u skladu s činjenicom da se faktori generiranja turbulencije u katabatičkom strujanju trebaju izjednačavati malo niže od visine  $z_j$  (za  $z_j < L$ ). Parametri  $a$  i  $b$  su dobiveni metodom najmanjih kvadrata za visinu  $z_j$  određenu iz podataka za Pasterze ledenjak i konstantni  $L$ , a iznose  $\sim \mathcal{O}(1)$ . Očito je da klasična MO teorija vrijedi za  $z_j \gg L$  jer tada drugi član u (3.5) postaje zanemarivo mali i  $L_{mod} = L$ . Predlaže se da u uvjetima stabilne stratifikacije turbulentni tokovi u prizemnom sloju budu funkcija bezdimenzionalnog parametra  $\frac{z}{L_{mod}}$ .

Na ovaj način bi se trebali poboljšati numerički prognostički i klimatski modeli koji do sada nisu dobro opisivali SGS. Uvedena duljina se također može iskoristiti

i u disperzijskim modelima onečišćenja zraka, jer je poznato da NMS utječe na onečišćenje, vidljivost i druga svojstva zraka.

Na kraju je potrebno napomenuti da su za 27.7.1994. zabilježene samo dvije vrijednosti od  $z_j$  koje se ponavljaju kroz 8 termina pa i  $L_{mod}$  ima samo dvije vrijednosti. Kako bolji podaci nisu bili dostupni, sljedeći korak bi trebao biti prikupljanje podataka iz kojih bi se točnije odredio  $L_{mod}$  i pokazala opravdanost pretpostavke prema kojoj je u ovom radu i određena vrijednost nove MO duljine. No ipak se smatra da je i ovo dovoljno da se objasne nedostaci i predložena modifikacija MO duljine.

# Dodatak A

## Popis skraćenica

|                    |                                                      |
|--------------------|------------------------------------------------------|
| AGS                | Atmosferski granični sloj                            |
| $C$                | Površinski temperaturni deficit                      |
| $k$                | von Karmanova konstanta                              |
| $K_h$              | Koeficijent turbulentne difuzije za toplinu          |
| $K_m$              | Koeficijent turbulentne difuzije za količinu gibanja |
| MO duljina ( $L$ ) | Monin-Obukhova duljina                               |
| $L_{mod}$          | Modificirana duljina                                 |
| $N$                | Uzgonska frekvencija                                 |
| NMS                | Niska mlazna struja                                  |
| $Pr$               | Turbulentni Prandtlov broj                           |
| $Ri$               | Gradijentni Richardsonov broj                        |
| SGS                | Stabilni granični sloj                               |
| TKE ( $\bar{e}$ )  | Turbulentna kinetička energija                       |
| $u_*$              | Brzina trenja                                        |
| $z_j$              | Visina niske mlazne struje                           |

# Bibliografija

Denby, B., 1999, Second-order modelling of turbulence in katabatic flows. *Boundary-Layer Meteorol.* 92, 67-100.

Grisogono, B. i J. Oerlemans, 2001a, Katabatic flow: analytic solution for gradually-varying eddy diffusivities. *J. Atmos. Sci.* 58, 3349-3354.

Grisogono, B. i J. Oerlemans, 2001b, A theory for the estimation of surface fluxes in simple katabatic flows. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 130, 2991-3014.

Grisogono, B., L. Kraljević i A. Jeričević, 2007, The low level katabatic jet height versus Monin-Obukhov height. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 133, 2133-2136.

Grisogono, B. i D. Belušić, 2008, *Uvod u mezoskalnu meteorologiju i atmosfersku turbulentiju*, interna skripta. Geofizički odsjek PMF-a, 122 str.

Holton, J.R., 2004, *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Elsevier Academic Press, 4th edition, San Diego, USA, 535 str.

Mahrt, L., 1998, Stratified atmospheric boundary layers and breakdown of models. *Theor. Comp. Fluid Dyn.* 11, 263-279.

Parmhed, O., Oerlemans, J. i Grisogono, B., 2004, Describing the surface fluxes in the katabatic flow on Breidamerkurjökull, Iceland. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 130, 1137-1151.

Smeets, C.J.P.P., Duynkerke, P.G. i Vugts, H.F., 1998, Turbulence characteristics of stable boundary layer over a mid-latitude glacier. Part I: A combination of katabatic and large-scale forcing. *Boundary-Layer Meteorol.* 87, 117-145.

Stiperski, I., Kavčić, I., Grisogono, B., Durran, D.R., 2007, Including Coriolis effects in the Prandtl model for katabatic flow. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 133, 101-106.

Stull, R.B., 1988, *An Introduction to Boundary-Layer Meteorology*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 666 str.

Van Den Broeke, M.R., 1997. Structure and diurnal variation of the atmospheric boundary layer over a mid-latitude glacier in summer. *Boundary-Layer Meteorol.* 83, 183-205.

Zilitinkevich, S. i Calanca, P, 2000. An extended theory for the stably stratified atmospheric boundary layer. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 126, 1913-1923.