

Geostatistika u opisivanju ležišta ugljikovodika

Autori:

Tomislav MALVIĆ i

Slobodan GAĆEŠA



INA – Industrija nafte d.d.,

SD Istraživanje i proizvodnja nafte i plina,

Sektor za razradu

Novi Sad, 17.-19. X. 2006., Srbija

TEME

- **Upotreba normalne razdiobe, t-testa i F-testa u karakterizaciji ležišta;**
- **Izrada variograma (prostorna zavisnost geoloških podataka);**
- **Kako i kada primjeniti kriginga;**
- **Kako i kada primjeniti uvjetne simulacije;**
- **Kako i kada integrirati seizmičke podatke u geostatistički model;**
- **Povezivanje stohastičkih karata, pouzdanosti seizmičke interpretacije i geološke vjerojatnosti (stohastika i POS).**

DIO I.

STATISTIKA I GEOSTATISTIKA

(ili kada je statistika dovoljna)

NORMALNA RAZDIJOBA, t-TEST i F-TEST

- Što je geostatistika? Kada se razvila?
- Gdje su joj dodirne točke sa statistikom?
- Smisao prostorne zavisnosti?
- Primjena u različitim geoznanostima?

Statistika (2)

- **Statistička analiza kao prethodnica upotrebe geostatistike** (odnosno kada ne treba upotrebljavati geostatistiku)
- Razdiobe : normalna za poroznost, log-normalna za propusnost, a Poissonova za variograme.
- T-test i F-test za razlikovanje ili povezivanje dviju skupina poroznosti.
- Ako veza postoji može se primijeniti isti prostorni model.

DIO II.

VARIOGRAMI

(ili kvantificiranje prostorne zavisnosti)

VARIOGRAMI

- Smisao variograma;
- Alati koji ih zamjenjuju - madogram, korelogram, kovarijanca;
- Variogrami – 1D, 2D, 3D;
- Veza variogramskih i strukturnih osi;
- Veza variogramskih i sedimentacijskih osi.

Variogrami (2)

Variogram (2γ) je jedan od osnovnih geostatističkih alata. Koristi se za određivanje ponašanja odabrane varijable u prostoru, odnosno definiranje prostorne zavisnosti. Često se naziva i **semivariogramom (γ)** koji ima potpuno jednaka svojstva, osim što su obje strane variogramske jednačbe “podijeljene” s vrijednošću 2.

Variogram je definiran izrazom:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n [z(x_i) - z(x_i + h)]^2$$

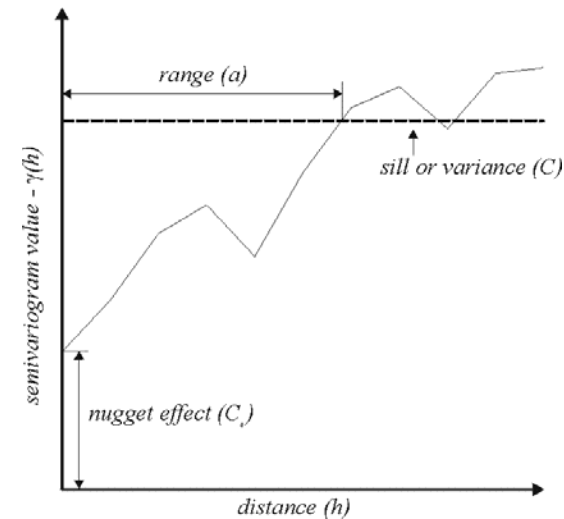
gdje su:

- $2\gamma(h)$ - variogram
- n - broj parova podataka uspoređenih na udaljenosti “ h ”
- $z(x_i)$ - vrijednost varijable na lokaciji “ x_i ”
- $z(x_i+h)$ - vrijednost varijable na lokaciji udaljenoj za “ h ” od početne lokacije “ x_i ”

Variogrami (3)

Skup svih parova podataka na istoj udaljenosti (h) naziva se *klasa*. Spajanjem vrijednosti za svaku klasu dobiva se krivulja *eksperimentalnog variograma*, na kojoj se može očitati četiri parametara:

- **odstupanje** ("nugget"),
- **prag** ("sill"),
- **doseg** ("range") te
- **udaljenost** ("distance").



Odstupanje (C_0) predstavlja slučajnu komponentu promatrane varijable, odnosno pojavu kada variogramska krivulja siječe os Y u nekoj pozitivnoj vrijednosti (C_0). Podrijetlo odstupanja je u razlici vrijednosti vrlo bliskih uzoraka. Ponekad je taj izraz preveden kao "efekt grumena" što potječe iz primjene variogramske analize u rudarstvu, u čijem se okrilju geostatistika razvila. Odstupanje je obilježje velikog broja eksperimentalnih variograma. Manje vrijednosti ne utječu značajno na variogramski račun, no visoke vrijednosti smanjuju vrijednost dosega, odnosno prostornu zavisnost.

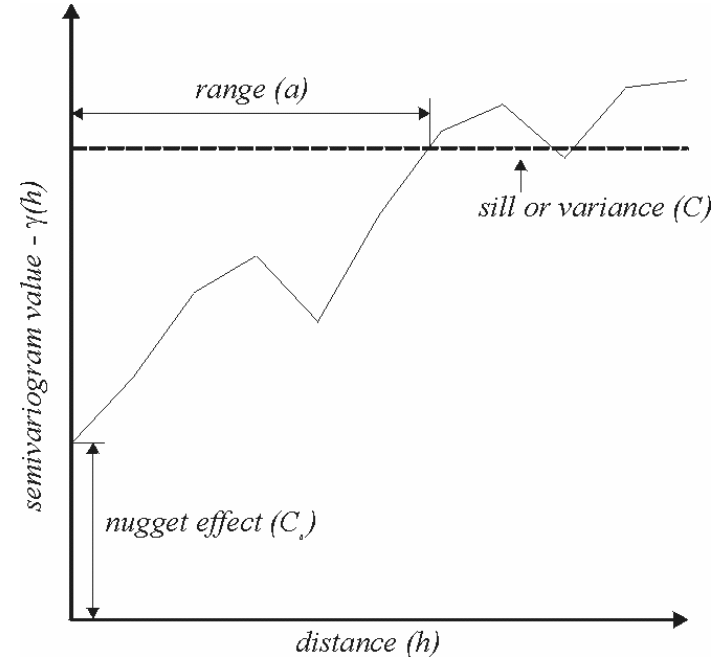
Variogrami (4)

Prag (C) odgovara vrijednosti **varijance**. Nakon dosezanja praga (ako ga postiže) krivulja variograma najčešće prestaje pravilno rasti te nastavlja oscilirati oko njega.

Doseg (a) je udaljenost (h) na kojoj variogramska krivulja prvi put presijeca prag, nakon čega ne postoji prostorna zavisnost podataka.

Udaljenost (h) je vrijednost na kojoj se međusobno uspoređuju podaci u odabranom smjeru variograma. Svaka udaljenost čini jednu klasu. Najčešće se uz udaljenost dodjeljuje tolerancija od $\frac{1}{2}$ njezine vrijednosti kako bi se proširio interval pojedine klase te povećao broj ulaznih podataka.

Na primjer, za korak 0,5 m tolerancija bi iznosila 0,25 m te je variogram za svaku pojediniu klasu izračunat na temelju svih vrijednosti iz intervala 0,25-0,75 m, zatim 0,75-1,25 m, pa 1,25-1,75 m i tako dalje.



Variogrami (5)

Velika većina eksperimentalnih variograma u naftnogeološkim analizama aproksimira se:

- **sfernim,**

$$\gamma(h) = C \left[\left(\frac{3h}{2a} \right) - \left(\frac{h^3}{2a^3} \right) \right] (+C_0), \quad h \leq a$$

$$\gamma(h) = C (+C_0) \quad h > a$$

- **eksponencijalnim ili**

$$\gamma(h) = C \left[1 - \exp\left(\frac{-h}{a}\right) \right] (+C_0)$$

- **Gausovim teoretskim modelom.**

$$\gamma(h) = C \left[1 - \exp\left(\frac{-h^2}{a^2}\right) \right] (+C_0)$$

gdje su:

$\gamma(h)$

-semivariogram

h

- udaljenost ili korak

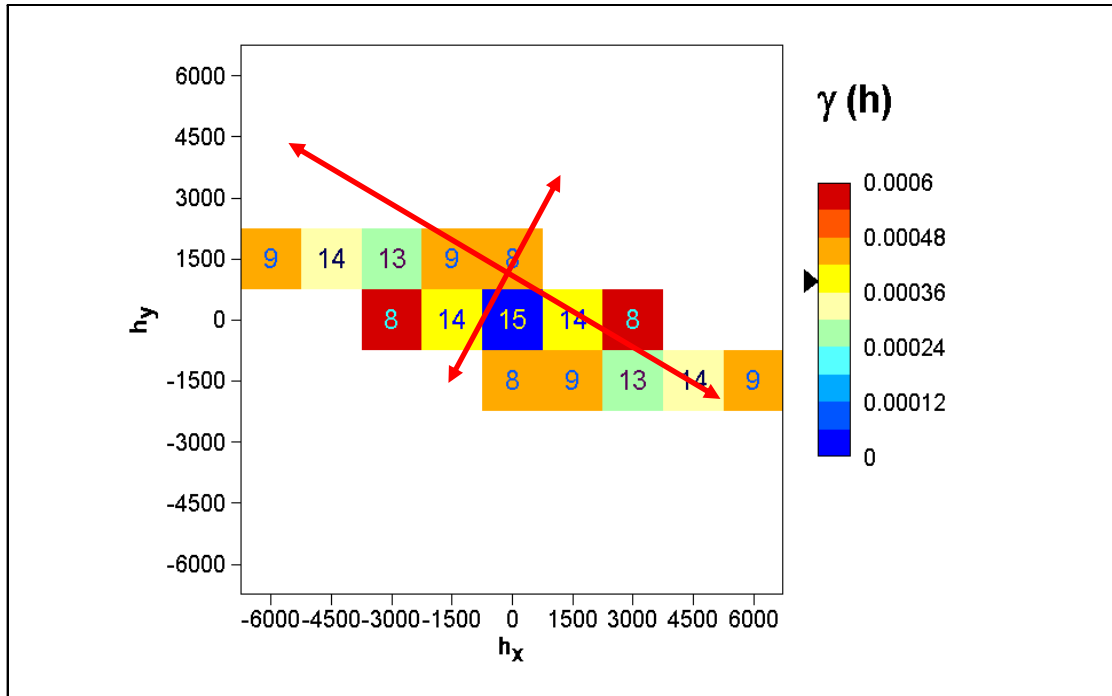
a

- doseg eksperimentalne krivulje

Takav teoretski model predstavlja ulaz za metodu interpolacije poput kriginga ili kokriginga.

Variogrami (6)

Karta variogramskih površina (parova podataka) po ćelijama strukture



Primary spatial axis=120-300°

Secondary spatial axis=30-210°

Karta variogramskih površina

Calculated axes are same as principal and subordinate axis of the field's anticlines.

DIO III.

KRIGING

(ili metoda za determinističku interpolaciju)

KRIGING

- Što je deterministička interpolacija?
- Po čemu je kriging različit od ostalih interpolacijskih metoda?
- Jednadžbe kriginga;
- Cross-validation i kriging.

Kriging (2)

Kriging obuhvaća niz metoda koje se razlikuju prema obliku matričnih jednažbi, no svima je zajedničko da procjenjuju vrijednost na nepoznatoj lokaciji:

$$z_K = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z_i$$

gdje su:

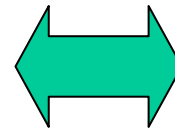
- z_K - procjenjena vrijednost iz 'n' okolnih vrijednosti
- λ_i - težinski koeficijent na lokaciji 'i'
- z_i - stvarna vrijednost na lokaciji 'i'

Kriging (3)

Izračun odgovarajućih težinskih koeficijenata za sve uključene okolne vrijednosti predstavlja rezultat rješavanja matricnih jednadžbi odabrane metode kriginga.

Jednadžba **običnog kriginga** glasi:

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \dots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \dots & \gamma(x_2 - x_n) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma(x_n - x_1) & \gamma(x_n - x_2) & \dots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x) \\ \gamma(x_2 - x) \\ \dots \\ \gamma(x_n - x) \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$z_{IU} = \frac{\frac{z_1}{d_1^p} + \frac{z_2}{d_2^p} + \dots + \frac{z_n}{d_n^p}}{\frac{1}{d_1^p} + \frac{1}{d_2^p} + \dots + \frac{1}{d_n^p}}$$

gdje su:

$\gamma(x_1 - x_2)$ - variogram razlika vrijednosti na lokacijama x_1, x_2, \dots, x_n
 $\gamma(x_1 - x)$ - variogram razlika vrijednosti na lokacijama x_1, x_2, \dots, x_n
 i lokaciji x koja se procjenjuje

μ - Lagrangeov parametar

λ_{1-n} - težinski koeficijenti

gdje su:
 z_{IU}
 $d_1 \dots d_n$
 p
 $z_1 \dots z_n$

- procijenjena vrijednost
 - udaljenosti lokacija 1...n od mjesta procjene z_{IU}
 - eksponent udaljenosti
 - stvarne vrijednosti na lokacijama 1...n

NUMERIČKA PROCJENA POGRJEŠKE

Numerička procjena greške predstavlja dodatni alat za ocjenu kvalitete dobivenih karata.

Temelji se na zanemarivanju vrijednosti izmjerene na jednoj od lokacija te procjeni nove vrijednosti s obzirom na preostale postojeće podatke.

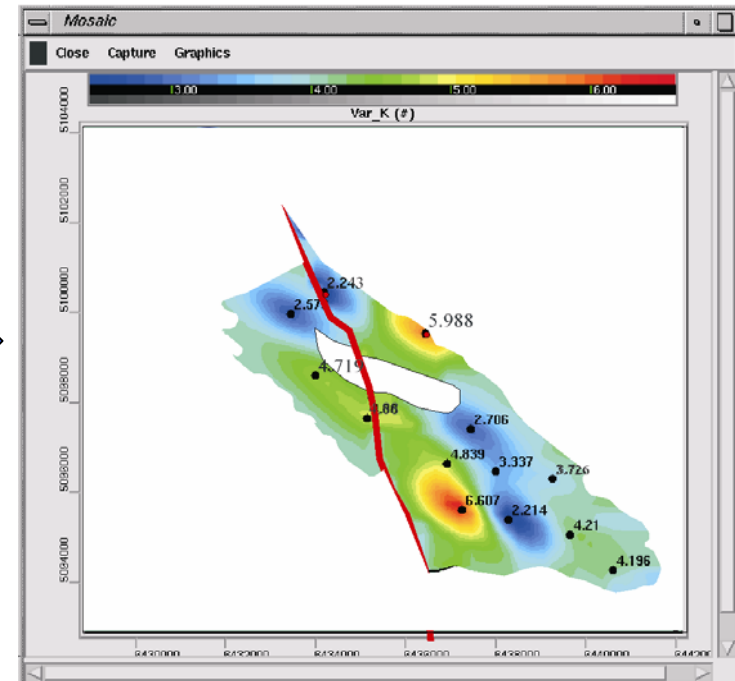
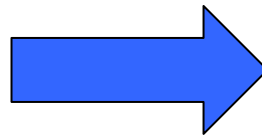
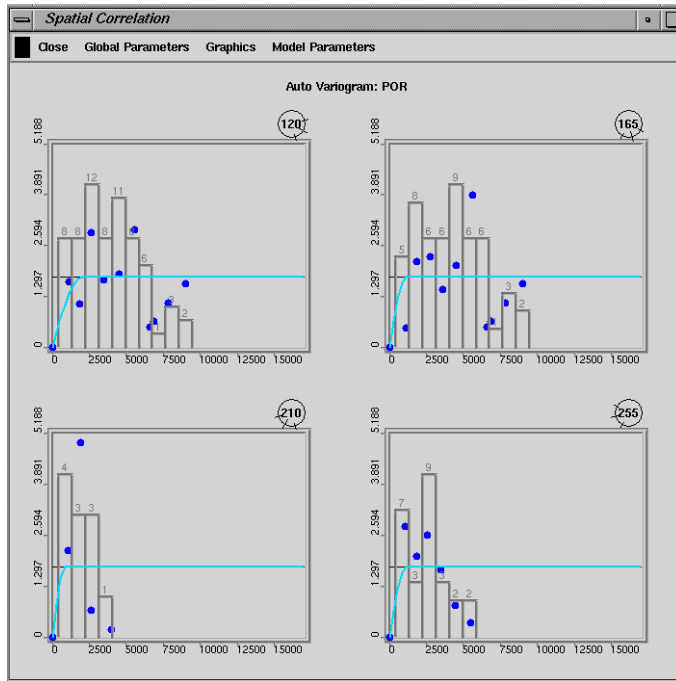
Postupak se ponavlja za sve bušotine te na kraju računa *srednja kvadratna greška procjene* (engl. «*Mean Square Error*» - *MSE*).

$$MSE_{metode} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\text{izmj.vrij.} - \text{procj.vrij.})_i^2$$

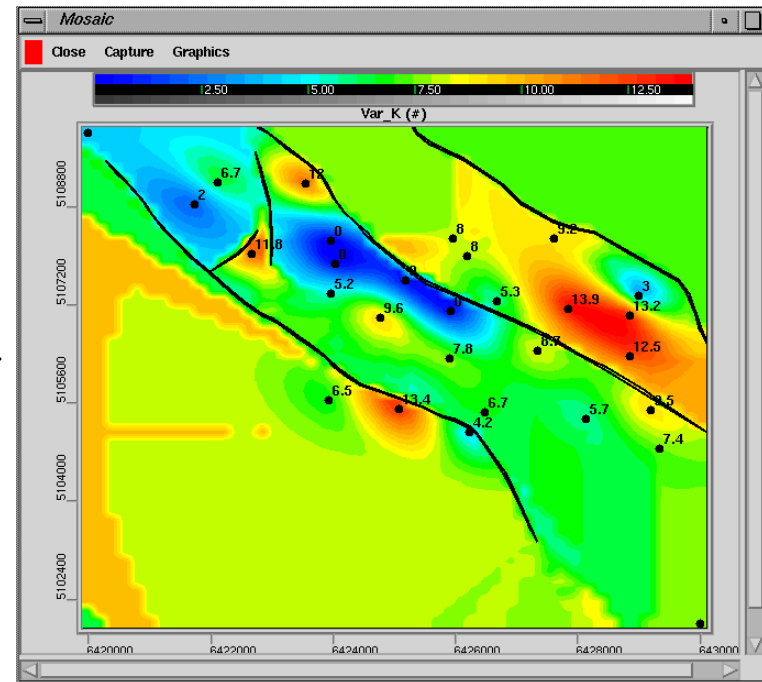
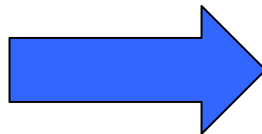
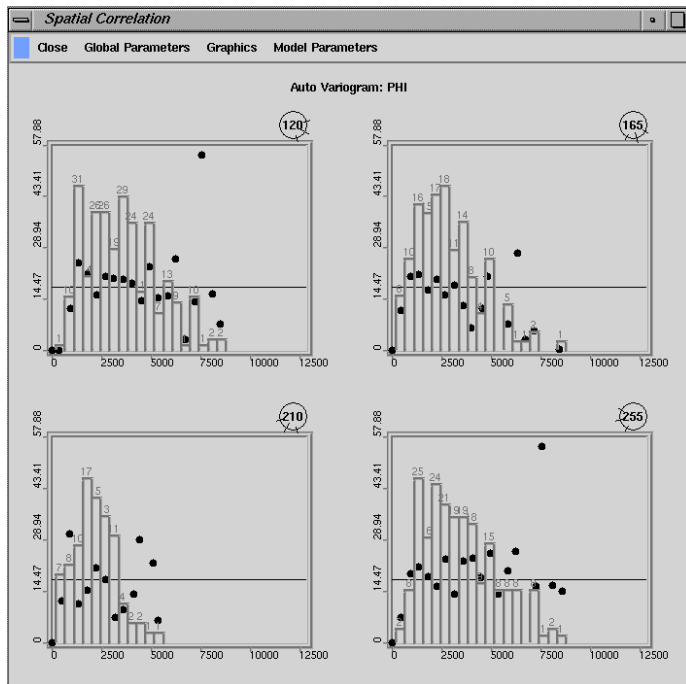
gdje su:

MSE_{metode}
izmj.vrij.
procj.vrij.

- *srednja kvadratna greška procjene odabrane metode*
- *izmjerena vrijednost odabrane varijable na bušotini «i»*
- *procijenjena vrijednost odabrane varijable na bušotini «i»*



Variogram and Kriging map / lithofacies II / field B



Variogram and Kriging map / lithofacies I / field A

DIO IV.

KOKRIGING

**(ili metoda za determinističku interpolaciju pomoću
sekundarne varijable)**

KOKRIGING

- Što je sekundarna varijabla?
- Kako uspostaviti vezu primarne i sekundarne varijable?
- Jednadžbe kokriginga.
- Cross-validation i kokriging.

Kokriling (2)

Kokriling, poput kriginga, također obuhvaća nekoliko metoda procjene (npr. kolokacijske).

Kokriling procjenu primarne varijable «dopunjava» podacima dodatne, sekundarne varijable. Uvjet je da ta sekundarna varijabla opisuje dobrim dijelom ponašanje primarne varijable (jaka korelacija), a interpretirana je na puno većem broju lokacija.

$$z_C = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z_i + \sum_{j=1}^m \chi_j \cdot s_j$$

gdje su:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z_i \text{ - identično izrazu kriginga}$$

$$\sum_{j=1}^m \chi_j \cdot s_j \text{ - identično izrazu kriginga, a primjenjeno na sekundarnu varijablu}$$

Kokriging (3)

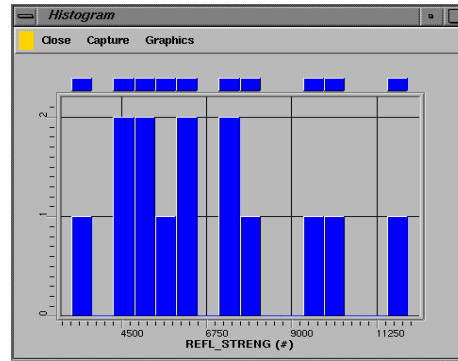
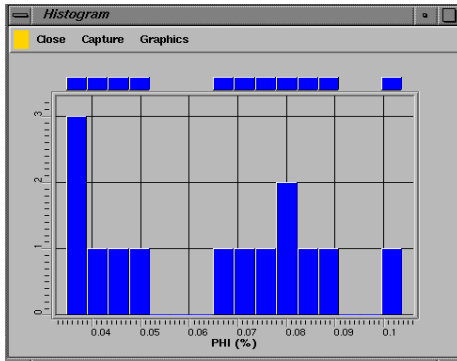
Poroznost je najčešće primarna varijabla za koju se radi procjena kokrigingom. Metoda kokriginga zahtijeva određivanje dodatne, sekundarne varijable koja dijelom (što više) opisuje ponašanje primarne.

Sekundarna varijabla najčešće se bira između seizmičkih atributa, koji su u jakoj (značajnoj) korelaciji s primarnom varijablom (poroznošću).

Primjer: polje od 50x50 ćelija no kojima su interpretirani seizmički atributi - *absolute amplitude (as expected target)*, *instantaneous frequency*, *instantaneous phase*, *reflection strength*, *the highest amplitude and RMS*.

Korelacijski koeficijent može biti rezultat izračuna *Pearsonovog linearnog korelacijskog koeficijenta*, no samo uz pretpostavku (razumnu) da su obje varijable raspodjeljene po Gaussovoj krivulji.

Kokrining (4)



Razdioba poroznosti (lijevo)
i snage refleksije (desno)

Normalna razdioba nije obilježje lijeve varijable pa je primjerenije upotrijebiti koeficijent korelacije ranga – Spearmanov rangirajući koeficijent korelacije.

$$r' = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n [R(x_i) - R(y_i)]^2}{n(n^2 - 1)}$$

Poros.	6.64	4.38	10.30	8.32	7.94	8.21	4.97	0.90	4.10	3.67	3.47	7.39	3.76	7.21
Rank	7	5	14	12	10	11	6	13	4	2	1	9	3	8
Refl.str.	6176	7427	7537	4914	5729	3174	10333	4572	9480	11999	8068	5322	6051	4776
Rank	8	9	10	4	6	1	13	2	12	14	11	5	7	3

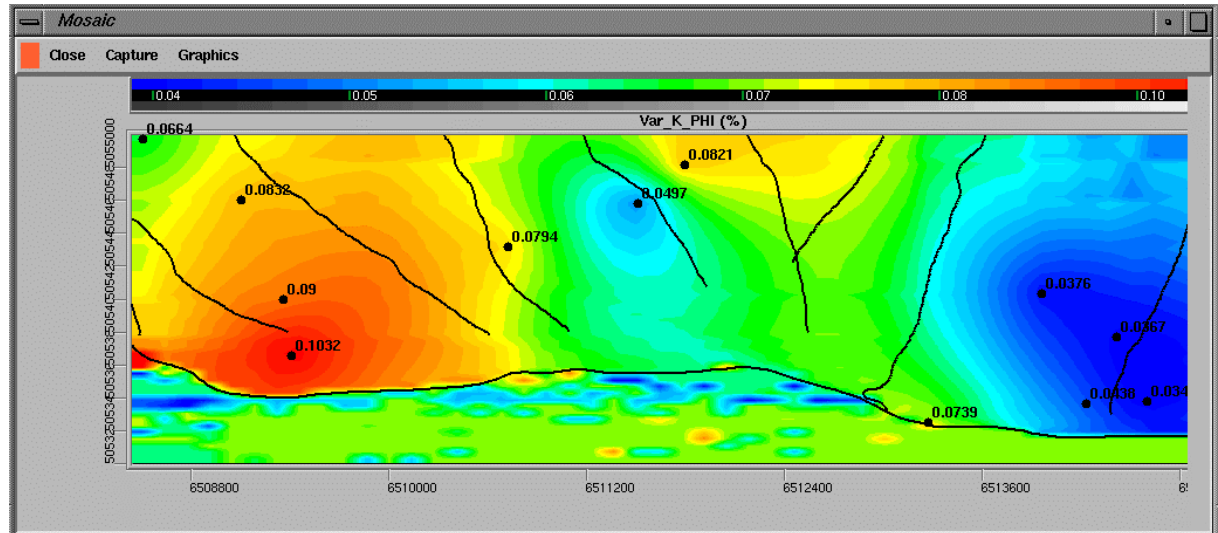
Rangovi poroznosti i snage refleksije na Ibušotinskim lokacijama

Izračunata korelacija iznosi $r' = -0.64$, te je zaključeno kako je korelacija poroznosti i snage refleksije značajna.

Kokriging (5)

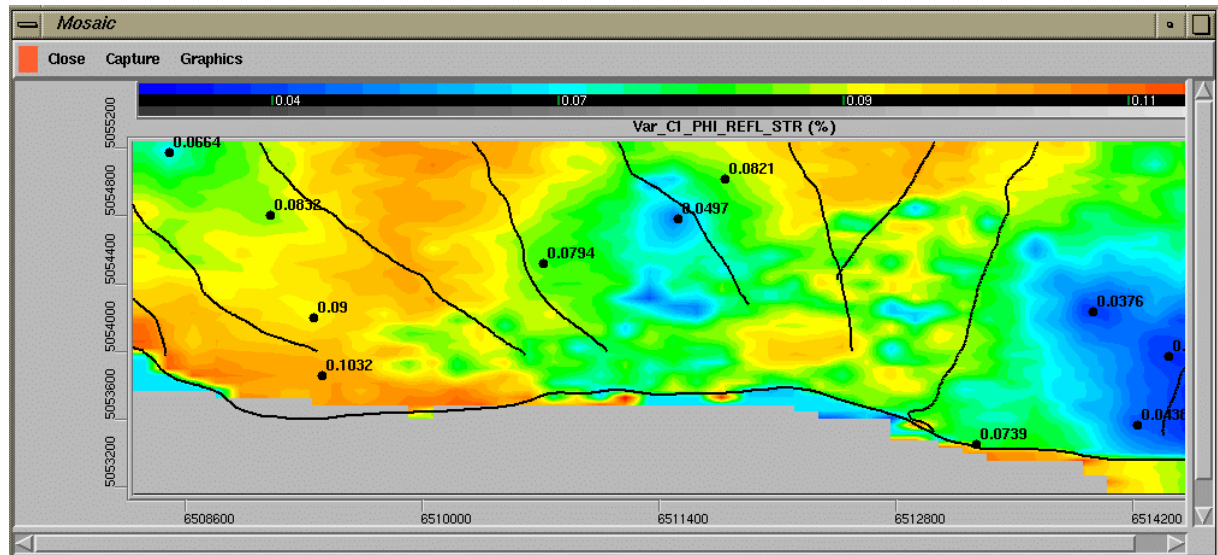
*Karta poroznosti
– OK metoda*

$$MSE_{OK}=2.969$$



*Karta poroznosti
– CC metoda*

$$MSE_{CC}=2.185$$



DIO V.

STOHASTIČKE SIMULACIJE

(ili metoda za dobivanje niza realizacija jednoga događaja)









STOHAŠTIČKE SIMULACIJE

- Veza stohastike i geološkog opisa ležišta;
- Uvjetne i bezuvjetne stohastičke simulacije;
- Sekvencijske Gaussove simulacije i broj realizacija;
- Odabir realizacija prema statističkom načelu vjerojatnosti;
- Veza P50 realizacije i kriginga.

Stohastičke simulacije (2)

- Drugi pristup u karakterizaciji poroznosti uključuje geostatistiku izvedenom na nesigurnostima vezanim uz ulazni skup, tj. probabilistički pristup.
- Npr., poroznost kao varijabla s kontinuiranim vrijednostima u određenom intervalu modelirana je uporabom *krivulje gustoće vjerojatnosti* (“*probability density function*” – *PDF ili CDF*), koja je normalizirana u Gaussovu distribuciju.
- Nakon normalizacije podataka, transformirana krivulja upotrijebljena je za uzorkovanje novih vrijednosti poroznosti koje moraju ostati statistički jednake (ista sredina i varijanca kriginga prije i poslije simulacije).
- Prostorna raspodjela određena je variogramskim modelima. Kriging se smatra *nultom* realizacijom.
- Poredak simuliranih ćelija također je slučajan. Simulacija nalčešće obuhvaća 100 realizacija, jer se smatra kako tako veliki skup karata dobro opisuje sve nesigurnosti vezane uz ulazni skup vrijednosti.
- Simulirani set smatra se reprezentativni pa se mogu dobiti bolji histogrami ulazne vrijednosti.

Stohastičke simulacije (3)

	A	B	A	B	A	B	A	B
	lithofacies IV		lithofacies III		lithofacies II		lithofacies I	
Mean from inputs	2.7	3.72	3.66	3.48	4.76	4.02	7.05	4.1
Mean from stochastic	2.59 	4.24 	3.19 	3.56 	4.95 	4.49 	7.58 	4.78 
St.dev.	1.9	3.0	2.0	2.0	3.0	2.7	4.4	3.6

*Dva skupa srednjih vrijednosti
(ulazi iz karotaže i podatci dobiveni stohastikom)*

Stohastičke simulacije (3)

- SGS metode su temeljene na krigingu.
- Neuzorkovane lokacije su sekvencijski procjenjene u slučajnom nizu. Postupak se “vrti” dok nisu simulirane sve lokacije bez podataka.
- Sekvencijski poredak je slučajan, to je osnova za niz realizacija (svaka je imala drugačiji sekvencijski niz).
- Simulacija poštuje sljedeća pravila:
- Poštuje originalne bušotinske vrijednosti,
- Odvija se po točkama ili ćelijama, što znači da jednom simulacijom procjenjene točke se smatraju u nastavku procesa “originalnim” podatkom i kao takav ulazi u daljnji proračun;
- Simulacija se odvija kroz normalan ili Gaussov prostor, odnosno završava time da sve točke jedne realizacije imaju normalnu razdiobu;
- To se postiže transformacijom ulaznih podataka (njihove kumulativne krivulje) u kumulativnu krivulju normalne razdiobe (transformacijom skale?);
- Nakon što simulacija završi radi se *povratna transformacija* u originalni *dataset range*.

Stohastičke simulacije (4)

Lithofacies	OGIP minimum (m ³)	OGIP median (m ³)	OGIP maximum (m ³)
Clastites	5 241 097 <i>Real 73</i>	5 410 593 <i>Real 79</i>	5 973 280 <i>Real 94</i>
Dolomites	2 500 971 <i>Real 29</i>	2 585 260 <i>Real 45</i>	2 681 769 <i>Real 82</i>
Quartzites	5 146 826 <i>Real 11</i>	5 222 305 <i>Real 35</i>	5 276 891 <i>Real 52</i>
Metavolcanites	3 294 243 <i>Real 61</i>	3 312 768 <i>Real 60</i>	3 348 356 <i>Real 40</i>
Whole model	16 329 468 <i>Real 98</i>	16 538 055 <i>Real 7</i>	17 113 055 <i>Real 94</i>

TABLE 1: Stochastic simulation results

Stohastičke simulacije (5)

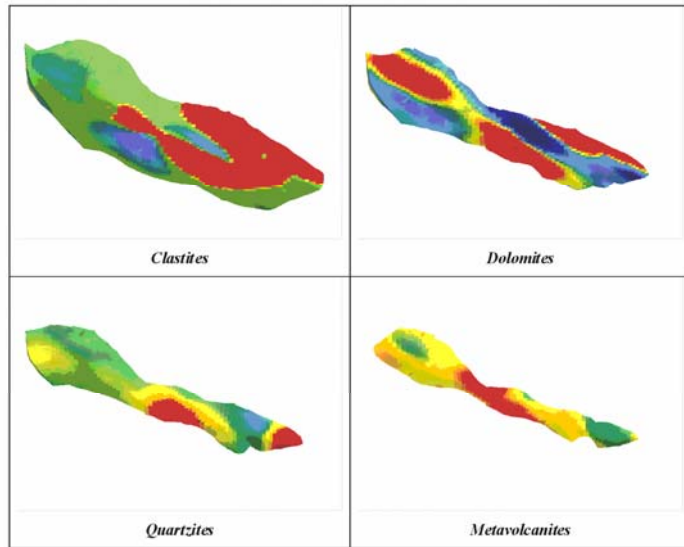


FIGURE 6: OGIP minimum realization (step 98) - whole model

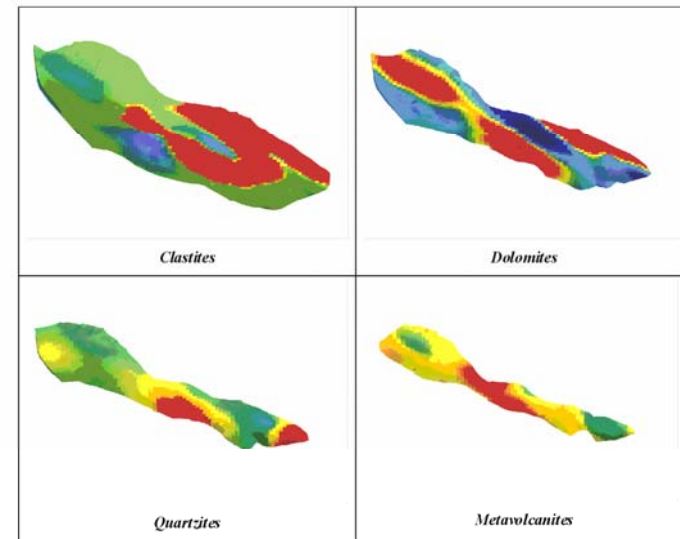


FIGURE 7: OGIP maximum realization (step 94) - whole model

*Minimalna and maksimalna realizacija OGIP volumena
(4 litofacijesa na jednom polju - C)*

DIO VI.

NA KRAJU...

ZAKLJUČAK

1. Geostatistika predstavlja sastavni dio geološkog modela, jednako važan kao stratigrafski, strukturni i seizmički prilozi.
2. Dopušta provjeru valjanosti strukturnog rješenja ili taložnog modela, ovisno o dominantnoj vrsti analize u modelu.
3. U većini slučajeva predstavlja najbolji odabir za interpolaciju.
4. Geostatistikom se može opisati stohastika, što je bitno obilježje većine geoloških pojava.

DIO VII.

APPENDIX

PREPORUČENI LINKOVI

<https://www.smartportal.hu/geomatematika/index.php>

Mađarski geomatematički portal, postoji link na *Journal of Hungarian Geomathematics* te na *Geomatematičku konferenciju* koju svake godine organizira Geomatematički odsjek MGD-a.

Svakako preporučeno mjesto (Morahalom) za posjetiti, vjerojatno najbolji takav skup u ovome dijelu Europe (prof. dr. Janos Geiger, Sveučilište u Szegedu).

<http://www.ai-geostats.org/>

Najboji europski portal iz geostatistike. Izvrsna *mailing* lista. Popis radova, knjiga i velikog broja programa (*freeware and commercial*).

Linkovi (2)

<https://www.iamg.org>

Portal Međunarodnog udruženja za matematičku geologiju. Niz obavijesti o konferencijama. Izdaju i dva časopisa (*current contents*) – *Mathematical geology* te *Computers and Geosciences*.

<http://www.aapg.org>

American Association of Petroleum Geologists – izdaje *Bulletin (CC)* u kojem se može naći niz izvrsnih članaka o modeliranju facijesa i ležišta geostatistikom (uglavnom stohastikom i indikatorskim simulacijama).

<http://www.spe.org>

Society of Petroleum Engineers – unutar njihove *e-Library* postoji niz članaka iz područja geostatistike.