SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 1697

PRIMJENA METODE ZASNOVANE NA SLAGANJU UZASTOPNIH MJERENJA SENZORA UDALJENOSTI U PRAĆENJU GIBANJA LJUDI U OKOLINI MOBILNOG ROBOTA

Davor Graovac

Zagreb, srpanj 2009.

Zahvaljujem prof. dr. sc. Ivanu Petroviću na pomoći i mentorstvu.

Također zahvaljujem znanstvenom novaku Srećku Jurić-Kavelju na svakodnevnoj pomoći i na konstruktivnim prijedlozima tijekom izrade rada.

Zahvaljujem svojoj obitelji i Aniti na potpori.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA POVJERENSTVO ZA DIPLOMSKI ISPIT

Zagreb, 3. travnja 2009.

Zavod:Zavod za automatiku i računalno inženjerstvoPredmet:Mobilna robotika

DIPLOMSKI ZADATAK br. 1697

Pristupnik:	Davor Graovac
Studij:	Elektrotehnika
Smjer:	Automatika

Zadatak: Primjena metode zasnovane na slaganju uzastopnih mjerenja senzora udaljenosti u praćenju gibanja ljudi u okolini mobilnog robota

Opis zadatka:

U radu je potrebno razviti algoritme za praćenje gibanja ljudi senzorima udaljenosti smještenim na mobilnom robotu. Za robusno praćenje ljudi dok se mobilni robot giba, potrebno je što je moguće točnije estimirati pomake mobilnog robota. Odometrijski podaci ne daju zadovoljavajuću točnost estimacije pomaka, pa se za povećanje točnosti moraju koristiti dodatni senzori. U radu treba koristiti laserski senzor udaljenosti te primjenom metode zasnovane na slaganju uzastopnih očitanja laserskog senzora određivati relativne pomake između dviju uzastopnih lokacije s kojih su uzeta očitanja. Razvijene algoritme implementirati u C++ programskom jeziku tako da budu platformski neovisni te ih provjeriti eksperimentalno na stvarnom mobilnom robotu u Zavodu za automatiku i računalno inženjerstvo.

Zadatak uručen pristupniku: 7. travnja 2009. Rok za predaju rada: 7. srpnja 2009.

Mentor

Prof.dr.sc. Ivan Petrović

Djelovođa: koto Boutrer

Doc.dr.sc. Mato Baotić

Predsjednik povjerenstva za diplomski ispit:

.VIC

Prof.dr.sc. Nedjeljko Perić

Sadržaj

1.	UVOD	1
2. UD	SLAGANJE UZASTOPNIH OČITANJA LASERSKOG SENZORA ALJENOSTI	3
2	1. Korelaciiska metoda slagania uzastopnih očitania laserskog senzora	
2 U	DALIENOSTI	5
e	2.1.1. Izrada histograma	5
	2.1.2. Korelacija histograma	8
2	2. KORELACIJSKA METODA S PRORAČUNOM RELATIVNE ROTACIJE U HOUGHOVOM	
P	ROSTORU	0
	2.2.1. Proračun rotacije u Houghovom prostoru1	1
	2.2.2. Vjerojatnosni pristup	2
2	3. Slaganje uzastopnih očitanja laserskog senzora u Houghovom prostoru 1	4
	2.3.1. Proračun translacije u Houghovom prostoru1	4
2	4. METRIC-BASED METODA SLAGANJA UZASTOPNIH OČITANJA LASERSKOG SENZORA	
U	DALJENOSTI 1	9
3.	IMPLEMENTACIJA METODA SLAGANJA UZASTOPNIH OČITANJA	
LA	SERSKOG SENZORA UDALJENOSTI NA MOBILNOM ROBOTU	0
3	1 MODILNA DI ATEODMA 2	1
5	3.1.1 SICK I MS200 I aserski senzor udaljenosti 2	1
	3.1.2 Odometrija	1
3	2. REDUKCUSKI FILTAR	5
4		ř
4.	PKIMJENE METODA SLAGANJA UZASTOPNIH OCITANJA LASEKSKOU 1700 a lidat jenosti	j 6
SEI	ZORA UDALJENUS II	U
4	1. PRAĆENJE GIBANJA LJUDI U OKOLINI MOBILNOG ROBOTA	6
4	2. LOKALIZACIJA ZASNOVANA NA SLAGANJU UZASTOPNIH OČITANJA LASERSKOG	~
S	ENZORA	8
	4.2.1. Proračun trenutnog položaja mobilnog robota	9
5.	REZULTATI	0
5	2. SIMULACUSKI EKSPERIMENTI 3	0
C	5.2.1. Usporedba rada HSC i HDC metoda u radnoj okolini s okomitim zidovima 3	0
	5.2.2. Usporedba rada HSC i HDC metoda u radnoj okolini s okomitim zidovima, uz	
	prisutan šum mjerenja	2
	5.2.3. Usporedba rada HSC i HDC metoda u radnoj okolini s ne okomitim zidovima	
		5
	5.2.4. Usporedba rada HSC i HDC metoda u radnoj okolini s ne okomitim zidovima,	
	uz prisutan šum mjerenja	6
	5.2.5. Usporedba rada HSC i PHSC metoda	9
	5.2.6. Lokalizacija u radnoj okolini s okomitim zidovima	3
	5.2.7. Lokalizacija u radnoj okolini s ne okomitim zidovima	7
5	3. EKSPERIMENTALNI REZULTATI	9
	5.3.1. Usporedba s MbICP-om u radnoj okolini s okomitim zidovima	9

	5.3.2. Usporedba s MbICP-om u radnoj okolini s ne okomitim zidovima	51
6.	ZAKLJUČAK	53
BI	BLIOGRAFIJA	54
SA	ŽETAK	
AB	STRACT	
ŽГ	VOTOPIS	
DC	DDATAK	59
1	A HOUGHOVA TRANSFORMACIJA	59
]	B Diskretna Houghova transformacija	60
(C VJEROJATNOSNA HOUGHOVA TRANSFORMACIJA	61
]	D HOUGHOV SPEKTAR	62

Popis slika

Slika 2.1: Referentno i trenutno lasersko očitanje	4
Slika 2.2: Grafički prikaz izračuna relativnog kuta za izradu histograma kuteva	6
Slika 2.3: Histogram kuteva referentnog i trenutnog laserskog očitanja	7
Slika 2.4: X i y histogrami referentnog i trenutnog laserskog očitanja	8
Slika 2.5: Primjer kroskorelacijske funkcije dvaju histograma kuteva	9
Slika 2.6: Primjer zašumljenog laserskog očitanja i odgovarajućeg histograma kuteva	.10
Slika 2.7: Primjer Houghova spektra zašumljenog laserskog očitanja	.12
Slika 2.8: Strukturna shema algoritma HSC metode	.13
Slika 2.9: Primjer Houghovog spektra, radni prostor s ne okomitim zidovima	.14
Slika 2.10: Primjer kroskorelacijskih funkcija u smjeru lokalnih maksimuma HS-a	.16
Slika 2.11: Grafički prikaz proračuna translacije	.17
Slika 2.12: Strukturna shema algoritma HDC metode	.18
Slika 3.1: Zvodski Pioneer 3-DX mobilni robot	.20
Slika 3.2: SICK LMS 200 laserski senzor udaljenosti	.22
Slika 3.3: Kinematički model mobilnog robota	.24
Slika 3.4: Prikaz rada redukcijskog filtra	.25
Slika 4.1: Grafički prikaz pomaka mobilnog robota	.29
Slika 5.1: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (okomiti zidovi)	.31
Slika 5.2: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (okomiti zidovi), šum ±2.5 cm	. 33
Slika 5.3: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (okomiti zidovi), šum ±5 cm	. 34
Slika 5.4: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (ne okomiti zidovi)	.35
Slika 5.5: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (ne okomiti zidovi), šum ±2.5 cm.	37
Slika 5.6: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (ne okomiti zidovi), šum ±5 cm	.38
Slika 5.7: Ovisnost vremena izvođenja o postotku korištenih točaka laserskog očitanja	. 42
Slika 5.8: Ovisnost standardne devijacije o postotku korištenih točaka laserskog očitanja i	
šumu mjerenja	. 42
Slika 5.9: Rezultati 6. a) eksperimenta	.44
Slika 5.10: Uvećan prikaz rezultata 6. a) eksperimenta	.44
Slika 5.11: Rezultati 6. b) eksperimenta	.45
Slika 5.12: Uvećan prikaz rezultata 6. b) eksperimenta	.46
Slika 5.13: Rezultati 7. eksperimenta	.47
Slika 5.14: Uvećan prikaz rezultata 7. eksperimenta	.48
Slika 5.15: Prikaz dobivenih rezultata, usporedba s MbICP-om (okomiti zidovi)	.50
Slika 5.16: Uvećani prikaz dobivenih rezultata, usporedba s MbICP-om (okomiti zidovi)	.50
Slika 5.17: Prikaz dobivenih rezultata, usporedba s MbICP-om (ne okomiti zidovi)	.51
Slika 5.18: Uvećani prikaz dobivenih rezultata, usporedba s MbCIP-om (ne okomiti	
zidovi)	. 52
Slika A.1: Polarna reprezentacija pravca	. 59
Slika A.2: a) deformacija Houghovog prostora $T = 0$, b) deformacija Houghovog	
prostora $\omega = 0$.60

Popis tablica

2
1
2
3
6
8
0
1
3
6
7
9
2

1. Uvod

Mobilni roboti se danas koriste u mnogim i različitim primjenama te postepeno prelaze iz industrijskih postrojenja u našu svakodnevnicu. Radni prostor robota, u kojem djeluju i borave ljudi, postaje dinamičan. Kao posljedica toga postoje sve veći zahtjevi za inteligentnim ponašanjem robota. No, i za rješavanje najjednostavnijih zadataka potrebno je točno poznavati položaj mobilnog robota, njegove pozicije (x, y) i orijentacije (Θ).

Općenito, lokalizacija jest osnovni modul mobilnog robota, koji je preduvjet za rješavanje osnovnih problema mobilne robotike: izgradnje karte prostora i određivanje sigurne putanje unutar dinamičkog radnog prostora [1]. Izvršavanje zadataka i svako inteligentnije ponašanje robota temelji se na dobrom rješenju osnovnih problema, u kojima lokalizacija ima ključnu ulogu.

Mobilni se robot, istražujući novi nepoznati prostor, koristi svojim senzorima kojima prikuplja informacije o svojem okruženju za rješavanje lokalizacijskog problema. Obično se koriste odometrijski podaci za estimiranje položaja mobilnog robota. No, odometrijski podaci koriste se samo na manjim udaljenostima zbog pogreške koja raste s prijeđenim putom. Kako bi se poboljšali rezultati koriste se percepcijski senzori (sonar, laser, kamera) za periodičnu korekciju odometrijskih podataka ili se percepcijski senzori samostalno koriste za rješavanje problema lokalizacije. U slučaju kada se koristi laserski senzor udaljenosti, primjenom metoda zasnovanih na slaganju uzastopnih očitanja laserskog senzora, mogu se određivati relativni pomaci između dviju uzastopnih lokacija s kojih su uzeta očitanja i tako se može riješiti lokalizacijski problem.

Metode prikazane u ovom radu predstavljaju proširenje i prilagodbu korelacijske metode slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti [2,3,4,5]. Kod korelacijske metode karakteristike radnog prostora predstavljene su histogramima, koji sadrže informaciju o relativnoj promjeni položaja. Korelacijom histograma dvaju uzastopnih laserskih očitanja određuje se relativna translacija i rotacija.

Prva metoda predstavljena u radu daje poboljšanje korelacijske metode s obzirom na šum mjerenja. Najosjetljiviji korak korelacijske metode je određivanje najveće vrijednosti u histogramu kutova (*kut glavne osi*¹). Zbog utjecaja šuma mjerenja histogram kutova se izobličuje te njegova najveća vrijednost daje krivu informaciju. Zato se u ovom

¹engl. main axis drection

radu koristi *Houghovu transformaciju*² i izračun *Houghova spektra*³ za određivanje relativne rotacije i kuta glavne osi.

Druga metoda predstavljena u radu daje poboljšanje s obzirom na zahtjeve korelacijske metode na radni prostor mobilnog robota. Naime, korelacijska metoda pretpostavlja da su zidovi radnog prostora međusobno okomiti. Proračunom translacije u Hougovom prostoru postiže se neovisnost korelacijske metode o okomitosti površina u radnom prostoru.

Proračun Houghove transformacije značajno utječe na računsku i memorijsku složenost metode. Zato se u ovom radu promatra utjecaj korištenja *vjerojatnosne Houghove transformacije*⁴ na složenost i točnost algoritma. Vjerojatnosna Houghova transformacija temelji se na mogućnosti da se većina pravocrtnih karakteristika radnog prostora mogu detektirati bez da se koriste sve točke laserskog očitanja. Time se smanjuje složenost algoritma.

Dakle, u ovom radu bit će prikazane korelacijske metode zasnovane na slaganju uzastopnih očitanja laserskog senzora. Pomoću njih će se određivati relativni pomaci između dviju uzastopnih lokacija s kojih su uzeta očitanja korištenjem laserskog senzora udaljenosti i tako određivati položaj mobilnog robota.

² engl. Hough Transform (HT)

³ engl. Hough Spectrum (HS)

⁴ engl. Probabilistic Hough Transform (PHT)

2. Slaganje uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti

Označimo li referentno lasersko očitanje sa S_{ref} uzeto s lokacije P_{ref} , a trenutno lasersko očitanje s S_{curr} uzeto s pozicije P_{curr} zadatak metode jest estimirati relativni pomak između dviju lokacija. To se postiže slaganjem uzastopnih laserskih očitanja S_{ref} i S_{curr} .

Prema slici 2.1. vidimo da uzastopna laserska očitanja sadrže zajedničke dijelove koji su vidljivi iz obje pozicije. Potrebno je izvršiti takvu transformaciju *TM* koja se sastoji od rotacije ω i translacije *T*, nakon koje bi se zajednički dijelovi uzastopnih očitanja poklapali. Ako označimo s *P*₁ neku točku laserskog očitanja *S*_{ref} i s *P*₂ odgovarajuću točku laserskog očitanja *S*_{curr} transformacija je definirana sljedećim izrazom:

$$P_1 = R_\omega P_2 + T \tag{2.1}$$

gdje je R_{ω} rotacijska matrica definirana sa:

$$R_{\omega} = \begin{bmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix}$$
(2.2)

a T odgovarajuća translacija:

$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$
(2.3)

Ako se izraz (2.1) poopći na sve zajedničke točke uzastopnih laserskih očitanja, S_{ref} lasersko očitanje može se smatrati jednakim laserskom očitanju S_{curr} na koje je primijenjena transformacija:

$$S_{\rm ref} = TM(\omega, T_x, T_y) [S_{\rm curr}]$$
(2.4)



Slika 2.1: Referentno i trenutno lasersko očitanje.

Postoje različiti pristupi u rješavanju prethodno definiranog problema. U nestrukturiranim radnim prostorima s relativno malim šumom mjerenja koriste se metode ICP¹ familije, koje ne pretpostavljaju nikakve karakteristike radnog prostora. Takve metode sastoje se od dva koraka: u prvom koraku koristi se heurističko pravilo za određivanje odgovarajućih točaka između dva laserska očitanja, dok se u drugom koraku rješava problem najmanjih kvadrata. Relativni pomak dobije se iterativno izvršavajući algoritam kada pogreška padne ispod zadanog praga. Glavni problem jest kako istovremeno uzeti u obzir relativnu translaciju i rotaciju između točaka laserskih očitanja. IDC² metoda [6] predstavlja poboljšanje standardne ICP metode. IDC metoda predlaže korištenje dvaju različitih pravila za određivanje odgovarajućih parova točaka laserskih očitanja. Prvo pravilo koristi Euklidsku udaljenost, a drugo pravilo koristi kutnu udaljenost. Drugačiji pristup dan je MbICP³ metodom [7] definiranjem nove mjere udaljenosti koja u obzir uzima i translaciju i rotaciju između dva položaja. Kako bi se postigla konvergencija, laserska očitanja moraju biti uzeta na dovoljno bliskim položajima.

U nastavku slijedi opis korelacijske metode slaganja uzastopnih laserski očitanja, a zatim se predstavljaju proširenja i prilagodbe metode općenite korelacijske metode prelaskom u Houghov prostor.

¹ engl. Iterative Closest Point (ICP)

² engl. Iterative Dual Correspondence (IDC)

³ engl. Metric-based Iterative Closest Point (MbICP)

2.1. Korelacijska metoda slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti

Općenita korelacijska metoda slaganja uzastopnih laserskih očitanja sadrži dva glavna postupka: izradu histograma i korelaciju histograma. Relativni pomak sastoji se od translacije duž *x*–osi i *y*-osi te rotacije. Zbog toga je potrebno izraditi tri histograma za referentno i trenutno lasersko očitanje. Nakon što su izrađeni odgovarajući histogrami, relativni pomaci određuju se korelacijom. Budući da se koriste histogrami za predstavljanje karakteristika radnog prostora, pretpostavlja se da radni prostor mobilnog robota sadrži dovoljno pravocrtnih karakteristika. To odgovara situaciji u kojoj se robot giba i obavlja zadatke u nekom zatvorenom prostoru.

2.1.1. Izrada histograma

Prvo se izrađuje histogram kuta jer je njegov izračun neovisan o translaciji. Također, kako bi se postigla jednaka nezavisnost u određivanju translacije, prije izrade x i y histograma, laserska se očitanja trebaju rotirati tako da je većina točaka poravnata s x-osi. Odnosno, prije izrade x i y histograma moramo imati izrađen histogram kuta i znati njegovu maksimalnu vrijednost.

U standardnoj implementaciji korelacijske metode histogram kuteva se izrađuje na temelju relativnih kuteva između susjednih točaka laserskog očitanja prema slici 2.2. Udaljenosti dobivene iz laserskih očitanja i kutevi pod kojim su udaljenosti mjerene mogu se tumačiti kao vektori koji odgovaraju zrakama lasera. Ako spojimo susjedne točke laserskog očitanja, dobivene linije aproksimiraju površine struktura u radnom prostoru, dok relativni kut između linija i *x*-osi aproksimira orijentaciju tih površina radnog prostora. Linije spojene između točaka očitanja, koje pripadaju istoj površini, imat će sličnu orijentaciju. Relativni kut se računa prema izrazu:

$$\beta = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \tag{2.5}$$

gdje Δx i Δy predstavljaju razliku između x i y koordinata susjednih točaka laserskog očitanja. Korištenjem arctan funkcije, koja vraća vrijednosti između -90° i 90°, postiže se da promjena pozicije ne utječe na relativne kuteve jer ona translatira točke očitanja bez mijenjanja njihovih relativnih kuteva. Maksimalna vrijednost tako izrađenog histograma kuteva je kut glavne osi. Taj kut predstavlja orijentaciju najznačajnije površine radnog prostora u laserskom očitanju (površina koju predstavlja najviše točaka laserskog očitanja).



Slika 2.2: Grafički prikaz izračuna relativnog kuta za izradu histograma kuteva.

Na slici 2.3. prikazani su histogrami kuteva referentnog S_{ref} i trenutnog S_{curr} laserskog očitanja. Usporedbom histograma kuteva može se primijetiti pomak između vrijednosti koje su pridijeljene kutevima. Histogram trenutnog laserskog očitanja možemo promatrati kao pomaknuti histogram referentnog laserskog očitanja za neki iznos kuta. Pomak je neovisan o translaciji i odgovara relativnoj rotaciji ω , odnosno promjeni orijentacije mobilnog robota između dviju lokacija s kojih su uzeta očitanja.

Sada je potrebno odrediti maksimalne vrijednosti histograma kuteva. Kako bi algoritam bio robusniji, određivat će se samo maksimalna vrijednosti histograma očitanja S_{ref} . S_{ref} lasersko očitanje rotirat će se za tu vrijednost, dok će se S_{curr} lasersko očitanje rotirati za dobiveni iznos rotacije umanjen za maksimalnu vrijednost histograma očitanja S_{ref} . Tako se maksimalna vrijednost histograma traži samo jednom, što doprinosi dodatnoj robusnosti metode i daje bolje rezultate kada postoji šum mjerenja.



Slika 2.3: Histogram kuteva referentnog i trenutnog laserskog očitanja.

Nakon rotacija većina točaka je poravnata s x-osi i time se postiže željena neovisnost u izradi x i y histograma. X i y histogrami predstavljaju raspodjelu udaljenosti točaka laserskog očitanja od x-osi i y-osi. Budući da će točke laserskog očitanja koje pripadaju istoj planarnoj površini radnog prostora imati slične vrijednosti x koordinata ili y koordinata, veće vrijednosti u histogramu bit će na udaljenostima koje predstavljaju planarne strukture kao što su zidovi. Na slici 2.4. prikazani su primjeri x i y histograma. Sada se lako može odrediti translacija odnosno pomak T_x u smjeru x-osi i T_y u smjeru yosi.

Ovaj postupak radi dobro u radnim prostorima koji sadrže okomite površine. Takvi radni prostori odgovaraju većini zatvorenih prostora. No, u radnim prostorima koji ne sadrže okomite površine, ali i dalje imaju planarne strukture, potrebno je odrediti i ostale lokalne maksimalne vrijednosti histograma kuteva, zatim rotirati laserska očitanja za svaku tu vrijednost i odrediti odgovarajući pomaku u tom smjeru. Rezultirajuća translacija *T* određuje se kombinacijom dobivenih pomaka.



Slika 2.4: X i y histogrami referentnog i trenutnog laserskog očitanja.

2.1.2. Korelacija histograma

Sada, kada su izrađeni odgovarajući histogrami referentnog S_{ref} i trenutnog S_{curr} laserskog očitanja potrebno je pronaći pomak između njih. Zbog šuma mjerenja pomak nije dobro određivati neposredno iz histograma uspoređujući maksimalne vrijednosti. Budući da su histogrami diskretne funkcije, za određivanje pomaka koristit će se diskretna kroskorelacijska funkcija dana sljedećim izrazom:

$$C(j) = \sum_{i=1}^{n} h_{\text{curr}}(i) h_{\text{ref}}((i+j) \% n)$$
(2.6)

gdje *C* predstavlja kroskorelacijsku funkciju, h_{ref} i h_{curr} su histogrami referentnog i trenutnog laserskog očitanja, a *n* je broj klasa histograma. Indeks *j* koji odgovara maksimalnoj vrijednosti kroskorelacijske funkcije *C* proporcionalan je pomaku između histograma.

Na slici 2.5. prikazana je tipična kroskorelacijska funkcija. Zbog karakteristika radnog prostora može se pojaviti više maksimuma u kroskorelacijskoj funkciji. U tom slučaju koriste se odometrijski podaci kako bi se odredila prava maksimalna vrijednost.

Time se dodatno i ubrza algoritam jer se maksimalna vrijednost traži samo u lokalnom području.



Slika 2.5: Primjer kroskorelacijske funkcije dvaju histograma kuteva.

2.2. Korelacijska metoda s proračunom relativne rotacije u Houghovom prostoru

U općenitoj korelacijskoj metodi, kod izrade histograma kuteva, relativni se kut direktno računa iz podataka laserskog očitanja. Tako dobiveni histogram kuteva nije pouzdan u slučaju kada postoji šum mjerenja u laserskim očitanjima. Tada, rotacija laserskih očitanja, ujedno i najosjetljiviji korak metode, ne daje dobre rezultate. Kao posljedica toga većina točaka nije poravnata s *x*-osi i time se ne postiže željena neovisnost u izradi *x* i *y* histograma. Na slici 2.6. prikazan je primjer zašumljenog laserskog očitanja i odgovarajućeg histograma kuteva.



Slika 2.6: Primjer zašumljenog laserskog očitanja i odgovarajućeg histograma kuteva.

Dakle, prema slici 2.6. vidi se kako se zbog šuma mjerenja histogram kutova izobličuje te njegova najveća vrijednost daje krivu informaciju. Krivo se odredi rotacija i izrade *x* i *y* histogrami te algoritam daje krive rezultate. Zato se u ovom radu koristi Houghova transformacija i izračun Houghova spektra za određivanje relativne rotacije i kuta prema kojem je poravnata većina površine. Ukratko, Houghova transformacija jest preslikavanje iz ulaznog u parametarski prostor, a koristi se kao metoda za detekciju nesavršenih primjeraka odabrane klase oblika. Najčešće se koristi za detekciju linija, no može se primijeniti za detekciju ostalih geometrijskih krivulja. Pri tome dimenzija parametarskog prostora raste s porastom broja parametara koji definiraju odabranu klasu

oblika. Pravilnim odabirom parametara Houghov prostor ističe pravocrtne karakteristike radnog prostora, što rezultira robusnijim algoritmom u slučaju kada je prisutan šum mjerenja u laserskim očitanjima.

U dodatku A opisana je Houghova transformacija. U dodatku B opisana je *diskretna Houghova transformacija*⁴, dok se vjerojatnosna Houghova transformacija opisuje u dodatku C. Naposljetku, u dodatku D opisan je izračun Houghovog spektra.

2.2.1. Proračun rotacije u Houghovom prostoru

Budući da Houghov spektar sadrži informacije o orijentacijama, može se koristiti kao histogram kuteva. Korelacijom Houghovih spektara referentnog i trenutnog laserskog očitanja određuje se pomak između njih, odnosno promjena orijentacije mobilnog robota između dviju lokacija s kojih su očitanja uzeta. Maksimalna vrijednost Houghovog spektra također daje informaciju o kutu prema kojem je poravnata većina površine radnog prostora. Na slici 2.7. prikazan je Houghov spektar zašumljenog laserskog očitanja prikazanog na slici 2.6. (Houghov spektar sveden je u područje $[0, \pi\rangle$ kako bi paralelne površine bile prikazane istom točkom). Usporedili se li Houghov spektar s prethodno određenim histogramom kuteva odmah se uočava velika razlika. U Houghovom spektru, unatoč prisutnom šumu mjerenja u laserskim očitanjima, još uvijek postoji jasna informacija o orijentaciji površina radnog prostora.

Proračunom Houghovog spektra dobiva se postupak za određivanje relativne rotacije i kuta glavne osi robustan na šum mjerenja.

⁴ engl. Discrete Hough Transform (DHT)



Slika 2.7: Primjer Houghova spektra zašumljenog laserskog očitanja.

2.2.2. Vjerojatnosni pristup

Budući da je lokalizacija osnovni modul mobilnog robota, koji je preduvjet za rješavanje osnovnih problema mobilne robotike, svi složeniji moduli i svako inteligentnije ponašanje robota temelji se na lokalizacijskom modulu. Zato je korisno promotriti računsku složenost naše metode kako njezino izvođenje ne bi imalo posljedice na implementaciju složenijih modula (u slučajevima kada je računska i memorijska složenost od velike važnosti). Proračun Houghove transformacije najviše utječe na računsku i memorijsku složenost same metode. Zato se u ovom radu razmatra uvođenje vjerojatnosne Houghove transformacije.

Korištenjem vjerojatnosne Houghove transformacije smanjuje se vrijeme izvođenja algoritma. Naravno, smanjenjem vremena izvođenja algoritma dolazi do gubitka informacija, time i do opadanja točnosti algoritma.

Sada, na kraju ovog poglavlja, možemo dati pregled strukture algoritma korelacijske metode s proračunom relativne rotacije u Houghovom prostoru (u nastavku teksta HSC^5 , odnosno $PHSC^6$ metoda).

⁵ engl. Hough Spectrum Correlation (HSC)

⁶ engl. Probabilistic Hough Spectrum Correlation (PHSC)



Slika 2.8: Strukturna shema algoritma HSC metode.

2.3. Slaganje uzastopnih očitanja laserskog senzora u Houghovom prostoru

Drugi značajni nedostatak korelacijske metode je što najbolje radi u radnim prostorima koji sadrže okomite površine. Koristeći pretpostavku da su laserska očitanja uzeta s dovoljno bliskih pozicija, može se dodatno unaprijediti korelacijsku metodu te će ona davati dobre rezultate i u nekim radnim prostorima koji ne sadrže okomite površine. No, kako bi se metoda mogla primijeniti u svim radnim prostorima koji ne sadrže okomite površine, mora se dodatno modificirati proračunom translacije u Houghovom području.

2.3.1. Proračun translacije u Houghovom prostoru

U Houghovom spektru laserskog očitanja, uzetog u radnom prostoru koji sadrži ne okomite površine, postoji više lokalnih maksimuma, koji nisu međusobno pomaknuti za 90°. Na slici 2.9. može se vidjeti reprezentativni HS takvog radnog prostora (sada je Houghov spektar prikazan u području $[0, 2\pi\rangle)$.



Slika 2.9: Primjer Houghovog spektra, radni prostor s ne okomitim zidovima.

Nakon proračuna HS-a i određivanja relativne rotacije ω , znamo pomak za koji je potrebno cirkularno pomaknuti stupce HT_{curr} kako bi odgovarali stupcima HT_{ref}. Nakon cirkularnog pomaka vrijedi:

$$HT_{ref}(\hat{\theta},\rho) = HT_{curr}(\hat{\theta},\rho + (\cos\hat{\theta} \quad \sin\hat{\theta})T)$$
(2.7)

gdje je $\hat{\theta}$ proizvoljna vrijednost kuta.

Kroskorelacijom stupaca HT_{curr} i HT_{ref} može se odrediti pomak $d(\hat{\theta})$, koji je zapravo projekcija translacije T u $\hat{\theta}$ smjeru:

$$(\cos\hat{\theta} \quad \sin\hat{\theta})T = d(\hat{\theta}) \tag{2.8}$$

Kroskorelacijom više stupaca DHT-a dobiva se više različitih vrijednosti projekcija translacije T. Kako bi se odredila vrijednost rezultirajuće translacije T u smjeru x-osi i y-osi konstruira se sljedeći linearani sustav:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ \vdots & \vdots \\ \cos \theta_n & \sin \theta_n \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} d(\theta_1) \\ d(\theta_2) \\ \vdots \\ d(\theta_n) \end{bmatrix}$$
(2.9)

konačno rješenje dobit će se metodom najmanjih kvadrata.

Način na koji će se određivati smjerovi u kojim treba odrediti projekciju translacije može biti krajnje provizoran. Mogu se koristi svi stupci DHT-a, no time bi se značajno povećala računska složenost metode. Takav pristup nije pogodan za učinkovitu implementaciju metode. U ovoj metodi kroskorelirat će se oni stupci DHT-a u kojima su određeni lokalni maksimumi HS-a. Tako se postiže dodatna ušteda u vremenu izvođenja, a kroskorelacijom tako odabranih stupaca dobivaju se izražene maksimalne vrijednosti tih funkcija. Na slici 2.10. prikazane su odgovarajuće kroskorelacijske funkcije te se jasno vidi da se korelacijom tako odabranih stupaca dobivaju jako izraženi maksimumi.



Slika 2.10: Primjer kroskorelacijskih funkcija u smjeru lokalnih maksimuma HS-a.

Na slici 2.11. prikazan je drugačiji pristup rješavanju problema, ujedno i grafički prikaz prethodnog postupka proračuna translacije *T*. Isprekidanim linijama ilustriran je S_{curr} lasersko očitanja, dok je punom linijom ilustrirano S_{ref} lasersko očitanje (nakon što je određena i primijenjena relativna rotacija ω). Kao i u prethodnom pristupu prvo se odrede odgovarajući pomaci d($\hat{\theta}_i$) u $\hat{\theta}_i$ smjeru. Problem određivanja rezultirajuće translacije *T* svodi se na provlačenje odgovarajućih pravaca p₁ i p₂ te traženje njihovog presjeka:

$$y = -\frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_1} x + \frac{d(\theta_1)}{\sin \theta_1}$$

$$y = -\frac{\cos \theta_2}{\sin \theta_2} x + \frac{d(\theta_2)}{\sin \theta_2}$$
(2.10)

Korištenjem normalnog oblika jednadžbe pravca dobivaju se sljedeći izrazi:

$$\cos \theta_1 \cdot x + \sin \theta_1 \cdot y = d(\theta_1)$$

$$\cos \theta_2 \cdot x + \sin \theta_2 \cdot y = d(\theta_2)$$
(2.11)



Slika 2.11: Grafički prikaz proračuna translacije.

Sada se ponovno može konstruirati linearni sustav. Ako se poopći ovaj primjer dobit će se sustav jednak prethodnom linearnom sustavu.

Na slici 2.12. prikazana je strukturna shema algoritma korelacijske metode s proračunom relativnih pomaka u Houghovom prostoru (u nastavku teksta HDC^7 metoda).

⁷ engl. Hough Domain Correlation (HDC)



Slika 2.12: Strukturna shema algoritma HDC metode.

2.4. Metric-based metoda slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti

MbICP metoda slaganja uzastopnih laserskih očitanja pripada ICP familiji metoda. ICP metode temelje se na iterativnom procesu. Taj se proces sastoji od dva koraka:

- Za svaku točku S_{ref} laserskog očitanja potrebno je pronaći odgovarajuću točku u S_{curr} laserskom očitanju
- Izračun relativnog pomaka između točaka laserskih očitanja metodom najmanjih kvadrata.

Rješenje dobiveno u svakom koraku primjenjuje se kako bi se smanjila pogreška i relativni pomak između laserskih očitanja. Ovaj postupak se ponavlja dok ne konvergira, odnosno dok pogreška ne padne ispod zadanog praga. Kako bi se postigla konvergencija, laserska očitanja moraju biti uzeta na dovoljno bliskim položajima. U standardnoj implementaciji, ICP metode koriste Euklidsku udaljenost za određivanje odgovarajućih točaka i za izračun minimuma kvadrata pogreške. Glavni problem ICP metoda jest kako pronaći način da se u svakom koraku zajedno obuhvati relativna translacija i rotacija između točaka. Doprinos MbICP metode jest u obuhvaćanju translacije i rotacije. To se postiže definiranjem nove mjere udaljenosti koja se koristi za određivanje odgovarajućih točaka i izračuna minimuma kvadrata pogreške. Značajna karakteristika mjere udaljenosti jest da se promjenom odgovarajućeg parametra L mijenja težina koja se pridaje rotaciji ili translaciji. Ako parametar L teži k beskonačnosti mjera prelazi u Euklidsku udaljenosti (dobiva se standarndna ICP metoda), a ako L teži k nuli veći se značaj pridaje rotaciji između točaka laserskog očitanja. Vrijednosti parametra L određuje se eksperimentalno. Detaljni opis MbICP metode dan je u [7].

Glavna prednost i razlog popularnosti ICP familije metoda jest njihova jednostavnost i što ne pretpostavljaju nikakve karakteristike radnog prostora. Nedostaci metode su što se rješenja računaju iterativno i što se metoda koristi u radnim prostorima s relativno malim šumom mjerenja.

MbICP metoda je implementirana u programskom paketu Player/Stage [8] i predstavlja današnji standard među metodama. Ona nije predmet proučavanja ovog rada, već će se koristiti za usporedbu s korelacijskim metodama predstavljenim u ovom radu.

3. Implementacija metoda slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti na mobilnom robotu

Svi algoritmi opisani u prethodim poglavljima eksperimentalno su provjereni na stvarnom robotu Pioneer 3-DX (proizvođač MobileRobots Inc.) na Zavodu za automatiku i računalno inženjerstvo. Mobilni robot je prikazan na slici 3.1.



Slika 3.1: Zavodski Pioneer 3-DX mobilni robot.

U potpoglavlju 3.1. dan je pregled osnovnih karakteristika mobilnog robota i njegovih senzorskih podsustava. Na kraju, primjena redukcijskog filtra opisuje se u potpoglavlju 3.2.

3.1. Mobilna platforma

Mobilni robot Pioneer 3-DX opremljen je laserskim skenerom, nizom od 16 ultrazvučnih senzora razmještenih na prednjoj i stražnjoj strani mobilnog robota, stereo kamerom te odbojnicima za zaštitu od sudara. Percepcijski senzori mogu se pojedinačno koristiti ili je moguće provoditi fuziju njihovih informacija.

Mobilni robot ima diferencijalni pogon, dva pogonska kotača koje pokreću dva nezavisna elektromotora. Treći kotač nije pogonski i služi samo za osiguravanje stabilnosti. Na osovinama pogonskih kotača smješteni su enkoderi. Enkoderi su jednostavni i jeftini propriocepcijski senzori koji mjere kutnu brzinu na temelju podataka o zakretu osovine kotača. Komunikacija između mobilnog robota i ugrađenog računala odvija se preko RS232 serijske veze, dok se komunikacija prema ostalim računalima odvija preko bežičnog Etherneta (802.11b).

3.1.1. SICK LMS200 Laserski senzor udaljenosti

Laserski senzor udaljenosti radi na principu mjerenja vremena leta emitirane laserske zrake, koje se reflektira od prepreke i vraća natrag. Proteklo vrijeme, odnosno vrijeme između emitiranja i primanja laserske zrake, direktno je proporcionalno udaljenosti laserskog senzora do prepreke.

Odgovarajuće zrcalo se rotira tako da se jedno mjerenje sastoji od udaljenosti do prepreka poredanih u pozitivnom smjeru rotacije. Mjerenje laserskog senzora udaljenosti, uzeto s određenog položaja u trenutku *k*, može se prikazati kao skup od *M* parova:

$$S_k = \{(r_i, \alpha_i)\}, \quad 1 \le i \le M \tag{3.1}$$

gdje je r_i udaljenost prepreke do laserskog senzora pod kutem α_i . Odnosno, kao skup od M točaka čije su koordinate dane u lokalnom koordinatnom sustavu mobilnog robota:

$$u_{k} = \begin{bmatrix} x_{i} \\ y_{i} \end{bmatrix} = r_{i} \begin{bmatrix} \cos \alpha_{i} \\ \sin \alpha_{i} \end{bmatrix}$$
(3.2)

SICK LMS200 precizan je i visoko razlučiv senzor udaljenosti. Njegove karakteristike dane su u tablici 3.1.

	Scanning	Angular	Resolution/typical	Typical	Temperature	Fog
	angle	resolution	Measurement	range	range	correction
			accuracy			
LMS200	180°	0.25°,0.5°,1°	10 mm/ ±15 mm	10 m	0 to 50°C	no

Tablica 3.1: Karakteristike SICK LMS 200 senzora.

U standardnoj konfiguraciji područje rada lasera je 180 stupnjeva s razlučivosti $\Delta \alpha = 0.5$ °, tako da se jedno mjerenje sastoji od 361 točke.



Slika 3.2: SICK LMS 200 laserski senzor udaljenosti.

Općenito, laserski senzor udaljenosti je pouzdan i precizan senzor, većeg dometa od ultrazvučnog senzora i malog broja lažnih očitanja. Nedostatak laserskog senzora udaljenosti je što njegova primjena ovisi o karakteristikama radnog prostora, a velika reflektivnost površina radnog prostora može dovesti do neispravnog rada. Također, iz očitanja laserskog senzora udaljenosti dobiva se tanka ploha koja prezentira 3D radni prostor, što može biti uzrok problema u realnim primjenama. Glavni izvor pogreške laserskog senzora je slabljenje povratnog signala s udaljenošću i s upadnim kutem.

3.1.2. Odometrija

Praćenje položaja mobilnog robota najčešće se temelji na odometriji. Položaj mobilnog robota u odnosu na referentni koordinatni sustav q_0 u trenutku *k* definiran je izrazom:

$$q_{k} = \begin{bmatrix} x_{k} \\ y_{k} \\ \Theta_{k} \end{bmatrix}$$
(3.3)

gdje je (x_k , y_k) pozicija mobilnog robota izražena u koordinatama kartezijevog koordinatnog sustava, a Θ_k je orijentacija mjerena od pozitivne *x*-poluosi kartezijevog koordinatnog sustava. Odometrijski sustav mobilnog robota označava sustav estimacije položaja mobilnog robota na temelju prethodno poznatog položaja. Trenutni položaj mobilnog robota, s dva pogonska kotača te jednim kotačem za stabilnost, estimira se prema sljedećem kinematičkom modelu:

$$v_{t}(k) = \frac{v_{L}(k) + v_{R}(k)}{2} = \frac{\omega_{L}(k)R + \omega_{R}(k)R}{2}$$
(3.4)

$$\omega_{\rm rot}(k) = \frac{v_R(k) - v_L(k)}{b} = \frac{\omega_R(k)R - \omega_L(k)R}{b}$$
(3.5)

$$\Theta(k+1) = \Theta(k) + \omega_{\text{rot}}(k) \cdot T_{s}$$
(3.6)

$$x(k+1) = x(k) + v_t(k) \cdot T_s \cdot \cos \Theta(k+1)$$
(3.7)

$$y(k+1) = y(k) + v_t(k) \cdot T_s \cdot \sin \Theta(k+1)$$
 (3.8)

gdje su $v_L(k)$ i $v_R(k)$ obodne brzine lijevog i desnog kotača; $\omega_L(k)$ i $\omega_R(k)$ kutne brzine lijevog i desnog kotača; $v_t(k)$ translacijska brzina robota; $\omega_{rot}(k)$ rotacijska brzina robota; T_s vrijeme uzrokovanja; *b* duljina osovine kotača; *R* radijus kotača.

Iz prethodnog izraza vidi se da se položaj robota estimira na temelju vrijednosti kutnih brzina kotača izmjerenih enkoderima. No, za proračun položaja potrebno je poznavati duljinu osovine *b* i radijusa kotača *R*. Nepoznavanje tih parametara rezultira pogreškom u estimaciji položaja. Općenito pogreške se dijele na sustavske (nepoznavanje radijusa kotača, duljine osovine kotača), koje se mogu kompenzirati, i na ne sustavske (utjecaj neravne podloge, proklizavanje kotača, šum u mjerenju brzine). Sustavske pogreške se najčešće kompenziraju korištenjem kalibracije te uvrštavanjem kalibriranih parametara u prošireni odometrijski model. Budući da se ne može kompenzirati utjecaj nesustavskih pogrešaka jer nemaju stalnu vrijednost, one se tijekom vremena akumuliraju i dovođe do razlike između estimiranog i stvarnog položaja. Zbog pogreške koja raste s prijeđenim putom, odometrijski podaci često nisu pouzdani.



Slika 3.3: Kinematički model mobilnog robota.

3.2. Redukcijski filtar

Prije primjene Houghove transformacije potrebno je pripremiti, odnosno filtrirati mjerene podatke. Redukcijski filtar će se koristiti kako bi se smanjile negativne posljedice u situacijama kada se mobilni robot previše približi zidu. Svojstvo laserskog senzora udaljenosti je da gustoća točaka, koje opisuju značajke radne okoline, opada s udaljenošću. Kada se mobilni robot približi zidu, gustoća točaka laserskog očitanja će se značajno povećati i tako utjecati na proces glasovanja u Houghovoj transformaciji. Budući da ne dolazi do promjena u karakteristikama radnog prostora, nego samo u udaljenosti mobilnog robota od zida, teži se utjecaj tog efekta smanjiti ili ukloniti. Kako bi se izjednačila prostorna gustoća točaka i tako uravnotežio broj glasova u izradi akumulatorske matrice, koristi se redukcijski filtar.

Princip rada redukcijskog filtra sastoji se u aproksimaciji grupu točaka sa jednom točkom. Grupa točaka koja se aproksimira definirana je radijusom r koji oko referentne točke opisuje kružnicu i obuhvaća odgovarajuće točke. Nova točka se dobiva kao srednja vrijednost svih pripadajućih točaka unutar radijusa. Ako se odabere prevelika vrijednost radijusa, lasersko očitanje će postati izobličeno. Vrijednosti radijusa izabiru se pažljivo i tipične vrijednosti su jako male. Veliki radijus rezultira jakoj redukciji točaka.

Dodatna prednost korištenja redukcijskog filtra jest smanjenje broja točaka laserskog očitanja, tako da se smanjuje vrijeme izvođenja algoritma. Pri tome je glavni problem gubitak informacija, u slučaju loše odabrane vrijednosti radijusa. Na slici 3.4. prikazano je lasersko očitanje prije i poslije primjene redukcijskog filtra.



Slika 3.4: Prikaz rada redukcijskog filtra.

4. Primjene metoda slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti

Metode slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora primjenjuju se u rješavanju mnogih problema u polju mobilne robotike. No, najviše se koriste za unaprjeđenje algoritama za rješavanje lokalizacijskog problema te algoritma za izgradnju karte prostora. Dakako, postoje i algoritmi, koji se temelje na korelacijskoj metodi slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti, za rješavanje istovremenog problema lokalizacije i izgradnje prostora (SLAM¹) [9].

Zanimljiva primjena korelacijske metode dana je u [10]. Autori koriste korelacijski algoritam za spajanje dviju karata prostora. Dva robota se kreću u istom radnom prostoru, te prilikom "susreta" izmjene informacije i tako konstruiraju bolju kartu prostora. Algoritam umjesto dva laserska čitanja koristi dvije karte prostora, a rezultat je, umjesto relativne rotacije i translacije, odgovarajuća karta prostora.

Također, primjenom metoda uzastopnih slaganja laserskih očitanja dodatno se unaprjeđuju i algoritmi za praćenje objekta.

U ovom radu najveći naglasak stavit će se na primjenu korelacijske metode u rješavanju problema lokalizacije mobilnog robota.

4.1. Praćenje gibanja ljudi u okolini mobilnog robota

U radnom prostor robota djeluju i borave ljudi, te on tako postoje dinamičan. Također, danas postoje sve veći zahtjevi za inteligentnom i "prirodnom" interakcijom između robota i ljudi. No, čak i za uspješno obavljanje najjednostavnijih zadatka bitno je da mobilni robot u svojoj neposrednoj okolini može pratiti stanja gibajućih objekata. Osnovni zadaci kao što su planiranje putanje i određivanje sigurne putanje unutar dinamičkog radnog prostora, nije moguće izvršiti ako ne postoji kvalitetno implementiran algoritam za praćenje objekata.

U [11] implementiran je i značajno unaprijeđen vjerojatnosni algoritam za praćenje gibajućih objekata laserskim senzorom mobilnog robota, s naglaskom na rad u stvarnom

¹ engl. Simultaneous Localization and Mapping (SLAM)

vremenu. Preciznije, u tom radu predstavljena je metoda: *adaptivno uzorkovani združeni vjerojatnosni filtar pridruživanja mjerenja*². U predstavljenoj metodi za modeliranje neodređenosti stanja praćenih objekata koriste se *čestični filtri*³, te *združeni vjerojantosni filtar pridruživanja mjerenja*⁴ za pridruživanje mjerenja odgovarajućim praćenim objektima. Primjenom KLD⁵ metode uzorkovanja čestičnog filtra postiže se adaptacija broja čestica, čime je postignuto značajno smanjenje potrebnog broja čestica u čestičnom filtru bez gubitka točnosti praćenja ljudi. Kako bi se omogućilo praćenje promjenjivog broja objekata implementirana je Bayesova estimacija broja objekata u polju laserskog senzora.

Budući da se mobilni robot u izvršavanju svojih zadaća giba unutar svog radnog prostora, u algoritmu se uzima u obzir i gibanje laserskog senzora udaljenosti. Grubu procjenu relativnog pomaka, od očitanja do očitanja, može se osigurati korištenjem odometrijskih podataka dobivenih inkrementalnim enkoderima na kotačima mobilnog robota. No, pogreške u odometriji prouzročit će probleme pri klasifikaciji detektiranih značajki na pokretne i nepokretne. Zbog nepodudaranja slijednih očitanja laserskog senzora, algoritam će većinom sve izlučene značajke kvalificirati kao pokretne.

Metode slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora predstavljene u ovom radu dodatno unaprjeđuju algoritam za praćenje gibajućih objekata. Njihovim korištenjem, umjesto korištenjem odometrijskih podataka, postiže se bolje podudaranje slijednih očitanja laserskog senzora udaljenosti, a time i znatno bolja klasifikacija detektiranih značajki na pokretne i nepokretne.

Oba algoritma (metoda uzastopnih slaganja laserskih očitanja i algoritam za praćenje gibajućih objekta) implementirani su zasebno kao *umetnuti upravljački program*⁶ u programskom paketu Player/Stage čime je znatno pojednostavljeno njihovo povezivanje i korištenje. Algoritmi su tako određeni kao dvije zasebne cjeline, kao dva zasebna modula, čime je zadovoljeno temeljeno načelo objektno orijentiranog programiranja: razbijanje programa u zatvorene cjeline koje zatim međusobno surađuju u rješavanju problema.

Takav pristup omogućuje da se u algoritmu, praćenjem gibajućih objekta, koriste bolji podaci o relativnom pomaku mobilnog robota bez nepotrebnog zadiranja u implementaciju metoda uzastopnih slaganja laserskih očitanja. Također, takav pristup traži

² engl. Adaptive Sample-based Joint Probabilistic Data Association Filter (ASJPDAF)

³ engl. Particle filter

⁴ engl. Joint Probabilistic Data Association Filter (PDAF)

⁵ engl. Kullback-Liebler divergence (distance)

⁶ engl. plugin driver

razvijanje i implementaciju metoda za uzastopno slaganje laserskih očitanja kao objekta, koji svojoj okolini pruža isključivo podatke koji su joj neophodni da bi se objekt mogao koristiti. U ovom slučaju to su podaci o trenutnom položaju mobilnog robota.

4.2. Lokalizacija zasnovana na slaganju uzastopnih očitanja laserskog senzora

Lokalizacija kao osnovni modul mobilnog robota predstavlja problem pronalaženja i praćenja položaja mobilnog robota. Lokalizacija može biti globalna ili lokalna. Obje vrste lokalizacije koriste informacije prikupljene s jednog ili više osjetila mobilnog robota.

Globalna lokalizacija služi za određivanje trenutnog položaja mobilnog robota u poznatom modelu radnog prostora bez poznatog početnog položaja u odnosu na globalni, fiksni koordinatni sustav. Prednosti globalne lokalizacije su u tome da su određeni relativni pomaci uvijek definirani u istom koordinatnom sustavu. No, u nekim slučajevima teško je odabrati odgovarajući globalni koordinatni sustav.

U ovome se radu koristi lokalna lokalizacija, koja se temelji na prethodno predstavljenim metodama slaganja uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti. Lokalna lokalizacija podrazumijeva praćenje položaja mobilnog robota uz pretpostavku da je poznat njegov početni položaj. Kod lokalne lokalizacije ne postoji fiksni koordinatni sustav, već se on pomiče ovisno o položaju robota s kojeg je uzeto senzorsko očitanje. U svakom koraku proračuna dobivaju se relativni pomaci određeni u odnosu na prethodni položaj. Takav pristup predstavlja prednost u istraživanju nepoznatog prostora. No, kao posljedicu promjenjivog koordinatnog sustava potrebno je u svakom koraku raditi proračun trenutnog položaja mobilnog robota na temelju izračunatih relativnih pomaka.

U slučaju kada se lokalizacija provodi kontinuirano, kako bi se pratio položaj mobilnog robota, u svakom se koraku zbrajaju relativni pomaci te se time i akumulira pogreška. Akumulirana pogreška može postati značajno velika kada broj koraka u postupku lokalizacije postane značajno velik. Zato se lokalna lokalizacija najčešće koristi za kratke udaljenosti. No, kada je potrebno dugo kontinuirano provoditi lokalnu lokalizaciju metodom slaganja uzastopnih laserskih očitanja, pravilnim odabirom trenutka izvođenja proračuna postižu se dobri rezultati.

4.2.1. Proračun trenutnog položaja mobilnog robota

Dakle, u svakom koraku proračuna potrebno je odrediti novi položaj prema određenim relativnim pomacima s obzirom na prethodni položaj, odnosno s obzirom na koordinatni sustav određen referentnim položajem mobilnog robota. Na slici 4.1. prikazana je ilustracija pomaka mobilnog robota.

Proračun vrijednosti orijentacije u novom položaju dan je sljedećim izrazom:

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k + \omega \tag{4.1}$$

Proračun nove vrijednosti pozicije dan je sljedećim izrazom:

$$x_{k+1} = x_k + T_x \cos \Theta_k - T_y \sin \Theta_k$$

$$y_{k+1} = y_k + T_x \sin \Theta_k + T_y \cos \Theta_k$$
(4.2)



Slika 4.1: Grafički prikaz pomaka mobilnog robota.

5. Rezultati

Metode predstavljene u ovom radu implementirane su C++ kodu tako da su platformski neovisne. Simulacijska i eksperimentalna provjera razvijenih algoritama izvedena je pomoću programskog paketa Player/Stage. Simulacijski eksperimenti provedeni su na računalu sljedeće konfiguracije: procesor 1.67 GHz; 512 Mb RAM-a. Eksperimentalni rezultati izvedeni su pomoću mobilnog robota Pioneer 3-DX i SICK LMS200 laserskog senzora udaljenosti.

Slijede simulacijski eksperimenti u kojima će se ispitati osnovna funkcionalnost metoda, te njihov rad u slučajevima kad postoji šum mjerenja u laserskim očitanjima. Rad metoda ispitan je u radnoj okolini s okomitim i u radnim okolinama u kojima zidovi nisu okomiti. Također, promatran je utjecaj korištenja vjerojatnosne Houghove transformacije na vrijeme izvođenja metode i na točnost same metode. Na kraju su prikazani simulacijski i eksperimentalno dobiveni rezultati lokalizacije mobilnog robota temeljem metoda uzastopnih slaganja laserskih očitanja.

5.2. Simulacijski eksperimenti

5.2.1. Usporedba rada HSC i HDC metoda u radnoj okolini s okomitim zidovima

U sljedećem eksperimentu ispitana je osnovna funkcionalnost metoda. Simulacijom u radnoj okolini uzeto je lasersko očitanje, dok se primjenom transformacije (ω , *T*) dobiva odgovarajuće pomaknuto lasersko očitanje. U eksperimentu je 100 puta pokretan postupak slaganja laserskih očitanja. U svakom slučaju je rotacija ω izabrana kao slučajno odabrana vrijednost uniformne distribucije iz skupa [-15, 15] °, dok je translacija odabrana iz skupa [-30, 30] cm. Za svaku je metodu izračunata statistička analiza točnosti. Korištene su sljedeće postavke metoda: $\Delta \theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta \rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.01$ m za izradu *x* i *y* histograma. Statistička analiza točnosti rezultata dana je u tablici 5.1.

Na slici 5.1. prikazan je tipičan primjer ovog eksperimenta. Prvo su prikazana dva međusobno pomaknuta laserska očitanja, a zatim rezultat dobiven algoritmom.

		HSC			HDC	
Pogreška:	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$
Efektivna vrijednost	0.1449	0.0031	0.0042	0.1497	0.0029	0.0023
Srednja vrijednost	0.0268	$1.1 \cdot 10^{-6}$	$-2.6 \cdot 10^{-4}$	0.0357	$4.6 \cdot 10^{-4}$	-3.810 ⁻⁴
Standardna devijacija	0.1424	0.0031	0.0042	0.1454	0.0029	0.0023
Najmanja	-0.2210	0.0064	-0.0096	-0.1860	-0.0055	-0.0069
Najveća	0.3060	0.0073	0.0082	0.3390	0.0061	0.0047

	Tablica 5.1: Statistička a	naliza točnosti re	zultata dobivenih u	ı 1. simulacijsko	om eksperimentu.
--	----------------------------	--------------------	---------------------	-------------------	------------------



Slika 5.1: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (okomiti zidovi).

Prema rezultatima prikazanim u tablici može se zaključiti da obje metode rade ispravno. Vrijednosti standardnih devijacija pogrešaka rotacije i translacije jako su male. Dok su maksimalne vrijednosti pogreške rotacije unutar 0.5 °, a maksimalne vrijednosti pogrešaka translacije unutar 1 cm.

5.2.2. Usporedba rada HSC i HDC metoda u radnoj okolini s okomitim zidovima, uz prisutan šum mjerenja

U ovom eksperimentu ispitan je rad metoda u slučaju kada postoji mjerni šum u očitanjima laserskog senzora udaljenosti. Postavke algoritma jednake su kao i u prethodnom eksperimentu: $\Delta \theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta \rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.01$ m za izradu x i y histograma. Mjerni šum je modeliran kao slučajna varijabla uniformne distribucije, dok je mijenjana samo njegova maksimalna vrijednost. Maksimalna vrijednost šuma u a) slučaju je ±2.5 cm, dok je u b) slučaju ±5 cm. Statistička analiza točnosti rezultata metoda dana je u tablici 5.2. i 5.3.

		HSC			HDC	
Pogreška:	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}[{\rm m}]$	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$
Efektivna vrijednost	0.1677	0.0036	0.0053	0.1825	0.0039	0.0057
Srednja vrijednost	-0.0016	$6.5 \cdot 10^{-5}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	-0.01825	$1.6 \cdot 10^{-4}$	-1.9·10 ⁻⁴
Standardna devijacija	0.1677	0.0036	0.0053	0.1816	0.0039	0.0057
Najmanja	-0.3410	-0.0098	-0.0142	-0.3920	-0.0083	-0.0137
Najveća	0.3740	0.0089	0.0125	0.4110	0.0104	0.0133

Tablica 5.2: Statistička analiza točnosti rezultata dobivenih u 2. a) eksperimentu.

Na slici 5.2. prikazan je tipičan primjer eksperimenta za slučaj a), dok je na slici 5.3. prikazan tipičan primjer b) slučaja eksperimenta. Prvo su prikazana, dva međusobno pomaknuta laserska očitanja, a zatim rezultat dobiven algoritmom.



Slika 5.2: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (okomiti zidovi), šum ±2.5 cm.

	r			1			
		HSC			HDC		
Pogreška:	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	
Efektivna vrijednost	0.2197	0.0060	0.0073	0.2344	0.0239	0.0280	
Srednja vrijednost	-0.0266	$-6.2 \cdot 10^{-4}$	9.8·10 ⁻⁴	-0.0205	-0.0020	$8.2 \cdot 10^{-4}$	
Standardna devijacija	0.2181	0.0059	0.0072	0.2335	0.0238	0.0280	
Najmanja	-0.4790	-0.0152	-0.0202	-0.6230	-0.0636	-0.0532	
Najveća	0.5730	0.0156	0.0155	0.4600	0.1123	0.2071	

Tablica 5.3: Statistička analiza točnosti rezultata dobivenih u 2. b) eksperimentu.



Slika 5.3: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (okomiti zidovi), šum ±5 cm.

U slučaju kada postoji šum mjerenja u laserskim očitanjima, obje metode daju jako dobre rezultate, za manji iznos šuma. U slučaju većeg šuma mjerenja, HSC metoda pokazuje se robusnijom. Razlog tome je što se u HSC metodi samo jednom traži maksimalna vrijednost Houghovog spektra, dok se u HDC metodi traže svi lokalni maksimumi te je u tom postupku teško odrediti vrijednost praga za detekciju lokalnih maksimuma za različite vrijednosti šuma mjerenja. Vrijednosti standardnih devijacija pogrešaka translacije i rotacije rastu s porastom iznosa šuma mjerenja. No, čak i maksimalne vrijednosti pogrešaka rotacije u b) slučaju neznatno su veće od 0.5 °. U b) slučaju, maksimalne vrijednosti pogreške translacije za HSC metodu su reda veličine 1 cm, dok za HDC metodu postaju značajnije.

5.2.3. Usporedba rada HSC i HDC metoda u radnoj okolini s ne okomitim zidovima

Ponovljen je prvi simulacijski eksperiment, no sada u radnoj okolini mobilnog robota s ne okomitim zidovima. Postavke algoritma jednake su kao i u prethodnom eksperimentu: $\Delta\theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta\rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.01$ m za izradu x i y histograma. Cilj eksperimenta je usporedba rezultata dobivenih HSC i HDC metodom koja zbog načina proračuna translacije u Houghovom prostoru ne bi trebala razlikovati radne okoline prema okomitosti zidova. Statistička analiza točnosti rezultata metoda dana je u tablici 5.4.



Slika 5.4: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (ne okomiti zidovi).

		HSC			HDC	
Pogreška:	$\Delta \omega$ [°]	$\Delta T_{\rm x}[{\rm m}]$	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}[{\rm m}]$	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$
Efektivna vrijednost	0.1481	0.0031	0.0036	0.1371	0.0026	0.0029
Srednja vrijednost	-0.0404	$4.5 \cdot 10^{-6}$	$-2.5 \cdot 10^{-4}$	-0.0089	$-4.0\cdot10^{-4}$	$-5.5 \cdot 10^{-4}$
Standardna devijacija	0.1425	0.0030	0.0036	0.1368	0.0026	0.0029
Najmanja	-0.3230	-0.0072	-0.0080	-0.3110	-0.0064	-0.0049
Najveća	0.2590	0.0073	0.0100	0.2340	0.0060	0.0093

Tablica 5.4: Statistička analiza točnosti rezultata dobivenih u 3. eksperimentu.

Unatoč tome što HSC metoda, zbog načina proračuna translacije, zahtjeva radne prostore s okomitim površinama, prema dobivenim rezultatima može se zaključiti da se HSC metodom dobiju rezultati jednake kvalitete kao i HDC metodom. Razlog tome je što se, koristeći pretpostavku da su laserska očitanja uzeta s dovoljno bliskih pozicija, relativni translacijski pomaci traže u lokalnim područjima. Time se postiže dodatna robusnost. No, HSC metoda se ne može primijeniti u svim radnim prostorima koji ne sadrže okomite površine.

5.2.4. Usporedba rada HSC i HDC metoda u radnoj okolini s ne okomitim zidovima, uz prisutan šum mjerenja

U ovom eksperimentu ispitan je rad metoda u radnoj okolini s ne okomitim zidovima kada postoji mjerni šum u očitanjim laserskog senzora udaljenosti. Postavke algoritma jednake su kao i u prethodnom eksperimentu: $\Delta \theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta \rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.01$ m za izradu x i y histograma. Mjerni šum je modeliran kao slučajna varijabla uniformne distribucije, dok je mijenjana samo njegova maksimalna vrijednost. U a) slučaju maksimalna vrijednost šuma je ±2.5 cm, dok je u b) slučaju ±5 cm.

		HSC			HDC	
Pogreška:	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$
Efektivna vrijednost	0.1620	0.0100	0.0049	0.1735	0.0308	0.0216
Srednja vrijednost	-0.0298	-8.9·10 ⁻⁵	$6.2 \cdot 10^{-4}$	-0.0375	-0.0084	0.0036
Standardna devijacija	0.1592	0.0099	0.0049	0.1696	0.0296	0.0213
Najmanja	-0.3340	-0.0247	-0.0080	-0.4110	-0.1690	-0.0333
Najveća	0.3480	0.0342	0.0142	0.4770	0.0499	0.0976

Table 4.1: Statistička analiza točnosti rezultata dobivenih u 4. a) eksperimentu.



Slika 5.5: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (ne okomiti zidovi), šum ±2.5 cm.

		HSC			HDC	
Pogreška:	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}[{\rm m}]$	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$
Efektivna vrijednost	0.2234	0.0212	0.0068	0.2369	0.0376	0.0214
Srednja vrijednost	-0.0014	$-2.8 \cdot 10^{-4}$	9.7·10 ⁻⁴	-0.0023	-0.0033	0.0034
Standardna devijacija	0.2234	0.0212	0.0067	0.2369	0.0375	0.0211
Najmanja	-0.4160	-0.0544	-0.0190	-0.5370	-0.1301	-0.0361
Najveća	0.6380	0.0628	0.0195	0.6380	0.1518	0.0844

Tablica 5.5: Statistička analiza točnosti rezultata dobivenih u 4. b) eksperimentu.



Slika 5.6: Primjer slaganja uzastopnih laserskih očitanja (ne okomiti zidovi), šum ±5 cm.

Rezultati dobiveni u ovom eksperimentu potvrdili su rezultate dobivene u drugom eksperimentu. HSC metoda ponovno se pokazala robusnijom s obzirom na šum mjerenja, bez obzira što u radnoj okolini nisu okomiti zidovi.

5.2.5. Usporedba rada HSC i PHSC metoda

Zbog proračuna translacije u Houghovom prostoru, u HDC metodi izračun Houghove transfomacije ne može se zamijeniti vjerojatnosnom Houghovom transformacijom. Time bi nastao prevelik gubitak informacija, a korelacija odgovarajućih stupaca referentne i trenutne akumulatorske matrice dala bi netočne rezultate. Zato se primjena vjerojatnosne Houghove transformacije promatra samo u HSC metodi. Kako se Houghova transformacija u HSC metodi koristi za izradu Houghovog spektra, korištenje vjerojatnosne Houghove transformacije značajno će utjecat na točnosti određivanja relativne rotacije ω . No, time će se netočnost u određivanju rotacije preslikati u netočnost određivanja translacije.

Radna okolina i postavke algoritma jednake su kao i u prvom eksperimentu: $\Delta \theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta \rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.01$ m za izradu x i y histograma. Eksperiment je proveden kada slučajno odabran podskup točaka m sadrži 50 %, 40 %, 30 %, 20 %, 10 % i 5 % točaka laserskog očitanja za slučaj a) bez šuma mjerenja, b) šum mjerenja je ±2.5 cm, c) šum mjerenja je ±5 cm. Statistička analiza točnosti rezultata metoda dana je u tablici 5.6. i 5.7.

		50 %			40 %		30 %			
	Pogreška:	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$
	Efektivna vrijednost	0.1677	0.0032	0.0038	0.1461	0.0031	0.0035	0.1862	0.0033	0.0045
	Srednja vrijednost	0.0576	$1.6 \cdot 10^{-4}$	-0.0010	0.0450	$-4.2 \cdot 10^{-4}$	$3.5 \cdot 10^{-4}$	0.0640	$4.2 \cdot 10^{-4}$	$-7.2 \cdot 10^{-4}$
a)	Standardna vrijednost	0.1575	0.0032	0.0037	0.1390	0.0031	0.0034	0.1748	0.0032	0.044
	Najmanja	-0.2330	-0.0057	-0.0097	-0.2180	-0.0068	-0.0086	-0.3080	-0.0049	-0.0103
	Najveća	0.3610	0.0059	0.0067	0.3250	0.0073	0.0083	0.3590	0.0068	0.0095
	Efektivna vrijednost	0.2478	0.0041	0.0068	0.2574	0.0041	0.0068	0.2880	0.0040	0.0076
	Srednja vrijednost	-0.0054	$1.6 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^{-4}$	0.0147	$7.2 \cdot 10^{-5}$	$-2.3 \cdot 10^{-4}$	-0.0245	$-1.2 \cdot 10^{-4}$	$7.0 \cdot 10^{-4}$
b)	Standardna devijacija	0.2477	0.0041	0.0068	0.2570	0.0041	0.0068	0.2870	0.0040	0.0076
	Najmanja	-0.8830	-0.0114	-0.0208	-0.8290	-0.0137	-0.0202	-0.9450	-0.0119	-0.0182
	Najveća	0.6630	0.0164	0.0269	0.9080	0.0116	0.0215	0.8600	0.0099	0.0238
	Efektivna vrijednost	0.4567	0.0090	0.0138	0.5370	0.0110	0.0152	0.5779	0.0124	0.0159
	Srednja vrijednost	0.0059	$1.2 \cdot 10^{-4}$	8.5·10 ⁻⁵	0.0429	$9.4 \cdot 10^{-4}$	$-9.3 \cdot 10^{-4}$	-0.0037	$-7.4 \cdot 10^{-4}$	$2.8 \cdot 10^{-4}$
c)	Standardna devijacija	0.4566	0.0090	0.0138	0.5353	0.0110	0.0152	0.5779	0.0124	0.0159
	Najmanja	-1.4890	-0.0362	-0.0393	-2.4540	-0.0387	-0.0555	-1.8980	-0.0569	-0.0418
	Najveća	1.2660	0.0358	0.0485	1.7480	0.0720	0.0549	2.0850	0.0640	0.0440

Tablica 5.6: Statistička analiza točnosti rezultata dobivenih u 5. eksperimentu -1.dio.

			20 %			10 %			5 %	
	Pogreška:	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}$ [m]	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$	Δω [°]	$\Delta T_{\rm x}[{\rm m}]$	$\Delta T_{\rm y}[{\rm m}]$
	Efektivna vrijednost	0.1761	0.0034	0.0040	0.1785	0.0031	0.0046	0.1888	0.0027	0.0043
	Srednja vrijednost	0.0982	$4.6 \cdot 10^{-4}$	-0.0016	0.0250	$7.4 \cdot 10^{-4}$	$4.8 \cdot 10^{-4}$	0.0573	7.6.10-4	-0.0010
a)	Standardna vrijednost	0.1461	0.0034	0.0036	0.1767	0.0030	0.0046	0.1799	0.0026	0.0041
	Najmanja	-0.2430	-0.0071	-0.0103	-0.4240	-0.0051	-0.0103	-0.4130	-0.0039	-0.0082
	Najveća	0.3400	0.0065	0.0086	0.3860	0.0061	0.0110	0.3500	0.0053	0.0076
	Efektivna vrijednost	0.3462	0.0045	0.0086	0.7286	0.0098	0.0145	3.2002	0.0406	0.0431
b)	Srednja vrijednost	$6.0 \cdot 10^{-6}$	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	-0.0329	9.9·10 ⁻⁵	$6.0 \cdot 10^{-4}$	0.2681	-0.0012	-0.0027
	Standardna devijacija	0.3462	0.0045	0.0086	0.7279	0.0098	0.0145	3.1890	0.0406	0.0430
	Najmanja	-1.2640	-0.0152	-0.0302	-7.0130	-0.0664	-0.0969	-30.4356	-0.6311	-0.2735
	Najveća	1.2030	0.0150	0.0269	3.0400	0.0911	0.0863	25.2160	0.2322	0.2161
	Efektivna vrijednost	0.7604	0.0132	0.0193	2.3056	0.0359	0.0442	8.2414	0.01358	0.1115
	Srednja vrijednost	-0.0401	$-9.7 \cdot 10^{-4}$	0.0012	-0.1263	-0.0023	0.0029	-0.3569	-1.0110	0.0067
c)	Standardna devijacija	0.7594	0.0131	0.0193	2.3022	0.0359	0.0441	8.2337	0.1354	0.1130
	Najmanja	-3.0960	-0.0613	-0.0734	-20.7860	-0.4640	-0.1954	-38.5500	-1.0582	-0.4601
	Najveća	2.4630	0.0617	0.0564	12.4930	0.2132	0.3912	30.2650	0.5960	0.7418

Tablica 5.7: Statistička analiza točnosti rezultata dobivenih u 5. eksperimentu-2.dio.

Na slici 5.8. grafički su prikazane standardne devijacije pogreške rotacije i to za sve različite slučajeve eksperimenta. Na slici 5.7. prikazan je iznos vremena izvođenja algoritma u odnosu na postotak točaka laserskog očitanja koji je sadržan u slučajno odabranom podskupu točaka *m*.



Slika 5.7: Ovisnost vremena izvođenja o postotku korištenih točaka laserskog očitanja.



Slika 5.8: Ovisnost standardne devijacije o postotku korištenih točaka laserskog očitanja i šumu mjerenja.

Iz slike 5.7. može se vidjeti smanjenje vremena izvođenja algoritma kako se smanjuje postotak korištenih točaka. No, prema rezultatima prikazanim u tablicama 5.6 i 5.7, posebice prema grafički rezultatima prikazanim na slici 5.8., može se vidjeti porast vrijednosti standardnih devijacija kako se postotak korištenih točaka smanjuje i kako se iznos šuma mjerenja povećava. U slučaju kada postoji šum mjerenja, korištenje

vjerojatnosne Houghove transformacije ne opravdava svrhu jer točnost algoritma znatnije opada već pri korištenju velikog postotka točaka laserskog očitanja.

Dakle, opravdano je koristiti PHT u aplikacijama gdje je vrijeme izvođenja algoritma od velike važnosti, no samo ako nije prisutan velik šum mjerenja.

5.2.6. Lokalizacija u radnoj okolini s okomitim zidovima

U sljedećem eksperimentu ispitan je rad lokalizacije temeljene na metodi uzastopnog slaganja laserskih očitanja. U slučaju a) posebice su promatrani rezultati dobiveni za različite vrijednosti radijusa *r* redukcijskog filtra i za različite uvjete izvođenja metoda. Naime, kada broj koraka u postupku lokalizacije postane velik, akumulirana pogreška može postati značajno velika, zato se algoritam ne provodi svaki puta kada stigne novo lasersko očitanje, nego ovisno o zadanom uvjetu. U ovom primjeru uvjeti su navedeni u zagradama, tako (0.05 m, 1°) označuje da se algoritam izvodio samo kada se mobilni robot zakrenuo za 1 stupanj ili pomaknuo za 5 cm. Podaci o promjeni položaja dobiveni su odometrijom te nije važno jesu li apsolutno točni, već više služe kao orijentir. U slučaju kada odometrijski podaci nisu dostupni, onda se prethodni uvjet lako može preformulirati u uvjet ovisan samo o proteklom vremenu. Postavke algoritma jednake su: $\Delta \theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta \rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.005$ m za izradu *x* i *y* histograma. U tablici 5.8. prikazani su konačni položaji mobilnog robota za različite postavke i uvjete izvođenja algoritma.

Slučaj	r = 0.01 m	r = 0.05 m	r = 0.05 m	r = 0.05 m	Stvarni položaj
			(0.05 m, 1 °)	(0.15 m, 3 °)	
x [m]	3.564	3.566	3.556	3.5690	3.581
y [m]	-0.1780	-0.1020	-0.1070	-0.1130	-0.090
Θ [rad]	-1.3090	-1.2740	-1.2830	-1.2650	-1.288

Tablica 5.8: Konačni položaji dobiveni za različite postavke algoritma, 6. a) eksperiment.







Slika 5.10: Uvećan prikaz rezultata 6. a) eksperimenta.

Prema dobivenim rezultatima može se zaključiti da su najbolji rezultati dobiveni uz (0.15 m, 3 °) uvjet izvođenja algoritma. Međutim, prilikom odabira uvjeta izvođenja mora se voditi računa o tome da referentno i trenutno lasersko očitanje imaju zajedničke dijelove, u suprotnome algoritam ne može dati ispravno rješenje.

U ovom se primjeru pokazalo da se bolji rezultati dobiju ako koristimo vrijednost radijusa r = 0.05 m redukcijskog filtra. No, odabir radijusa r redukcijskog filtra ovisi o radnoj okolini mobilnog robota. Kako lasersko očitanje ne bi postalo izobličeno, vrijednosti su radijusa redukcijskog filtra male.

U slučaju b) eksperimenta testiran je algoritam u kojem se koristi vjerojatnosna Houghova transformacija. U tablici 5.9. prikazani su konačni položaji mobilnog robota za različite postavke algoritma.



Slika 5.11: Rezultati 6. b) eksperimenta.



Slika 5.12: Uvećan prikaz rezultata 6. b) eksperimenta.

Slučaj	30%	50%	Stvarni položaj
x [m]	3.578	3.5650	3.581
y [m]	-0.1600	-0.1300	-0.090
Θ [rad]	-1.300	-1.274	-1.288

Tablica 5.9: Konačni položaji dobiveni za različite postavke algoritma, 6. b) eksperiment.

Dobiveni rezultati potvrđuju zaključke iz petog simulacijskog eksperimenta. Opravdano je koristiti PHT u aplikacijama gdje je vrijeme izvođenja algoritma od velike važnosti, no samo ako nije prisutan velik šum mjerenja (kao što je u ovom slučaju kada nema šuma mjerenja). Pri tome treba uravnotežiti dva oprečna zahtjeva: što manje vrijeme izvođenja (manji postotak korištenja točaka laserskog očitanja) i što veću točnost određivanja relativne rotacije.

5.2.7. Lokalizacija u radnoj okolini s ne okomitim zidovima

Uspoređeni su rezultati lokalizacije na temelju HSC i HDC metoda u radnom prostoru s ne okomitim zidovima. Postavke algoritma su sljedeće: $\Delta \theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta \rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.005$ m za izradu x i y histograma (u ovom primjeru nije korišten redukcijski filtar). Algoritmi su se izvodili uvjetno, kada se mobilni robot zakrenuo za 3° ili pomaknuo za 15 cm. U tablici 5.10. prikazani su konačni položaji mobilnog robota za različite postavke algoritma.



Slika 5.13: Rezultati 7. eksperimenta.

Metoda	HSC	HDC	Stvarni položaj
x [m]	4.2390	4.328	4.321
y [m]	-0.5010	-0.485	-0.4630
Θ [rad]	-0.4800	-0.4800	-0.487

Tablica 5.10: Konačni položaji dobiveni za različite postavke algoritma, 7. eksperiment.



Slika 5.14: Uvećan prikaz rezultata 7. eksperimenta.

Prema slici 5.14. i podacima prikazanim u tablici 5.10., HDC metoda daje značajno bolje rezultate. Dobiveni rezultati u 3. eksperimentu nisu pokazivali da bi lokalizacija temeljem HSC metode trebala biti lošija u odnosu na HDC metodu. Međutim, tijekom eksperimenta algoritmi su se pokretali više stotina puta i dovoljno je da se samo jednom dogodi značajnija pogreška koja će se dalje sumirati u svakom sljedećem koraku.

5.3. Eksperimentalni rezultati

Eksperiment je izvršen u hodniku na Zavodu, gdje je jedan zid izveden pomoću pomičnih paravana. Tako smo omogućili eksperimentalnu provjeru algoritma u različitim radnim okolinama. Prvi eksperiment je proveden u radnoj okolini s okomitim zidovima, dok je drugi eksperiment proveden u radnoj okolini s ne okomitim zidovima.

5.3.1. Usporedba s MbICP-om u radnoj okolini s okomitim zidovima

Rezultati lokalizacije temeljene na korelacijskim metodama uspoređeni su s rezultatima dobivenim MbICP algoritmom. Postavke algoritma su sljedeće: $\Delta \theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta \rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.005$ m za izradu *x* i *y* histograma (za HSC metodu korišten je redukcijski filtar r = 0.01 m, dok za HDC metodu nije korišten redukcijski filtar). Algoritmi su se izvodili uvjetno kada se mobilni robot zakrenuo za 3° ili pomaknuo za 15 cm. U tablici 5.11. prikazani su konačni položaji mobilnog robota za različite algoritme.

Slučaj	HSC	HDC	MbICP	Stvarni položaj
x [m]	0.891	0.894	1.040	0.9197
y [m]	-2.678	-2.686	-2.536	-2.668
Θ [rad]	-1.667	-1.676	-1.674	-1.7209

Tablica 5.11: Konačni položaji, usporedba s MbICP-om (okomiti zidovi).

Prema tablici 5.11 vidimo da je najbolji rezultat dobiven korištenjem HSC metode, no ni rezultati primjenom HDC metode nisu bitno lošiji. U usporedbi s MbICP metodom možemo zaključiti da su rezultati dobiveni HDC i HSC metodama puno bolji od rezultata dobiveni MbICP algoritmom.



Slika 5.15: Prikaz dobivenih rezultata, usporedba s MbICP-om (okomiti zidovi).



Slika 5.16: Uvećani prikaz dobivenih rezultata, usporedba s MbICP-om (okomiti zidovi).

5.3.2. Usporedba s MbICP-om u radnoj okolini s ne okomitim zidovima

Rezultati lokalizacije temeljene na korelacijskim metodama uspoređeni su s rezultatima dobivenim MbICP algoritmom. Postavke algoritma su sljedeće: $\Delta \theta = 0.5^{\circ}$ i $\Delta \rho = 0.01$ m za izradu akumulacijske matrice i $\Delta h = 0.005$ m za izradu *x* i *y* histograma (za HSC metodu korišten je redukcijski filtar r = 0.01 m, dok za HDC metodu nije korišten redukcijski filtar). Algoritmi su se izvodili uvjetno kada se mobilni robot zakrenuo za 3 stupnja ili pomaknuo za 15 cm. U tablici 5.12. prikazani su konačni položaji mobilnog robota za različite algoritme.



Slika 5.17: Prikaz dobivenih rezultata, usporedba s MbICP-om (ne okomiti zidovi).



Slika 5.18: Uvećani prikaz dobivenih rezultata, usporedba s MbCIP-om (ne okomiti zidovi).

Slučaj	HSC	HDC	MbICP	Stvarni položaj
x [m]	1.051	1.059	1.375	1.090
y [m]	-2.301	-2.754	-2.571	-2.710
Θ [rad]	-2.094	-2.112	-2.039	-2.076

Tablica 5.12: Konačni položaj, usporedba s MbICP-om (ne okomiti zidovi)

U ovom slučaju najbolji lokalizacijski rezultati dobiveni su korištenjem HDC metode. HSC metoda daje lošije rezultate. Usporedbom HDC metode i MbICP algoritma, može se zaključiti da se značajno manja pogreška dobije korištenjem HDC metode. No, treba naglasiti da su rezultati dobiveni korištenjem HDC metode ovisni o dobro podešenom pragu za detekciju lokalnih maksimuma HS-a. Prag treba biti odabran tako da se odaberu "pravi" lokalni maksimumi, a da se pri tome ne dogodi da je linearan sustav za određivanje rezultirajuće translacije *T* loše postavljen.

6. Zaključak

U radu je razvijena i unaprijeđena korelacijska metoda zasnovana na slaganju uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti. Izračun Houghove transformacije i Houghova spektra za određivanje relativne rotacije predstavlja značajno poboljšanje robusnosti metode u slučaju kada je prisutan šum mjerenja u laserskim očitanjima. Također, proračunom translacije u Hougovom prostoru postiže se neovisnost korelacijske metode o okomitosti površina u radnom prostoru. No, treba naglasiti da su rezultati dobiveni proračunom translacije u Houghovom prostoru ovisni o dobro podešenom pragu za detekciju lokalnih maksimuma HS-a. Prag treba biti odabran tako da se odaberu "pravi" lokalni maksimumi.

Nadalje, zaključili smo da je opravdano koristiti vjerojatnosnu Houghovu transformaciju u aplikacijama gdje je vrijeme izvođenja algoritma od velike važnosti, ali bez prisutnosti velikog šuma mjerenja. Pri tome treba uravnotežiti dva oprečna zahtjeva: što manje vrijeme izvođenja i što veću točnost određivanja relativne rotacije.

Eksperimentalnim rezultatima pokazano je da lokalizacija na temelju metode slaganja uzastopnih laserskih očitanja daje jako dobre rezultate.

Za nastavak ovog radu predlaže se fuzija podatka dobivenih metodom slaganja uzastopnih laserskih očitanja s podacima drugih senzora mobilnog robota radi boljeg rješavanja lokalizacijskog problema i intuitivnije interakcije mobilnog robota s ljudima.

Bibliografija

[1] J. Borenstein, H-R. Everett, L. Feng. "Where am I? Sensors and Methods for Mobile Robot Positioning". University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109, 1996.

[2] E. Ivanjko, B. Dalbelo-Bašić, I. Petrović. "Correlation based approach to mobile pose tracking in unknown environments". ITI 2007 29th International Conference on Information Technology Interfaces, 2007.

[3] J.S. Gutmann and C. Schlegel. "AMOS: Comparison of scan matching approaches for self-localization in indoor environments ". In 1st Euromicro Workshop on Advanced Mobile Robots (EUROBOT), 1996.

[4] G. Weiß, C. Wetzler, E. von Puttkamer. "Keeping track of position and orientation of moving indoor systems by correlation of range finder scans". in Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Itelligent Robots and Systems (IROS), 1994.

[5] T. Röffer. "Using histogram Correlation to Create Consistent Laser Scan Maps". In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotic Systems IRSO2002. Lausanne, Switzerland, pp.625-630, 2002.

[6] F. Lu, E. Millios. "Robot pose estimation in unknown environments by matching 2d range scans". In CVPR94, 1994, pp. 995-938.

 [7] J. Minguez, F. Lamiraux, L. Montesano. "Metric-Based Scan Matching Algorithms for Mobile Robot Displacement Estimation". Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005.
 Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on, pages 3557-3563, 2005.

[8] A. Howard, B. Gerkey, R. Vaughan. Player project. Internet,

http://playerstage.sourceforge.net/.

[9] J. Nieto, T. Baily, E. Nebot. "Recursive scan matching SLAM". Robotics and Autonomous Systems 55, pages 39–49, 2007.

http://playerstage.sourceforge.net/.

[10] S. Carpin. "Merging Maps via Hough Transform". Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on, pages 1878-1883, 2008.

[11] S. Juric-Kavelj. "Praćenje položaja gibajućih objekata lasrskim senzorom udaljenosti". Maser's degree final paper, Faculty of Electrical Engineering and Computing, University of Zagreb, 2008.

[12] N. Kiryati, Y. Eldar, A. Bruckstein. "A probabilistic Hough transform". Pattern recognition, vol 24. no 4. pp. 303-316, 1991.

[13] A. Censi, L. Locchi, G. Grisetti. "Scan Matching in the Hough Domain". In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005, pp. 2739-2744.

[14] J-S. Gutmann. "Robuste Navigation autonomer mobiler Systeme". PhD thesis, Universitat Freiburg, Institut fur Informatik, 2000.

[15] Technical description LMS 200/211/221/291 Laser Measurement Systems, Germany 2006.

Sažetak

U radu su predstavljene korelacijske metode zasnovane na slaganju uzastopnih očitanja laserskog senzora udaljenosti. Kako bi se unaprijedila općenita korelacijska metoda implementirana je Houghova transformacija i izračun Houghova spektra za određivanje relativne rotacije. Nadalje, predstavljeno je i poboljšanje s obzirom na zahtjeve korelacijske metode na okomitost površina u radnom prostoru mobilnog robota. Proračunom translacije u Hougovom prostoru postiže se neovisnost korelacijske metode o okomitosti površina u radnom prostoru. Također u radu se promatra opravdanost korištenja vjerojatnosne Hougove transformacije s obzirom na složenost i točnost algoritma. Ispravnost rada razvijenog algoritma provjerena je simulacijski i eksperimentalno na robotu Pioneer 3-DX.

Ključne riječi: metoda zasnovana na slaganju uzastopnih laserskih očitanja, histogram, korelacija, Houghova transformacija, vjerojatnosna Houghova transformacija, Houghov spektar, lokalizacija.

Abstract

This thesis presents correlation scan matching methods based on the consecutive scan matching readings of laser range finder. In order to improve the general scan matching method, the Hough transform and the calculation of the Hough spectrum for determining relative rotation were implemented. Moreover, this work presents an improvement regarding the requirements for the scan matching method on mobile robot environment. By calculating translation in the Hough domain, it was concluded that the correlation method can be successfully used in non-perpendicular environments. This thesis also looks at the validity of utilizing probabilistic Hough transform with regard to the complexity and the accuracy of the algorithm. By conducting simulations and experiments, the validity of the developed algorithm was tested on the Pioneer 3-DX robot.

Key words: Scan matching, histogram, correlation, Hough transform, probabilistic Hough transform, Hough spectrum, pose tracking.

Title: Scan matching method with application to people tracking in mobile robot environment

Životopis

Davor Graovac rođen je u Zagrebu 08. svibnja 1985. godine. 2000. upisuje opći smjer gimnazije u Zlataru. Kao srednjoškolac sudjelovao je u raznim natjecanjima a iznimnu nadarenost pokazao je u prirodnim znanostima. Također uspješno se bavio raznim sportovima, posebice rukometom. 2004. godine upisao je Fakultet elektrotehnike i računarstva, a na trećoj godini opredijelio se za smjer Automatika.

Dodatak

A Houghova transformacija

Houghova transformacija se najčešće koristi kao metoda za detekciju geometrijskih linija u digitalnim slikama. Originalno se koristi nad 2D prostorom (bitmap images), no Houghova transformacija se može generalizirati za n-dimenzionalne kontinuirane prostore. Houghova transformacija definirana je kao transformacija iz ulaznog prostora u parametarski prostor. Ulazni prostor je konačni broj točaka $S = \{u_i\}$ očitanja laserskog senzora udaljenosti. Parametarski prostor odabran je tako da predstavlja linije u \mathbb{R}^2 prostoru, pri tome se koristi polarna reprezentacija pravca. Polarna reprezentacija pravca definirana je sljedećim izrazom:

$$\rho = x\cos\theta + y\sin\theta \tag{A.1}$$

Gdje je ρ duljina okomice od pravca do ishodišta, a θ kut između *x*-osi i okomice kako je prikazano na slici A.1. Polarna reprezentacija pravca koristi se zbog računskih razloga i zato što se time izbjegavaju nepovoljne situacije kada je pravac paralelan s *x*-osi.



Slika A.1: Polarna reprezentacija pravca.

Sada se može promotriti kako se relativna rotacija i translacija između dva uzastopna laserska očitanja preslikava u Houghov prostor. Neka su S_{curr} i S_{ref} dva uzastopna laserska očitanja međusobno povezani transformacijom $TM(\omega, T)$ i neka su $HT_{ref}(\rho, \theta)$ i $HT_{curr}(\rho, \theta)$ odgovarajuće Houhove transformacije, tada vrijedi:

$$HT_{ref}(\theta, \rho) = HT_{curr}(\theta + \omega, \rho + (\cos\theta \sin\theta)T)$$
(A.2)

Postoje dva specijalna slučaja:

- Ako je T = 0 tada vrijedi $HT_{ref}(\theta, \rho) = HT_{curr}(\theta + \omega, \rho)$, parametarski prostor se translatira u θ smjeru prema slici A.2.a.
- Ako je $\omega = 0$ tada vrijedi $HT_{ref}(\theta, \rho) = HT_{curr}(\theta, \rho + (\cos\theta \sin\theta)T)$, parametarski prostor se savija u ρ smjeru, prema slici A.2.b.



Slika A.2: a) deformacija Houghovog prostora T = 0, b) deformacija Houghovog prostora $\omega = 0$.

B Diskretna Houghova transformacija

Naravno, u implementaciji algoritma koristi se diskretna Houghova transformacija, koja predstavlja diskretiziranu aproksimaciju Houghove transformacije koju je jednostavno proračunati. Gubitak informacije zbog korištenja DHT-a je mali, a ovisi o iznosu diskretizacijskog koraka $\Delta \theta$ u intervalu $[0, 2\pi\rangle$ i koraka $\Delta \rho$ u intervalu $[0, \rho_{max}]$ gdje je ρ_{max} maksimalni domet senzora u laserskom očitanju. Dakle, u DHT-u parametarski prostor

 (ρ, θ) je diskretiziran s konačnim brojem redaka n_{ρ} i stupaca n_{θ} . Postupak proračuna DHTa započinje deklaracijom akumulatorske matrice H i inicijalnim postavljanjem polja akumulatorske matrice na 0. Preslikavanjem točaka u parametarski prostor vrši se "glasanje" za pojedina polja matrice, odnosno njihova vrijednost se povećava za jedan. Svaka točka laserskog očitanja "glasa" za parametarski par ρ_j , θ_i svih pravaca koji prolaze kroz nju:

$$p_{ik} = x_k \cos \theta_i + y_k \sin \theta_i \tag{B.1}$$

Index *j* određen je izrazom $\rho_j - \frac{\Delta \rho}{2} \le \rho_{ik} < \rho_j + \frac{\Delta \rho}{2}$. U akumulatorskoj matrici maksimum je predstavljen s određenim ρ_j , θ_i parom koji će definirati najizraženiji pravac laserskog očitanja, a ostali lokalni maksimumi će definirati pravce koji su manje izraženi ili kraći jer je za njih "glasalo" manje točaka.

Nakon što je izračunat DHT, dobivena informacija o najizraženijim pravcima u laserskom očitanju može se iskoristiti za određivanje vrijednosti orijentacija struktura koje su zatupljene u laserskom očitanju. Drugim riječima DHT ćemo koristiti za računanje "novog" histograma kuteva.

C Vjerojatnosna Houghova transformacija

U originalnom radu [12] autori se bave samo detekcijom linija u slici i promatraju kako smanjenje točaka utječe na vjerojatnost pronalaska lokalnih maksimuma u akumulatorskoj matrici. U ovom će se radu promatrati utjecaj korištenja vjerojatnosne Houghove transformacije na složenost i točnost određivanja relativne rotacije ω .

Složenost računanja DHT točaka očitanja laserskog senzora udaljenosti s M točaka je $O(M \cdot n_{\theta})$, a složenost računanja HS-a jest $O(n_{\theta} \cdot n_{\rho})$. Budući da su dimenzije akumulatorske matrice n_{ρ} i n_{θ} relativno umjerene i njihovim se smanjivanjem direktno utječe na gubitak informacija, odnosno na osjetljivost metode, u razmatranju o složenosti ostaje nam broj točaka M kao dominantna varijabla. Krećući od pretpostavke da se većina pravaca može detektirati, i u slučaju kada se ne koriste sve točke laserskog očitanja, nadalje se koristi slučajno odabran podskup točaka $m \ (m < M)$ laserskog očitanja za proračuna DHT-a i tako se smanjuje vrijeme izvođenja algoritma. Sada je složenost računanja DHT-a O $(m \cdot n_{\theta})$. Značajne uštede u vremenu izvođenja bit će u slučaju kada je m puno manji od M. Rezultirajuća HT se blago pogoršava kada se koristi samo podskup m točka laserskog očitanja. Naravno, pri tome postoji razmjena između veličine podskupa točaka i točnosti algoritma, a najbolji omjer ovisi o konkretnoj aplikaciji.

D Houghov spektar

U [13] je uveden koncept Houghovog spektra. Houghov spektar je definiran kao vektor s n_{θ} elemenata, dobiven zbrajanjem po stupcima kvadriranih vrijednosti polja akumulatorske matrice *H*. Preciznije, ako je *H* akumulatorska matrica s n_{ρ} redaka i n_{θ} stupaca, tada je Houghov spektar definiran sljedećim izrazom:

$$HS(k) = \sum_{i=1}^{n_{\rho}} H(i,k)^{2}, \quad 1 \le k \le n_{\theta}$$
(C.1)

Karakteristike HS-a su:

- Neovisnost o translaciji
- Rotacija ga cirkularno translatira.