

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 1195

**MODELIRANJE I UPRAVLJANJE  
TOPLINSKIM PROCESOM U ZGRADI**

Antonio Starčić

Zagreb, lipanj 2010.



## Sadržaj

Uvod .....	1
1. Opis razmatrane kuće .....	2
2. Trnsys i Trnbuild .....	5
2.1. Što je Trnsys? .....	5
2.2. Trnsys Simulation studio .....	5
2.3. Trnbuild .....	7
2.4. Simulacija .....	11
3. Modeliranje u Matlabu .....	12
3.1. Toplinski procesi .....	12
3.2. Primjer modeliranja jednostavne sobe.....	16
3.2.1. Modeliranje zida .....	16
3.2.2. Modeliranje prozora .....	19
3.2.3. Sunčeva dozačenost.....	19
3.2.4. Radijacija među zidovima .....	20
3.2.5. Spajanje zidova.....	21
3.3. Model kuće u matlabu .....	22
3.4. Simulacija modela u Matlabu .....	35
Literatura .....	44
Sažetak.....	45
Summary.....	46
Skraćenice.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Privitak .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

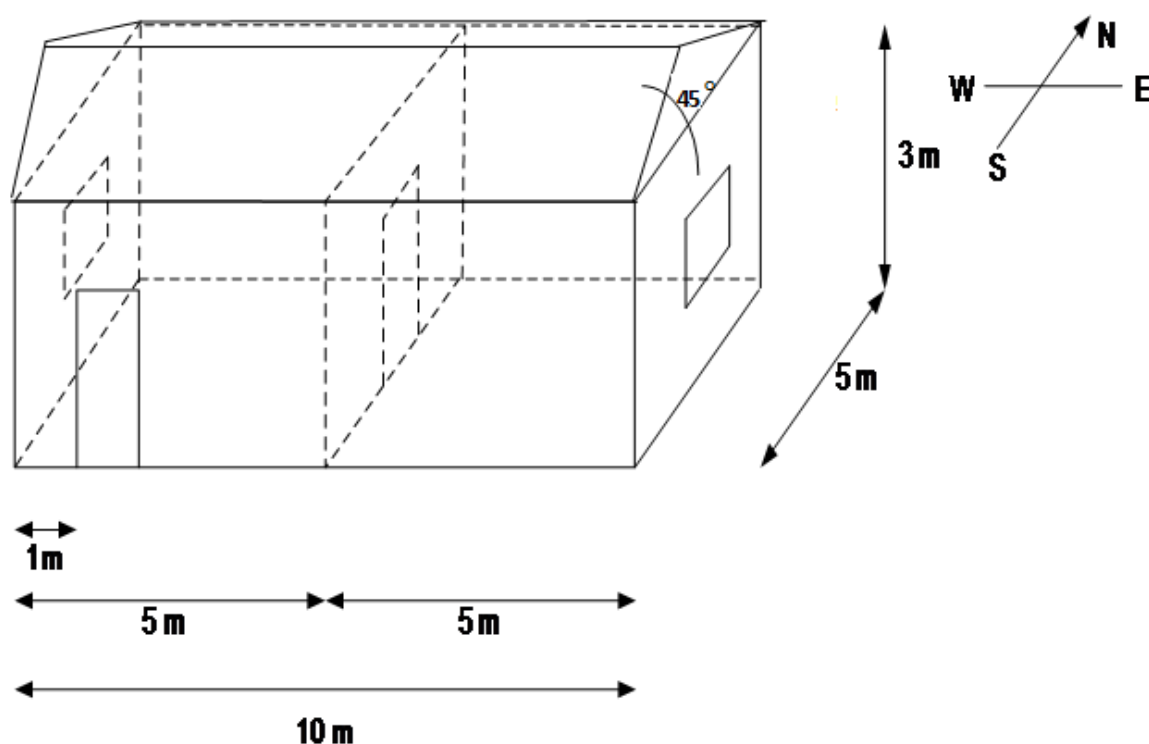


# Uvod

Smanjenje utroška energije jedan je od ciljeva zemalja u razvoju, što zbog ekonomskih, što zbog ekoloških razloga. Svoj udio u rasipanju energije ima i građevinska industrija. Iako materijali imaju najveću ulogu u smanjenju potrošnje energije, svoje mjesto ima i efikasno upravljanje grijanjem odnosno hlađenjem prostora. Da bi sinteza sustava upravljanja mogla biti izvedena potrebno je imati model prostora kojem je upravljanje namijenjeno. Upravo to je tema ovog rada. Jednostavnu kuću opisati modelom koji će se kasnije koristiti u sintezi upravljanja. Model kuće je najprije napravljen u Trnsysu [1]. Taj se model koristi kao referentni. Nakon toga je napravljena RC mreža u Matlabu [2] čije su struje analogije toplinskih tokova. Ta je RC mreža opisana varijablama stanja i time je dobiven ciljani model.

# 1. Opis razmatrane kuće

Kuća koju se modelira u ovom radu prikazana je na Slici 1.1. Radi se o prizemnoj kući s dvije sobe i potkrovljem. Time se dobiva model koji, iako je jednostavan, ima uporište u stvarnosti. Zapadnu prizemnu sobu nazvat ću Soba Z, istočnu prizemnu Soba I.



Slika 1.1. Nacrt kuće koju se modelira.

Sastav zidova dan je u Tablici 1.1. Vanjski zidovi su jednaki po sastavu i kod njih je zanemarena žbuka koja zbog svoje male debljine ima malu masu a time i mali toplinski kapacitet i otpor. U tablici se nalaze materijali koji čine svaki zid, te njihova širina. Vanjski zidovi su zidovi kojima se jedno lice nalazi u nekoj od soba, a drugo vani. Poredak materijala u tablici povezna je s poretkom materijala u zidu i to tako da redoslijed navođenja odgovara njihovom poretku u zidu, od unutrašnjosti kuće prema van. Kod stropa, poredak navođenja je od sobe prema potkrovlju. Pregradni zid je zid koji se nalazi

između Sobe Z i Sobe I, stropovi se nalaze između pojedine sobe i potkrovlja a pod se odnosi na podove prizemnih soba.

<b>TABLICA ZIDOVA I MATERIJALA</b>				
<b>MATERIJAL</b>	<b>Toplinska vodljivost</b> $\left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$	<b>Specifični toplinski kapacitet</b> $\left[ \frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$	<b>Gustoća</b> $\left[ \frac{kg}{m^3} \right]$	<b>Debljina sloja u zidu</b> $[m]$
<b>VANJSKI ZID</b>				
Poroblok	1.1111	1000	700	0.2
Stiropor	0.08	1300	16	0.025
<b>POD</b>				
Keramičke pločice	0.8333	840	1700	0.09
Armirani beton	0.5	1000	1920	0.2
<b>PREGRADNI ZID</b>				
Knauf	2.7778	840	950	0.1
<b>STROP</b>				
Armirani beton	0.5	1000	1920	0.1
<b>KROV</b>				
Knauf	2.7778	840	950	0.02
Vuna	0.1667	2790	550	0.05
Roofdeck	0.14	900	530	0.02

Tablica 1.1. Popis zidova i materijala.

Prozori su dvoslojni, a između slojeva nalazi se plin argon. Svojstva materijala prozora opisana su u poglavljima koja se bave detaljnijim opisom modeliranja u korištenim programskim alatima.



## 2. Trnsys i Trnbuild

U prvom dijelu ukratko je opisan programski paket Trnsys [1] koji se koristi za modeliranje različitih procesa. U ovom je radu korišten za stvaranje referentnog modela s kojim se uspoređuje model napravljen u Matlabu [2].

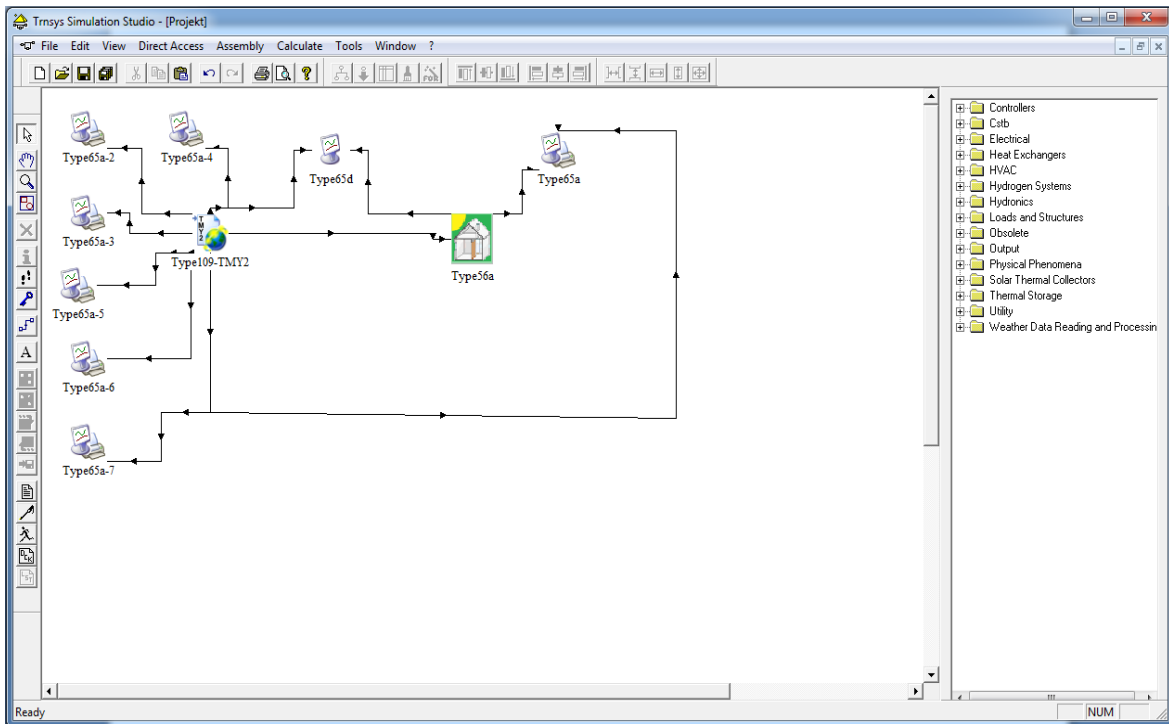
### 2.1. Što je Trnsys?

Trnsys je programski paket koji se koristi za simulacije različitih sustava koji uključuju prijenose topline, vlage, vjetra itd. Koristi se pri razvijanju novih energetske rješenja, pri simuliranju toplinskih tokova u zgradama itd. Sastoji se od Simulation studia i dodatnih paketa za specifične namjene. Jedan od tih paketa je i Trnbuild[3] koji se koristi za modeliranje zgrada.

### 2.2. Trnsys Simulation studio

Trnsys simulation studio je, kao što mu ime govori, program za upravljanje simulacijom različitih procesa. Određivanje vremena simulacije, komponenti koje se koriste, povezivanje komponenti, određivanje ulaznih parametara procesa, sve se to radi u Simulation studiu. Ovdje će biti izložen kratki prikaz razvoja jednog projekta.

Slika 2.1. prikazuje glavni prozor Simulation studia. Na lijevoj strani nalaze se alati za stvaranje, brisanje i izmjenu veza među komponentama, u sredini je trenutni projekt na kojem se radi, a na desnoj traci je izbornik u kojem se nalaze komponente koje je moguće dodati. Na primjer, u ovom radu je korištena Weather data komponenta (naziv komponente jest TYPE - 109). Služi za čitanje meteoroloških podataka koji dolaze uz Trnsys paket. Pomoću te komponente u model je moguće uključiti određene meteorološke parametre s određene lokacije u svijetu. Podatci koji se dobivaju su vrijednosti iz tzv. tipične meteorološke godine (TMY) [4], npr. vanjska temperatura i dozračenost. Blok sam proračunava vrijednost upadne dozračenosti u proizvoljno položene ravnine, te ih daje kao zasebne izlaze koje se koristi kao dozračenost za južni te posebno za sjeverni između bloka zgrade i weather data komponente.



Slika 2.1. Glavni prozor Simulation studia.

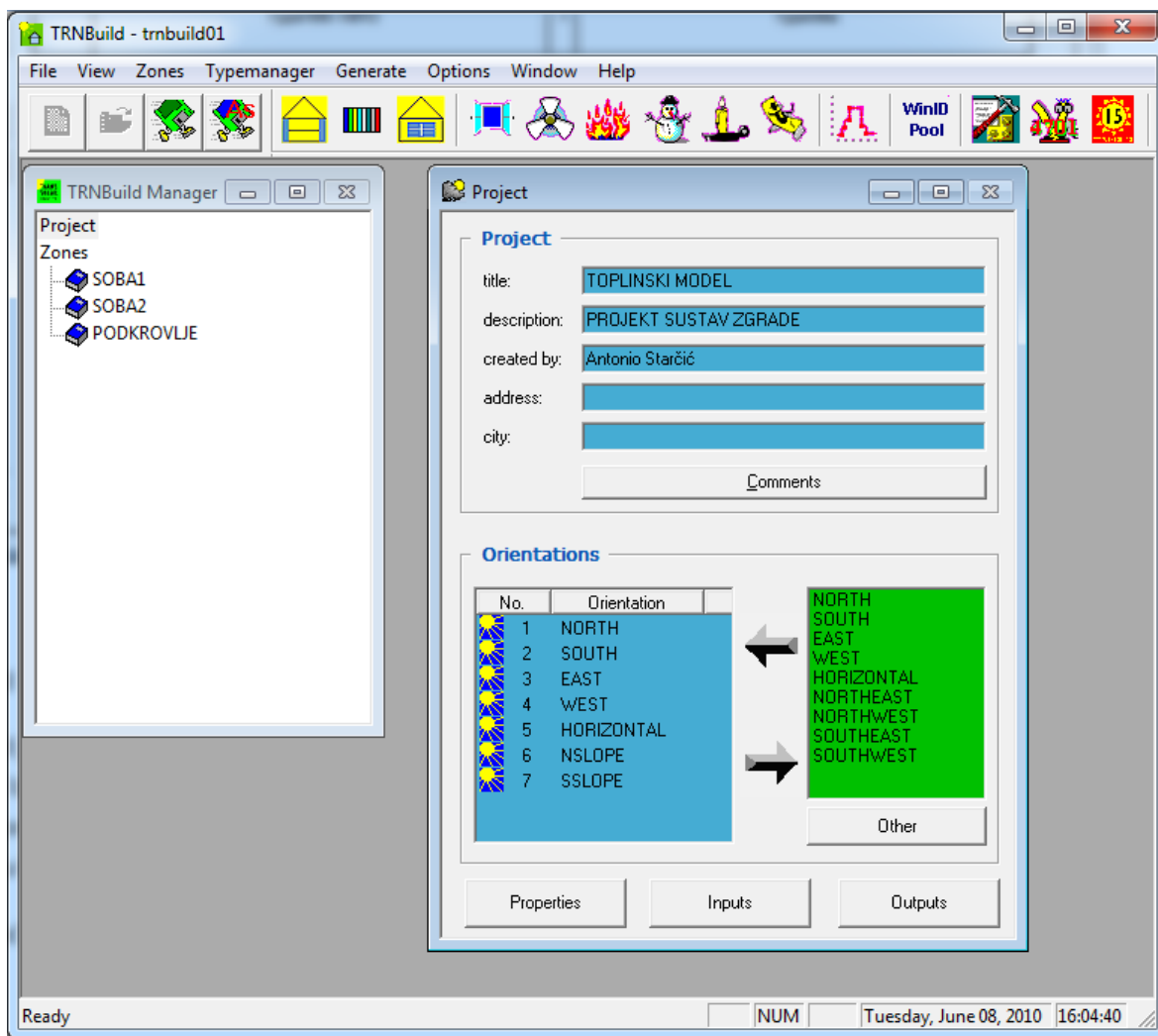
Na Slici 2.2. vide se veze između Weather data komponente i samog modela napravljenog u Trnbuildu. Ulazi u model su dozračenosti za sve različito položene površine te vanjska temperatura.

Type109-TMY2		=	Type56a	
			All	
1	Ambient temperature	=	1- TAMB (AMBIENT TEMPERATURE)	
2	total radiation on tilted surface-3	=	4- ITNORTH (INCIDENT RADIATION FOR ORIENTATION NOR	
3	total radiation on tilted surface-1	=	5- ITSOUTH (INCIDENT RADIATION FOR ORIENTATION SOU	
4	total radiation on tilted surface-4	=	6- ITEAST (INCIDENT RADIATION FOR ORIENTATION EAST)	
5	total radiation on tilted surface-2	=	7- ITWEST (INCIDENT RADIATION FOR ORIENTATION WEST	
6	total radiation on tilted surface-5	=	9- ITNSLOPE (INCIDENT RADIATION FOR ORIENTATION NSL	
7	total radiation on tilted surface-6	=	10- ITSSLOPE (INCIDENT RADIATION FOR ORIENTATION SS	

Slika 2.2. Veze između komponenti.

## 2.3. Trnbuild

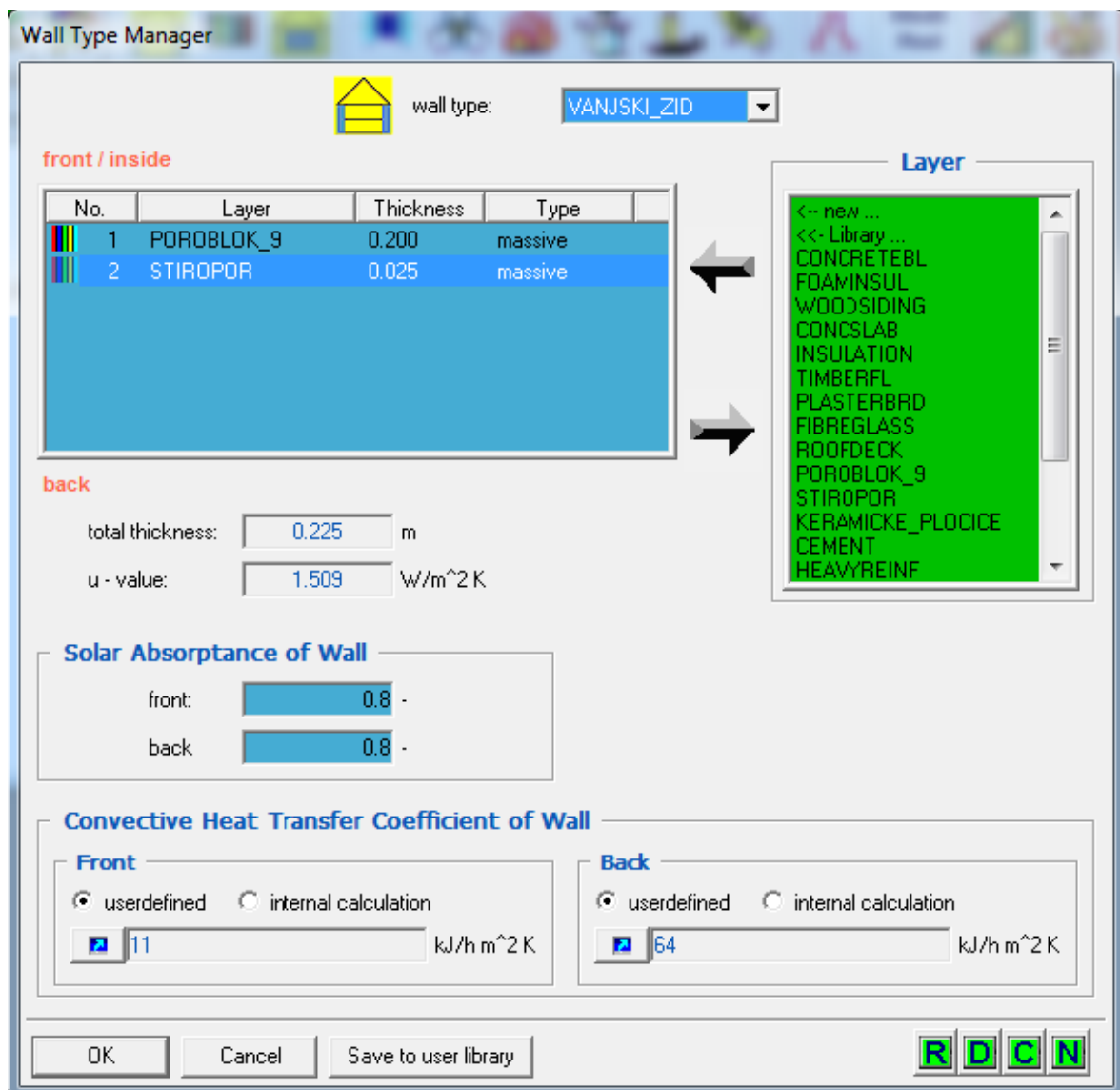
Trnbuild [3] je dodatak Trnsysu (ne treba ga dodatno instalirati) koji se koristi za izradu modela zgrade. Izgled prozora Trnbuilda prikazan je na Slici 2.3. Na slici se vidi Trnbuild manager prozor u kojem se nalaze sve definirane zone (prostorije, sobe itd.) te Project prozor koji sadrži dodatne informacije o projektu kao što su podatci o autoru, orijentacije zidova koje se koriste te popis ulaza i izlaza u model.



Slika 2.3. Glavni prozor Trnbuilda.

Osim već predefiniраниh materijala, moguće je koristiti i korisnički definirane materijale za zidove. Materijali se definiraju tako da se otvori Layer Type Manager. Do njega se dolazi tako da se u gornjoj traci klikne na *Typemanager* -> *Layer*. Otvara se jednostavan prozor u kojem se odabire radi li se o materijalu s masom ili bez mase te se upisuju svojstva

materijala (toplinska vodljivost, toplinski kapacitet i gustoća). Kad su definirani svi materijali, potrebno je definirati zidove. Staza do alata u kojem se to radi je slična kao i za materijale, dakle *Typemanager* -> *Walls*. Na Slici 2.4. prikazan je izgled prozora tog alata. Za svaki se zid dodaju materijali, prvi materijal po redu je onaj koji je unutar sobe. Određuje se debljina materijala, apsorpcija sunčevog zračenja te konvekcijski koeficijenti za zid. Tako definiran zid može se koristiti u Trnbuildu za definiranje soba.



Slika 2.4. Wall type manager.

Nove zone se definiraju tako da se u gornjoj traci odabere *Zones* -> *Add zone*. Prozor u kojem se nova zona modelira prikazuje Slika 2.5. U tom se prozoru određuje volumen zone te kapacitet zone. Kad se dodaje zid, potrebno je odrediti o kakvom se zidu radi, to jest, odabire se jedan od zidova definiranih u Trnsysu ili neki od zidova koje je korisnik definirao. Uz to, potrebno je upisati površinu zida te kategoriju zida.

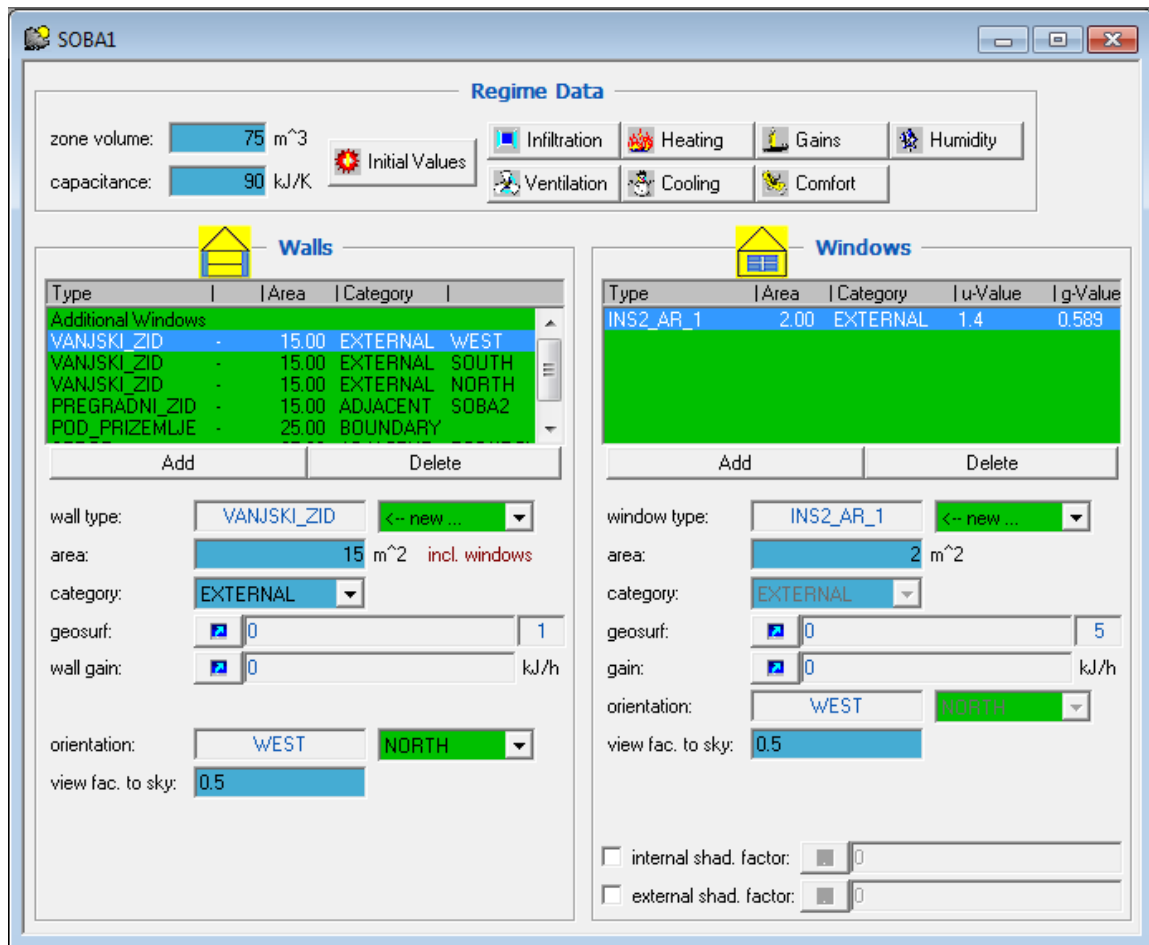
Postoje 4 kategorije zidova:

- EXTERNAL – označava vanjski zid
- INTERNAL – označava unutarnji zid, ali ne onaj koji dijeli dvije zone
- ADJACENT – označava zid koji dijeli dvije zone. Za njega je potrebno definirati o kojim se zonama radi
- BOUNDARY – radi se o zidu kojemu se određuje temperatura vanjskog lica

Svi zidovi su jasni, jedino granični ili boundary zid treba pojasniti. To je zid kod kojeg se direktno određuje temperatura vanjskog lica zida. Dakle, korisno je za simuliranje utjecaja poda na temperaturu sobe pošto na pod utječe temperatura zemlje. Konkretno u modelu obrađenom u ovom radu uzima se temperatura zemlje od 10° C.

Kad je dodan zid, moguće je dodati i prozor na njega. Prozori se, kao i materijali i zidovi, mogu definirati, ali je to malo kompliciranije nego kod njih. Za definiranje prozora mora se koristiti dodatni program koji ne dolazi u paketu s Trnsysom, Window 5.2 [5]. Zbog toga je korišten već definiran prozor INS2\_AR\_1. Radi se o dvoslojnom prozoru punjenom argonom. Prozoru se isto tako upisuje površina. Ne treba smanjivati površinu zida zbog prozora jer o tome brine Trnsys.

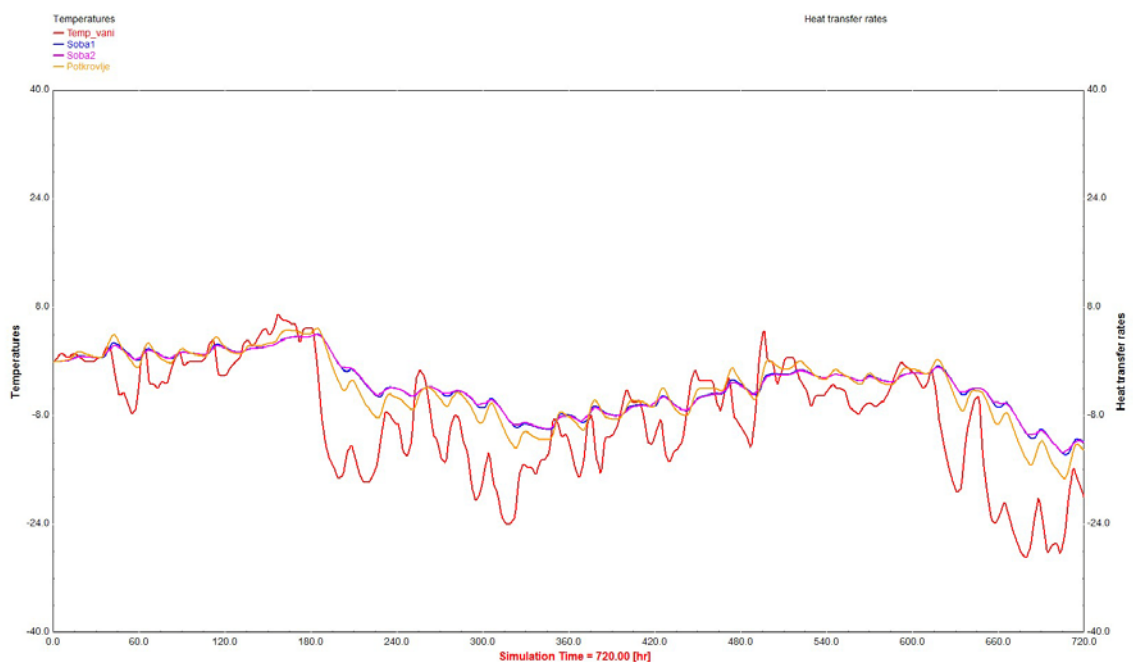
Moguće je podesiti i različite druge parametre kao što je recimo grijanje ili hlađenje zone, vlažnost zraka, ventilaciju u sobi, infiltraciju zraka zbog slabog brtvljenja prozora ili pak zagrijavanje zraka u sobi zbog raznih uređaja ili osoba koje u sobi borave. U ovom primjeru takve stvari nisu uzimane u obzir pa to neće biti razrađeno.



Slika 2.5. Definiranje zona u Trnbuildu.

## 2.4. Simulacija

Nakon što su podešene sve veze u Simulation studiu te je izgrađen zadovoljavajući model zgrade, prelazi se na simuliranje sustava. Ovisno o tome što želimo na izlazu trebalo je podesiti veze između komponenata. Na primjer, korištenjem komponente Type-65d dobiva se graf vrijednosti koje želimo prikazati. U ovom slučaju radi se o prikazivanju temperatura u svakoj sobi i vanjske temperature. Na Slici 2.6. nalazi se ispis tih temperatura.



Slika 2.6. Temperature u Trnsys simulaciji.

Vrijeme simulacije iznosi 720 sati, to jest simulira se jedan mjesec.

## 3. Modeliranje u Matlabu

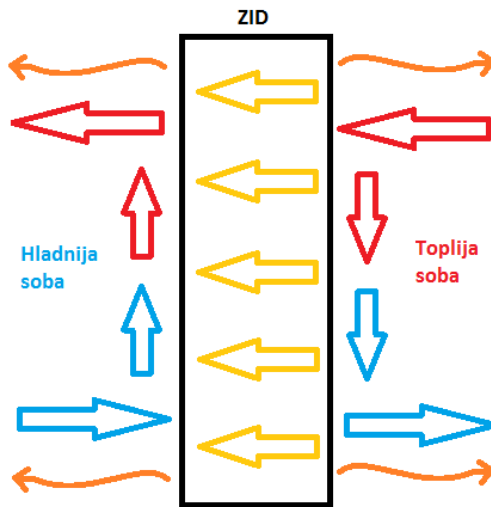
U ovom je poglavlju opisano modeliranje toplinskih procesa u zgradi korištenjem programskog alata Matlab [2]. Prvi odjeljak bavi se matematičkom podlogom samih procesa, u drugom odjeljku se nalaze primjeri modeliranja jednog zida RC mrežom te primjer fiktivne sobe s 2 zida. Nakon toga se opisuje model kuće koji je ranije odrađen u Trnsysu te se daje pregled rezultata dobivenih s tim modelom.

### 3.1. Toplinski procesi

Kod modeliranja prolaza topline kroz zidove moramo u obzir uzeti konvekciju, kondukciju i radijaciju [6].

Kondukcija je prijenos toplinske energije s jedne molekule na drugu zbog različitih temperatura. Do konvekcije dolazi zbog zagrijavanja fluida na nekoj površini. Zagrijani fluid se diže, a hladniji pada na tlo. Radijacija je zračenje nekog tijela koje je zagrijano na određenoj temperaturi. Primjer svega toga vidi se na Slici 3.1. Slika predstavlja izmjenu toplinske energije između dvije sobe. Zrak u toplijoj sobi predaje svoju toplinu zidu kondukcijom (nije ucrtano na slici), hladi se i pada na pod, time dolazi do konvekcije, to jest toka toplinske energije zbog gibanja fluida. Crvene strelice označavaju topli zrak a plave ohlađeni. Toplinska energija predana zidu prolazi kroz zid zbog razlike temperatura. To je kondukcija i označena je žutim strelicama. U hladnijoj sobi zid predaje energiju zraku. Zrak se na tom zidu zagrijava te se izdiže a na njegovo mjesto dolazi hladniji zrak s poda. Zbog toga opet dolazi do konvekcije. I na kraju, svako tijelo zagrijano na određenu temperaturu zrači što je ilustrirano narančastim strelicama.





Slika 3.1. Toplinski tokovi na jednom zidu.

Jednodimenzionalni toplinski tok zbog kondukcije računa se pomoću [6]:

$$H = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (1)$$

gdje su:

- $H$  – toplinski tok, mjerna jedinica je watt,  $[W]$ ;
- $\lambda$  – toplinska vodljivost,  $\left[ \frac{W}{mK} \right]$ ;
- $A$  – površina kroz koju se prenosi toplina,  $[m^2]$ ;
- $\frac{\partial T}{\partial x}$  – temperaturni gradijent duž osi x.

Ako se radi o kondukciji između krutog tijela i fluida gornja se formula zamjenjuje s [6]:

$$H = h \cdot A \cdot \Delta T, \quad (2)$$

gdje su:

- $h$  – provodljivost, označava brzinu izmjene topline između medija u neposrednom kontaktu,  $\left[ \frac{W}{m^2K} \right]$ ;
- $\Delta T$  – temperaturna razlika među medijima koji izmjenjuju toplinu,  $[K]$ ;
- $A$  – kontaktna površina između krutog tijela i fluida,  $[m^2]$ .

Za računanje toplinskog toka koji je posljedica konvekcije, to jest prijenosa topline strujanjem nekog medija, koristi se sljedeća formula [6]:

$$H = \rho \cdot c \cdot T \cdot Q, \quad (3)$$

gdje su:

- $\rho$  – gustoća medija,  $\left[ \frac{kg}{m^3} \right]$ ;
- $c$  – specifični toplinski kapacitet medija,  $\left[ \frac{J}{kgK} \right]$ ;
- $T$  – temperatura medija,  $[K]$ ;
- $Q$  – volumni protok medija,  $\left[ \frac{m^3}{s} \right]$ .

Toplinski tok zračenjem tijela računa se pomoću [6]:

$$H = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4, \quad (4)$$

gdje su:

- $\sigma$  – Stefan-Boltzmannova konstanta, iznosi  $5.6704 \cdot 10^{-8} \left[ \frac{W}{m^2T^4} \right]$ ;
- $\varepsilon$  - emisijski faktor tijela.

Toplinska energija pohranjena u nekom tijelu jednaka je [1]:

$$E = m \cdot c \cdot T, \quad (5)$$

gdje su:

- $m$  - masa tijela,  $[kg]$ ;
- $T$  - temperatura tijela,  $[K]$ .

Promjena toplinske energije jednaka je ukupnoj bilanci kondukcijskih, konvekcijskih i radijacijskih toplinskih tokova u tijelo i iz njega [1]:

$$m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} = \sum (H_{cd} + H_{cv} + H_r), \quad (6)$$

gdje su:

- $H_{cd}$  - ukupni kodukcijski tok;
- $H_{cv}$  - ukupni konvekcijski tok;
- $H_r$  - ukupni radijacijski tok.

Toplinske procese može se prikazati pomoću električnih krugova, točnije pomoću RC kruga. Analogija je ovakva, struja u toplinskoj mreži predstavlja toplinski tok, kondenzator predstavlja toplinski kapacitet nekog tijela, a otpornik toplinski otpor. Napon u nekoj točki je analogija za temperaturu u toj točki.

Dakle, kod kondukcije između fluida i nekog tijela toplinski otpor iznosi:

$$H = h \cdot A \cdot \Delta T \Rightarrow R = \frac{1}{h \cdot A}. \quad (7)$$

Kod kondukcije u tijelu toplinski otpor je jednak:

$$H = -K \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \approx -\lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow R = \frac{\Delta x}{\lambda \cdot A}. \quad (8)$$

Toplinski kapacitet jednak je:

$$m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} = H_{uk} \Rightarrow T = \frac{1}{m \cdot c} \int_0^{\infty} H_{uk} dt \Leftrightarrow C = m \cdot c. \quad (9)$$

Kod toplinskih procesa ne postoji ništa što bi odgovaralo induktivitetu u električnim mrežama, budući da toplinski tok ne posjeduje inerciju.

## 3.2. Primjer modeliranja jednostavne sobe

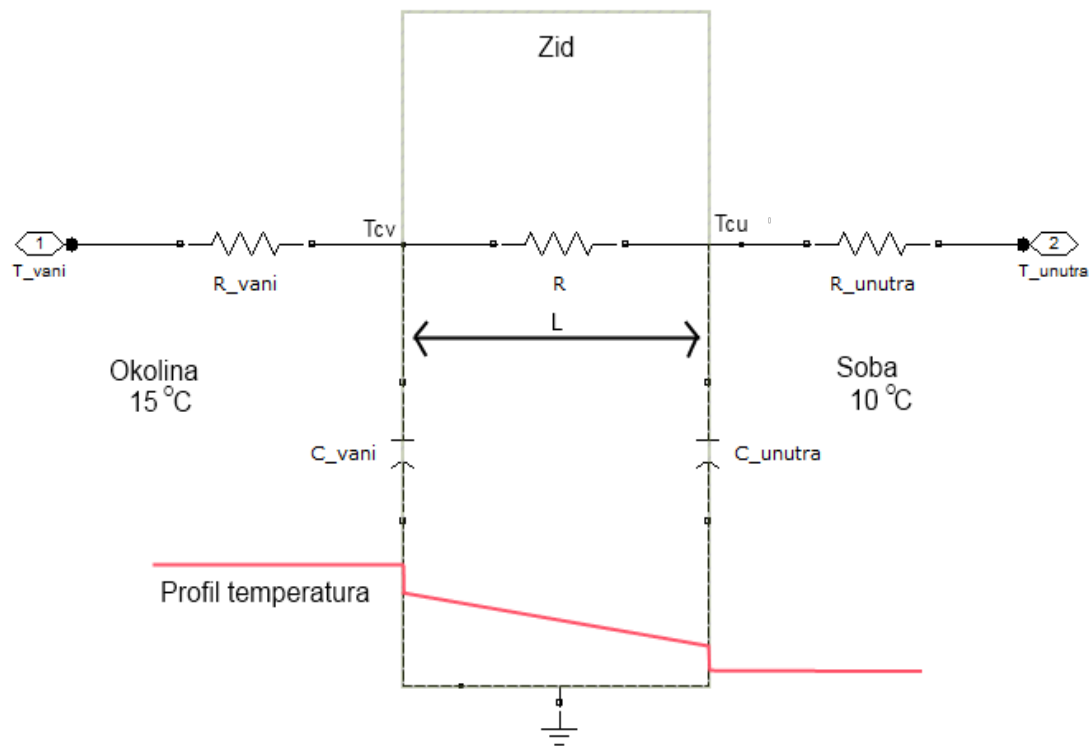
Ovdje će biti dan primjer modeliranja jednostavne sobe. Soba će imati dva jednaka zida koji se sastoje od samo jednog materijala. Iako takve sobe ne postoje, pošto soba mora biti zatvorena da bi je uopće zvali sobom, moguće je napraviti takav model i svrha ovog odjeljka je pojasniti modeliranje na jednostavnom modelu. Važno je napomenuti da se primodeliranju temperatura u sobi ne modeliraju konvekcijski tokovi koji nastaju zbog hlađenja ili zagrijavanja zraka na zidovima sobe.

### 3.2.1. Modeliranje zida

Svaki zid sastoji se od nekih materijala. O tim materijalima i dimenzijama zida ovise svojstva zida koja će utjecati na temperaturu u sobi. Preciznije rečeno, o njima ovisi toplinski otpor zida te toplinski kapacitet zida.

Modeliranje prijenosa topline u zidu svodi se na konstruiranje RC mreže koja je analogija istog. Otpornik predstavlja toplinski otpor, a kondenzator predstavlja toplinski kapacitet. U prvoj aproksimaciji za jedan je zid dovoljno koristiti dva kondenzatora koji predstavljaju lica zida, te jedan otpornik koji predstavlja toplinski otpor, no povećanjem broja istih točnost modela se povećava što se vidi iz relacije (8). Povećavanjem broja RC članova kojima aproksimiramo jedan zid, sve se više približavamo realnom modelu.

Jedan tako modelirani zid vidi se na Slici 3.2. Radi se o zidu kojem je jedno lice vani, a drugo unutar sobe. Otpornici  $R_{\text{vani}}$ ,  $R_{\text{unutra}}$  i  $R$  predstavljaju toplinske otpore. Razlikuju se po tome što  $R_{\text{vani}}$  i  $R_{\text{unutra}}$  ovise o konvekciji i kondukciji pošto se radi o prijelazu toplinske energije s zraka na zid, a  $R$  ovisi samo o kondukciji. Kondenzatori  $C_{\text{vani}}$  i  $C_{\text{unutra}}$  predstavljaju kapacitet zida i jednaki su po iznosu jer se zid sastoji od samo jednog materijala. Napon na njima predstavlja temperaturu lica zida. Kao što je već rečeno ovaj se zid mogao modelirati s puno više elemenata čime bi se povećala točnost modela. Crvenom bojom označen je profil temperature za slučaj da je vani veća temperatura nego u sobi. Vidi se da je vanjsko lice zida malo hladnije nego okolina, temperatura kroz zid linearno opada, te je unutrašnje lice zida malo toplije nego okolina.



Slika 3.2. Model zida.

Otpornici i kondenzatori proračunavaju se na sljedeći način [2]:

$$R_{vani} = \frac{1}{h_{vani} \cdot A}, \quad (10)$$

$$R_{unutra} = \frac{1}{h_{unutra} \cdot A}, \quad (11)$$

$$C_{vani} = C_{unutra} = \frac{m \cdot c}{2} = \frac{\rho \cdot L \cdot A \cdot c}{2}, \quad (12)$$

$$R = \frac{L}{\lambda \cdot A}, \quad (13)$$

gdje su:

- $h_{vani}$ ,  $h_{unutra}$  - provodljivost na vanjskom, odnosno unutarnjem licu zida,  $\left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$ ;
- $A$  - površina zida,  $[m^2]$ ;

- $m$  - masa zida,  $[kg]$ ;
- $c$  - specifični toplinski kapacitet zida,  $\left[\frac{J}{kgK}\right]$ ;
- $L$  - debljina zida,  $[m]$ ;
- $\rho$  - gustoća zida,  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$ .

Zid je moguće opisati sustavom dviju diferencijalnih jednadžbi koje opisuju struje kroz kondenzatore:

$$C_{vani} \cdot \frac{dT_{CV}}{dt} = h_{vani} \cdot A \cdot (T_{vani} - T_{CV}) + \frac{T_{CU} - T_{CV}}{R}, \quad (14)$$

$$C_{unutra} \cdot \frac{dT_{CU}}{dt} = h_{unutra} \cdot A \cdot (T_{unutra} - T_{CU}) + \frac{T_{CV} - T_{CU}}{R}, \quad (15)$$

gdje su:

- $T_{CV}, T_{CU}$  - vanjska, odnosno unutarnja temperatura,  $[K]$ .

Jednadžbe (14) i (15) mogu se opisati s varijablama stanja. Stanja su spremnici energije, odnosno kondenzatori, a ulazi mogu biti vanjska i unutarnja temperatura čime je moguće provjeriti kako se ponaša tok toplinske energije u sobu.

Opis sustava varijablama stanja je:

$$\begin{bmatrix} \frac{dT_{CV}}{dt} \\ \frac{dT_{CU}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R \cdot C_{vani}} & -\frac{1}{R_{vani} \cdot C_{vani}} & \frac{1}{R \cdot C_{vani}} \\ \frac{1}{R \cdot C_{unutra}} & -\frac{1}{R \cdot C_{unutra}} & -\frac{1}{R_{unutra} \cdot C_{unutra}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{CV} \\ T_{CU} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{vani} \cdot C_{vani}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_{unutra} \cdot C_{unutra}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{vani} \\ T_{unutra} \end{bmatrix}$$

$$[H] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_{unutra}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{CV} \\ T_{CU} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_{unutra}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{vani} \\ T_{unutra} \end{bmatrix}.$$

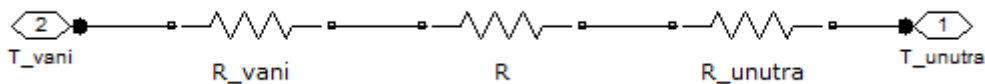
Ovakvim opisom na izlazu dobivamo informaciju o ukupnom toplinskom toku u sobu.

### 3.2.2. Modeliranje prozora

Prozori su poseban problem kod modeliranja kuće. I kod zidova i kod prozora se dio dozračenosti reflektira, ali za razliku od zidova kod kojih se ostatak troši na zagrijavanje lica zida, kod prozora ostatak ulazi u sobu. Postavlja se pitanje kako to modelirati. Da bi se zadržala jednostavnost, u ovom je modelu dozračenost koja ulazi kroz prozor modelirana kao dodatni tok, te je pomnožena s određenim koeficijentom. Taj koeficijent govori koliki se dio dozračenosti koja ulazi u sobu kroz prozor iskoristio za zagrijavanje sobe. Taj je koeficijent određen tako da dobiveni model što više odgovara onom u Trnsysu.

Prozori imaju još jednu karakteristiku koja ih bitno razlikuje od zidova, a to je mali toplinski kapacitet. Zbog toga je u ovom modelu zanemaren kapacitet prozora. Toplinski otpor kod prozora ovisi o tome o kakvom se tipu prozora radi. Jednoslojna stakla imaju relativno mali toplinski otpor u usporedbi s dvoslojnim prozorom punjenim argonom koji je korišten u ovom modelu.

Na Slici 3.3. prikazan je prozor ostvaren serijom otpornika.



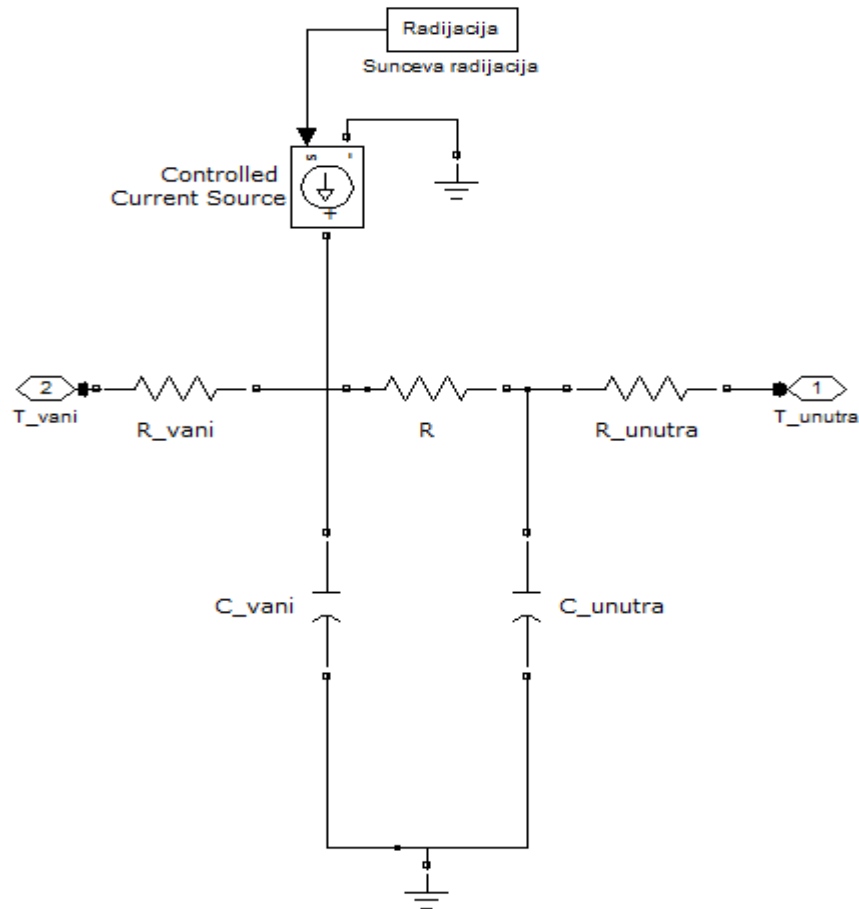
Slika 3.3. Primjer modeliranja prozora.

Iznosi otpora se kod prozora računaju isto kao i kod zidova, samo treba poznavati vodljivost materijala od kojih je sastavljen.

### 3.2.3. Sunčeva dozračenost

Podaci o sunčevoj dozračenosti preuzeti su iz Trnsysa. Podaci iz trnsysa su dani za jediničnu površinu koja ima svoj nagib i orijentaciju. Taj se iznos množi koeficijentom apsorpcije zida te površinom istog. Dobiveni iznosi predstavljaju dozračenost za taj zid koja je u model dodana kao dodatni toplinski tok koji ulazi na vanjski kapacitet zida. U Simulinku bi to izgledalo kao

na Slici 3.4 .



Slika 3.4. Primjer modeliranja sunčeve radijacije.

### 3.2.4. Radijacija među zidovima

Svaki zid zrači zbog toga jer je zagrijan na neku temperaturu. Ta se radijacija modelira dodavanjem jednog otpornika između svakog para zida između kojih nema prepreka. Tim se otpornikom simulira tok koji nastaje zbog radijacije. U modelu koji je napravljen u Matlabu zanemaren je efekt radijacije, to jest, nisu dodani otpornici, no svejedno je potrebno navesti kako se dodaju i proračunavaju. Ti su otpornici zanemareni jer se njihovim dodavanjem model dodatno ubrzava, a on je i inače ubrzan zbog činjenice da se beskonačno malih kapaciteta u zidovima aproksimira koncentriranim kapacitetima. Kad bi se uzeo viši red sustava tada bi se radi točnosti modela ti otpornici trebali uzeti u obzir.

Na Slici 3.5. prikazana je RC mreža s dodanim otpornikom kojim se simulira radijacija među zidovima.

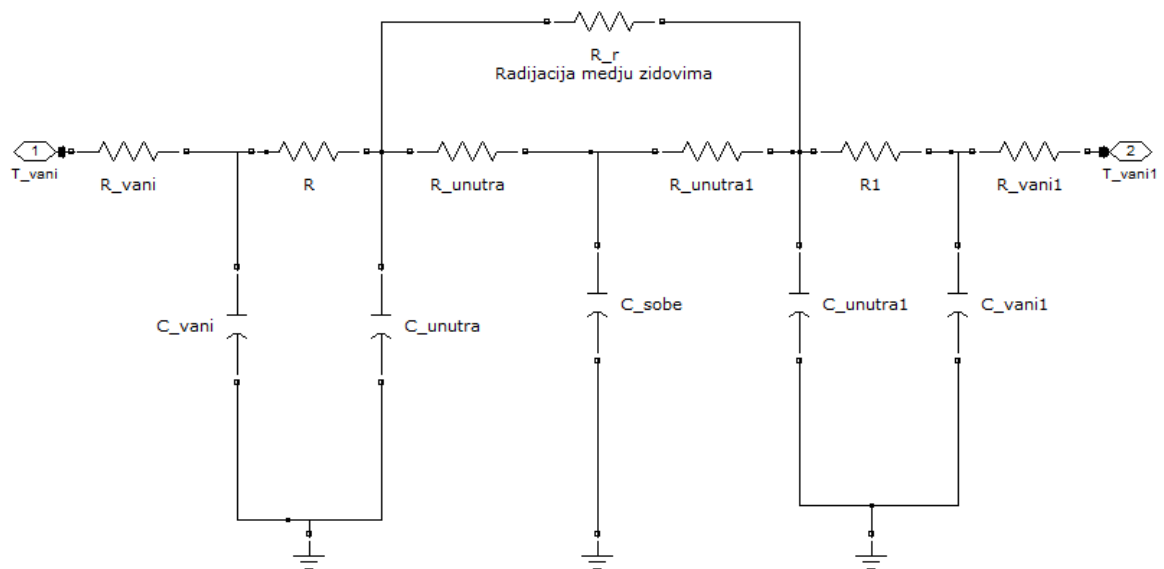
Proračun iznosa tog otpora radi se na sljedeći način:



$$R_{i-j,rad} = \frac{1}{\varepsilon_i \cdot A \cdot G_{i-j} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot \bar{T}^3}, \quad (16)$$

gdje su:

- $R_{i-j,rad}$  - iznos otpora između zida  $i$  i  $j$ ;
- $\varepsilon_i$  - faktor emisije zida  $i$ ;
- $G_{i-j}$  - omjer energije koju je emitirala površina  $i$  i energije koju je površina  $j$  apsorbirala;
- $\sigma$  - Stefan-Boltzmannova konstanta, iznosi  $5.6704 \cdot 10^{-8} \left[ \frac{W}{m^2 T^4} \right]$ ;
- $\bar{T}$  - prosječna temperatura zidova u sobi,  $[K]$ .



Slika 3.5. Primjer radijacije među zidovima.

### 3.2.5. Spajanje zidova

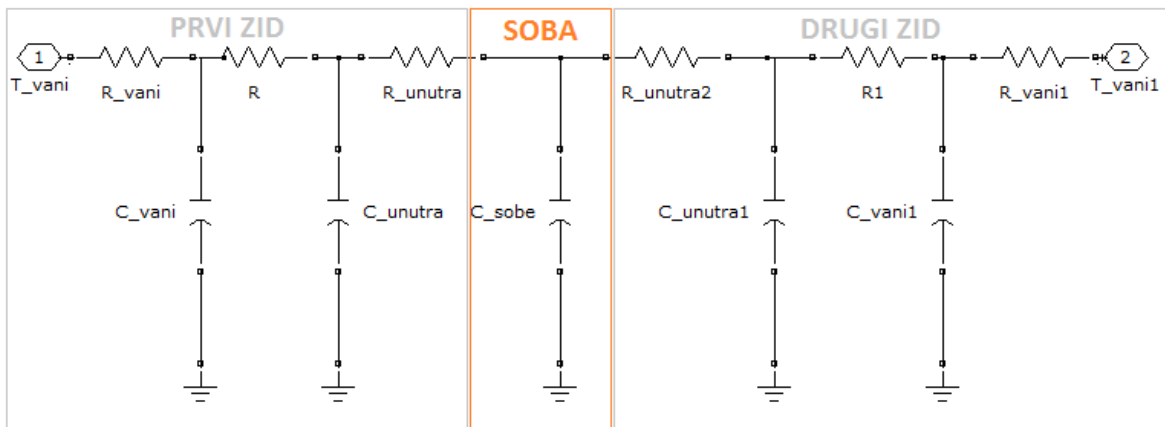
Sad kad imamo model zida treba napraviti model sobe. Sobu predstavlja jedan kondenzator čiji kapacitet iznosi:

$$C_{sobe} = m_{zraka} \cdot c_{zraka} = \rho_{zraka} \cdot V_{sobe} \cdot c_{zraka}, \quad (17)$$

gdje su:

- $m_{zraka}$  - masa zraka koji se nalazi u sobi, [kg];
- $\rho_{zraka}$  - gustoća zraka u sobi,  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$ ;
- $V_{sobe}$  - volumen sobe,  $[m^3]$ ;
- $c_{zraka}$  - specifični toplinski kapacitet zraka,  $\left[\frac{J}{kgK}\right]$ .

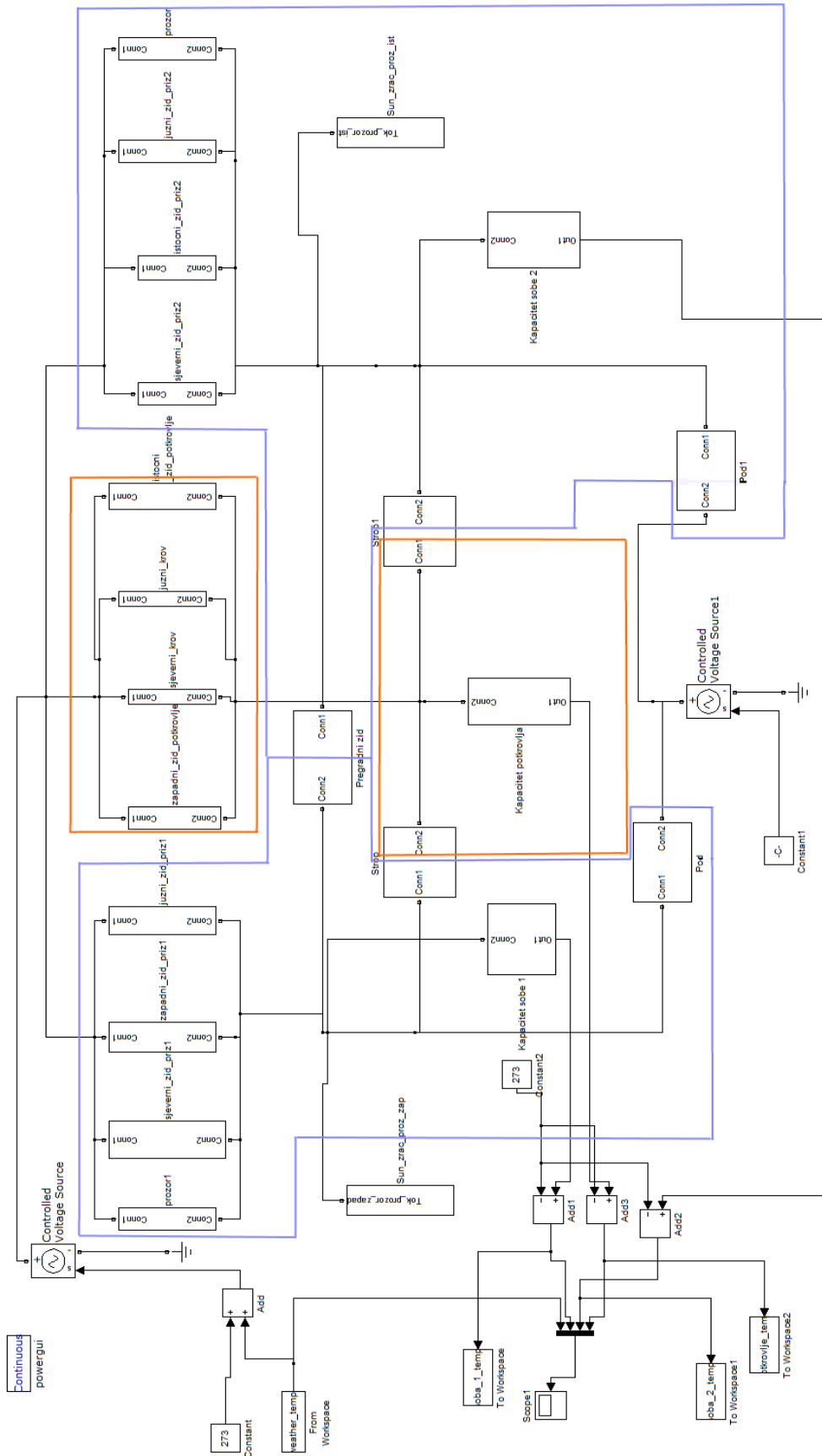
Na taj kondenzator spajaju se svi toplinski tokovi koji ulaze ili izlaze iz sobe. Ako imamo sobu koja ima dva zida, onda su toplinski tokovi kroz ta dva zida jedini. Dakle, model sobe s dva zida, uz zanemarivanje radijacijskog toplinskog toka među njima, izgledao bi kao na Slici 3.3.



Slika 3.6. Primjer modeliranja sobe.

### 3.3. Model kuće u matlabu

U ovom odjeljku prikazan je model kuće modeliran pomoću RC mreže te model varijabli stanja za tu mrežu.



Slika 3.7. RC model kuće.

Na Slici 3.7. prikazan je RC model kuće. Plavom bojom označeni su dijelovi pojedinih soba, a narančastom bojom dijelovi potkrovlja. Taj je model opisan varijablama stanja koji je pogodan za korištenje prilikom upravljanja aktuatorima to jest, grijanjem ili hlađenjem.

U nastavku su dane matrice A, B, C i D. Stanja modela su kondenzatori a njihov poredak u matricama je sljedeći:

1. sjeverni zid, zapadna soba, vanjski kondenzator,
2. sjeverni zid, zapadna soba, unutarnji kondenzator,
3. zapadni zid, zapadna soba, vanjski kondenzator,
4. zapadni zid, zapadna soba, unutarnji kondenzator,
5. južni zid, zapadna soba, vanjski kondenzator,
6. južni zid, zapadna soba, unutarnji kondenzator,
7. pregradni zid, kondenzator u zapadnoj sobi,
8. pregradni zid, kondenzator u istočnoj sobi,
9. sjeverni zid, istočna soba, vanjski kondenzator,
10. sjeverni zid, istočna soba, unutarnji kondenzator,
11. južni zid, istočna soba, vanjski kondenzator,
12. južni zid, istočna soba, unutarnji kondenzator,
13. istočni zid, istočna soba, vanjski kondenzator,
14. istočni zid, istočna soba, unutarnji kondenzator,
15. strop, kondenzator u zapadnoj sobi,
16. strop, kondenzator u potkrovlju,
17. strop, kondenzator u istočnoj sobi,
18. strop, kondenzator u potkrovlju,
19. zapadni zid, potkrovlje, vanjski kondenzator,
20. zapadni zid, potkrovlje, unutarnji kondenzator,
21. sjeverni krov, vanjski kondenzator,
22. sjeverni krov, unutarnji kondenzator,

23. južni krov, vanjski kondenzator,
24. južni krov, unutarnji kondenzator,
25. istočni zid, potkrovlje, vanjski kondenzator,
26. istočni zid, potkrovlje, unutarnji kondenzator,
27. pod, zapadna soba, kondenzator u sobi,
28. pod, zapadna soba, kondenzator vani (prema zemlji),
29. pod, istočna soba, kondenzator u sobi,
30. pod, istočna soba, kondenzator vani (prema zemlji),
31. kondenzator koji predstavlja kapacitet zapadne sobe,
32. kondenzator koji predstavlja kapacitet istočne sobe,
33. kondenzator koji predstavlja kapacitet potkrovlja.

Ulazi u model poredani su po sljedećem redu:

1. vanjska temperatura,
2. dozračenost sjevernog zida u prizemlju,
3. dozračenost zapadnog zida u prizemlju,
4. dozračenost južnog zida u prizemlju,
5. dozračenost zapadnog zida u potkrovlju,
6. dozračenost sjevernog krova,
7. dozračenost južnog krova,
8. dozračenost istočnog zida u potkrovlju,
9. dozračenost koja ulazi kroz prozor na zapadnom zidu,
10. dozračenost koja ulazi kroz prozor na istočnom zidu,
11. temperatura zemlje.

Matrica A sadrži sljedeće vrijednosti:



$$d = \frac{1}{\text{sjev\_zid\_priz1\_C\_unutra}} \cdot \left( -\frac{1}{\text{vanj\_zid\_priz\_bezProz\_R\_zraka\_unutra}} - \frac{1}{\text{sjev\_zid\_priz1\_R}} \right)$$

$$e = \frac{1}{\text{sjev\_zid\_priz1\_C\_unutra} \cdot \text{vanj\_zid\_priz\_bezProz\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$f = \frac{1}{\text{zap\_zid\_priz1\_C\_vani}} \cdot \left( -\frac{1}{\text{vanj\_zid\_priz\_saProz\_R\_zraka\_vani}} - \frac{1}{\text{zap\_zid\_priz1\_R}} \right),$$

$$g = \frac{1}{\text{zap\_zid\_priz1\_C\_vani} \cdot \text{zap\_zid\_priz1\_R}},$$

$$h = \frac{1}{\text{zap\_zid\_priz1\_C\_unutra} \cdot \text{zap\_zid\_priz1\_R}},$$

$$i = \frac{1}{\text{zap\_zid\_priz1\_C\_unutra}} \cdot \left( -\frac{1}{\text{vanj\_zid\_priz\_saProz\_R\_zraka\_unutra}} - \frac{1}{\text{zap\_zid\_priz1\_R}} \right)$$

$$j = \frac{1}{\text{zap\_zid\_priz1\_C\_unutra} \cdot \text{vanj\_zid\_priz\_saProz\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$k = \frac{1}{\text{pregzid\_C\_pola}} \cdot \left( -\frac{1}{\text{pregzid\_R\_zraka}} - \frac{1}{\text{pregzid\_R}} \right),$$

$$l = \frac{1}{\text{pregzid\_C\_pola} \cdot \text{pregzid\_R}},$$

$$m = \frac{1}{\text{pregzid\_C\_pola} \cdot \text{pregzid\_R\_zraka}},$$

$$n = \frac{1}{\text{strop\_C\_pola}} \cdot \left( -\frac{1}{\text{strop\_R\_zraka}} - \frac{1}{\text{strop\_R}} \right),$$

$$o = \frac{1}{\text{strop\_C\_pola} \cdot \text{strop\_R}},$$

$$p = \frac{1}{\text{strop\_C\_pola} \cdot \text{strop\_R\_zraka}},$$

$$q = \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_C\_vani}} \cdot \left( -\frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_R\_zraka\_vani}} - \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_R}} \right)$$

$$r = \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_C\_vani} \cdot \text{vanj\_zid\_potkr\_R}},$$

$$s = \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_C\_unutra} \cdot \text{vanj\_zid\_potkr\_R}},$$

$$t = \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_C\_unutra}} \cdot \left( -\frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_R\_zraka\_unutra}} - \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_R}} \right)$$

$$u = \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_C\_unutra} \cdot \text{vanj\_zid\_potkr\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$v = \frac{1}{\text{krov\_C\_vani}} \cdot \left( -\frac{1}{\text{krov\_R\_zraka\_vani}} - \frac{1}{\text{krov\_R}} \right),$$

$$w = \frac{1}{\text{krov\_C\_vani} \cdot \text{krov\_R}},$$



$$x = \frac{1}{krov\_C\_unutra \cdot krov\_R},$$

$$y = \frac{1}{krov\_C\_unutra} \cdot \left( -\frac{1}{krov\_R\_zraka\_unutra} - \frac{1}{krov\_R} \right),$$

$$z = \frac{1}{krov\_C\_unutra \cdot krov\_R\_zraka\_unutra},$$

$$\alpha = \frac{1}{pod\_C\_unutra} \cdot \left( -\frac{1}{pod\_R\_zraka\_unutra} - \frac{1}{pod\_R} \right),$$

$$\beta = \frac{1}{pod\_C\_unutra \cdot pod\_R},$$

$$\chi = \frac{1}{pod\_C\_vani \cdot pod\_R},$$

$$\delta = \frac{1}{pod\_C\_unutra \cdot pod\_R\_zraka\_unutra},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{pod\_C\_vani} \cdot \left( -\frac{1}{pod\_R\_zemlje\_vani} - \frac{1}{pod\_R} \right),$$

$$\phi = \frac{1}{kapacitet\_sobe\_1 \cdot vanj\_zid\_priz\_bezProz\_R\_zraka\_unutra},$$

$$\varphi = \frac{1}{kapacitet\_sobe\_1 \cdot vanj\_zid\_priz\_saProz\_R\_zraka\_unutra},$$

$$\gamma = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_1} \cdot \text{pregzid\_R\_zraka}},$$

$$\eta = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_1} \cdot \text{strop\_R\_zraka}},$$

$$\kappa = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_1} \cdot \text{pod\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$\lambda = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_1}} \cdot \left( \begin{array}{l} \frac{2}{\text{vanj\_zid\_priz\_bezProz\_R\_zraka\_unutra}} \\ \frac{1}{\text{vanj\_zid\_priz\_saProz\_R\_zraka\_unutra}} \\ \frac{1}{\text{prozor\_R\_zraka\_vani} + \text{prozor\_R} + \text{prozor\_R\_zraka\_unutra}} \\ \frac{1}{\text{pregzid\_R\_zraka}} \\ \frac{1}{\text{strop\_R\_zraka}} - \frac{1}{\text{pod\_R\_zraka\_unutra}} \end{array} \right)$$

$$\mu = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_2} \cdot \text{pregzid\_R\_zraka}},$$

$$\nu = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_2} \cdot \text{vanj\_zid\_priz\_bezProz\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$\varpi = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_2} \cdot \text{vanj\_zid\_priz\_saProz\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$\theta = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_2} \cdot \text{strop\_R\_zraka}},$$

$$g = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_2} \cdot \text{pod\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$\rho = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_2}} \cdot \left( \frac{\frac{2}{\text{vanj\_zid\_priz\_bezProz\_R\_zraka\_unutra}}}{\frac{1}{\text{vanj\_zid\_priz\_saProz\_R\_zraka\_unutra}}} \cdot \frac{1}{\text{prozor\_R\_zraka\_vani} + \text{prozor\_R} + \text{prozor\_R\_zraka\_unutra}} - \frac{1}{\text{pregzid\_R\_zraka}} - \frac{1}{\text{strop\_R\_zraka}} - \frac{1}{\text{pod\_R\_zraka\_unutra}} \right)$$

$$\sigma = \frac{1}{\text{kapacitet\_potkrovlja} \cdot \text{strop\_R\_zraka}},$$

$$\zeta = \frac{1}{\text{kapacitet\_potkrovlja} \cdot \text{vanj\_zid\_potkr\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$\tau = \frac{1}{\text{kapacitet\_potkrovlja} \cdot \text{krov\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$v = \frac{1}{\text{kapacitet\_potkrovlja}} \cdot \left( \frac{\frac{2}{\text{strop\_R\_zraka}}}{\frac{2}{\text{vanj\_zid\_potkr\_R\_zraka\_unutra}}} - \frac{2}{\text{krov\_R\_zraka\_unutra}} \right)$$



gdje su:

$$B_{00} = \frac{1}{\text{sjev\_zid\_priz1\_C\_vani} \cdot \text{vanj\_zid\_priz\_bezProz\_R\_zraka\_vani}},$$

$$B_{01} = \frac{1}{\text{sjev\_zid\_priz1\_C\_vani}},$$

$$B_{02} = \frac{1}{\text{sjev\_zid\_priz1\_C\_vani} \cdot \text{vanj\_zid\_priz\_saProz\_R\_zraka\_vani}},$$

$$B_{03} = \frac{1}{\text{zap\_zid\_priz1\_C\_vani}},$$

$$B_{04} = \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_C\_vani} \cdot \text{vanj\_zid\_potkr\_R\_zraka\_vani}},$$

$$B_{05} = \frac{1}{\text{vanj\_zid\_potkr\_C\_vani}},$$

$$B_{06} = \frac{1}{\text{krov\_C\_vani} \cdot \text{krov\_R\_zraka\_vani}},$$

$$B_{07} = \frac{1}{\text{krov\_C\_vani}},$$

$$B_{08} = \frac{1}{\text{pod\_C\_vani} \cdot \text{pod\_R\_zemlje\_vani}},$$

$$B_{09} = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_1}} \cdot \frac{1}{\text{prozor\_R\_zraka\_vani} + \text{prozor\_R} + \text{prozor\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$B_{10} = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_1}},$$

$$B_{11} = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_2}} \cdot \frac{1}{\text{prozor\_R\_zraka\_vani} + \text{prozor\_R} + \text{prozor\_R\_zraka\_unutra}},$$

$$B_{12} = \frac{1}{\text{kapacitet\_sobe\_2}}.$$



Matrica D sadrži samo nule jer se na izlaz šalju samo temperature soba.

### 3.4. Simulacija modela u Matlabu

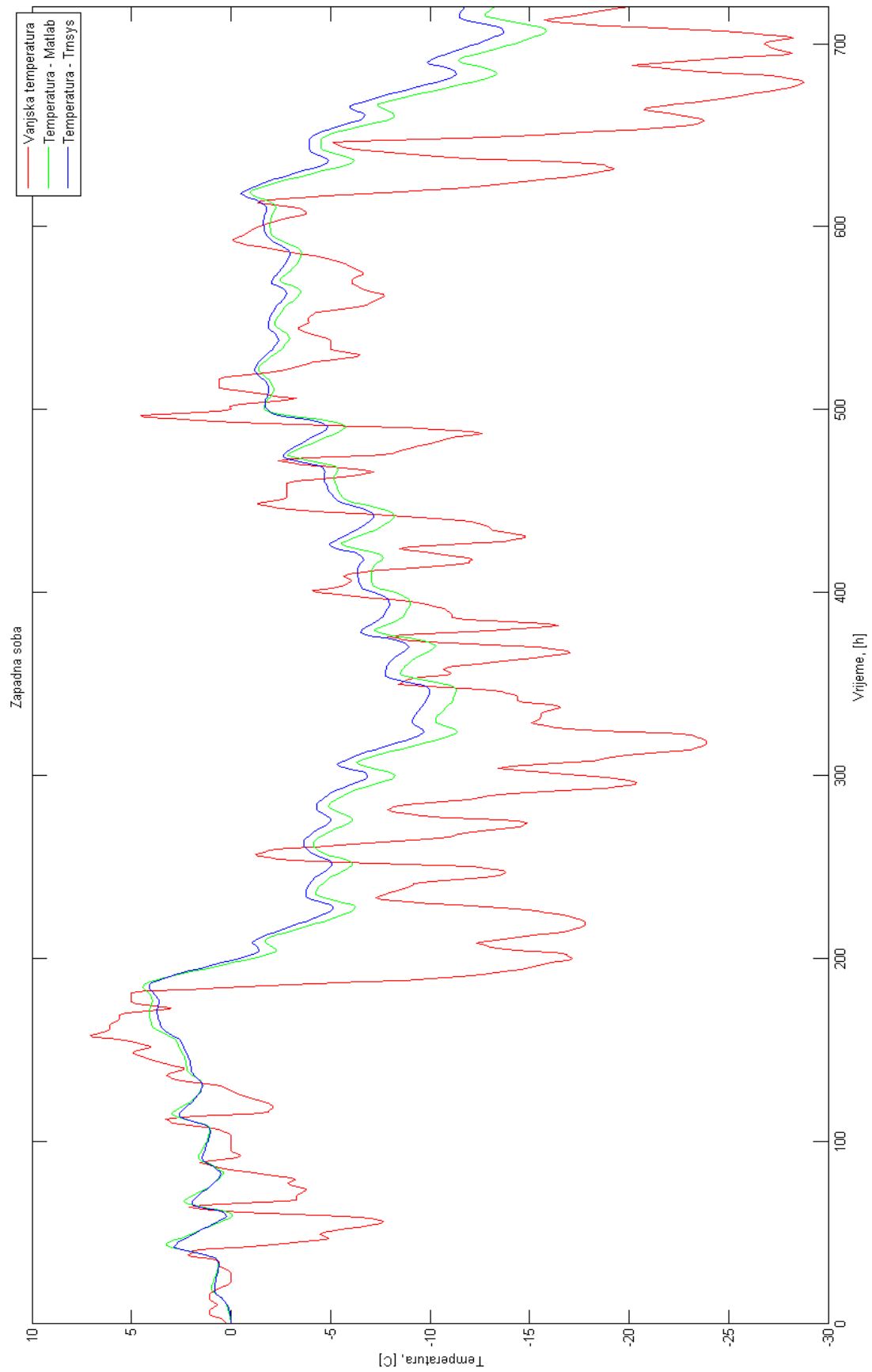
Kuća opisana u prvom odjeljku je modelirana na načina opisan na prethodno opisani način. U ovom se odjeljku prezentiraju podaci dobiveni tim modelom. Kao ulaz u model korišteni su podaci o vanjskoj temperaturi i ukupnoj sunčevoj dozačenosti, a kao izlaz se daju temperature u pojedinoj sobi.

Cilj modeliranja u Matlabu je model opisan varijablama stanja koji se onda koristi da bi se na temelju njega obavila sinteza sustava upravljanja grijanjem, odnosno hlađenjem sobe. RC model se onda koristi za lakše pisanje matrica te za provjeru modela opisanog varijablama stanja.

Na svakom je grafu (Slika 3.8., Slika 3.9., Slika 3.10. ) ispisana temperatura u kući (crveno), temperatura koja je rezultat simulacije u Trnsysu (plavo) i temperatura koja je rezultat simulacije u matlabu (zeleno). Simulirano je ponašanje temperature kroz mjesec dana. Na Slici 3.8. prikazane su temperature u zapadnoj sobi, na Slici 3.9. temperature u istočnoj te na Slici 3.10. temperature u potkrovlju.

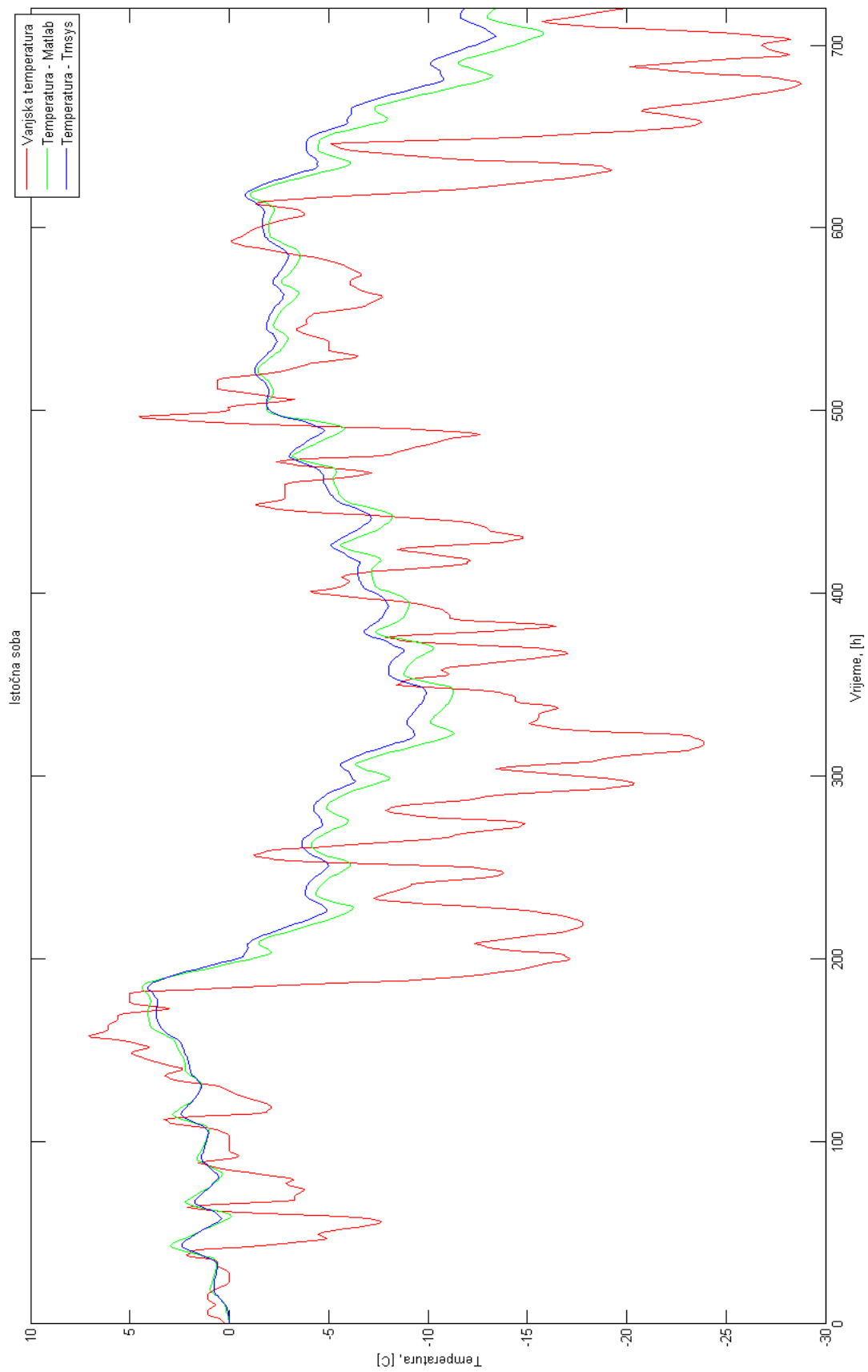
Nakon toga slijede tri grafa koji prikazuju razliku temperature koja se dobila simulacijom u Trnsysu i temperature koja se dobila simulacijom u Matlabu. Na Slici 3.11. prikazana je razlika u zapadnoj sobi, na Slici 3.12. razlika u istočnoj sobi te na Slici 3.13. razlika u potkrovlju.

Na Slici 3.14. prikazane su temperature u zapadnoj sobi kroz godinu dana. Na toj su slici označena dva dijela koja su uvećana da se vidi kretanje temperatura u zimskim i ljetnim mjesecima. Ti uvećani dijelovi dani su na Slici 3.15. za zimu, te na Slici 3.16. za ljeto.

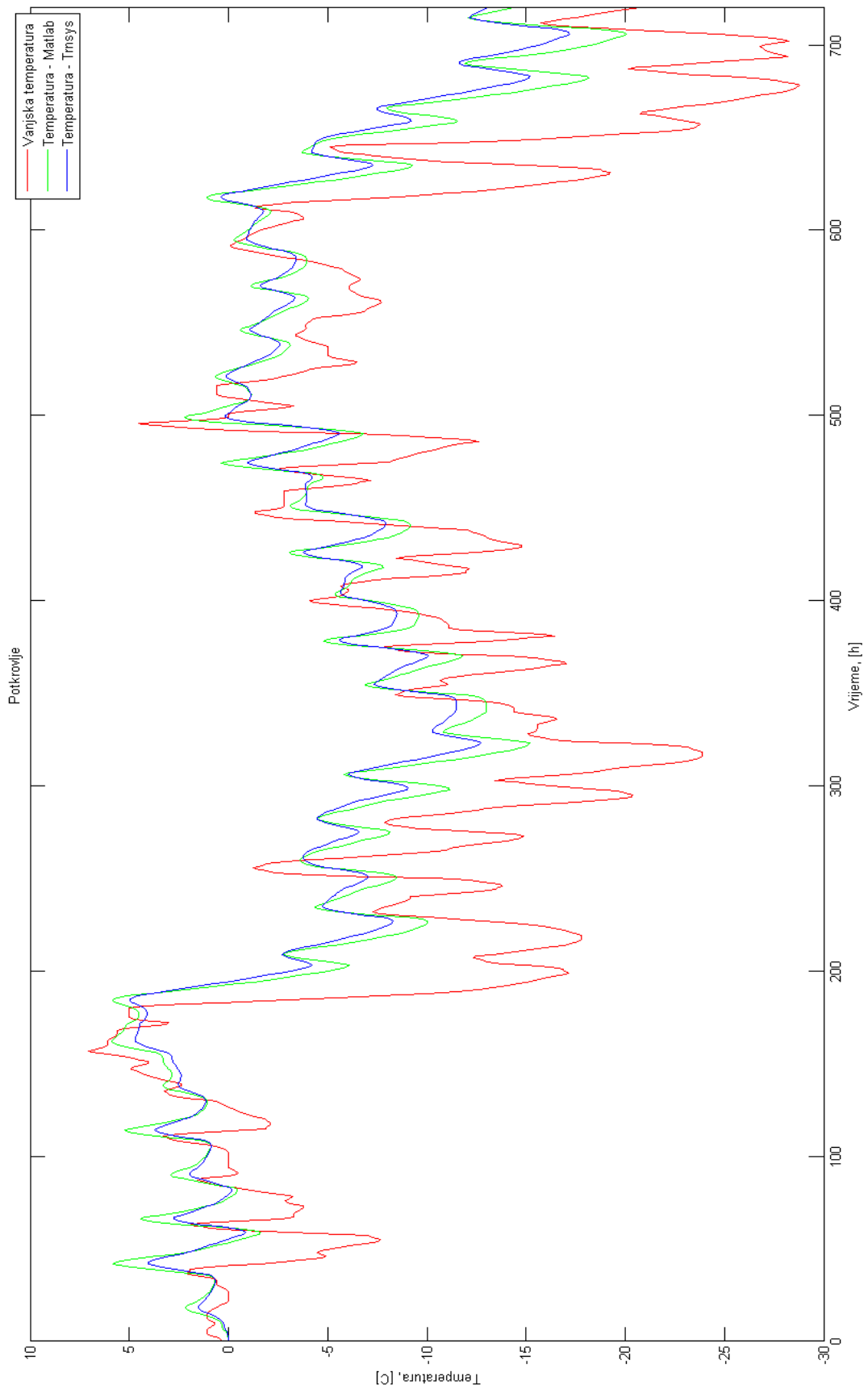


Slika 3.8. Temperature u zapadnoj sobi.

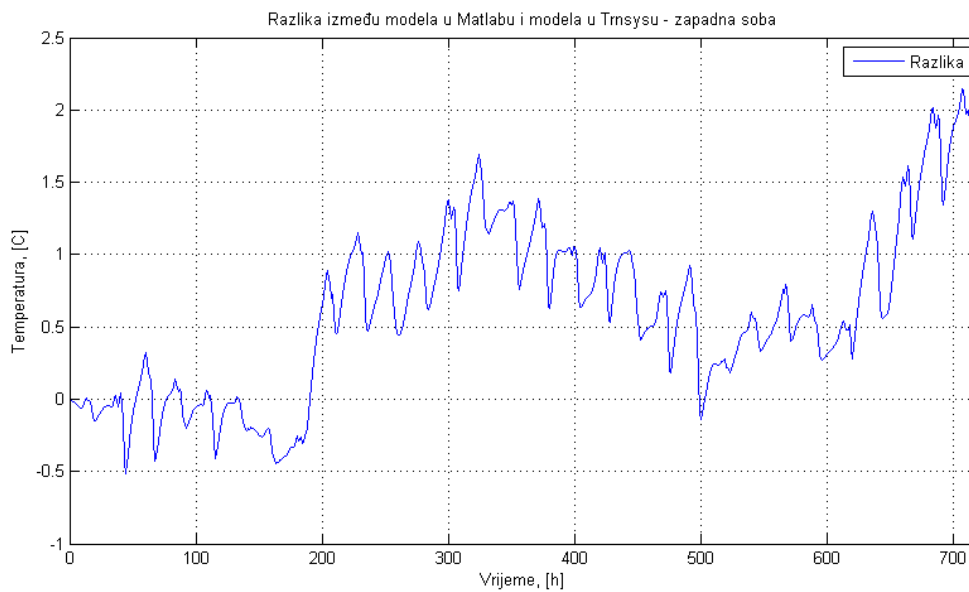




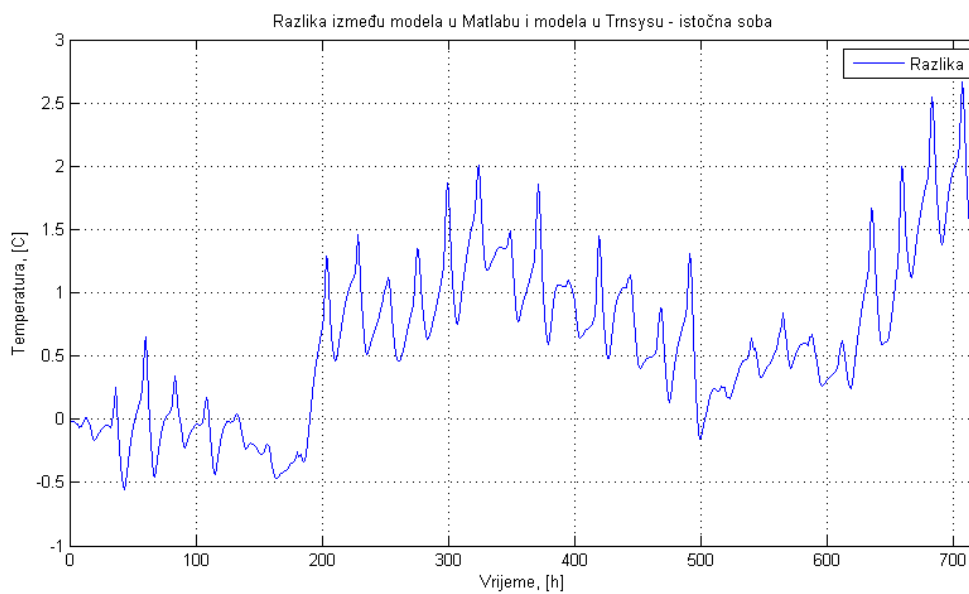
Slika 3.9. Temperature u istočnoj sobi.



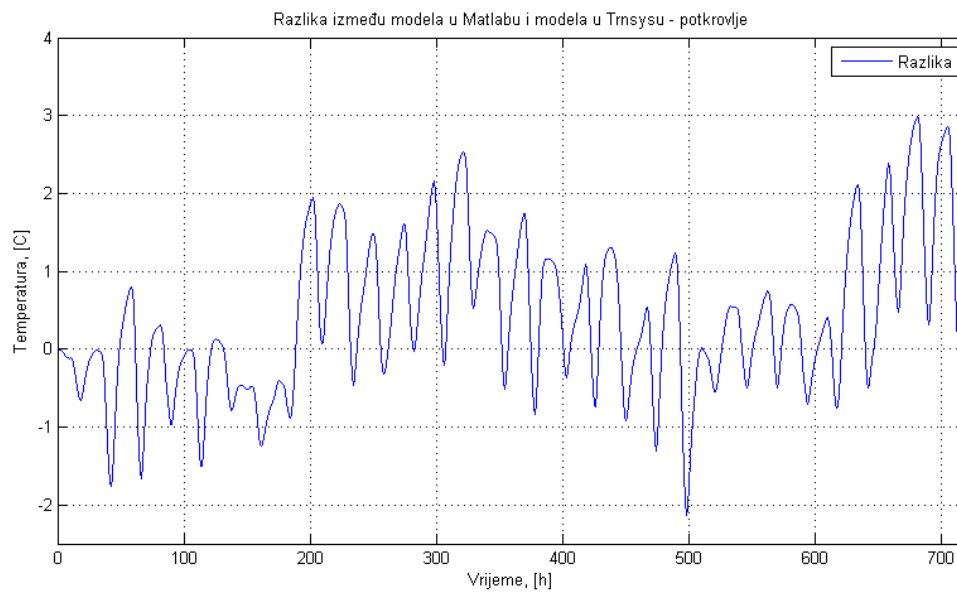
Slika 3.10. Temperature u potkrovlju.



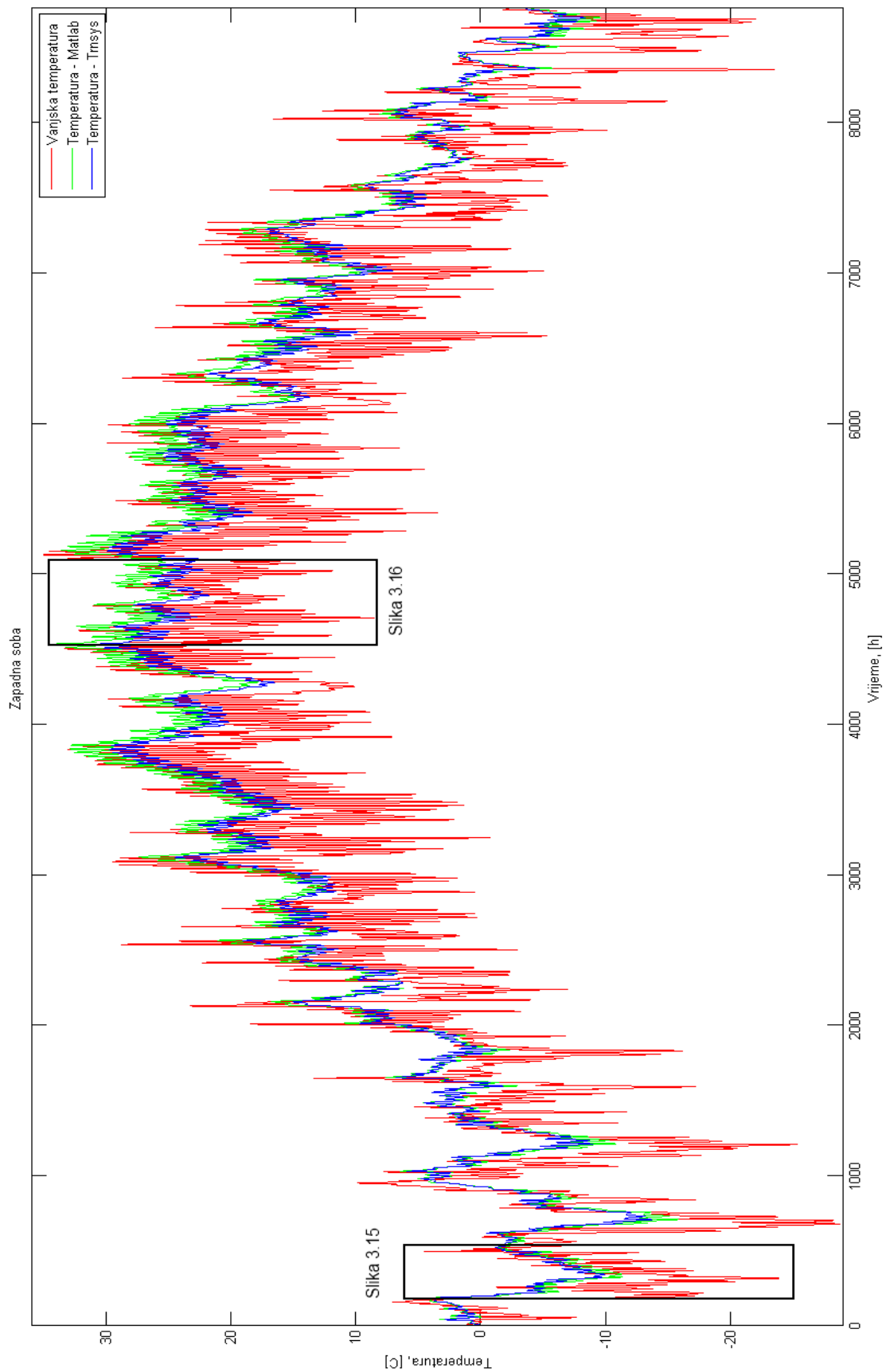
Slika 3.11. Razlika temperatura u zapadnoj sobi.



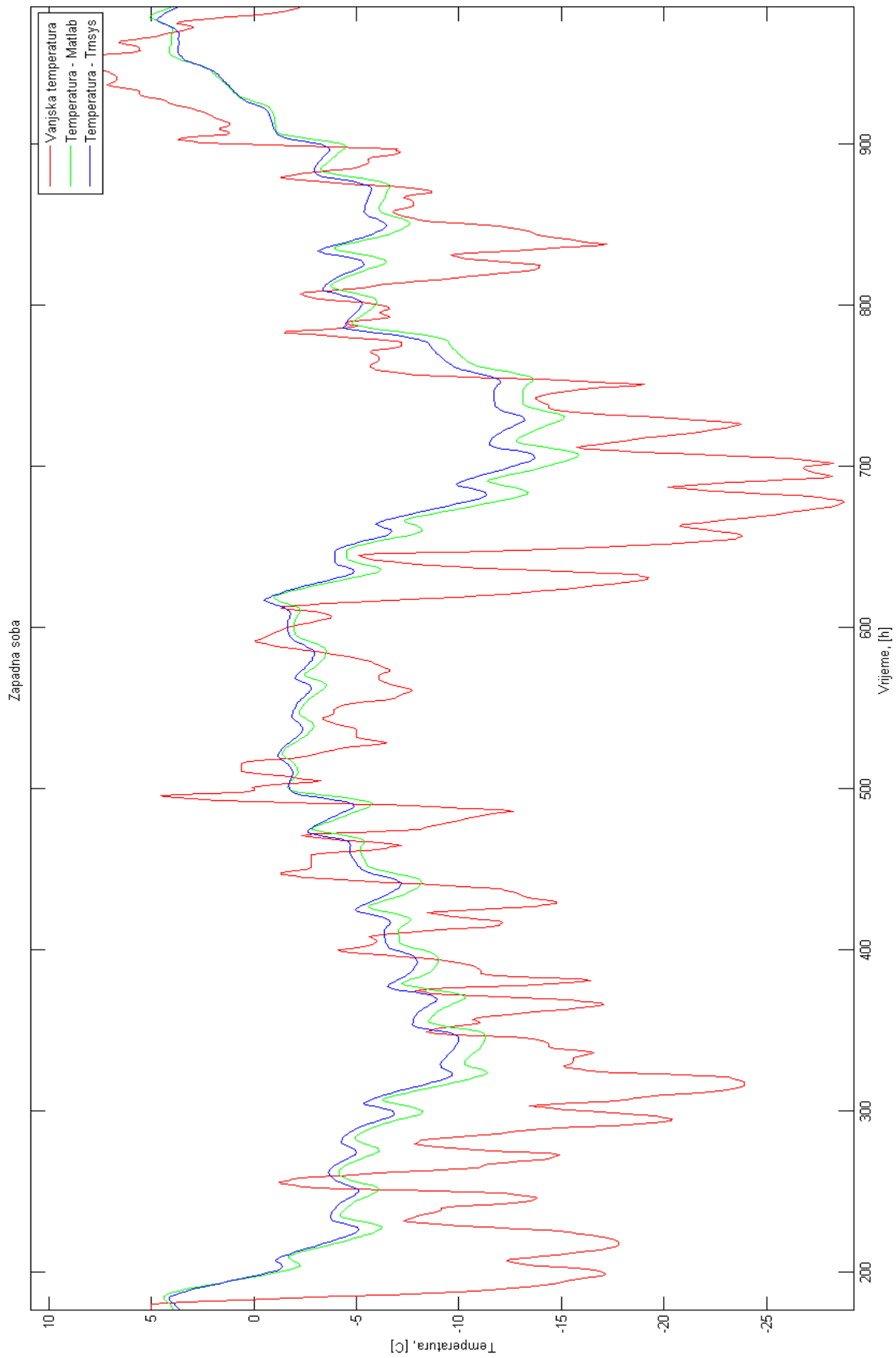
Slika 3.12. Razlika temperatura u istočnoj sobi.



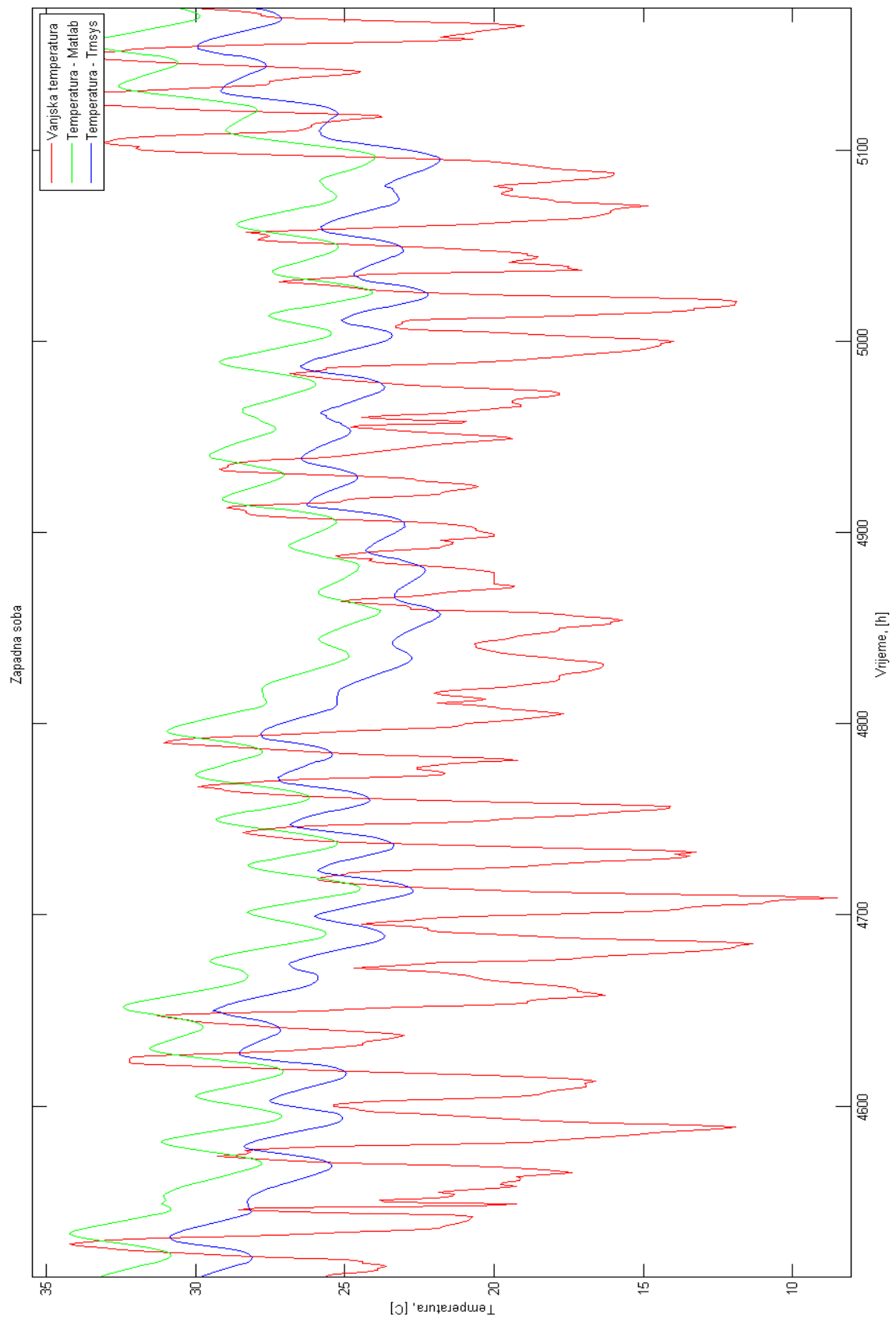
Slika 3.13. Razlika temperatura u potkrovlju.



Slika 3.14. Temperature u zapadnoj sobi kroz godinu dana.



Slika 3.15. Uvećani prikaz temperatura zimi.



Slika 3.16. Uvećani prikaz temperatura zimi.

## Literatura

- [1] Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin-Madison 1500 Engineering Drive, 1303 Engineering Research Building Madison, WI 53706 – U.S.A.; <http://sel.me.wisc.edu/trnsys/>
- [2] The Mathworks Inc.; Natick, MA, SAD. [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)
- [3] CSTB – Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, Francuska; <http://software.cstb.fr>
- [4] Trnsys 16 Documentation: Weather Data, (2004). Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin-Madison, SAD.
- [5] Window 5.2, Lawrence Berkeley Laboratory, SAD; <http://windows.lbl.gov/software/window/window.html>
- [6] Bejan, A. i Kraus, A. D., "Heat transfer handbook". New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
- [7] Seem, J. E.. "Modeling of heat transfer in buildings". University of Wisconsin – Madison, 1987.



## Sažetak

U radu je opisan proces modeliranja toplinskih procesa u zgradama. Kuća koja se modelira dana je u odjeljku 1. Popisani su materijali te su dane dimenzije kuće. U odjeljku 2. opisuje se programski paket Trnsys [1] u kojem se izgrađuje referentni model. Ukratko je opisan proces modeliranja i simuliranja u tom programu, te su dani rezultati simulacije. U 3. odjeljku dan je matematički opis toplinskih procesa u zgradama, te je opisano modeliranje zgrada pomoću RC mreže. U odjeljku 3.3. opisane su matrice modela varijabli stanja za model kuće. Na kraju je dana usporedba rezultata dobivenih pomoću modela u Matlabu te modela u Trnsysu.

## Summary

This thesis gives a description of modelling heat transfer in buildings. Building being modelled is described in Chapter 1. List of materials and building dimensions can be found in that chapter. Chapter 2. gives a brief description of Trnsys [1] which is used to build a referent model of the building. The results of Trnsys simulation are also given in this chapter. Mathematical description of heat transfer in buildings and modelling process in Matlab are given in Chapter 3. In Chapter 3.3. the matrices of state space model used in Matlab [2] are described. In Chapter 3.4. results of Matlab simulation are given and are compared to the ones from Trnsys simulation.