

(NA)UČITI KAKO SE UČI (MATEMATIKA)

Milan Matijević

Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

milan.matijevic@ufzg.hr

Polazne (hipo)teze

Preporuke Europskog Parlamenta i Vijeća od 18. prosinca 2006. o kompetencijama za cjeloživotno učenje (2006/962/EC) sadrže osam ključnih kompetencija. Na listi kompetencija kojima učenici trebaju ovladati tijekom obveznoga školovanja nalazi se i važna kompetencija označena sintagmom „*učiti kako se uči*“. Preispitujući kurikulume hrvatskog obveznog školstva te ishode učenja na kraju pojedinih razreda, ciklusa i nastavnih predmeta, mogu se postaviti različita pitanja. Npr. Tko je zadužen za razvijanje te kompetencije (učiti kako se uči)? Na koji način se u nastavnom procesu potiče i razvija ta kompetencija (metodika)? Na koji način se može provjeriti (procijeniti) ostvarenost te kompetencije kao ishod učenja? Koliko su udžbenici i drugi pomoćni nastavni materijali pogodni za poticanje i razvijanje te kompetencije? Kada počinje razvijanje te kompetencije u obveznoj školi? Koja je tu uloga nastavnika razredne nastave, a koja nastavnika predmetne nastave (npr. uloga nastavnika matematike)? Koliko su nastavnici sposobljeni za poticanje razvoja te kompetencije?*

Na ispitivanju matematičke pismenosti u okviru projekta PISA hrvatski petnaestgodišnjaci su na listi rezultata ispod prosjeka populacije ispitanih (pola miliona ispitanika!) iz 65 zemalja svijeta (PISA 2009). Podsjetimo da je među deset najbolje rangiranih zemalja šest zemalja s Dalekog istoka, a samo tri iz Europe (Finska, Lihtenštajn i Estonija)! Hrvatska u matematičkim kompetencijama zauzima četrdeseto mjesto među 65 ispitanih i rangiranih zemalja. Naši su učenici riješili tek oko 5% zadataka iz skupine težih zadataka (razina 5 i 6)! Projekt PISA nije nikava olimpijada, ali omogućuje raznorazne analize u svezi kvalitete nastave i ishoda učenja na kraju obveznoga školovanja. Stručnjaci iz zemalja koje sudjeluju u tom međunarodnom projektu u pravilu temeljito proučavaju postignute rezultate te čimbenike koji su na ta postignuća mogli utjecati ili koje bi trebalo mijenjati da bi se postigli bolji rezultati. Metodika nastave od prvog do zadnjeg razreda ispitivanih učenika je, svakako imala utjecaja na postignute rezultate na ovom međunarodnom ispitivanju i zato je izuzetno korisno temeljito analizirati metodiku nastave od početka do kraja obveznoga školovanja, jer su ovim ispitivanjem obuhvaćeni učenici na kraju obveznoga školovanja. I sposobljenost učenika za samostalno učenje (matematike) je zasigurno imala određenog utjecaja na rezultate u PISA projektu? Ovdje možemo tek postaviti neka pitanja i hipoteze koji se odnose na nastavu matematike tijekom obveznoga školovanja.

U jednom istraživanju prije tridesetak godina (Matijević, 1992) ispitivana su predznanja i obrazovna razina polaznika srednje škole za odrasle, koji su prije ponovnog uključivanja u obrazovni procesi imali stanku od sustavnog učenja od jedne do 21 godine! Istraživanje je pokazalo da obrazovna razina u matematici kod većine ispitanih polaznika u pravilu nije na razini stvarno završenog razreda školovanja. Kod većine je obrazovni nivo iskazan u kompetencijama iz matematike u pravilu bile od 1 do 3 razreda niže od stvarno završenog razreda. Nastavnicima koji su poučavali polaznike u večernjim školama preostalo je jedino da na početku svake školske godine ispitaju stvarno predznanje i kompetencije iz matematike te da nastave poučavanje na utvrđenoj razini, odnosno da pokušaju optimalno individualizirati

* Predavanje održano 6. listopada 2010. godine u Zagrebu na stručno-metodičkim večerima Nastavne sekcije HMD-a

poučavanje budući da su ustanovljene velike individualne razlike među ispitanim polaznicima. U pravilu je slična situacija u većini razreda osnovne i srednje škole. Naime, rijetko je u drugim nastavnim predmetima slična situacija u svezi povezanosti ranije stečenih kompetencija i novih znanja i kompetencija, kao što je to u nastavi matematike. Da budemo jasniji: u nastavi geografije učenik može o Južnoj Americi ne znati ništa, a da o Sjeveroj Americi pokaže znanja za najvišu ocjenu. Slično je i u biologiji, povijesti itd. U matematici su pojedine kompetencije toliko međusobno povezane, da je nemoguće stjecati neke kompetencije s više ili s iste razine kompetencija i ishoda učenja, ako se temeljito ne poznaju znanja i kompetencije s „uvjetno kazano“, nižih odnosno prethodnih srodnih razina. I može nastavnik ili nastavnica matematike nastojati naučiti (poučavati) učenike rješavati jednadžbe s jednom ili dvije nepoznanice, ili rješavati probleme (Varošanec, 2003), učenici ništa neće razumjeti niti naučiti, ako prethodno nisu temeljito naučili osnovne računske operacije s decimalnim brojevima ili razlomcima. Mogli bismo nabrajati bezbroj takvih situacija i primjera iz nastave matematike.

I još neki zanimljivi podaci (teza) za početak ove rasprave: Postavili smo pitanje studentima učiteljskog fakulteta (N=484) krajem 2010. Godine: Koja tri nastavna predmeta su vam bila najmanje zanimljiva tijekom prethodnog školovanja, koji su vam predmeti „išli na živce“, odnosno koje nastavne predmete ste najmanje voljeli? Od svih predmeta kojih su se mogli prisjetiti iz svog prethodnog dvanaestogodišnjeg školovanja njih 49% su naveli fiziku, 46% matematiku(!) i isto toliki postotak ispitanika navodi kemiju. Stručnjaci za školstvo bi mogli postavljati razna pitanja pod utjecajem prethodnih podataka. Npr. Zašto su fizika, matematika i kemija na čelu te liste neomiljenih nastavnih predmeta? Kako se organizira nastava iz tih nastavnih predmeta da to dovodi do tolike antipatije (fobija od nastavnih predmeta) kod učenika? Kako će se to odraziti na činjenicu da 46% budućih učitelja, koji nisu voljeli matematiku, moraju cijeli život poučavati učenike i u matematici? Može li netko tko ne voli matematiku naučiti nekoga da zavoli matematiku? itd. (pitanjima čimbenika neuspjeha u početnoj nastavni matematike bavio se Markovac, 1978). Naravno, za svaki uspjeh u učenju, važan je početak i temelj, pa je tako i kod učenja matematike (više kod: Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998).

Između metodikā nastave usmjerene na učenika i nastave usmjerene na učitelja

Većina nastavnika u osnovnoj i srednjoj školi pripremani su za nastavničku profesiju na paradigmi didaktike nastave usmjerene na učitelje. To znači da se na nastavničkim fakultetima učilo o tome što i kako treba raditi nastavnik, a podrazumijevalo se da učenici trebaju učiti. Učenikovo učenje je podrazumijevalo pozorno praćenje nastavnikova „realiziranja programa“, zatim prepisivanje tragova te „realizacije“ na ploči, te rješavanje zadataka za domaću zadaću iz udžbenika i zbirkie zadataka (više: Matijević, 2010).

Među nastavnicima, u vrijeme njihovih stručnih rasprava učestalo je spominjana sintagma „realizirati program“ (Ja moram realizirati program!). Ili, na pitanje što radi u školi nastavnici bi odgovarali „Ja predajem matematiku!“ ili Ja predajem fiziku!“. „Ja u ovoj školi držim matematiku!“ Možemo ovo shvatiti tek kao puku igru riječi, ali ako se dublje zamislimo nad tim jezičnim izričajima, uočit ćemo da se mnogo ne razumijemo, odnosno da ne razumijemo dovoljno što se to događa u nastavnom procesu. Tko ili što tu „drži“ ili tko ili što tu „predaje“?

„Ja realiziram program.“ Što ta rečenica stvarno znači? Što znači „realizirati program“. Jedan je tradicionalni didaktičar kazao da je program realiziran ako je ozvučen pred razredom. To bi za nastavu matematike značilo da je nastavnik pokazivao na ploči kako se rješavaju određeni

matematički zadaci, a učenici su to pozorno pratili, ponekad simultano zapisivali i pratili nastavnikovo govorenje i pisanje, a ponekad čekali da nastavnik završi svoje govorenje (objašnjavanje) te nakon toga prepisali sve napisano na ploči. Za domaću zadaću (za samostalni rad kod kuće) učenici su obično trebali naučiti (ako su razumjeli!), sve što je nastavnik kazao i zapisao na ploču te, prema načelu egzemplarne nastave, još riješiti nekoliko zadataka iz udžbenika ili priručne zbirke zadataka.

I još malo o jezičnom izričaju: „Ja predajem matematiku!“ Glagol „predavati“ označava stanje u kojem netko nešto što posjeduje predaje nekome tko to nema. Tradicionalna didaktika je stoljećima stajala na zabludi da nastavnici posjeduju znanje i oni to znaju trebaju predavati onima koji ne znaju. Odatle izrazi: predavanje, predavaonica. Za školske prostore u kojima se organizira nastava i danas se govori „predavaonica“ (čak i u najnovijim fakultetskim zgradama gdje se pripremaju budući nastavnici), a i u kolegijima metodike koja priprema buduće nastavike u nastavničkim kompetencijama budući nastavnici trebaju održati „javno predavanje“. Radi se zapravo o tome da budući nastavnici trebaju samostalno organizirati jedan nastavni sat na kojem glavni nastavnik sjedi s ostalim studentima sa strane ili iza učenika i promatra kako budući nastavnik „predaje“ određene sadržaje učenja. Ne zaboravimo da se uz ovu sintagmu često govori kako taj budući nastavnik „predaje novo gradivo“ ili „obrađuje novo gradivo“! Što označava ta sintagma „novo gradivo“ ili „nastavno gradivo“!

Nakon tako pripremanih i pripremljenih nastavnika kod nas se u školama „predaje novo gradivo“, ponavlja novo gradivo“, „vježba naučeno gradivo“ i „ispituje naučeno gradivo“! Ništa od tih sintagmi ne bi podnijelo zdravorazumsku analizu i kritiku, i ništa od toga ne mogu podnijeti novije teorije učenja i poučavanja (npr. kognitivizam ili konstruktivizam, transformativno učenje). Na tim metodičkim i didaktičkim modelima i pradigmama će se teško (na)učiti matematika, a isto tako teško će se (na)učiti kako se samostalno uči matematika.

Svi su nastavnici tijekom studija upoznali temeljne didaktičke principe (načela) koji su rezultat znanstvenih proučavanja zakonotosti u području nastave. Možemo lako prepoznati da je većina tih načela i didaktičkih pravila nastala na temelju istraživanja u području kognitivnog učenja, odnosno na istraživanju zakonitosti stjecanja kompetencija u kognitivnom području.

Tradicionalna metodika nastave, odnosno metodika organizacije nastavnog sata, didaktički principi i nastava matematike postavljala je pred nastavnika zahtjev za isticanje ciljeva nastave u kojima je vidljivo što na satu planira raditi nastavnik. Učenici će, naravno, pozorno pratiti, pokušati razumjeti, prepisati sve s ploče i naučiti. Novije teorije nastave i učenja, odnosno noviji metodički konstrukti i paradigme, stavljaju u prvi plan aktivnosti učenika. Od nastavnika se očekuje da za svaki sat istaknu i opišu što i kako će tijekom sata raditi učenici, te koji i kakvi ishodi učenja se očekuju.

Učenje je individualni čin, ali podrazumijeva i socijalnu dimenziju (poučavanje u odjeljenju, grupni rad u nastavi, rad u parovima, komunikacija tijekom učenja, komunikacija učitelja i učenika...). Učenje je svjesna aktivnost, iako ima primjera gdje se može govoriti i o nesvjesnom i nemamernom stjecanju nekih znanja i kompetencija (tzv. informalno učenje).

Ne postoje dva učenika (dvije osobe) koji uče na isti način ili čije su mogućnosti za učenje i stilovi učenja isti. To bi us vakom trenutku trebali imati svi učitelji i nastavnici. Ta spoznaja i zahtjev za uvažavanjem okolnosti koje se uz nju pojavljuju treba imati u vidu na svakom nastavnom satu te pri svakom vidu usmjeravanja i vođenja učenika u procesu učenja, u procesu stjecanja planiranih kompetencija, a koje bi trebale biti primjerne dobi učenika (Vlahović-Šetić, 2005). Osim spomenutih metodičkih rješenja koja je razvijao i njegovao Robert Dottrens, nastavnicima stoje na raspolaganju i razne druge mogućnosti, od mentorskog

stila komuniciranja i vođenja učenika tijekom nastavnog sata do korištenja svih novih komunikacijskih medija.

Metodika nastave usmjerene na učenika ogleda se danas i u orijentaciji na iskazivanje obrazovnih ishoda u vidu kompetencija koje će učenici stjecati na nastavi pojedinih predmeta. Tako su i stručnjaci za matematičku nastavu prihvatili tu orijentaciju i izradili jednu sustavnu koncepciju ishoda učenja (kompetencija; obrazovnih postignuća) koje će učenici stjecati na nastavi matematike tijekom obveznoga školovanja. I, umjesto da pripremajući se za zajedničke nastavne aktivnosti s učenicima nastavnici pišu što će oni (nastavnici) prikazivati, objašnjavati, obrađivati, uz ovu metodičku orientaciju se očekuje da nastavnici napišu koje konkretnе kompetencije će učenici učiti, vježbati, stjecati na određenom nastavnom satu ili seriji nastavnih satova. Evo nekoliko primera tako iskazanih očekivanih obrazovnih postignuća odnosno ishoda učenja:

Učenici će tijekom drugog obrazovnog ciklusa (Nacionalni okvirni kurikulum, 2010):

- sigurno i učinkovito uspoređivati, zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti prirodne brojeve primjenjujući osnovna svojstva i međusobne veze računskih operacija
- primijeniti osnovna svojstva prirodnih brojeva i pravila djeljivosti te rastaviti prirodni broj na proste faktore
- pročitati, zapisati i usporediti cijele brojeve, razlomke, decimalne brojeve i postotke te ih prikazati ekvivalentnim zapisima
- zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti (napamet, metodama pisanoga računa i uz pomoć džepnoga računala) racionalne brojeve zapisane u obliku razlomaka i decimalnih brojeva te primjenjivati osnovna svojstva i međusobne veze računskih operacija.

Učenici će tijekom trećeg obrazovnog ciklusa:

- postaviti i analizirati jednostavniji problem, isplanirati njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka, riješiti ga te protumačiti i vrednovati rješenje i postupak
- primijeniti matematičke pojmove i postupke u različitim kontekstima
- izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema i modeliranjem situacija.

Ovako iskazani, konkretnizirani i operaciolanzirani ishodi učenja, ptidonijet će svakako jednostavijem i lakšem praćenju i procjeni usješnosti svake nastavne epizode, ali i za izradu bilo kojih nastavnih materijala.

Kako učiti kako se uči ?

„Učiti kako se uči“- kompetencija je koja se stječe vježbanjem (učenjem). Ta se kompetencija ne može stjecati nit iuz najatraktivniju predavačku i predavačko-prikazivačku nastavu. Prije tridesetak i više godina postojalo je uvjerenje i mišljenje među nastavnicima i pedagozima da se učenike može osposobljavati za samostalno učenje serijom predavanja o samostalnom učenju ili pisanim uputama o samostalnom učenju. Takva su predavanja obično organizirali pedagozi ili psiholozi, jer se smatralo da je to njihovo profesionalno zaduženje.

Danas smo svjesni da je zadaća svakog nastavnika i rad na razvijanju kompetencije samostalnog učenja. Za razvoj te kompetencije zaduženi su svi učitelji i nastavnici, a ne samo stručni suradnici u školama. To osposobljavanje počinje od prvog dana djetetova školovanja i traje tijekom čitava školovanja i cjeloživotnog učenja.

Upitno je koliko su svi nastavnici kompetentni u ovom području nastavnika rada. Koliko su tijekom studiranja ili tijekom cjeloživotnog usavršavanja postali kompetentni kao savjetnici za samostalno učenje i kao treneri u ovoj važnoj kompetenciji. Dodjeljivanjem učenicima negativnih ocjena i prijetnjama kako ih nikad neće popraviti, postižu se slabi uspjesi. Svaki učenik želi uspjeti u učenju, a učiti vole one osobe koje postižu uspjeh. Svakodnevnom dobivanjem povratne informacije kako su neuspješni u izvršavanju nastavnih zadataka gubi se volja za učenjem. To su elementarne spoznaje psihologije učenja odnosno pedagoške psihologije i dokimologije i zapisane su u svim udžbenicima psihologije (v. Vlahović Štetić, 2003).

Nakon dodijeljene jedne ili više negativih ocjena (to je postavljena dijagnoza!), slijedi uobičajena terapija: Ti moraš više učiti! Ili Ti moraš zagrijati stolicu! Zna to svaki učenik, ali ne zna KAKO. Ne poznaje najčešće metode i tehnike samostalnog učenja, a upitna je i podobnost udžbenika i drugih nastavnih materijala za samostalno učenje. Neki autori ističu, kao dobra obilježja svojih udžbenika i nastavnih materijala, i njihovu primjerenošć samostalnom radu i učenju učenika (v. npr. Sraga, 1999). Bilo bi dobro da su stvi udžbenici stvarno istodobno i priručnici za samostalno učenje (matematike)! Korisno bi bilo istraživanje u kojem bi učenici procijenili podobnost udžbeničkog materijala za samostalno učenje, napose iskusni učenici na kraju srednje škole. Koliko bi učenika koji su zbog bolesti izostali nekoliko dana iz škole mogli iz udžbenika za matematiku samostalno naučiti lekcije koje su propustili slušati i gledati u učionici?

Euforija programirane nastave i izrade programiranih nastavnih materijala koja je na ovim prostorima postojala prije trideset i više godina je prošla. Međutim ta nastavna strategija (programirano učenje, programirana nasava) je u tadašnjoj praksi pokazala najviše opravdanja u području nastave matematike. Jedan od razloga zašto je te nastavne strategije danas malo ili je uopće nema vidimo u ugrađivanju te strategije u računalne programe za učenje (kojih još uvijek nema dovoljno), ali i u razlogu što za izradu programiranih nastavnih materijala u tiskanoj formi treba mnogo više vremena i rada negoli u pisanju klasičnih udžbenika (v. Mužić, 1982).

Prije više od pola stoljeća švicarski pedagog i sociolog Robert Dottrens (1959) je nudio jedno metodičko rješenje za poticanje individualnog napredovanja svakog učenika u vidu nastavnih listova, ali to rješenje također ne nailazi na širu primjenu u školstvu jer traži više nastavniova rada i drukčije artikuliranje aktivnosti pojedinih učenika. Ta Dottrensova ideja se pretvorila u industrijsku proizvodnju konfekcijskih nastavnih listova uz koje od individualizacije učenja ostaje samo brzina rada: tko će prvi završiti, uz jednu metodičku besmislicu: Tko prvi završi neka se nasloni! (A prvi završe najbolji učenici i, onda se za nagradu trebaju dosađivati dok ostali ne završe svoje zadatke!). Prednosti koje sadrži Dottrensova ideja bi trebalo ponovo aktualizirati i, uz pomoć nove komunikacijske tehnologije (fotokopiranje, računala u učionicama i sl.) više primjenjivati u nastavi svih predmeta, a ne samo u nastavi matematike. To metodičko rješenje s nastavnim listovima koji su primjereni točno nekom konkretnom učeniku mogu pomoći u osposobljavanju učenika za samostalno učenje matematike, ali i u nadoknađivanju onih matematičkih kompetencija koje su u prethodnim nastavnim epizodama nedovoljno usvojili.

Prije stotinu godina, talijanska liječnica i pedagoginja, Maria Montessori (1870. – 1952), je postala poznata po originalnoj metodi poučavanja djece u matematici i materinjem jeziku. Proizveden je, prema njenim idejama velik opus nastavnih materijala za učenje matematike koji se temelji na samostalnim aktivnostima učenika s posebno konstruiranim materijalima koji u svakom momentu omogućuju učeniku shvatiti koliko ispravo rade, odnosno uče. U mnogim zemljama EU u državnim školama se primjenjuje metoda Marije Montessori i njeni materijali za samostalno učenje matematike (Vidjeti priloženi popis linkova koji prikazuju Montessori materijale za samostalno učenje matematike!). Ti materijali traže dodatna novčana ulaganja za kupovinu materijala, dodatnu edukaciju nastavnika, ali su provjereni i dokazano efikasni u stjecanju kompetencije samostalnog učenja matematike (više o Montessori metodi u Montessori, 2007 te Seitz i Hallwachs 1997).

György Pólya (1887. – 1985.), mađarski matematičar, je sredinom prošlog stoljeća dosta radio na unapređivanju metodike učenja matematike koja je usmjerena na učenika, odnosno u kojoj se nastava shvaća kao zajednički rad učitelja i učenika, odnosno u kojoj nastavnici metodički vode svakog učenika do stjecanja kompetencije samostalnog rješavanja

matematičkog zadatka. Njegov algoritam za učenikove aktivnosti, odnosno za nastavnikovo vođenje učenika prikazan je na priloženoj Tablici 1. Naravno, koristi od tog algoritma će biti ako se, uz nastavnikovo vođenje, ponovi mnogo puta tijekom školovanja.

| | |
|--|--|
| <p>1.</p> <p>TREBA RAZUMJETI ZADATAK</p> | <ul style="list-style-type: none"> - Što je nepoznato? - Što je zadano? - Kako glasi uvjet koji veže poznate elemente i nepoznanicu? - Nacrtaj sliku ukoliko je potrebna! - Uvedi odgovarajuće oznake! |
| <p>2.</p> <p>POTRAŽI VEZU IZMEĐU ZADANOG I NEPOZNATOG!</p> <p>Evidentiraj definicije, pravila ili teoreme koji ti mogu pomoći pri rješavanju!</p> <p>Sastavi plan rješavanja zadatka!</p> | <p>Gdje početi? Što raditi? Što ču time postići? Da li sam takav zadatak već vidio? Znam li sličan zadatak? Znam li neki teorem, definiciju ili pravilo koji mi mogu pomoći? Je li potrebno uvesti neki pomoćni element radi rješavanja? Mogu li zadatak izraziti drugačije? Mogu li riješiti dio zadatka? Jesam li iskoristio sve zadane elemente? Jesam li uzeo u obzir sve bitne elemente koji se nalaze u zadatku?</p> |
| <p>3.</p> <p>IZVRŠI SVOJ PLAN!</p> | <p>Gdje početi? Što raditi? Što ču time postići? Provodim li svoj plan rješavanja? Kontroliraj svaki korak! Mogu li jasno vidjeti da je korak ispravan?</p> |
| <p>4.</p> <p>PROVJERI DOBIVENO RJEŠENJE !</p> | <p>Mogu li kontrolirati rezultat? Mogu li rezultat izvesti drugačije? Mogu li rezultat uočiti na prvi pogled?</p> |

Tablica 1:
 Algoritam za samostalno rješavanje matematičkih zadataka koji je izradio G. Polya (1966)

Zaključak

Pokušaj da se znanstveno objasnji proces stjecanja kompetencije samostalnog učenja (matematike) bi, zapravo bio koncept jedne cijelovite metodike poučavanja i učenja matematike. Ukoliko postoji interes i dobra volja korisno bi bilo proučiti metodiku nastave matematike u zemljama iz kojih su učenici na spomenutom međunarodnom ispitivanju poznati pod imenom PISA (Programme for International Student Assessment) postigli zadovoljavajuće rezultate, npr. čiji su učenici svrstani među prvih deset zemalja iz kojih su učenici ispitivani: Osim Finske čiji su učenici u svim dosadašnjim ispitivanjima bili među prvih deset zemalja, sada uočavamo da su se tu našle i četiri zemlje s Dalekog istoka: Shanghai – China, Hong Kong – China, Singapore, Macao – China (vidi: Lianghuo et. al , 2005 i Yong et al 2009).

Korisno bi bilo konačno početi više uvažavati poruke koje je nastavnicima uputio američki pedagog Edgar Dale prije više od pedeset godina, a koje se mogu sažeti u nekoliko rečenica: Nastavnici bi trebali u nastavim scenarijima planirati više aktivnosti u kojima su učenici aktivniji od njih, u kojima se vježba, rješavaju problemi, uči u različitim iskustvenim situacijama, a manje slušaju nastavnika predavanja i gledaju raznovrsne vizualne prezentacije (više u: Matijević i Radovanović, 2008).

Literatura

Dottrens, R. (1959), Individualizirana nastava. Zagreb: Zavod za unapređenje školstva Republike Hrvatske.

Lianghuo, F. Et. al. (Ed.) (2005), How Chinese learn Mathematics (Perspective from Insiders), Nanjing Shi: Jiangsu jiao yu chu ban she.

Markovac, J. (1978), Neuspjeh u nastavi matematike: od 1. Razreda osnovne škole – uzroci i suzbijanje. Zagreb: Školska knjiga.

Matijević, M. (1982), Efikasnost individualiziranog obrazovanja u konzultativno-instruktivnoj nastavi. Odgoj i samoupravljanje. Vol. 2, no 1, str. 125-167.

Matijević, M. i Radovanović, D. (2008), Communication Technologies and the classroom teaching environment. Conference Proceedings of the 1st Special Focus Symposium on the Pedagogy in the Context of a Knowledge Society (Ur. V. Šimović), Zagreb: ECNSI – The European Focus Symposium and Systematic Research Centre, pp. 45-49.

Matijević, M. (2010), Između didaktike nastave usmjerenje na učenika i kurikulske teorije. U: Zbornik radova Četvrtog kongresa matematike. Zagreb: Hrvatsko matematičko društvo i Školska knjiga, str. 391-408.

Montessori, M. (2007), Dijete: tajna djetinjstva. Jastrebarsko: Naklada Slap.

Mužić, V. (1982), Programirana nastava. Zagreb: Školska knjiga

Nacionalni okvirni kurikulum (2010). Zagreb: MZOS.

PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do (Volume I). OECD.

Polya, G. (1966), Kako ću rješiti matematički zadatak. Zagreb: Školska knjiga.

Seitz, M. i Hallwachs, U. (1997), Montessori ili waldorf. Zagreb: Educa.

Sraga, M. (1999), Matematika 3: potpuno riješeni zadaci – priručnik za samostalno učenje. Zagreb: M.I.M. - Sraga

Varošanec, S. (2003), Neke metode rješavanja problemskih zadataka. Poučak. Vol. 4, br. 13, str. 32-37.

Vlahović-Štetić, V. i Vizek Vidović, V. (1998), Kladim se da može... (psihološki aspekti početnog poučavanja matematike). Zagreb: Udruga roditelja Korak po korak

Vlahović-Štetić, V. (2003), Psihologija učenja i poučavanja matematike. Poučak. Vol. 4, br. 15, str. 5-14.

Vlahović-Štetić, V. (2005), Primjereno nastave matematike dobi učenika. Poučak, vol. 6, br. 24, str. 17-24.

Yong, K. W. Et. al. (Ed.), (2009), Mathematics Education (The Singapore Journey). New Jersey, London and Singapore: World Scientific.

Internet izvori:

Montessori Math Methods: The 45 Math Montessori Meterials (08.01.2011)
<http://www.youtube.com/watch?v=SliNB-qrRa4&feature=related>

Montessori – Sensorial – Visual Sense – Binomial Cube (08.01.2011)
<http://www.youtube.com/watch?v=cgVJzTMEvXE&feature=related>

Montessori – Sensorial – Visual Sense – Constructive Triangles – Triangular Box (08.01.2011)
<http://www.youtube.com/watch?v=dd7BM7KDUzI&feature=related>