

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 2080

**Modelsko prediktivno upravljanje
toplinskim procesom u zgradi uz
uzimanje u obzir nesigurnosti
podataka iz vremenske prognoze**

Anita Martinčević

Zagreb, srpanj 2011.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Mariu Vašaku na pomoći, strpljenju, prenesenom znanju i korisnim savjetima tijekom izrade rada.

SADRŽAJ

1. Uvod	1
2. Modeli	3
2.1. Dvostruki integrator	3
2.2. Toplinski model zgrade	5
3. Determinističko modelsko prediktivno upravljanje	7
3.1. Implementacija optimalnog upravljanja toplinskim procesom u zgradi	10
3.2. Rezultati	11
3.3. Linearna promjena smetnji između vremena uzorkovanja	15
4. Stohastičko modelsko prediktivno upravljanje	17
4.1. Verifikacija SMPC strategije	21
4.2. Usporedba determinističkog i stohastičkog MPC regulatora	23
5. Zaključak	28
Literatura	29

1. Uvod

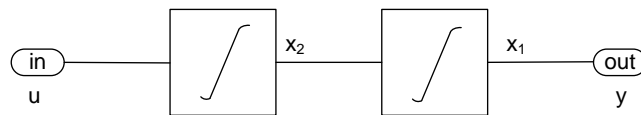
Jedan od najzahtjevnijih energetske izazova s kojima se svijet susreće danas je potreba za realizacijom masovnih ušteda energije. Zgrade sudjeluju s oko 40 % u ukupnoj finalnoj potrošnji energije u svijetu pa je zgradarstvo najveći potrošač u kojem se troši više energije nego u prometu i industriji. Najveći potrošač energije u zgradama su sustavi za grijanje, ventilaciju i klimatizaciju, tzv. HVAC sustavi. Energetski efikasno upravljanje toplinskim procesima u zgradama može imati veliki doprinos u uštedi energije. U ovom radu razvija se i analizira strategija determinističkog modelskog prediktivnog upravljanja (eng. **Model Predictive Control**) za upravljanje toplinskim procesima u zgradama, kojom se u obzir uzima predikcija vremenskih uvjeta 24 sata unaprijed, uz poštivanje ograničenja koja proizlaze iz zahtjeva za komforom krajnjeg korisnika te fizičkih ograničenja toplinskih aktuatora zgrade. Za verifikaciju strategije poslužit će nam pojednostavljeni model kuće koja se sastoji od tri prostorije. Rasipanje energije ovisi o konstrukciji kuće, o materijalima od kojih je kuća napravljena, insolaciji tijekom godine, vanjskoj temperaturi, te o dodatnim uređajima za kontrolu temperature (grijanje, hlađenje). Utrošak energije uz pametan izbor materijala i arhitektonskih rješenja možemo dodatno smanjiti efikasnim upravljanjem grijanjem, odnosno hlađenjem prostora. Potvrda ove strategije uštede energije potvrđena je kroz simulacije u različitim vremenskim uvjetima. Budući da se vanjski vremenski uvjeti (poremećaji za planirani sustav upravljanja) mogu u budućnosti odrediti samo s određenim granicama nesigurnosti, tj. stohastički, razvija se i analizira strategija stohastičkog modelskog prediktivnog upravljanja (SMPC) koja ima sve karakteristike determinističkog MPC-a te dodatno u obzir uzima nesigurnost (stohastičku prirodu) poremećaja koji djeluju na proces. Uvođenjem slučajnih poremećajnih varijabli s Gaussovom funkcijom gustoće razdiobe u sintezu regulatora, za razliku od opisivanog determinističkog principa, ograničenja mogu biti ispunjena samo s određenom vjerojatnošću. Na taj način sama strategija postaje bliža realnim sustavima koji su puni nelinearnosti i nesigurnosti, te nas uvodi u kompleksnost efikasnog upravljanja toplinskim procesima u zgradarstvu. Sama

strategija SMPC-a zbog svoje kompleksnosti bit će implementirana nad jednostavnim sustavom (dvostruki integrator) nad kojim će također biti razvijena deterministička strategija kako bi se dobio uvid u njihovu razliku.

MPC je napredna metoda za upravljanje procesima koja se često primjenjuje u industriji. Oslanja se na dinamički model procesa, najčešće je to linearni empirijski dobiven model. Prednost MPC regulatora nad klasičnim PID regulatorom je u korištenju budućih informacija pri donošenju trenutnih upravljačkih odluka (npr. predviđena vanjska temperatura ili solarno zračenje na vanjskim zidovima), baratanje sa sustavima s više ulaza i izlaza (MIMO), poštivanje ograničenja postavljenih nad sustavom upravljanja (maksimalna moguća snaga aktuatora za grijanje/hlađenje, željena temperatura prostorije) i usmjerenost upravljačkih akcija ka krajnjem cilju upravljanja koji može biti minimizacija potrošnje energije te samim time ušteda novca, minimizacija emisije CO_2 i slični ciljevi upravljanja ili njihova kombinacija. Princip modelskog prediktivnog upravljanja toplinskim procesom je davanje upravljačkih signala temeljeno na trenutnim stanjima procesa x_k i predikciji budućih poremećaja d_k . Sam MPC regulator uzima u obzir ograničenja snage aktuatora za grijanje i hlađenje i ograničenja postavljena nad određenim stanjima za vrijeme proračuna optimalnih upravljačkih signala koji osiguravaju minimalnu potrošnju energije. Upravo ta karakteristika ih najviše razlikuje od standardnih regulatora. Problem optimalnog upravljanja može se postaviti na više načina. U ovom radu pristupit ćemo problemu optimalnog upravljanja koji se temelji na prikazu procesa kojim se upravlja u prostoru stanja. Upravo takav pristup problemu omogućava nam jednostavno projektiranje regulatora za viševarijabilne sustave (MIMO).

2. Modeli

2.1. Dvostruki integrator

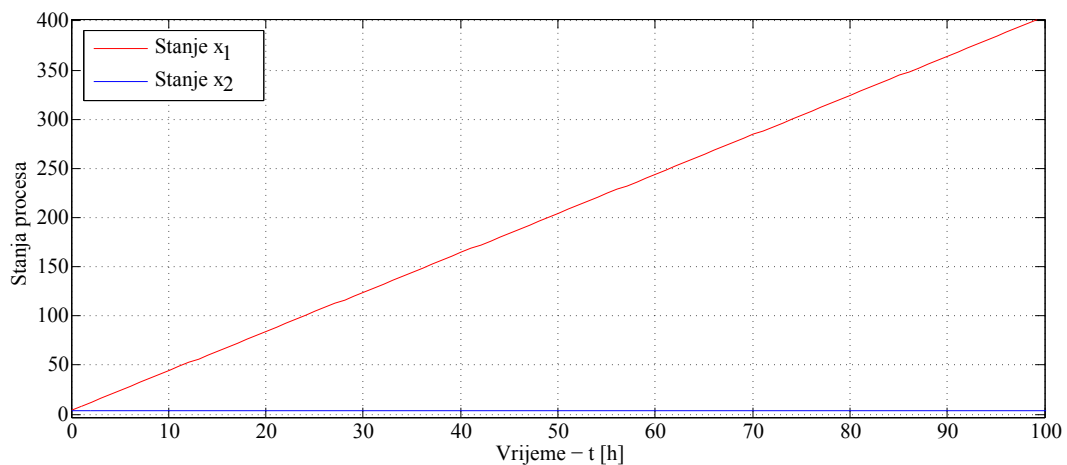


Slika 2.1: Model dvostrukog integratora.

Sinteza stohastičkog modelskog prediktivnog regulatora veoma je kompleksan problem. Za potrebe ovog rada razvijena je SMPC strategija nad jednostavnim modelom sustava kako bi se pobliže opisala kompleksnost samog problema. Sustav koji ćemo koristiti je dvostruki integrator (Slika 2.1) :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2}, \quad (2.1)$$

pri čemu je $G(s)$ prijenosna funkcija procesa, a Y i U izlaz i ulaz u sam proces. Za razvoj MPC-strategije potrebno je model procesa prikazati u prostoru stanja.



Slika 2.2: Odziv sustava bez regulatora.

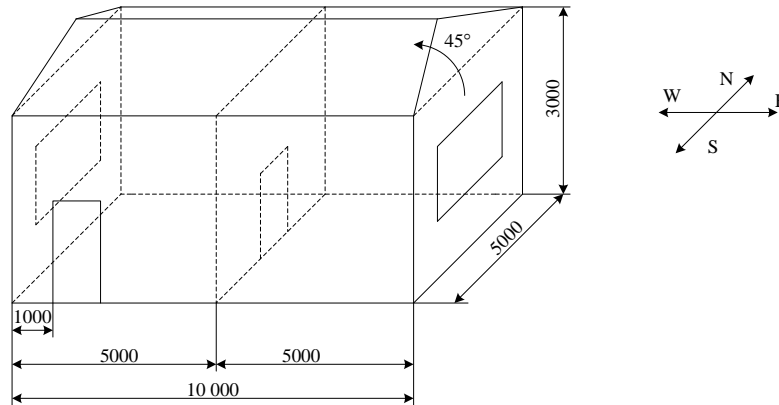
Vremenski diskretni model procesa prikazanog Slikom 2.1 u prostoru stanja glasi :

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u_k. \quad (2.2)$$

Sam sustav bez regulatora je nestabilan (raspirujući). Ukoliko je početno stanje sustava $x_0 = [3 \ 3]'$ dobiva se odziv prikazan slikom 2.2. Nad tako definiranim modelom bit će razvijeni determinističko i stohastičko modelsko prediktivno upravljanje.

2.2. Toplinski model zgrade

Problem efikasnog upravljanja toplinskim procesom zgrade veoma je kompleksan problem, stoga će se u ovom radu koristiti pojednostavljeni model kuće koji se sastoji od dvije prostorije (zapadna i istočna) u kojima se nalaze uređaji za regulaciju temperature te potkrovlja (Slika 2.3). Za sintezu MPC regulatora neophodno je imati



Slika 2.3: Model razmatrane kuće

model stanja procesa koji želimo regulirati. Model kuće je najprije napravljen u Trnsysu¹. Taj se model koristi kao referentni. Nakon toga je napravljena RC mreža u Matlabu čije su struje analogije toplinskih tokova. Polazište i osnova projektiranja toplinskih tokova unutar kuće je jednačba:

$$mc \frac{dT}{dt} = \sum (H_{cd} + H_{cv} + H_{cr}), \quad (2.3)$$

pri čemu je m masa tijela, T temperatura tijela i c specifični toplinski kapacitet tijela. Jednačba (2.3) nam govori kako je promjena toplinske energije jednaka ukupnoj bilanci kondukcijskih H_{cd} , konvekcijskih H_{cv} i radijacijskih H_r toplinskih tokova u tijelo i iz njega. Toplinski procesi prikazani su pomoću električnih krugova, točnije pomoću RC kruga. Analogija je sljedeća: struja u toplinskoj mreži predstavlja toplinski tok, kondenzator predstavlja toplinski kapacitet nekog tijela, otpornik toplinski otpor, a napon u nekoj točki je analogija za temperaturu u toj točki. Ta je RC mreža opisana varijablama stanja i time je dobiven ciljani model. Dinamika toplinskih procesa unutar kuće opisana modelom stanja dana je kao:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_c x(t) + B_{cu} u(t) + B_{cd} d(t), \quad (2.4)$$

¹ Simulacijski program koji se koristi za simulacije različitih sustava koji uključuju prijenose topline, vlage, vjetra i ostalih vremenskih utjecaja, razvijanje novih energetska rješenja, simuliranje toplinskih tokova u zgradama itd.

pri čemu je $x(t)$ vektor stanja, $u(t)$ ulazni vektor, $d(t)$ vektor smetnji, a A_c , B_{cu} i B_{cd} su prikladno dimenzionirane matrice. Stanje modela $x \in \mathbb{R}^{33}$ sastoji se od temperatura soba i zidova, ulaze $u \in \mathbb{R}^2$ čine dodatni toplinski tokovi aktuatora za grijanje/hlađenje soba u prizemlju, a vektor smetnji $d \in \mathbb{R}^{12}$ se sastoji od vanjske dozračenosti zidova i temperature okoline. Detaljni opis modela može se pronaći u [1].

3. Determinističko modelsko prediktivno upravljanje

Za verifikaciju determinističkog pristupa modelskom prediktivnom upravljanju provedena je sinteza MPC regulatora nad toplinskim procesom kuće opisanim u prethodnom poglavlju. Samoju sintezi modelskog prediktivnog regulatora može se pristupiti na više načina. U ovom radu početak svake sinteze bit će model u prostoru stanja procesa kojim se upravlja. Budući da se na proces djeluje po dijelovima konstantnim upravljačkim signalima iz digitalnog računala, a model dobiven praćenjem toplinskih procesa u kući je kontinuiran, prije svega treba obaviti diskretizaciju tog modela. Diskretizacija se obavlja pomoću ekstrapolatora nultog reda (ZOH) s vremenom uzrokovanja od jedan sat. Nakon diskretizacije dobivamo sljedeći diskretni model stanja :

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_{du} u_k + B_{dd} d_k, \quad (3.1)$$

pri čemu su A_d , B_{du} i B_{dd} matrice istih dimenzija kao i njihovi parovi u vremenski kontinuiranoj domeni. Najveći izazov prilikom upotrebe predikcije vanjske temperature i sunčevih dozračenosti vanjskih zidova leži u njihovoj svojstvenoj nesigurnosti zbog stohastičke prirode atmosferskih procesa. Ponašanje poremećaja može se rastaviti kao:

$$d_k = \bar{d}_k + w_k \quad (3.2)$$

Pri čemu je \bar{d}_k predikcija vanjske temperature, w_k je stohastička pogreška prognoze u koraku k a d_k iznos ukupnog poremećaja koji djeluje na sustav u trenutku k . Problem optimalnog upravljanja riješen je na dva načina, prvi način je deterministički i zanemaruje nesigurnost poremećaja koji djeluje na proces, tj. pretpostavlja se da vrijedi $d_k = \bar{d}_k$. Drugi način je mnogo kompleksniji, uzima u obzir nesigurnost poremećaja koji djeluju na sam proces (3.2) i poznat je pod imenom stohastički MPC, tj. SMPC.

Polazište kod postavljanja optimizacijskog problema, koji zanemaruje nesigurnost vremenske prognoze je jednadžba (3.1). Pritom sva stanja X i optimalne ulaze U

definirane nad predikcijskim horizontom možemo skraćeno zapisati kao:

$$\begin{aligned} X &= (x_{t+1|t}^T, x_{t+2|t}^T, \dots, x_{t+N|t}^T)^T, \\ U &= (u_{t|t}^T, u_{t+1|t}^T, \dots, u_{t+N-1|t}^T)^T, \end{aligned} \quad (3.3)$$

gdje je $x_{t+k|t}$ predviđeno stanje u trenutku $t+k$, dobiveno primjenom ulaznog vektora U na sustav počevši od trenutnog stanja $x_{t|t}$, a N je predikcijski horizont koji izravno ovisi o vremenu uzorkovanja T . Efikasno upravljanje temperaturom prostora zahtijeva optimizaciju, pronalazak upravljačkog zakona koji će nam omogućiti efikasno upravljanje. Sama upravljačka strategija ima za cilj optimizaciju određenih pokazatelja kvalitete rada sustava. U ovom radu cilj optimalnog upravljanja je minimizacija utroška energije, a samim time i što manji upravljački signal, tj. minimalna uložena energija da bi se postigla željena temperatura. Optimizacija našeg problema svodi se na:

$$\begin{aligned} \min_U & \|Qx_{t+N|t}\| + \sum_{k=0}^{N-1} \|Qx_{t+k|t}\| + \|Ru_{t+k|t}\|, \\ x_{t+k|t} & \in \mathbb{X}, \\ u_{t+k|t} & \in \mathbb{U}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

pri čemu su Q i R težinske matrice, \mathbb{X} je skup dopuštenih stanja, \mathbb{U} je skup dopuštenih ulaza a $\|\cdot\|$ označava 1-normu¹ funkcije. Q je u našem slučaju nul-matrica, a R je jedinična matrica. Optimizacijski problem (3.4) može se riješiti korištenjem linearnog programiranja. Da bi se problem (3.4) postavio u obliku linearnog programa, prvo se stanja na horizontu zapisuju pomoću trenutnog stanja, upravljačke sekvence U i predviđene poremećajne sekvence D :

$$X = \alpha x_{t|t} + \beta U + \gamma D, \quad (3.5)$$

uz

$$D = (d_{t|t}^T, d_{t+1|t}^T, \dots, d_{t+N-1|t}^T)^T. \quad (3.6)$$

Diskretna stanja sustava sadržana u vektoru X ovise o početnim uvjetima, ulazima i smetnjama duž predikcijskog horizonta i matricama modela A_d , B_{du} i B_{dd} . Matrice α ,

¹1-Norma je matematička funkcija za koju vrijedi : ukoliko je x vektor za koji vrijedi $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, 1-norma vektora x je $\|x\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$.

β, γ iz (3.5) su:

$$\alpha = \begin{bmatrix} A_d \\ A_d^2 \\ A_d^3 \\ \vdots \\ A_d^N \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} B_{du} & 0 & \cdots & 0 \\ A_d B_{du} & B_{du} & \cdots & 0 \\ A_d^2 B_{du} & A_d B_{du} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_d^{N-1} B_{du} & \cdots & A_d B_{du} & B_{du} \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} B_{dd} & 0 & \cdots & 0 \\ A_d B_{dd} & B_{dd} & \cdots & 0 \\ A_d^2 B_{dd} & A_d B_{dd} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_d^{N-1} B_{dd} & \cdots & A_d B_{dd} & B_{dd} \end{bmatrix}.$$

Budući da svaki realan sustav ima ograničenja (npr. ne možemo neograničeno pojačati ili smanjiti grijanje), uvode se određena ograničenja na ulazne toplinske tokove te, ovisno o željama krajnjih korisnika kuće, ograničenja na temperature prostorija. Ograničenja su zadana preko linearnih nejednadžbi i mogu se zapisati kao:

$$\begin{aligned} \mathbb{X}^N &= \{X : \varepsilon_x X \leq \xi_x\}, \\ \mathbb{U}^N &= \{U : \varepsilon_u U \leq \xi_u\}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

gdje su $\varepsilon_x, \xi_x, \varepsilon_u, \xi_u$ matrice definirane u skladu s postavljenim ograničenjima. Ograničenja temperature prostorija su postavljena samo na temperature istočne i zapadne sobe, T_e i T_w :

$$\begin{aligned} T_{min} &\leq T_e \leq T_{max}, \\ T_{min} &\leq T_w \leq T_{max}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Konačni cilj MPC strategije je minimizacija potrošnje energije duž predikcijskog horizonta pa minimizacijski problem (3.4) reduciramo na:

$$\min_U \sum_{k=0}^{N-1} \|u_{t+k|t}\|_1. \quad (3.10)$$

Uvođenje novih varijabli, tzv. vektora odluke $Z_u \in \mathbb{R}^{2N}$ za koje vrijedi $Z_u \geq U$ i $Z_u \leq -U$ omogućava nam rješavanje zadanog optimizacijskog problema korištenjem linearnog programiranja. Problem (3.4) u obliku linearnog programa glasi:

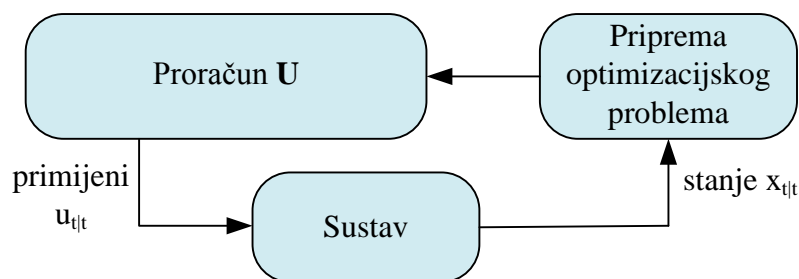
$$\begin{aligned} &\min_{U, Z_u} 1^T Z_u, \\ &\begin{pmatrix} \varepsilon_u \\ \varepsilon_x \beta \end{pmatrix} U \leq \begin{pmatrix} \xi_u \\ \xi_x - \varepsilon_x \alpha x_{t|t} - \varepsilon_x \gamma D \end{pmatrix}, \\ &-Z_u \leq U \leq Z_u, \end{aligned} \quad (3.11)$$

pri čemu je 1^T jedinični vektor, s duljinom jednakom dimenziji Z_u . Ovako postavljeni optimizacijski problem može se lako riješiti korištenjem Multi-Parametric Toolbox-a [2] unutar programskog alata MATLAB i odgovarajućeg rješavača linearnih programa koji postoje unutar alata poput NAG Foundation Toolbox-a [3] ili CPLEX-a [4].

3.1. Implementacija optimalnog upravljanja toplinskim procesom u zgradi

Implementacija efikasnog upravljanja toplinskim procesom u stvarnom vremenu provodi se u nekoliko koraka :

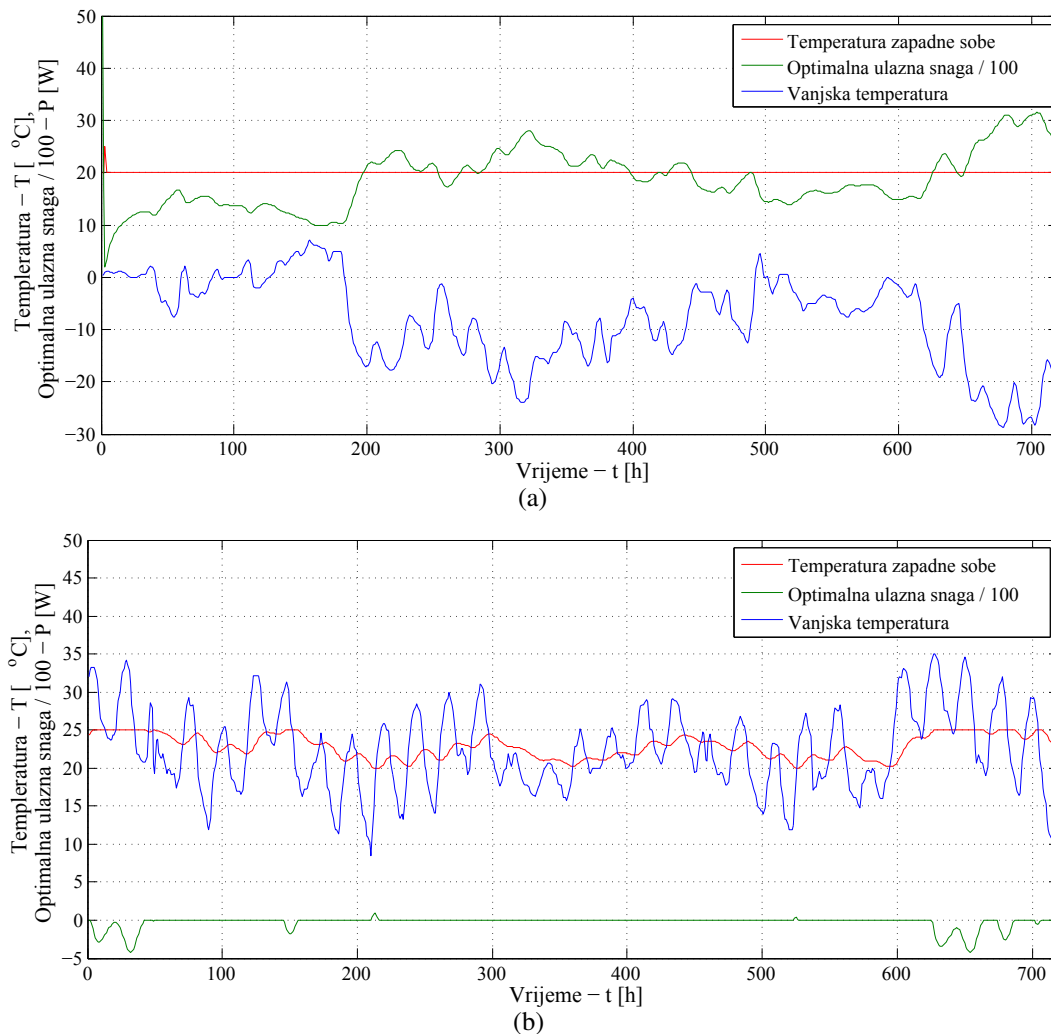
1. Mjerenje trenutne temperature $x_{t|t}$;
2. Na temelju izmjerenih podataka optimizacijom na konačnom horizontu pomoću razvijenog koda u Matlabu dobiti vektor $U = (u_{t|t}, u_{t+1|t}, \dots, u_{t+N-1|t})^T$;
3. Na temelju rezultata dobivenih optimizacijom, aktuatorima grijanja/hlađenja u prizemnim prostorijama upravljamo implementacijom prvog elementa $u_{t|t}$;
4. Ažuriramo vrijeme za jedan korak unaprijed $t = t + 1$;
5. Vraćamo se na prvi korak;



Slika 3.1: Implementacija optimalnog upravljanja toplinskim procesom.

3.2. Rezultati

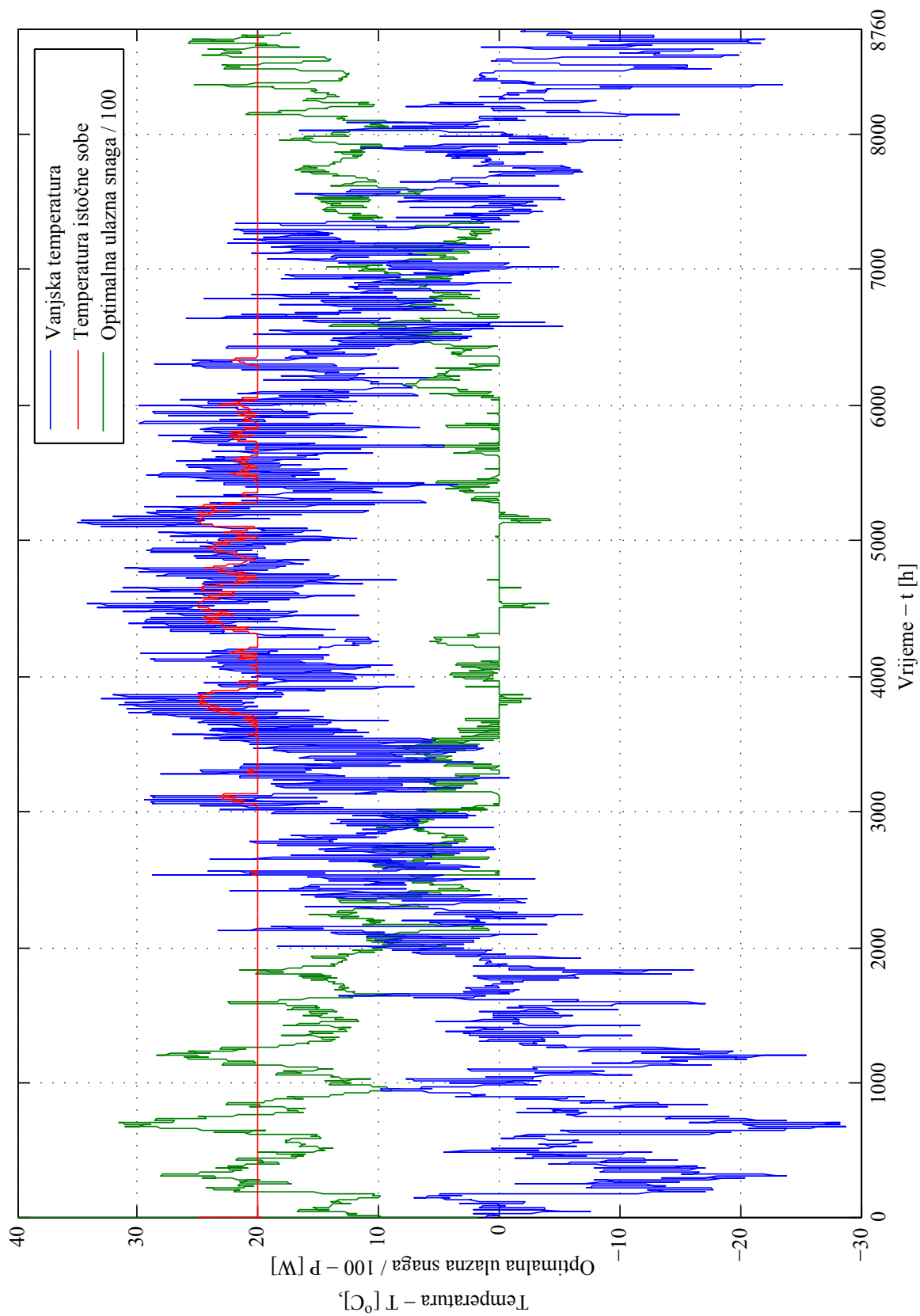
U skladu s očekivanjima i zadanim ograničenjima, razvijena strategija koristi minimalno energije potrebno da se temperature u prizemnim prostorijama nađu u granicama korisničkih ograničenja. Za simulaciju odabrana su sljedeća ograničenja: temperatura prostorije mora se nalaziti u intervalu $[20, 25]^{\circ}\text{C}$, a aktuator za grijanje/hlađenje ima maksimalnu snagu od 6 kW. Optimalnim upravljanjem temperaturom zapadne sobe tijekom mjesec dana u različitim uvjetima (zima, ljeto) dobiveni su rezultati prikazani na Slici 3.2. Iz simulacija je jasno vidljivo da je zimi temperatura



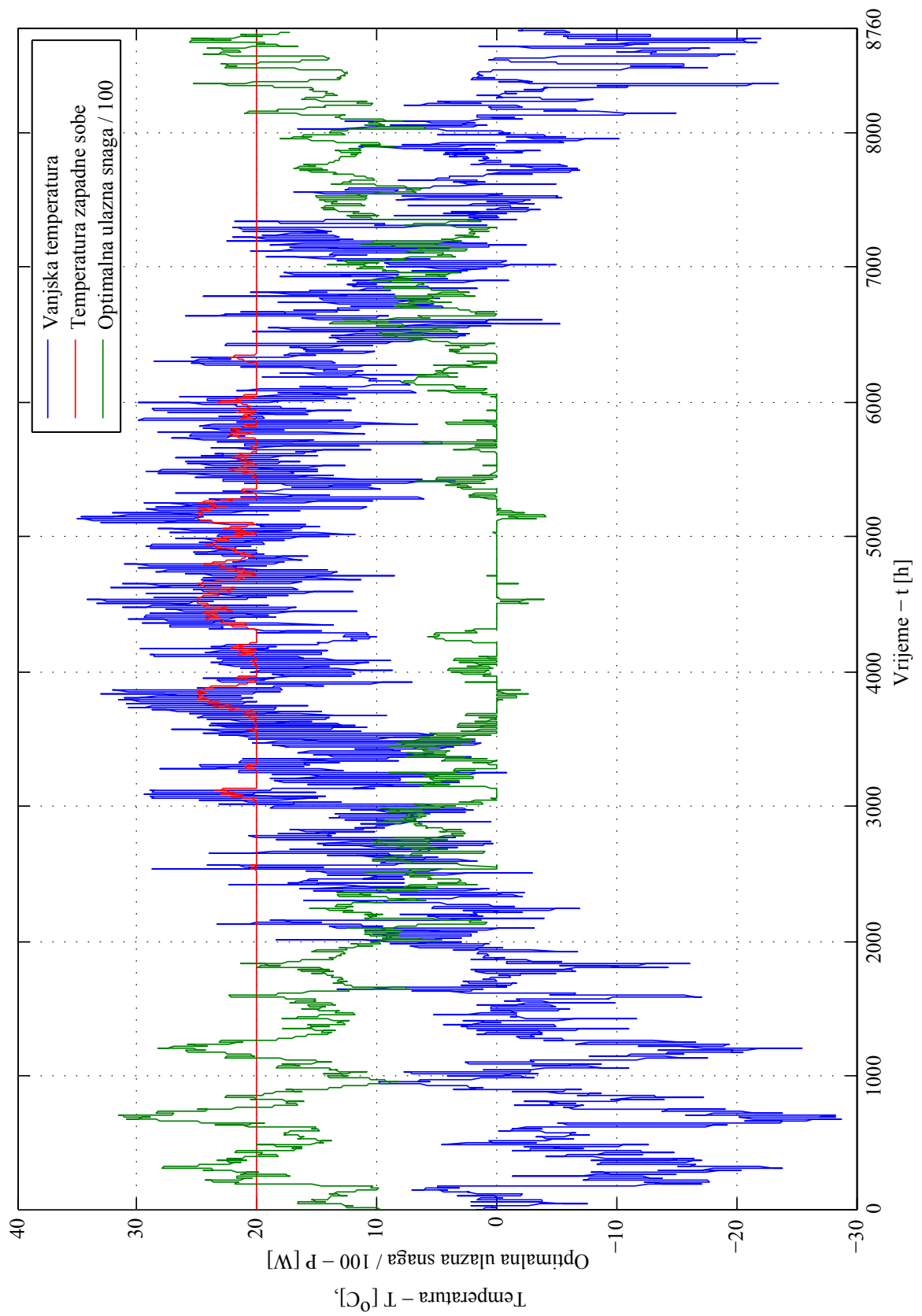
Slika 3.2: Optimalno upravljanje temperaturom zapadne sobe tijekom: a) zime, b) ljeta.

prostorije jednaka donjoj granici. Na taj način troši se minimalno energije, a dobiva se temperatura prostorije u željenom intervalu. Ljeti pak je temperatura prostorije uglavnom jednaka gornjoj granici ili se kreće unutar intervala ugodnosti, što također govori da razvijeni program radi u skladu sa željama korisnika i omogućuje

postizanje optimalne temperature uz minimalnu moguću potrošnju energije. Ukoliko se vanjska temperatura nalazi unutar korisnički zadanog intervala ugodnosti, nije potrebno djelovati aktuatorima na temperature prostorija jer temperature (ovisno o konstrukciji kuće i djelovanju vanjske temperature na nutarnju) zadovoljavaju korisnička ograničenja. Tako razvijeni model omogućuje nam optimalno upravljanjem grijanjem i hlađenjem preko trenutnih i budućih (predviđenih) vremenskih uvjeta. Simulacija optimalnog upravljanja temperaturom istočne sobe tijekom cijele godine prikazana je na Slici 3.3, a simulacija optimalnog upravljanja temperaturom zapadne sobe tijekom cijele godine prikazana je na Slici 3.4.



Slika 3.3: Optimalno upravljanje temperaturom istočne sobe kroz cijelu godinu.



Slika 3.4: Optimalno upravljanje temperaturom zapadne sobe kroz cijelu godinu.

3.3. Linearna promjena smetnji između vremena uzorkovanja

Da bi ponašanje modela što vjernije opisivalo realno ponašanje toplinskih procesa, za razliku od dosad korištenog ekstrapolatora nultog reda (ZOH) potrebno je ponovno provesti sintezu determinističkog MPC regulatora osiguravajući pritom linearnu promjenu smetnji između vremena uzorkovanja. Da bi to postigli diskretizacija ulaza i stanja obavlja se pomoću ekstrapolatora nultog reda (ZOH), dok za diskretizaciju poremećaja koristimo ekstrapolator prvog reda (FOH). Oba ekstrapolatora koriste isto vrijeme uzorkovanja od jedan sat. Pošto programski alat MATLAB ne podržava linearnu interpolaciju, tj. ekstrapolaciju prvog reda, diskretizaciju smo proveli iterativno. Ukoliko imamo sustav opisan jednadžbom stanja

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (3.12)$$

riješenje takve jednadžbe u vremenskom području glasi :

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau. \quad (3.13)$$

Diskretizacijom rješenja jednadžbe u vremenskom području uz:

$$u(t) = u(kT) + \frac{(t - kT)}{T}(u((k + 1)T) - u(kT)), \quad (3.14)$$

dobivamo sljedeće diskretno rješenje sustava :

$$\begin{aligned} x((k + 1)T) = e^{AT}x(kT) + \left(\int_0^T e^{A\tau}Bd\tau - \frac{1}{T} \int_0^T e^{A\tau}B\tau d\tau \right) u(kT) \\ + \left(\frac{1}{T} \int_0^T e^{A\tau}B\tau d\tau \right) u((k + 1)T), \end{aligned} \quad (3.15)$$

tj. zapisano u matricnoj formi :

$$x((k + 1)T) = \phi(T)x(kT) + \Gamma_1u(kT) + \Gamma_2u((k + 1)T), \quad (3.16)$$

pri čemu su matrice ϕ , Γ_1 i Γ_2 proračunate iz izraza (3.15). Provodeći opisani postupak nad vremenski kontinuiranim modelom zgrade opisanim u poglavlju 2 dobivamo diskretni sustav opisan sljedećom jednadžbom:

$$x_{k+1} = A_dx_k + B_du_k + B_{dd1}d_k + B_{dd2}d_{k+1}. \quad (3.17)$$

Sintezu provodimo redosljedom opisanim u poglavlju 3 uz razliku što prilikom uporabe zapisa problema pomoću linearnog programiranja matrica γ dobiva članove

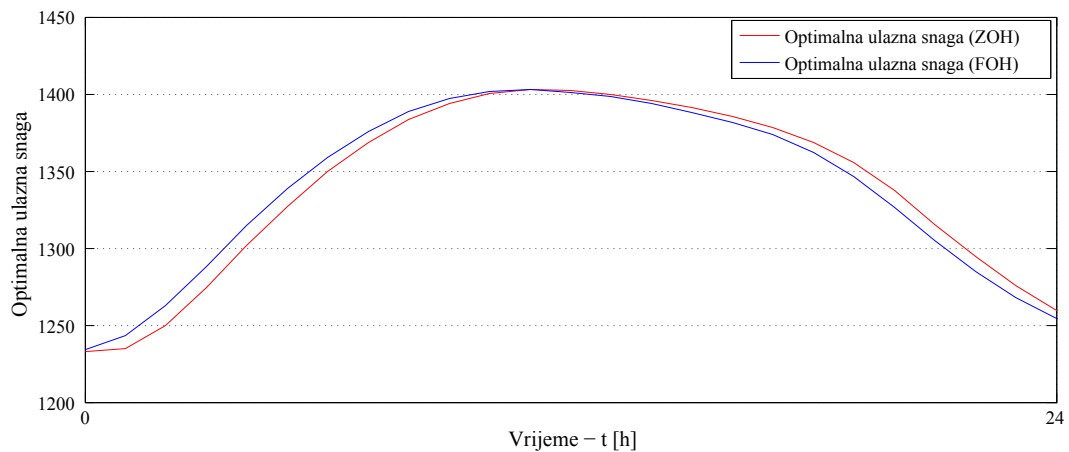
koji omogućuju linearnu promjenu poremećaja:

$$\gamma = \begin{bmatrix} B_{dd1} & B_{dd2} & 0 & \cdots & 0 \\ A_d B_{dd1} & B_{dd1} + A_d B_{dd2} & B_{dd2} & \cdots & 0 \\ A_d^2 B_{dd1} & A_d B_{dd1} + A_d^2 B_{dd2} & B_{dd1} + A_d B_{dd2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_d^{N-1} B_{dd1} & A_d^{N-2} B_{dd1} + A_d^{N-1} B_{dd2} & \cdots & \cdots & B_{dd2} \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

a vektor D glasi:

$$D = (d_{t|t}^T, d_{t+1|t}^T, \dots, d_{t+N|t}^T)^T. \quad (3.19)$$

Razlika u implementaciji regulatora upotrebom ekstrapolatora prvog reda i ekstrapolatora nultog reda za diskretizaciju poremećaja prikazana je na Slici 3.5. Kao što se vidi sa



Slika 3.5: Usporedba ulazne snage između korištenja ekstrapolatora prvog i nultog reda kod sinteze regulatora.

Slike 3.5, korištenjem linearne promjene poremećaja dobiva se bolja dinamika sustava jer sustav ranije reagira na poremećaj koji slijedi. Na taj način ponašanje smetnje približava se ponašanju realnih smetnji. Sljedeći korak u modelskoj prediktivnoj regulaciji je dovođenje ponašanja smetnje još jedan korak bliže ponašanju realne smetnje što postizemo uvođenjem svojstvene nesigurnosti poremećaja.

4. Stohastičko modelsko prediktivno upravljanje

Za verifikaciju stohastičkog pristupa modelskom prediktivnom upravljanju, zbog same kompleksnosti problema, provedena je sinteza MPC-regulatora nad modelom dvostrukog integratora opisanog u prvom poglavlju. U nastojanju procjene budućeg ponašanja poremećaja d_k pretpostavlja se da smetnja ima Gaussovu razdiobu:

$$w_k \sim \mathcal{N}(\bar{w}_k, \delta^2), \quad (4.1)$$

pri čemu je očekivanje $\bar{w}_k = 0$, dok je varijanca δ korisnički određena i govori nam da će slučajna varijabla $w_k \sim \mathcal{N}(\bar{w}_k, \delta^2)$ s vjerojatnošću od 99,73% poprimiti vrijednost iz intervala $(\bar{w}_k - 3\delta, \bar{w}_k + 3\delta)$, tj. uz $\bar{w}_k = 0$, w_k će poprimiti vrijednost iz intervala $(-3\delta, +3\delta)$. Pretpostavlja se da smetnje djeluju na oba stanja te tako definiran diskretni model dvostrukog integratora prelazi u:

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w_k. \quad (4.2)$$

Uzimajući u obzir predikcijski horizont N , stanja, ulazi i smetnje definirani su kao :

$$\begin{aligned} X &= (x_{t+1|t}^T, x_{t+2|t}^T, \dots, x_{t+N|t}^T)^T, \\ U &= (u_{t|t}^T, u_{t+1|t}^T, \dots, u_{t+N-1|t}^T)^T, \\ W &= (w_{t|t}^T, w_{t+1|t}^T, \dots, w_{t+N-1|t}^T)^T. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Na ovaj način model stanja dobiven uvođenjem nesigurnosti koja se ravna prema Gaussovoj razdiobi može se zapisati kao:

$$X = \alpha x_{t|t} + \beta U + \gamma W. \quad (4.4)$$

Cilj upotrebe MPC-a u ovome slučaju bit će, po analogiji sa štednjom energije u slučaju upravljanja toplinskim procesom u zgradi, čim manji kumulativni upravljački naponi

duž predikcijskog horizonta. Da bi se proračunao optimalan U , tj. u ovom slučaju U s najmanjim očekivanjem upravljačkih napora potrebno je postaviti optimizacijski MPC problem. Kako bi na predikcijskom horizontu omogućili funkcioniranje principa povratne veze za slučaj kada postoje nesigurni poremećaji, pretpostavlja se da trenutni upravljački ulaz preko afinog zakona ovisi o prošlim realizacijama poremećaja. Po analogiji s [6] uvodi se afino povratno djelovanje:

$$u_{t|t+k} = h_{t|t+k} + \sum_{j=0}^{k-1} M_{k,j} w_j, \quad (4.5)$$

pri čemu je $h_{t|t+k} \in \mathbb{R}^1$ i $M_{k,j} \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$. Uvođenjem tako definiranih ulaza, optimizacijski problem može se riješiti korištenjem konveksnih optimizacijskih metoda. U matricnoj formi jednadžba (4.5) prelazi u:

$$U = MW + H, \quad (4.6)$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ M_{1,0} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ M_{N-1,0} & \cdots & M_{N-1,N-2} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

pri čemu je:

$$H = (h_{t|t}^T, h_{t+1|t}^T, \dots, h_{t+N-1|t}^T)^T. \quad (4.8)$$

Formulacijom (4.6) definirali smo ulaze kao afine funkcije normalno distribuiranih slučajnih varijabli. Kako bi SMPC problem mogli promatrati kao konveksan i lako obradiv optimizacijski problem koji može biti riješen u svakom koraku, potrebno je po analogiji sa [6], konveksnim ograničenjima izraziti stupanj nesigurnosti za zadovoljenje ograničenja. Za razliku od determinističkog MPC-a, SMPC formulacijom nije moguće osigurati zadovoljenje ograničenja za sve moguće kombinacije smetnji w_k , već ih je moguće ispuniti samo s određenom vjerojatnošću $(1 - \alpha_k)$, zbog čega uvodimo sljedeću formulaciju:

$$P[S_j U \leq s_j] \geq (1 - \alpha_j), \quad \forall j = 1, \dots, q \quad (4.9)$$

pri čemu je matrica S definirana kao $S \in \mathbb{R}^{q \times N}$, a vektor s kao $s \in \mathbb{R}^q$ pri čemu je q cijeli broj koji ovisi o broju postavljenih ograničenja nad ulazima. Izraz S_j označava j -ti redak matrice S , a izraz $(1 - \alpha_j)$ uz $\alpha_j \in [0, 1]$ označava razinu vjerojatnosti da se zadana ograničenja ispune. To znači da će se za svaki redak definirati zasebna ograničenja, koja će biti ispunjena sa zasebnom vjerojatnošću

$(1 - \alpha_j)$. Kao i kod determinističkog MPC-a, i ovdje uvodimo ograničenja na iznose stanja. Uvođenjem Gaussove nesigurnosti poremećaja za razliku od do sada promatranog modela koji zanemaruje nesigurnost, ograničenja je moguće ispuniti samo uz odgovarajuću vjerojatnost.

$$P[G_i X \leq g_i] \geq (1 - \alpha_i), \quad \forall i = 1, \dots, r. \quad (4.10)$$

pri čemu je matrica G definirana je kao $G \in \mathbb{R}^{r \times 2N}$, a vektor g kao $g \in \mathbb{R}^r$ pri čemu je r cijeli broj koji ovisi o broju postavljenih ograničenja nad stanjima. Deterministička reformulacija ograničenja stanja uvođenjem afinog povratnog djelovanja glasi :

$$\begin{aligned} P[G_i(\alpha x_{t|t} + \beta MW + \beta H + \gamma W) \leq g_i] &\geq (1 - \alpha_i), \\ P[G_i(\alpha x_{t|t} + (\beta M + \gamma)W + \beta H) \leq g_i] &\geq (1 - \alpha_i). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Već prije smo definirali da se varijabla w ravna po normalnoj razdiobi. Zbroj dviju varijabli koje se ravnaju po normalnoj razdiobi, daje ponovno novu varijablu koja se također ravna po normalnoj razdiobi, te posjeduje varijancu i očekivanje koji su funkcija varijanci i očekivanja varijabli koje zbrajamo. Neka su X_1 i X_2 nezavisne slučajne varijable s normalnim razdiobama

$$X_1 \sim \mathcal{N}(a_1, \delta_1^2), \quad X_2 \sim \mathcal{N}(a_2, \delta_2^2) \quad (4.12)$$

i s_1, s_2 bilo koji realni brojevi. Tada vrijedi :

$$s_1 X_1 + s_2 X_2 \sim \mathcal{N}(s_1 a_1 + s_2 a_2, s_1^2 \delta_1^2 + s_2^2 \delta_2^2). \quad (4.13)$$

Primjenjujući to svojstvo na (4.11) i uzimajući u obzir da sve smetnje imaju istu varijancu δ dobiva se sljedeće :

$$\delta \phi^{-1}(1 - \alpha_i) \|G_i(\beta M + \gamma)\|_2 \leq g_i - G_i(\alpha x_{t|t} - \beta H - \gamma D). \quad (4.14)$$

pri čemu je ϕ Gaussova funkcija gustoće vjerojatnosti za Gaussovu slučajnu varijablu s varijancom $\delta = 1$, a $\|\cdot\|_2$ označava normu-2 (Euklidsku normu) nekog vektora. Norma-2 je matematička funkcija koja za zadani vektor daje njegovu duljinu. Ukoliko je x vektor za koji vrijedi $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ norma-2 vektora x glasi :

$$\|x\|_2 = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}. \quad (4.15)$$

Deterministička reformulacija ograničenja ulaza uvođenjem afinog povratnog djelovanja glasi :

$$\begin{aligned} P[S_j(MW + H) \leq s_j] &\geq (1 - \alpha_j), \\ \delta \phi^{-1}(1 - \alpha_j) \|S_j M\|_2 &\leq s_j - S_j H, \end{aligned} \quad (4.16)$$

Cilj ovog rada je ostvariti efikasno upravljanje, što podrazumijeva minimalni uloženi upravljački napor koji osigurava zadovoljenje ograničenja postavljenih nad stanjima i ulazima duž cijelog predikcijskog horizonta. Minimalnu uloženu energiju postizemo optimizacijom, tj. pronalaskom vektora $U = MW + H$ s minimalnim očekivanjem. Optimizacijski problem glasi:

$$\min E(\|MW + H\|_1). \quad (4.17)$$

Uzimajući u obzir definiciju same poremećajne varijable w čije je očekivanje jednako nula ($E(w) = 0$), izraz (4.17) može se zapisati kao:

$$\min \|H\|_1. \quad (4.18)$$

Kao i kod determinističkog pristupa proračun, minimalnog ulaznog napora postiže se uvođenjem novih varijabli, tzv. vektora odluke Z_u za koje vrijedi:

$$\begin{aligned} Z_u &\geq H, \\ Z_u &\geq -H. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Krajnji optimizacijski problem glasi:

$$\begin{aligned} \min_{M,H} 1^T Z_u, \\ \delta\phi^{-1}(1 - \alpha_i)\|G_i(\beta M + \gamma)\|_2 &\leq g_i - G_i(\alpha x_{t|t} - \beta H - \gamma D), \quad \forall i = 1, \dots, r, \\ \delta\phi^{-1}(1 - \alpha_j)\|S_j M\|_2 &\leq s_j - S_j H, \quad \forall j = 1, \dots, q, \\ -Z_u &\leq H \leq Z_u. \end{aligned} \quad (4.20)$$

pri čemu je 1^T jedinični vektor s duljinom jednakom duljini vektora Z_u . Optimizacijski problem definiran kao (4.20) predstavlja konusni program drugog reda (eng. **Second-order cone programming**) i rješava se pomoću solvera koji podržava tu vrstu problema. Za potrebe ovog rada korišten je SOCP solver SeDuMi [7].

4.1. Verifikacija SMPC strategije

Kako bi SMPC strategija bila verificirana potrebno je provesti sintezu regulatora opisanim postupkom. Slučajna poremećajna varijabla s Gaussovom funkcijom gustoće razdiobe definirana je kao:

$$w_k \sim \mathcal{N}(0, 0.1^2). \quad (4.21)$$

SMPC pristup uzima u obzir nemogućnost određivanja ponašanja poremećaja bez određene neizvjesnosti. Neizvjesnost uzimamo u obzir definiranjem vjerojatnosti pogreške u pojedinim koracima α_k . Pretpostavlja se da je vjerojatnost pogreške jednaka za sva stanja i ulaze, te da je konstantna duž cijelog predikcijskog horizonta i iznosi:

$$\alpha_k = \alpha_i = \alpha_j = 0.05 \quad \forall i = 1, \dots, r, \quad \forall j = 1, \dots, q. \quad (4.22)$$

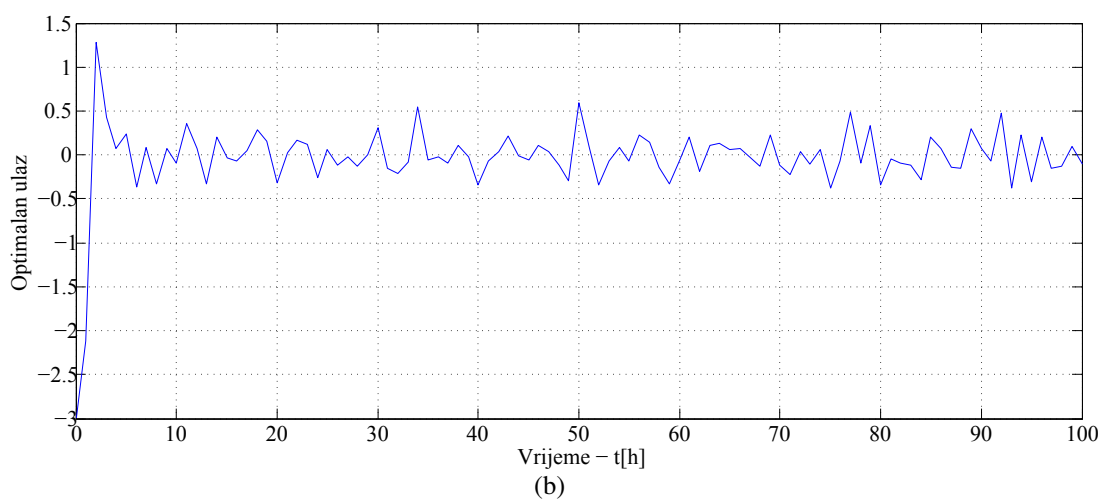
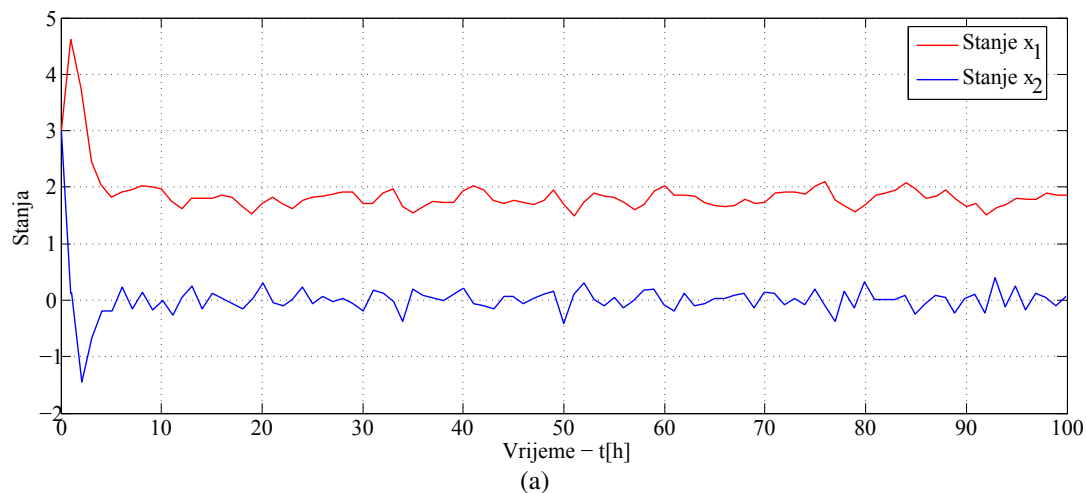
Zbog kompleksnosti same strategije predikcijski horizont N je kratak i iznosi $N = 2$. Ograničenja nad stanjima (4.10) uvodimo na oba stanja tako da uz $x_k = [x_{1,k} \ x_{2,k}]'$, $G \in \mathbb{R}^{8 \times 4}$ i $g \in \mathbb{R}^8$ u svakom koraku k duž predikcijskog horizonta vrijedi:

$$\begin{aligned} P[0 < x_{1,k} < 5] &\geq 0.95, \\ P[-5 < x_{2,k} < 5] &\geq 0.95, \quad k = 1, 2. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Upravljački napor ograničavamo prema izrazu (4.9) tako da uz $S \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ i $s \in \mathbb{R}^4$ duž cijelog predikcijskog horizonta vrijedi:

$$P[-3 < u_k < 3] \geq 0.95, \quad k = 1, 2. \quad (4.24)$$

Implementacija efikasnog upravljanja procesom u stvarnom vremenu jednaka je kao i kod determinističkog pristupa i opisana je u poglavlju 3.1. Sintezom SMPC regulatora opisanim postupkom i uzimajući u obzir sva navedena ograničenja dobiveni su rezultati prikazani na Slici 4.1. Sa Slike 4.1 vidimo da regulator radi u skladu s ograničenjima. Cilj SMPC regulatora je da s čim manjim upravljačkim naporom dovede stanje x_2 što bliže nuli, kako bi stanje x_1 zadržao u definiranom intervalu, budući da prema jednadžbi (4.2) stanje x_1 direktno ovisi o stanju x_2 . Konstantnom vjerojatnošću pogreške α_k definirano je zadovoljenje svih ograničenja nad ulazima i stanjima duž cijelog predikcijskog horizonta s minimalnom vjerojatnošću od $(1 - \alpha_k)$, tj. s minimalnom vjerojatnošću od 95%. Simulacijom nad sustavom sa SMPC-regulatorom dobili smo stanja unutar definiranog intervala u 100% djelovanja na proces, što zadovoljava izraz (4.23). Proračunati optimalni upravljački ulazi se u 100% djelovanja na proces nalaze unutar definiranog intervala te je prema tome zadovoljen i izraz (4.24). U skladu s rezultatima može se zaključiti da SMPC regulator radi u skladu



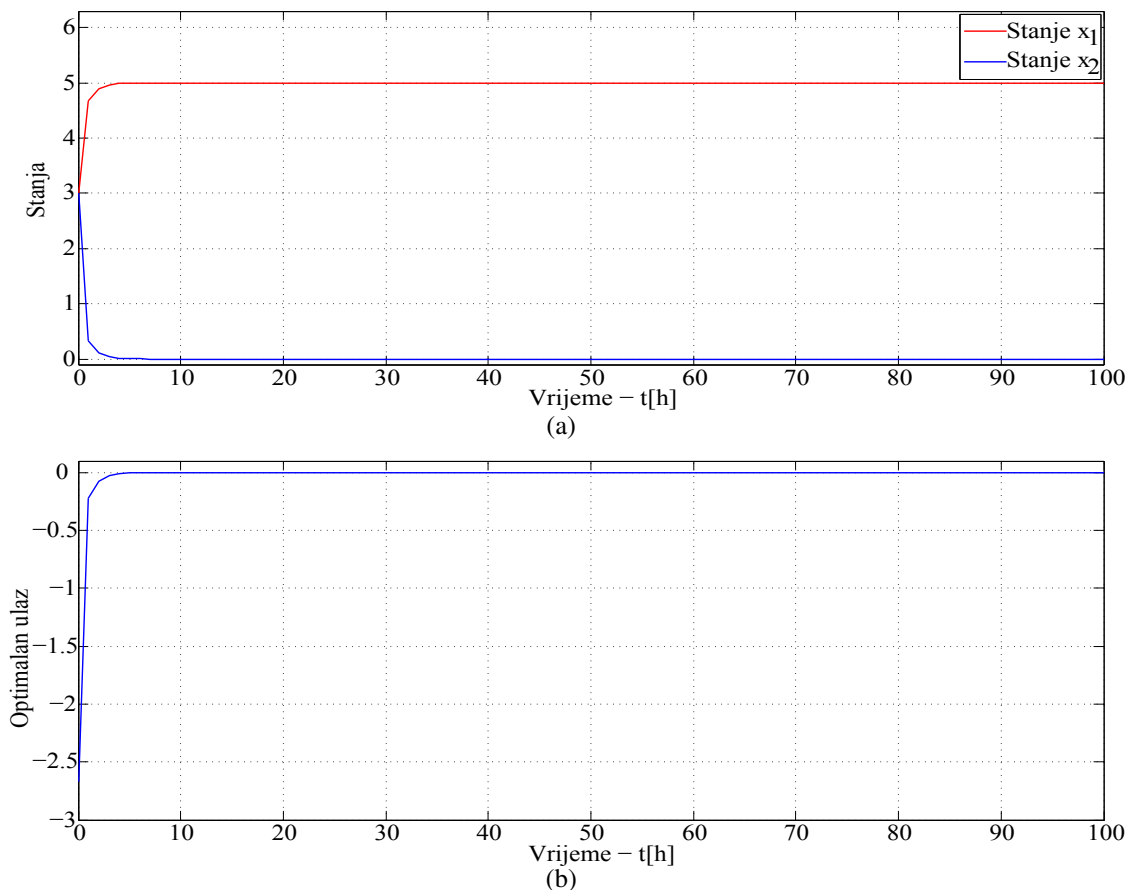
Slika 4.1: Stohastička MPC regulacija stanja dvostrukog integratora.

s očekivanjima. Uvođenjem nesigurnosti poremećaja i samog poremećaja u proces, sustav se ponaša bliže realnom sustavom. Vidimo da usprkos nesigurnosti poremećaja koji djeluje na proces, sustavom možemo uspješno upravljati pomoću stohastičkog prediktivnog regulatora.

4.2. Usporedba determinističkog i stohastičkog MPC regulatora

Za potrebu verifikacije same SMPC strategije, nad istim modelom (dvostruki integrator) razvijen je i deterministički MPC regulator. Cilj determinističkog regulatora je da s čim manje upravljačkog napora dovede stanje x_2 u nulu, tako da stanje x_1 nikad ne prijeđe korisnički zadanu gornju granicu. Uz minimalno utrošeno energije stanje x_2 dovodimo u nulu, a stanje x_1 dovodimo na korisnički definiranu gornju granicu. Za sintezu determinističkog MPC regulatora provodi se postupak opisan u poglavlju 3. Ograničenja nad stanjima modela x_1 i x_2 definirana su tako da na cijelom predikcijskom horizontu vrijedi:

$$\begin{aligned} 0 < x_{1,k} < 5, \\ -5 < x_{2,k} < 5, \quad k = 1, 2. \end{aligned} \tag{4.25}$$



Slika 4.2: Deterministička MPC regulacija stanja dvostrukog integratora.

Upravljački napor koji dovodimo sustavu u_k je ograničen tako da na cijelom predikcijskom horizontu vrijedi:

$$-3 < u_k < 3, \quad k = 1, 2. \quad (4.26)$$

Deterministički pristup za razliku od stohastičkog zahtjeva da ograničenja budu ispunjena s vjerojatnošću od 100% duž cijelog predikcijskog horizonta, što je i logično ukoliko se uzme u obzir da se kod determinističkog pristupa zanemaruje nesigurnost djelovanja poremećaja, tj. smatra se da se savršeno poznaje iznos poremećajne veličine N koraka unaprijed. Pomoću tako definiranih ograničenja i sinteze determinističkog regulatora opisane u poglavlju 3, simulacijom provedenom nad sustavom dobiveni su rezultati prikazani na Slici 4.2. Usporedbom rezultata simulacija provedenih nad modelom dvostrukog integratora s determinističkim (Slika 4.2) i stohastičkim (Slika 4.1) regulatorom, prvo se primijeti zanemarivanje utjecaja nesigurnosti poremećaja kod determinističkog pristupa. Kao rezultat zahtjeva za minimizacijom upravljačkog napora stanje x_2 dovodi se izravno u nulu, a stanje x_1 na iznos jednak postavljenoj gornjoj granici. Upotrebom SMPC regulatora stanje x_2 dovodi se čim bliže nuli, kako bi se stanje x_1 , koje izravno ovisi o stanju x_2 , održalo unutar zadanih granica. Za razliku od determinističkog pristupa stanje x_1 dovodi se podalje od gornje granice kako bi se ostavilo prostora za manevriranje nad navedenim stanjem zbog djelovanja ulazne smetnje, te kako ga smetnja u narednom koraku ne bi izbacila iz intervala kojim je stanje ograničeno. Pritom je naravno cilj minimalno utrošeno energije, tj. održavanje stanja x_1 na minimalnoj udaljenosti od gornje granice a da se osigura vjerojatnost veća od 95% ispunjenja svih ograničenja. Rezultat stohastičkog optimiranja u trenutku $t = 0$, tj. za početno stanje $x_0 = [3, 3]$ glasi :

$$U = [-2.9990, -2.9974]. \quad (4.27)$$

Djelovanjem na sustav ulaznim naporom koji je jednak iznosu prvog elementa vektora U , $u_0 = -2.9990$, za $k = 0$ dobiva se :

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_0 + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u_0 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w_0, \quad (4.28)$$

tj.

$$\begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 2.999 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w_0 \quad (4.29)$$

$$\begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.5 + w_{1,0} \\ 0 + w_{2,0} \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

pri čemu se smetnja w s vjerojatnošću od 95.45% nalazi unutar intervala od $[-0.2, 0.2]$.

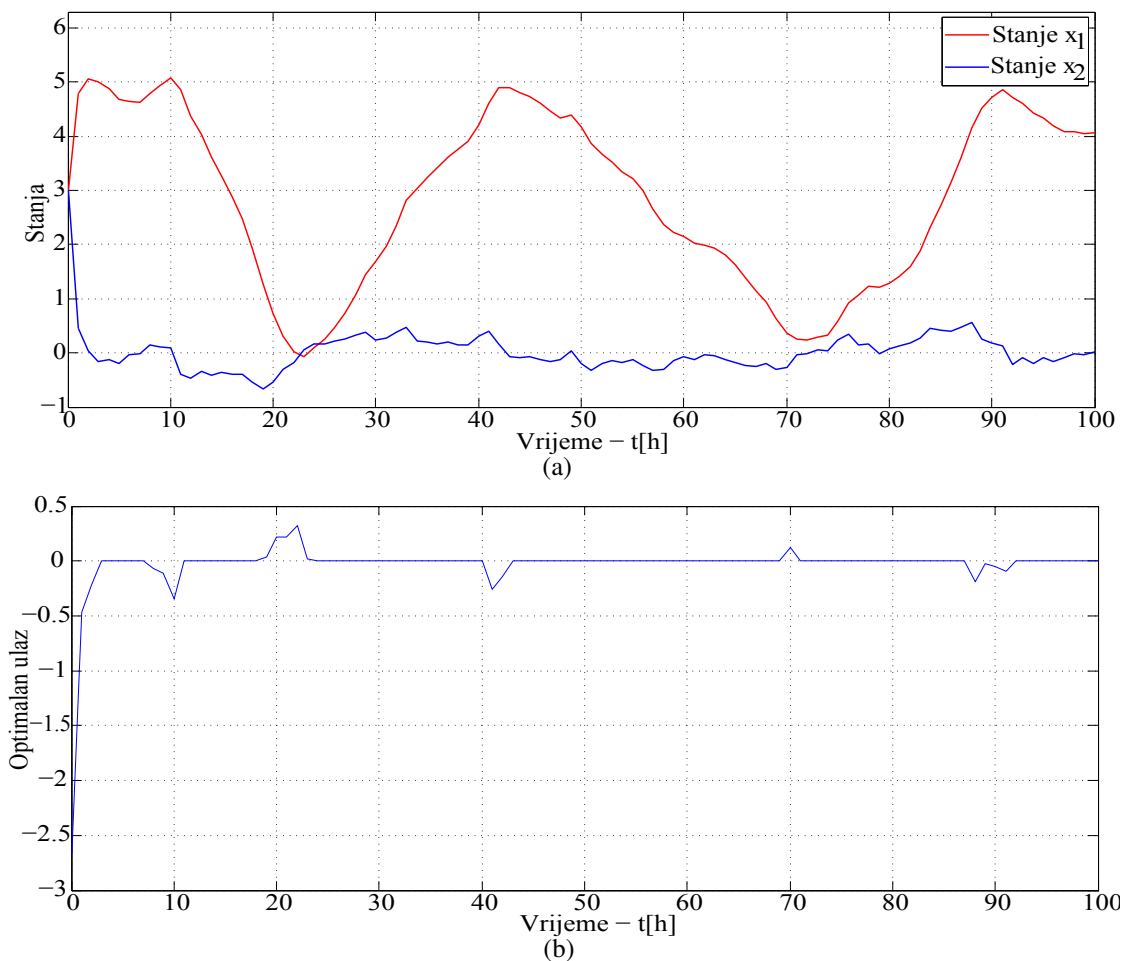
Ukoliko se numerički dobiveni rezultati usporede s rezultatima sa Slike 4.1 vidi se da numerički rezultati odgovaraju simulaciji. Rezultat determinističkog optimiranja u trenutku $t = 0$, tj. za početno stanje $x_0 = [3, 3]$ glasi :

$$U = [-2.67, 0]. \quad (4.31)$$

Djelovanjem na sustav ulaznim naporom koji je jednak iznosu prvog elementa vektora U , $u_0 = -2.67$, za $k = 0$ dobivamo :

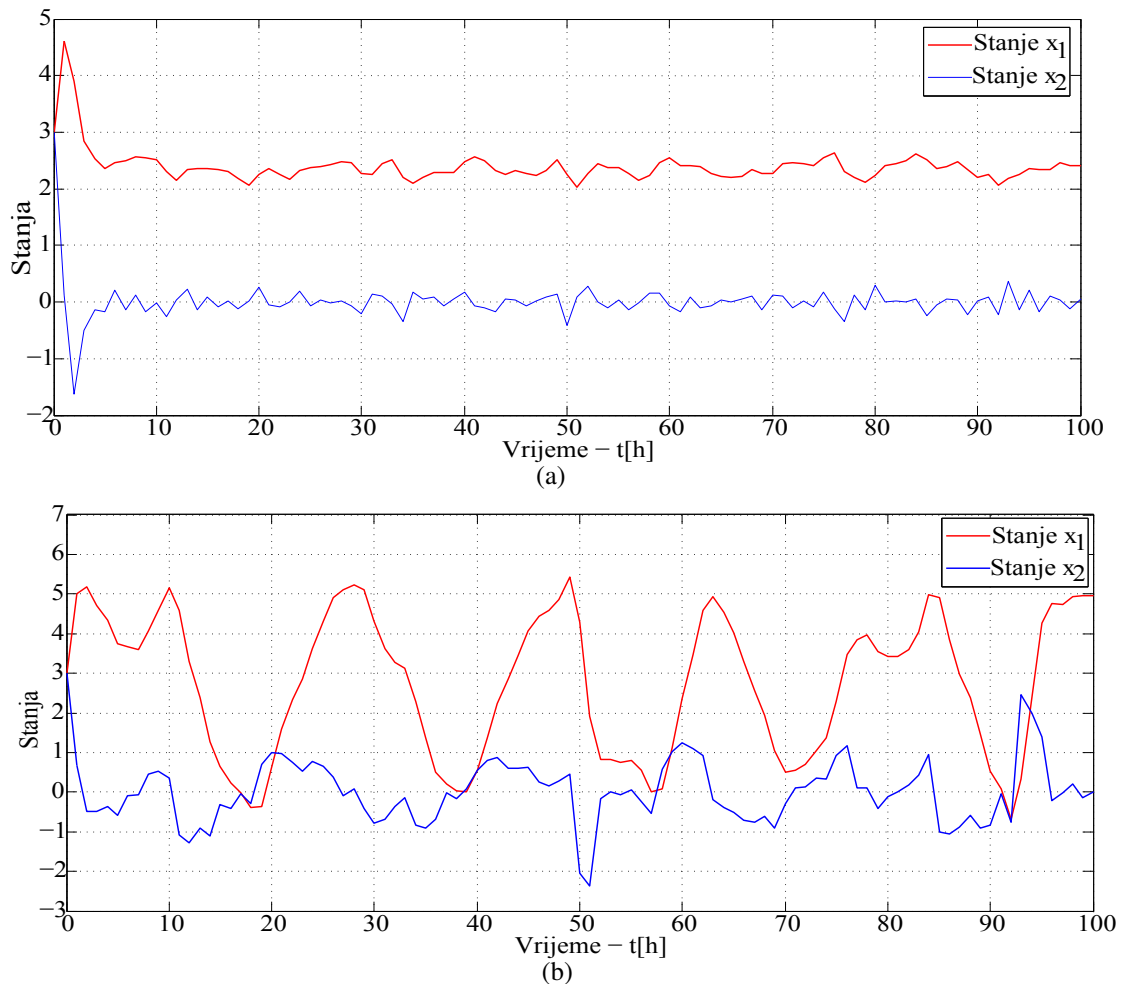
$$\begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 2.67 = \begin{bmatrix} 4.665 \\ 0.33 \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Ukoliko se numerički dobiveni rezultati usporede s rezultatima sa Slike 4.2 vidi se da numerički rezultati odgovaraju rezultatima simulacije provedene nad modelom s determinističkim regulatorom.



Slika 4.3: Odziv sustava s determinističkim regulatorom uz djelovanje smetnje na ulazu.

Kada bi u nekom koraku k smetnja djelovala na sustav s determinističkim regulatorom, ovisno o dinamici sustava i varijanci same smetnje, sustav bi se u nekom od narednih koraka mogao naći van definiranih granica. Djelovanjem smetnji koje se ravnaju po Gaussovoj razdiobi s varijancom $\delta = 0.1$ na sustav s determinističkim regulatorom dobiva se odziv prikazan Slikom 4.3. Ukoliko se poveća varijanca smetnji koje djeluju na proces tako da vrijedi $\delta = 0.3$, sustav sa stohastičkim MPC regulatorom daje odziv prikazan Slikom 4.4.a), a sustav s determinističkim MPC regulatorom uz djelovanje ulaznih smetnji daje odziv prikazan Slikom 4.4.b). Za razliku od sustava s determinističkim regulatorom, kod sustava sa stohastičkim regulatorom ograničenja su zadovoljena 100%. Kod upravljanja toplinskim procesom zahtjeva se određena razina pouzdanosti koja se ne može osigurati korištenjem determinističkog MPC regulatora. Promatranjem same dinamike sustava uočavaju se nepoželjne oscilacije kod sustava



Slika 4.4: Usporedba odziva a) stohastičke i b) determinističke MPC regulacije uz djelovanje poremećaja.

s determinističkim regulatorom čija se frekvencija povećava povećanjem varijance ulaznih smetnji, sve dok varijanca smetnji ne postane toliko velika da sustav postane nestabilan. U praksi ne postoje sustavi koji su u potpunosti izolirani od djelovanja vanjskih utjecaja, stoga je SMPC strategija za razliku od determinističke korak bliže upravljanju nad realnim sustavima.

Cilj modelskog prediktivnog upravljanja toplinskim procesom u zgradi je maksimalno iskorištavanje prirodnih dobara koja su nam u tom trenutku dana (vanjska temperatura, insolacija itd.). Kako bi minimizirali utrošak energije duž predikcijskog horizonta i zadovoljili korisnički zadana ograničenja nad temperaturama veoma je važno uzeti u obzir stohastičko ponašanje svih atmosferskih procesa prilikom sinteze samog MPC regulatora.

5. Zaključak

Smanjenje utroška energije postalo je vodeći cilj u svijetu, što zbog ekonomskih, što zbog ekoloških razloga. Zgradarstvo se ubraja među vodeće potrošače energije u svijetu. Energetski efikasno upravljanje toplinskim procesima u zgradama moguće je ostvariti pomoću MPC regulatora ukoliko nam je dostupan model procesa kojim želimo upravljati. MPC je napredna metoda upravljanja procesima koja služi za predviđanje ponašanja zavisnih varijabli (izlaza) s obzirom na promjenu nezavisnih varijabli (ulaza), uzimajući u obzir dinamiku sustava, početne uvjete, ograničenja i buduće vremenske uvjete, te nam na taj način daje vrijednosti optimalnih nezavisnih varijabli u N narednih koraka. Klasična deterministička MPC strategija omogućava optimalno upravljanje minimizirajući ulazni napor duž cijelog predikcijskog horizonta. Nedostatak determinističkog pristupa je zanemarivanje stohastičke prirode atmosferskih procesa, kao i zanemarivanje bilo kakvih drugih nesavršenosti u dobivanju vektora ulaznih poremećaja N koraka unaprijed (npr. nesavršenost mjerne opreme itd.). Ni jedan realan sustav ne može se u potpunosti izolirati od djelovanja smetnji, tako da deterministička MPC strategija usprkos njenoj odličnoj verifikaciji kroz rezultate ima ograničenja u primjeni na realnim sustavima kada su nesigurnosti vrlo izražene. Kako bi se ostvarilo optimalno upravljanje nad sustavima koji su podložni djelovanju smetnji u svakom koraku k , razvijena je SMPC strategija koja uzima u obzir stohastičku prirodu ulaznih poremećaja u proces. Zbog same kompleksnosti, strategija je ispitana na jednostavnom modelu. Iz rezultata dobivenih simulacijom vidljivo je da se, usprkos nesigurnosti vladanja poremećaja, upravljanjem pomoću SMPC regulatora proces može kontrolirati u granicama koje je zadao korisnik, a da se pritom minimizira utrošak energije i pokušaju zadovoljiti ograničenja sa što većom vjerojatnošću ($P \geq (1 - \alpha)$).

LITERATURA

- [1] A.Starčić. *Modeliranje i upravljanje toplinskim procesom u zgradi*, Završni rad, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, 2010.
- [2] M. Kvasnica, P. Grieder, M. Baotić, and M. Morari. *Multi-Parametric Toolbox (MPT)*. 2003. <http://control.ee.ethz.ch/hybrid/mpt/>.
- [3] The Numerical Algorithms Group Ltd. *The NAG Foundation Toolbox*. www.nag.co.uk/
- [4] ILOG, Inc. *CPLEX User Manual*. <http://www.ilog.com>.
- [5] L. Wang. *Control System Design and Implementation Using MATLAB*, Springer-Verlag London Limited, 2009
- [6] F.Oldewurtel, A. Parisio, C.N. Jones, M. Morari, D. Gyalistras, M. Gwerder, V. Stauch, B. Lehman, K.Wirth. *Energy Efficient Building Climate Control using Stochastic Model Predictive Control and Weather Predictions* Proceedings of American Control Conference 2010, Baltimore, SAD, pp. 5100-5105.
- [7] SeDuMi-Matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *User Manual* <http://sedumi.ie.lehigh.edu/>

Modelsko prediktivno upravljanje toplinskim procesom u zgradi uz uzimanje u obzir nesigurnosti podataka iz vremenske prognoze

Sažetak

U ovom radu opisan je proces modelskog prediktivnog upravljanja toplinskim procesom u zgradi. Razrađena su dva pristupa modelskom prediktivnom upravljanju, deterministički i stohastički. Oba pristupa verificirana su kroz simulacije.

Ključne riječi: modelsko prediktivno upravljanje, MPC, determinističko modelsko prediktivno upravljanje, stohastičko modelsko prediktivno upravljanje, SMPC, toplinski proces u zgradi, nesigurnost vremenske prognoze, energetska efikasno upravljanje, energetska efikasne zgrade

Model Predictive Building Climate Control with taking into Account the Uncertainties of Weather Forecasts

Abstract

This paper describes the process of model predictive control of thermal process in the building. Two approaches of model predictive control are described, deterministic and stochastic. Both approaches have been verified through simulations.

Keywords: Model Predictive Control, MPC, Deterministic Model Predictive Control, Stochastic Model Predictive Control, SMPC, Thermal Process in the Building, the Uncertainty of Weather Predictions, Energy-Efficient Control, Energy-Efficient Buildings