

## MARKOVIĆ I ALGEBARSKA LOGIKA

### *Sažetak*

Franjo pl. Marković se u svojoj *Logici*, nastaloj uglavnom sedamdesetih i osamdesetih godina prošloga stoljeća (sačuvani su litografirani primjerci), na više mjesta kritički osvrće na algebarsku logiku G. Boolea i W. S. Jevonsa, čemu posvećuje i cijelo završno poglavlje. Booleov formalizam (i “platonizam”) relativizira sa stajališta psihologijske ostvarljivosti pojmova i realne određenosti pojmova samim predmetima na koje se odnose, a Jevonsovu opsegovnomu (ekstenzijskomu) pristupu logici suprotstavlja sadržajni (intenzijski). Smatra da se logika ne može svesti na načelo istovjetnosti, sudovi na jednadžbe, zaključivanje na supstituciju, nego da se logika mora proširiti teorijom “stvarne indukcije” (po uzoru na J. S. Milla) te da, polazeći od “načela razložnosti”, treba objasniti tvorbu pojma i referenciju njegovih sastavnih oznaka na isti predmet. Kroz to je Marković postavio ili dotakao niz pitanja koja su poticala upravo rani razvoj simbolične logike kao i neka koja su u središtu suvremenih diskusija u logici (modalna logika, logika vjerovanja).

Franjo pl. Marković (26.7.1845.-15.9.1914.) svoju *Logiku* (litografirana skripta za potrebe predavanja na Zagrebačkome sveučilištu)<sup>1</sup> piše najvećim dijelom sedamdesetih i osamdesetih godina 19. stoljeća, dakle u doba nakon što su započeli ili su u tijeku različiti pokušaji reformiranja logike, npr. Millova deduktivno-induktivna logika (Marković ju upoznaje u njemačkome prijevodu, v. Mill 1877), nove teorije suda od Herbarta do Lotzea, Sigwarta, Brentana, ili pak algebarska logika (Boole, Jevons, poslije Schröder) - koju Marković smatra "potpunom preobrazbom logike" (1875-, str. 315).

Fregeovu reformu logike (1879. nadalje), svakako (kako danas vidimo) najvažniju u 19. st., ali i ne osobito poznatu koncem 19. st., Marković više ne registrira. Na Booleovu se i Jevonsovu logiku, koju, kako se čini, upoznaje preko A. Riehla i L. Liarda<sup>2</sup>, Marković osvrće u završnom poglavlju svoje *Logike* (1875-, str. 791-820) i daje njezinu kritiku polazeći od svoje koncepcije omekšavanja formalizma osobito sadržajnosnim i psihologijskim dopunama.

Važnost je Markovićeva osvrta na algebarsku logiku barem dvojaka.

(1) U filozofijsku je diskusiju u Hrvatskoj uveo, makar i kritički ju odbijajući, simboličnu (matematičku) logiku, koja će, nakon Fregeove i Russellove reforme, u svijetu prevladati. Doduše, Markovićevi nastavljači u Hrvatskoj neće više produbljivati njegovu diskusiju, nego će se zadovoljiti uglavnom usputnim, često i nepreciznim napomenama - sve do šezdesetih godina 20. st. kada ćemo dobiti prvu simboličnu logiku na hrvatskom jeziku (Devidé 1964; 1964. god.

---

<sup>1</sup> Opći prikaz i diskusiju Markovićeve logike usp. u S. Kovač (1992) i isti (1996).

<sup>2</sup> Marković upućuje na Riehlov članak o Booleovoj i Jevonsovoj logici (Riehl 1877) i na njemački prijevod iz 1880. Liardova spisa o novijoj engleskoj logici (navodit ćemo ga prema Liard 1883).

izlazi i 1. izd. Petrovićeve *Logike* u kojoj ima dosta teksta o simboličnoj logici, v. Petrović 1967).

(2) U svojoj je kritici postavio ili barem dotakao neka pitanja koja su pokretala također i daljnji razvoj simbolične logike te neka pitanja koja su danas u središtu filozofijskih razmatranja.

## 1. BOOLEOVA LOGIKA

### A) LOGIČKI ZAKONI

Svoju analizu Booleove algebre logike Marković najvećim dijelom posvećuje trima logičkim zakonima; to su zakon izmjenitosti (komutativnosti, “zamjenljivosti”) za množenje,

$$xy = yx,$$

zakon “jedinosti”, “istovjetnosti” (idempotentnosti),

$$x^2 = x,$$
<sup>3</sup>

i zakon raspodjeljivosti (distributivnosti),

$$\begin{aligned} z(x + y) &= zx + zy \\ z(x - y) &= zx - zy, \end{aligned}$$

koji razmatra (u skladu s Booleom) zajedno sa zakonom izmjenitosti za zbrajanje:

$$\begin{aligned} x + y &= y + x \\ x - y &= -y + x. \end{aligned}$$

---

<sup>3</sup> Boole ga zove “temeljnim zakonom misli”, a Jevons “zakonom jednostavnosti”. U Boolea (1847) nalazimo oblik  $x^n = x$  (“indeksni zakon”), ali poslije on (1854) odbacuje taj oblik zbog logičke neistumačljivosti. Jer npr.  $x^3 = x$  može se izraziti kao  $x(1 - x)(1 + x) = 0$  ili kao  $x(1 - x)(-1 - x) = 0$ , ali ‘ $1 + x$ ’ i ‘ $-1$ ’ nemaju logičkoga značenja (Boole 1854, str. 50 bilj.)

‘–’ Boole čita “osim”. Pomoću potonjih četiriju zakona (u kojima se javljaju ‘+’ i ‘–’) Boole izražuje skupljanje dijelova u cjelinu i diobu cjeline na djelove (1958, str. 32).

‘x’, ‘y’, ‘z’ “izborni” su (elective) simboli i označuju razrede predmeta izabраниh iz “univerzuma”, 1. Prazan se razred (“ništa”) označuje s ‘0’. Budući da je izbor predmeta, prema Booleu, duhovna radnja<sup>4</sup>, opravdano je također uzeti, kao što najčešće čini Marković (tako i Riehl 1877 i Liard 1883), da ‘x’, ‘y’, ‘z’ prikazuju pojmove. Jezično ti simboli imaju ulogu imenica ili pridjeva običnoga jezika (Boole 1854, str. 27).

Marković osporava Booleovo shvaćanje prema kojem ti zakoni, doduše a posteriori određeni ustrojem običnoga jezika (“the language of common discourse”, Boole 1954, str. 41), nisu drugo doli zakoni samih duhovnih radnja, od kojih i potječu (Boole 1854, str. 44, 42 prop. 1). Marković argumentira da gramatika i psihologija mišljenja nisu u skladu s Booleovim zakonima misli, nego da se Booleovi zakoni mogu shvatiti samo kao “ideal”, “uzor” stvarnomu mišljenju (prema Herbartovu razlikovanju misli i mišljenja, pri čem je misao, pojam, shvaćen kao ideal kojemu teži mišljenje). Osnovica je gramatike, smatra Marković, psihologija, a ne logika (na to bi po njem upućivala i činjenica da se gramatika razlikuje od jezika do jezika) (Marković 1875-, str. 154). Promotrimo Markovićevu kritiku pojedinih zakona.

### *1. Zakon izmjenitosti (komutativnosti)*

---

<sup>4</sup> “Mental operation” (Boole 1854, str. 42-44). Marković (1981, str. 3) “mental philosophy” prevodi s “duhovna filozofija”. Navedeni simboli prema Booleu predložuju stvari “as subjects of our conceptions” (1854, str. 27).

Zakon zahtijeva logičku indiferentnost poretka pojmova (sudova).

Marković, međutim, smatra da, iako je poredak logički indiferentan, nije indiferentan psihologijski (ni gramatički), nego da je psihologijski (i gramatički) uvjetovan. Logička indiferentnost, prema rečenome, jest doduše uzor, ideal, ali nije psihologijski uzbiljena.<sup>5</sup> Insistirajući na povezanosti pojmovnih odnosa s gramatičkim i psihologijskim, Marković se suprotstavlja Riehlu, koji pojmovne odnose smatra upravo neovisnima i odvojivima od gramatičkih i psihologijskih,<sup>6</sup>

Ipak, pridjevi se mogu slobodno izmjenjivati na svojim mjestima u rečenicama (usp. Boole 1958, str. 30) kao što su sljedeće:

- (1) Kovina je sjajna i tvrda
- (2) Kovina je tvrda i sjajna.

Logički su te dvije rečenice istovrijedne, poredak je pridjeva ‘sjajan’ i ‘tvrđ’ logički indiferentan. Tvrdoća i sjaj, pojmovne oznake “naravi” kovine, uzete logički, nisu vezane ni uz kakav vremeni tijek mišljenja, nego se čine “bezvremenima” (“izvanvremenima”). No i u tom slučaju, prema Markoviću, te se dvije oznake psihologijski “nužno iznizuju odredjenim slijedom” (Marković 1875-, str. 795), upravo bilo kao u prvoj, bilo kao u drugoj od navedenih rečenica. Ta nas Markovićeva razmišljanja vode problematici sudovnih stavova (propositional attitudes). Naime, stavimo li navedene rečenice u kontekst

---

<sup>5</sup> Gramatički su i psihologijski obzir, prema Markoviću, usko povezani. “Riječi, koje izjavljaju psihologijsku narav pomišljanja ... psihologijski [se] nužno iznizuju odredjenim slijedom” (Marković 1875-, str. 795). Zbog “psihologijski nužne užine svijesti” “ne možemo više pojmova u isti tren jednako jasno pomišljati”. “Da se pomišljanjem izvede iliti da se premisli formula  $xy = yx$ , tomu treba neka vremena zasobica u pomišljanju, a ne dostaje posve trenovit pomišljaj (Marković 1875-, str. 797). Koji ćemo pojam prije kojega pomišljati to se odlučuje prema zakonu povratbe (reprodukcije) i zakonu udružbe (asocijacije) (Marković 1875-, str. 794).

<sup>6</sup> Usp. Riehl (1877), str. 55 i Marković (1875-), str. 194-195.

sudovnih stavova, možemo njihov psihologijski aspekt učiniti jasnijim. Iz rečenice

(3) *a* misli da je kovina sjajna i tvrda

molli bismo zaključiti, doduše, na rečenicu:

(4) *a* misli da je kovina tvrda i sjajna,

kao i obratno, ali važno je uočiti da za valjanost tih zaključaka nije dostatan samo zakon izmjenitosti (komutativnosti), kao u slučaju rečenica (1) i (2), nego je potrebno pretpostaviti i to da osoba *a* ima barem osnovnu sposobnost logičkoga zaključivanja. Možda čak treba reći i da se radi o osobi *a* u budnom, prisebnom itd. stanju.

Nadalje, možemo dodati da poredak <PRIDJEV, IMENICA> nije psihologijski ili gramatički slobodan. Npr. u izrazu ‘brz konj’ izmjena imenice i pridjeva na njihovim mjestima nije obična, nego ima pjesnički učinak: ‘... na konju brzu’<sup>7</sup>

Da bi naglasio kako se pojmovi psihologijski ne ostvaruju u potpunosti ni istodobno, kao što to traži zakon izmjenitosti, Marković napominje da čovjek kadšto pomišlja i logička protuslovlja - što se može dogoditi kad mu protuslovni pojmovi nisu u isti čas dostatno osviješteni (nisu pomišljeni u svim svojim sadržajnim oznakama).<sup>8</sup> Analizirajmo i tu situaciju, služeći se, kao što često čini

---

<sup>7</sup> Usp. Booleove primjere za izmjenitost (Boole 1958, str. 30). Boole ipak pjesničku slobodu uzima kao potvrdu svoga mišljenja.

<sup>8</sup> “samo stoga, što porječni pojmovi nisu isti čas jasno svjestiti njemu, te on ne pomišlja potpuno u svih sadržajnih oznakah jedan i drugi, uzajmice porječni pojam” (Marković 1875-, str. 796-797).

i Marković, primjerima prirodnih vrsta. Npr. možemo zamisliti neku osobu *a* o kojoj bi vrijedila sljedeća rečenica:

(5) *a* misli da je kit riba i da diše plućima

No, raščlanimo li pojam ribe na njegov sadržaj (gdje bi se trebala naći i oznaka disanja škrgama), rečenica:

(6) Kit je riba i diše plućima

postaje protuslovnom. Dakle, osoba *a* ima, logički promatrano (dodamo li uvjet: ribe ne dišu plućima), protuslovno uvjerenje, koje je, međutim, psihologijski ipak ostvarljivo.

Napomenimo da u Booleovu zanemarivanju vezanosti zakona mišljenja uz psihologijske osobitosti mišljenja, što Marković iščitava u Boolea, Marković vidi svojevrсни idealizam Platonov (i Hegelov) - “s tom razlikom što Boole ne priznaje pojmovom zbiljstveni bitak... niti zbiljstvenu stvaralačku snagu...” (Marković 1875-, str. 796).

Sam Marković, iako naglašuje da se psihologijska strana mišljenja ne može posve odvojiti od logičke (1875-, str. 796), ipak nije psihologist. Stoga kritizira, primjerice, Bainov psihologizam ističući ono po čem se logično mišljenje razlikuje od psihologijskoga: 1. *hotimičnost* (slobodna, voljna činidba svijesti), 2. *očevidnost* (nužnost) i 3. *općenita vrijednost* (1875-, str. 148 dd.). Logično se mišljenje, prema Markoviću, uzbiljuje psihologijski, ali zato ne treba logična pravila miješati s psihologijskim zakonima niti gramatičkim oblicima (u kojima se očituju psihologijski zakoni) pridati logičku vrijednost.

## 2. Zakon istovjetnosti (jedinosti, idempotentnosti)

Taj zakon traži apsolutnu istovjetnost pojma sa samim sobom, nepromjenljivost pojma, koliko god puta bio pomišljen (“ponovljena tvrdnja nekoga pojma”, Marković 1975-, str. 798), potpunu bezvremenost pojma, u čem Marković opet vidi svojevrzni platonizam. To je temeljni logički zakon (vrijedi za pojmove, ali ne i za količine općenito, osim ako  $x = 1$  ili  $0$ ). No, pripominje Marković, on traži i nepromjenljivost predmeta.

Nasuprot tomu, psihologijski gledano, upozorava Marković, pojmovi se usavršuju, kao npr. pojam o Zemlji prije i poslije Kopernika (1875-, str. 800). Promotrimo i taj pojam na način kao i gore, stavljajući ga u kontekst sudovnih stavova. Istinita mogu biti oba sljedeća suda:

- (1)  $a$  misli da se Zemlja okreće oko Sunca
- (2)  $b$  misli da se Zemlja ne okreće oko Sunca,

ako npr.  $a$  živi u 20. stoljeću a  $b$  je živio u 10. stoljeću. Ali čak i (1) i:

- (3)  $a$  misli da se Zemlja ne okreće oko Sunca

mogu oba biti istinita ako je riječ o dvama različitim pomišljajima iste osobe  $a$  (npr. u različito vrijeme, djeteta i odrasloga čovjeka). Marković želi pokazati kako se sam pojam Zemlje kroz povijest mijenja. Savršen pojam ostaje, prema njem, i sada samo logički uzor, ideal (1875-, str. 800, 799).

Ta je Markovićeva razmišljanja osobito zanimljivo razmotriti sa suvremenoga stajališta. Velik broj pojmova iz Markovićevih primjera jesu prirodnoznanstveni pojmovi, npr. o prirodnim vrstama (tvari, životinjske vrste i



sl.). Marković je istaknuo neka važna svojstva takvih pojmova koja su u suvremenoj filozofiji navela Putnama (npr. 1983) i Kripkea (1980) na radikalno stajalište da takve pojmove, odnosno nazive, smatraju (prema Kripkeovu izrazu) “krutim označiteljima”, nazivima kojima želimo samo referirati na jednu te istu tvar (stvar), u kojoj god mogućoj situaciji, a ne pridati joj ovo ili ono obilježje.<sup>9</sup> U tome se nazivi prirodnih vrsta ponašaju slično vlastitim imenima, koja upravo prema J. S. Millu (Markovićevu uzoru) nemaju značenje, nego samo upućuju na predmet (Mill 1959, str. 19-23, - I, II.5). Iako Marković prirodne vrste, pa čak i prirodopisna imena (npr. ‘Zemlja’), analizira kao pojmove, a ne po uzoru na osobna imena (kao “krute označitelje”)<sup>10</sup>, ipak se u njegovoj analizi dobro očituje da pojmove prirodnih vrsta određuje sam predmet i spoznaja toga predmeta; da to nisu po volji, slobodnim poimanjem izabrani i kombinirani razredi predmeta, na koje referiramo općim pojmovima. “Pojmovi” se prirodnih vrsta, pokazuje se u Markovića, mijenjanju s mijenom samoga predmeta (Marković 1875-, str.800) i ispravljaju s ispravljanjem same spoznaje o predmetu, a da sam predmet kao takav ipak ostaje bitno isti. U tom je smislu Markovićeva orijentacija osobito na primjere iz prirodne znanosti, gdje, istaknimo još jednom, sami predmeti i stupanj njihove spoznaje diktiraju naše pojmove, usko povezana s njegovim karakterističnim otklonim od formalizma

---

<sup>9</sup> Naime, imenom ‘Zemlja’ uvijek imenujemo jedan te isti predmet, Zemlju, imala ona ovakav ili onakav raspored kopna i mora, s putanjem oko Sunca kakva je sada ili s promijenjenom (recimo, zbog nekoga mogućega sudara s asteroidom), čak imala ona atmosferu ili ne i itd. Slično i nazivom ‘zlatu’ označujemo uvijek jednu te istu tvar, <sup>79</sup>Au<sup>198</sup>, neovisno o tom ima li ono ili nema opazajne značajke koje mu obično pripisujemo, a ne neko krivotvoreno zlatu, koje je po svim laiku zamjetljivim svojstvima jednako pravomu zlatu, i koje se možda dugo vremena, prije nego smo pronašli odgovarajuće metode provjere, čak i smatralo pravim zlatom.

<sup>10</sup> Tada bi, ako slijedi Milla, trebao prihvatiti da takav naziv (npr. ‘Zemlja’), kao bilo koje osobno ime “samo pokazuje” predmet, “puka je kazaljka pojedinačnoga predmeta” (Marković 1875-, str. 161) - za razliku od općenitoga imena, koje, kako

prema realizmu, i, povezano s time, s dopunom deduktivne logike induktivnom kao što je to u J. S. Milla.

Spomenimo da su, slično, pojmovi iz druge velike skupine Markovićevih primjera, matematički pojmovi, prema Markoviću shvaćanju, određeni svojstvima prostora i vremena. Stoga se ni matematički dokaz, prema Markoviću, ne svodi na samu logiku. - Za potvrdu svoje postavke Marković iscrpno reproducira i analizira Überwegov dokaz Euklidova poučka da se dva pravca sijeku na onoj strani na kojoj s pravcem koji ih presijeca čine dva unutrašnja kuta koji zajedno iznose manje od  $180^0$  (Marković 1875-, str. 537-543). Nasuprot Überwegovoj postavci da je “nutarnji misaoni oblik u matematici svagda silogističan” (Marković, 1875-, str. 537), Marković pokazuje da dokaz na ključnim mjestima ne može naprijedovati čisto silogistički, nego samo uz pomoć konstrukcije (“potrebnih crteža”) (1875-, str. 544, 537, 539-540).

Napokon, i na primjeru jednoga jednostavnoga pojma, pojma *jednakosti*, Marković pokazuje da pojmovi nisu apsolutno jednaki sebi. Pojam je jednakosti, kako on upozorava, širega opsega za fizičara nego za laika, jer fizičar, primjerice, uočava jednakost sile i između onih pojava gdje to laik ne uočava (1875-, str. 800).

---

Marković prenosi Milla, “na kratko obilježuje svojstvo svoga predmeta” “označuje predmet po svom svojstvu” “označuje kakvoću predmeta” (Marković 1875-, str. 161).

### 3. Zakon distributivnosti

Komentar koji Marković daje uz taj zakon (uzet zajedno sa zakonom izmjenitosti za zbrajanje) općenitiji je, tiče se općenitoga Booleova shvaćanja suda kao jednadžbe, istovjetnosti podmetova i prirokovia pojma.<sup>11</sup> Recimo stoga nekoliko riječi o Markovićevu neprihvatanju odredbe suda kao jednadžbe.

#### B) SUD KAO JEDNADŽBA

Svođenjem se sudova na “istovjetbe”, jednadžbe,<sup>12</sup> zahtijevaju, prema Markoviću, dodatne spoznaje o predmetu koje ne proizlaze iz samih oblika *A*, *E*, *I*, *O*. Prema tome bi formalizam Booleove algebre bio čak na neki način nedosljedan, u svakom slučaju, ne bi dosljedno proizlazio iz običnoga jezika. Evo nekih oblika sudova. Potvrdni su npr. općeopći (opći podmet i opći prirok)

$$(1) \quad x = y,$$

i općeposeban (opći podmet i poseban prirok):

$$(2) \quad y = vx.^{13}$$

Niječni su sudovi npr. općeposeban,  $y = v(1 - x)$ , i posebnoposeban,  $vy = v(1 - x)$ .

Ne može se za sudove općenito reći da su jednadžbe, tvrdi Marković, jer kolikoća priroka nije sadržana u samim oblicima *A*, *E*, *I* i *O*, nego se za to traže

---

<sup>11</sup> Objema stranama jednadžbe možemo dodati ili oduzeti isto ili ih množiti (“determinirati” Marković 1875-, str. 802) istom oznakom. Ali jednadžbu ne možemo dijeliti.

<sup>12</sup> Svaki je sud “tvrdnja istovjetnosti subjektova pojma s predikatnim pojmom, kako je to jur Hamilton pomišljao gradeći quantifikaciju predikata” (Marković 1875-, str. 801).

<sup>13</sup> ‘v’ se stavlja pred poseban pojam; označuje neki razred koji nije određen, osim time što su neki njegovi članovi u razredu *x*.

posebni sudovi (posebna opažanja ili dokazi). To je Millova i Trendelenburgova kritika koju Marković prenosi (Marković 1875-, str. 312-315). Evo Trendelenburgovih primjera koje navodi Marković:

- (3) Svi su ljudi nesavršeni
- (4) Svi su ljudi moralno odgovorni

Da je (3) “općeopseban”, tj. oblika (2), a (4) “općeopći”, tj. oblika (1), ne pomišlja se samim oblikom A, nego je za to potrebno dodatno opažanje ili dokaz. Za prvi slučaj, tj. da bi se od (3) došlo do oblika (2), potreban je i sud:

Nešto što nije čovjek, nesavršeno je.

A da bi se od (4) došlo do oblika (1), potreban je i sud:

Ništa što nije čovjek, nije moralno odgovorno biće.

Te sudove dobivamo dodatnim opažanjem, a ne iz oblika A. Pokoličavanje priroka, dakle, unosi “smisaoni višak” (Marković 1875-, str. 314), koji se može doznati samo “stvarnim istraživanjem” (1875-, str. 315). A to već predmnijeva silogizam i indukciju (1975-, str. 315-316).

Time je, iako tradicionalnim sredstvima, ipak naznačen smjer kojim je i krenula moderna logika, jer su Frege i Peano gotovo usporedno jedan s drugim razvili logička pisma s količiteljima (kvantifikatorima) gdje se sudovi (iskazi) ne izražuju kao jednakžbe.

*Sva se logička načela izvode iz načela istovjetnosti*

Marković prikazuje daljnje posljedice Booleova shvaćanja suda kao jednakosti (istovjetnosti) pokazujući da se u skladu s Booleovim shvaćanjem sva logika temelji na jednome, jedinome načelu - načelu istovjetnosti (zakon istovjetnosti, jedinosti), tj. da se i načelo protuslovlja i načelo isključenoga srednjega daju u Booleovoj logici izvesti iz načela istovjetnosti. Pritom u svom predavanju mjestimice gotovo doslovce slijedi Riehla.<sup>14</sup>

Evo formalnoga dokaza načela protuslovlja prema Markoviću (koji je, u odnosu na Riehlov i Liardov, upotpunjen)<sup>15</sup>:

|   |                       |                     |
|---|-----------------------|---------------------|
| 1 | $x^2 = x$             | zakon istovjetnosti |
| 2 | $x^2 - x^2 = x - x^2$ |                     |
| 3 | $0 = x - x^2$         |                     |
| 4 | $x(1 - x) = 0$        |                     |

U retku 4 dobili smo načelo protuslovlja (Boole ga zove i “zakonom dvojnosti”, Boole 1958, str. 51).

Prema Markoviću (i Riehl), načelo isključenoga srednjega slijedi na sljedeći način<sup>16</sup>. Cjelokupnost (pojmovi, stvari) izražuje jednakost  $x + (1 - x) = 1$ . A budući da vrijedi i  $x(1 - x) = 0$  (načelo protuslovlja), slijedi da je svaka stvar ili  $x$  ili  $(1 - x)$ .

<sup>14</sup> Riehl: “Die bisher betrachteten Gesetze sind Ausfluss eines einzigen Principes: des Identitätsprincipes. In der That hat auch das Denken und seine Darstellung, die Logik, kein anderes Princip, ausser diesem. Kurz und zweckmassig kann die formale Logik definirt werden als die Analysis des Identitätsprincipes. Die Behauptung, dass dieses Princip nicht nur das oberste, sondern das einzige der Logik sei, ist nicht neu; aber unser Zeichensystem setzt uns in Stand, einen einfachen Beweis zu geben, dass die Axiome des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten nur Folgerungen aus dem Identitätsprincip sind.” (Riehl 1877, 58).

Marković: “Svi dosad postavljeni zakoni primjene su jednoga jedinoga načela i to načela istovjetnosti. Sve mišljenje, sva logika nema drugoga načela do toga jednoga. Načelo istovjetnosti nije samo najviše, najopćenitije, nego je upravo jedino načelo logike, a sva su ostala logička načela puki izvodci iz njega; tako je načelo porječnosti i načelo nepristupačnosti trećaka puki izvodak iz načela istovjetnosti; a nije samostalno.” (Marković 1875., 802).

<sup>15</sup> Usp. Marković (1975-), str. 803, Riehl (1877), str. 58-59, Liard (1883), str. 96.

<sup>16</sup> Usp. Marković (1975-), str. 803-804, Riehl (1877), str. 59.

Sve se zaključivanje u Booleovoj logici svodi na dedukciju (Aristotelovi su silogizmi samo jedan oblik deduktivnoga zaključka).<sup>17</sup> Daljnje posljedice i kritiku tako postavljene logike Marković će izvesti u osvrtu na Jevonsovu logiku, gdje će se više zadržati na samom postupku zaključivanja - može li ga se i je li ga opravdano mehanizirati, može li ga se svesti na načelo istovjetnosti ili je potrebno iskoračiti iz okvira toga načela?<sup>18</sup>

## 2. JEVONSOVA LOGIKA

### 1) Jevonsova kritika Boolea i osnovne ideje Jevonsove logike

Jevons je dalje razvio Booleovu logiku i znatno ju po nekim obzirima pojednostavnio. Disjunkcija je u nj uključna, za razliku od Boolea, gdje je isključna (jer se 1 i 0 uzajamno isključuju). Uz to, prema Jevonsu nije logika podređena algebri (kao specijalni slučaj, za vrijednosti 0 i 1) kao u Boolea, nego je algebra podređena logici, koja je primjenljiva na svaki, pa i količinski pojam.<sup>19</sup>

Jevons je pojednostavnio logički jezik. Velikim slovima obilježava jesne pojmove (A, B, C, ...), a malima niječne (a, b, c, ...). Takvim je jezikom Jevons mogao izbjeći Booleov neodređeni simbol 'v' te razlikovati tri oblika istovjetnosti: jednostavnu ( $A = B$ ), djelomičnu ( $A = AB$ , umjesto  $x = vy$ ) i ograničenu ( $AB = AC$ ).

---

<sup>17</sup> U podroban prikaz i kritiku algebarskoga "razvoja", "isključenja" srednjega pojma i "svođenja" svih premisa na jednu jednadžbu Marković se (kao ni Riehl) više ne upušta.

<sup>18</sup> Napomenimo da se Marković ne osvrće na algebru "drugotnih" sudova (secondary propositions), gdje se rabi isti algebarski sustav, ali mu se daje drugo tumačenje. Pritom 'x', 'y', 'z' itd. označuju vrijeme kad su istiniti sudovi 'X', 'Y', 'Z' itd.

U središtu je Markovićeve kritike Jevonsove logike utemeljenost te logike na načelu istovjetnosti. Jevons, upozorava Marković, uzima u obzir samo stupanj kad je istovjetnost već spoznata (“analizni” sudovi), ne i stupanj kad se ona tek spoznaje ili traži (“sintezni” sudovi) te izostavlja načelo dovoljne razložnosti (Marković 1875-, str. 809-810). Zaključivanje, koje je po Markoviću naprijedovanje k novim spoznajama, u Jevonsovoj je istovjetnosnoj logici puko supstituiranje (zamjenjivanje) istovjetna istovjetnim (Marković 1875-, str. 810)<sup>20</sup> a indukcija je formalno podređena dedukciji (*isto*).

## 2) Nedostatnost mehaničkih postupaka u logici

Opišimo najprije Jevonsov postupak neizravnoga zaključivanja (skraćen postupak) (Jevons 1905, str. 91-93, 97), koji se može sasvim automatizirati.

1) Razvijaju se sve pojmovne alternative; za jedan pojam opstoje dvije alternative, za dva četiri, za tri osam itd. Prijegled tih alternativa čini ono što Jevons zove “logičkom abecedom”. Npr. za tri pojma dobivamo sljedeće alternative: ABC, ABc, AbC, Abc, aBC, aBc, abC, abc.

2) Isključuju se one alternative koje postaju protuslovnima kad u njima izvršimo supstitucije prema istovjetnostima iskazanim premisama. Neka je jedna od premisa  $A = B$  (Npr. ‘Svi su ljudi sva moralno odgovorna bića’). Tada isključujemo sve alternative s Ab i aB. Postupak se nastavlja za druge premise.

---

<sup>19</sup> Markovićevo je stajalište karakteristično: je li disjunkcija isključna, to ovisi o sadržaju pojma, a ne o formi (Marković 1875-, str. 806).

<sup>20</sup> Npr. iz premisa ‘ $A = B$ ’ i ‘ $B = C$ ’ supstitucijom izvodimo zaglavak ‘ $A = C$ ’.

3) U zaglavlju svaki pojedini pojam izjednačujemo s alternativama koje ga sadrže. Za pojam A iz gornjega slijedi  $A = ABC \cdot | \cdot ABc$  (' $\cdot$ ' znači 'ili'). Slično izvedemo i za pojmove B, C, a, b, c.

4) Dodatno: svodimo nepotrebne alternative. Npr.  $A = ABC \cdot | \cdot ABc$  svodimo na  $A = AB$ .

Taj se postupak može olakšati pomoću posebne logičke ploče, pomoću logičke računaljke (abakusa) ili ga se može obaviti logičkim stojem ("logički klavir", što ga je konstruirao Jevons) za alternative s do 4 pojma.

Marković upravo prigovara da se sva logika u Jevonsa svodi na mehaničko postupanje, koje može biti vrlo nespretno i dugotrajno, osobito kad je riječ o Jevonsovoj "formalnoj" indukciji (nasuprot kojoj se Marković zalaže za "stvarnu" indukciju, koja polazi o opažanja). Jer u formalnoj indukciji krećemo obratnim putem od gore opisanoga, deduktivnoga. Tu najprije određujemo pod kojim sve zakonima mogu stajati dane kombinacije pojmova. Ako su to samo dva pojma, A i B, moguće su četiri kombinacije: AB, Ab, aB, ab. Zakone treba tražiti među mogućim slučajima tih kombinacija. Svaki od tih slučajeva isključuje ili uključuje neku od kombinacija, pa ima ukupno  $2^4 = 16$  slučajeva, odakle najprije isključujemo protuslovne slučajeve. Već s trima pojmovima zakone treba tražiti među  $2^8 = 256$  slučajeva, s četirima pojmovima među  $2^{16} = 65536$  slučajeva,<sup>21</sup> a s peterima pojmovima među preko 4 milijarde slučajeva (4 294 967 296). Indukcija postaje, primjećuje Marković, "gotovo neizmjeran", praktički neizvršiv postupak (Marković 1875-, str. 817). Uvođenje

---

<sup>21</sup> Marković kaže da s četirima pojmovima ima 65596 slučajeva, vjerojatno povodeći se za tiskarskom pogreškom u prijevodu Liarda (Liard 1883, str. 153) - broj slučajeva za pet pojmova u Liarda je ispravan.



samoga stroja kao pomagala Marković smatra (iz nejasna razloga) još nepriličnijim (1875-, str. 815-816), “kao da ima ta makina razum” (*isto*).

Ograničene tehničke mogućnosti Markovićeva doba (barem s današnjega stajališta) mogu dijelom opravdati Markovićevo nezadovoljstvo automatiziranjem logičkih postupaka pa i određenu njegovu odbojnost prema umjetnoj razumnosti. Ipak 20. stoljeće dalo mu je barem u određenom smislu za pravo jer se pokazalo (Church 1936.) da nema jedinstvenoga strojnoga postupka (niti uopće algoritma) koji bi u konačnome broju koraka davao odgovor na svako pitanje o valjanosti zaključka (u logici prvoga reda). No ipak, već Jevonsovi opisi pokazuju da takav postupak postoji za određene dijelove logike (logika razreda kojom se bavi Jevons ili suvremena iskazna logika i logika jednomjesnih priroka).

### *3) Nedostatnost opsegovnog stajališta prema sadržajnomu*

Marković ističe da sve neprilike s mehaniziranjem logičkih postupaka proistječu već iz pogriješnosti glavnoga načela: Jevons uzima u obzir samo opseg, ne i sadržaj pojma. Ali u središtu je logičkoga zanimanja, prema Markoviću, ne sam opseg pojmova, nego to kako sasvim različite oznake mogu imati isti opseg te kako se različite oznake uopće spajaju u pojam.<sup>22</sup>

Spoj je oznaka u pojmu utemeljen u njihovu sadržajnome odnosu. Taj se spoj, ističe Marković, ne da prikazati kao zbroj (ili umnožak) usporednih,

---

<sup>22</sup> “Zamašno” je i “gotovo najteže logičko pitanje”, kaže Marković “...kako mogu razne oznake značiti iste objekte, ili kako se jedan objekat može obilježavati skupinom disparatnih oznaka, a to će reći, kako mogu oznake, koje su po pojmovnom obziru međju sobom različite, ipak postati sastavljive ter skladne.” (Marković 1875-, str. 818). “Po tom je očevidno, da prvi pojmovi..., koji označuju oznake, štono *zbilja* zajedno spadaju, a nisu samo psihologijski sastavljeni po zakonom sasobice i zasobice psihične - ne nastaju prvi,

ravnopravnih oznaka, npr.  $S = a + b + c + d$  ili  $S = a \cdot b \cdot c \cdot d$ . Oznake nisu “uspoređene”, “jednakoznatne”, i nisu u svakome pojmu uvijek na isti način spojene. Spoj se oznaka u pojmu daje najpribližnije formalno prikazati kao funkcija oznaka prema njihovoj bitnosti (znatnosti):

$$S = F(a, b, c)$$

(Marković 1875-, str. 191). Za sadržaj je, kako vidimo, bitna funkcija  $F$ , “spojitbeni način”, oblik spoja oznaka, a ta funkcija nije u svakoga pojma ista (Marković 1875-, str. 191). To je Lotzeova teorija (usp. Lotze 1989, str. 46-47), koju Marković prihvaća.

Jedinstvo je oznaka u pojmu, prema Markoviću, zbiljsko, ne samo formalno, ni samo psihologijsko. Stoga je potrebno ući u “dublju svezu oznaka”, odrediti “koja je oznaka bitnija”, “znatnija”, “uzročnica”, a koja je “posljedica”, koje su oznake “prvotnije”, a koje “drugotne” (Marković 1875-, str. 190, 191). Marković se tu priključuje tradiciji Porphyrijevih predikabilija, pa razlikuje 1. *bitne* oznake (razredne: rodna, vrstna i razlika), “najobćenitije, zadnje, neizvedene iz drugih”, npr. da je *trokut* lik u ravnini sastavljen trima pravim crtama, da se *kisik* lako spaja s ugljikom; 2. *osobite* (vlastne) oznake - izvedene iz bitnih, “izvodci” (dedukcije) iz bitnih (Marković 1875-, str. 204-205), npr. da tri crte u *trokutu* tvore tri kuta ukupno  $180^0$ , da je zbroj dviju stranica uvijek veći od treće stranice, da *kisik* podupire gorenje; 3. *slučajne* (uzgredne,

---

nego su posljedak mnogih sudovâ, mnogih dokazâ, doumakâ, umovinâ (teorijâ).” (Marković 1875-, str. 185).

pripadne) oznake: najčešće su to položaji stvari, poraba, radnje, stanja; mogu biti stalne i nestalne (Marković 1875-, str. 205-206).<sup>23</sup>

Na temelju svega toga, Marković smatra da algebarska logička načela i zakoni, koji se svi svode na načelo istovjetnosti, nisu dostatna da bi se objasnio logički ustroj pojma, te da treba (kao npr. Herbart) kao neovisno načelo uvesti i načelo razložnosti. Načelo pak razložnosti (i njemu odgovarajuće načelo uzročnosti), nije pak nužno (logičko u užem smislu), nego se tiče samo stanja u zbiljskome svijetu (zbiljski je svijet takav da se vlada po načelu razložnosti) i, nadalje, ono zahtijeva i induktivno zaključivanje polazeći od opažaja toga svijeta.

Prema načelu razložnosti u logici ne razmatramo proizvoljne kombinacije oznaka samo po obziru opsega. “Načelo dostatne razložnosti” kaže “da se nov spoj pojmova dade izvesti iz starih već poznatih istinitih pojmova samo onda ako je u njihovih sadržajih dostatan razlog za tvorenje nova spoja” (Marković 1875-, str. 272-273).<sup>24</sup> Tek načelo razložnosti (i uzročnosti), jer nije niti samo formalno, niti samo psihologijsko, nego sadržajno i realno, pokazuje kako zaključivanje izlazi iz istovjetnosti i proširuje spoznaju. Ono opravdava proširenje logike indukcijom. Štoviše, opravdava utemeljenje dedukcije (po

---

<sup>23</sup> Evo i nekih Markovićevih primjera (Marković 1875-, str. 191). Što je za zlato bitnije: sjaj, pružnost ili težina, to se može prikazati formalno, ali se ne može odlučiti formalno, nego samo na temelju stvarnoga istraživanja (indukcija). Za trokut sama trokutnost nije bitna oznaka nego je trostraničnost uzrok trokutnosti. O tom pak što je za čovjeka bitnije, tjeleovnost ili razumnost, upozorava Marković, opstoje različita metafizička stajališta.

<sup>24</sup> “Načelo dostatne razložnosti uporabljeno na sibiljne stvari postaje načelom uzročnosti” (Marković 1875., str. 273).

njenim premisama) na indukciji, na samome opažanju zbilje (Marković 1875-, str. 816).<sup>25</sup>

Nadalje, s time je povezano i razlikovanje podređenosti (subordinacije) pojmova od podvođenja (supsumcije) pojmova pod oznake (što Marković također preuzimlje od Lotzea, v. Lotze 1989, str. 47-48). Npr. pojam zlata podređen (subordiniran) je pojmu kovine (vrsta rodu), ali samo podveden (supsumiran) pod oznaku žut. Sadržaj pojma kovine upravlja i sadržajem pojma zlata, ali sadržaj pojma žutine ne upravlja sadržajem pojma zlata (jer žuti su i predmeti sasvim druge naravi od zlata) pa je tu riječ samo o “djelomičnoj suopsežnosti”. (Marković 1875-, str. 193).

Marković zaključuje da zbog svih nedostatnosti Booleove i Jevonsove logike treba ići putovima Milla, Herbarta i Lotzea (Marković 1875-, str. 819), tj. ne zadovoljiti se opsegovnom, nego zadržati sadržajnu logiku. Razliku opsegovnoga i sadržajnoga pristupa Marković rasvjetljuje navodeći Lotzeovu kritiku. Evo jednoga zaglavka prikazanoga samo pomoću istovjetnosnih sudova:

|  |  |
|--|--|
| natrij = natrij-kovina                   |  |
| natrij = na vodi plivajući natrij        |  |
| <hr/>                                    |  |
| natrij-kovina = na vodi plivajući natrij |  |

Posljednja jednadžba, Jevonsov zaglavak, jest puko ponavljanje, zbroj premisa.

Aristotelov bi zaglavak, međutim, bio: Neke kovine plivaju na vodi. Taj

---

<sup>25</sup> “Načelo dostatne razložnosti, kojemu u sbilji stvarnoj odgovara načelo uzročnosti, posve je samostalno prema predjašnjim trima osnovnim načelima logike. Ta tri načela su oblikovna, nuždna, a načelo dostatne razložnosti jest sbiljsko, stvarno, ono ima samo sbiljsku, a nema nuždnu vriednost, t. j. sbiljni svijet takav je, da je svaka nova činjenica obrazložena uzrokom takovim, koji je uzajmičnim djelovanjem bar dvaju činitelja sastavljen. Tako shvaća Lotze načelo dostatne razložnosti, a prilično jednako shvaćaju ga Baine i Mill veleći, da je jednoličnost prirode (uniformité dé la nature) temelj istini onoga načela.” (Marković 1875-, str. 280).

zaglavak, upozorava Marković, kaže nešto novo: da to što kovina natrij pliva na vodi, nije nespojivo s “bivstvom” kovine.

Kako vidimo, odnos opsegovne (ekstenzijske) i sadržajne (intenzijske) logike vodi nas u Markovića odnosu zbiljnosti (opisane načelom razložnosti) i nužnosti (opisane načelom istovjetnosti). Zbiljnost je, uz “bitno” i “slučajno”, ključni pojam Markovićeve (millovske) sadržajne logike, a ta se kategorija pokazala važnom, sjetimo se, i u Markovićevu relativiziranju pojmova (npr. o prirodnim vrstama, ali i općenito).

Sažmimo. Iako su Booleova i Jevonsova logika naznačivale nove razvojne mogućnosti logike (npr. uporabu formaliziranoga jezika, razdvajanje formalne i interpretativne razine, strojno zaključivanje) i, u stvari, označile početak moderne logike, Marković je uočio neke važne logičke aspekte koji su u Boolea i Jevonsa ostali neobuhvaćeni. To su, primjerice, pitanje sastava pojma, odnos sadržajne i opsegovne logike kao i odnos logike prema psihologiji mišljenja i prema naravnome jeziku.

## Literatura

Boole, George 1958. *An Investigation of the Laws of Thought* (New York: Dover).

——— 1998. *The Mathematical Analysis of Logic*. Repr. from the 1847 ed. (Bristol: Thoemmes).

- Devidé, Vladimir 1964. *Matematička logika. Prvi dio (Klasična logika sudova)*  
(Beograd: Matematički institut u Beogradu)
- Jevons, William S. 1905. *The Principles of Science : A Treatise on Logic and Scientific Method*, Repr. of the 2nd ed. 1877 (London [etc.]: Macmillan).
- Kovač, Srećko 1992. "Formalizam i realizam u logici : Franjo pl. Marković i Gjurio Arnold". - *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine*, 18, 141-182.
- 1996. "Franjo pl. Marković : On the hundred and fiftieth anniversary of his birth", *Studia historiae philosophiae croaticae* 3, 169-188.
- Kripke, Saul 1980. *Naming and Necessity* (Cambridge, Mass.: Harvard Univesiry Press)
- Liard, Louis 1883. *Die neuere englische Logik*, übers. v. I. Imelmann, 2. Aufl. (Leipzig: Denicke).
- Lotze, Hermann 1989. *Logik. Erstes Buch. Vom Denken*. Neu hrsg. v. G. Gabriel (Hamburg: Meiner).
- Marković, Franjo pl. 1875-. *Logika*, litografirana skripta. Arhiv HAZU, primjerak XV 37/2a.
- 1981. *Razvoj i sustav obćenite estetike*. Pretisak izd. 1903. (Split: Logos).
- Mill, John S. 1959. *System of Logic Ratiocinative and Inductive*. (London: Longmans).
- 1877. *System der deductiven und inductiven Logik*. Übers. von J. Schiel. 1. Theil (Braunschweig: Viehweg)
- Petrović, Gajo 1967. *Logika*. 3., neizmj. izd. (Zagreb: Školska knjiga).

Putnam, Hilary 1983. "Reference and truth", u H. Putnam, *Realism and Reason*

(Cambridge, UK [etc.]: Cambridge University Press)

Riehl, Alois 1877. "Die englische Logik der Gegenwart", *Vierteljahrschrift für*

*wissenschaftliche Philosophie* 1, 50-80.