

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: PFI

Neva Margetić

Diplomski rad

METODIČKA OBRADA GIBANJA
ANALIZOM VIDEO ZAPISA

Voditelj diplomskog rada: dr. sc. Ivica Aviani

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, studeni 2011.

Veliko hvala svima Vama bez kojih završetak studija i ovaj diplomski rad ne bi bio moguć. Hvala mojoj obitelji, dr.sc. Ivici Avianiju, doc. dr. sc. Tihomiru Vukelji, dr. sc. Gorjani Jerbić-Zorc, doc. dr. sc. Hrvoju Buljanu, ing. Bertiju Erjavcu, Mariju, Gregoru, Danijelu, tetama u referadi, dečkima u računalnoj podršci i svima ostalima koji ovom popisu pripadaju a slučajno sam ih izostavila.

Sadržaj

Uvod.....	1
Gibanje – što, kako, zašto?.....	8
1. Jednoliko gibanje po pravcu.....	9
2. Put i pomak.....	15
3. Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje - slobodni pad.....	17
4. Nejednoliko gibanje.....	31
5. Prvi Newtonov zakon.....	36
6. Drugi Newtonov zakon.....	43
7. Treći Newtonov zakon.....	51
8. Količina gibanja.....	57
9. Horizontalni hitac.....	64
10. Vertikalni hitac.....	70
11. Kosi hitac.....	76
12. Jednoliko gibanje po kružnici.....	82
Diskusija.....	89
Zaključak.....	91
Sažetak.....	92
Literatura.....	93
DODATAK: Preuzimanje filmova s YouTube-a.....	95

Uvod

Od vremena kada je čovjek lov i sakupljanje hrane zamijenio stočarstvom i poljodjelstvom do danas ljudsko društvo se dramatično izmjenilo. Današnji napredak i razvitak možemo zahvaliti najprije slučajnim otkrićima ljudi nekih prošlih vremena te zatim njihovoj mašti i mašti njihovih suvremenika koji su u novo otkrivenim predmetima i spoznajama vidjeli mogućnost da utaže žeđ za spoznavanjem svijeta oko sebe ili da si naprsto olakšaju posao.

Među pripadnicima starih kultura vrlo se brzo razvila potreba za točnim mjerjenjem vremena. Gibanje Sunca dalo je prvu poznatu mjeru vremena. Stari Babilonci zasluzni su za današnju razdiobu dana na satove. Egipćani su morali znati kada će rijeka Nil poplaviti te su motrili gibanje zvijezda i izumili čitavo mnoštvo astronomskih sprava (npr. kutomjer). Također, zasluzni su i za stvaranje kalendara s 365 dana.

Najveći grčki učenjaci i filozofi boravili su u Egiptu. Iz njega su u svoju domovinu prenijeli staru egipatsku znanost gdje je ona procvala. Grci su spoznali da je Zemlja okrugla, mjerili su joj promjer, njenu udaljenost od Sunca i Mjeseca te stvarali teorije o ustroju Svetog. Vrlo brzo počele su rasprave o Sunčevom sustavu i putanji kojom se gibaju nebeska tijela. Za Grke, najsavršenija krivulja bila je kružnica zbog toga što osigurava trajno ponavljanje – vječnost gibanja te su smatrali da se nebeska tijela gibaju po kružnicama¹.

Povijest fizike je opširna tema koja iziskuje proučavanje opsežne literature. Pritom je važno imati na umu sljedeće: da bismo mogli interpretirati zaključke i mišljenja bilo kojeg velikog povijesnog mislioca moramo prethodno razumijeti kako je izgledala svakodnevница, dijalog i znanost njegovog vremena. Primjerice, riječi sila, masa i brzina dobine su svoje sadašnje teorijsko značenje tek u 17. stoljeću.

Većina znanstvenika će se složiti da su vrijeme Aristotela (384.-322. pr. n. e.), vrijeme Galileja (1564.-1642.) i vrijeme Newtona (1642.-1727.) suštinski važna razdoblja u razvoju znanosti. Navedimo samo par kratkih crtica o svakom.

Aristotel je prvenstveno bio biolog a ne matematičar, i kao takav je svoja promatranja svijeta temeljio na kvalitativnom, a ne na kvantitativnom opažanju. Razlikovao je prirodne i neprirodne mjene. Prirodnim mjenama smatrao je one mjene koje su poslijedica prirodnog rasta i razvoja tijela, a neprirodnim sve ostale. Tako je interpretirao i gibanje: "Tijela se ili gibaju po prirodnom nadođenju ili su natjerana da se gibaju na određeni način od strane nekog vanjskog čimbenika." Njegove glavne zaključke vezane uz gibanje zemaljskih tijela možemo sažeti u sljedeće tvrdnje:

- Ukoliko je sila (sila ovdje može imati značenje energije, rada, pokreta) dovoljno jaka da uopće pokrene tijelo, tijela različitih veličina mogu se pomicati u različitim vremenima ako se uloži napor na određenoj udaljenosti.
- Svi učinci ove sile također ovise proporcionalno o otporu sredstva u kojem se gibanje događa.
- Po pravilima proporcionalnosti, tijelo bi putovalo kroz vakuum u "nikakvom" vremenu (eng. *no time*), stoga je mogućnost postojanja vakuma trebala biti isključena.

¹ Ivan Supek, Povijest fizike, Školska knjiga, Zagreb 2004.

U stoljećima između Aristotela i Galileja mehanika je kontinuirano napredovala zahvaljujući mnogim velikim misliocima poput Strata i Jordana iz Nemoura koji su prvi pokušali definirati ubrzanje te Nicholasa Oresme koji je prvi pokazao kako koristiti primitivan graf da bi se predvidio račun koji стоји iza nekog gibanja².

Galileo Galliei rođen je 1564. godine u Pisi. Upisao je studij medicine od kojeg je iz finansijskih razloga na kraju odustao. Međutim, njegov znanstveni ugled bio je takav da je 1589. primljen na mjesto predavača matematike na istom sveučilištu. Prema predaji, negdje oko tog doba izveo je poznati pokus s bacanjem dvaju tijela sa kosog tornja kojim je pokušao diskreditirati Aristotelovu teoriju o padanju tijela. Zanimljivo je da dokaz da je taj pokus ikada izveden zapravo ne postoji.

Neki njegovi važni doprinosi na području fizike su:

- Definicija jednolikog gibanja po pravcu.
- Definicija jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja.
- Otkrio je nizom pokusa da je put koji tijelo pređe spuštajući se niz kosinu uvijek približno razmjeran kvadratu vremena koje mu je za to potrebno.
- Uočio je i definirao neovisnost gibanja kod kosog hitca.
- Tražio je uzrok prirodnom ubrzanju prema dolje svih tijela blizu površine Zemlje i formulirao koncept inercije.

Galilejev koncept inercije su nam u današnjoj formi učeći jedni od drugih dali Descartes, Huygens and Newton³.

Sir Isaac Newton rodio se 1642. godine u Engleskoj. Upisao je sveučilište u Cambridgeu kao najsiromašniji student, no vrlo brzo se probio na sam vrh ljestvice među svojim kolegama. Odmah po završetku studija ponuđeno mu je radno mjesto predavača. Newton je prvi definirao vezu između sile, mase i ubrzanja te svima dobro poznata tri temeljna zakona gibanja.

Usporedimo Aristotelov i Newtonov način razmišljanja:

- Aristotel je gibanje proučavao kao posebnu vrstu generalnog fenomena promjene. Gibanje ga je zanimalo kvalitativno kao i promjena boje, topline ili zdravlja. U njegovim raspravama o gibanju bila je minimalna količina matematike. Matematički koncept "brzine" njemu nije bio jednostavan broj nego "dimenzionalna" količina. Newton je s druge strane svoje zaključke kvantificirao i utemeljio na novom matematičkom aparatu diferencijalnog računa primjenjenog na mehaniku. Takav račun Aristotelu nije bio dostupan.
- Aristotel nije poznavao pojam trenutne brzine, a pojam ubrzanja je tek naslućivao. Obje ove ideje igraju centralnu ulogu u Newtonovoj mehanici. Također, Aristotelu nisu bili poznati pojmovi težine, gustoće, mase i sile (u današnjem smislu), dok mu je otpor nekad bila gustoća, a nekad viskoznost. Srednjevjekovni matematičari su postepeno sve preciznije definirali ove pojmove, a današnje im je značenje odredio Newton.
- Aristotel je razlikovao pet različitih vrsta materijala koji su se prirodno gibali na različite načine ovisno o svom položaju. Nakon Newtona, razlika zemaljskih tijela

² Stephen Toulmin, June Goodfield, *The fabric of the Heavens: The development of Astronomy and Dynamics*, Harper and Row, New York, 1961.

³ James T. Cushing, *Philosophical Concepts in Physics: The historical relation between philosophy and scientific theories*, Cambridge University press, 2003.

koja se gibaju pravocrtno i nebeskih tijela koja kruže je potpuno uklonjena. Posljedica toga je i shvaćanje da bi se zemaljska tijela nastavila givati zauvijek da na njih ne utječu trenje, otpor zraka i sl.

Konačno, čovječanstvo se uzdiglo na novu razinu matematičke analize gdje je uspostavljena bitna veza između sile i ubrzanja. Nije se više shvaćalo da vanjska sila kao svoj učinak ima održavanje smjera i brzine kretanja tijela nego njihovu promjenu. Stari koncept samoobjašnjivog nebeskog gibanja popustio je pod pritiskom nove matematičke ideje na kojoj se temelji čitava Newtonova mehanika.

Opis gibanja pripada samim temeljima fizike. Međutim, zbog niza koncepata koje moraju usvojiti, on je za učenike danas gotovo jednako složen i apstraktan kao što je to bio velikim misliocima u prošlosti.

U sedamdesetim godinama prošlog stoljeća uočeno je da dječji um nije *tabula rasa*, već se svako učenje temelji na dogradnji već postojećeg znanja. Istraživanja provedena u poslijednjih dvadesetak godina pokazuju da je tradicionalan način poučavanja fizike u školama daleko od optimalnog, da je učeničko istraživanje, otkrivanje i zaključivanje vrlo važno u procesu učenja, kao i da te aktivnosti bitno utječu na kvalitetu njegova znanja⁴. Uz to, otkriveno je da istinsko učenje prirodnih znanosti nužno ima naglašenu vezu s realnim svijetom i s izravnim iskustvom.

Postalo je jasno da učeničke pretkonceptije imaju veliku ulogu u učenju i poučavanju svih prirodnih znanosti, pa tako i fizike. To je tijekom osamdesetih godina prošlog stoljeća potaknulo velik broj istraživanja učeničkih pretkonceptija u različitim područjima fizike, a posebno u mehanici koja je i predmet ovog rada⁵.

Proučavanjem literature naći ćete mnoge učeničke pretkonceptije vezane uz mehaniku. Najizraženije i najčešće su:

Pretkonceptije u vezi s Newtonovim zakonima i gravitacijom^{5,6,7}

- Ako je ukupna sila na tijelo jednaka nuli, ono može samo mirovati.
- Tijelo može mirovati i kad na njega djeluje ukupna sila različita od nule.
- Svako gibanje mora se održavati silom u smjeru gibanja.
- Stalna sila izaziva gibanje stalnom brzinom.
- Svaka sila nema nužno svoju protusilu, a ako je i ima, one ne moraju biti jednakog iznosa.
- Jača je ona sila koja izaziva veći učinak.
- Sile kojima dva tijela međudjeluju prilikom sudara nisu jednakog iznosa, već ovise o brzinama tih tijela u trenutku sudara.
- Na tijelo u mirovanju djeluje samo sila teža.
- Tijelo u mirovanju ne može djelovati silom.
- Na loptu koja je bačena uvis djeluje sila prema gore cijelo vrijeme gibanja prema gore, dok je ne savlada sila gravitacije.
- Kad je brzina na vrhu putanje nula i sila je nula.
- Teže tijelo pada brže.

⁴ Lillian C. McDermott, How we teach and how students learn? A mismatch?, Am. . Phys. 61(4), 1993.

⁵ Mark L. Rosenquist, Lillian C. McDermott, A conceptual approach to teaching kinematics, Am. J. Phys. 55(5), May 1987.

Pretkonceptije u vezi s kružnim gibanjem^{5,6,7}

- Tijelo "pamti" kružnu putanju.
- Kružno gibanje nije ubrzano.
- Ukupna sila na tijelo koje kruži jednaka je nuli.
- Centripetalna sila je posebna, nova vrsta sile koja djeluje na tijelo u kružnom gibanju.
- Centrifugalna sila je protusila centripetalnoj.

U dobi kada djeca počinju učiti fiziku ona su u stadiju razvoja formalnih (apstraktnih) operacija. Formalne operacije se razvijaju od jedanaeste godine života nadalje. U nastavi fizike ne možemo uzeti zdravo za gotovo da su svi učenici već razvili matematičko-logičke sposobnosti potrebne za savladavanje fizikalnih pojmovima, jer fizika uvodi razlikovanje među veličinama kojeg u matematici nema.

Matematičke poteškoće⁶

- Opis postupka kojim se određuje vrijednost neke varijable.
- Tumačenje značenja algebarskih izraza.
- Povezivanje algebarskog i grafičkog prikaza.
- Integriranje "na prste" umetanjem mreže kvadrata poznatih površina ispod grafa i njihovim zbrajanjem.
- Zaključivanje na temelju funkcionalne ovisnosti.

Poteškoće vezane uz povezivanje grafova sa fizikalnim konceptima⁶

- Odlučivanje kada za tumačenje grafa koristiti njegov nagib, a kada visinu.
- Tumačenje promjena u visini i nagibu grafa.
- Povezivanje različitih vrsta grafova.
- Povezivanje teksta zadatka s izgledom grafa.
- Tumačenje površine ispod grafa.

Poteškoće vezane uz povezivanje grafova s stvarnim svjetom⁷

- Prikazivanje jednolikog gibanja konstantnom linijom u $v-t$ grafu.
- Razlikovanje oblika grafa od putanje tijela.
- Prikazivanje negativne brzine na $v-t$ grafu.
- Prikazivanje konstantnog ubrzanja na $a-t$ grafu.
- Razlikovanje $x-t$, $v-t$ i $a-t$ grafa.

Godine 1949. komisija Društva matematičara i fizičara Hrvatske preporučila je da se u školsku nastavu fizike uključi izvedba pokusa i rješavanje numeričkih zadataka. Potonje se vrlo brzo uvriježilo u nastavnoj praksi i to do samog ruba pretjerivanja u nekim pogledima, dok su pokusi uvedeni u znatno manjoj mjeri.

Sva provedena istraživanja slažu se u jednom: pokusi su motivacija i polazište za razvijanje učeničkih ideja, omogućavaju testiranje učeničkih prepostavki, direktno stjecanje iskustva te korigiranje njihovog zaključivanja. Stoga je vrlo jasno da pokusi trebaju biti prisutni u

⁶ Rudolf Krsnik, Suvremene ideje u metodici nastave fizike, Školska knjiga, Zagreb 2008.

⁷ Lillian C. McDermott, Mark L. Rosenquist, Emily H. van Zee, Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics, Am. J. Phys. 55(6), June 1987.

svakodnevnoj nastavi, da bi učenici mogli sami iznositi svoje pretpostavke, zapisivati ih, osmišljavati eksperimente, provoditi istraživanja, donositi zaključke i tako lakše razumijevati fiziku te razvijati interes za fiziku kao znanost.

Opis gibanja priprada temeljnom području fizike čije se nerazumijevanje temelji na predkonceptcijama koje koče napredak naših učenika. Svima su dobro poznati pokusi iz kinematike koji se izvode pomoću tipkala⁷. Ova metoda proučavanja gibanja i približavanja učenicima pojmove trenutne brzine i ubrzanja u našem se obrazovnom sustavu održala sve do danas. Međutim, danas su nam dostupne nove tehnologije koje nam dodatno mogu pomoći u poučavanju gibanja.

Razvoj fotografije i filma odvija se tijekom 19. i 20. stoljeća te se nastavlja i danas. Film se postupno razvio od karnevalske novine do najznačajnijeg oblika komunikacije, zabave i masovnih medija 20. stoljeća. U isto vrijeme razvoj kamere, fotografije i filma imao je značajan utjecaj i na znanost^{8,9}. O tome svjedoči i primjer iz naše povijesti.

Peter Salcher (1848. – 1928.), profesor riječke Mornaričke akademije, kao blizak suradnik Ernsta Macha, uspio je ono što poznatom fizičaru Machu nije pošlo za rukom - snimiti nevidljivo – udarni val. Mach nije mogao eksperimentalno potvrditi svoju hipotezu o udarnom valu, pojavi kompresije zraka uz objekt koji se kreće brže od zvuka, pa je zamolio Salchera da to pokuša u svom riječkom laboratoriju.

Salcher je sa suradnikom Sandrom Rieglerom 1886. snimio cijeli niz ultrabrzih fotografija akustičnih pojava tijekom leta ispaljenog puščanog zrna i dokazao postojanje udarnog vala, danas nazvanog i "zvučni zid". Rad je bio svjetska znanstvena senzacija. Salcher tijekom pokusa zapravo prvi put u povijesti uspio fotografirati metak u letu¹⁰.

Živimo u vrijeme velikog tehnološkog napretka. Računalo u nastavi fizike može zamijeniti skuplju laboratorijsku opremu. Priključeno na odgovarajuće senzore, ono može kontrolirati pokus mijereći mnoge fizikalne veličine velikom preciznošću. Vrijednost video analize je u nastavi fizike već dobro poznata.

Videozapis je dobro poznat učenicima, obiluje prostornim i vremenskim podacima te omogućuje povezivanje opažanja sa apstraktним prikazima fizikalnih fenomena.

Još 1971. profesor N. E. Heath pokušao je približiti mehaniku svojim učenicima pomoću stroboskopa, kamere i projektorja.¹¹ Tijekom devedesetih godina prošlog stoljeća mnogi su profesori pokušali doprinjeti razvoju video analize u nastavi fizike te su na tom području provedena mnoga, više ili manje uspješna istraživanja. Posebno su zanimljivi pokusi koje je profesor J. A. Bryan 90-tih snimio, reproducirao i iskoristio kao nastavno sredstvo pomoću kamere, videorekordera, televizora i prozirne folije.¹²

⁸ http://hr.wikipedia.org/wiki/Povijest_filma

⁹ http://hr.wikipedia.org/wiki/Fotografija#Povijest_fotografije

¹⁰ <http://www.croinfo.net/zanimljivosti2/5326-peter-salcher-prvi-fotografirao-let-puanog-zrna-u-rijeci.html>

¹¹ N. E. Heath, Camera panning in stroboscope photography, Phys. Educ. 6 225, 1971.

¹² J. A. Bryan, Investigating the conservation of mechanical energy using video analysis: four cases, Phys. Educ. 45 50, 2010.

Demonstriranje veze između fizike i stvarnih događaja koje možemo snimiti i analizirati pomaže učenicima shvatiti kako im fizikalni zakoni pomažu razumjeti prirodu te usvojiti važnost fizike u njihovim životima^{13, 14, 15, 16}.

Početkom ovog stoljeća razvijeni su mnogi edukacijski uređaji te digitalne kamere dovoljnog razlučivanja i broja sličica za snimanje pokusa dostupne svima. Razvijeni su i brojni komercijalni i besplatni programi za video analizu.

- Microcomputer-Based Laboratory
- Calculator-Based Laboratory
- Calculator-Based Ranger¹⁷
- Coach – computer learning environment¹⁸
- VideoPoint¹⁹
- KCS Motion
- PhysicsToolKit
- Measurement-in-Motion
- Vernier's Logger Pro
- DataPoint
- Tracker

Ovaj diplomski rad ima za cilj razvoj nastavnih metoda koje fokusiraju nastavni proces na učenika i njegovo razumijevanje gibanja te na približavanje fizike učeniku na interaktivan, atraktivan i njemu razumljiv način. Novi "open-source" program za video analizu gibanja *Tracker*²⁰ omogućava izvođenje svih potrebnih zadataka za analizu gibanja. Autor programa, Douglas Brown predavao je fiziku na Cabrillo College-u, i još uvijek, iako u mirovini, aktivno sudjeluje u razvitu i unapređenju nastave fizike.

Učenici mogu snimiti novi video zapis ili iskoristiti neki postojeći, otvoriti digitalni video zapis u *Trackeru*, baždariti skalu i definirati odgovarajuće koordinatne osi kao i u tradicionalnoj video analizi. Moguće je postavljati i sofisticirane modele gibanja, što sve zajedno nastavnicima omogućuje uvođenje novih vježbi u nastavu fizike. Može ga se pokrenuti direktno sa web stranice ili baze podataka bilo na Windows ili na Mac operativnim sustavima koji imaju trenutne verzije Jave i QuickTime-a.

S obzirom da učenici mogu lako i besplatno preuzeti *Tracker*²¹ na svoja računala, mogu ga koristiti i za samostalne projekte ili zadaće. Uz snimanje gibanja, odabir koordinatnog sustava, baždarenje, mjerjenje, omogućeno je istodobno praćenje gibanja na filmu i

¹³ Robert J. Beichner, The effect of simultaneous motion presentation and graph generation in a kinematics lab, Journal of research in science teaching, vol. 27., 803-815, 1990.

¹⁴ Robert G. Fuller, Teaching and learning physics with interactive video, Physics Today, April 1994.

¹⁵ Robert J. Beichner, The impact of video motion analysis on kinematics graph interpretation skills, Am. J. Phys. , 1996.

¹⁶ Ricardo Trumper, Learning kinematics with a V-Scope: A case study, Jl. of Computers in Mathematics and Science Teaching, 16(1), 91-110, 1997.

¹⁷ Douglas A. Lapp and Vivian Flora Cyrus, Using Data-Collection devices to enhance students' understanding, Mathematics Teacher, vol. 93, No. 6, September 2000.

¹⁸ A. Heck, P. Uylings, Capturing the real world in the classroom, Int. J. for Technology in Mathematics education, 13(3), 107-116 (2006)

¹⁹ J. Bryan, Video analysis software and the investigation of the conservation of mechanical energy, Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 4(3), 284-298.

²⁰ D.Brown et al., Innovative Uses of Video Analysis, Phys. Teach. 47, 145 (2009)

²¹ <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>

odgovarajuće točke na grafu funkcije koja opisuje to gibanje, čime se gibanje zorno povezuje s njegovim matematičkim i grafičkim opisom pa bi se ta matematička poteškoća mogla ublažiti ako ne i ukloniti.

U okviru ovog diplomskog rada pomoću male digitalne kamere snimili smo dvadeset pokusa, a obradili šesnaest. Svi pokusi se nalaze na cd-u priloženom uz diplomski rad. Kroz dvanaest poglavlja, nastavnih jedinica iz gibanja, filmovi su analizirani na način prilagođen učenicima, s detaljnim uputama na što da obrate pažnju, slikama i crtežima. Na kraju svakog poglavlja, predložen je i učenički projekt obrade gibanja iz svakodnevnog života koje učenici mogu snimiti i analizirati samostalno ili u grupama. U prilogu ovog rada nalazi se i kompletan priručnik za rad s programom *Tracker*, preveden na hrvatski jezik te upute o preuzimanju i prekodiranju snimaka s Interneta.

Diplomski rad je pisan tako da može poslužiti kao priručnik za proučavanje gibanja za nastavnike i učenike pri čemu se nastavnicima posebno skreće pažnja na učeničke pretkoncepcije vezane za gibanje.

Za analizu gibanja u radu je korišten Tracker 4.0, međutim, u međuvremenu je izašla nova verzija programa Tracker 4.5 koja omogućava i editiranje video zapisa, detektiranje i eliminiranje nepravilnog osvjetljenja i sjena, što je u Trackeru 4.0 ponekad stvaralo poprilične probleme, automatsko praćenje u 1D i 2D te mnoga druga poboljšanja.

Ovakav napredak u vrlo kratkom roku doprinosi tvrdnji da je video analiza jedan od traženih alata za izvođenje nastave fizike. Osobno smatram da video analiza ima široku uporabu i svijetlu budućnost u nastavi fizike jer pomaže učenicima napraviti prijelaz s apstraktnih problema iz bilježnica na stvarna gibanja koja mogu promatrati te se nadam da će i ovaj rad u svojem malom opsegu doprinijeti razvitku razumljivije nastave fizike za učenike.

Gibanje – što, kako, zašto?

Na što mislimo kad kažemo da se tijelo giba? Primjerice, roditelji vas ujutro voze do škole. Givate li se vi u odnosu na automobil? Ne, vi mirujete u odnosu na njega. A automobil, giba li se on u odnosu na nešto? Giba se. Automobil se giba u odnosu na cestu kojom se krećete. Kažemo da se neko tijelo giba kada ono mijenja svoj položaj u odnosu na nešto, npr. neko drugo tijelo.

Da bismo opisali gibanje tijela moramo koordinatni sustav vezati uz okolinu u odnosu na koju promatramo njegovo gibanje. Ishodište je najpovoljnije postaviti na mjesto gdje je gibanje počelo. U našem slučaju koordinatni sustav vežemo na cestu kojom automobil vozi. Početak gibanja je trenutak u kojem je automobil krenuo od kuće. Od tog trenutka počinjemo mjeriti vrijeme. Takav koordinatni sustav nazivamo referentni koordinatni sustav.

Tijekom gibanja tijelu se mijenjaju prostorne koordinate, odnosno, mijenja mu se položaj. Ukoliko želimo razmatrati gibanje automobila na putu do škole, trebamo odabrati jednu točku automobila i promatrati njeno gibanje. Možemo zamisliti da je čitav automobil predstavljen upravo odabranom točkom koju nazivamo materijalna točka.

U udžbenicima obično možete razmatrati gibanje proučavanjem nekoliko različitih načina prikaza gibanja tijela:

1. *Algebarski prikaz* – pomoću formule.
2. *Grafički prikaz* – crtanjem grafa gibanja u nekom koordinatnom sustavu.
3. *Tablični prikaz* – ispisivanjem tablice s izmjerenim (vrijeme i put) i izračunatim fizikalnim veličinama (brzina i akceleracija).
4. *Prikaz fotografijom* – fotografija gibanja iz koje možemo kvalitativno, a ponekad i kvantitativno analizirati gibanje.
5. *Prikaz ilustracijom* – crtež gibanja iz koje možemo kvalitativno, a ponekad i kvantitativno analizirati gibanje.

U ovom radu, pokazati ćemo vam novi način prikaza gibanja tijela – promatranjem i analizom gibanja pomoću video zapisa. Koristit ćemo program *Tracker* koji nam omogućava da objedinimo sve navedene načine prikaza gibanja.

1. Jednoliko gibanje po pravcu

Jednoliko gibanje po pravcu je najjednostavnije gibanje. Tijelo koje se jednoliko giba po pravcu ima stalnu brzinu. To znači da mu se brzina ne mijenja u vremenu i da shodno tome za jednak vremenski interval prelazi uvijek jednak dio puta. Vrijeme koje je proteklo između bilo koja dva položaja tijekom gibanja nazivamo vremenski interval i računamo ga kao razliku vremena konačnog i početnog položaja.

Put koji je tijelo prešlo u tom vremenskom intervalu računamo kao razliku između konačnog i početnog položaja tijela.

Sigurno ste se barem jednom u životu gobili jednoliko po pravcu, npr. kada ste putovali na more. Zamislite da automobilom putujete na more. Ograničenje brzine na autocesti je 130 km/h. Ukoliko je vaš automobil postigao brzinu od 130 km/h i gibao se tom brzinom neko vrijeme, a cesta je bila ravna i bez zavoja, možemo reći da ste u tom vremenu putovali jednoliko po pravcu brzinom od 130 km/h.

Teško ćemo u razred smjestiti autocestu da bismo mogli proučavati ovo gibanje. Stoga smo snimili pokus sa metalnom kuglicom koja pada u cijevi ispunjenoj glicerinom. Otpor glicerina i sila teže omogućavaju kuglici da se giba savršeno jednoliko po pravcu.

Potreban pribor:

- Čelična kuglica
- Prozirna cijev
- Glicerin, ulje ili voda
- Dva čepa
- Magnet
- Stalak
- Stega
- Predmet poznate duljine



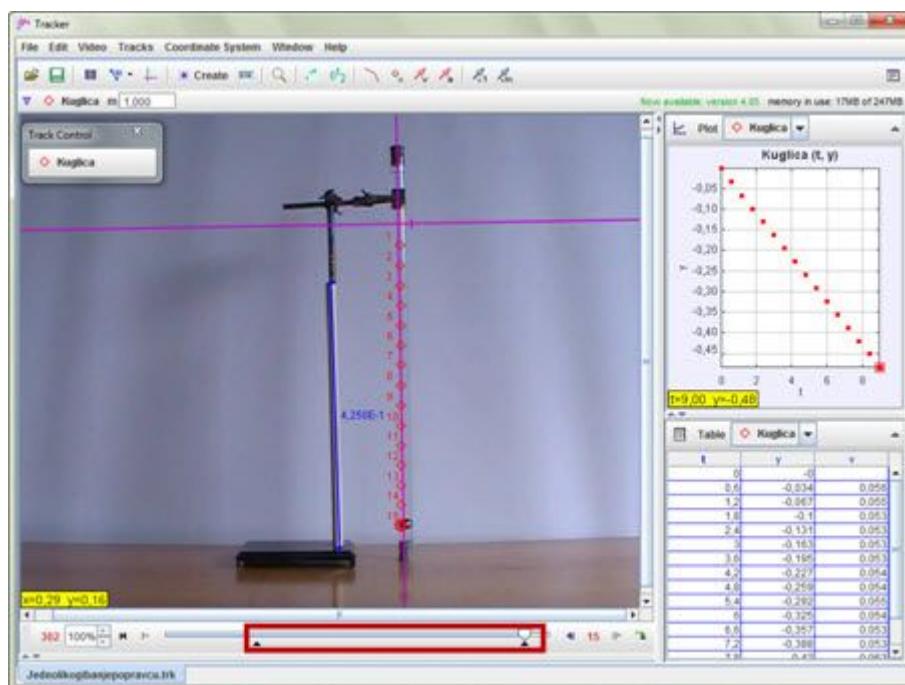
Slika 1.1 - Pokus.

Dobro zatvorimo jedan kraj staklene cijevi i ulijemo u nju glicerin (ako nemate glicerina, možete upotrijebiti ulje ili vodu). Ubacimo čeličnu kuglicu u cijev te zatvorimo i drugi kraj cijevi. Postavimo stalak na stol ili neku drugu ravnu podlogu te na njega pomoću stege učvrstimo cijev tako da je okomita na horizontalnu podlogu. Postavimo predmet poznate duljine tako da se čitav vidi u kadru (slika 1.1). Povučemo kuglicu pomoću magneta na vrh cijevi, započnemo sa snimanjem te uklonimo magnet i pustimo da kuglica pada.

Kako analizirati snimljeno gibanje – kratke upute

Iako na cd-u koji je prilog ovom radu postoji poglavlje *Pomoć* ovdje se nalazi nekoliko višemanje univerzalnih uputa kako analizirati gibanje koje ste snimili. Ovo su koraci koje smo slijedili u analizama pokusa koji se nalaze u ovom radu. Potrebno je da ih usvojite da biste mogli pratiti način na koji smo opisali gibanja. Na ove upute pozivat ćemo se kroz čitav rad. Ukoliko želite i trebate drukčiju analizu, upućujemo vas na dokument *Pomoć* na cd-u, u kojem su na vrlo jednostavan način opisane sve mogućnosti programa *Tracker*.

1. Pokrenite program *Tracker* i učitajte snimku gibanja.
2. Pomicanjem crveno uokvirenih strelica (slika 1.2) odredite dio gibanja koji želite proučavati.
3. Izvršite baždarenje duljine. Pomoću alata *Calibration stick*  označite i upišite duljinu poznatog predmeta na snimci (u našem slučaju to je bijeli plastični štap). Ovaj korak je vrlo bitan zato jer jednom kada ste *Trackeru* "rekli" koja je duljina poznatog predmeta na snimci, on prema toj duljini određuje sve ostale duljine na snimci, pa tako i primjerice duljinu ukupnog prijeđenog puta. Time osiguravate točne rezultate mjerena.
4. Postavite koordinatni sustav klikom na gumb *Show or hide the coordinate axes*  tako da ishodište postavite na početak gibanja. Obratite pažnju na to da su početne postavke programa *Tracker* takve da je pozitivni dio x-osi okrenut u desno. Pozitivni dio x-osi pri svom početku ima ucrtanu okomitu crticu. Osi možete po želji rotirati. Posebno obratite pažnju i na smjer u kojem se odvija gibanje zbog analize i interpretacije rezultata. U bilo kojem trenutku analize gibanja osi možete pomaknuti ili zarotirati te promatrati što se pritom događa sa grafovima koje *Tracker* crta.
5. Odredite da ćete tijekom proučavanja gibanja promatrati samo jednu točku predmeta koji se giba (materijalnu točku) klikom na gumb *Create*  te odabirom mogućnosti *Point mass* iz padajućeg izbornika.
6. Iz padajućeg izbornika točkaste mase koju ste upravo stvorili odaberite mogućnost *Autotrack* i za daljnje korištenje ove mogućnosti slijedite upute iz poglavlja *Pomoć*.
7. Pomoću gumba *Clip Settings*  možete otvoriti istoimeni dijaloški okvir i povećati *Step Size*, tj. smanjiti broj sličica koje promatrate. Tako ćete umanjiti vremensko razlučivanje, ali ćete povećati točnost određivanja brzine i ubrzanja.

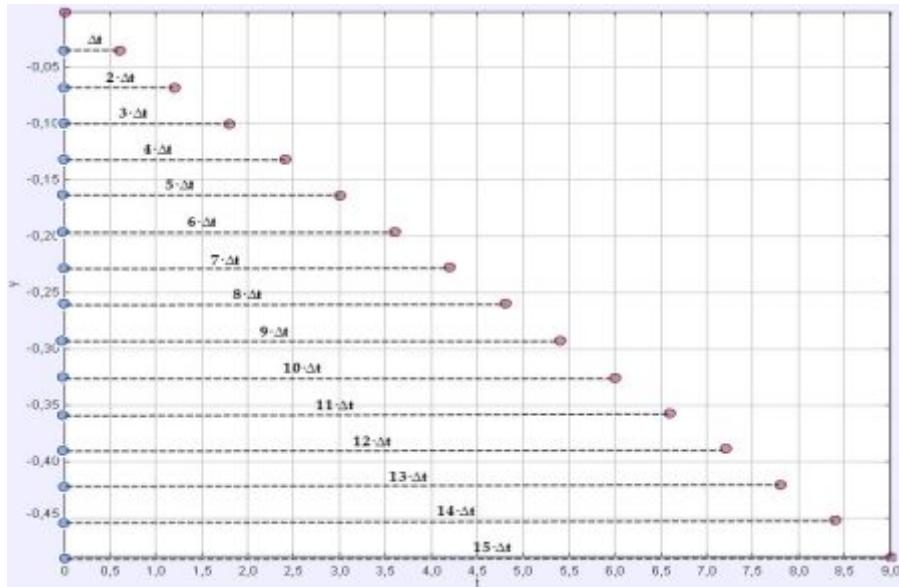


Slika 1.2 - Trackerom analizirano jednoliko gibanje po pravcu.

Da bismo lakše promatrili rezultate analize ovog gibanja povećali smo *Step Size* na 15 (vidi točka 7 u kratkim uputama). Crvene točke koje vidite u cijevi na slici 1.2 označavaju put kojim se kuglica gibala. U svakom trenutku *Tracker* iscrtava određeni broj položaja kuglice. Koliko točaka će *Tracker* iscrtati ovisi o tome kakav ste *Step Size* odabrali. Ovdje ih vidite

samo 15 jer smo postavili takav korak. Podatke o vremenu, položaju i brzini vidite u tablici u donjem desnom dijelu slike 1.2. Klikom na gumb **Table** otvara se dijaloski okvir u kojem možete izabrati koje podatke želite vidjeti u tablici.

U našem pokusu čitavo gibanje odvija se duž y-osi. Promotrimo y - t graf koji prikazuje koliki je put y tijelo prešlo u vremenu t (slika 1.3).



Slika 1.3 - Jednoliko gibanje po pravcu - kako nastaje y-t graf.

Položaji kuglice tijekom gibanja (ono što vidite na filmu) prikazani su plavim točkama postavljenim duž y-osi. Graf y - t nastaje tako da n -tu točku na y-osi pomičemo za $n\Delta t$ u smjeru t -osi pri čemu je Δt vrijeme trajanja jedne sličice filma (frame), a n prirodni broj. Za naš pokus vrijedi $n \in \{1, 2, 3, \dots, 15\}$. Na slici 1.3 y - t graf prikazan je crvenim točkama.

Čitavo gibanje odvija se u negativnom smjeru y-osi i zato su vrijednosti koordinate y negativne. Primijetite da prva crvena točka u gornjem lijevom dijelu grafa označava položaj kuglice u $t = 0,0$ s, a zatim svaka sljedeća crvena točka označava položaj kuglice nakon što protekne određeni broj intervala vremena $\Delta t = 0,6$ s. Kuglica tijekom čitavog gibanja u jednakim vremenskim intervalima prelazi jednak dio puta. Na temelju podataka iz ovog grafa možemo izračunati kojom srednjom brzinom se kuglica gibala.

Srednja brzina je omjer ukupnog puta y_{uk} koji je tijelo prešlo tokom svog gibanja i vremena t_{uk} koje mu je za to bilo potrebno

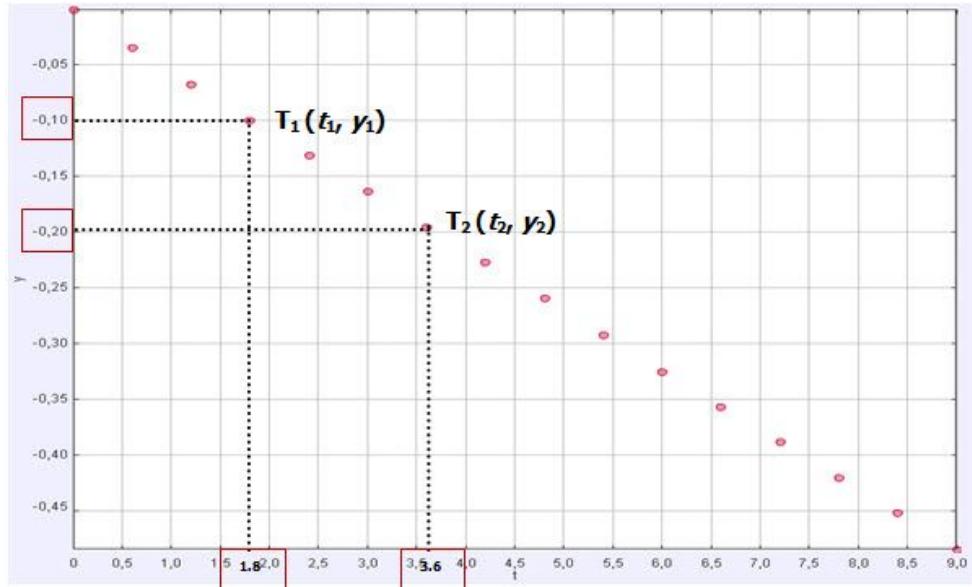
$$\bar{v} = \frac{y_{uk}}{t_{uk}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{ms}^{-1} \right]. \quad (1.1)$$

Izračunajmo kojom se srednjom brzinom gibala naša kuglica. Iz y - t grafa očitamo da je $y_{uk} = -0,5$ m, a $t_{uk} = 9,0$ s. Slijedi

$$\bar{v} = \frac{y_{uk}}{t_{uk}} = \frac{-0,5 \text{ m}}{9,0 \text{ s}} = -0,055 \text{ ms}^{-1}.$$

Zanima nas kojom se brzinom kuglica gibala od trenutka $t_1 = 1,8$ s do trenutka $t_2 = 3,6$ s. Kako bismo to izračunali?

Za početak očitajmo iz y - t grafa položaje na kojima se kuglica nalazi u tim trenucima.



Slika 1.4 - Jednoliko gibanje po pravcu, očitavanje y - t grafa.

Put koji je kuglica prešla od trenutka $t_1 = 1,8$ s do trenutka $t_2 = 3,6$ s jednak je razlici y -koordinata položaja kuglice u tim trenucima $\Delta y = y_2 - y_1 = 0,1 - 0,2 = -0,1$ m. Vrijeme potrebno da prijeđe taj put izračunat ćemo tako da oduzmemo vrijeme konačnog trenutka od vremena početnog trenutka gibanja. To je vremenski interval $\Delta t = t_2 - t_1 = 3,6 - 1,8 = 1,8$ s.

Brzina kojom se kuglica gibala od trenutka t_1 do trenutka t_2 jednakaka je omjeru

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}. \quad (1.2)$$

Što daje vrijednost

$$v = \frac{-0,1 \text{ m}}{1,8 \text{ s}} = -0,055 \text{ ms}^{-1}.$$

Vidimo da je ova brzina jednaka srednjoj brzini (1.1) jer se radi o jednolikom gibanju po pravcu.

U početnom trenutku $t_1 = 1,8$ s kuglica se nalazi na položaju $y_1 = 0,1$ m, točka kojom je to prikazano na grafu ima koordinate $T_1(1,8, 0,1)$. U idućem trenutku $t_2 = 3,6$ s kuglica se nalazi na položaju $y_2 = 0,2$ m. Točka kojom je to prikazano na grafu ima koordinate $T_2(3,6, 0,2)$.

Na slici 1.4 vidimo da je y - t graf pravac određen točkama $T_1(t_1, y_1)$ i $T_2(t_2, y_2)$. Napišimo jednadžbu pravca kroz ove dvije točke:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} (t - t_1) = k(t - t_1). \quad (1.3)$$

Usporedimo li izraze (1.2) i (1.3) vidimo da je koeficijent smjera pravca k (nagib pravca) jednak brzini v kojom se kuglica giba. To vrijedi uvijek.

Iznos brzine jednak je iznosu koeficijenta smjera pravca y - t grafa.

Nagib ovog pravca je stalan upravo zato jer je brzina v kojom se kuglica giba stalna. Kuglica se giba jednoliko po pravcu.

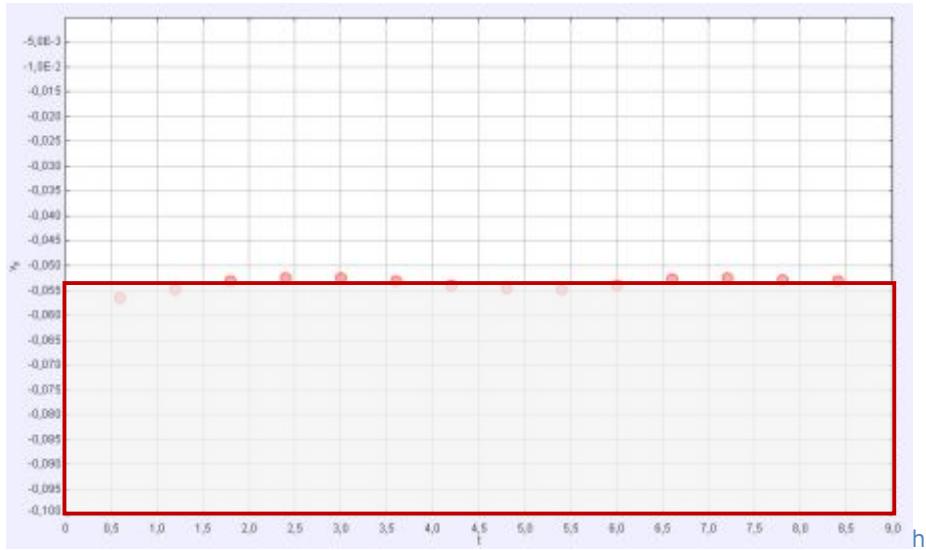
Do sada smo računali brzinu kojom se tijelo gibalo u određenom vremenskom intervalu.

Kako bismo izračunali brzinu u nekom trenutku?

Vremenski interval Δt u kojem promatramo gibanje određen je vremenom koje protekne između dviju sličica filma (*frame*) i za *Step size* 15 iznosi 0,6 s. Kada bismo htjeli odrediti brzinu u točno određenom vremenskom trenutku, skraćivali bismo interval Δt , tj. smanjivali *Step size*. Što više skraćujemo vremenski interval, to se više skraćuje i put koji je tijelo prešlo u tom intervalu.

Brzina koju izračunamo za interval Δt takav da je trenutak t_2 vrlo blizu trenutku t_1 , tj. razlika $\Delta t = t_2 - t_1$ vrlo mala, zove se trenutačna brzina.

Promotrimo sada v_y - t graf ovog gibanja.



Slika 1.5 - Graf ovisnosti brzine o vremenu za jednoliko pravocrtno gibanje.

Na slici 1.5 ispod v - t grafa postavljen je crveni pravokutnik. Površinu pravokutnika računamo prema izrazu

$$P = a \cdot b,$$

u kojem su a i b stranice pravokutnika. Jedna stranica pravokutnika jednaka je srednjoj brzini tijela, a druga ukupnom vremenu gibanja. Dakle površina mu je:

$$P = \bar{v} \cdot t_{uk} = -0,055 \text{ ms}^{-1} \cdot 9 \text{ s} = -0,5 \text{ m.}$$

Iz jednadžbe 1.1 slijedi

$$y_{uk} = \bar{v} \cdot t_{uk}.$$

Ovdje je y_{uk} put koji je tijelo prešlo gibajući se srednjom brzinom \bar{v} u vremenu t_{uk} . Taj put možemo također direktnoочitati iz y - t grafa (slika 1.4). Zadnja točka gibanja na grafu je $y_{uk} = -0,48 \text{ m} \approx -0,5 \text{ m}$.

Površina našeg pravokutnika i ukupni pređeni put su međusobno jednaki. Uvijek vrijedi:

Površina ispod $v-t$ grafa jednaka je putu koji je tijelo prešlo tijekom gibanja.



Na cd-u koji je prilog ovom radu nalazi se snimka jednolikog gibanja po pravcu pod nazivom *1. Jednoliko gibanje po pravcu*. Možete ga samostalno analizirati za vježbu

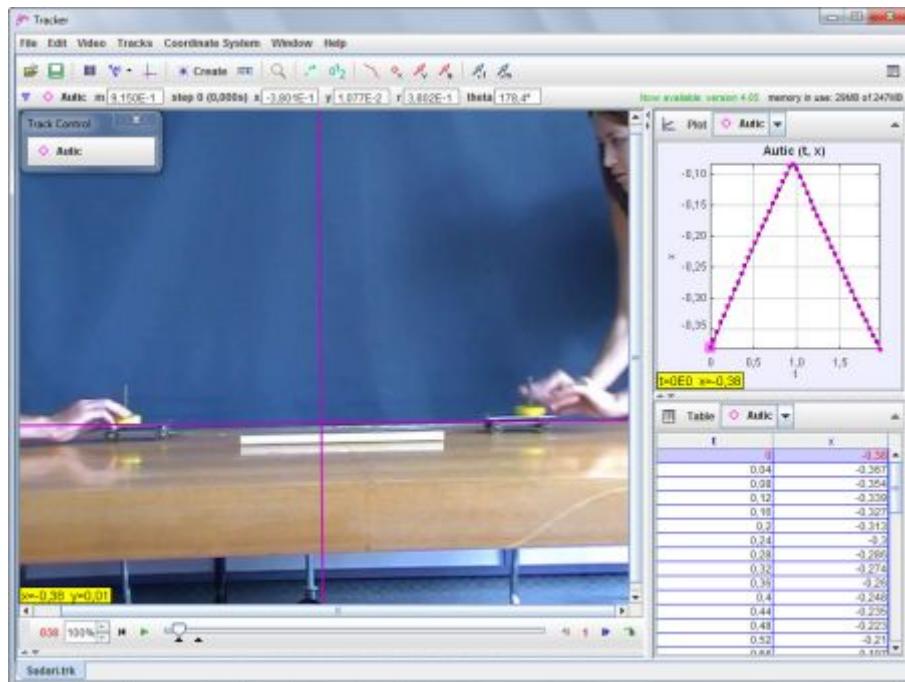


Nakon što ste, sa svojim nastavnikom ili samostalno, obradili ovu nastavnu jedinicu predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete uz pomoć Trackera analizirati neko stvarno gibanje. U stvarnosti ne postoji mnogo gibanja koja bismo mogli okarakterizirati kao jednoliko gibanje po pravcu. Možda su takva gibanja velikih tankera i brodova za krstarenje? Pokušajte ih sami snimiti i analizirati. Na YouTube-u postoji snimka najvećeg broda za krstarenje na svijetu *Oasis of the Seas* kako uplovjava u luku. Možete je preuzeti prema uputama za preuzimanje filmova te je analizirati na opisani način.

2. Put i pomak

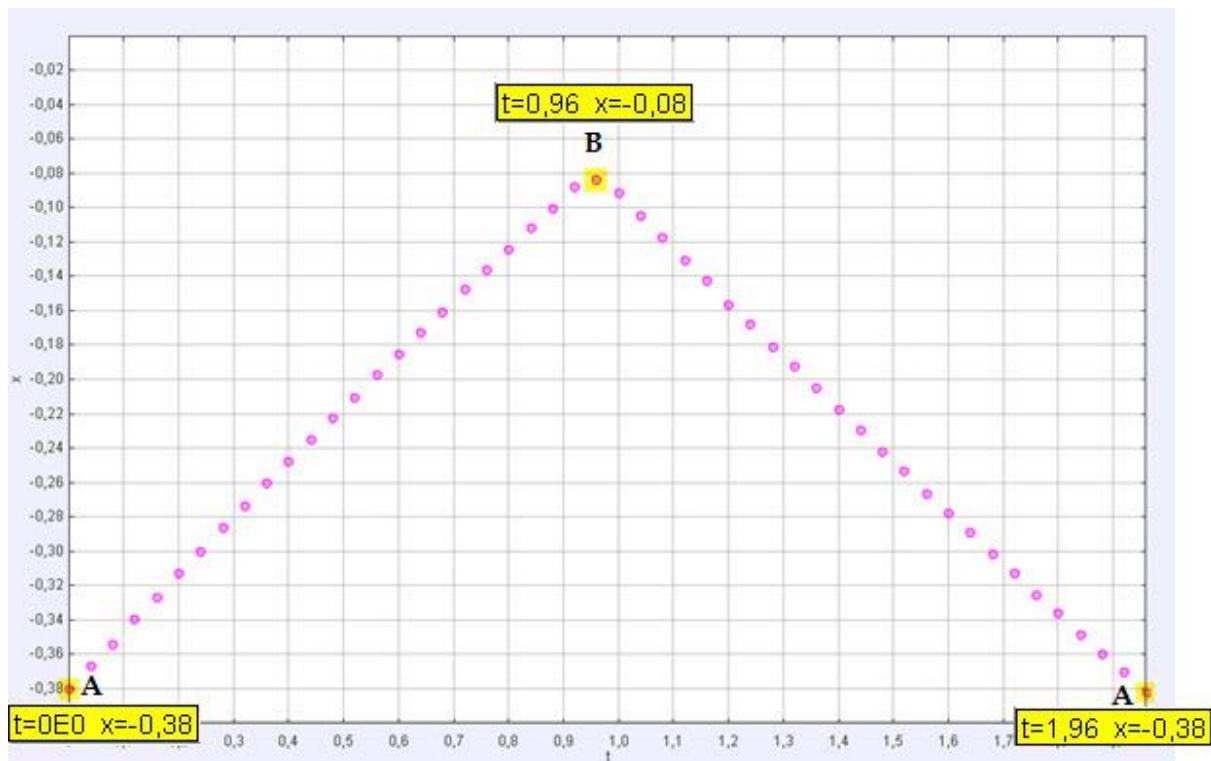
Put i pomak su dva pojma za koje je vrlo bitno da ih razlikujete. Zamislite da se neki autić gibao od neke točke A do neke točke B i natrag, od točke B do točke A. Koliki put je prešao tijekom gibanja? Koliki je pomak autića?

Da bismo razjasnili ova dva pojma, snimili smo elastični sudar dvojih kolica i pratili gibanje samo jednih. Ovo gibanje je idealno za promatranje jer možemo uzeti samo onaj dio filma u kojem se kolica gibaju iz početne točke A do točke sudara B i natrag u točku A.



Slika 2.1 – Promatramo samo gibanje ljevih kolica u snimci elastičnog sudara kolica.

Pogledajmo x - t graf ovog gibanja. Naučili smo da taj graf pokazuje put koji je tijelo prešlo u vremenu gibanja.



Slika 2.2 – Gibanje kolica prilikom sudara, x-t graf.

Iz grafa vidimo da je u početnom trenutku $t_0 = 0$ s tijelo na položaju A s koordinatom $x_0 = -0,38$ m. Na istom položaju tijelo se nalazi i u trenutku $t_1 = 1,96$ s. Pomaknuti se od neke točke znači udaljiti se od te točke. Koliki je pomak kolica u ovom slučaju?

S obzirom da su kolica u početnom i konačnom trenutku gibanja na istom položaju, jasno je da je pomak kolica jednak 0 metara.

Pomak je vektor usmjeren iz početnog prema konačnom položaju. Dva ili više pomaka možemo zbrajati i oduzimati prema pravilima za zbrajanje i oduzimanje vektora. Iznos pomaka je najkraća udaljenost između početnog i konačnog položaja.

Ustanovili smo da je pomak kolica u ovom slučaju jednak 0 metara. Znači li to da je i ukupni put koji su kolica prešla jednak 0 metara?

Kolica su od trenutka $t_0 = 0$ s do polovice trajanja gibanja $t = 0,98$ s prešla $0,30$ m, a do trenutka $t_1 = 1,96$ još $0,30$ m. Ukupni put koji su kolica prešla jednak je zbroju tih puteva $s_{uk} = 0,60$ m.

Put je skalarna veličina. To je suma iznosa pomaka od početne do konačne točke gibanja, mjerena u metrima duž putanje kojom se tijelo gibalo.

3. Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje

Naučili smo da je jednoliko gibanje po pravcu gibanje stalnom brzinom, pri čemu tijelo za jednak vremenski interval prelazi uvijek jednak dio puta. Postoje međutim gibanja kod kojih se brzina mijenja.

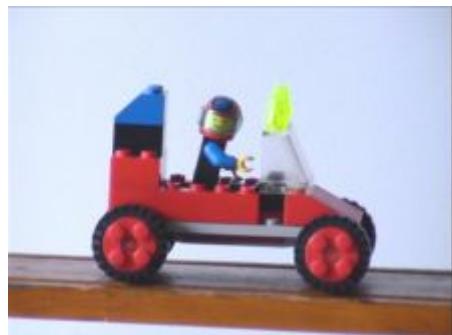
Ako se tijelu u jednakim vremenskim intervalima brzina uvijek povećava za jednak iznos kažemo da se tijelo giba jednoliko ubrzano.

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje je slučaj takvog gibanja duž pravca.

U svrhu razmatranja ubrzanog gibanja snimili smo autić načinjen od lego kocaka kako se giba niz kosinu. Kakvo je to gibanje?

Potreban pribor:

- Autić
- Kosina promjenjivog nagiba
- Predmet poznate duljine



Slika 3.1 - Autić na kosini.



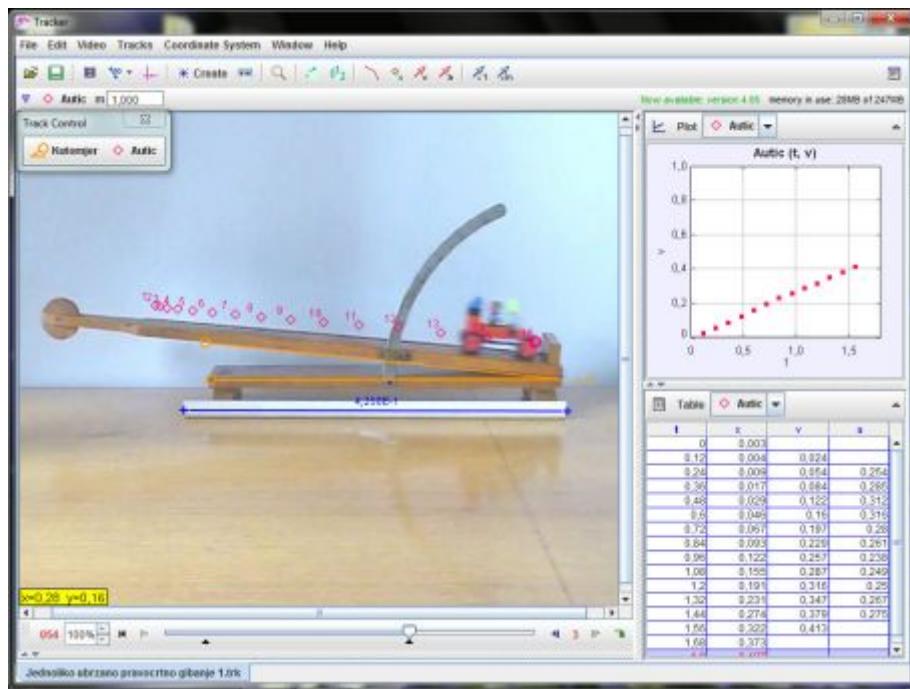
Slika 3.2 – Pokus.

Tijek pokusa:

Kosinu postavimo na stol ili neku drugu ravnu podlogu. Predmet poznate duljine postavimo tako da se čitav vidi u kadru (slika 3.2). Započnemo sa snimanjem i pustimo autić da se giba niz kosinu.

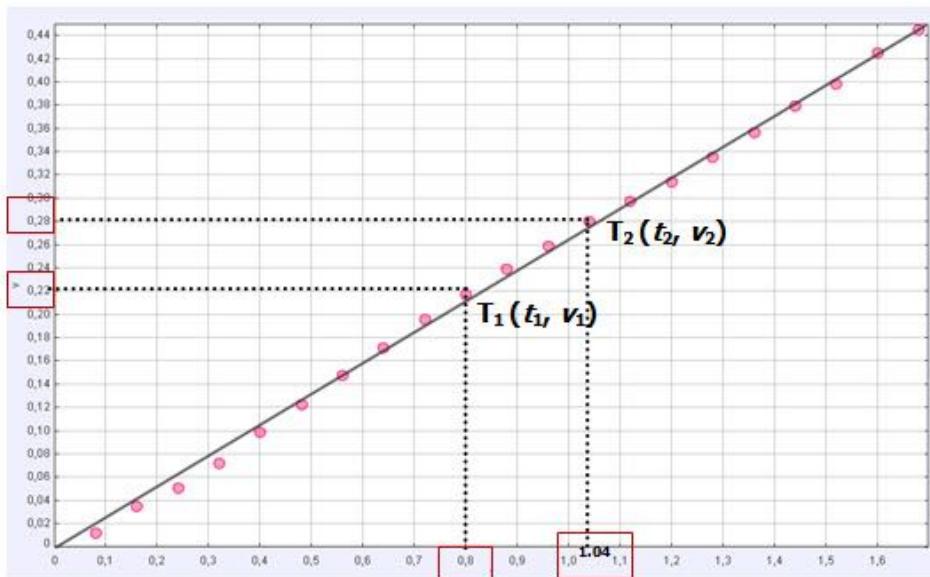
Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10. Ovdje je važno zarotirati koordinatni sustav tako da x-os položite duž kosine.

Na slici 3.3 obratite pažnju na kutomjer istaknut žutom bojom preko kosine. Kutomjer je alat *Trackera*. Koristimo ga tako da kliknemo na gumb **Create** te iz padajućeg izbornika izaberemo mogućnost *Measuring Tools* → *Protractor*. Njime smo izmjerili da je naša kosina nagnuta pod kutem od 6° .



Slika 3.3 – Trackerom proučavamo ubrzano gibanje na kosini.

Promotrimo v - t graf koji pokazuje kako se brzina mijenja u vremenu (slika 3.4).



Slika 3.4 – Gibanje niz kosinu, v - t graf.

Na slici 3.4 odabrane su točke $T_1(t_1, v_1)$ i $T_2(t_2, v_2)$ v - t grafa.

Omjer brzine $\Delta v = v_2 - v_1$ i vremenskog intervala $\Delta t = t_2 - t_1$ zove se ubrzanje ili akceleracija.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \left[\frac{\text{ms}^{-1}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{m s}^{-2} \right] \quad (3.1)$$

U jednadžbi (3.1) t_1 je početni trenutak u kojem tijelo ima brzinu v_1 , a t_2 konačni trenutak promatranja gibanja u kojem tijelo ima brzinu v_2 .

Kako bismo izračunali ubrzanje tijela primjerice od trenutka $t_1 = 0,80$ s do trenutka $t_2 = 1,04$ s?

Iz v - t grafa (slika 3.4) očitamo da u trenutku $t_1 = 0,80$ s autić ima brzinu $v_1 = 0,22 \text{ ms}^{-1}$, a u trenutku $t_2 = 1,04$ s brzinu $v_2 = 0,28 \text{ ms}^{-1}$. Slijedi

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0,06 \text{ ms}^{-1}}{0,24 \text{ s}} = 0,25 \text{ ms}^{-2}.$$

Početna točka na grafu ima koordinate $T_1 (0,80, 0,22)$, a konačna koordinate $T_2 (1,04, 0,28)$.

Točke $T_1 (t_1, v_1)$ i $T_2 (t_2, v_2)$ određuju pravac. Napišimo jednadžbu pravca kroz ove dvije točke:

$$v - v_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} (t - t_1) = k(t - t_1). \quad (3.2)$$

Usporedimo jednadžbe 3.1 i 3.2. Vidimo da je koeficijent smjera pravca k (nagib pravca) jednak ubrzanju autića. To vrijedi uvijek.

Iznos ubrzanja jednak je iznosu koeficijenta smjera pravca v - t grafa.

Možemo zapisati

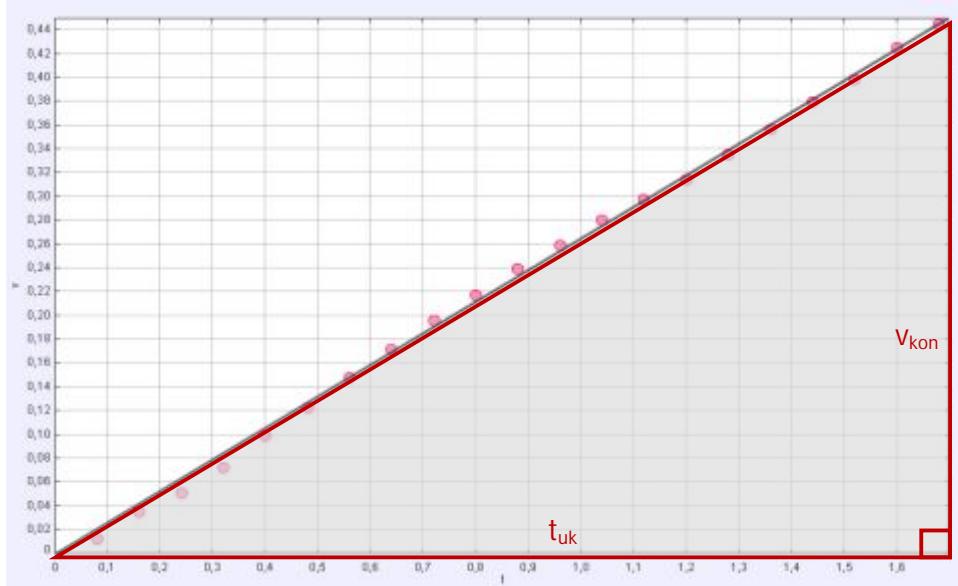
$$v - v_0 = a(t - t_0). \quad (3.3)$$

Nagib ovog pravca je stalan upravo zato jer je ubrzanje autića stalno. Autić na kosini giba se jednoliko ubrzano po pravcu.

Na slici 3.4 vidimo da v - t graf kreće iz ishodišta koordinatnog sustava, tj. da je u trenutku $t_0 = 0$ s, početna brzina autića $v_0 = 0 \text{ ms}^{-1}$. Autić miruje, odnosno njegova početna brzina jednaka je nuli. Uvrštavanjem ovih vrijednosti u jednadžbu (3.3) dobivamo

$$v = a \cdot t. \quad (3.4)$$

U poglavlju o jednolikom gibanju po pravcu naučili smo da je površina ispod v - t grafa gibanja jednaka putu koji je tijelo prešlo tijekom gibanja. To vrijedi i za jednoliko ubrzano gibanje. Kod jednolikog ubrzanog pravocrtnog gibanja bez početne brzine to je površina pravokutnog trokuta nacrtanog ispod v - t grafa na slici 3.5.



Slika 3.5 - Površina ispod v-t grafa za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje bez početne brzine označena je pravokutnim trokutom.

Jednadžba za površinu pravokutnog trokuta je

$$P = \frac{a \cdot b}{2}, \quad (3.5)$$

gdje su a i b katete. U našem slučaju to su iznos konačne brzine tijela v_{kon} i ukupno vrijeme gibanja t_{uk} pa za prijeđeni put vrijedi:

$$P = \frac{v_{\text{kon}} \cdot t_{\text{uk}}}{2} = \frac{0,44 \text{ ms}^{-1} \cdot 1,68 \text{ s}}{2} = 0,37 \text{ m}.$$

Ovu vrijednost možemo usporediti s vrijednošću direktno očitanom iz zadnje točke $x-t$ grafa, $x_{\text{uk}} = 0,37$ m. Put koje tijelo prijeđe u vremenu t pri jednoliko ubrzanom pravocrtnom gibanju bez početne brzine jednak je

$$s = \frac{1}{2} v t, \quad (3.6)$$

gdje je v brzina na kraju gibanja.

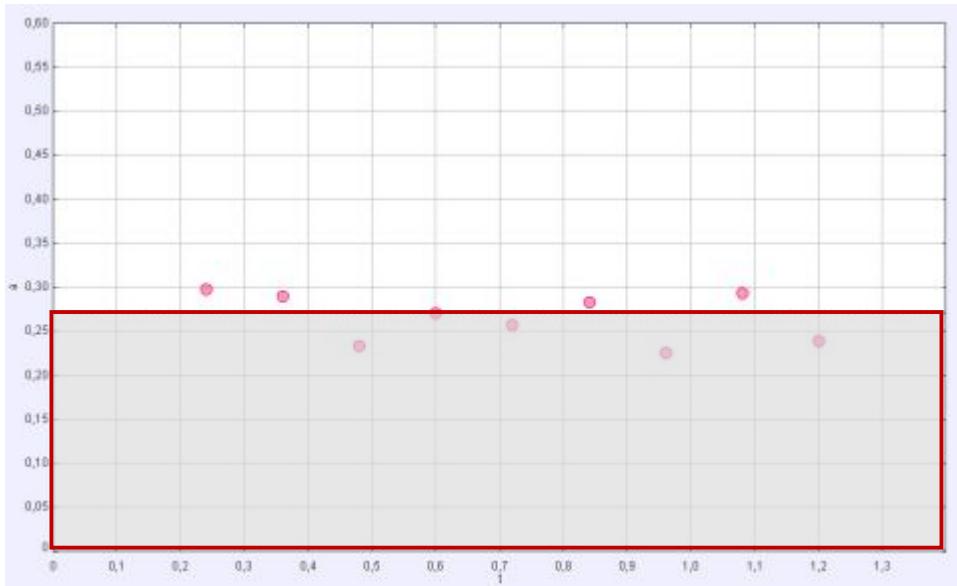
Uvrstimo li sada u (3.6) izraz za brzinu (3.4) dobiti ćemo izraz koji povezuje put, ubrzanje i vrijeme

$$s = \frac{1}{2} v t = \frac{1}{2} a \cdot t \cdot t = \frac{1}{2} a \cdot t^2. \quad (3.7)$$

Izvedimo još i izraz kojim ćemo povezati brzinu, akceleraciju i put tako što ćemo uvrstiti izraz za vrijeme iz (3.4) u (3.7)

$$s = \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{v}{a} \right)^2 = \frac{v^2}{2a}. \quad (3.8)$$

Promotrimo sada $a-t$ graf ovog gibanja.



Slika 3.6 - Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje, a-t graf.

Kod jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja ubrzanje je konstantno. Stoga je $a-t$ graf pravac paralelan s t -osi. Naša su mjerena prikazana crvenim kružićima na slici 3.6. Rasipanje točaka je posljedica pogrešaka u mjerenu koje nastaju zbog vremenskog i prostornog razlučivanja kamere te oštine i broja kadrova koje kamera snima u sekundi. Iz slike možemo očitati da ubrzanje našeg autića iznosi $a = 0,28 \text{ ms}^{-2}$.

Na slici je ispod $a-t$ grafa postavljen crveni pravokutnik čiju površinu računamo prema formuli

$$P = a \cdot b.$$

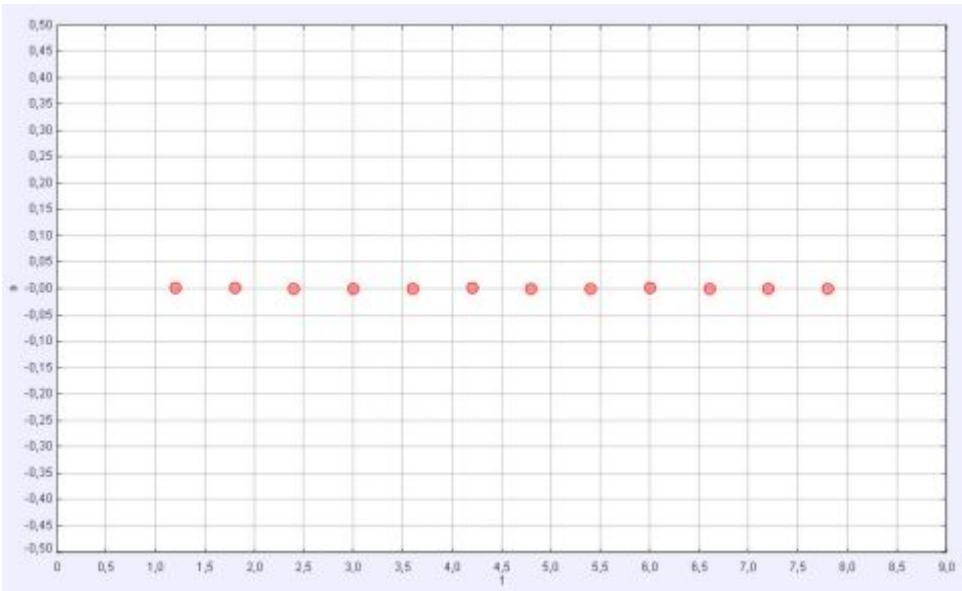
Stranice pravokutnika a i b su iznos ubrzanja tijela i ukupno vrijeme gibanja. Dakle površina mu je

$$P = a \cdot t. \quad (3.9)$$

Dobili smo izraz jednak izrazu (3.4) za brzinu. Očito je da:

Površina ispod $a-t$ grafa jednaka je postignutoj brzini v .

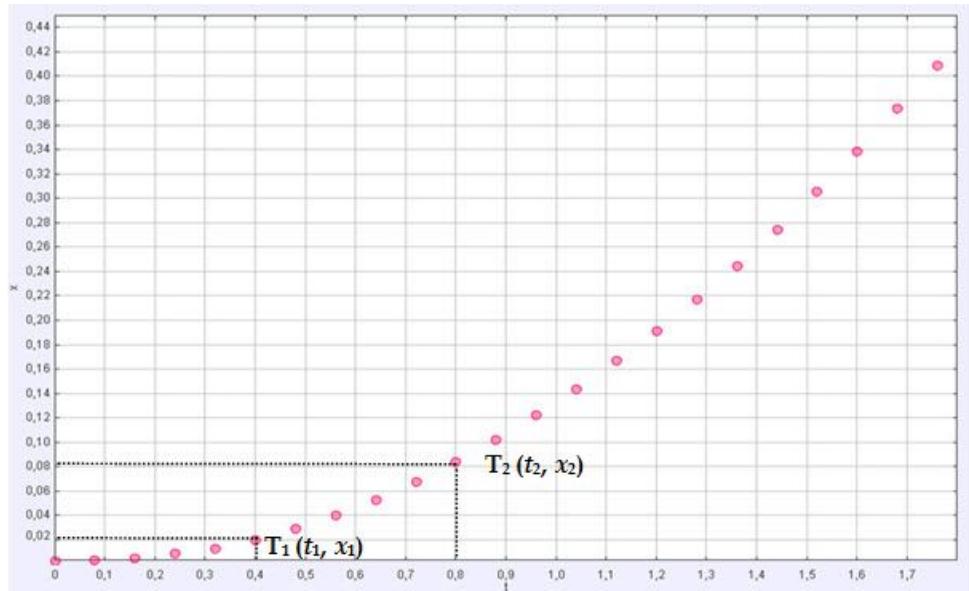
Sada kada znamo što je ubrzanje možemo promotriti i $a-t$ graf prikazan na slici 3.7 koji Tracker crta za jednoliko pravocrtno gibanje sa slike 1.4.



Slika 3.7 - Jednoliko gibanje po pravcu, a-t graf.

U slučaju jednolikog pravocrtnog gibanja nema promjene brzine u vremenu, dakle ubrzanje je jednako nuli.

Preostaje nam još proučiti izgled x - t grafa za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje.



Slika 3.8 - Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje, x-t graf.

Slika 3.8 prikazuje x - t graf gibanja autića niz kosinu. Na grafu su označene točke $T_1(t_1, x_1)$ i $T_2(t_2, x_2)$ čije koordinate trebamo očitati.

Gibanje započinje u $t_0 = 0$ s odnosno u ishodištu vremenske skale, trenutak t_1 nastaje 0,4 s nakon početka gibanja, a trenutak $t_2 = 0,8$ s nakon dvostruko više vremena. U t_1 autić se nalazi na udaljenosti $x_1 = 0,02$ m, a u t_2 na udaljenosti $x_2 = 0,08$ m od ishodišta koordinatnog sustava. Omjer prijeđenih puteva jednak je omjeru kvadrata vremena gibanja.

$$\frac{x_2}{x_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = 4,0$$

To znači da naš autić u dvostruko većem vremenu prelazi četiri puta veći put. Takvu ovisnost opisujemo kvadratnom funkcijom $x = t^2$. Kod jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja prijeđeni put je kvadratna funkcija vremena.

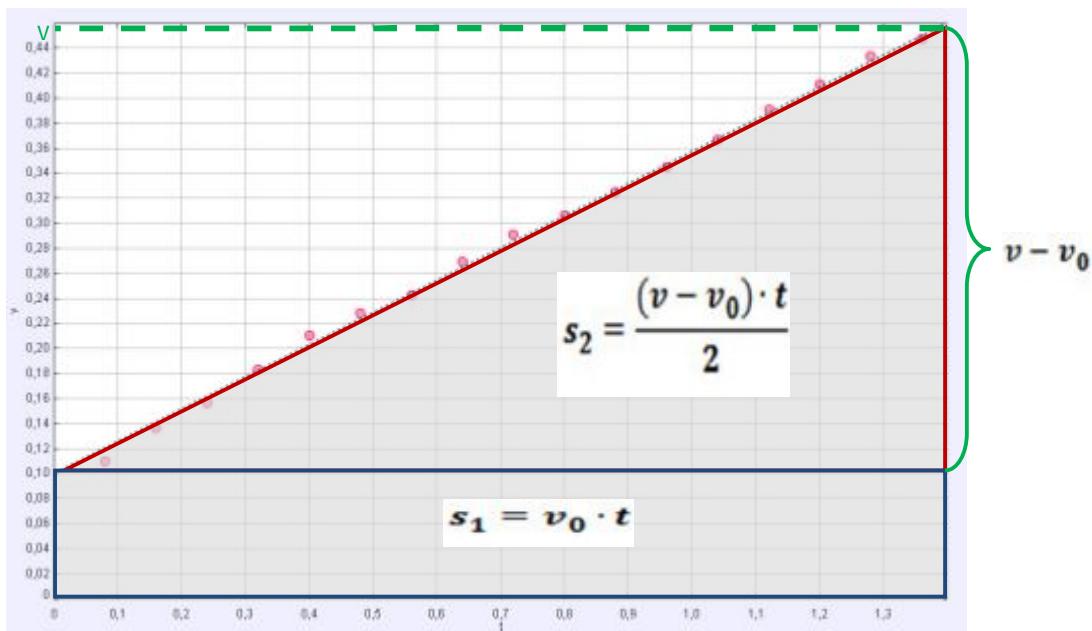
Kako izgledaju grafovi kod jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja s početnom brzinom različitom od nule? Koje jednadžbe opisuju to gibanje?

Tracker nam omogućuje da jednostavnom promjenom kadra od kojeg počinjemo pratiti gibanje, "stvorimo" gibanje s početnom brzinom. Slika 3.9 nastala je nakon što smo početni kadar postavili sedam sličica kasnije pomicanjem lijevog graničnika isječka filma i počeli pratiti film u trenutku kada se autić već gibao.

Poigrajmo se sada malo s jednadžbama. Vrijeme ćemo mjeriti od početka promatranja, tako da vrijedi $t_0 = 0$ s. Izraz (3.3) za brzinu je tada jednak

$$v = v_0 + at. \quad (3.10)$$

Slika 3.9 prikazuje $v-t$ graf za ovo gibanje.



Slika 3.9 - Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom, $v-t$ graf.

Prijeđeni put jednak je površini ispod grafa, tj. zbroju površine pravokutnog trokuta s_2 i pravokutnika s_1 ,

$$s = s_1 + s_2 = v_0 t + \frac{(v - v_0) \cdot t}{2}, \quad (3.11)$$

ili površini trapeza kojeg zajedno čine trokut i pravokutnik

$$s = \frac{(v_0 + v) \cdot t}{2} = \bar{v} \cdot t. \quad (3.12)$$

Izvedimo još neke korisne izraze. Uvrštavanjem brzine (3.10) u (3.11) dobivamo:

$$s = v_0 t + \frac{(v_0 + at - v_0) \cdot t}{2} = v_0 t + \frac{v_0 t + at \cdot t - v_0 t}{2}$$

↓

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (3.13)$$

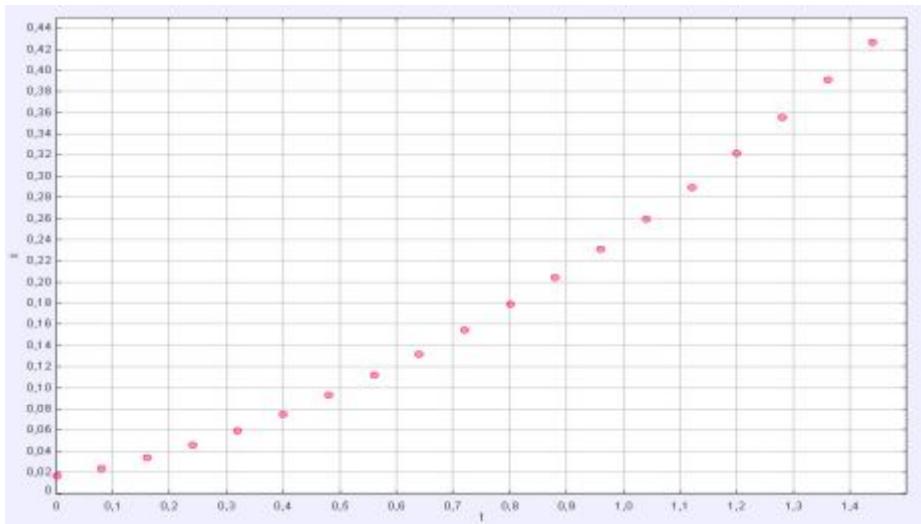
Uvrštavanjem izraza za vrijeme t iz (3.10) u (3.12) slijedi:

$$s = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot \frac{(v - v_0)}{a}$$

↓

$$2as = v^2 - v_0^2. \quad (3.14)$$

Slika 3.10 prikazuje $x-t$ graf za jednoliko ubrzano gibanje s početnom brzinom.



Slika 3.10 - Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom, $x-t$ graf.

Za razliku od slike 3.8 uočavamo odsječak na x -osi. U trenutku kada smo mi počeli pratiti gibanje autić je već prešao početni put $x_0 = 0,02$ m. Također, pomaci se više ne odnose kao kvadратi vremena.

Prikažimo još jednom sve izvedene izraze u tablici 3.1:

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje	Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom
$v = a \cdot t$	$v = v_0 + at$
$a = \frac{v}{t}$	$a = \frac{v - v_0}{t}$
$s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s = v_0 t + \frac{(v - v_0) \cdot t}{2} = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
$v = \sqrt{2as}$	$v = \sqrt{v_0 + 2as}$

Tablica 3.1 – Formule za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa i bez početne brzine.

Slobodni pad – kakvo je to gibanje?

Sigurno imate mnogo iskustva sa tijelima koja slobodno padaju. Slobodni pad je vrlo uobičajena pojava u prirodi i zato ćemo ga obraditi kao zaseban slučaj gibanja.

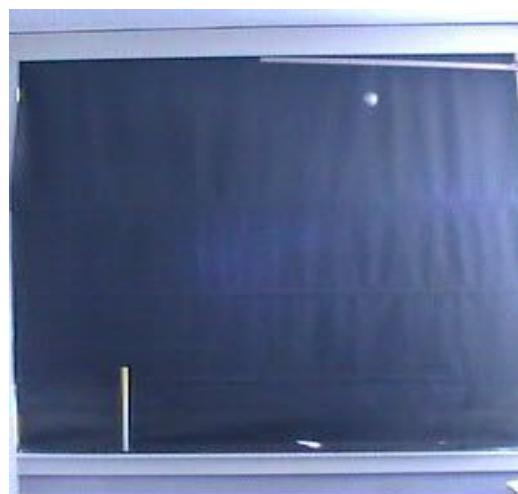
Siла teža je privlačna sila usmjerenja prema Zemljinom središtu kojom Zemlja djeluje na sva tijela u svojoj blizini. Ona je to jača što smo bliže površini Zemlje. Da bismo proučili slobodni pad snimili smo pad kuglice ispred kontrastnog platna.

Potreban pribor:

- Kuglica
- Kontrastna pozadina
- Predmet poznate duljine

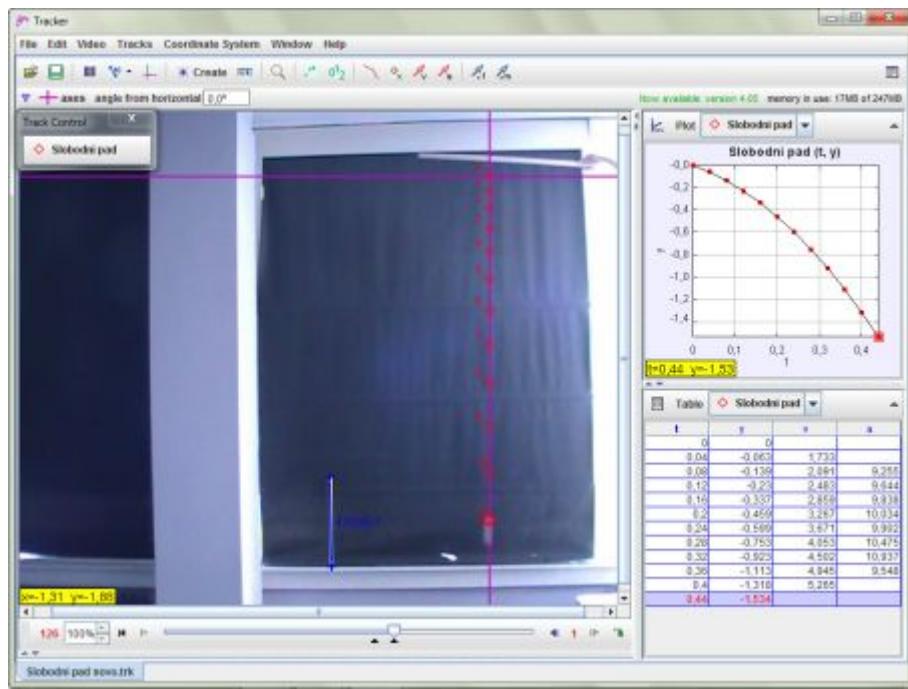
Tijek pokusa:

Postavimo kameru na dovoljnu udaljenost i tako da snima okomito na ravnicu u kojoj se nalazi kontrastna pozadina. Predmet poznate duljine postavimo tako da se čitav vidi u kadru (plastični štap na slici 3.11). Započnemo sa snimanjem i pustimo kuglicu da slobodno pada ispred kontrastne pozadine.



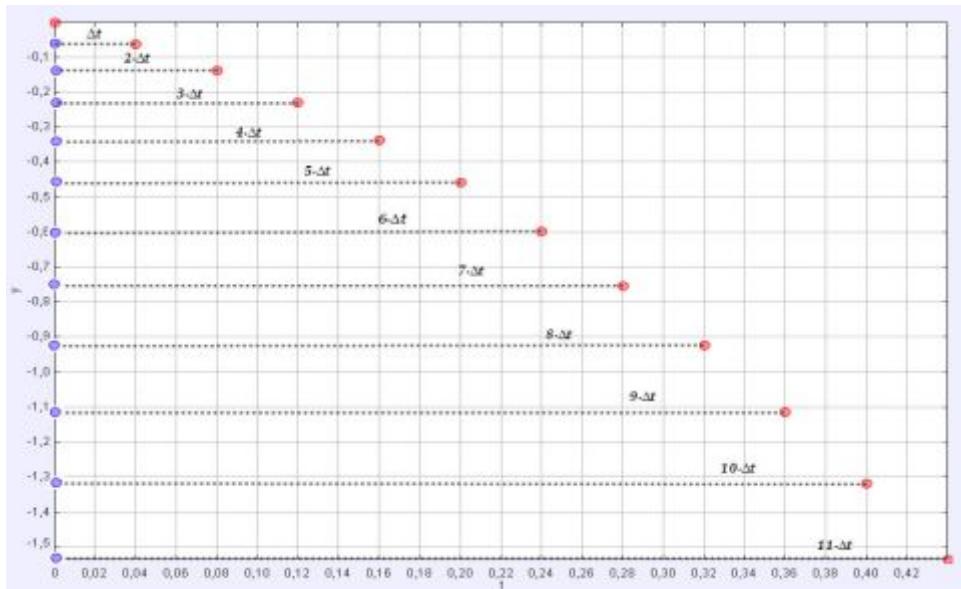
Slika 3.11 - Pokus.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.



Slika 3.12 - Trackerom analiziran slobodni pad.

U našem pokusu čitavo gibanje odvija se duž negativne y -osi. Promotrimo y - t graf koji prikazuje koliki je put y kuglica prešla u vremenu t (Slika 3.13).



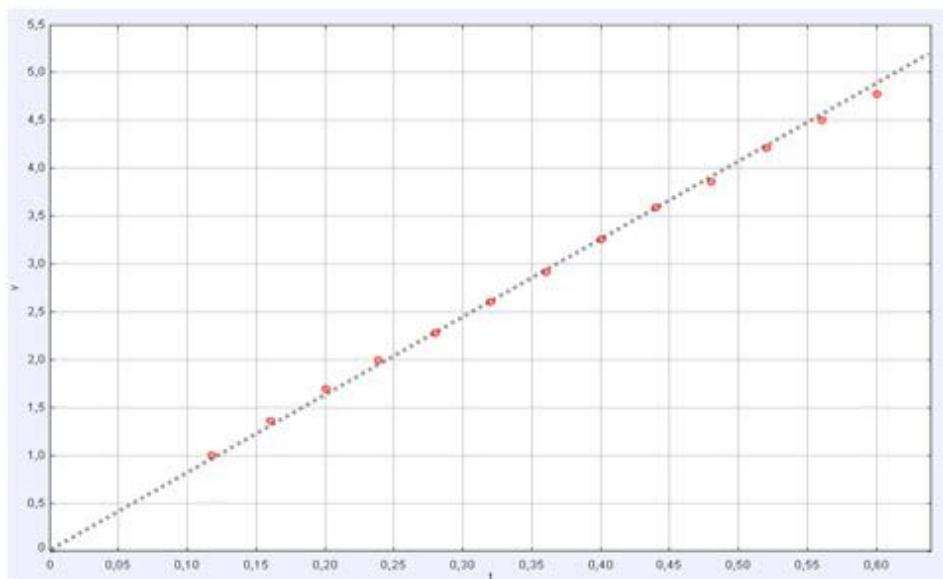
Slika 3.13 - Slobodni pad, y - t graf.

Položaji kuglice tokom gibanja (ono što vidimo na filmu) prikazani su plavim točkama postavljenim duž y-osi. Kao što smo već rekli, y-t graf nastaje tako da n -tu točku na y-osi pomičemo za $n \cdot \Delta t$ u smjeru t-osi pri čemu je Δt vrijeme trajanja jedne sličice filma, a n prirodni broj. Na slici 3.13 y-t graf prikazan je crvenim točkama.

Čitavo gibanje odvija se u negativnom dijelu y-osi i zato su vrijednosti pomaka negativne. Primijetite da prva crvena točka u gornjem lijevom dijelu grafa označava položaj kuglice u $t = 0$ s, a zatim svaka sljedeća crvena točka označava položaj kuglice nakon što protekne određeni broj intervala vremena $\Delta t = 0,4$ s. Međutim, vidimo da za razliku od jednolikog gibanja po pravcu, u slučaju slobodnog pada kuglica tokom gibanja u jednakim vremenskim intervalima Δt prelazi sve veći i veći put. Ti se putevi odnose kao neparni brojevi 1, 3, 5, 7...

Ovakav graf smo već vidjeli na slici 3.8 samo je zbog odabira koordinatnog sustava gibanje bilo u pozitivnom smjeru x-osi, a gibanje se sada odvija u negativnom smjeru y-osi. Kao što smo tamo već pokazali, to znači da će naša kuglica u dvostruko većem vremenu preći četiri puta veći put, što možemo i pročitati iz y-t grafa.

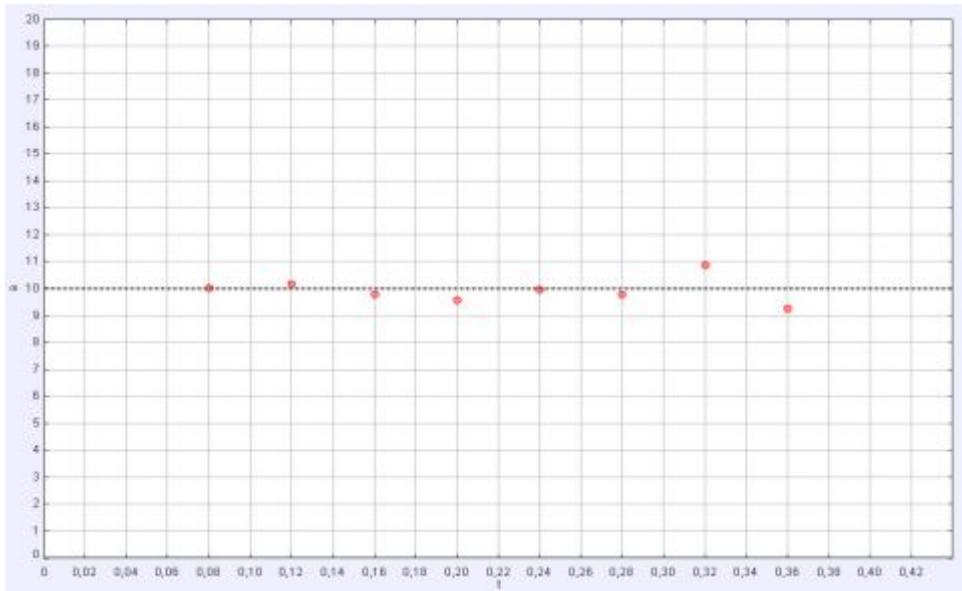
Promotrimo sada v-t graf slobodnog pada na slici 3.14.



Slika 3.14 - Slobodni pad, v-t graf.

Uočite da je v-t graf pravac koji prolazi kroz ishodište. To znači da u početnom trenutku $t_0 = 0$ s početna brzina jednaka nuli $v_0 = 0$ ms⁻¹. Kažemo da kuglica nema početnu brzinu. Također, vidimo da se tijekom slobodnog pada, kao i kod jednoliko ubrzanog gibanja, kuglici u jednakim vremenskim intervalima brzina uvijek povećava za jednaki iznos.

Da bismo sa sigurnošću mogli reći kakvo je gibanje slobodni pad preostaje još nam promotriti njegov a-t graf.



Slika 3.15 - Slobodni pad, a-t graf.

Iz a-t grafa na slici 3.15 jasno vidimo da je ubrzanje kuglice stalno i da iznosi oko 10 ms^{-2} . Odstupanja od te vrijednosti posljedica su pogrešaka u mjerenu. Da je ubrzanje kuglice stalno mogli smo zaključiti i iz koeficijenta smjera v-t grafa koji je stalan što znači i da je ubrzanje tijela stalno. Možemo zaključiti:

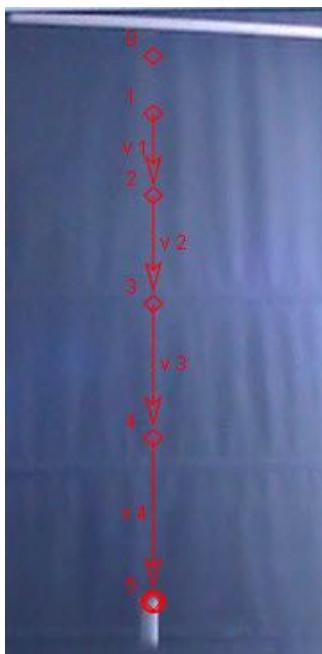
Kada pustimo tijelo da pada s neke visine bez početne brzine ono će se gibati jednoliko ubrzano po pravcu, što znači da će mu se u jednakim vremenskim intervalima brzina povećavati za uvijek jednak iznos. Ubrzanje tijela biti će konstantno i iznositi će oko 10 ms^{-2} (opravdano ubrzanju sile teže g , koja za naše prostore iznosi $9,81 \text{ ms}^{-2}$).

Slobodni pad je poseban slučaj jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja bez početne brzine.

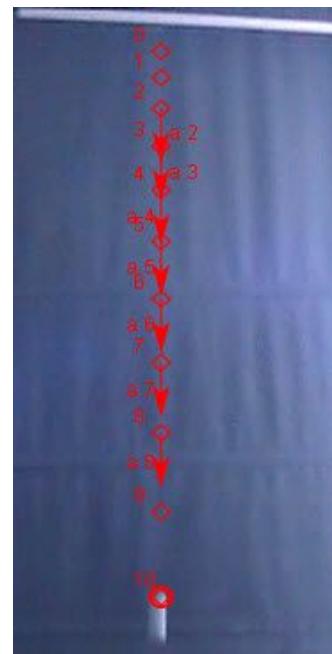
Tracker nam omogućava i promatranje smjera brzine i ubrzanja tokom slobodnog pada.

Klikom na gumb *Show or hide velocity vectors* , odnosno gumb *Show or hide acceleration vectors* te ponovnim pokretanjem gibanja, Tracker će iscrtati vektore brzine i ubrzanja.

Njihove dimenzije možete namjestiti klikom na gumb *Stretch vectors* ili povećanjem koraka prikaza filma, *Step size*. Na slikama 3.16 i 3.17 pogledajmo smjer vektora brzine i ubrzanja pri slobodnom padu u svakom trenutku. Ove slike smo dobili na gore opisani način.



Slika 3.16 - Vektori brzine pri slobodnom padu.



Slika 3.17 – Vektori ubrzanja pri slobodnom padu.

Ubrzanje je kod slobodnog pada uvijek usmjereni prema dolje jer je sila teža koja privlači tijelo usmjereni prema dolje, tj. prema središtu Zemlje. Vektor brzine je u smjeru gibanja tijela.

Pokusom smo ustanovili da je slobodni pad posebni slučaj jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja bez početne brzine. Dakle, za njega vrijede sve jednadžbe koje smo već izveli. Sada ćemo te izraze iskoristiti i prikazati u tablici 3.2 tako da ubrzanje a iz tablice 3.1 zamjenimo oznakom ubrzanja sile teže g . S obzirom da tijelo pada s određene visine, zamjenit ćemo i put s uobičajenom oznakom za visinu, h .

Slobodni pad
$v = g \cdot t$
$h = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{g \cdot t^2}{2}$
$v = \sqrt{2gh}$

Tablica 3.2 - Jednadžbe za slobodni pad.

Tracker stvara tablice s podacima mjerenja. Naučili smo kako se računaju brzina i ubrzanje.



ZADATAK: Na temelju podataka prva dva stupca (vrijeme i put) tablica 3.3, 3.4 i 3.5 izračunajte vrijednosti preostala dva stupca (brzinu i ubrzanje). Koristite izraze za jednoliko ubrzano gibanje bez početne brzine, jednoliko ubrzano gibanje s početnom brzinom (tablica 3.1) i za slobodni pad (tablica 3.2). Usporedite svoje rezultate s vrijednostima brzine i ubrzanja koje je Tracker upisao u treći i četvrti stupac tablice.

t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s ²)
0	0,003		
0,08	0,003	0,013	
0,16	0,005	0,035	0,23
0,24	0,009	0,051	0,25
0,32	0,013	0,072	0,284
0,4	0,02	0,099	0,328
0,48	0,029	0,123	0,305
0,56	0,04	0,148	0,312
0,64	0,053	0,172	0,297
0,72	0,067	0,195	0,285
0,8	0,084	0,217	0,276
0,88	0,102	0,239	0,253
0,96	0,122	0,258	
1,04	0,144		

Tablica 3.3 – Podaci mjerena za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje bez početne brzine.

t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s ²)
0	0,017		
0,08	0,024	0,11	
0,16	0,035	0,136	0,305
0,24	0,046	0,157	0,294
0,32	0,06	0,184	0,331
0,4	0,076	0,211	0,275
0,48	0,093	0,228	0,215
0,56	0,112	0,243	0,262
0,64	0,132	0,27	0,288
0,72	0,155	0,292	0,242
0,8	0,179	0,306	0,209
0,88	0,204	0,325	0,245
0,96	0,231	0,345	0,263
1,04	0,259	0,367	0,285
1,12	0,29	0,391	0,27
1,2	0,322	0,411	0,282
1,28	0,356	0,434	0,207
1,36	0,391	0,447	
1,44	0,427		

Tablica 3.4 – Podaci mjerena za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom.

t (s)	y (m)	v (m/s)	a (m/s ²)
0	0		
0,04	-0,063	1,733	
0,08	-0,139	2,091	9,255
0,12	-0,23	2,483	9,644
0,16	-0,337	2,859	9,838
0,2	-0,459	3,267	10,034
0,24	-0,599	3,671	9,902
0,28	-0,753	4,053	10,475
0,32	-0,923	4,502	10,937
0,36	-1,113	4,945	9,548
0,4	-1,318	5,265	
0,44	-1,534		

Tablica 3.5 – Podaci mjerena za slobodni pad kuglice za golf.



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalaze se četiri snimke jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja za različite nagibe kosine pod naslovom, 3. Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje 1-4. Provjerite kako ubrzanje ovisi o nagibu kosine. Također, na cd-u se nalazi i film sa snimkom slobodnog pada naziva 3. Slobodni pad. Ove filmove možete analizirati i samostalno.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete pomoći Trackera analizirati neko gibanje iz stvarnosti. Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje možete analizirati snimku obaranja svjetskog rekorda u postizanju brzine od 100km/h automobilom. Za slobodni pad možete snimiti pad bilo kojeg tijela. Poželjno je da tijelo ne rotira prilikom pada.

4. Nejednoliko gibanje

Kažemo da se tijelo giba nejednoliko ako mu brzina mijenja iznos u vremenu.

Primjer nejednolikog gibanja je automobil koji se giba brzinom od 60 km/h deset minuta, zatim koči da bi stao na semaforu. Stoji na semaforu dvije minute, a zatim ubrzava do brzine od 40 km/h i vozi tom brzinom narednih pet minuta da bi se konačno zaustavio pred školom.

U svrhu proučavanja nejednolikog gibanja snimili smo jednostavan pokus u kojem koncem nejednoliko vučemo autić sastavljen od Lego kocaka. Zapinjanje zbog razlike između statičkog i dinamičkog trenja omogućuje nam jednostavno proizvesti nejednoliko gibanje.

Potreban pribor:

- Autić bez kotača
- Konac
- Predmet poznate duljine



Slika 4.1 - Autić bez kotača.

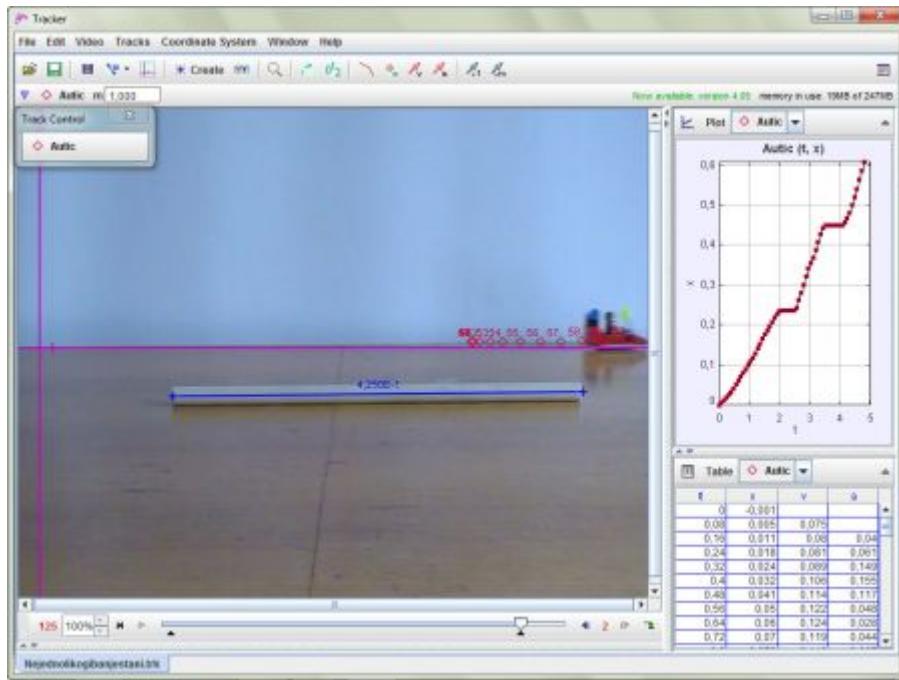


Tijek pokusa:

Privežemo autić za konac i postavimo ga na stol. Predmet poznate duljine postavimo tako da se čitav vidi u kadru (Slika 4.2). Započnemo sa snimanjem i nejednoliko vučemo autić.

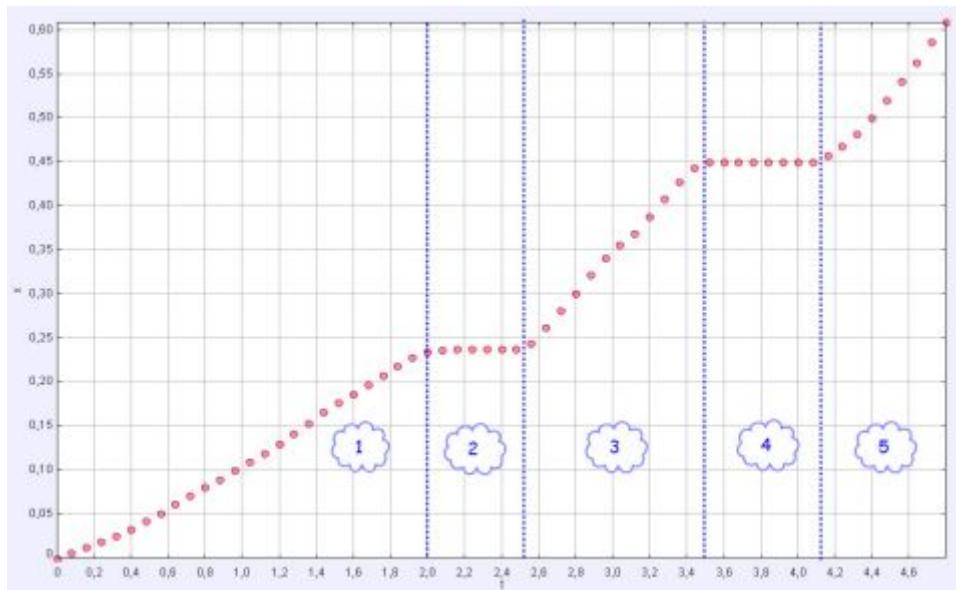
Slika 4.2 - Pokus.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.



Slika 4.3 - Trackerom analizirano nejednoliko gibanje.

U našem pokusu gibanje se odvija duž x-osi. Promotrimo za početak x - t graf ovog nejednolikog gibanja na slici 4.4.



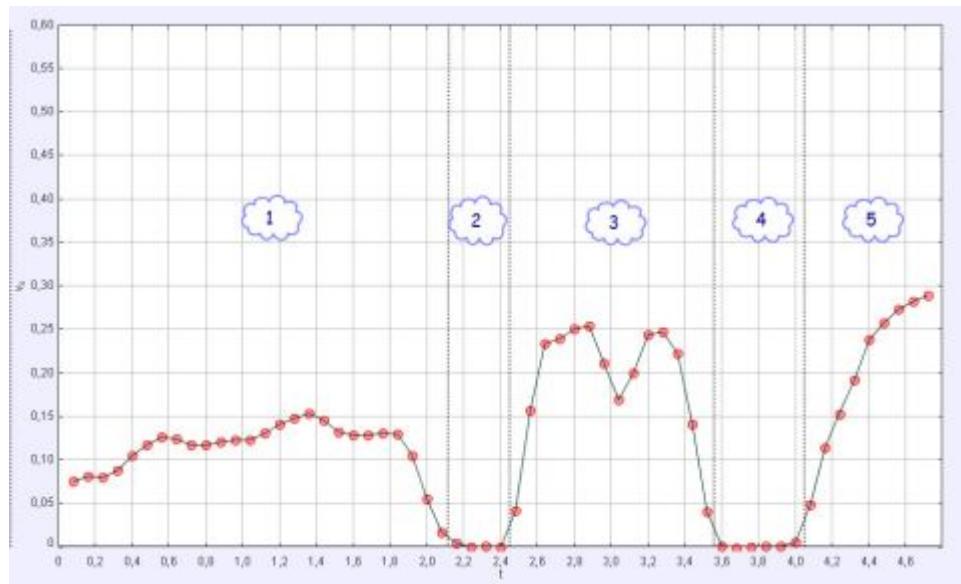
Slika 4.4 - Nejednoliko gibanje, x - t graf.

Razlikujemo pet područja koja smo označili na slici, a opisujemo ih na sljedeći način:

- U području 1 autić se giba približno jednoliko po pravcu. U poglavlju o jednolikom pravocrtnom gibanju naučili smo da je takvo gibanje opisano pravcem u x - t grafu. Autić za jednak vremenski interval prelazi uvijek jednak dio puta.
- U području 2 autić miruje. Na x - t grafu vidimo pravac paralelan s t -osi. Vrijeme teče, ali se položaj autića ne mijenja.

- U području 3 autić se ponovo giba jednoliko po pravcu. Primijetite da je nagib ovog pravca veći nego nagib pravca u području 1. Naučili smo da je iznos brzine jednak iznosu koeficijenta smjera pravca $x-t$ grafa. Što je veći nagib pravca veći je i koeficijent smjera pravca, dakle veća je i brzina. Autić se u području 3 giba većom brzinom nego u području 1.
- U području 4 autić ponovno miruje.
- U području 5 gibanja autić se giba ubrzano.

Promotrimo sada v_x-t graf nejednolikog gibanja. Gibanje autića se odvija u smjeru x-osi i zanima nas kako se brzina mijenja upravo u tom smjeru.

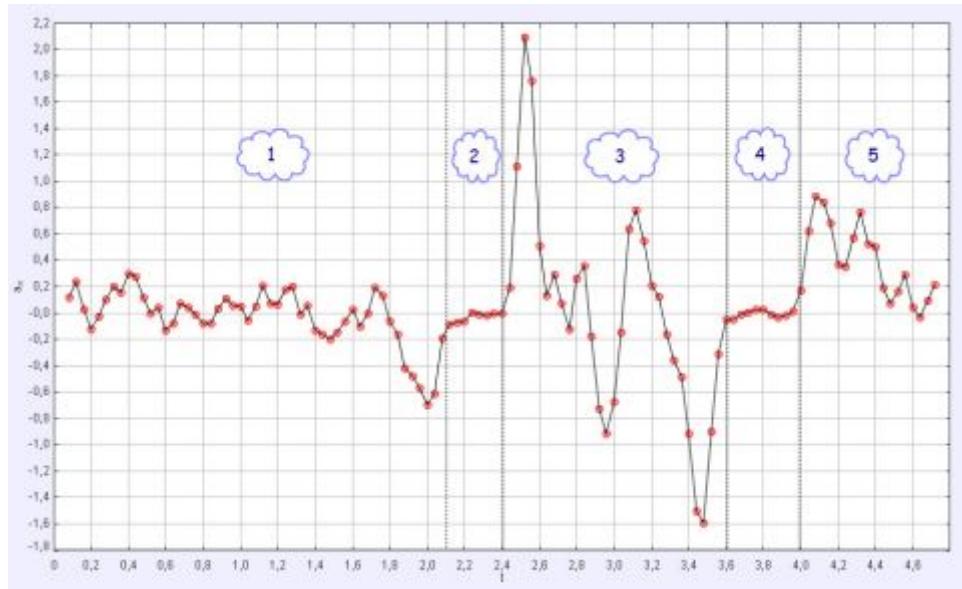


Slika 4.5 - Nejednoliko gibanje, v_x-t graf.

Na slici 4.5 vidite v_x-t graf. Kao i $x-t$ graf, i ovaj graf smo podijelili na područja koja ćemo proučiti.

- U području označenom brojem 1 autiću se prvo blago i gotovo jednoliko povećava brzina, a zatim se od $t = 0,4$ s do $t = 1,8$ s autić giba gotovo jednoliko. Oscilacije brzine nastale su zbog toga što povlačenjem rukom ne možemo proizvesti savršeno jednoliko gibanje. Za savršeno jednoliko gibanje imali bismo horizontalnu liniju. Ipak, brzina se u ovom vremenskom intervalu zapravo značajnije mijenjala. Od $t = 1,8$ s do $t = 2,0$ s autiću se brzina naglo smanjuje. Iz grafa možemo očitati da se u trenutku kada mi počinjemo pratiti gibanje autić giba brzinom $v_0 = 0,07 \text{ ms}^{-1}$.
- U području označenom brojem 2 autić je mirovao – brzina mu je jednaka nuli.
- U području označenom brojem 3 autiću se brzina prvo naglo povećava, da bi se zatim od $t = 2,7$ s do $t = 3,32$ s ponovno giao gotovo jednoliko uz iznimku male varijacije brzine između $t = 2,9$ s i $t = 3,2$ s. Od $t = 3,32$ s do $t = 3,58$ s autiću se naglo smanjuje brzina.
- U području 4 autić miruje.
- U području 5 gibanja autiću se brzina povećava.

Promotrimo i a_x -t graf:



Slika 4.6 - Nejednoliko gibanje, a-t graf.

Na slici 4.6 prikazan je a_x -t graf.

- U području 1 možemo reći da je ubrzanje autića približno jednako nuli s iznimkom gibanja od $t = 1,84$ s do $t = 2,04$ s kada je autić naglo usporio, pa je ubrzanje negativno.
- U području 2, ubrzanje je nula jer autić miruje.
- Veliki šiljak koji vidimo u području 3 posljedica je naglog potezanja konca kojim je autić vezan, nakon čega se od $t = 2,64$ s do $t = 3,24$ s autić nastavio givati ipak ne sasvim stalnom brzinom zbog neravnomjernog potezanja konca. Od $t = 3,24$ s do $t = 3,56$ s autić je naglo usporio što je na grafu zabilježeno kao veliki negativni šiljak.
- U području 4 gdje autić miruje ubrzanje je ponovo nula.
- U području 5 ponovo ubrzava.

Susreli smo se s novim pojmom koji vam se može učiniti čudnim – negativnim ubrzanjem. Što to znači?

Autić se gibao u pozitivnom smjeru x-osi čitavo vrijeme, međutim njegova brzina se nejednoliko mijenjala, povećavala se i smanjivala.

Iz v_x -t grafa u području 3 u kojem se autiću brzina smanjuje očitajmo dvije vrijednosti brzine te izračunajmo ubrzanje.

- U trenutku $t_1 = 3,36$ s autić ima brzinu $v_1 = 0,22 \text{ ms}^{-1}$.
- U trenutku $t_2 = 3,52$ s autić ima brzinu $v_2 = 0,04 \text{ ms}^{-1}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0,04 - 0,22}{3,52 - 3,36} = \frac{-0,18 \text{ ms}^{-1}}{0,16 \text{ s}} = -1,13 \text{ ms}^{-2}$$

Ubrzanje a je u tom vremenskom intervalu negativno.

Ako se tijelu u nekom vremenskom intervalu brzina smanjuje, odnosno ako tijelo usporava, kažemo da tijelo ima negativno ubrzanje.

Ako se tijelu u jednakim vremenskim intervalima brzina uvijek smanjuje za jednaki iznos kažemo da se tijelo giba jednoliko usporeno.



Na cd-u koji je prilog ovog rada nalaze se dvije snimke nejednolikog gibanja: 4. *Nejednoliko gibanje 1*, u kojoj je snimljeno nejednoliko gibanje sa zaustavljanjem i 4. *Nejednoliko gibanje 2*, u kojoj je snimljeno nejednoliko gibanje bez zaustavljanja. Možete ih analizirati na opisani način.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete analizirati gibanje iz stvarnosti. Primjerice, kao nejednoliko gibanje možete analizirati utrku u kojoj je slavni trkač Usain Bolt oborio svjetski rekord na 100 metara. Snimku utrke možete preuzeti sa YouTube-a prema uputama iz dodatka na str. 95 - 100.

5. Prvi Newtonov zakon

Kroz povijest su se mnogi veliki mislioci bavili pitanjem koje je temeljno prirodno stanje gibanja tijela, odnosno, kako se tijelo giba kada na njega ne djeluje sila.

Sila je fizikalna veličina koja opisuje međudjelovanje dva tijela. Označavamo ju sa F , a mjerna jedinica joj je njutn (N).

Gotovo 2000 godina prevladavalo je mišljenje koje je dao grčki mislilac Aristotel kako je nužno da na tijelo djeluje stalna sila da bi se ono gibalo te da, ako na tijelo ne djeluje sila ono miruje. Što vi mislite?

Treba li sila da bi se tijelo gibalo?

Pokušat ćemo pokusom odgovoriti na ovo pitanje. Snimili smo kolica koja vučemo po horizontalnoj plohi stola silom težine utega uz pomoć koloture.

Potreban pribor:

- Kolica
- Konac
- Kolotura s nosačem
- Stega
- Utug za vuču kolica
- Predmet poznate duljine
- Kontrastna pozadina



Slika 5.1 – Kolica s četiri žuta utega od po 0,56 kg i jednim utegom od 0,50 kg.

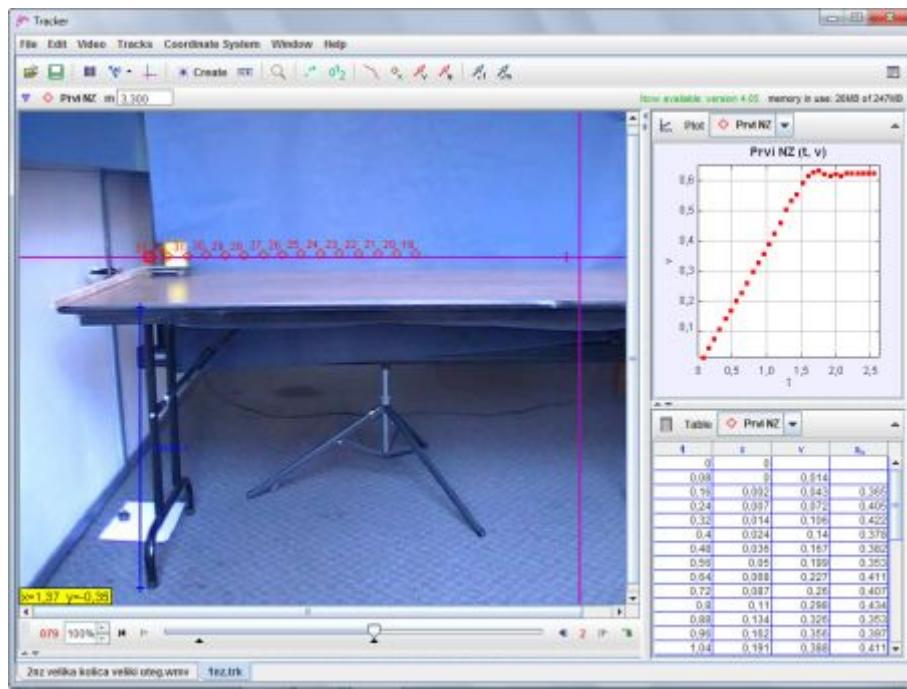
Tijek pokusa:



Slika 5.2 - Pokus.

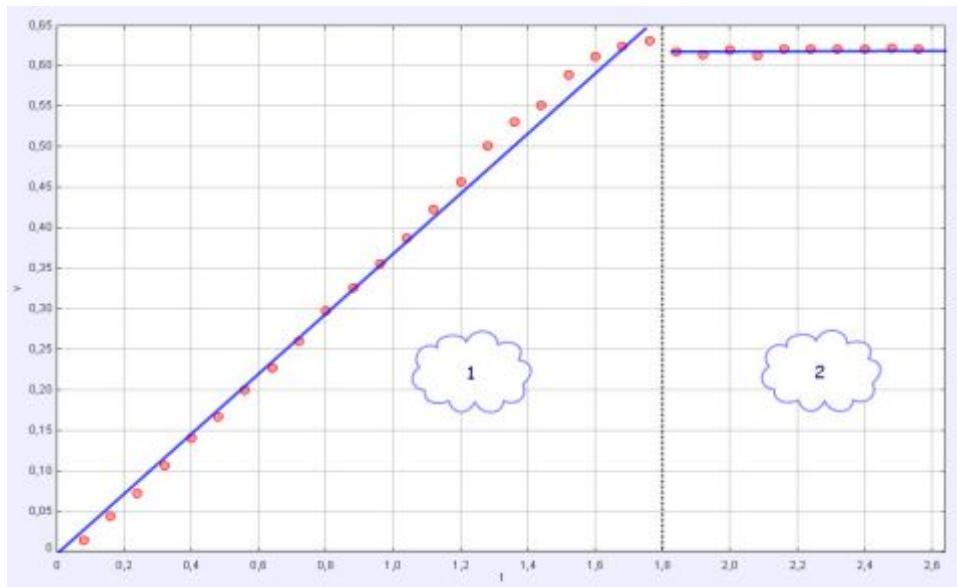
Pomoću stege učvrstimo koloturu za rub stola. Za jedan kraj konca privežemo uteg mase 0,2 kg a za drugi kolica mase 3,1 kg na stolu. Utug prebacimo preko koloture tako da visi preko ruba stola te ga spustimo do poda. Ovaj put duljina za baždarenje nam je poznata visina stola (slika 5.3). Pokrenemo snimanje. Pomicanjem kolica na stolu unazad podignemo uteg do ruba stola, a zatim pustimo kolica. Utug svojom težinom, preko koloture, vuče kolica po površini stola, dok ne padne na pod. Međutim, kolica se nastavljuju gibati i nakon što uteg padne na pod. Na njih tada više ne djeluje vučna sila. To je upravo gibanje koje nas zanima. Proučimo ga zajedno.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* (slika 5.3) prema uputama na str. 9 i 10.



Slika 5.3 – Analiziramo gibanje kolica koja vuče uteg prebačen preko koloture.

Proučimo v - t graf ovog gibanja prikazan na slici 5.4.

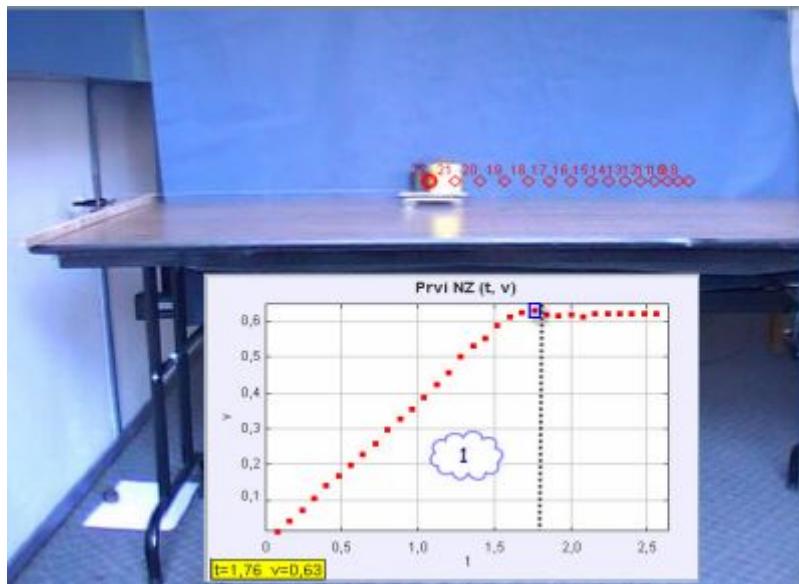


Slika 5.4 - Gibanje kolica vučenih utegom preko koloture, v - t graf.

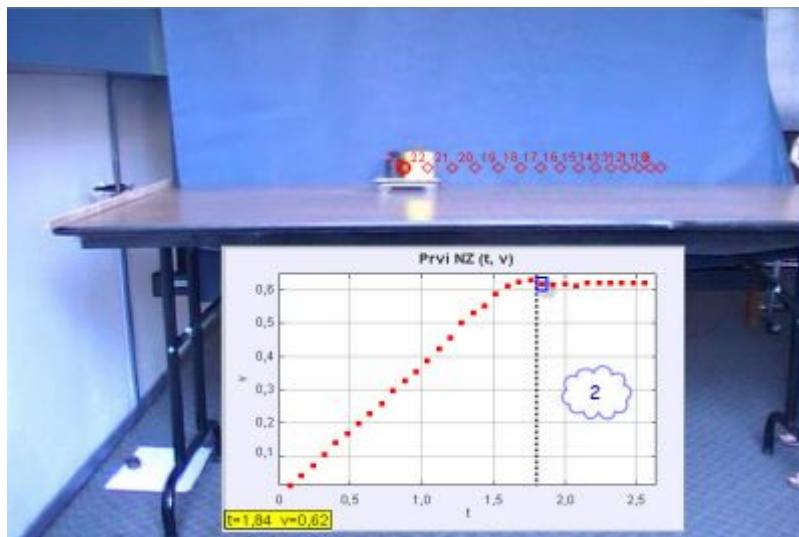
Graf možemo podijeliti na dva područja:

- Područje 1, gibanje kolica prije nego je uteg pao na pod.
- Područje 2, gibanje kolica nakon što je uteg pao na pod.

Ovo jasno vidite kada pustite film i istovremeno pratite što se događa na v - t grafu i na snimci. Vidjet ćete da je točno u trenutku kada graf mijenja svoj oblik uteg pao na pod. Na slici 5.5 obratite pažnju na konac koji je još uvijek zategnut, dok je trenutak kasnije na slici 5.6 opušten te na iznos brzine prije i nakon pada utega.



Slika 5.5 - Trenutak neposredno prije nego je uteg pao na pod.



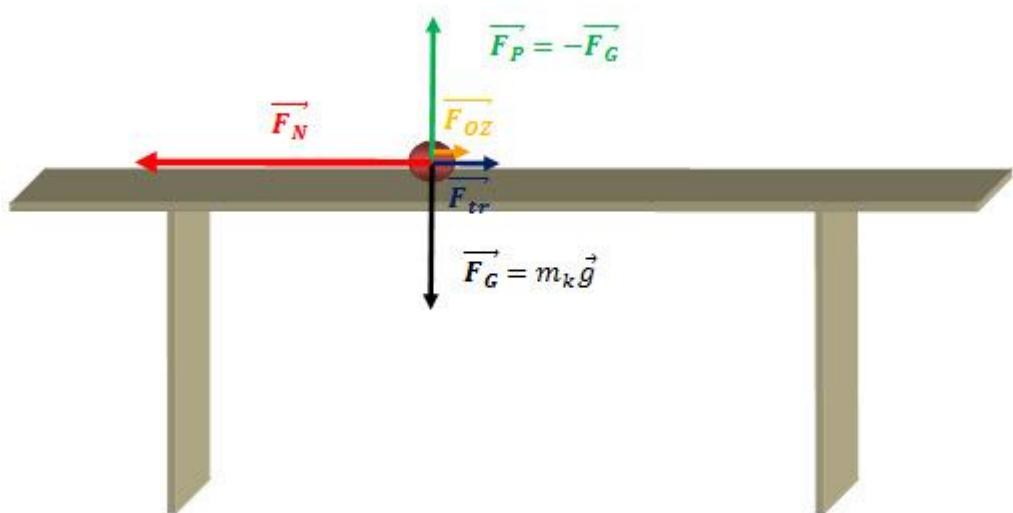
Slika 5.6 - Trenutak neposredno nakon što je uteg pao na pod.

Dok uteg pada kolica se gibaju jednoliko ubrzano po pravcu, što vidimo kao pravac u području 1 v - t grafa. Pravac paralelan t -osi u području 2 pokazuje da se nakon pada utega kolica nastavljuju gibanje stalnom brzinom. Brzina trenutak prije i čitavo gibanje nakon pada utega jednaka je $0,6 \text{ ms}^{-1}$.

Možemo zaključiti da se kolica gibaju jednoliko ubrzano po pravcu dok uteg pada (dok imamo vučnu silu) te da nakon što uteg padne (kad više nemamo vučnu silu), kolica nastavljuju gibanje i to jednoliko po pravcu. Nije potrebna sila da bi se tijelo gibalo jednoliko po pravcu.

Sada nas zanima koje sile djeluju na kolica dok se ona gibaju prije nego uteg padne na pod.

Na slici 5.7 prikazan je dijagram sila na kolica prije nego što je uteg pao na pod.



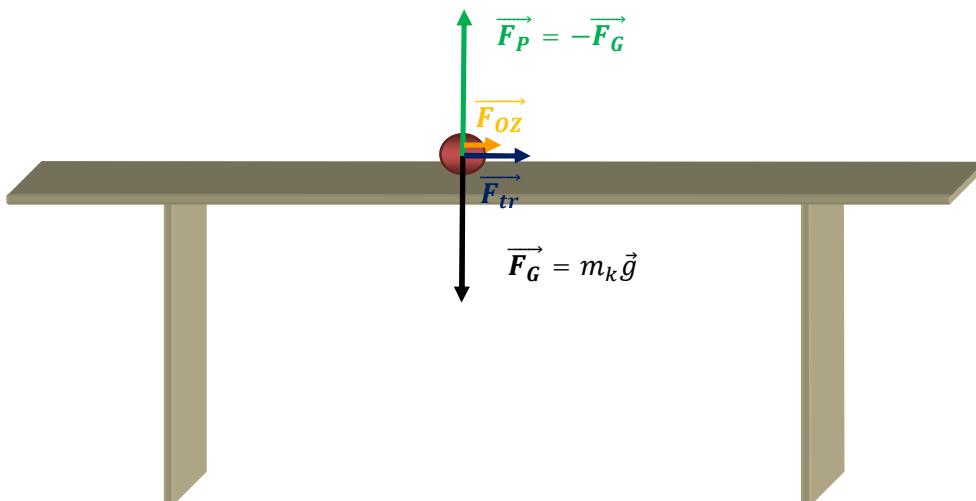
Slika 5.7 - Dijagram sila na kolica prije nego što uteg padne na pod.

Gravitacijska sila, \vec{F}_G je sila kojom Zemlja privlači kolica, a sila podloge \vec{F}_P je elastična sila kojom podloga (stol) djeluje na kolica. Ove dvije sile ne možemo uočiti, ali iz iskustva znamo da bi ako bismo izmknuli stol na kolica djelovala samo gravitacijska sila, te bi ona pala na pod.

Sila \vec{F}_N je sila kojom uteg vuče kolica dok pada prema Zemlji, to je napetost niti. Također, dok god se kolica gibaju, na njih u smjeru suprotnom od smjera u kojem se gibaju djeluju sila trenja, \vec{F}_{tr} i sila otpora zraka \vec{F}_{oz} .

Nakon pada utega prestalo je djelovanje vučne sile, no znači li to da na kolica više ne djeluje niti jedna sila?

Pogledajmo dijagram sila na slici 5.8.



Slika 5.8 - Dijagram sila na kolica nakon što uteg padne na pod.

Iako je prestalo djelovanje vučne sile, kolica se i dalje gibaju te na njih u horizontalnom smjeru, ali suprotno od smjera gibanja djeluju sila otpora zraka \vec{F}_{oz} i sila trenja \vec{F}_{tr} . Međutim, zbog male brzine koju kolica postižu možemo zanemariti utjecaj sile otpora zraka na kolica, a zbog dobrih kugličnih ležajeva kotača možemo zanemariti i utjecaj sile trenja. Stoga kažemo da je rezultantna sila kojom one djeluju jednaka nuli.

Preostale su nam još gravitacijska sila i sila podloge. Ove dvije sile su jednakih iznosa a suprotnih smjerova. S obzirom da djeluju na isto tijelo možemo ih zbrojiti, a kada ih zbrojimo vidimo da je rezultantna sila kojom djeluju jednaka nuli,

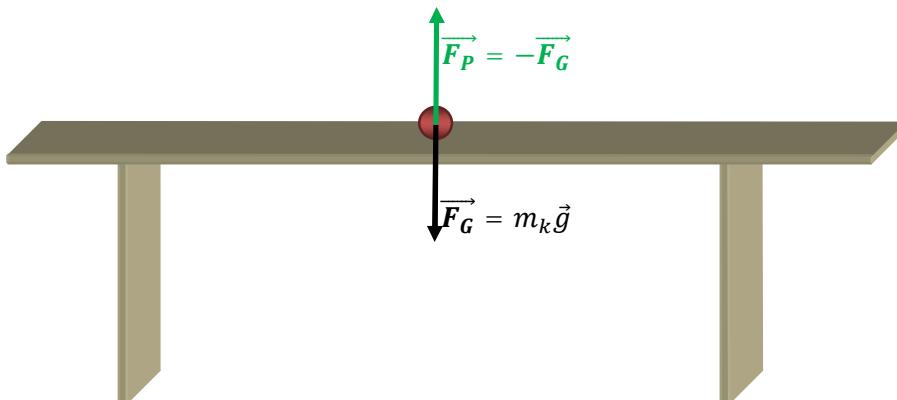
$$\vec{F}_p + (-\vec{F}_g) = \vec{0} N.$$

Gravitacijska sila i sila podloge su u ravnoteži te se njihovo djelovanje dokida.

Zaključujemo:

Nakon što uteg padne na pod, rezultantna sila na kolica koja se i dalje gibaju po stolu jednaka je nuli!

Kada se kolica zaustave na njih prestaju djelovati sila otpora zraka i sila trenja, ali gravitacijska sila i sila podloge djeluju i dalje što je prikazano na slici 5.9.



Slika 5.9 - Dijagram sila na tijelo koje miruje na stolu.

Sada smo u sva tri dijagrama sila crtali i sile koje na tijelo djeluju u vertikalnom smjeru. To ubuduće nećemo raditi jer te sile ne utječu na gibanje tijela u horizontalnom smjeru.

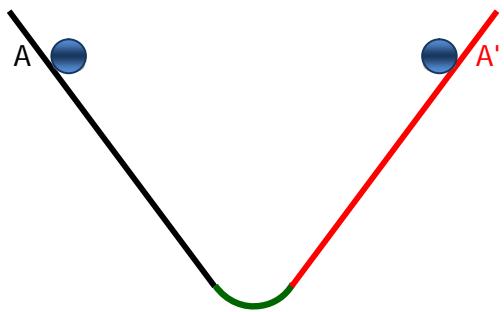
Zaključujemo:

Ako je ukupna, rezultantna, sila na tijelo u gibanju jednaka nuli tijelo se nastavlja givati jednoliko po pravcu.

Ako je ukupna, rezultantna, sila na tijelo u mirovanju jednaka nuli, tijelo će nastaviti mirovati sve dok god mu neka vanjska sila ne promijeni stanje.

Ovo je prvi Newtonov zakon. Newton je ovaj zakon formulirao na temelju Galilejeva zakona inercije.

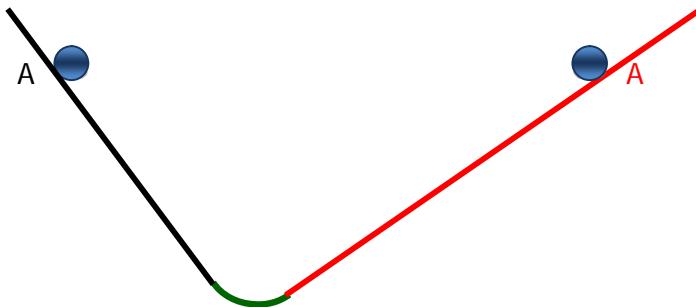
Galileo Gallilei, talijanski fizičar i astronom prvi je našao odgovor na pitanje kako se tijelo giba kada na njega ne djeluje sila. On je, istražujući gibanje tijela niz kosinu osmislio sljedeći pokus. Međusobno je spojio dvije kosine kao na slici 5.10:



Slika 5.10 - Puštanje kuglice niz Galilejevu kosinu, obje kosine imaju isti nagib.

Desnoj (crvenoj) kosini se može mijenjati nagib, dok je lijeva (crna) kosina bila učvršćena. Galileo je pustio kuglicu iz nekog položaja A niz lijevu kosinu i uočio da se kuglica uspinje u položaj A' na otprilike istu visinu s koje je krenula (vidi sl. 5.10). Uočio je i da je, što je kosina glađa (i manje trenje), visina na koju se kuglica uspinje na desnoj kosini bliža onoj visini s koje je krenula na lijevoj kosini (vidi sl. 5.10). Zaključio je da bi se, ako trenje ne bi bilo, ili ako bi trenje bilo zanemarivo, kuglica na desnoj kosini uspela točno na visinu s koje je krenula na lijevo.

Zatim je smanjio nagib desne kosine i ponovio pokus (vidi sl. 5.11). Uočio je da se kuglica ponovno uspela na istu visinu na desnoj kosini, samo je sada prešla veći put. Zamjetio je i da se brzina kuglice sada sporije smanjuje pri usponu na desnu kosinu.



Slika 5.11 - Puštanje kuglice niz Galilejevu kosinu, desna kosina ima manji nagib od lijeve.

Zaključio je da će se, ako desna kosina postane potpuno vodoravna, kuglica nastaviti gibati u beskonačnost jer se tada nikada neće moći popeti na visinu s koje je krenula. Pri tome će joj brzina biti stalna, jer je nagib kosine nula (vidi sl. 5.12).



Slika 5.12 - Puštanje kuglice niz Galilejevu kosinu, desna (crvena)kosina je vodoravna

Galileo je zaključio:

Ako ne međudjeluje s okolinom, tijelo koje se giba horizontalno ostaje u stanju jednolikog pravocrtnog gibanja.

Ovaj zaključak poznat je pod nazivom Galilejev zakon inercije. Na temelju ovog zakona je Newton formulirao svoj prvi zakon.



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalazi se film sa obrađenom snimkom naziva 5. Prvi NZ, pa ju možete analizirati i samostalno.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete pomoću Trackera analizirati neko gibanje iz stvarnosti. Za prvi Newtonov zakon možete analizirati gibanje lutke u automobilu prilikom tvorničkog testiranja sudara.

6. Drugi Newtonov zakon

Iz iskustva znamo da autić, ukoliko ga želimo pokrenuti iz stanja mirovanja, moramo pogurnuti, tj. moramo na njega djelovati silom.

Drugi Newtonov zakon bavi se tijelima na koja djeluje sila. U ovom poglavlju proučiti ćemo kako se tada tijelo ponaša mijenjajući masu tijela i vučnu silu.

Snimili smo tri pokusa u kojima uteg svojom težinom vuče kolica preko koloture po površini stola dok ne padne na pod. Dakle vučna sila koju koristimo je gravitacijska sila kojom Zemlja privlači uteg. Promotriti ćemo što se događa s gibanjem kolica ako mijenjamo vučnu silu te ako mijenjamo masu kolica.

Važno je naglasiti da vučna sila ne djeluje samo na kolica, nego i na uteg te je masa koju vuče jednaka zbroju mase kolica i mase utega koji vuče kolica, m_{uk} .

Pribor koji smo koristili u pokusima:

- Kolica
- Utezi kojima se mijenja masa kolica
- Konac
- Kolotura s nosačem
- Dva utega različite mase za vuču
- Predmet poznate duljine
- Kontrastna pozadina
- Vaga

Prvi pokus

Kolica mase 2,8 kg vučemo preko koloture pomoću utega mase 0,5 kg. Kao što smo već naglasili, masa koju vučemo jednaka je zbroju mase kolica i mase utega kojim vučemo kolica. Dakle vrijedi:

- Masa koju vučemo, $m_{uk} = 3,3 \text{ kg}$.
- Vučna sila je težina utega $F_v = 5,0 \text{ N}$

Tijek pokusa:

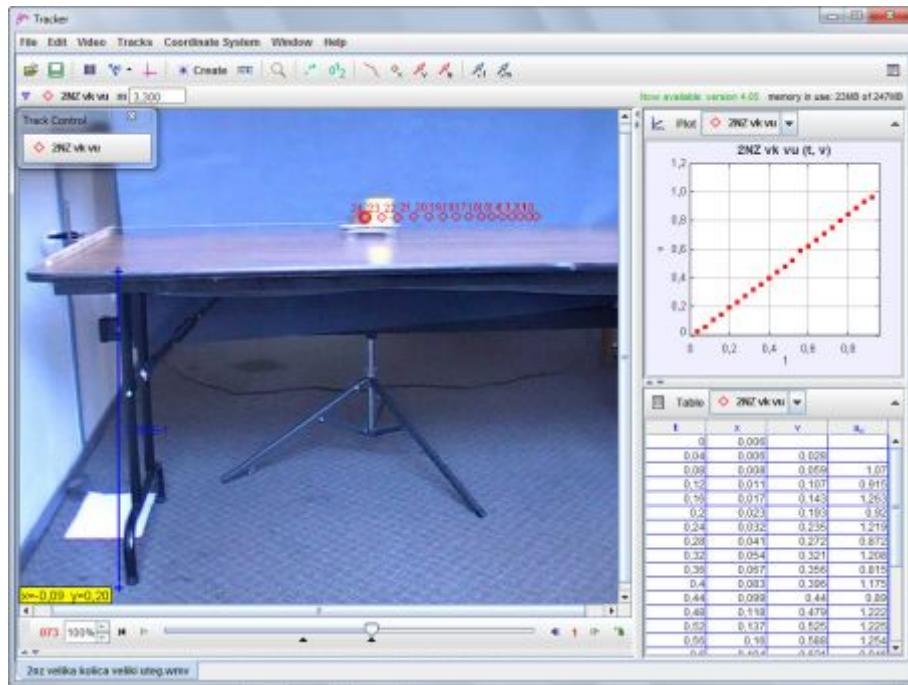
Učvrstimo koloturu za stol, privežemo uteg mase 0,5 kg za konac, prevučemo konac preko koloture i zavežemo mu slobodni kraj za kolica mase 2,8 kg koja se nalaze na stolu. Predmet poznate duljine nam je visina stola. Pokrenemo snimanje. Pomicanjem kolica na stolu unazad podignemo uteg do visine ruba stola, a zatim pustimo kolica. Uteg svojom težinom, preko koloture, vuče kolica po površini stola dok ne padne na pod.



Slika 6.1 – Pokus.

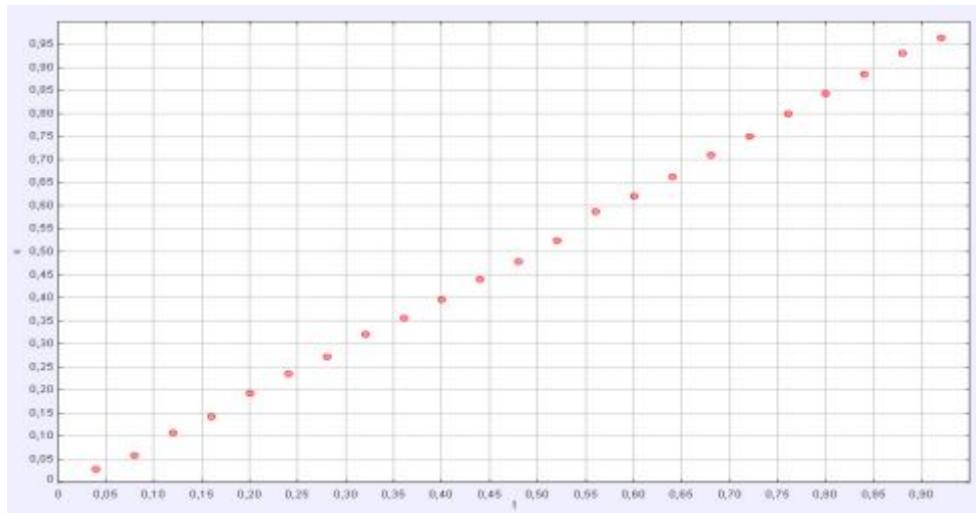
Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.

Zanima nas dio gibanja u kojem se uteg ubrzava. Izdvojiti ćemo taj dio filma i proučiti ga (slika 6.2).



Slika 6.2 - Trackerom analizirano gibanje kolica.

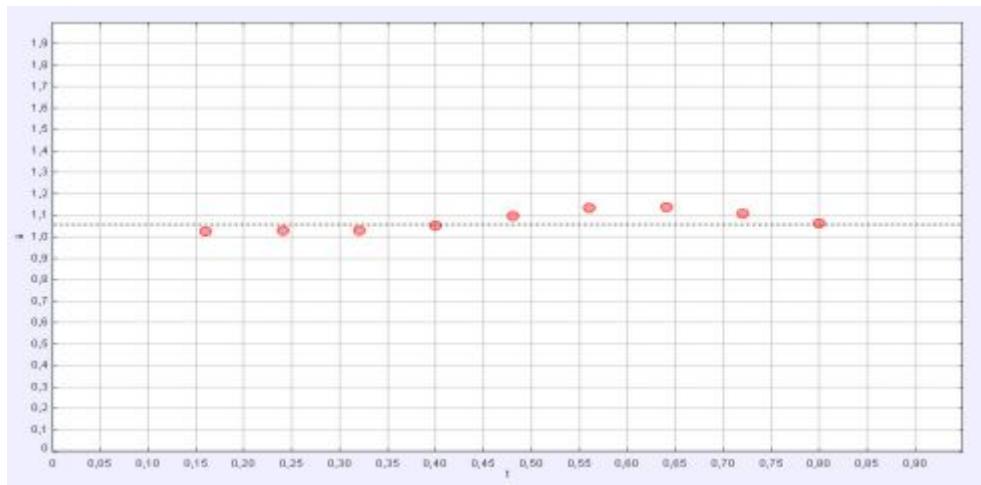
Linearna ovisnost brzine o vremenu na slici 6.3 pokazuje da se radi o jednoliko ubrzanom gibanju.



Slika 6.3 - Kolica mase 3,3 kg vučemo preko koloture silom od 5,0 N, v-t graf.

Vučna sila je stalna tokom čitavog gibanja.

Promotrimo sada i $a-t$ graf ovog gibanja.



Slika 6.4 - Masa 3,3 kg vučena preko koloture silom 5,0 N, a-t graf.

Vidimo da je ubrzanje konstantno i približno jednako $a = 1,0 \text{ ms}^{-2}$. Mala odstupanja posljedica su pogrešaka u mjerenuju. Već smo rekli da je vučna sila stalna, jer uteg koji vuče kolica ima stalnu težinu. Možemo zaključiti:

Tijela na koja djeluje stalna sila gibaju se jednoliko ubrzano.

Kakvo će biti ubrzanje ako promijenimo vučnu silu?

Drugi pokus

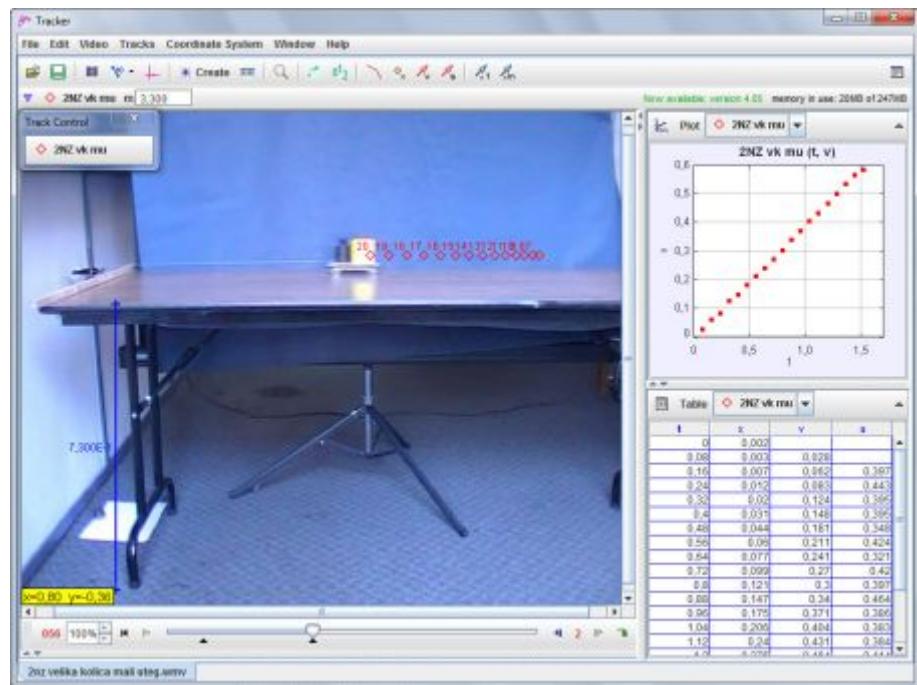
Zamijenili smo mjesta crnom utegu mase 0,5 kg i zlatnom utegu mase 0,2 kg tako što smo postavili crni uteg na kolica, a zlatni privezali za konac te ga preko koloture spustili na pod. Sada kolica imaju masu 3,1 kg, a vučemo ih pomoću utega mase 0,2 kg. Zamjenom utega postigli smo da nam vučna sila bude manja nego u prethodnom pokusu, a masa koju vučemo ostane ista. Dakle vrijedi:

- Masa koju vučemo, $m_{uk} = 3,30 \text{ kg}$.
- Vučna sila je težina utega $F_v = 2,0 \text{ N}$

Tijek pokusa jednak je prethodnom!

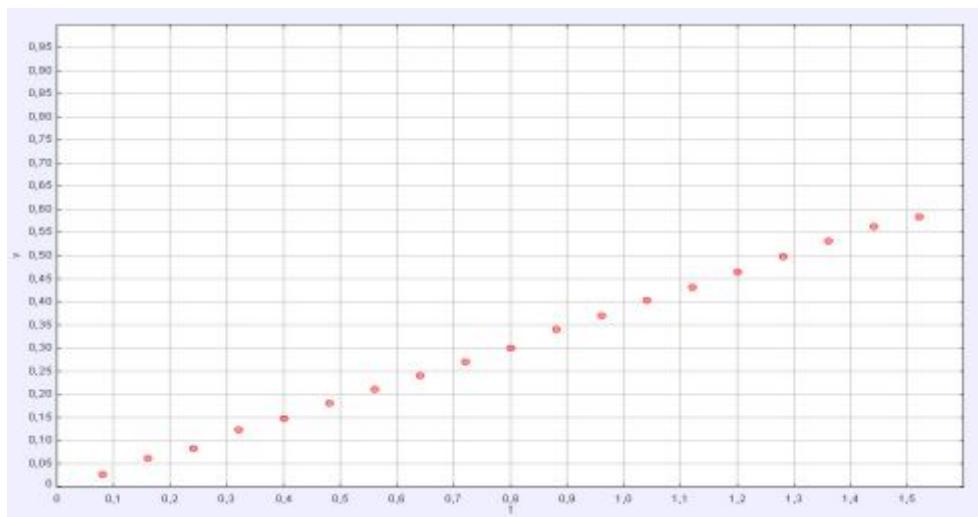


Slika 6.5 – Kolica otežana sa četiri utega po 0,56 kg i jednim utegom mase 0,50 kg vučena utegom mase 0,20 kg preko koloture.



Slika 6.6 - Analiza gibanja pomoću Trackera.

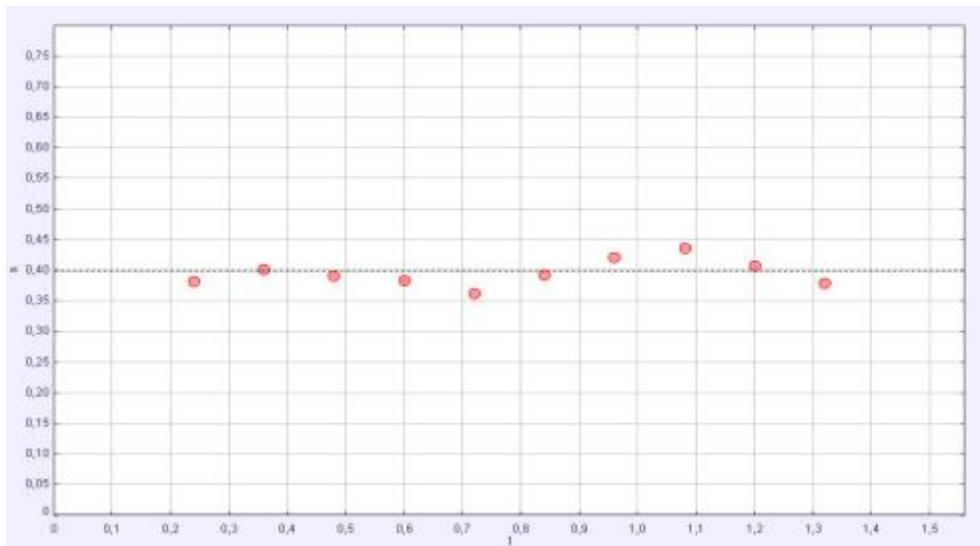
Promotrimo v - t graf ovog gibanja.



Slika 6.7 - Kolica mase 3,3 kg vučemo preko koloture silom od 2,0 N, v - t graf.

Kao i prethodni i ovaj graf je pravac. Primijetite da je nagib ovog grafa manji nego nagib prethodnog. Kakvo je ubrzanje u drugom pokusu?

Promotrimo a - t graf.



Slika 6.8 - Kolica mase 3,3 kg vučena preko koloture silom od 2,0 N, a-t graf.

Iz grafa vidimo da je iznos ubrzanja $a = 0,4 \text{ ms}^{-2}$.

Usporedimo sad rezultate mjerenja ova dva pokusa. Masa koju vučemo je u oba pokusa jednaka, a vučnu silu smo mijenjali. Također, primijetili smo da je ubrzanje manje ako je vučna sila manja (vidi sliku 6.4 i sliku 6.8). U kakvoj su vezi vučna sila i ubrzanje?

Vrijednosti mase, vučne sile i ubrzanja za naša dva pokusa su:

$$m_{uk} = 3,3 \text{ kg}, F_{v1} = 5,0 \text{ N} \rightarrow a_1 = 1,0 \text{ ms}^{-2}$$

$$m_{uk} = 3,3 \text{ kg}, F_{v2} = 2,0 \text{ N} \rightarrow a_2 = 0,4 \text{ ms}^{-2}$$

Usporedimo li omjere vučnih sila

$$\frac{F_{v1}}{F_{v2}} = \frac{5,0 \text{ N}}{2,0 \text{ N}} = 2,5$$

i omjere ubrzanja

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1,0 \text{ ms}^{-2}}{0,4 \text{ ms}^{-2}} = 2,5$$

vidimo da su ti omjeri potpuno jednaki. Vučna sila i ubrzanje su proporcionalni. Dvije veličine su proporcionalne onda kada smanjenje (povećanje) iznosa jedne veličine za neki broj puta uzrokuje smanjenje (povećanje) iznosa druge za isto toliko puta. Zaključujemo:

Tijelo na koje djeluje stalna sila giba se jednolikou ubrzano te je pritom akceleracija tijela proporcionalna sili kojom djelujemo.

Pišemo

$$a \propto F.$$

Da bismo provjerili kako ubrzanje ovisi o masi koju vučemo izveli smo treći pokus.

Treći pokus

S kolica smo uklonili tri žuta utega za otežavanje, svaki mase 0,56 kg. Sada ćemo preko koloture pomoću utega mase 0,20 kg vući kolica mase 1,42 kg. Dakle vrijedi:

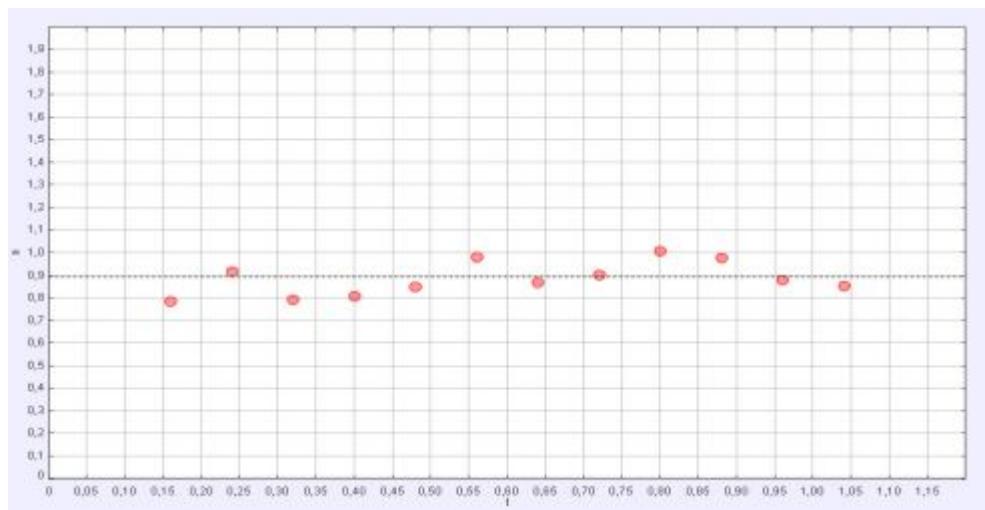
- Masa koju vučemo, $m_{uk} = 1,62 \text{ kg}$.
- Vučna sila je težina utega $F_v = 2,0 \text{ N}$

Tijek pokusa jednak je kao i u prethodna dva pokusa!



Slika 6.9 - Pokus.

Promotrimo $a-t$ graf ovog gibanja.



Slika 6.10 - Kolica mase 1,62 kg vučemo preko koloture silom od 2,00 N, a-t graf.

Iz grafa na slici 6.10 možemo očitati iznos ubrzanja $a = 0,82 \text{ ms}^{-2}$.

Usporedimo sad rezultate koje smo dobili u drugom i trećem pokusu. Vučna sila je u oba pokusa jednaka, a mijenjali smo masu koju vučemo. U kakvoj su vezi masa i ubrzanje?

Izmjerili smo sljedeće vrijednosti:

$$m_{uk1} = 3,30 \text{ kg}, F_{v1} = 2,00 \text{ N}, a_1 = 0,40 \text{ ms}^{-2},$$

$$m_{uk2} = 1,62 \text{ kg}, F_{v2} = 2,00 \text{ N} \rightarrow a_2 = 0,82 \text{ ms}^{-2}.$$

Omjer masa

$$\frac{m_{uk1}}{m_{uk2}} = \frac{3,30 \text{ kg}}{1,62 \text{ kg}} = 2,04 \approx 2$$

jednak je obrnutom omjeru ubrzanja:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{0,82 \text{ ms}^{-2}}{0,40 \text{ ms}^{-2}} = 2,05 \approx 2.$$

Ubrzanje je obrnuto proporcionalno masi. Možemo zaključiti:

Tijelo na koje djeluje stalna sila giba se jednoliko ubrzano i pritom je akceleracija tijela obrnuto proporcionalna masi tijela.

Pišemo:

$$a \propto \frac{1}{m}$$

Iz svega zaključenog u pokusima, možemo zapisati:

$$a \propto F \quad i \quad a \propto \frac{1}{m}$$

$$\downarrow \\ a = k \frac{F}{m}$$

Dogovorno je već samim odabirom SI sustava mjernih jedinica (sila u N, masa u kg, duljina u m i vrijeme u s) određeno da konstanta proporcionalnosti bude $k = 1$. Stoga pišemo

$$a = \frac{F}{m}. \quad (6.1)$$

Ako na tijelo mase m djeluje stalna sila F , onda će se tijelo gibati jednoliko ubrzano stalnom akceleracijom a , pri čemu vrijedi:

$$a = \frac{F}{m}$$

Ovo je drugi Newtonov zakon - temeljni i najvažniji zakon u mehanici.

Jedinica za silu je njutn (N). Temeljna jednadžba gibanja može nam pomoći da zaključimo od kojih je osnovnih jedinica izведен njutn (N).

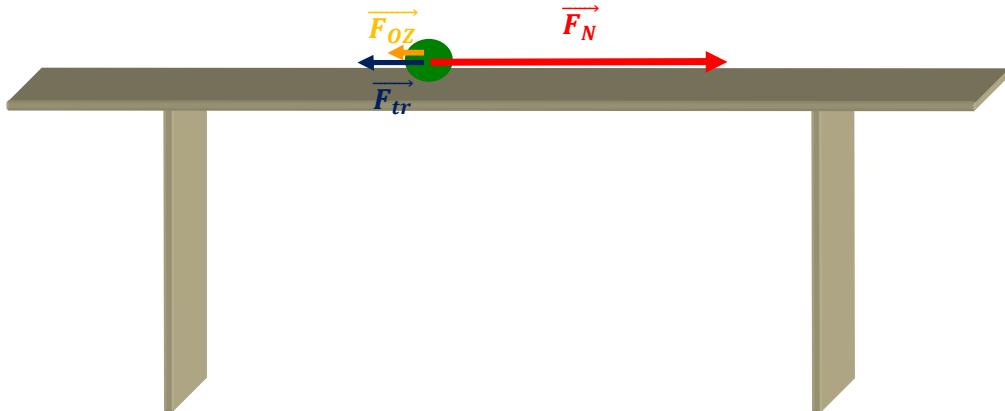
Zapišimo temeljnju jednadžbu u obliku

$$F = m \cdot a \rightarrow 1[\text{N}] = 1[\text{kg}] \cdot 1\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right] = 1[\text{kg}] \cdot [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}].$$

Dakle, $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Sila od 1 N je ona sila koja tijelo mase 1 kg ubrzava ubrzanjem od 1 ms^{-2} .

U stvarnosti na tijelo obično ne djeluje samo jedna sila. Na naša kolica su čitavo vrijeme gibanja djelovale sila teža, sila podloge, otpor zraka, sila trenja i vučna sila, no, rezultantna sila je bila u smjeru djelovanja vučne sile, i u tom smjeru su se kolica ubrzavala. Pogledajte dijagram sila na slici 6.11 koje djeluju na kolica. Kolica su predstavljena zelenim krugom. Vertikalne sile smo zanemarili zbog prije opisanih razloga.



Slika 6.11 – Dijagram horizontalnih sila na tijelo prije nego što uteg padne na pod.

Kada vektorski zbrojimo sve ove sile dobivamo rezultantnu силу у смјеру vučне сile. У том истом смјеру ubrzavaju наша kolica. С обзиrom на све закључено, други Newtonov zakon можемо записати и као

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m} \rightarrow \vec{F}_R = m\vec{a}, \quad (6.2)$$

pri čemu je \vec{F}_R rezultantна сила коју добијемо када зbrojимо све сile које djeluju na tijelo.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_V - (\vec{F}_{OZ} + \vec{F}_{tr})$$

У нашем slučaju otpor i trenje су мали те се rezultantна сила мало разликује од vučне сile.



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalaze se tri obrađene snimke назива 6. Drugi NZ 1, 6. Drugi NZ 2 i 6. Drugi NZ 3, па ih можете analizirati и самостално.



Nakon што сте obradili ову nastavnu единицу са својим nastавником или самостално, предлаžемо вам израду самосталног пројекта у којем ћете помоћу Trackera analizirati неко гibanje из stvarnosti. Можете primjerice analizirati i usporediti sile na kladivo i kuglu kada ih izbacete bacač kladiva, odnosno bacač kugle.

7. Treći Newtonov zakon – zakon akcije i reakcije

Prvi pokus

Izveli smo pokus u kojem elastično sudaramo dvoja kolica jednake mase. Trackerom ćemo analizirati međudjelovanje kolica.

Potreban pribor:

- Dvoja kolica jednakih masa, od kojih barem jedna imaju na sebi oprugu
- Predmet poznate duljine
- Kontrastna pozadina

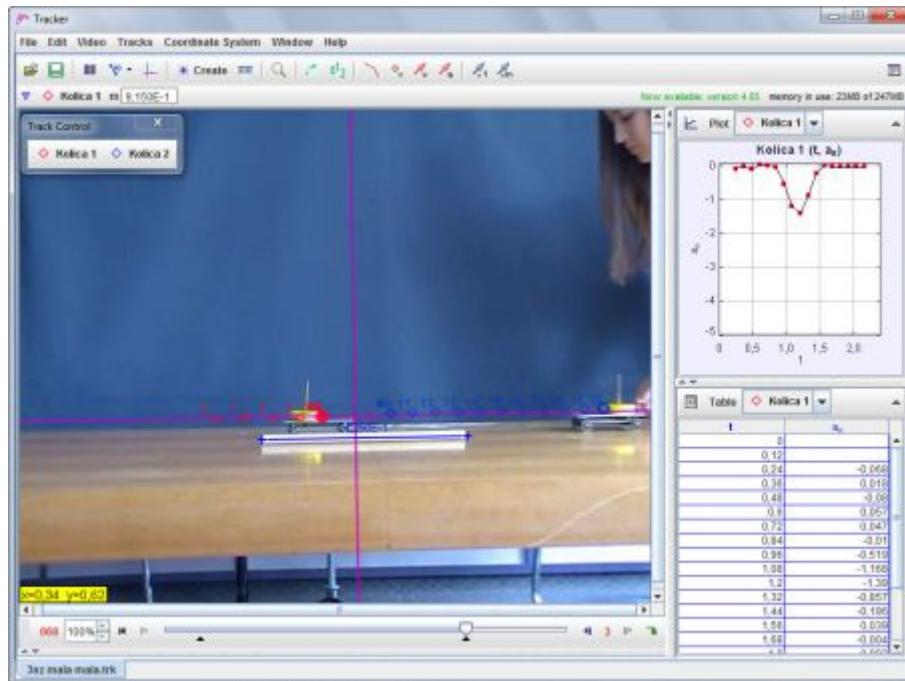


Slika 7.1 - Pokus. Kolica 1 su lijevo, a kolica 2 desno.

Tijek pokusa:

Dvoja kolica jednakih masa postavimo na stol. Predmet poznate duljine postavimo tako da se čitav vidi u kadru (slika 7.1). Započnemo sa snimanjem i gurnemo kolica 2 prema kolicima 1 da se sudare. Kolica 1 neka prije sudara miruju na stolu.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.



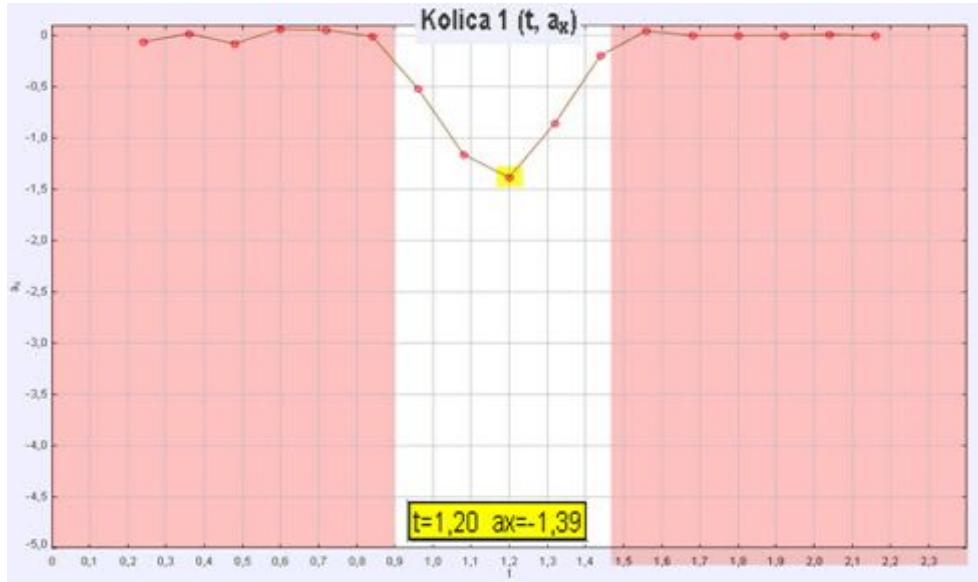
Slika 7.2 - Trackerom analiziran sudar kolica istih masa.

Za vrijeme sudara kolica međudjeluju jedna s drugima. Fizikalna veličina koja opisuje njihovo međudjelovanje je sila. Kada na tijelo djeluje neka vanjska sila to tijelo ubrzava u

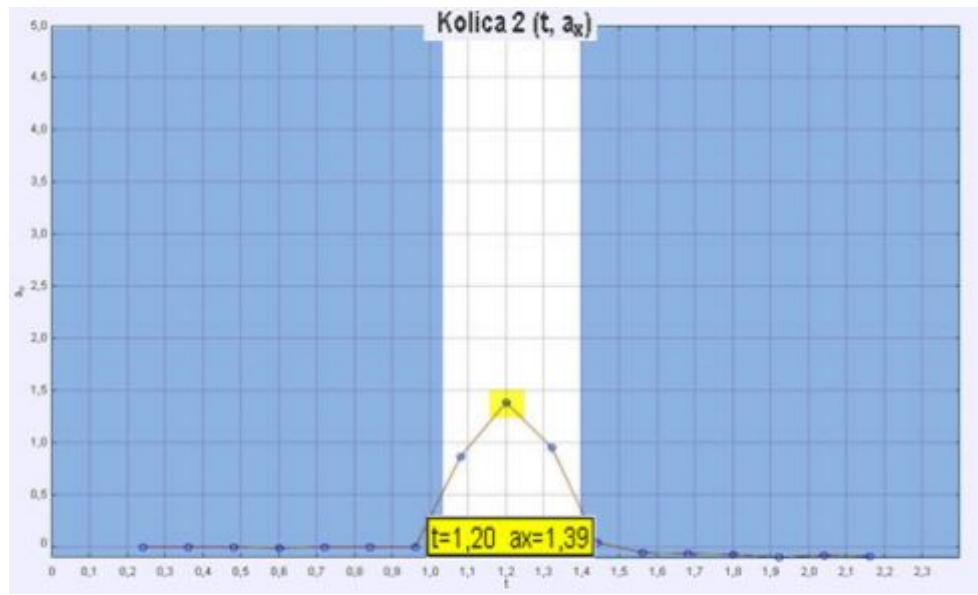
smjeru djelovanja te sile (poglavlje 6). Sile međudjelovanja možemo mjeriti mijereći ubrzanja kolica koristeći *Tracker*. Zanima nas:

Kako se odnose sile međudjelovanja?

Gibanje se odvija u smjeru x-osi. Na slikama 7.3 i 7.4 prikazani su a_x -t grafovi za kolica.



Slika 7.3 - Kolica 1, a_x -t graf.



Slika 7.4 - Kolica 2, a_x -t graf.

Kolica 2 se gibaju jednoliko po pravcu dok se ne sudare s kolicima 1 koja miruju. Nakon sudara miruju kolica 2 dok se kolica 1 gibaju jednoliko po pravcu. U kratkom vremenskom intervalu u kojem traje sudar kolica međudjeluju. Tada im ubrzanje naglo poraste, što vidimo kao šiljak na dijelu grafa koji nije zasjenjen bojom.

Također, vidimo da su ubrzanja kolica u trenutku sudara jednakih iznosa, ali suprotnih predznaka. Vektor ubrzanja je uvijek u smjeru rezultantne sile. Dakle, možemo zaključiti da

na kolica 1 u trenutku sudara djeluje sila u lijevo, a na kolica 2 u desno. Što uzrokuje sile koje djeluju na kolica?

Za međudjelovanje su potrebna dva tijela. Jedno tijelo ne može djelovati silom samo na sebe. U ovom pokusu imamo samo dvoja kolica, dakle možemo zaključiti da kolica 1 djeluju na kolica 2 nekom silom, ali i kolica 2 djeluju na kolica 1 nekom silom. Te sile su suprotnih smjerova. Koliki su iznosi tih sila?

Vaganjem smo izmjerili mase kolica $m_{k1} = m_{k2} = 0,915 \text{ kg}$, a očitavanjem iz grafova vrijednosti maksimalnih ubrzanja, $a_{k1} = -1,39 \text{ ms}^{-2}$ i $a_{k2} = 1,39 \text{ ms}^{-2}$.

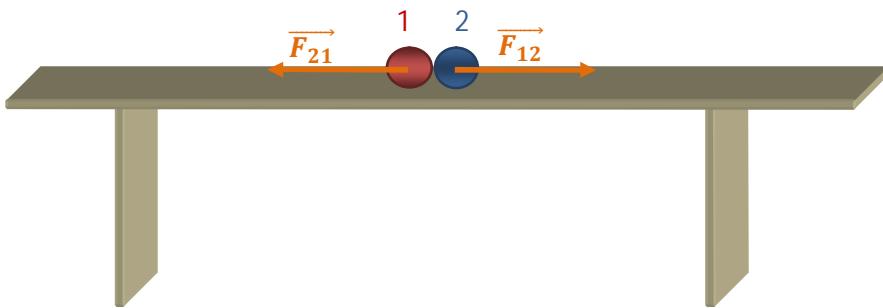
Iz ovih podataka možemo izračunati силу F_{12} kojom kolica 1 djeluju na kolica 2 i силу F_{21} kojom kolica 2 djeluju na kolica 1.

$$F_{21} = m_{k1} \cdot a_{k1} = 0,915 \text{ kg} \cdot (-1,39 \text{ ms}^{-2}) = -1,27 \text{ N}$$

$$F_{12} = m_{k2} \cdot a_{k2} = 0,915 \text{ kg} \cdot 1,39 \text{ ms}^{-2} = 1,27 \text{ N}$$

Iznosi ovih sila su jednaki, samo su one suprotnog predznaka, što znači da djeluju u suprotnim smjerovima. Kažemo da su F_{12} i F_{21} sila i protusila.

Pogledajmo sliku 7.5 da bismo si vizualno predočili smjerove i iznose sile koje tijekom sudara djeluju na kolica 1 i 2.



Slika 7.5 - Dijagram sila na kolica 1 i 2 u trenutku sudara.

Na dijagramu sila ucrtali smo samo one sile koje utječu na gibanje tijela, dakle one koje djeluju u horizontalnom smjeru. Kolica 1 predstavljena su kuglicom crvene boje, a kolica 2 kuglicom plave boje.

Zaključujemo:

Ako prvo tijelo djeluje na drugo tijelo silom \vec{F}_{12} , tada istovremeno i drugo tijelo djeluje na prvo silom \vec{F}_{21} . Ove sile su jednakih iznosa i suprotnih predznaka. Pišemo:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

$$m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2. \quad (7.1)$$

Ovaj fizikalni zakon zove se treći Newtonov zakon. Uvijek vrijedi:

1. Sile uvijek dolaze u parovima (ne postoji sila F_{12} ako ne postoji sila F_{21} i obrnuto).
2. Sila i protusila djeluju na dva različita tijela te se stoga ne poništavaju (za razliku od npr. gravitacijske sile i sile podloge koje djeluju na isto tijelo i nisu protusile).
3. Sila i protusila su iste prirode i djeluju istovremeno.

Ustvrdili smo kako se odnose sile međudjelovanja ako su mase kolica jednake. Pitamo se:

Kako se odnose sile međudjelovanja ako su mase kolica različite?

Drugi pokus

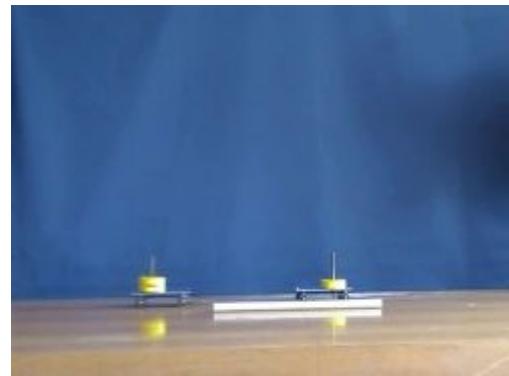
Sudarit ćemo dvoja kolica različitih masa, izmjeriti ubrzanje u trenutku sudara i usporediti iznose i smjerove sile.

Potreban pribor:

- Dvoja kolica, od kojih barem jedna imaju na sebi oprugu
- Predmet poznate duljine
- Kontrastna pozadina
- Utezi

Tijek pokusa:

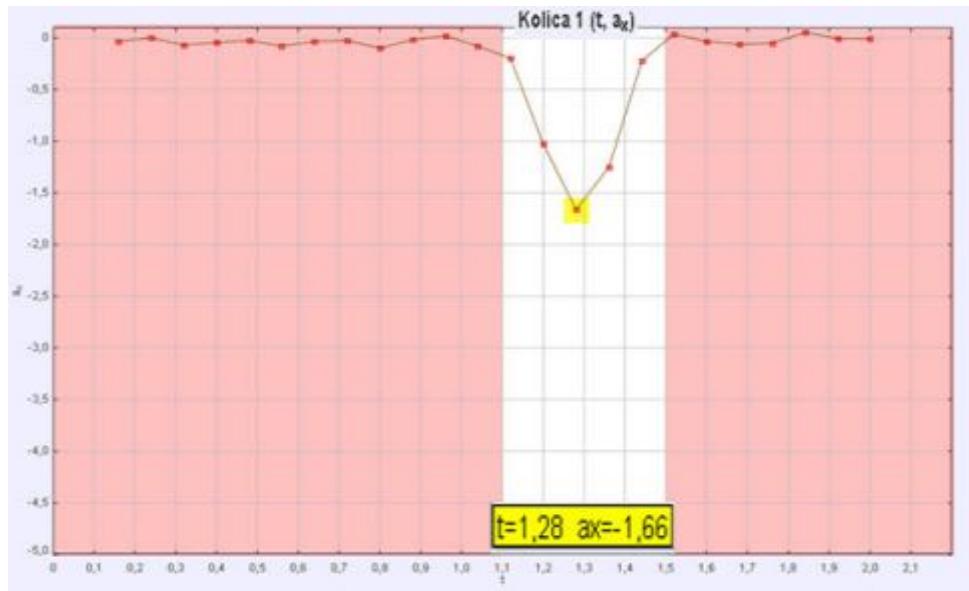
Kolica 1 otežamo sa dodatnim žutim utegom. Ostatak tijeka pokusa jednak je kao i u prethodnom pokusu.



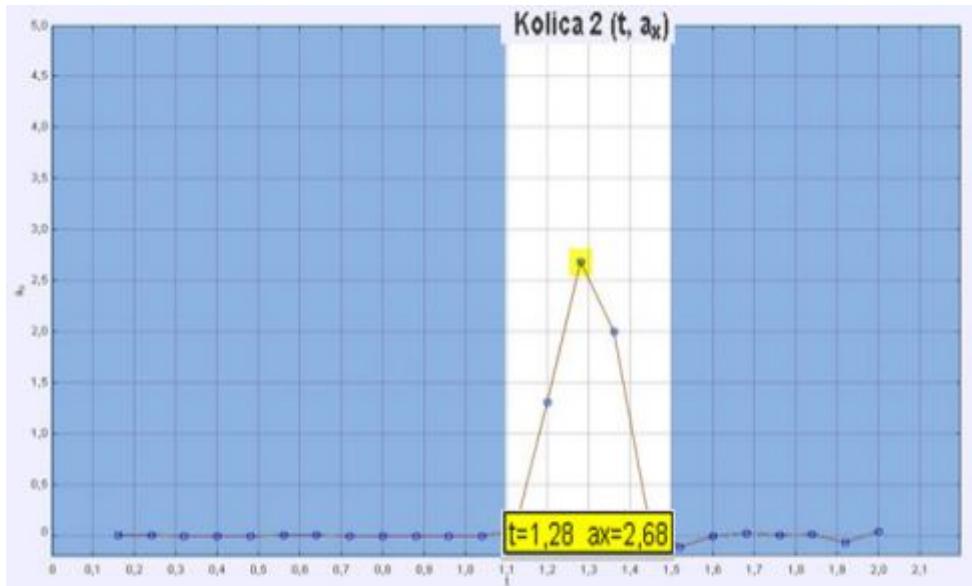
Slika 7.6 - Pokus.

Sudarili smo kolica različitih masa. Kolica veće mase $m_{k1} = 1,475 \text{ kg}$ nazvali smo Kolica 1, a kolica manje mase $m_{k2} = 0,915 \text{ kg}$ Kolica 2.

Proučimo kako izgledaju a_x -t grafovi za kolica 1 i 2.



Slika 7.7 - Kolica 1, a_x -t graf.



Slika 7.8 - Kolica 2, a_x -t graf.

Vidimo da maksimalna ubrzanja kolica više nisu jednaka i iznose $a_{k1} = -1,66 \text{ ms}^{-2}$ i $a_{k2} = 2,68 \text{ ms}^{-2}$.

Iz ovih podataka možemo izračunati sile međudjelovanja.

$$F_{21} = m_{k1} \cdot a_{k1} = 1,475 \text{ kg} \cdot (-1,66 \text{ ms}^{-2}) = -2,45 \text{ N}$$

$$F_{12} = m_{k2} \cdot a_{k2} = 0,915 \text{ kg} \cdot 2,68 \text{ ms}^{-2} = 2,45 \text{ N}$$

Kolica su jedna na druga djelovala silama istih iznosa i suprotnih smjerova. Zbog razlike u masama, učinak tih sila, odnosno ubrzanje kolica, bio je različit.



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalazi se film sa obje obrađene snimke naziva *7. Treći NZ 1* i *7. Treći NZ 2*, pa ih možete analizirati i samostalno.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete pomoću *Trackera* analizirati neko gibanje iz stvarnosti. Za treći Newtonov zakon možete primjerice analizirati sudare automobila prilikom tvorničkog testiranja ili sudare hokejaša za vrijeme utakmice.

8. Količina gibanja

Prvi pokus

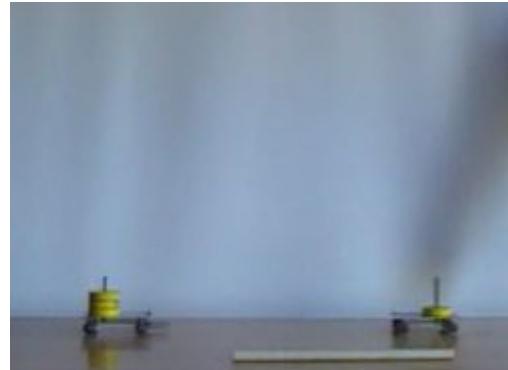
Izveli smo pokus u kojem elastično sudaramo dvoja kolica različite mase. Trackerom ćemo analizirati međudjelovanje kolica.

Potreban pribor:

- Dvoja kolica, od kojih barem jedna imaju na sebi oprugu
- Predmet poznate duljine
- Kontrastna pozadina
- Utezi

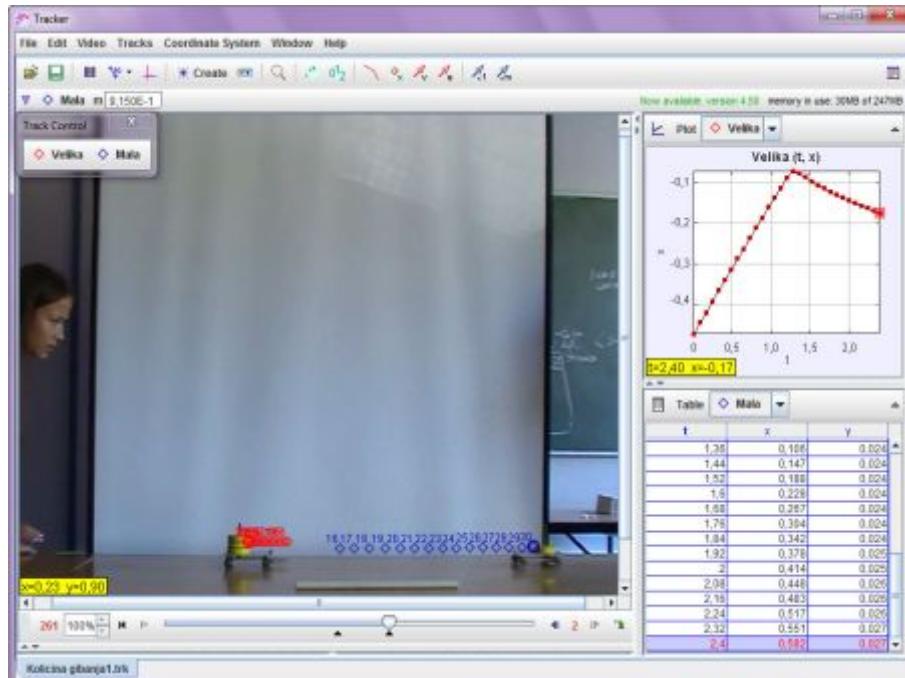
Tijek pokusa:

Dvoja kolica postavimo na stol. Kolica 1 otežamo utezima tako da im je ukupna masa 2,0 kg, a kolica 2 tako da im je ukupna masa 0,9 kg. Predmet poznate duljine postavimo tako da se čitav vidi u kadru (vidi sl. 8.1). Započnemo sa snimanjem i sudarimo jedna kolica s drugima.



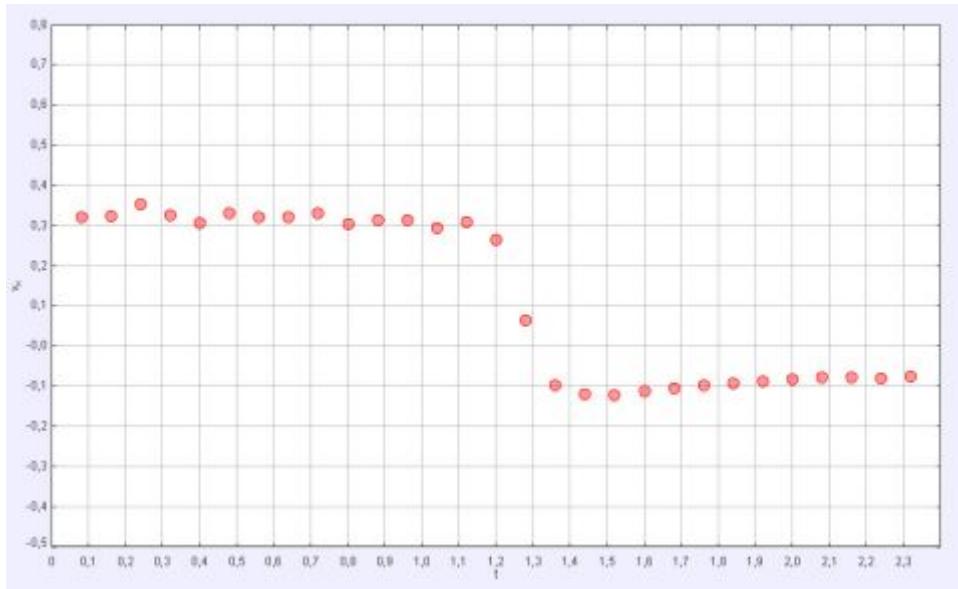
Slika 8.1 - Pokus.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.



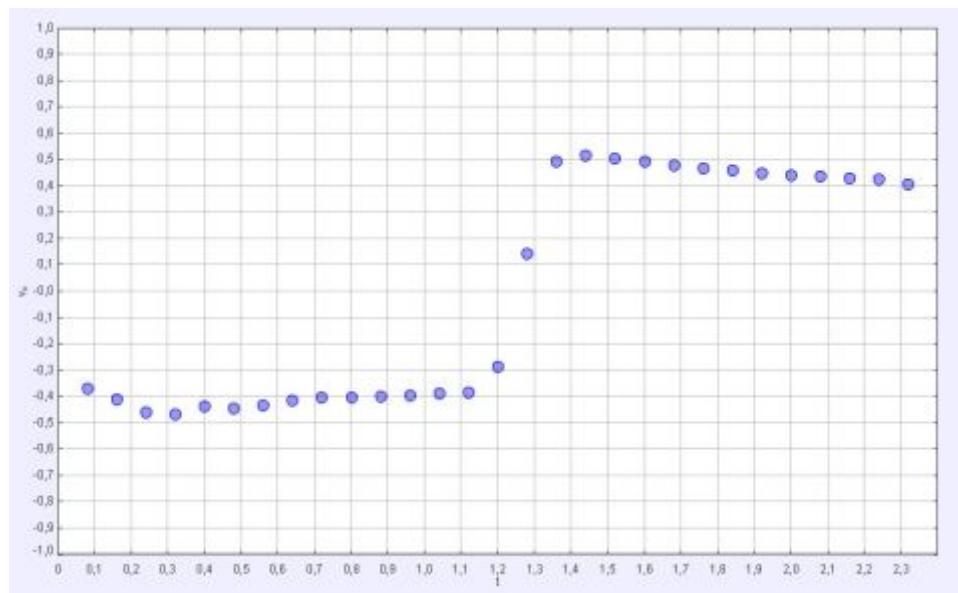
Slika 8.2 - Trackerom analiziran sudar kolica različite mase.

Promotrimo za početak kako izgledaju v_x - t grafovi za naša kolica.



Slika 8.3 – Brzina kao funkcija vremena, v_x -t graf za kolica 1.

Iz v_x -t grafa gibanja kolica 1 (slika 8.3) vidimo da se ona prije sudara gibaju jednoliko pravocrtno brzinom od $0,3 \text{ ms}^{-1}$ s lijeva na desno, u pozitivnom smjeru x-osi, a nakon sudara jednoliko pravocrtno brzinom od $-0,1 \text{ ms}^{-1}$ s desna na lijevo, u negativnom smjeru x-osi.



Slika 8.4 - Brzina kao funkcija vremena, v_x -t graf za kolica 2.

Iz v_x -t grafa gibanja kolica 2 (slika 8.4) vidimo da se ona prije sudara gibaju jednoliko pravocrtno brzinom od $-0,4 \text{ ms}^{-1}$ u negativnom smjeru x-osi, a nakon sudara jednoliko pravocrtno brzinom od $0,5 \text{ ms}^{-1}$ u pozitivnom smjeru x-osi.

Poigrajmo se s Newtonovim zakonima na malo drugačiji način nego u prethodnim poglavljima.

Uvrstimo li u drugi Newtonov zakon izraz za ubrzanje slijedi:

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

$$\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v} . \quad (8.1)$$

Umnožak mase i promjene brzine nazivamo promjenom količine gibanja, označavamo ga sa $\Delta\vec{p}$ i vrijedi

$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} . \quad (8.2)$$

Zatvoren sustav je sustav u kojem samo ona tijela koja se u njemu nalaze djeluju jedna na druga. U zatvorenom sustavu zanemarujemo djelovanje svih tijela izvan sustava na tijela unutar sustava.

Primjenit ćemo jednadžbu (8.1) na zatvoren sustav. Budući da sile međudjelovanja dolaze uvijek u suprotnim parovima njihov se zbroj poništava.

$$\Delta t \sum \vec{F}_i = \sum m_i \Delta \vec{v}_i = \Delta \sum m_i \vec{v}_i = \vec{0}$$

Ovo zapravo znači da je ukupna promjena količine gibanja jednaka nuli. Dakle, količina gibanja se ne mijenja.

Količina gibanja u zatvorenom sustavu je stalna.

Ovaj zakon zovemo zakon očuvanja količine gibanja.

Zakon očuvanja količine gibanja ima oblik

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{konst..} \quad (8.3)$$

Kolica uzajamno djeluju silama te čine približno zatvoreni sustav.

Što je s utjecajem Zemlje i stola na kolica?

S obzirom da su vektor gravitacijske sile i vektor elastične sile podloge okomiti na smjer gibanja kolica, oni ne mogu utjecati na to gibanje i stoga ih zanemarujemo (vidi str. 40). Trenje je malo i možemo ga također zanemariti.

Zapišimo sada treći Newtonov zakon za ova kolica na malo drugačiji način nego prije:

Uvrštavanjem izraza (8.1) u (7.1) dobivamo

$$m_1 \cdot \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} = -m_2 \cdot \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t} .$$

Množenjem s Δt dobivamo

$$m_1 \cdot \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \cdot \Delta \vec{v}_2 . \quad (8.4)$$

gdje je $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}'_1 - \vec{v}_1$ promjena brzine kolica 1, a $\Delta \vec{v}_2 = \vec{v}'_2 - \vec{v}_2$ promjena brzine kolica 2.

- \vec{v}_1 je brzina kolica 1 **prije međudjelovanja s kolicima 2**
- \vec{v}_2 je brzina kolica 2 **prije međudjelovanja s kolicima 1**
- \vec{v}'_1 je brzina kolica 1 **nakon međudjelovanja s kolicima 2**
- \vec{v}'_2 je brzina kolica 2 **nakon međudjelovanja s kolicima 1**

Uvrstimo to u jednadžbu (8.4):

$$m_1 \cdot (\vec{v}'_1 - \vec{v}_1) = - m_2 \cdot (\vec{v}'_2 - \vec{v}_2),$$

$$m_1 \cdot \vec{v}'_1 - m_1 \cdot \vec{v}_1 = - m_2 \cdot \vec{v}'_2 + m_2 \cdot \vec{v}_2.$$

Sada s lijeve strane jednadžbe prebacimo sve umnoške mase brzine prije međudjelovanja kolica, a sa desne sve umnoške mase i brzine nakon međudjelovanja kolica,

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2. \quad (8.5)$$

Jednadžba (8.5) kaže nam da je ukupna količina gibanja u sustavu prije međudjelovanja kolica jednaka ukupnoj količini gibanja nakon međudjelovanja. Ovu jednadžbu već smo vidjeli zapisanu u obliku (8.3).

Jednadžba (8.5) je oblik zakona očuvanja količine gibanja za sustav sa dva tijela.

Uvrstimo sada parametre iz našeg pokusa u jednadžbu (8.4) i provjerimo vrijedi li zakon očuvanja količine gibanja.

	Masa (kg)	Brzina prije sudara (ms^{-1})	Brzina nakon sudara (ms^{-1})
Kolica 1	$m_1 = 2,0$	$v_1 = 0,3$	$v'_1 = -0,1$
Kolica 2	$m_2 = 0,9$	$v_2 = -0,4$	$v'_2 = 0,5$

Dakle:

$$2,0 \text{ kg} \cdot 0,3 \text{ ms}^{-1} + 0,9 \text{ kg} \cdot (-0,4 \text{ ms}^{-1}) = 2,0 \text{ kg} \cdot (-0,1 \text{ ms}^{-1}) + 0,9 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ ms}^{-1},$$

$$0,24 \text{ kgms}^{-1} = 0,25 \text{ kgms}^{-1}.$$

Izračunate vrijednosti količina gibanja su približno jednake. Odstupanje od $0,01 \text{ kgms}^{-1}$ je očekivana greška u mjerenuju *Trackerom*. Pokusom smo pokazali da zakon očuvanja količine gibanja vrijedi.

Možemo li imati gibanje ako je ukupna količina gibanja jednaka nuli?

Da bismo odgovorili na ovo pitanje napravili smo još jedan pokus.

Drugi pokus

Potreban pribor:

- Dvoja kolica, od kojih barem jedna imaju na sebi oprugu
- Predmet poznate duljine
- Konac
- Kontrastna pozadina
- Utezi

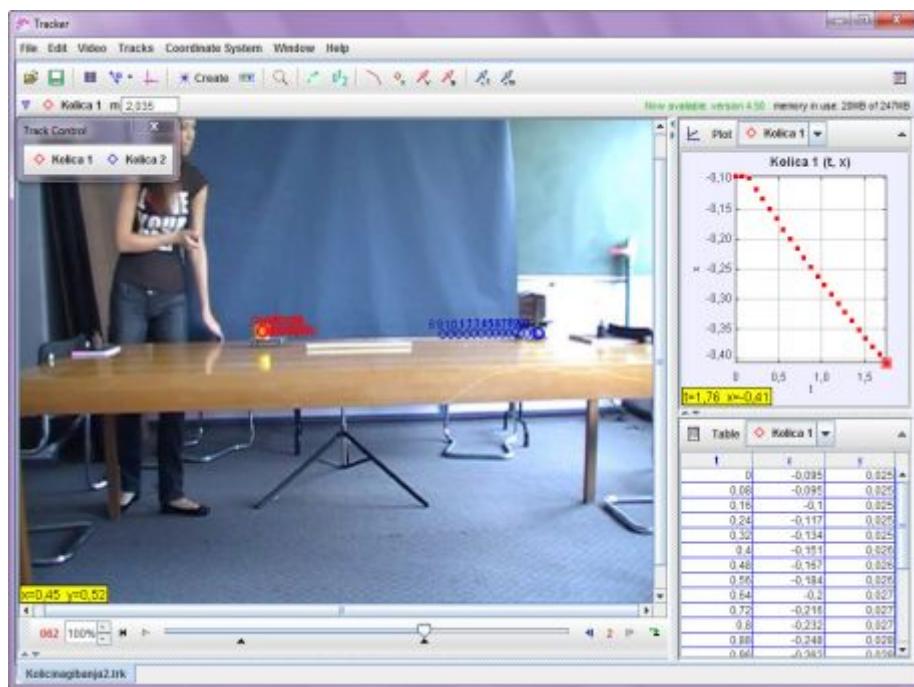
Tijek pokusa:

Dvoja kolica postavimo na stol. Jedna kolica otežamo utezima tako da im je ukupna masa 2,04 kg, a druga tako da im je ukupna masa 0,92 kg . Postavimo kolica jedna nasuprot drugih tako da je opruga među kolicima potpuno sabijena i svežemo ih. Predmet poznate duljine postavimo tako da se čitav vidi u kadru. Započnemo sa snimanjem i pregorimo konac koji drži kolica zajedno.



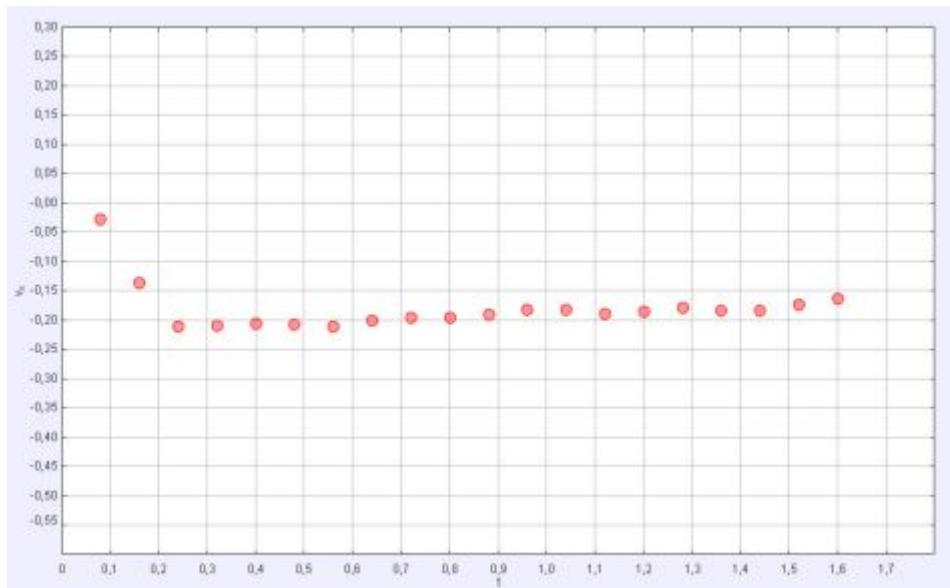
Slika 8.5 - Pokus.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.

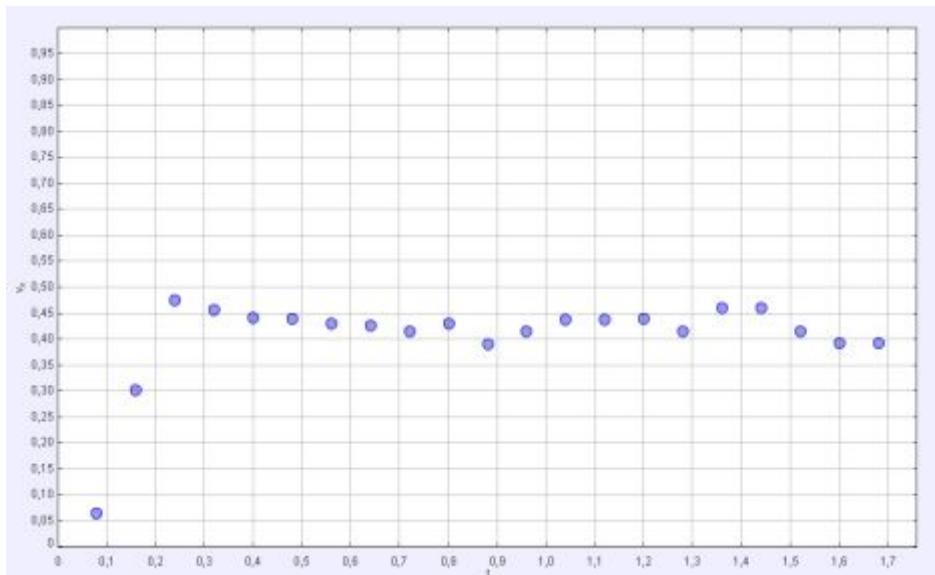


Slika 8.6 - Trackerom analizirano gibanje.

Promotrimo kako izgledaju v_x-t grafovi za obadvoja kolica.



Slika 8.7 – Kolica 1 mase 2,04 kg, v_x -t graf.



Slika 8.8 - Kolica 2 mase 0,92 kg, v_x -t graf.

Na oba grafa vidimo skok koji je nastao u trenutku kada je konac između kolica pregorio. Nakon toga oboja kolica gibaju se jednoliko pravocrtno i to kolica 1 brzinom $\vec{v}'_1 = -0,19 \text{ ms}^{-1}$ u negativnom smjeru x- osi, a kolica 2 brzinom $\vec{v}'_2 = 0,42 \text{ ms}^{-1}$ u pozitivnom smjeru x-osi.

Uvrstimo parametre iz pokusa u jednadžbu (8.4) i provjerimo vrijedi li zakon očuvanja količine gibanja.

	Masa (kg)	Brzina prije sudara (ms^{-1})	Brzina nakon sudara (ms^{-1})
Kolica 1	$m_1 = 2,04$	$v_1 = 0,00$	$v'_1 = -0,19$
Kolica 2	$m_2 = 0,92$	$v_2 = 0,00$	$v'_2 = 0,42$

Vrijedi:

$$2,04 \text{ kg} \cdot 0,00 \text{ ms}^{-1} + 0,92 \text{ kg} \cdot 0,00 \text{ ms}^{-1} = 2,04 \text{ kg} \cdot (-0,19 \text{ ms}^{-1}) + 0,92 \text{ kg} \cdot 0,42 \text{ ms}^{-1},$$
$$0,00 \text{ kgms}^{-1} = 0,00 \text{ kgms}^{-1}.$$

Zakon očuvanja vrijedi. Dobili smo odgovor na svoje pitanje. Možemo imati gibanje iako je ukupna količina gibanja jednaka nuli.



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalaze se filmovi sa obje obrađene snimke naziva *8. Količina gibanja 1* i *8. Količina gibanja 2*, pa ih možete analizirati i samostalno.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete pomoću *Trackera* pokušati analizirati neko gibanje iz stvarnosti. Možete primjerice analizirati sudare biljarskih kugli.

9. Horizontalni hitac

Horizontalnim hitcem nazivamo gibanje koje je posljedica izbačaja tijela u horizontalnom smjeru, npr. loptice ili novčića s površine stola.

Kakvo je to gibanje?

Da bismo proučili ovo gibanje snimili smo gibanje loptice izbačene s površine stola.

Prvi pokus

Potreban pribor:

- Kuglica
- Predmet poznate duljine
- Stol
- Kontrastna pozadina

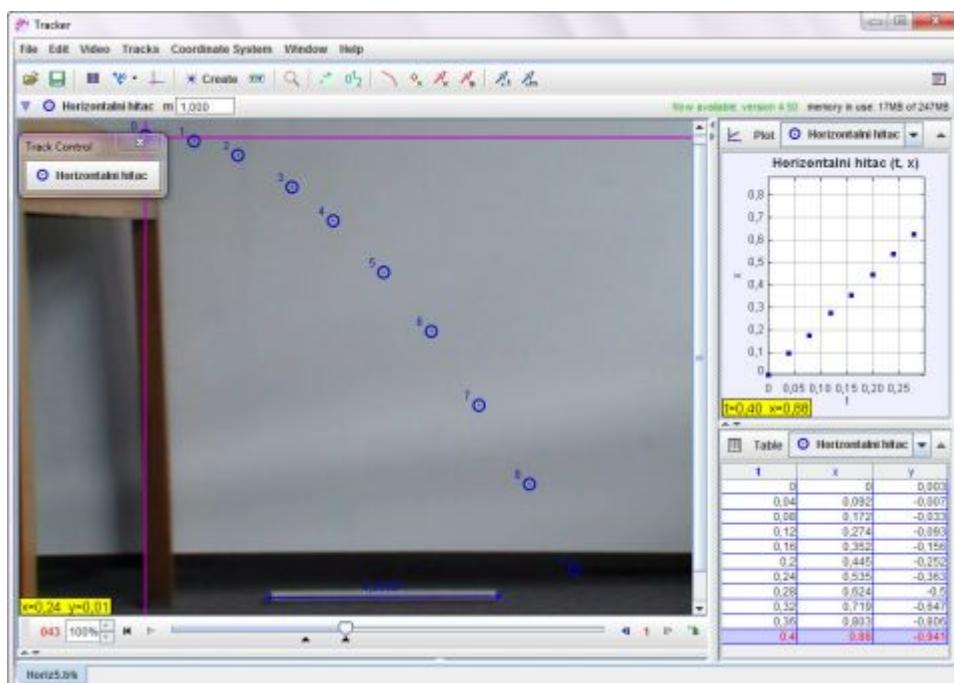
Tijek pokusa:

Kameru postavimo tako da u kadru imamo rub stola, predmet poznate duljine na podu i čitavu putanju kuglice. Pokrenemo snimanje i bacimo kuglicu po površini stola tako da izleti u horizontalnom smjeru preko njegovog ruba.



Slika 9.1 - Pokus.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.



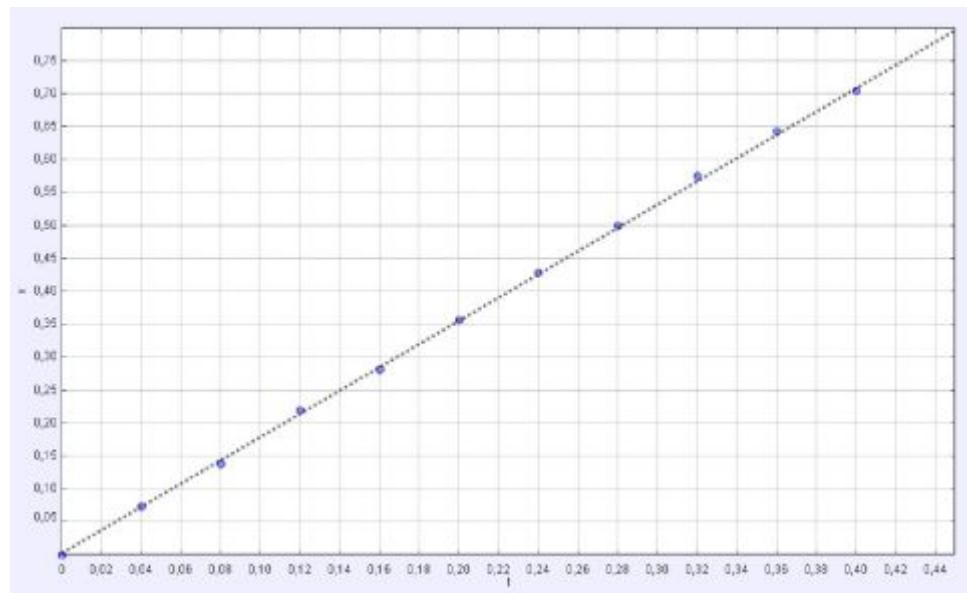
Slika 9.2 - Trackerom analiziran horizontalni hitac.

Kada kuglica koja se giba po stolu prijeđe rub stola ona nastavlja gibanje u horizontalnom smjeru. Međutim, u isto vrijeme kuglica pada prema podu zbog djelovanja sile teže. Kuglica se u istovremeno giba i u horizontalnom i u vertikalnom smjeru!

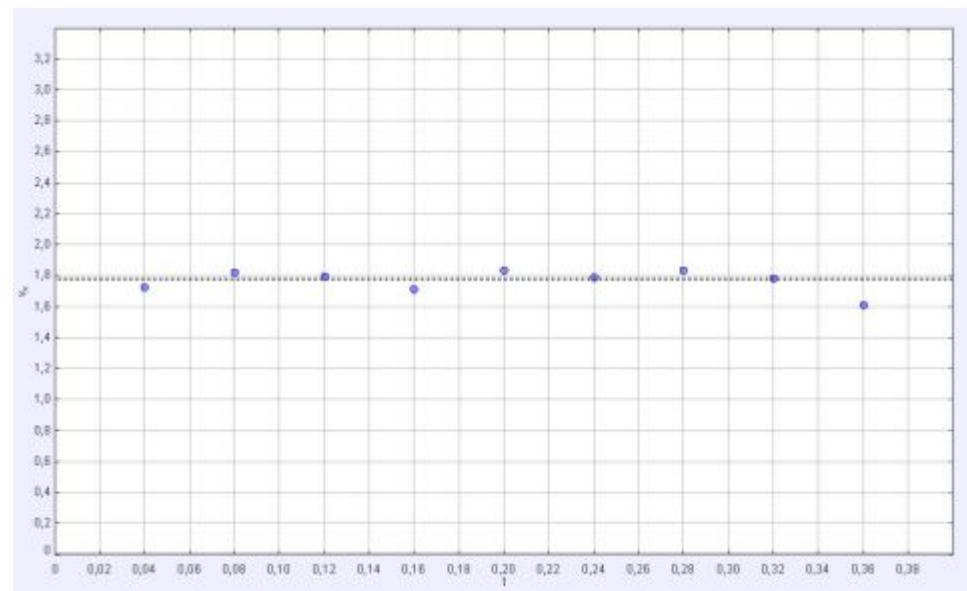
Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od dva gibanja u dva okomita smjera - složeno gibanje.

Od kakvih gibanja je složen horizontalni hitac? Proučimo $x-t$, v_x-t , $y-t$ i v_y-t grafove ovog gibanja.

Gibanje u horizontalnom smjeru:



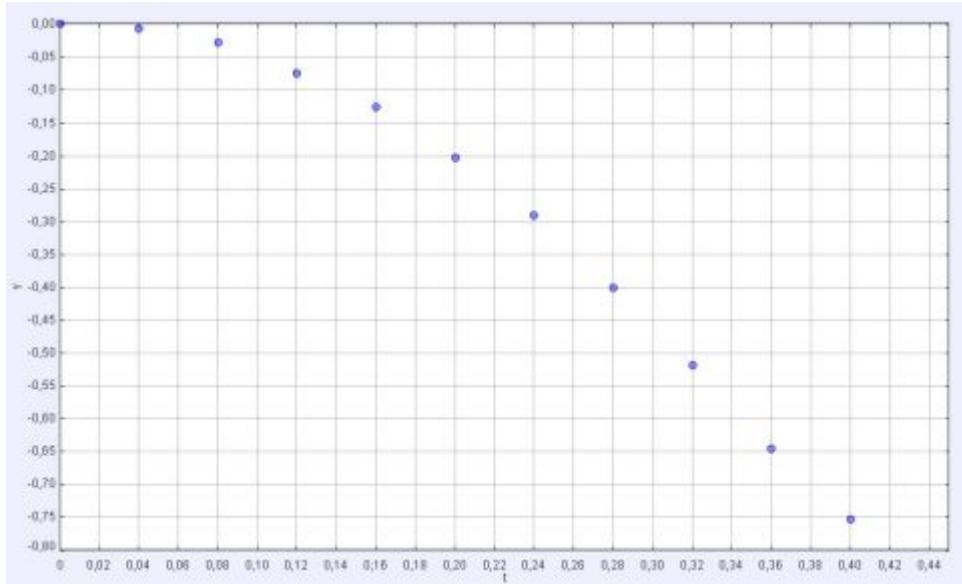
Slika 9.3 - Horizontalni hitac, $x-t$ graf. Put koji je tijelo prešlo u horizontalnom smjeru.



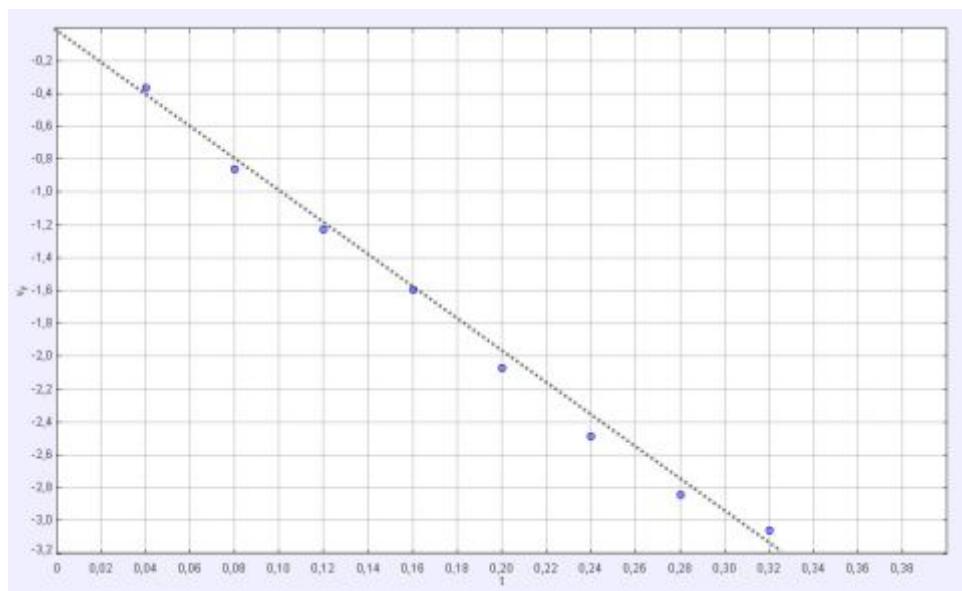
Slika 9.4 - Horizontalni hitac, brzina u horizontalnom smjeru.

Iz x - t i v_x - t grafova možemo zaključiti da se kuglica u horizontalnom smjeru giba jednoliko po pravcu – za jednak vremenski interval prelazi uvijek jednak dio puta i brzina je stalna.

Gibanje u vertikalnom smjeru:

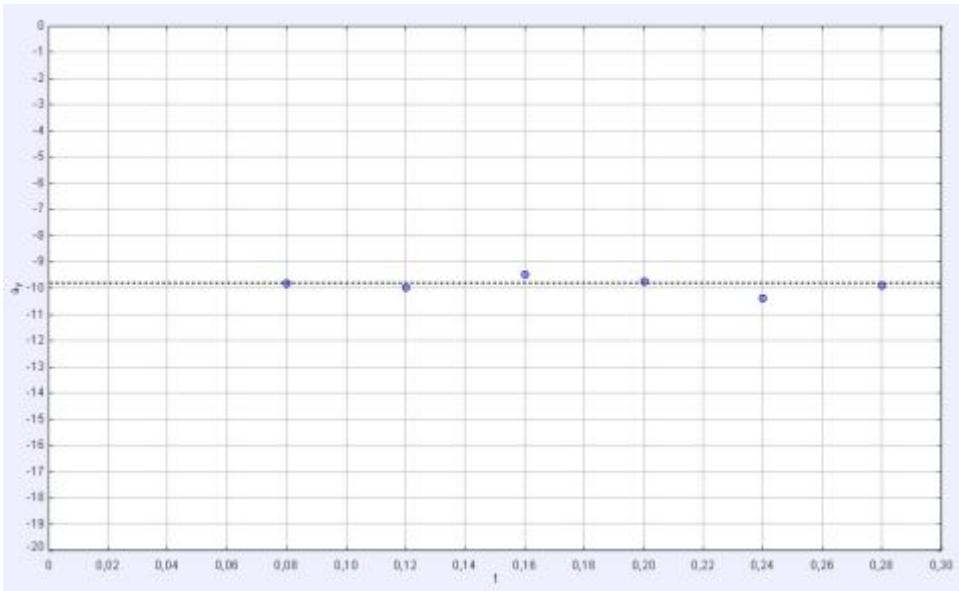


Slika 9.5 - Horizontalni hitac, y - t graf - put koji je tijelo prešlo u vertikalnom smjeru.



Slika 9.6 - Horizontalni hitac, brzina u vertikalnom smjeru.

Iz y - t i v_y - t grafova možemo zaključiti da se kuglica u vertikalnom smjeru giba jednoliko ubrzano po pravcu - u jednakim vremenskim intervalima brzina joj se uvijek povećava za jednak iznos. Znamo da je ubrzanje tijela kod jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja stalno. Pogledajmo još i a_y - t graf da bismo proučili koliko je ubrzanje kod horizontalnog hitca.



Slika 9.7 - Horizontalni hitac, a_y -t graf - ubrzanje u vertikalnom smjeru.

Vidimo da je iznos srednje vrijednosti ubrzanja otprilike 10 ms^{-2} što odgovara ubrzanju sile teže. Iz tablica koje Tracker stvara izdvojili smo podatke o ubrzanju u Excel te izračunali da srednja vrijednost ubrzanja iznosi $9,86 \text{ ms}^{-2}$.

Horizontalni hitac je složeno gibanje sastavljeno od dvije vrste gibanja: jednolikog gibanja po pravcu u horizontalnom smjeru i slobodnog pada (jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje) u vertikalnom smjeru prema dolje. Rezultantno gibanje (ono što mi vidimo) je posljedica vektorskog zbroja brzina oba gibanja. Ono je jedinstveno, ali ga možemo (ne moramo) rastaviti na komponente.

S obzirom na sve što smo do sada zaključili o naravi horizontalnog hica, analizirat ćemo ga na temelju naučenog o jednolikom gibanju po pravcu i jednoliko ubrzanim pravocrtnom gibanju.

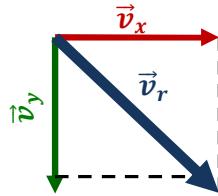
U našem slučaju gibanje u horizontalnom smjeru je jednoliko. Kuglica se giba nekom brzinom po stolu prije nego dođe do ruba kada mi počinjemo promatrati horizontalni hitac. To znači da kuglica ima početnu brzinu u horizontalnom smjeru, v_0 . Za prijeđeni put kod jednolikog gibanja po pravcu vrijedi

$$x = v_0 t. \quad (9.1)$$

U vertikalnom smjeru gibanje je jednoliko ubrzano. Za put koji je tijelo prešlo u vertikalnom smjeru koristimo izraz izведен u poglavljju 3, tablica 3.2.

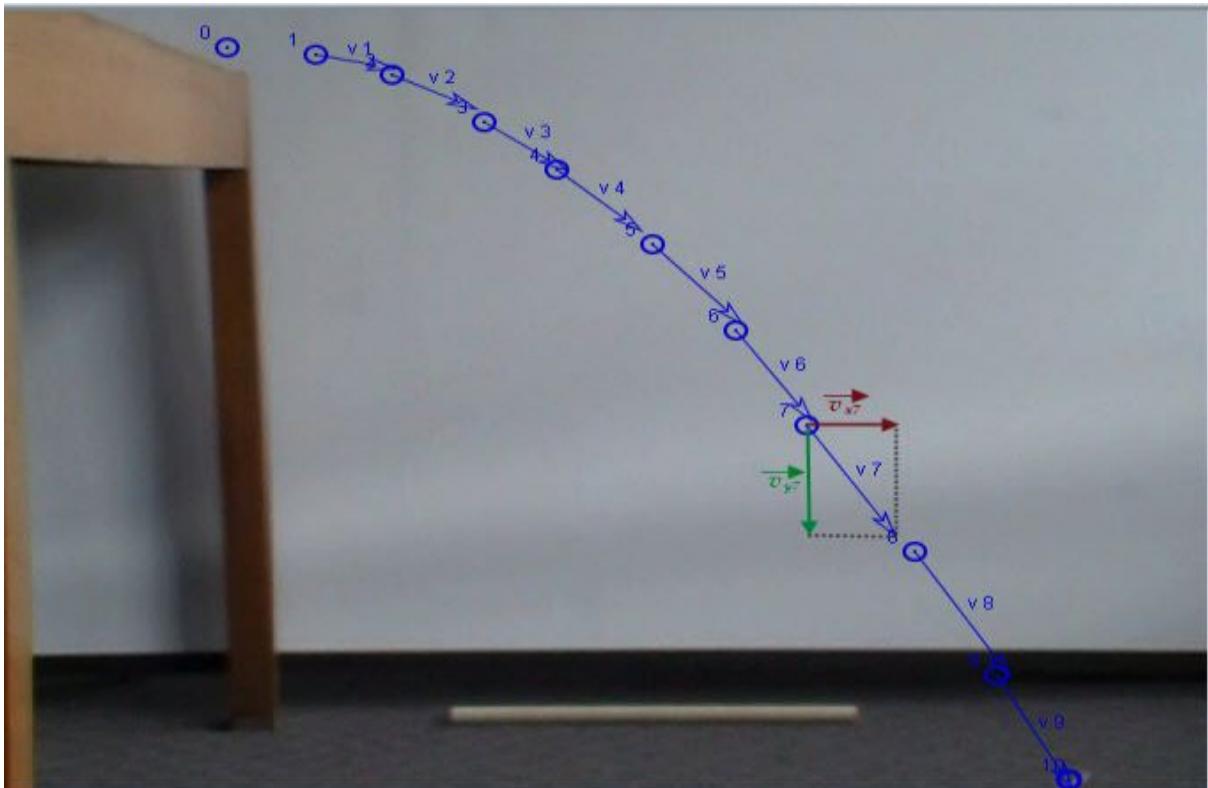
$$y = \frac{g \cdot t^2}{2} \quad (9.2)$$

Vektorskim zbrajanjem komponenti brzine u horizontalnom i vertikalnom smjeru određujemo smjer stvarne brzine (vidi sl. 9.8).



Slika 9.8- Vektorski zbroj komponenti brzina u horizontalnom i vertikalnom smjeru. Plavi vektor predstavlja stvarnu brzinu.

Tracker može prikazati vektor brzine na samom filmu (slika 9.9).



Slika 9.9 - Smjer vektora brzine. Svaki vektor na slici je zbroj komponente vektora brzine u horizontalnom i komponente vektora brzine u vertikalnom smjeru u pojedinom vremenskom trenutku. Na slici prikazane su komponente vektora brzine \vec{v}_7 .

Numerički, iznos rezultantnog vektora je drugi korijen iz zbroja kvadrata iznosa okomitih komponenti tog vektora. U našem slučaju

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Znamo da je $v_x = v_0$ jer je brzina kod jednolikog gibanja po pravcu konstantna. Također znamo i da je brzina kod jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja bez početne brzine, $v = at$, tj. u našem slučaju $v_y = gt$. Slijedi:

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}. \quad (9.3)$$

Ako iz jednadžbe 9.1 izlučimo t te ga uvrstimo u jednadžbu 9.2 dobiti ćemo ovisnost y o x.

$$y = \frac{g \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2}{2} = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2} \quad (9.4)$$

Iz jednadžbe (9.4) vidimo da je rezultantna putanja $y(x)$ naše kuglice kvadratna funkcija ili parabola.

Ukupno vrijeme gibanja u horizontalnom i vertikalnom smjeru je jednako. Domet horizontalnog hitca je najveća udaljenost koju je tijelo prešlo u horizontalnom smjeru. Jednadžba (9.5) prikazuje ovisnost dometa o visini pada

$$D = v_0 \sqrt{\frac{2y}{g}}. \quad (9.5)$$



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalazi se film sa snimkom horizontalnog hitca naziva *9. Horizontalni hitac*, pa ga možete analizirati i samostalno.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete pomoću Trackera pokušati analizirati neko gibanje iz stvarnosti. Za horizontalni hitac možete primjerice snimiti skok skatera preko stepenica.

10. Vertikalni hitac

Vertikalni hitac je hitac pri kojem je tijelo izbačeno vertikalno prema gore ili vertikalno prema dolje. Primjer hitca vertikalno prema gore je kada sudac u košarkaškoj utakmici na početku baci loptu za kojom dva košarkaša onda skaču da bi se izborili za loptu. Za primjer hitca vertikalno prema dolje zamislite da loptu želite baciti tako udari u pod i da je njena putanja pritom okomita na pod.

Prvi pokus

Da bi analizirali vertikalni hitac ručno smo izbacili kuglicu vertikalno prema gore (slika 10.1).

Potreban pribor:

- Kuglica
- Kontrastna pozadina
- Predmet poznate duljine

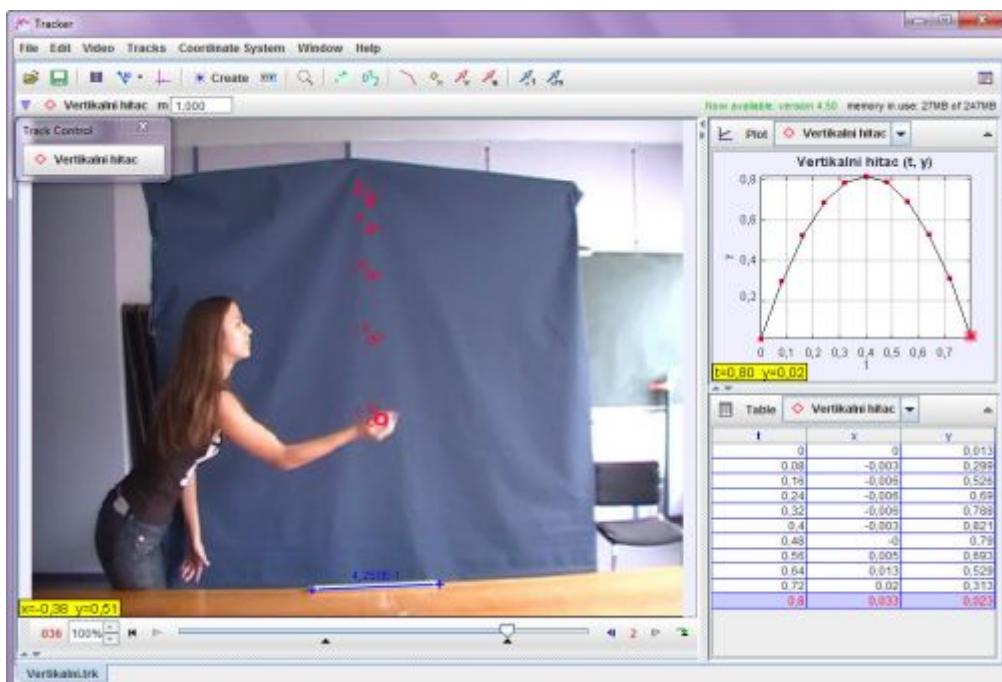
Tijek pokusa:

Kameru postavimo tako da u kadru imamo predmet poznate duljine i čitavu putanju kuglice. Pokrenemo snimanje i bacimo kuglicu vertikalno prema gore.



Slika 10.1 - Pokus.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.



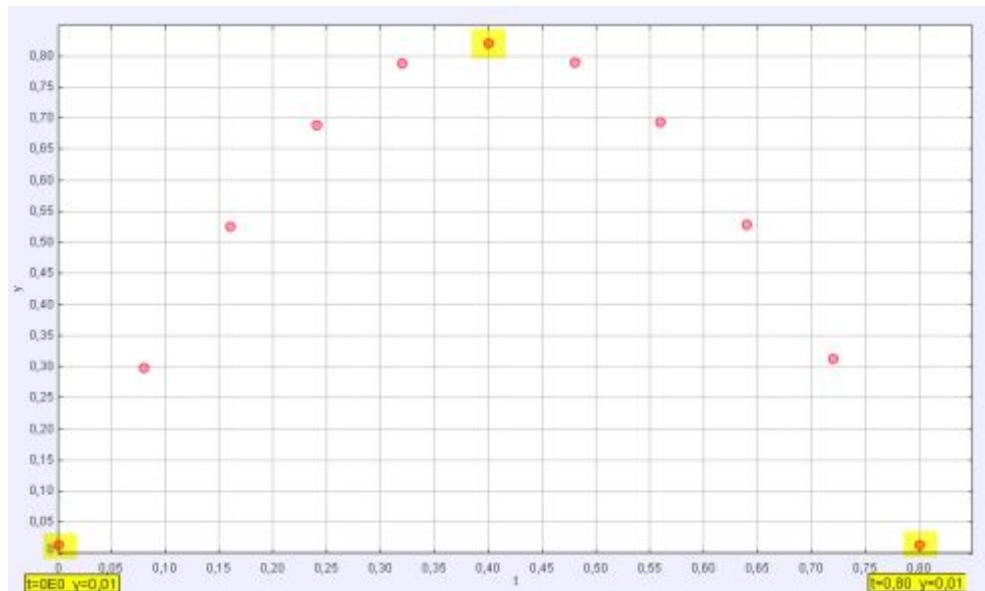
Slika 10.2 – Trackerom analiziramo vertikalni hitac prema gore.

Kakvo je to gibanje?

Koliko je vrijeme uspona i vrijeme pada?

Kakvi su brzina i ubrzanje po iznosu i smjeru na maksimalnoj visini, y_{\max} ?

Da bismo našli odgovore na ova pitanja proučimo y - t , v_y - t i a - t grafove.

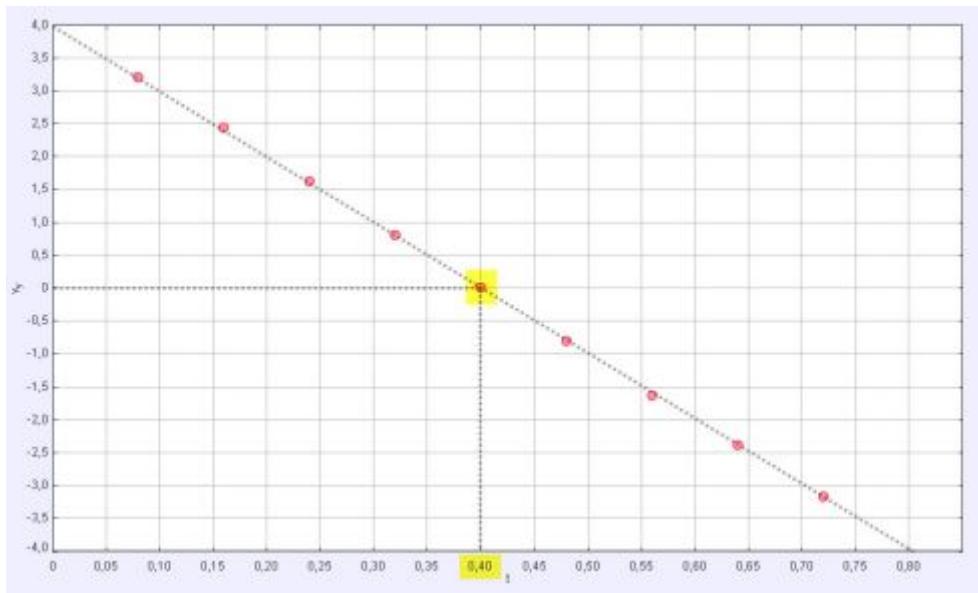


Slika 10.3 – Vertikalni hitac prema gore, y - t graf.

Na slici 10.3 žutom bojom su osjenčani početni položaj, položaj na maksimalnoj visini te konačni položaj tijela. U slučaju vertikalnog hitca prema gore početni i konačni položaj gibanja su jednakci.

Primijetimo da je vrijeme uspona jednako vremenu pada. Kuglica se od početnog položaja do y_{\max} gibala 0,4 s, kao i od y_{\max} do konačnog položaja.

Da bismo lakše razumjeli ovo gibanje, prisjetimo se i x - t grafa iz poglavlja o putu i pomaku (slika 2.2).



Slika 10.4 – Vertikalni hitac prema gore, v_y-t graf.

Brzina je linearna funkcija vremena, v_y-t graf je pravac. Vidimo da se brzina kuglice nakon izbačaja jednoliko smanjuje do nule, a zatim isto tako jednoliko povećava do istog iznosa koji je imala neposredno nakon izbačaja.

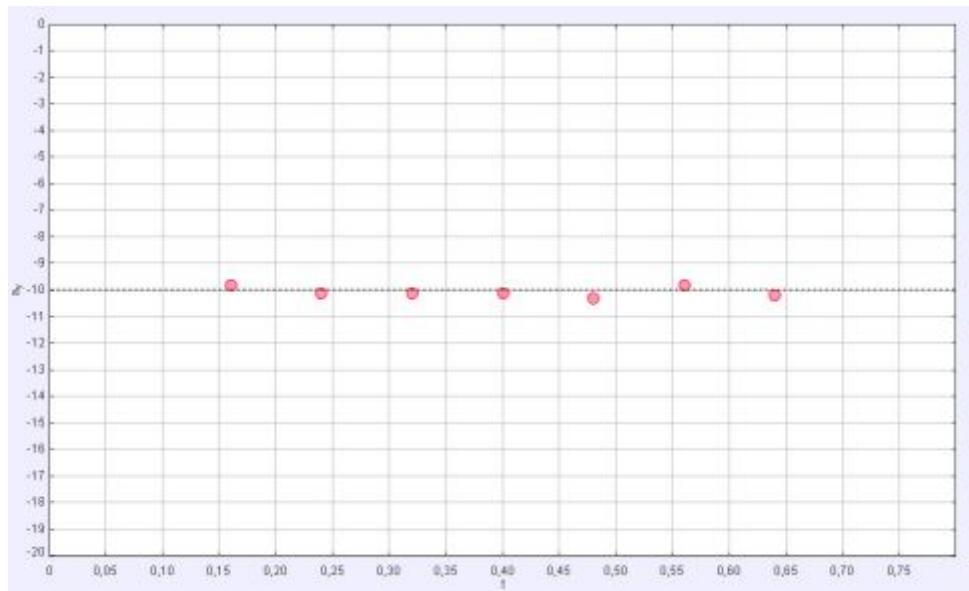
Kada se tijelu u jednakim vremenskim intervalima brzina povećava (smanjuje) za uvijek jednak iznos kažemo da se tijelo giba jednoliko ubrzano (usporeno).

Uz y-os u dijelu kad se kuglica giba prema gore je predznak plus zbog načina na koji smo postavili koordinatni sustav. Odabrali smo da je pozitivan smjer y-osi prema gore, a vektor brzine je u tom dijelu gibanja upravo u smjeru prema gore. Shodno tome, gibanje prema dolje je gibanje u negativnom smjeru y-osi.

U trenutku kada kuglica dosegne maksimalnu visinu njena brzina je jednaka nuli (osjenčano žuto na grafu). Međutim, u istom tom trenutku, zbog djelovanja sile teže (sila teže na kuglicu djeluje čitavo vrijeme) kuglica počinje slobodno padati. S obzirom da je vektor brzine promijenio smjer, i sada je usmjeren prema dolje, brzina je negativna.

Vektore zapisujemo kao skalare koji imaju pozitivnu vrijednost ako je pripadni vektor u smjeru pozitivne osi.

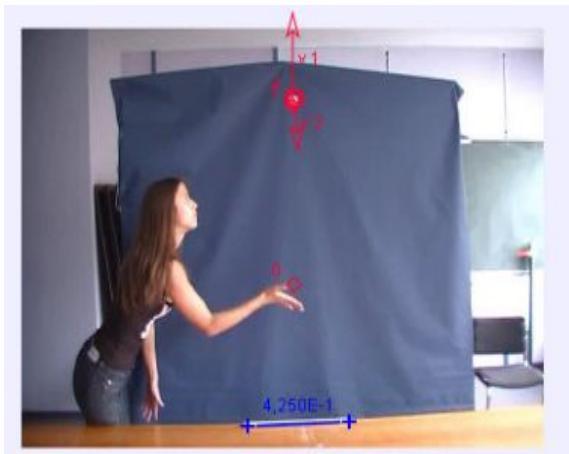
Promotrimo još i a_y -t graf



Slika 10.5 – Vertikalni hitac prema gore, a-t graf.

koji nam pokazuje da je ubrzanje tokom vertikalnog hitca prema gore konstantno, te da je po iznosu približno jednako iznosu ubrzanja sile teže, $g = -9,81 \text{ ms}^{-2}$. Iz tablica koje Tracker stvara, izračunali smo da je ubrzanje kuglice $-10,07 \text{ ms}^{-2}$, što vrlo dobro odgovara vrijednosti g .

Preostaje nam još utvrditi smjer brzine i ubrzanja u y_{\max} . Tracker ima mogućnost prikazati vektore brzine (vidi sl. 10.6) i ubrzanja (vidi sl. 10.7) u svakom trenutku.



Slika 10.6 - Smjer vektora brzine u trenutku neposredno prije nego kuglica dosegne y_{\max} (vektor v_1) i u trenutku odmah nakon tog (vektor v_2).



Slika 10.7 - Smjer vektora ubrzanja u trenutku neposredno prije nego kuglica dosegne y_{\max} (vektor a_2) i u trenutku odmah nakon tog (vektor a_3).

Ukoliko pažljivo promotrite sliku 10.7 vidjet ćete da su na slici dva vektora ubrzanja, onaj u trenutku kada kuglica dosegne y_{\max} i onaj u trenutku odmah poslije. Oba vektora su u istom smjeru.

Da biste što bolje uočili promjenu smjera vektora brzine te konstantnost smjera vektora ubrzanja, predlažemo vam da sa svojim nastavnicima pogledate gibanje usporeno, koristeći mogućnost Trackera da uspori gibanje i u isto vrijeme prikazuje smjer oba vektora.

Zaključujemo:

Vertikalni hitac prema gore je jednoliko ubrzano gibanje s početnom brzinom. Možemo ga razložiti na dva dijela:

1. Tijelo izbačeno okomito gore se penje do maksimalne visine.
 - Sastoje se od jednolikog gibanja po pravcu s vektorom početne brzine usmjerenom prema gore i slobodnog pada prema dolje (na tijelo čitavo vrijeme gibanja djeluje samo sila teža).
 - Ovo gibanje je jednoliko usporeno pravocrtno gibanje (gibanje pri kojem se tijelu u jednakim vremenskim intervalima brzina smanjuje uvijek za jednak iznos) prema gore.
2. Tijelo slobodno pada natrag na Zemlju.
 - Kada tijelo stigne u točku maksimalne visine brzina mu je $v = 0 \text{ ms}^{-1}$. Sila teža stalno djeluje na tijelo te mu je akceleracija u svakom trenutku gibanja jednaka g i usmjerena prema dolje. U trenutku odmah nakon što je tijelo stiglo na y_{\max} , sila teža okreće smjer vektora brzine i tijelo nastavlja svoje gibanje te slobodno pada.

Vertikalni hitac prema dolje je jednoliko ubrzano gibanje s početnom brzinom. Možemo ga opisati kao jednoliko gibanje po pravcu s početnom brzinom usmjerrenom prema dolje i istovremeni slobodni pad u istom smjeru.

Rezultantno gibanje je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje (gibanje pri kojem se tijelu u jednakim vremenskim intervalima brzina povećava uvijek za jednak iznos) prema dolje.

Izvedimo sada jednadžbe koje će nam biti potrebne za buduće analize vertikalnih hitaca.

Vertikalni hitac je specijalni slučaj jednoliko ubrzanog pravocrtnog gibanja s početnom brzinom pa možemo iskoristiti sve jednadžbe koje smo izveli u tom poglavljiju uz zamjenu a sa g . Ova zamjena je nužna jer je ubrzanje u slučaju vertikalnog hitca i slobodnog pada konstantno i jednako ubrzanju sile teže, g .

Kao i uvijek, prilikom analize nekog gibanja vrlo je važno znati kako smo postavili koordinatni sustav, jer to određuje način kako računamo brzinu, put, ubrzanje i ostale fizikalne veličine.

U analizi našeg hitca postavili smo koordinatni sustav tako da je pozitivni smjer y -osi prema gore, a gibanje kreće iz ishodišta sustava. Stoga vrijedi:

- Za vertikalni hitac prema gore: početna brzina, $v_0 > 0$; pređeni put, $y > 0$.
- Za vertikalni hitac prema dolje: početna brzina, $v_0 < 0$; pređeni put, $y < 0$.

U ovakav odabir položaja koordinatnog sustava v_0 je u pozitivnom smjeru y -osi i stoga ima predznak plus, a ubrzanje $a = -g$ je u negativnom smjeru y -osi i stoga ima predznak minus. Brzina za vertikalni hitac prema gore u svakom trenutku je jednaka:

$$v(t) = v_0 - gt. \quad (10.1)$$

Jednadžbu (3.13) modificirat ćemo za naš slučaj. Ovaj izraz kod vertikalnog hitca označava položaj na kojem se tijelo nalazi u nekom trenutku t .

Uz dogovoren odabir položaja koordinatnog sustava, za vertikalni hitac prema gore vrijedi

$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad (10.2)$$

gdje $y(t)$ označava položaj kuglice u trenutku t .

Jednadžba koja povezuje brzinu, akceleraciju i položaj je

$$v(t) = \sqrt{v_0^2 - 2gy(t)}. \quad (10.3)$$

Ukupni put s_{uk} koji je tijelo prešlo u vertikalnom hitcu prema gore je zbroj puta koji je tijelo prešlo od početnog položaja do y_{max} i puta koji je tijelo prešlo od y_{max} do konačnog položaja. Ukoliko su početni i konačni položaj jednaki vrijedi

$$s_{uk} = 2 \cdot y_{max}. \quad (10.4)$$

Izvedimo još jednadžbe za maksimalnu visinu koju će tijelo postići pri vertikalnom hitcu prema gore i vrijeme u kojem će to postići – vrijeme uspona.

Kada tijelo dosegne maksimalnu visinu y_{max} brzina tijela v je nula. Iz jednadžbe 10.1 slijedi

$$\begin{aligned} 0 &= v_0 - gt_{max}, \\ t_{max} &= \frac{v_0}{g}. \end{aligned} \quad (10.5)$$

Ukoliko uvrstimo izraz za t_{max} u jednadžbu (10.2) slijedi

$$\begin{aligned} y_{max} &= v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2}{2}, \\ y_{max} &= \frac{v_0^2}{2g}. \end{aligned} \quad (10.6)$$

Za kraj napomenimo da je vertikalni hitac posebni slučaj kosog hitca kojim ćemo se baviti u sljedećem poglavlju.



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalazi se film sa snimkom vertikalnog hitca naziva *10. Vertikalni hitac*, pa ga možete analizirati i samostalno.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete pomoći *Trackera* pokušati analizirati neko gibanje iz stvarnosti. Za vertikalni hitac možete primjerice analizirati bacanje lopte u vis prije početka košarkaške utakmice.

11. Kosi hitac

Kosi hitac je gibanje pri kojem je tijelo izbačeno tako da vektor početne brzine tijela s horizontalnom osi zatvara kut između 0° i 90° .

Kosi hitac je složeno gibanje.

Prvi pokus

Za promatranje kosog hitca snimili smo film u kojem smo rukom izbacili kuglicu.

Potreban pribor:

- Kuglica
- Kontrastna pozadina
- Predmet poznate duljine

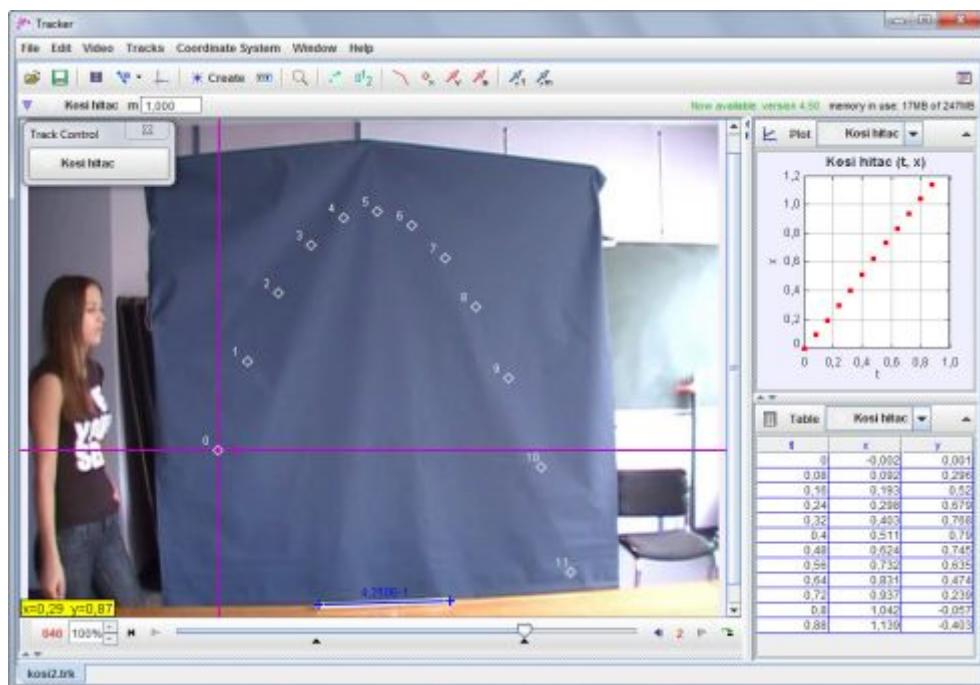
Tijek pokusa:

Kameru postavimo tako da se u kadru nalazi predmet poznate duljine i čitava putanja kuglice. Pokrenemo snimanje i bacimo kuglicu ukoso prema gore.



Slika 11.1 - Pokus.

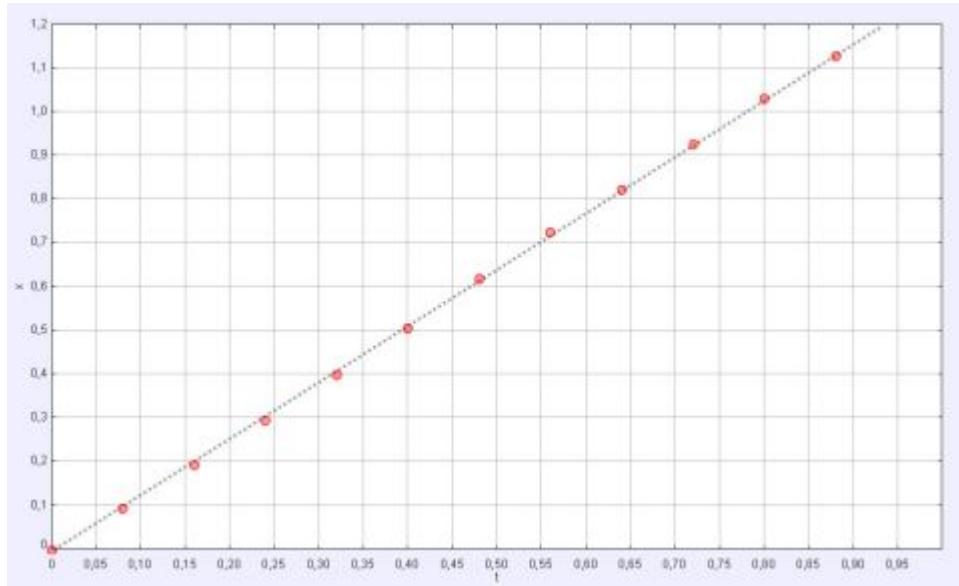
Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.



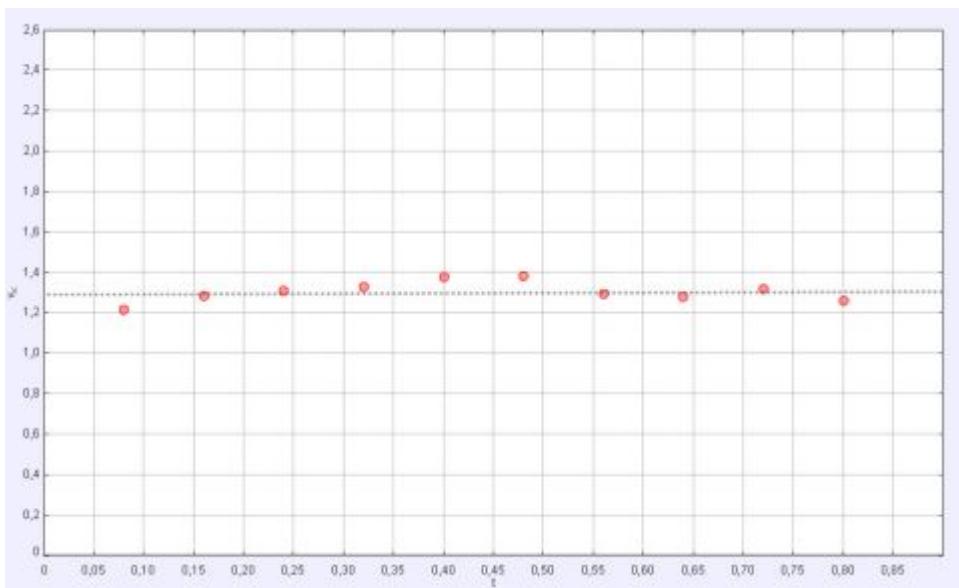
Slika 11.2 - Trackerom analiziran kosi hitac.

Od kakvih gibanja je sastavljen kosi hitac? Proučimo $x-t$, v_x-t , $y-t$ i v_y-t grafove.

Gibanje u horizontalnom smjeru:



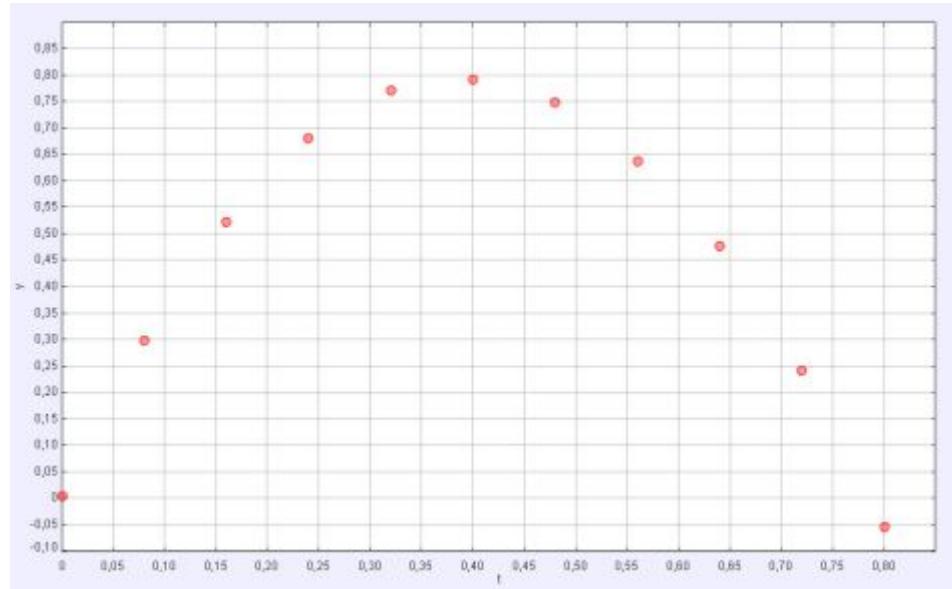
Slika 11.3 - Kosi hitac, x - t graf. Put koji kuglica prelazi u horizontalnom smjeru.



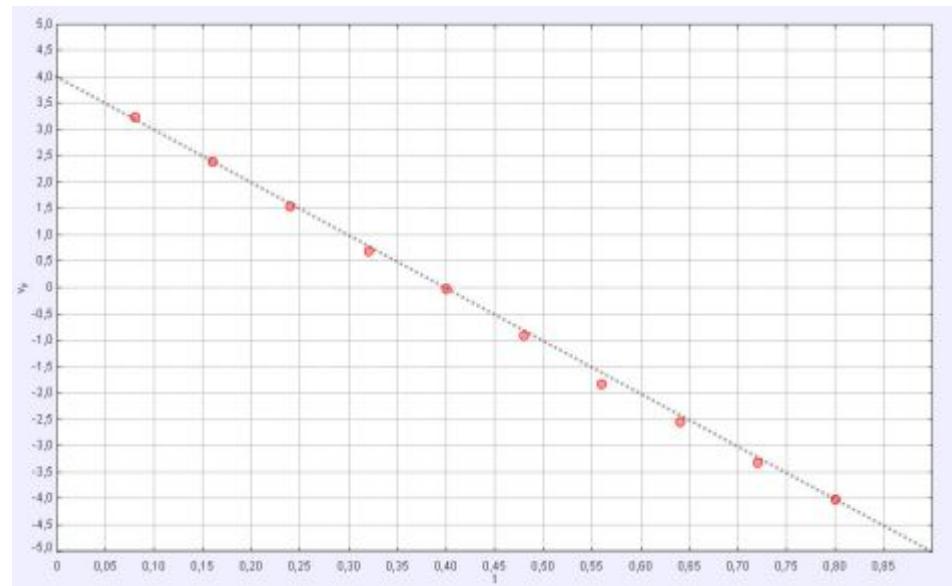
Slika 11.4 - Kosi hitac, brzina u horizontalnom smjeru.

Iz x - t i v_x - t grafova možemo zaključiti da se kuglica u horizontalnom smjeru giba jednolikom po pravcu – za jednak vremenski interval prelazi uvijek jednak dio puta i brzina je stalna.

Gibanje u vertikalnom smjeru:



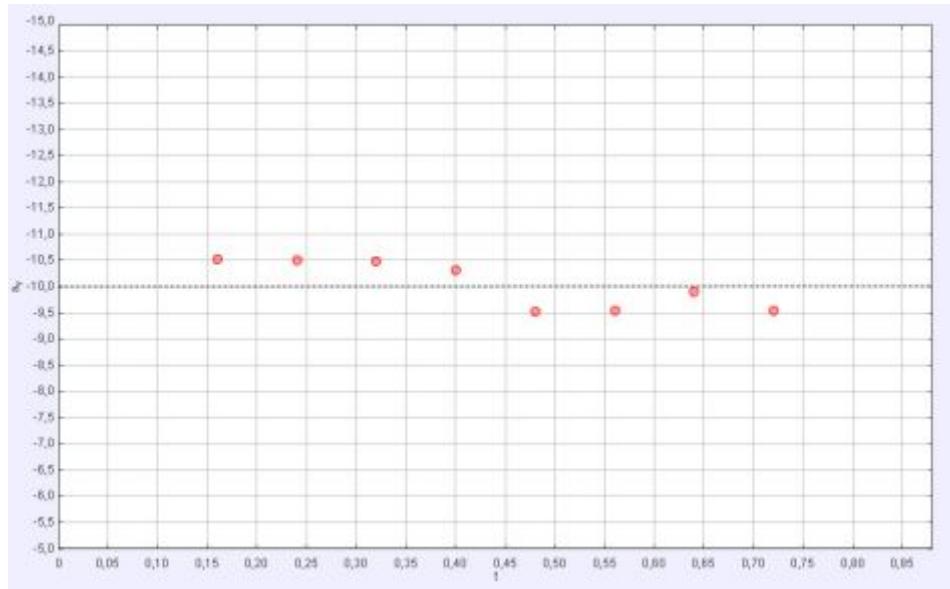
Slika 11.5 – Kosi hitac, y-t graf. Put koji kuglica prelazi u vertikalnom smjeru.



Slika 11.6 - Kosi hitac, vremenska ovisnost brzine u vertikalnom smjeru.

U ovom slučaju početni i konačni položaj gibanja kuglice su gotovo jednaki, pa na slici 11.5 vidimo simetričan dio parabole.

Brzina se u jednakim vremenskim intervalima smanjuje za uvijek jednaku vrijednost i pada na nulu na maksimalnoj visini putanje, nakon čega mijenja smjer te se nastavlja smanjivati za jednaku vrijednost dok kuglica putuje do poda. Iznos brzine kuglice raste dok ona pada prema podu te je najveći neposredno prije nego kuglica udari u pod. Ovaj specijalni slučaj jednolikog ubrzanog gibanja s početnom brzinom poznajemo kao vertikalni hitac prema gore.



Slika 11.7 - Kosi hitac, a_y-t graf ubrzanja u vertikalnom smjeru.

Vremenska ovisnost ubrzanja prikazana je na slici 11.7. Srednja vrijednost ubrzanja iznosi $10,05 \text{ ms}^{-1}$ što je približno jednako ubrzanju sile teže. Kod jednolikog ubrzanog pravocrtnog gibanja ubrzanje je konstantno. U slučaju vertikalnog hitca prema gore, vertikalnog hitca prema dolje te slobodnog pada, ubrzanje je po iznosu jednak ubrzanju sile teže g .

Kosi hitac je složeno gibanje sastavljeno od jednolikog pravocrtnog gibanja u horizontalnom smjeru i vertikalnog hitca prema gore.

Sada kada smo naučili od kojih gibanja je sastavljen kosi hitac možemo pomoći već poznatih jednadžbi za ta gibanja izvesti nove jednadžbe koje će nam služiti za analizu svakog pojedinog hitca. Zanima nas:

Kolike su brzina i ubrzanje po iznosu i smjeru na maksimalnoj visini?

Horizontalna komponenta početne brzine v_{0x} se ne mijenja za vrijeme čitavog gibanja. Stoga za brzinu i put u horizontalnom smjeru vrijedi:

$$v_x(t) = v_{0x}, \quad (11.1)$$

$$x(t) = v_{0x}t. \quad (11.2)$$

Za gibanje tijela u vertikalnom smjeru vrijede jednadžbe jednake onima za vertikalni hitac prema gore (10.1 i 10.2, str. 75):

$$v_y(t) = v_{0y} - gt, \quad (11.3)$$

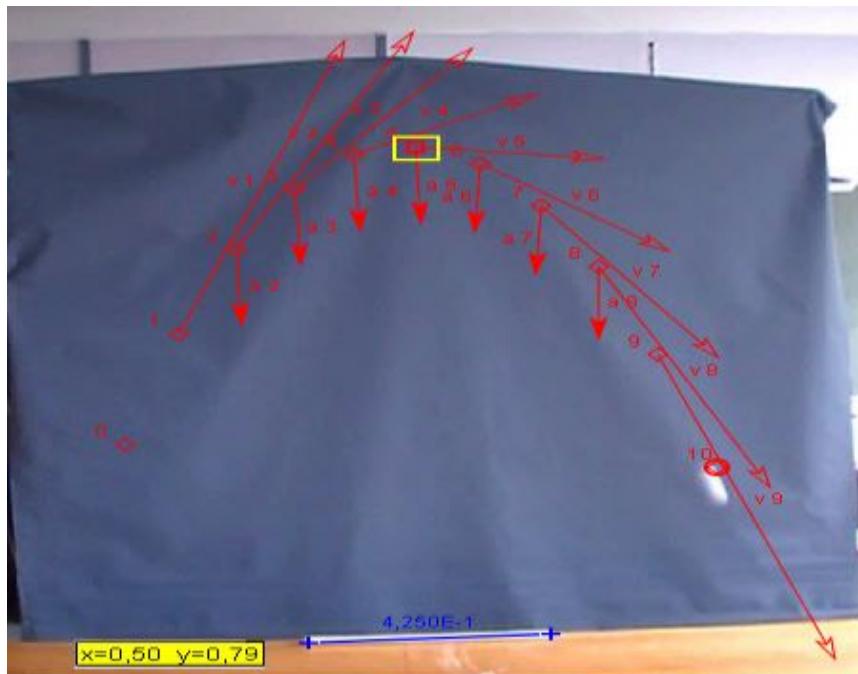
$$y(t) = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \quad (11.4)$$

Brzina je jednaka vektorskom zbroju komponenti brzine u horizontalnom i vertikalnom smjeru. Njen iznos je

$$v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2}. \quad (11.5)$$

Za naš hitac iz y - t grafa možemo vidjeti da je naša kuglica na maksimalnoj visini putanje u trenutku $t = 0,4$ s. Iz Trackerovih tablica očitali smo iznos brzine $v(t) = 1,373 \text{ ms}^{-1}$ u tom trenutku.

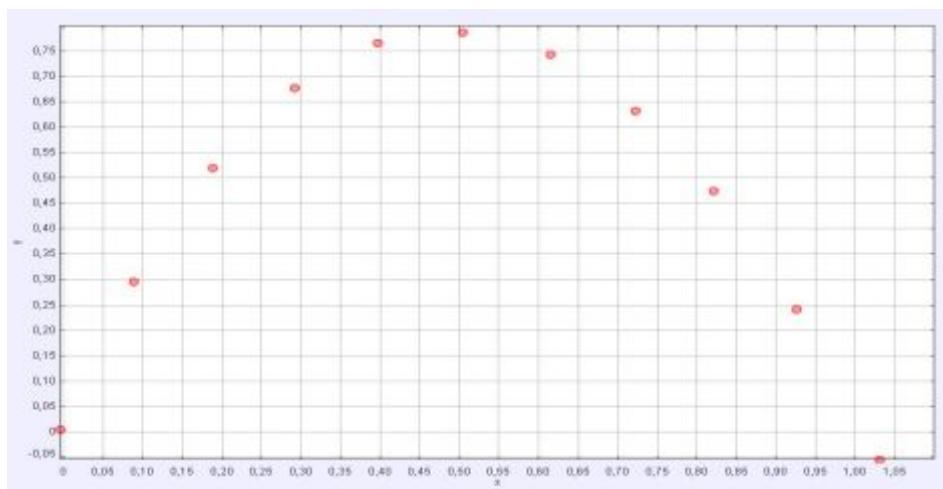
Tracker također može prikazati vektore brzine i ubrzanja tokom čitavog gibanja (slika 11.8).



Slika 11.8 - Vektori brzine i ubrzanja.

Na slici su naznačene i koordinate kuglice u točki maksimalne visine.

Kod kosog hitca putanja tijela je krivulja koja prikazuje ovisnost y komponente vektora položaja o x komponenti vektora položaja. Ta krivulja prikazana je na slići 11.9.



Slika 11.9 - Kosi hitac, y-x graf.

Na maksimalnoj visini, y_{\max} komponenta brzine u smjeru y -osi je $v_y(t) = 0 \text{ ms}^{-2}$.

Uvrštavanjem u jednadžbu 11.3 dobivamo vrijeme dostizanja maksimalne visine

$$0 = v_{0y} - gt_{\max},$$
$$t_{\max} = \frac{v_{0y}}{g}. \quad (11.6)$$

Maksimalnu visinu dobijemo tako da uvrstimo t_{\max} u jednadžbu 11.4.

$$y_{\max} = v_{0y} \cdot \frac{v_{0y}}{g} - \frac{g \left(\frac{v_{0y}}{g} \right)^2}{2}$$
$$y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} \quad (11.7)$$

Ukupno vrijeme gibanja kod kosog hitca jednako je $2 \cdot t_{\max}$, odnosno zbroju vremena potrebnog da tijelo dosegne do y_{\max} i vremena potrebnog da padne na početnu visinu. Ta vremena su međusobno jednaka. Uvrštavanjem $2 \cdot t_{\max}$ (11.6) u jednadžbu (11.2) dobivamo domet kosog hitca

$$D = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}. \quad (11.8)$$

Domet kosog hitca je najveća udaljenost koju je tijelo prešlo u horizontalnom smjeru.



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalazi se film sa snimkom kosog hitca naziva *11. Kosi hitac*, pa ga možete analizirati i samostalno.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete pomoću *Trackera* analizirati neko gibanje iz stvarnosti. Za kosi hitac možete primjerice analizirati lansiranje automobila ukoso u emisiji *Top Gear*.

12. Jednoliko gibanje po kružnici

Prvi pokus

Za proučavanje kružnog gibanja upotrijebili smo kružni okvir s prekidom i gurnuli čeličnu kuglicu tako da se giba uz unutrašnji rub okvira (slika 12.1).

Hoće li kuglica preskočiti prekid i nastaviti kružno gibanje?

Potreban pribor:

- Kružni okvir s prekidom
- Kuglica
- Kontrastna podloga

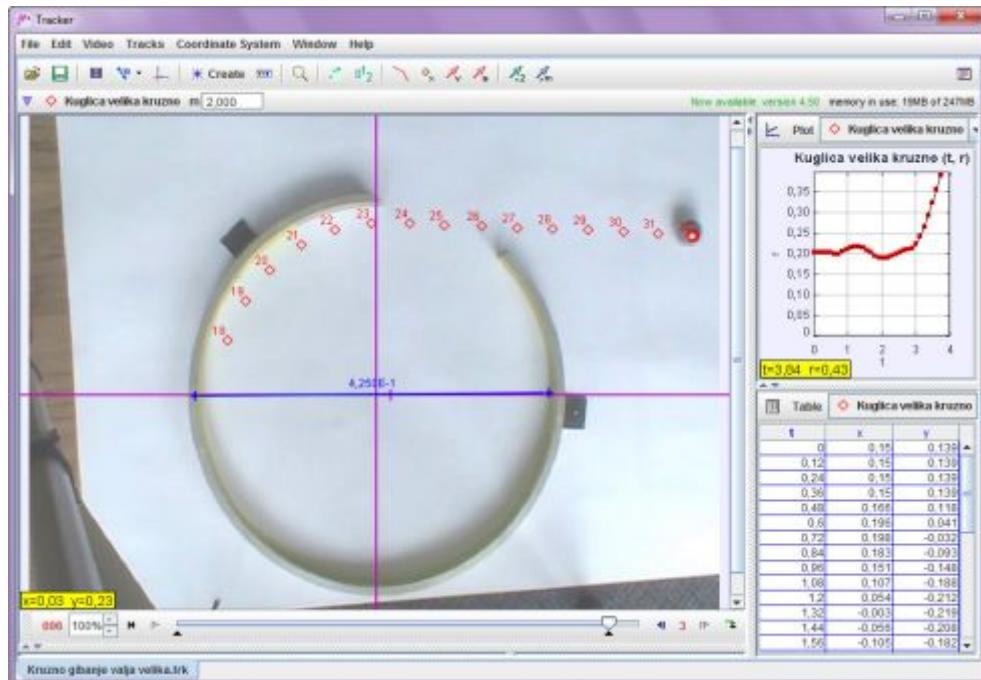
Tijek pokusa:

Kružni okvir položimo na horizontalnu kontrastnu podlogu. Kameru postavimo tako da snima odozgo. Pokrenemo snimanje i gurnemo kuglicu uz unutrašnji rub okvira.



Slika 12.1 - Pokus.

Nakon što smo snimili film obradimo ga u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10. Koordinatni sustav postavimo tako da mu je ishodište u središtu kružnice koji zatvara kružni okvir (slika 12.2).



Slika 12.2 - Trackerom analiziramo jednoliko kružno gibanje.

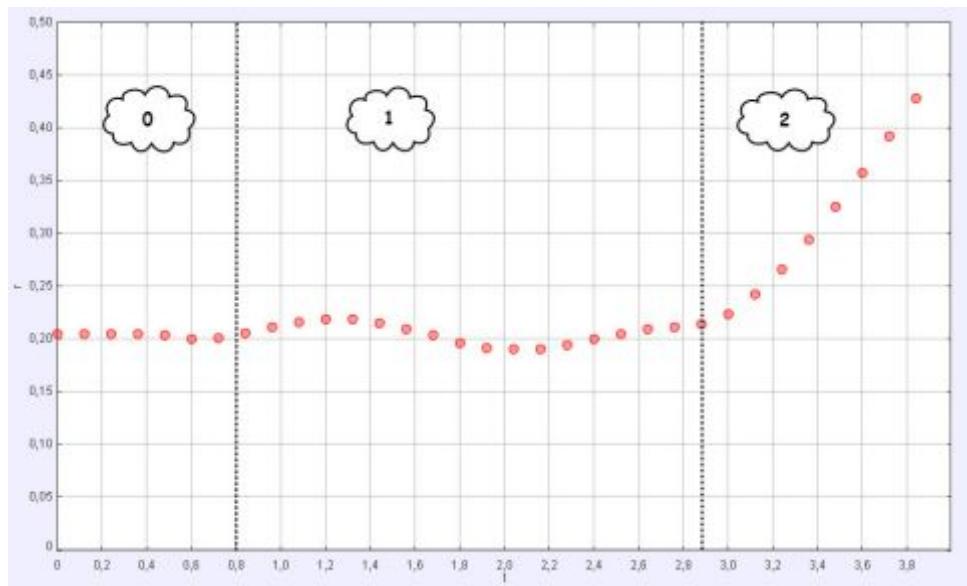
Sa snimke pokusa dobili smo odgovor na svoje prvo pitanje. Kada se kružna putanja prekine, tijelo se nastavlja gibati tangencijalno na kružnu putanju u točki prekida.

Mijenja li se brzina tijela tokom kružnog gibanja?

Je li potrebno da na tijelo djeluje stalna sila da bi se ono kružno gibalo?

Koji Newtonov zakon treba primijeniti da bi opisali kružno gibanje?

Da bismo odgovorili na ova pitanja i tako otkrili narav kružnog gibanja proučit ćemo grafove gibanja.



Slika 12.3 - Jednoliko kružno gibanje, r - t graf.

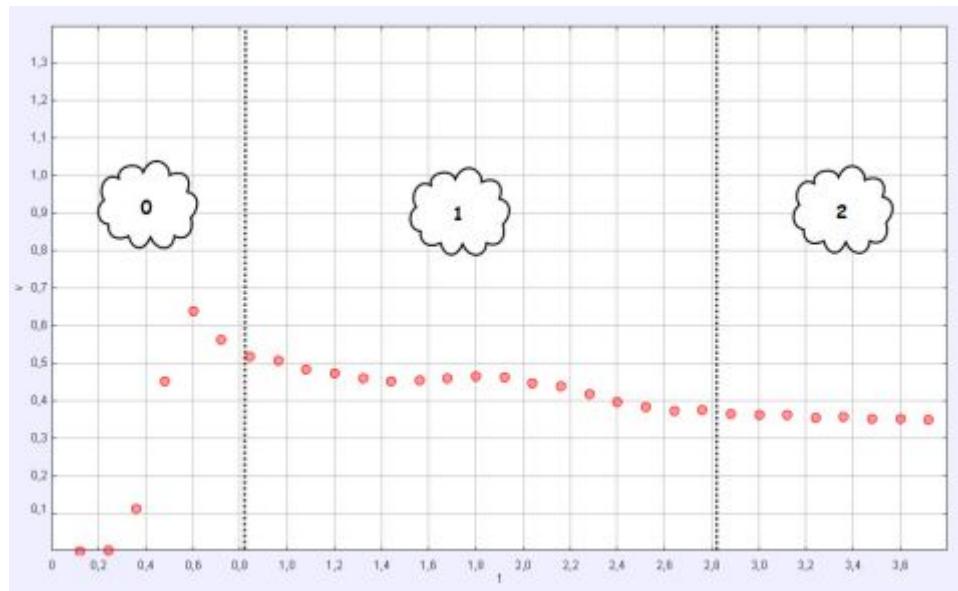
Svi grafovi biti će podijeljeni u tri područja:

- Područje 0 – kuglica miruje, a zatim ju pokrećemo.
- Područje 1 – kuglica se giba unutar okvira.
- Područje 2 – kuglica je napustila okvir.

Ovaj put promatramo r - t graf gdje je r udaljenost od ishodišta koordinatnog sustava. To je zato jer se kuglica giba po kružnici.

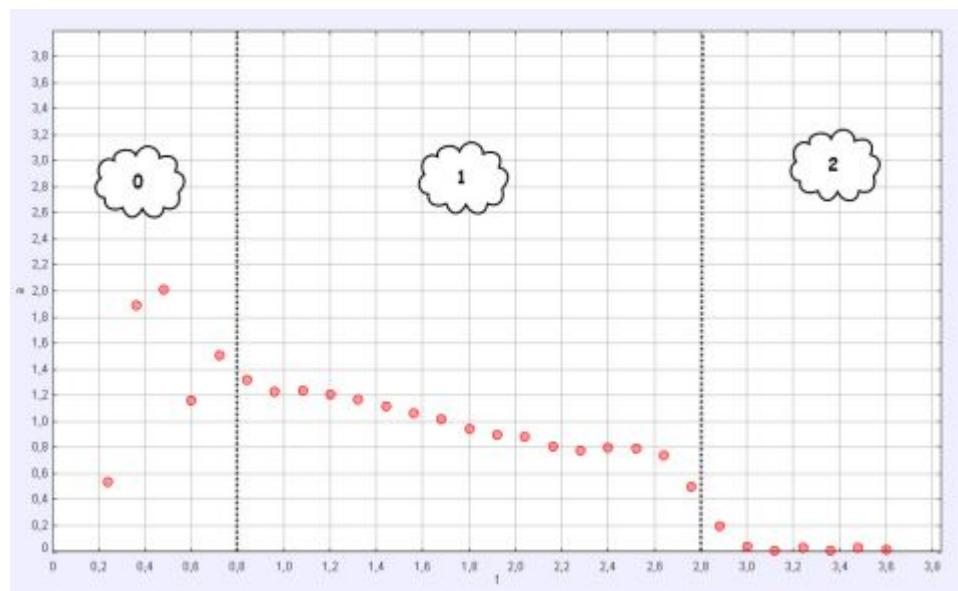
Koordinatni sustav postavili smo tako da mu je ishodište u središtu kruga. Vidimo da se u području 1 kuglica giba baš po kružnici i zato je $r=const.$, odnosno, taj dio grafa predstavljen je linijom paralelnom s t -osi. Kada kuglica izađe iz okvira što je na grafu prikazano područjem 2, ona se polako udaljava od središta i r se linearно povećava.

Iz grafa ili iz Trackerovih tablica možemo vidjeti da je radius po kojem se kuglica giba unutar okvira $r = 0,21 \text{ m}$, što odgovara izmjerrenom radiusu okvira.



Slika 12.4 - Jednoliko kružno gibanje, v-t graf. Graf prikazuje iznos brzine, bez obzira na njen smjer.

- Područje 0 – kuglica miruje, a zatim ju pokrećemo što vidimo kao skok na grafu.
- Područje 1 – kuglica se giba unutar okvira brzinom iznosa od oko $0,45 \text{ ms}^{-1}$. Brzina se postupno smanjuje zbog trenja.
- Područje 2 – kuglica je napustila okvir i giba se stalnom brzinom iznosa $0,36 \text{ ms}^{-1}$.



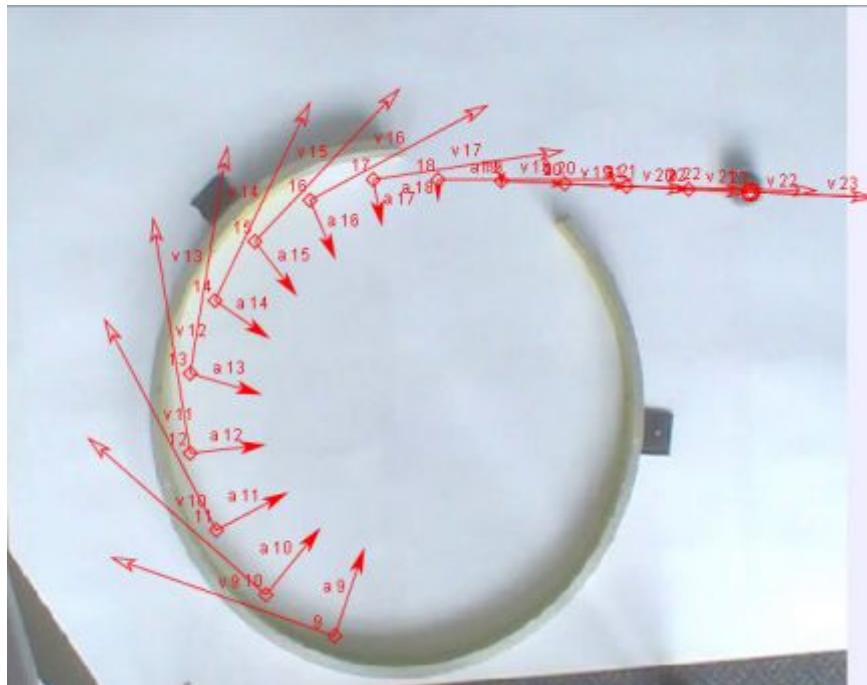
Slika 12.5 - Jednoliko kružno gibanje, a-t graf. Graf prikazuje iznos akceleracije, bez obzira na njen smjer.

Na snimci vidimo da se kuglica nakon što je napustila okvir giba jednolikopravocrtno. To nam potvrđuje područje 3 na a-t grafu (slika 12.5) gdje vidimo da je ubrzanje jednako nuli. U području 0 vidimo skok koji je posljedica guranja kuglice rukom.

Područje 1 je zanimljivo. Tu kuglica ima približno stalno ubrzanje od oko 1 ms^{-2} . Prema drugom Newtonovom zakonu to može značiti samo jedno:

Na tijelo u kružnom gibanju djeluje stalna sila koja mu daje stalno ubrzanje.

Međutim, još uvijek nismo razjasnili u kojem smjeru djeluje ta sila, niti zašto je iznos brzine tokom kružnog gibanja približno stalan. Tu će nam pomoći mogućnost *Trackera* da prikaže smjer vektora brzine i ubrzanja tokom čitavog gibanja (slika 12.6).



Slika 12.6 - Vektori brzine i ubrzanja tokom jednolikog kružnog gibanja.

Vidimo da je vektor ubrzanja u svakoj točki putanje okomit na vektor brzine i usmjeren prema središtu kružnice.

Drugi Newtonov zakon kaže nam da se tijelo ubrzava u smjeru sile. Dakle, sila koja djeluje na tijelo u kružnom gibanju usmjerena je prema središtu kružnice. To je sila kojom okvir djeluje na kuglicu, pa kada kuglica dođe do otvora, ova sila naglo postaje jednaka nuli i kuglica se nastavlja gibati jednoliko pravocrtno u smjeru koji je vektor njene brzine imao u tom trenutku.

Vektor brzine "prati" gibanje kuglice, tangencijalan je na kružnicu u svakoj točki putanje kuglice te mu se smjer čitavo vrijeme gibanja mijenja dok mu je iznos stalan.

Ako tijelu želimo povećati brzinu moramo na njega djelovati silom u smjeru njegovog gibanja (u smjeru vektora brzine), a ako tijelu želimo smanjiti brzinu, moramo na njega djelovati silom u smjeru suprotnom od smjera gibanja tijela (suprotno od smjera vektora brzine).

Kod kružnog gibanja sila koja djeluje na tijelo je stalno okomita na smjer vektora brzine te zato ne mijenja iznos brzine tijela. Međutim, ta sila zakreće vektor brzine tijela i održava tijelo u kružnom gibanju.

Rezultantnu силу usmjerenu prema središtu kružnog gibanja nazivamo centripetalnom silom, \vec{F}_{cp} . To nije neka nova sila nego je to samo naziv pridan rezultantnoj sili usmjerenoj prema središtu kružnog gibanja, bez obzira na to kakve je prirode. Centripetalna sila može biti elastična, gravitacijska, električna, magnetska sila, sila trenja...

Ubrzanje koje daje centripetalna sila je centripetalno ubrzanje.

Kod jednolikog kružnog gibanja iznos brzine je stalan

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}, \quad (12.1)$$

gdje je:

- $2\pi r$ je opseg kružnice
- T je vrijeme potrebno tijelu da jednom opiše kružnicu. Zovemo ga period kruženja ili ophodno vrijeme.
- Veličinu koja označava koliko puta tijelo opiše kružnicu u nekom vremenu zovemo frekvencija, f . Vrijedi:

$$f = \frac{1}{T} = \left[\frac{1}{s} = s^{-1} \right]. \quad (12.2)$$

Ako povežemo jednadžbu (12.1) i jednadžbu (12.2) dobit ćemo jednadžbu za obodnu brzinu

$$v = 2\pi r \cdot f. \quad (12.3)$$

Na slici 12.7 prikazani su vektori u točkama A i B . Dok tijelo kruži ono opisuje kut $\Delta\phi$.

Opisani kut mjerimo u radijanima (rad), a računamo ga prema formuli

$$\Delta\phi = \frac{l}{r}, \quad (12.4)$$

gdje je l kružni luk pripadan opisanom kutu, a r radijus kružnice.

Omjer opisanog kuta i vremenskog intervala u kojem je tijelo opisalo taj kut je kutna brzina, ω .

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (12.5)$$

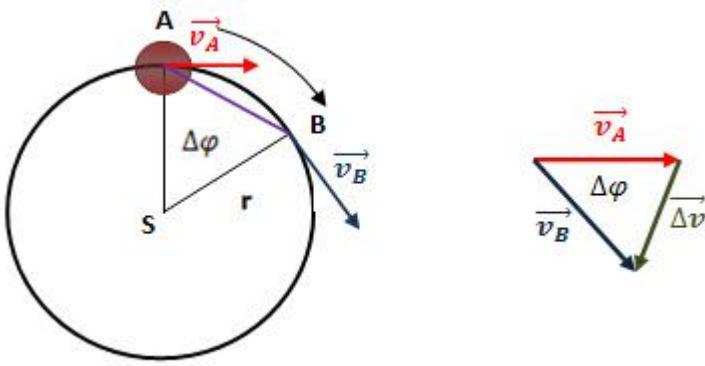
U vremenu T tijelo opiše puni krug, odnosno kut od 2π rad i vrijedi

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} = \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ ili } \text{s}^{-1} \right], \\ \omega &= 2\pi f, \end{aligned} \quad (12.6)$$

stoga brzinu (12.3) možemo pisati u obliku

$$v = \omega r.$$

Vektor promjene brzine kod jednolikog kružnog gibanja usmjeren je prema središtu kruga čiju putanju tijelo u kružnom gibanju prati. On je jednak razlici vektora $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ (slika 12.7).



Slika 12.7 - Oduzimanje brzina i usporedba trokuta.

Trokut ABS i trokut koji zatvaraju vektori \vec{v}_A , \vec{v}_B i $\vec{\Delta v}$ su slični zato jer im je jedan kut jednak (imaju međusobno okomite krakove) i oba trokuta su jednakokračna. Zbog sličnosti vrijedi razmjer

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\overline{AB}}{r}.$$

Dužina \overline{AB} je zapravo tetiva kružnog luka središnjeg kuta $\Delta\phi$. Vremenski interval Δt potreban da tijelo stigne iz točke A u točku B je vrlo malen stoga možemo reći da je duljina dužine \overline{AB} približno jednaka duljini kružnog luka l . Slijedi:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{l}{r}.$$

Dijeljenjem s Δt dobivamo:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \cdot \frac{l}{\Delta t}.$$

Promjena brzine u vremenskom intervalu je ubrzanje, a kvocient $\frac{l}{\Delta t}$ je put koji je tijelo prešlo u vremenskom intervalu Δt , tj. brzina pa gornju jednadžbu pišemo kao

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r}. \quad (12.7)$$

Centripetalno ubrzanje, a_{cp} je ubrzanje koje tijelo dobije kada na njega djeluje stalna centripetalna sila F_{cp} .

Ako primjenimo drugi Newtonov zakon (6.1) na jednoliko kružno gibanje, i u jednadžbu umjesto a uvrstimo a_{cp} dobiti ćemo izraz za centripetalnu silu F_{cp} .

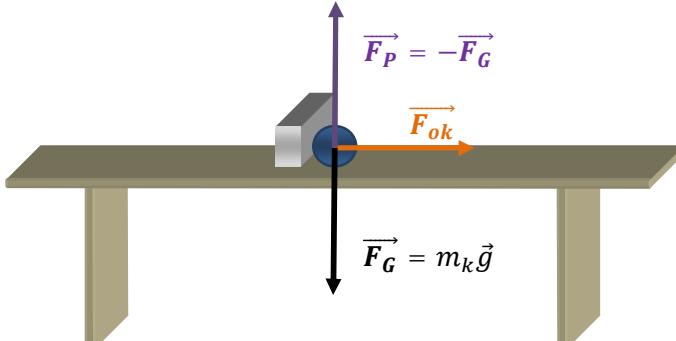
$$F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (12.8)$$

Nekoliko činjenica o jednolikom kružnom gibanju koje treba uvijek imati na umu:

- Jednoliko kružno gibanje je ubrzano gibanje. (Na tijelo u kružnom gibanju djeluje stalna resultantna sila F_{cp} različita od nule.)
- Ako na tijelo koje se kružno giba, u bilo kojem trenutku prestane djelovati F_{cp} , ono će nastaviti gibanje pravocrtno po tangenti na kružnicu.
- Centripetalna sila ne mijenja iznos brzine. (Vektor promjene brzine je u smjeru akceleracije, tj. prema središtu gibanja, pa ne može mijenjati iznos brzine.)

- Centripetalna sila nije nova sila to je samo naziv za силу koja uzrokuje kružno gibanje bez obzira na njenu prirodu.
- Centripetalna sila mijenja smjer brzine tijela i održava ga na kružnoj putanji.

Da bi bilo potpuno jasno koja sila u ovom našem pokusu igra ulogu centripetalne sile, nacrtat ćemo dijagram sila na kuglicu (slika 12.8).



Slika 12.8 - Dijagram sila na tijelo u kružnom gibanju.

Na slici je odsječak kružnog okvira predstavljen kvadrom sive boje, a kuglica krugom plave boje. Sile na dijagramu su:

- \vec{F}_G – gravitacijska sila – sila kojom Zemlja privlači kuglicu.
- \vec{F}_P – sila kojom podloga (stol) djeluje na kuglicu.
- \vec{F}_{ok} – sila kojom okvir djeluje na kuglicu.

Gravitacijska sila i sila podlage su jednakog iznosa i suprotnog smjera te se njihovo djelovanje na kuglicu poništava.

Rezultantna, centripetalna sila je sila kojom okvir djeluje na kuglicu $\vec{F}_{cp} = \vec{F}_{ok}$.



Na cd-u koji je u prilogu ovom radu nalazi se obrađena snimka naziva 12. Jednoliko gibanje po kružnici i pa ju možete analizirati i samostalno.



Nakon što ste obradili ovu nastavnu jedinicu sa svojim nastavnikom ili samostalno, predlažemo vam izradu samostalnog projekta u kojem ćete pomoći Trackera analizirati neko gibanje iz stvarnosti. Možete primjerice nacrtati krug s kredom i pokušati po krugu čekićem gurati neku tešku kuglu (primjerice kuglu za kuglanje) i to snimiti. Također, možete snimiti dvoje vaših kolega na rolama koji se drže za špagu. Jedan neka stane u centar kruga koji ste nacrtali kredom, a drugi neka se vrati u krug.

Diskusija

Opis gibanja spada u same temelje fizike. Međutim, zbog niza koncepata koje treba usvojiti on je prilično složen i apstraktan.

Istraživanja provedena u posljednjih dvadesetak godina pokazuju da je tradicionalan način poučavanja fizike u školama daleko od optimalnog te da je učeničko istraživanje, otkrivanje i zaključivanje vrlo važno u procesu učenja, kao i da te aktivnosti bitno utječu na kvalitetu njihovog znanja. Uz to, otkriveno je da istinsko učenje prirodnih znanosti nužno ima naglašenu vezu s realnim svijetom i s izravnim iskustvom. Također, postalo je jasno da učeničke pretkonceptije imaju veliku ulogu u učenju i poučavanju svih prirodnih znanosti.

Pokusi igraju važnu ulogu u nastavi fizike. Oni su motivacija i polazište za razvijanje učeničkih ideja, omogućavaju testiranje učeničkih pretpostavki, direktno stjecanje iskustva te korigiranje njihovog zaključivanja. Zbog svojeg pozitivnog utjecaja na razumijevanje gradiva i znanosti koja iza njega stoji, pokusi trebaju biti dio svakodnevne nastave te je poželjno da učenici sami iznose svoje pretpostavke, zapisuju ih, diskutiraju, osmišljavaju pokuse, provode istraživanja, i na kraju donose zaključke.

U udžbenicima obično možemo razmatrati gibanje proučavanjem nekoliko različitih načina prikaza gibanja tijela, a mi smo odabrali nov način prikaza gibanja tijela – promatranjem i analizom gibanja pomoću video zapisa.

Demonstriranje veze između fizike i stvarnih događaja koje možemo snimiti i analizirati pomaže učenicima shvatiti kako im fizikalni zakoni pomažu razumjeti prirodu te usvojiti važnost fizike u njihovim životima.

Početkom ovog stoljeća razvijeni su mnogi edukacijski uređaji i povoljne digitalne kamere dovoljnog razlučivanja i broja sličica za snimanje pokusa dostupne svima. Razvijeni su i brojni komercijalni i besplatni programi za video analizu.

Pomoću male digitalne kamere snimili smo dvadeset pokusa i konvertirali ih u prikladne formate koristeći besplatni program za konverziju, *YouTube Downloader*. Zatim smo ih izrezali i obradili u *Windows Movie Maker-u* 2.6 čiju uporabu učenici savladavaju u 6. razredu osnovne škole, a koji dolazi uz Windows. Na kraju, analizirali smo snimke gibanja koristeći besplatni, open-source program za video analizu *Tracker* koji nam je omogućio da objedinimo sve uobičajene načine prikaza gibanja, npr. istovremeno možemo promatrati gibanje i iscrtavanje grafa koji to gibanje prikazuje.

Metodički smo obradili dvanaest nastavnih jedinica iz gibanja vodeći se konstruktivističkim pristupom nastavi. Svaka nastavna jedinica ovisno o temi započinje pokusom, konceptualnim pitanjem ili motivacijskom pričom koja to gibanje povezuje sa svakodnevnim životom. Konceptualna pitanja provlače se i kroz tekst čime se učeniku pažnja i razmišljanje usmjerava u željenom pravcu.

Jednadžbe i matematičke izraze kojima se gibanja opisuju izveli smo uz određene međukorake, jer ne možemo prepostaviti da su svi učenici savladali potrebno gradivo matematike na istoj razini te smo time pokušali smanjiti otpor učenju fizike zbog nepovoljnog stava prema matematici i možda nekome pomoći da se podsjeti nekog dijela gradiva matematike koji je zaboravio. Također, u pojedinim poglavljima smo i računski prikazali i objasnili gibanje.

Svime navedenim htjeli smo motivirati i uključiti učenika u sam nastavni proces, tako da on može samostalno indukcijom doći do pravilnih zaključaka o naravi gibanja koje promatramo.

Posebnu pažnju posvetili smo učeničkim pretkonceptijama, odnosno njihovom uklanjanju. Tu se *Tracker* pokazao u vrlo pozitivnom svjetlu. Osim što nam je pomoću njega omogućeno istodobno praćenje gibanja na filmu i odgovarajuće točke na grafu funkcije koja opisuje to gibanje, čime se gibanje zorno povezuje s njegovim matematičkim i grafičkim opisom, moguće je i u svakom trenutku pokazati i smjerove vektora brzine i ubrzanja čime se mnogo olakšava shvaćanje gibanja i ruše dobro poznate pretkonceptije vezane uz poteškoće sa predočavanjem smjera istih.

Kao dodatna motivacija učenicima, na kraju svakog poglavlja predložen je i projekt obrade gibanja iz svakodnevnog života koje učenici mogu preuzeti s interneta ili samostalno snimiti i analizirati. Svaki projekt pogodan je i za samostalan rad kao i za rad u grupama.

U prilogu ovog rada nalazi se i kompletan priručnik za rad s programom *Tracker*, kojeg smo preveli na hrvatski jezik s ciljem da olakšamo rad nastavnicima te upute o preuzimanju i konverziji snimaka s interneta.

Želja za osmišljavanjem novog pristupa, drukčijeg i potencijalno uspješnijeg u prenošenju znanja učenicima, koji bi pomogao meni kao budućem nastavniku, a nadam se i mojim kolegama nastavnicima te unaprijedio nastavni proces bila mi je motivacija za pisanje diplomskog rada baš s ovom temom. Sam rad napisan je tako da može poslužiti kao priručnik za proučavanje gibanja i nastavnicima i učenicima, pri čemu se nastavnicima posebno skreće pažnja na učeničke pretkonceptije vezane za gibanje.

Kroz rad s *Trackerom*, iako sam i u samom startu bila optimistična prema mogućnostima programa, ostala sam zapanjena na koje sve načine ovaj program omogućava poboljšanje zora i smanjenje apstrakcije prilikom proučavanja gibanja. Neki dijelovi gradiva koji su inače poprilično teški i učenicima za zamisliti i nastavnicima za objasniti ovim programom su dani "na pladnju".

Poboljšanje nastavnog procesa vidim i u tome što učenici mogu s nastavnicima snimiti pokuse za koje oprema i materijal nisu niti skupi niti nedostupni, a zatim ih na jednostavan način analizirati koliko god puta žele, bez ponavljanja pokusa. Uključenjem učenika u osmišljavanje, izvedbu, snimanje i analizu pokusa postižemo visoku razinu motivacije i recimo to tako, osjećaj da promatrano gibanje "pripada" razredu, a aktivnošću se smanjuje i mogućnost za stvaranje miskonceptija.

Možda meni najdraži primjer kako video analiza i program *Tracker* ruše pretkonceptije je analiza jednolikog gibanja po kružnici. Samom izvedbom ili reprodukcijom pokusa s prekinutim kružnim okvirom zorno se prikazuje kakvo je gibanje tijela kada se kružna putanja prekine, a prikazom smjerova vektora brzine i ubrzanja tokom gibanja kuglice pomoću *Trackera* mnogo je jednostavnije učenicima pojasniti narav kružnog gibanja uz koju su vezane mnoge pretkonceptije.

Nadam se da će u budućnosti nastavnici u hrvatskim školama prepoznati analizu pokusa računalom, koje je vrlo precizan i gotovo svima dostupan mjerni instrument te program *Tracker*, kao novi i bolji način pojašnjavanja nekih dijelova gradiva fizike, učenicima blizak i dostupan i za samostalan rad.

Zaključak

Tracker je besplatan, open-source program za video analizu, koji omogućava posve novi pristup u nastavi. Uz snimanje gibanja, odabir koordinatnog sustava, baždarenje i mjerjenje, omogućeno je istodobno praćenje gibanja na filmu i odgovarajuće točke na grafu funkcije koja opisuje to gibanje, čime se gibanje zorno povezuje s njegovim matematičkim i grafičkim opisom.

Također, moguće je u svakom trenutku pokazati smjerove vektora brzine i akceleracije čime se mnogo olakšava shvaćanje gibanja i ruše dobro poznate predkoncepte vezane uz poteškoće sa predočavanjem smjera istih. Primjerice, kod kružnog gibanja moguće je pokazati da je vektor akceleracije konstantno usmjeren prema središtu gibanja, a zatim povezati tu činjenicu sa naučenim o drugom Newtonovom zakonu.

U sklopu rada snimili smo dvadeset pokusa koji se nalaze na cd-u priloženom uz diplomski rad. Kroz dvanaest poglavlja, nastavnih jedinica iz gibanja, filmovi su analizirani na način prilagođen učenicima, s detaljnim uputama na što da obrate pažnju, slikama i crtežima. Na kraju svakog poglavlja, predložen je i učenički projekt obrade gibanja iz svakodnevnog života koje učenici mogu snimiti i analizirati samostalno ili u grupama.

Da bi se mogao diskutirati stvarni napredak i poboljšanje nastavnog procesa koje donosi uvođenje video analize u nastavu fizike, pa shodno tome i program *Tracker* trebalo bi provesti detaljno istraživanje koje nije bilo predviđeno zadanim vremenskim okvirom ni temom ovog rada.

Međutim, imali smo priliku sudjelovati na međužupanijskom stručnom skupu za učitelje i nastavnike fizike Primorsko-goranske, Istarske i Ličko-senjske županije, 28. i 29. lipnja ove godine u Delnicama gdje smo održali dvije dvosatne radionice video analize gibanja za nastavnike osnovnih i srednjih škola. Koristili smo *Tracker* i dio filmova i materijala iz ovog diplomskog rada. Reakcije kolega, nastavnika u osnovnim i srednjim školama su bile više nego pozitivne te su oni prepoznali kvalitete Trackera i napredak koji s njima dolazi.

Samo konstantnim motiviranjem učenika te njihovim uključivanjem u nastavni proces, još od osnovne škole i unapređivanjem načina na koji im se znanje fizike prenosi možemo postići bolje rezultate na području ove znanosti u budućnosti.

Sažetak

Opis gibanja za učenike je zahtjevan i apstraktan jer, uz savladavanje vještine mjerena, zahtijeva povezivanje fizikalnih veličina i matematičkog prikaza. Open-source program *Tracker*²⁰ za video analizu tijela u gibanju omogućuje sasvim nov, kreativan pristup podučavanju gibanja. Odabirom koordinatnog sustava, definiranjem vremenske skale i baždarenjem duljine, svaka točka na filmu dobiva svoje stvarne prostorne i vremenske koordinate koje je jednostavno moguće pratiti.

Ovaj metodički postupak zorno upućuje učenika u vještinu mjerena te omogućuje istodobno praćenje gibanja predmeta na filmu i točke na odgovarajućem grafikonu, što je osnova za povezivanje gibanja s njegovim matematičkim i grafičkim opisom. Video analiza omogućuje kvalitativnu i kvantitativnu analizu gibanja u prirodi, čime nastava dobiva na zanimljivosti i na uvjerenjem osobnog računala kao mjernog uređaja učeniku približavamo fiziku na interaktivan i njemu razumljiv način.

Diplomski rad pisan je tako da može poslužiti kao priručnik za proučavanje gibanja za nastavnike i učenike pri čemu se nastavnicima posebno skreće pažnja na učeničke pretkoncepcije vezane za gibanje.

U sklopu rada snimili smo dvadeset pokusa koji se nalaze na cd-u priloženom uz diplomske rad. Kroz dvanaest poglavlja, nastavnih jedinica iz gibanja, filmovi su analizirani na način prilagođen učenicima, s detaljnim uputama na što da obrate pažnju, slikama i crtežima. Na kraju svakog poglavlja, predložen je i učenički projekt obrade gibanja iz svakodnevnog života koje učenici mogu snimiti i analizirati samostalno ili u grupama. U prilogu ovog rada nalazi se i kompletan priručnik za rad s programom Tracker, preveden na hrvatski jezik te upute o preuzimanju i konverziji snimaka s interneta.

Literatura

1. Ivan Supek, Povijest fizike, ŠK, Zagreb 2004.
2. Stephen Toulmin, June Goodfield, The fabric of the Heavens: The development of Astronomy and Dynamics, Harper and Row, New York, 1961.
3. James T. Cushing, Philosophical Concepts in Physics: The historical relation between philosophy and scientific theories, Cambridge University press, 2003.
4. Lillian C. McDermott, How we teach and how students learn? A mismatch?, Am. J. Phys. 61(4), 1993.
5. Mark L. Rosenquist, Lillian C. McDermott, A conceptual approach to teaching kinematics, Am. J. Phys. 55(5), May 1987.
6. Rudolf Krsnik, Suvremene ideje u metodici nastave fizike, ŠK, Zagreb 2008.
7. Lillian C. McDermott, Mark L. Rosenquist, Emily H. van Zee, Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics, Am. J. Phys. 55(6), June 1987.
8. http://hr.wikipedia.org/wiki/Povijest_filma
9. http://hr.wikipedia.org/wiki/Fotografija#Povijest_fotografije
10. <http://www.croinfo.net/zanimljivosti2/5326-peter-salcher-prvi-fotografirao-let-puanog-zrna-u-rijeci.html>
11. N. E. Heath, Camera panning in stroboscope photography, Phys. Educ. 6 225, 1971.
12. J. A. Beyan, Investigating the conservation of mechanical energy using video analysis: four cases, Phys. Educ. 45 50, 2010.
13. Robert J. Beichner, The effect of simultaneous motion presentation and graph generation in a kinematics lab, Journal of research in science teaching, vol. 27., no. 8, pp. 803-815, 1990.
14. Robert G. Fuller, Teaching and learning physics with interactive video, Physics Today, April 1994.
15. Robert J. Beichner, The impact of video motion analysis on kinematics graph interpretation skills, Am. J. Phys. , 1996.
16. Ricardo Trumper, Learning kinematics with a V-Scope: A case study, Jl. of Computers in Mathematics and Science Teaching, 16(1), 91-110, 1997.

17. Douglas A. Lapp and Vivian Flora Cyrus, Using Data-Collection devices to enhance students' understanding, Mathematics Teacher, vol. 93, No. 6, September 2000.
18. A. Heck, P. Uylings, "Capturing the real world in the classroom," International Journal for Technology in Mathematics Education, 13 (3), 107 – 116 (2006).
19. J. Bryan, Video analysis software and the investigation of the conservation of mechanical energy, Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 4(3), 284-298. (2004).
20. D.Brown et al., Innovative Uses of Video Analysis, Phys. Teach. 47, 145 (2009)
21. <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>
22. Michael J. Ruiz, Kinematic measurements from YouTube videos, The Physics Teacher, vol. 47, April 2009.
23. Douglas Brown, Anne J. Cox, Inovative uses of video analysis, The Physics Teacher
24. Douglas Brown, Video modeling: Combining dynamic model simulations with traditional video analysis, AAPT 2008 Summer Meeting, Edmonton, Poster PST3-15
25. S. Nedev, V. Ch. Ivanova, Web camera as a measuring tool in the undergraduate physics laboratory, Eur. J. Phys. 27 (2006) 1213-1219
26. Vladimir Paar, Fizika 1, ŠK, Zagreb 2003.
27. Rudolf Krsnik, Fizika 1, ŠK, Zagreb 1996.
28. Jakov Labor, Fizika 1, Alfa, Zagreb 2005.
29. Vjera Lopac, Leksikon fizike, ŠK, Zagreb 2009.

DODATAK: Preuzimanje filmova s YouTube-a

Uz svaki pokus obrađen u ovom radu predložen je i projekt u sklopu kojeg učenici, u grupama i u suradnji sa nastavnikom mogu obrađivati i analizirati realna gibanja koja gotovo svakodnevno imaju priliku vidjeti u svojoj okolini. Za to je potrebno određeno znanje konvertiranja i obrade filmova. U ovom dodatku su upute kako to napraviti prikazane na način primjeren učenicima.

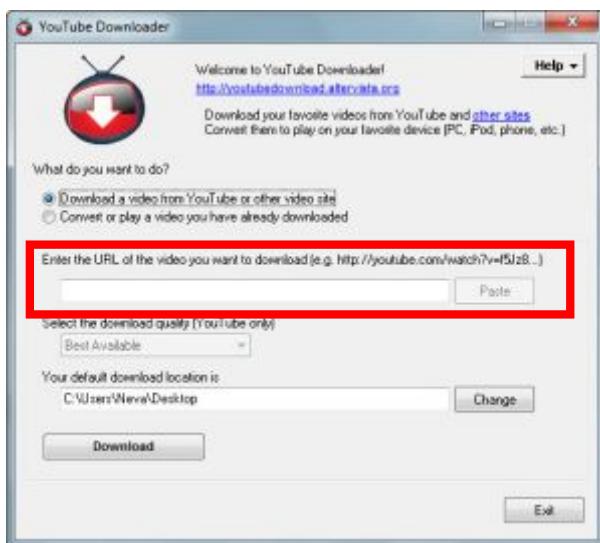
Softver koji je korišten za preuzimanje videa s *YouTube-a* i konverziju filma u željeni format je besplatan i može se preuzeti s Interneta. Za obradu filmova: rezanje, uklanjanje pozadinskih zvukova i slično korišten je *Windows Movie Maker 2.6* čiju uporabu učenici uče u 6. razredu osnovne škole u sklopu nastave informatike.

Preuzimanje i konvertiranje filmova s YouTube-a

Na internetu postoji čitav niz aplikacija koje nude ovu uslugu. *YouTube Downloader* odabrali smo zato što je jednostavan i besplatan. Može ga se preuzeti na sljedećoj poveznici:

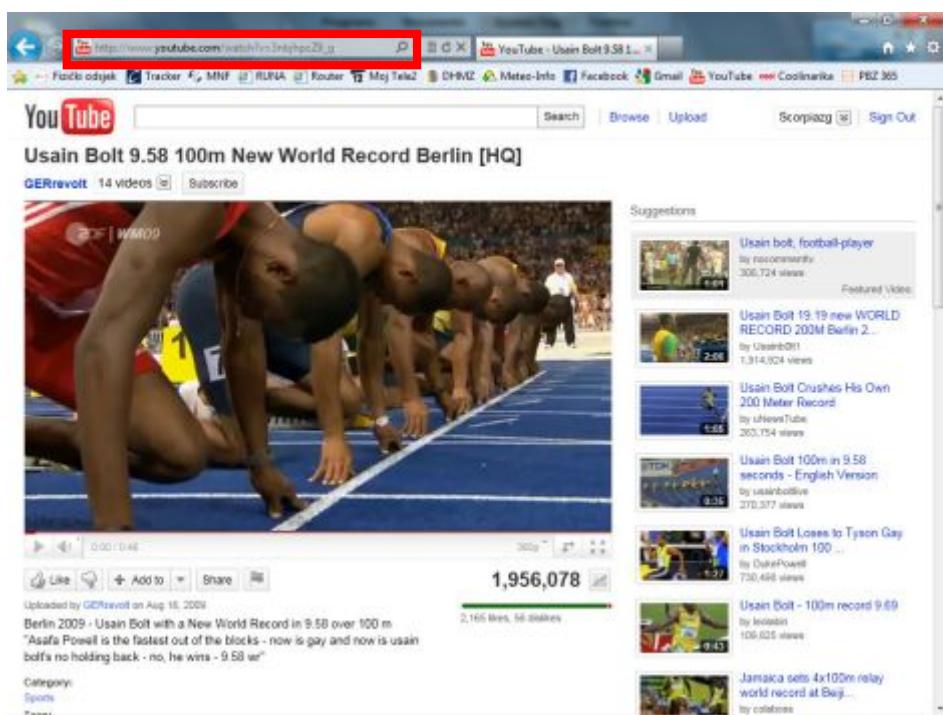
<http://youtubedownload.altervista.org/>

Instalacija samog programa je vrlo jednostavna te ju ne treba posebno pojašnjavati. Nakon instalacije i pokretanja, otvorit će se sljedeći prozor:



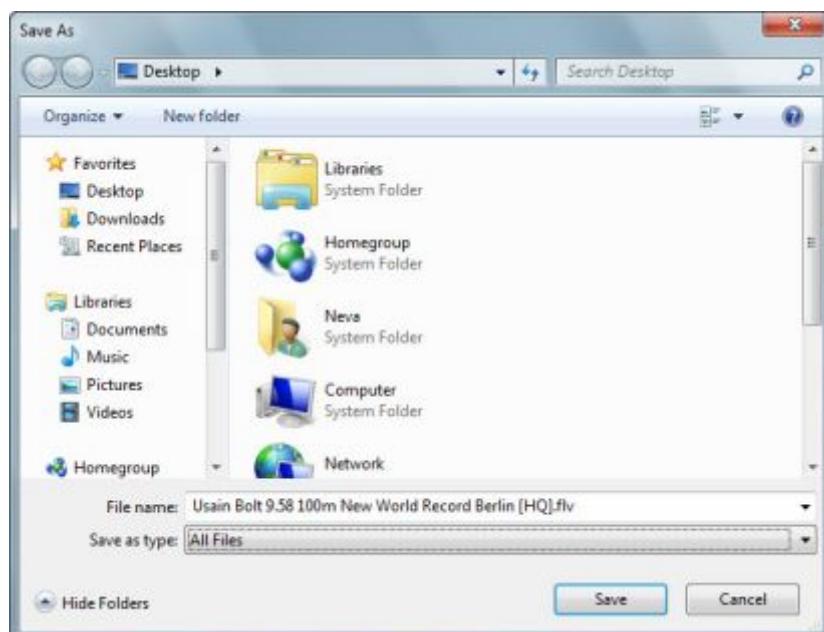
Slika 1 - YouTube Downloader početni prozor

Želimo li s *YouTube-a* preuzeti snimku utrke na 100 metara u kojoj je Usain Bolt postavio trenutni svjetski rekord treba kopirati URL tog videa iz vašeg web preglednika, uokviren crvenim pravokutnikom na sl. 2, i zalijepiti ga u područje uokvireno crvenim pravokutnikom na početnom prozoru *YouTube Downloader-a* (sl. 1).



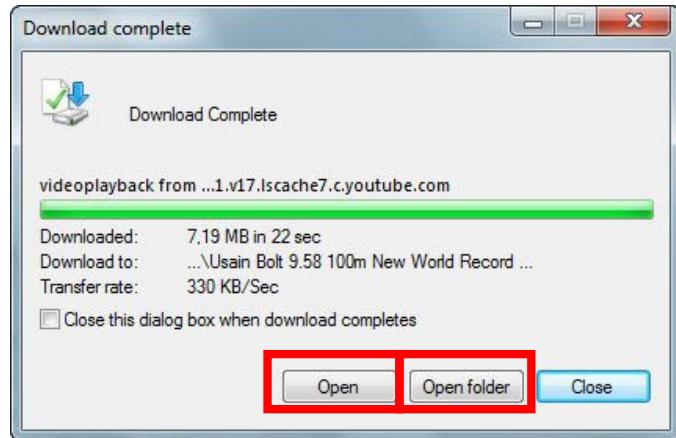
Slika 2 - URL željenog videa

Nakon kopiranja URL-a, u prozoru YouTube Downloadera otvara se padajući izbornik za odabir kvalitete snimke. Odaberite opciju *Best Available* koja u Trackeru daje najčišću snimku. Klikom na gumb *Change* može se odabratи lokaciju na računalu na koju ćete pohraniti film. Klikom na gumb *Download* otvorit ćete dijaloški okvir *Save As* (sl. 3) unutar kojeg je moguće još jednom promijeniti lokaciju pohrane filma i promijeniti mu ime. Klikom na gumb *Save* u dijaloškom okviru *Save As* započinje preuzimanje filma.



Slika 3 - Dijaloški okvir Save As.

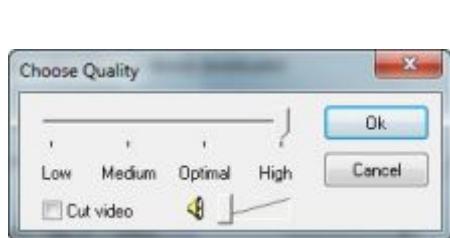
Kada je film preuzet, aktivirat će se gumbi *Open* i *Open folder* na dijaloškom okviru. Klikom na gumb *Open film* se pokreće, a klikom na gumb *Open folder* otvara se direktorij u koji je film pohranjen (sl. 4).



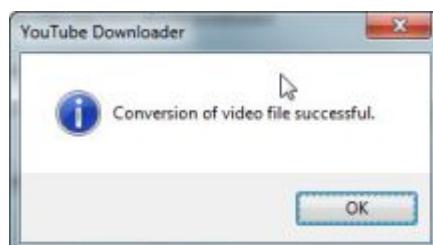
Slika 4 - Preuzimanje filma je završeno.

Film je preuzet u *Flash video (flv)* formatu. Tracker čita taj format, međutim, želimo izrezati samo onaj dio filma koji nas zanima. Zato ćemo napraviti konverziju filma u *Windows media video (wmv)* ili *avi* format koje otvara *Movie Maker* te vrlo jednostavno izrezati i obraditi film. YouTube Downloader osim preuzimanja nudi i mogućnost konverzije filma. Na početnom prozoru *YouTube Downloader*-a treba odabratи opciju *Convert or play a video you have already downloaded*. Zatim treba pomoću gumba *Browse* pronaći i odabratи film te u padajućem izborniku *Convert video to* odabratи format u koji ga želimo konvertirati (nama je potreban *wmv* format).

Klikom na gumb *Convert* otvara nam se dijaloški okvir *Choose Quality* (sl. 5) u kojem možemo birati kvalitetu konvertiranog filma te potpuno ili djelomično utišati nepoželjne zvukove na filmu. Odabiremo najbolju moguću kvalitetu snimke. Klikom na gumb *Ok* započinje konverzija filma. Kada je konverzija uspješno završena pojavit će se dijaloški okvir prikazan na slici 6.



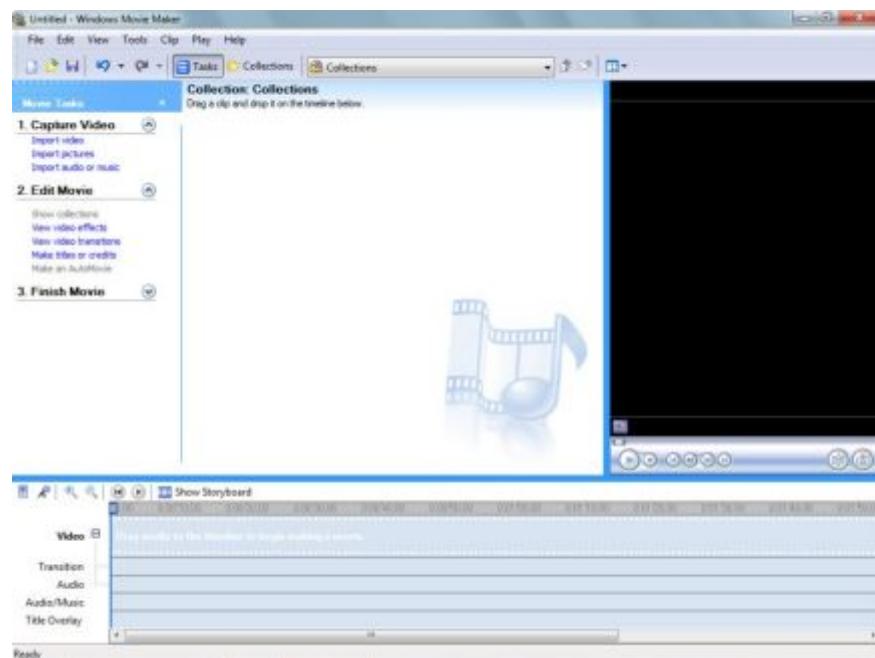
Slika 5 –Dijaloški okvir Choose Quality



Slika 6 – Uspješno završena konverzija.

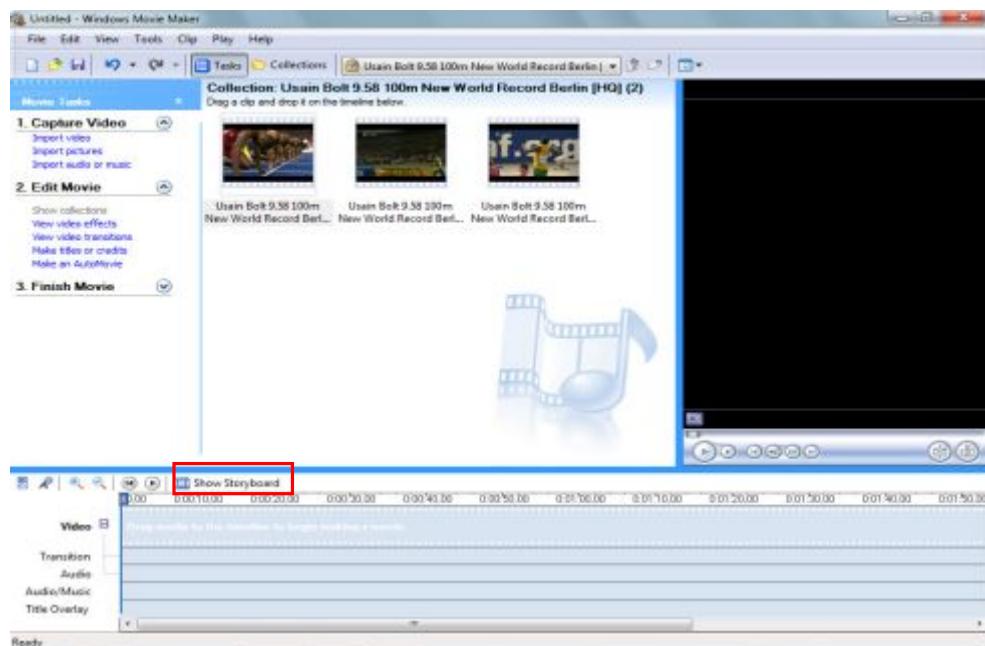
Time smo završili s uporabom programa *YouTube Downloader* te izlazimo iz njega klikom na gumb *Exit* na početnom prozoru programa.

Pomoću *Movie Makera* izrezat ćemo dio filma koji nas zanima.



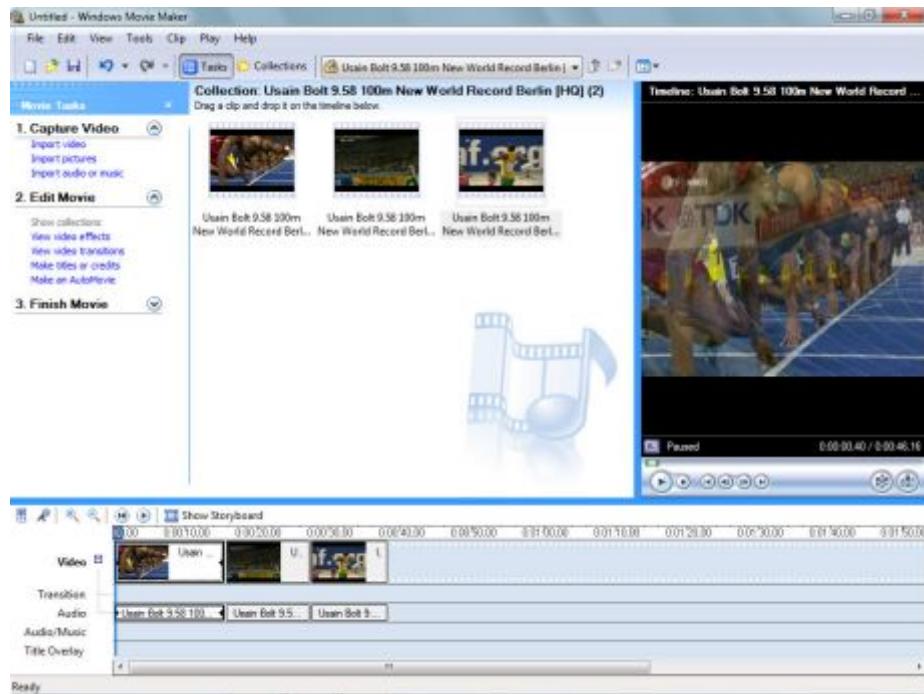
Slika 7 – Početni prozor Movie Makera 2.6.

Prvo trebamo uvesti naš video u program. To činimo klikom na mogućnost *Import video*. Otvara nam se dijaloški okvir *Import file* te odabiremo wmv verziju videa. Klikom na gumb *Import* krajnji rezultat izgledati će kao na slici 8. Sada ćemo kliknuti na gumb *Show Storyboard* (crveni okvir) i složiti isječke na *Storyboard* (*Traka scenarija*).



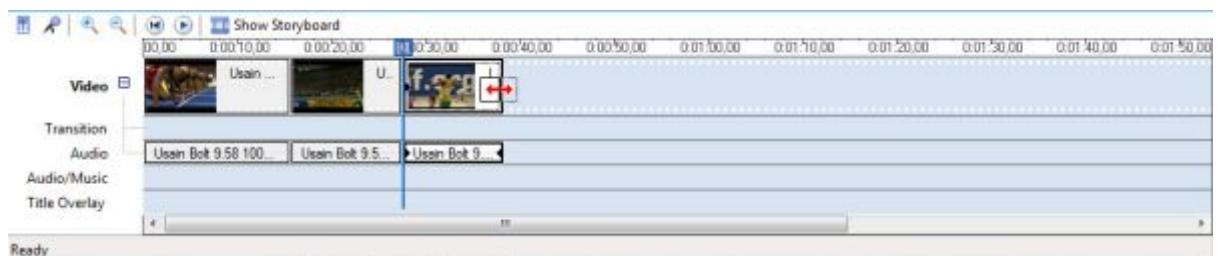
Slika 8 - Film uvezen, gumb Show Storyboard.

Klikom na gumb *Show Timeline* koji se sada nalazi na istom mjestu gdje je malo prije bio gumb *Show Storyboard* prebacujemo se u traku vremenskih kadrova (*Timeline*). Ovdje ćemo skratiti film, ukloniti eventualne preostale pozadinske zvukove i dodatno ga "uljepšati".



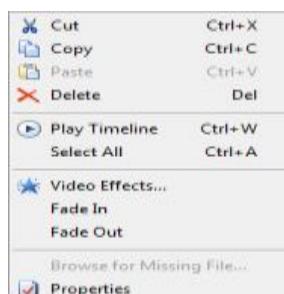
Slika 9 - Storyboard i njene mogućnosti.

U traci Video kliknemo lijevom tipkom miša na krajnji desni klip i postavimo pokazivač miša na sam njegov kraj. Pokazivač miša će se pretvoriti u dvostruku crvenu strelicu. Ukoliko sada kliknemo i držimo lijevu tipku miša te vučemo miš ulijevo, izrezati ćemo film (sl. 10).

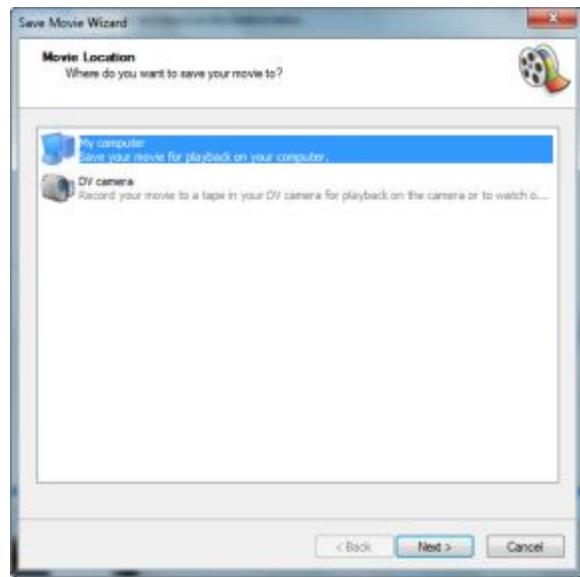


Slika 10 - Rezanje filma.

Ako uvidimo da nam čitav isječak ne treba, jednostavnim pritiskom na tipku *Delete* ili *Del* na tastaturi izbrisat ćemo ga. Desnim klikom na označeni isječak otvara nam se izbornik sa mogućnostima za taj isječak:



Preostaje nam samo pohraniti naš izrezani film i otvoriti ga u *Trackeru* za daljnju obradu. Klikom na *File* otvoriti će nam se padajući izbornik u kojem kliknemo na opciju *Save Movie File*. To otvara sljedeći dijaloški okvir:



Slika 112 - Save movie wizard

Biramo pohraniti film na računalo (*My Computer*) i kliknemo *Next*. Zatim upišemo ime filma i odaberemo lokaciju pohrane. U sljedećem izborniku odabiremo *Best quality to play on my computer* da bismo dobili optimalnu snimku filma. Ponovnim klikom na *Next* naš film se pohranjuje na ranije odabranu lokaciju. Po završetku pohrane, potrebno je samo kliknuti na gumb *Finish*.

Ovaj film je sada spreman za daljnju obradu u *Trackeru* prema uputama na str. 9 i 10.