Sveučilište u Splitu
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

Mr. sc. Nikolina Živaljić, dipl. ing.građ.

METODA KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA ZA SEIZMIČKU 2D ANALIZU AB KONSTRUKCIJA

Disertacija

Split, 2012.

Mr. sc. Nikolina Živaljić, dipl. ing. građ.
Redni broj: 025

Ova disertacija predana je na ocjenu Fakultetu građevinarstva, arhitekture i geodezije Sveučilišta u Splitu u svrhu stjecanja akademskog stupnja doktora tehničkih znanosti u znanstvenom polju građevinarstvo.

Mentor:	Prof. dr. sc. Željana Nikolić, dipl. ing. građ
Komentor:	Prof. dr. sc. Ante Munjiza, dipl. ing. građ

Povjerenstvo za ocjenu:	Prof. dr. sc. Željana Nikolić, dipl. ing. građ.
	Prof. dr. sc. Ante Mihanović, dipl. ing. građ.
	Prof. dr. sc. Ivica Kožar, dipl. ing. građ.

Povjerenstvo za obranu:

Prof. dr. sc. Željana Nikolić, dipl. ing. građ.

Prof. dr. sc. Ante Mihanović, dipl. ing. građ.

Prof. dr. sc. Ivica Kožar, dipl. ing. građ.

Rad je obranjen dana: 9. svibnja 2012.

Tajnica:

Saša Delić Matas, dipl.iur.

Rad sadrži:

150 stranice teksta

156 crteža

28 tablica

80 citiranih referenci

Posvećeno mojoj obitelji

Ovom prigodom izražavam iskrenu zahvalnost:

voditeljima prof. dr. sc. Željani Nikolić i prof. dr. sc Anti Munjizi za pomoć i razumijevanje koju su mi pružili tijekom izrade ovog rada,

članovima povjerenstva prof. dr. sc. Anti Mihanoviću i prof. dr. sc. Ivici Kožaru za pregled rada i korisne savjete,

posebno prijatelju i kolegi Hrvoju Smoljanoviću dipl. ing. građ. za nesebičnu pomoć pri rješavanju software-skih problema,

dragim prijateljima i kolegama na podršci i ohrabrenju

i na kraju najveću i neizrecivu zahvalnost dugujem svojoj majci i suprugu.

UDK 624.012.45:624.042.7/.8]:519.6](043.3)

Mr. sc. Nikolina Živaljić

METODA KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA ZA SEIZMIČKU 2D ANALIZU AB KONSTRUKCIJA

Sažetak

U ovom je radu u okviru metode konačno-diskretnih elemenata razvijen novi numerički model za simulaciju ponašanja armirano-betonskih konstrukcija izloženih statičkom, dinamičkom i seizmičkom opterećenju. U postojeći model betona implementiran je novi model koji obuhvaća vlačno omekšanje betona nakon otvaranja pukotine te cikličko ponašanje tijekom djelovanja dinamičkog opterećenja. Razvijen je model armature na način da se do trenutka pojave pukotine beton i armatura ponašaju kao jedno tijelo, te deformacije betona utječu na deformacije armature. Nakon otvaranja pukotine, nelinearno ponašanje betona u vlaku opisano je unutar plošnih kontaktnih elemenata, dok je nelinearno ponašanje armature u pukotini opisano linijskim kontaktnim elementima koji su modelirani između susjednih čvorova linijskih elemenata armature. Da bi se što realnije opisalo ponašanje armirano-betonskih konstrukcija, posebno pri otvaranju i širenju pukotina, razvijen je niz algoritama koji se temelje na eksperimentalnim krivuljama veze veličine pukotine betona i deformacije čelika uzimajući u obzir utjecaj zakrivljenosti duž armaturne šipke u zoni savijanja i udaljenost pukotina. Cikličko ponašanje čelika opisano je poboljšanim Kato-vim modelom. Implementiran je i model seizmičkog opterećenja zadan akcelelogramom čime je omogućena analiza armirano-betonskih konstrukcija izloženih potresu.

Razvijeni algoritmi implementirani su u program Y na osnovu kojeg je razvijen računalni program Y-RC za analizu armirano-betonskih konstrukcija zasnovan na metodi konačno-diskretnih elemenata kojim je moguće pratiti pojavu, razvoj pukotina i konačni kolaps sustava izloženih seizmičkom i drugim dinamičkim opterećenjima. Valjanost modela je provjerena usporedbom dobivenih rezultata s numeričkim i eksperimentalnim rezultatima preuzetima iz literature. Pokazana je i primjena razvijenog programa u analizi ciklički opterećenih čvorova armirano-betonskih okvira i armirano-betonskih zidova izloženih seizmičkom opterećenju.

Ključne riječi: Metoda konačno-diskretnih elemenata, armirano-betonske konstrukcije, dinamičko opterećenje, seizmičko opterećenje, kontaktni element, cikličko ponašanje.

UDC 624.012.45:624.042.7/.8]:519.6](043.3)

Mr. sc. Nikolina Živaljić

FINITE-DISCRETE ELEMENT METHOD FOR 2D SEISMIC ANALYSIS OF REINFORCED-CONCRETE STRUCTURES

Summary

This thesis presents a new numerical model based on a combined finite-discrete element method, capable of predicting the behaviour of reinforced concrete structures under static, dynamic and seismic loads. A new model which includes the strain-softening curve after the appearance of a crack in the concrete and the cyclic behaviour during dynamic load is implemented in the available concrete model. In this model the concrete element and the element of the reinforcing bar behave as one body until opening of the crack and the deformation of the concrete element influences the deformation of the reinforcing bar. The non linear behaviour of concrete in tension is modelled in the plane joint element, whilst the non-linear behaviour of the reinforcing bar is implemented in the one-dimensional joint element which is modelled between adjacent reinforcement finite elements nodes after the crack has opened. In order to realistically describe the behaviour of reinforced concrete structures, especially upon crack initiation and propagation, several numerical algorithms were developed, which are based on the experimental curves for the behaviour of the concrete and steel at a crack; this was taken into consideration by the steel strain-slip relation, the influence of adjacent cracks to the slip of the reinforcing bar and the influence of the curvature of the reinforcing bar to yield stress reduction of steel. The cyclic behaviour of steel is enforced through the improved Kato's model. The model of the seismic load set by the accelerogram is implemented which makes it possible to carry out the seismic analysis of reinforced concrete structures. The developed algorithms were implemented in a numerical program Y and a new numerical program Y-RC was developed, based on the combined finite-discrete element method, capable of predicting crack initiation and propagation and the failure of reinforced concrete structures under seismic and other dynamic loads. The verification of the model was performed on examples by comparing it with the results obtained with the known numerical and experimental results from literature. The application of the developed program was shown on cyclic analyses of reinforced concrete frames and seismic analysis of reinforcement concrete walls.

Keywords: Finite-discrete element method, reinforced-concrete structures, dynamic load, seismic load, joint element, cyclic behaviour.

SADRŽAJ

1. UVOD

1.1 OPĆENITO

Prema statističkim podacima u svijetu se svake godine dogodi 150-200 potresa s magnitudom manjom od 7. U 10 % slučajeva ta je vrijednost premašena. Kao posljedica toga u današnje vrijeme postoji veliki broj istraživanja ponašanja armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju. Samim time razvoj numeričkih modela za simulaciju dinamičkog odgovora armirano-betonskih konstrukcija je vrlo važan jer omogućuje dobivanje rezultata potrebne točnosti koji su gotovo ekvivalentni rezultatima skupih fizikalnih pokusa.

U potresnom inženjerstvu modeliranje gubitaka ulazne seizmičke energije je izuzetno važno za dobivanje pouzdanih rezultata. Ekvivalentno viskozno prigušenje izraženo u ovisnosti od kritičnog prigušenja najčešće se primjenjuje za linearne konstrukcije. Međutim u trenutku kada ponašanje konstrukcije postaje nelinearno uslijed pojave pukotina, te trenja između konstruktivnih elemenata potrebno je uvesti i te uzroke gubitka energije. Problem modeliranja gubitka energije unutar konstrukcije uvjetovan je nizom utjecaja koji taj gubitak izazivaju. Između ostalog kod armirano-betonskih konstrukcija nelinearno i cikličko ponašanje materijala, veza armature i betona, pojava i širenje pukotina utječu na gubitak energije unesene u konstrukciju seizmičkim opterećenjem. Ova pojava događa se u različitim razmjerima i uključuje različite mehanizme te ih kao takve nije jednostavno izdvojiti i neovisno prikazati.

Predviđanje načina potpunog sloma armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju nameće potrebu za razvijanjem numeričkog modela koji može obuhvatiti pojave vezane za ponašanje armirano-betonskih konstrukcija uslijed seizmičkog djelovanja u linearno elastičnoj fazi, pojavu i razvoj pukotina, gubitak energije uslijed pojave nelinearnih efekata, inercijalne efekte uslijed gibanja, međudjelovanja koja su posljedica dinamičkog kontakta te naposljetku postizanja stanja mirovanja koje se javlja kao posljedica gubitka energije u konstrukciji.

Navedene efekte moguće je obuhvatiti kombiniranom metodom konačno-diskretnih elemenata.

Cilj ovog rada bio je razvoj novog numeričkog modela koji bi omogućio simulaciju odgovora armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju. U tu svrhu u okviru ovog rada je razvijen niz numeričkih algoritama koji su ugrađeni u novi model zasnovan na kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata. Model omogućuje modeliranje armirano-betonske konstrukcije konačnim elementima u neraspucanom stanju, fizičko otvaranje pukotina i nastajanje diskretnih elemenata, uključujući zakone ponašanja betona i čelika zasnovane na eksperimentalnim istraživanjima koji daju mogućnost vrlo realističnog simuliranja ponašanja konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju.

Slika.1 Potpuni slom armirano-betonske konstrukcije uslijed potresa Marmara, Turska, 17. kolovoz 1999.

1.2 OSVRT NA MODELIRANJE ARMIRANO-BETONSKIH KONSTRUKCIJA IZLOŽENIH SEIZMIČKOM OPTEREĆENJU

Nelinearna analiza armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju se tijekom posljednjih desetljeća nametnula kao tehnika koja omogućuje praćenje takvih konstrukcija do sloma, s točnošću koja varira ovisno o primijenjenom modelu, odnosno metodi. Jedan od značajnih uzroka nelinearnog ponašanja armirano-betonskih konstrukcija je stvaranje pukotina. Dobar opis ponašanja betona i čelika pri otvaranju i zatvaranju pukotina je posebno značajan kod konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju jer se veliki dio seizmičke energije gubi upravo pri formiranju pukotina.

Većina modela u literaturi koji se koriste za analizu armirano-betonskih konstrukcija izloženih cikličkom [K7, O2] ili seizmičkom opterećenju [A2, I5, O1] zasnovana je na metodi konačnih elemenata. Za opisivanje armirano-betonskih konstrukcija koriste se štapni [M4], ravninski [I3] ili prostorni modeli [S4] i u svima je pucanje betona opisano modelom razmazanih pukotina.

Modeli razmazanih pukotina zasnivaju se na ideji da u betonu, uslijed njegove materijalne heterogenosti i utjecaja armature, nastaju mnoge male pukotine koje u kasnijoj fazi opterećivanja poprimaju oblik jedne ili više glavnih pukotina. Budući da se pojava i razvoj svake pojedine pukotine ne opisuje numerički, u modelu razmazanih pukotina se oslabljenje betona opisuje konstitutivnim vezama i lokalni diskontinuitet se raspodjeljuje na pripadnu površinu odnosno prikazuje se preko kontinuuma.

Ovaj pristup prvi je uveo Rashid [R1] 1968. godine, a zatim su ga slijedili drugi istraživači [V2, B3]. U modelima razmazanih pukotina raspucani beton modelira se kao elastični-ortotropni materijal kojem je modul elastičnosti reduciran u smjeru normale na ravninu pukotine. Lokalni diskontinuitet raspodjeljuje se na pripadnu površinu, a ponašanje raspucanog betona prikazuje se osrednjenom vezom naprezanje-deformacija. Dakle model razmazanih pukotina pretpostavlja uprosječen smjer i veličinu pukotina na određenom dijelu konačnog elementa sustava.

U konstrukcijama izloženim dvoosnom stanju naprezanja uvjet pojave pukotina se posebno definira u području dvoosnog vlačnog naprezanja, a posebno u području kombiniranog vlačnog i tlačnog naprezanja. Uvjet pojave pukotine i vlačnog sloma u području vlak-vlak prikazan je na crtežu 1.1. Pukotine nastaju ako su glavna naprezanja σ_1 ili σ_2 prekoračila vlačnu čvrstoću f_t

$$\sigma_1 > f_t \quad \text{ili} \quad \sigma_2 > f_t \tag{1.1}$$

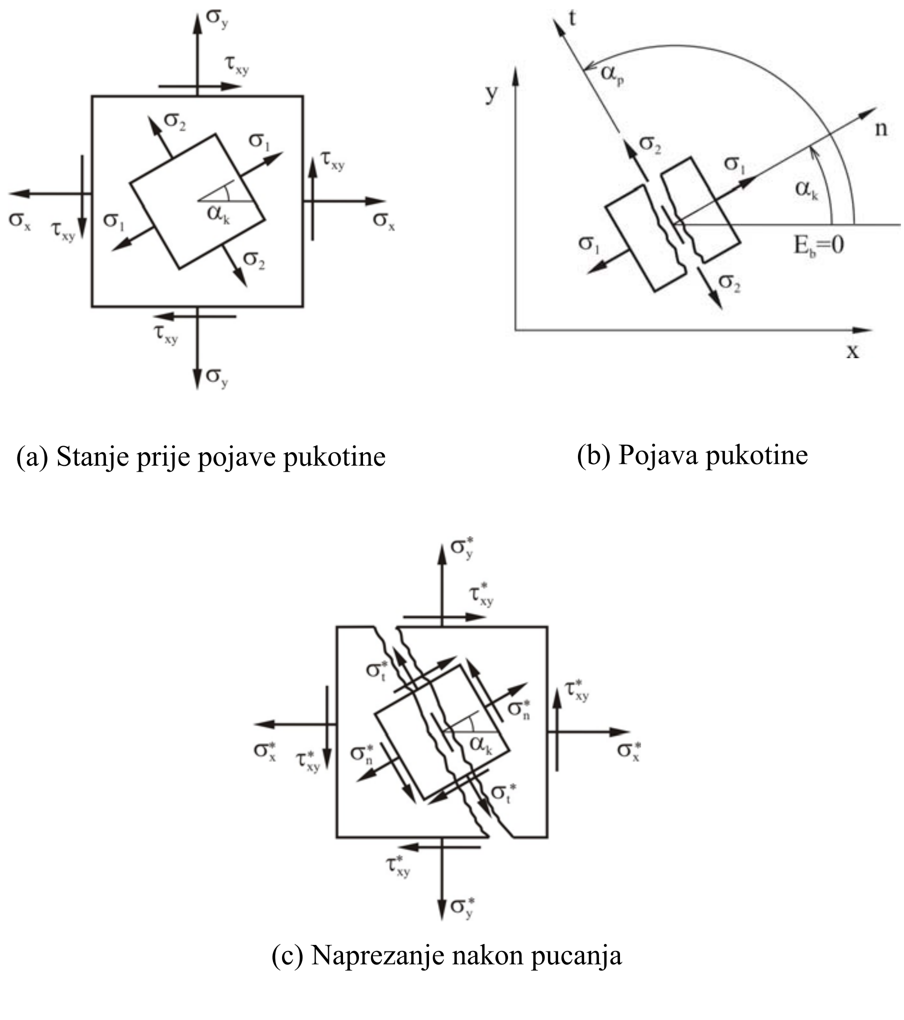
Pukotine u dvoosno napregnutom betonu u području vlak-tlak nastaju ako su ispunjeni sljedeći uvjeti

$$\left(f_t - \sigma_1\right) / f_t \geq \sigma_2 / f_b \quad \text{ili} \quad \sigma_1 f_b + \sigma_2 f_t \leq f_t f_b \tag{1.2}$$

gdje je f_b tlačna čvrstoća betona.

Stanja naprezanja u točkama mogućih pukotina su prikazana na crtežu 1.1.a. U slučaju da je zadovoljen uvjet (1.1), kut glavnih naprezanja naziva se kritični kut α_k. Kut pružanja pukotina α_p tada iznosi

$$\alpha_p = \alpha_k + \frac{\pi}{2} \tag{1.3}$$



(a) Stanje prije pojave pukotine

(b) Pojava pukotine

(c) Naprezanje nakon pucanja

Crtež 1.1 Model razmazanih pukotina [M6]

Modeli razmazanih pukotina mogu se podijeliti na modele fiksnih [R1] i modele rotirajućih pukotina [C4,G3].

U modelima fiksnih pukotina orijentacija pukotine je nepromjenjiva tijekom cijelog postupka proračuna. Veza naprezanje-deformacija [R1] u najranijim studijama definirana je za dvodimenzionalne probleme u obliku

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{tt} \\ \sigma_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_{tt} \\ \varepsilon_{nt} \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

gdje su σ_{nn} i ε_{nn} naprezanja i deformacije u smjeru normale na pukotinu, a σ_{tt} i ε_{tt} naprezanja i deformacije u smjeru tangente na pukotinu.

Ako se usvoji da su $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{nt}} = [\sigma_{nn}, \sigma_{tt}, \sigma_{nt}]^{\mathrm{T}}$ i $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{nt}} = [\varepsilon_{nn}, \varepsilon_{tt}, \varepsilon_{nt}]^{\mathrm{T}}$ ova se veza može jednostavnije napisati u obliku

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{nt}} = \mathbf{D}^{\mathrm{t}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{nt}} \tag{1.5}$$

gdje je $\mathbf{D}^{\mathrm{t}}$ definirana kao

$$\mathbf{D}^{\mathrm{t}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

U modelima rotirajućih pukotina orijentacija pukotine je definirana na način da prati rotaciju osi glavne deformacije [C3]. Između osi x i osi t uvodi se kut φ, te se komponente vektora $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{nt}}$ i $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{nt}}$ dovode u vezu sa onima u globalnom koordinatnom sustavu standardnim matricama transformacije $\mathbf{T}_{\varepsilon}(\varphi)$ i $\mathbf{T}_{\sigma}(\varphi)$, na način da je $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{nt}} = \mathbf{T}_{\varepsilon}(\varphi)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{xy}}$ i $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{nt}} = \mathbf{T}_{\sigma}(\varphi)\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{xy}}$. U tom slučaju relacija (1.5) poprima oblik

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{xy}} = \mathbf{T}_{\sigma}^{-1}(\varphi)\mathbf{D}^{\mathrm{t}}\, \mathbf{T}_{\varepsilon}(\varphi)\, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{xy}} \tag{1.7}$$

Na temelju ovog modela Bazant i Caner su razvili sofisticirani mikro-ravninski model koji definira vezu između komponenti naprezanja i deformacija na ravninama različitih orijentacija [B4, C1], gdje koriste četiri različita parametra materijala, a Han [H1] ga koristi u seizmičkoj analizi armirano-betonskih konstrukcija uzimajući kao kriterij energiju loma.

U literaturi je vrlo često naglašena činjenica da svi materijali, definirani padajućim dijagramom veze naprezanje-deformacija, pokazuju lokalizaciju deformacije što nije kompatibilno s pretpostavkama mehanike kontinuuma koje su usvojene u modelima konačnih elemenata. Pokazalo se da pretpostavke usvojene u ovim modelima ovise o gustoći mreže. Bazant je tako pokazao da finija gustoće mreže rezultira manjim opterećenjem pri slomu [B6]. S ciljem umanjenja ovih nedostataka, Bazant je razvio novi model skupine pukotina u kojem koristi modul omekšanja koji je funkcija gustoće mreže. Njega je modelirao u ovisnosti o energiji loma koja je parametar materijala [B7]. Potom je uveo i ne lokalni model kontinuuma u kojem veza naprezanje-deformacija ovisi o uprosječenom konačnom prostoru oko točke [B5]. De Borst i Muhhaus su uključili gradijente višeg reda u konstitutivni zakon ponašanja betona [B15].

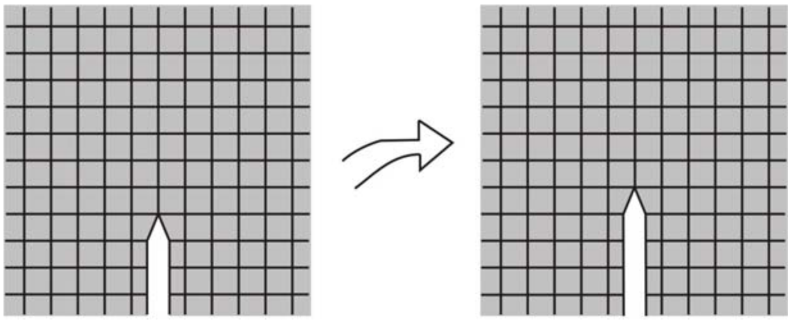
Kotsovos i Pavlovic [K5] su razvili model razmazanih pukotina baziran na eksperimentalnim ispitivanjima betona u višeosnim uvjetima naprezanja U ovom modelu pojava pukotine opisana je potpunim gubitkom naprezanja [K3, K4]. Svaki efekt smanjenja naprezanja u ovom se modelu zanemaruje i to i u vlaku i u tlaku. Eksperimentom je utvrđeno da je padajući dijagram betona direktan rezultat kontrole širenja pukotine [M5, Z1]. Jedini ulazni parametar je čvrstoća betona koja se može odrediti eksperimentalno ispitivanjem tlačne čvrstoće na uzorku. Veličina konačnog elementa dovedena je u vezu s konstitutivnim zakonima dobivenim eksperimentima. Naime pokazalo se da konačni elementi ne moraju biti manji od dvostruke ili trostruke veličine maksimalnog zrna agregata betona da bi se dobro opisalo ponašanje materijala.

Za razliku od modela razmazanih pukotina, u modelima diskretnih pukotina cilj je opisati nastanak i razvoj glavnih pukotina. Počeci razvoja numeričkih simulacija pukotina datiraju od kasnih 1960-ih godina kada su Ngo i Scordelis [N1] uveli model diskretnih pukotina.

Modeli diskretnih pukotina proizlaze iz dva osnovna pristupa. Prvi se zasniva na promjeni kontinuuma u čvornim vezama, dok drugi tu promjenu u kontinuumu usvaja preko odvajanja konačnih elemenata po rubovima.

Na samom početku analize armirano-betonskih konstrukcija metodom konačnih elemenata Ngo i Scordelis [N1] te Nilson [N3] modelirali su pukotine kao geometrijski diskontinuitet odvajanjem konačnih elemenata po rubovima. Taj pristup implementiran je na način da se dozvoli širenje pukotine u trenutku kada čvorna sila u čvoru konačnog elementa izazove prekoračenje dozvoljene vlačne čvrstoće. U tom trenutku se čvor razdvaja na dva čvora i omogućuje širenje pukotine do sljedećeg čvora. Kada je kriterij vlačne čvrstoće u tom čvoru prekoračen tada se pukotina širi do sljedećeg čvora i postupak se nastavlja kao što je prikazano na crtežu 1.2.

Model diskretnih pukotina u početnim studijama ima nekoliko nedostataka. Naime ovakav pristup podrazumijeva pojavu diskontinuiteta u čvorovima elemenata. Drugi nedostatak je točno određen smjer i oblik pukotina koji je definiran rubom konačnih elemenata. Da bi što bolje savladali nedostatke ovog modela Ingraffea i Saouma [I4] razvili su sofisticirani kompjuterski kod koji se bazira na grafičkom algoritmu za automatsko generiranje nove mreže konačnih elemenata u području nastanka pukotine, a Blaauwendraad i Grootenboer [B12, B13] su razvili tehniku koja omogućuje širenje pukotine kroz konačni element. Unatoč tome promjena kontinuuma u topologiji predstavlja jedan od osnovnih problema.



Crtež 1.2 Početni model diskretnih pukotina

Belytschko [B9] i Hegen [H2] su koristeći Galerkin-ovu metodu slobodnih elemenata razvili model kojim je omogućena diskretizacija konstrukcije finijom mrežom konačnih elemenata te se time smanjio veliki utjecaj promjena u topologiji konstrukcije. Primjenom ovog modela dobivaju se jako dobri rezultati, međutim pojavio se i niz nedostataka kao što su potreba za velikim kapacitetom računala u usporedbi s metodom konačnih elemenata te problem rješavanja čvora u osloncu kada je pukotina nastala u neposrednoj blizini. Osnovno ograničenje ove metode je potreba za modeliranjem dovoljno guste mreže kako bi se osigurala dovoljna točnost pri određivanju veze vektora opterećenja i matrice krutosti.

Belytscko i njegovi suradnici [B8, M7] razvili su model koji opisuje širenje pukotine kroz konačni element, modeliranjem konačnih elemenata koji imaju takve bazne funkcije da mogu dobro opisati diskontinuitet u području pomaka (skok) [B1, B10]. U tom modelu funkcije oblika φ_i pojedinog konačnog elementa imaju oblik $\sum_{i=1}^{n}\varphi_i = 1$, gdje je n broj čvorova konačnog elementa, a pomak u se može interpolirati kao

$$u = \sum_{i=1}^{n}\varphi_i\left(\bar{a}_i + \sum_{j=1}^{m}\psi_j\tilde{a}_{ij}\right) \tag{1.1}$$

gdje je $\overline{a}_i$ „regularni“ stupanj slobode odgovarajućeg čvora, ψ_j je poboljšana bazna funkcija, a $\widetilde{a}_{ij}$ je dodatni stupanj slobode čvora i koji je amplituda j-te poboljšane bazne funkcije oblika ψ_j.

Osnovna pretpostavka ove metode je da se pukotina može promatrati kao diskontinuitet u polju pomaka. Ako se promatra područje Ω koje se siječe s jednim diskontinuitetom Γ_d, kao što je prikazano na crtežu 1.3, tada se polje pomaka **u** može napisati kao suma polja pomaka dvaju kontinuiteta $\overline{\mathbf{u}}$ i $\widetilde{\mathbf{u}}$ u obliku

$$\mathbf{u} = \overline{\mathbf{u}} + \chi_{\Gamma d}\widetilde{\mathbf{u}} \tag{1.2}$$

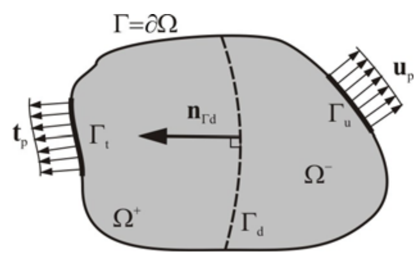
gdje je $\chi_{\Gamma d}$ Heaviside-ova funkcija definirana na diskontinuitetu

$$\chi_{\Gamma d} = \begin{cases} 0 & ako\,je \quad \mathbf{x} \in \Omega^- \\ 1 & ako\,je \quad \mathbf{x} \in \Omega^+ \end{cases} \tag{1.3}$$

Ako se polje pomaka **u** iz jednadžbe (1.2) napiše u obliku jednadžbe (1.1) slijedi

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}(\overline{\mathbf{a}} + \chi_{\Gamma d}\widetilde{\mathbf{a}}) = \mathbf{N}\overline{\mathbf{a}} + \chi_{\Gamma d}\mathbf{N}\widetilde{\mathbf{a}} = \overline{\mathbf{u}} + \chi_{\Gamma d}\widetilde{\mathbf{u}} \tag{1.4}$$

gdje je **N** matrica standardnih baznih funkcija, a $\overline{\mathbf{a}}$ i $\widetilde{\mathbf{a}}$ vektori standardnih i dodatnih stupnjeva slobode odgovarajućeg čvora. Na taj se način bazne funkcije konačnih elemenata koriste za dijeljenje jedne cjeline te mogu jasno opisati diskontinuitet koji je definiran pukotinom.



Crtež 1.3 Tijelo definirano poljima pomaka dvaju kontinuiteta odvojenih jednim diskontinuitetom [B16]

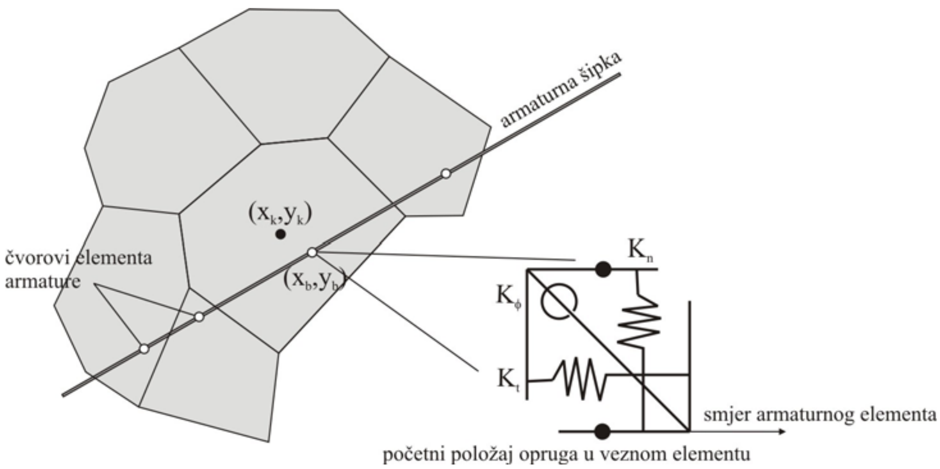
Belytscko i Moës [B8, M7] su u ovom modelu diskretnih pukotina implementirali linearno-elastični model materijala što je uvjetovalo uvođenje posebne funkcije oblika za opisivanje pukotine u blizini ruba. Iz tog razloga je uvedena poboljšana funkcija oblika

$$\psi = \left[\sqrt{r}\cos(\theta/2), \sqrt{r}\sin(\theta/2), \sqrt{r}\sin(\theta/2)\sin(\theta), \sqrt{r}\cos(\theta/2)\sin(\theta)\right]^T \tag{1.5}$$

gdje je r udaljenost pukotine od ruba, a θ je kut između trenutnog smjera širenja pukotine i ruba. Za pukotine koje su dovoljno daleko od ruba koristi se Heaviside-ova funkcija definirana izrazom (1.3).

Pri primjeni ovog modela za analizu armirano-betonskih konstrukcija kao znatno ograničenje se pokazala veličina zone u kojoj dolazi do pojave pukotine. U odnosu na realnu konstrukciju ta je zona jako malena i teško ju je odrediti.

Za analizu pojave i širenja pukotina u betonskim konstrukcijama Bolander i Saito [B14] koristili su mrežni model opruga krutih tijela. Rasterećeni oblik opruge modeliran je uvođenjem normalnih i tangencijalnih deformacija na svakom rubu elementa na način da svaka mreža opruga ima vlastiti oblik. U težištu elemenata definiraju se normalne komponente deformacija. Ukoliko su one registrirane kao stezanje to rezultira gubitkom naprezanja u materijalu. U skladu s tim znatan iznos naprezanja se generira uslijed uzdužnih deformacija okomito na mrežu opruga s nepravilnom geometrijom za konstantni poprečni presjek. Saito i Bolander su razvili model kojim se obuhvaća efektivan utjecaj kontinuirane armaturne šipke u mrežu opruga krutih tijela [S1]. Armaturna šipka može se pozicionirati neovisno o definiranoj mreži. Svaka armaturna šipka modelira se nizom štapnih elemenata. U postupku generiranja štapni elementi i čvorovi se automatski određuju kao sjecišta s oprugama kao što je prikazano na crtežu 1.4.



Crtež 1.4 Uvođenje armaturne šipke u mrežu opruga krutih tijela [B14]

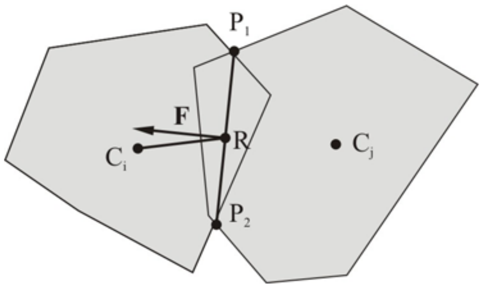
Čvorovi elemenata armature su definirani na stranicama nerastegnutih opruga. Jedan od veznih čvorova je pridružen armaturnom elementu, dok je pomak drugog veznog čvora definiran generaliziranim pomacima u odgovarajućim točkama. Uzimajući u obzir male rotacije, relativni pomaci između dva vezna čvora su definirani kao $\mathbf{d}_1 = \mathbf{B}_1\mathbf{u}_1$, gdje je

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & (y_b - y_k) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -(x_b - x_k) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

a $\mathbf{u}_1^T = [u_k, \ v_k, \ \theta_k, \ u_b, \ v_b, \ \theta_b,]$ predstavljaju generalizirane komponente pomaka težišne točke elementa i čvora armaturnog elementa. Matrica krutosti veznih elemenata definirana je svojstvima opruga, određenom krutošću i promjenama globalnih i lokalnih koordinata u vezama. Veza između armature i betona modelirana je preko opruga u kontaktima koje su modelirane u smjeru tangente na armaturnu šipku.

U ovom modelu nije moguće ostvariti direktnu vezu između betona i armature što predstavlja osnovni nedostatak ovog pristupa za analizu armirano-betonskih konstrukcija.

Kun i Herrmann [K5, K6] razvili su model raspucavanja čvrstih materijala izloženih eksploziji koristeći dvodimenzionalne molekularne simulacije zasnovane na modelu diskretnih pukotina. Da bi što bolje opisali kompleksnu strukturu granularnih čvrstih materijala koristili su konveksni poligon proizvoljnog oblika – Voronoi. Svaki poligon ima tri stupnja slobode u centru mase. Poligoni su modelirani kao kruta tijela. Oni se ne mogu deformirati niti pucati, već se preklapaju pri čemu se određuje površina preklapanja. Sjecišta rubova elemenata određuju točke P_1 i P_2 koje definiraju kontaktnu liniju. Kontaktna sila određuje se u njenom središtu R i okomita je na nju kao što je prikazano na crtežu 1.5.

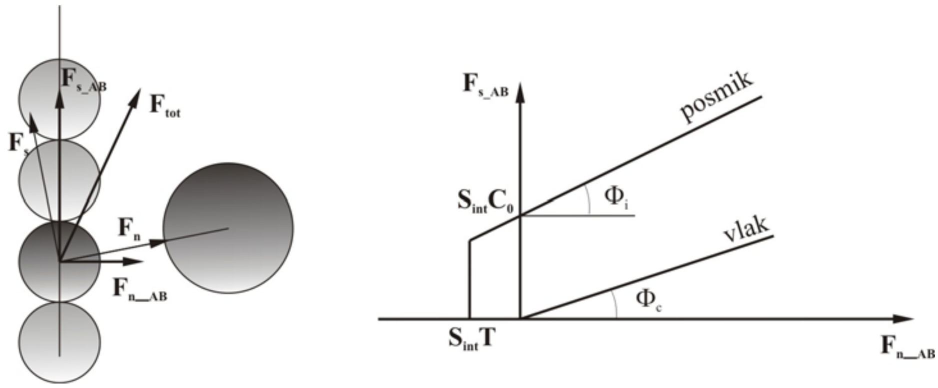


Crtež 1.5 Određivanje elastične kontaktne sile [K5]

Veza između elemenata ostvarena je na način da su između središta masa modelirani dvočvorni štapni elementi koji prenose sile s jednog elementa na drugi i imaju mogućnost pucanja. Duljina dvočvornih štapnih elemenata definirana je udaljenošću središta masa. Svojstva elemenata definirana su modulom elastičnosti, površinom poprečnog presjeka i momentom inercije. Pucanje ovih elemenata uzrokovano je razvlačenjem i savijanjem uzimajući u obzir istovremeno oba moda. Ovaj uvjet su uzeli u obliku Von Mises-ovog kriterija plastifikacije. U trenutku loma dvočvornih elemenata njihov modul elastičnosti postaje jednak nuli, i ti elementi više ne ulaze u proračun. Na rubu pripadnog poligona se tada pojavljuje pukotina.

Ovaj model Kun i Hermann su koristili u analizi blokova stijena ili betonskih blokova izloženih eksploziji i udaru projektila velikom brzinom, dok su ga Delaplace i Ibrahimbegovic koristili prilikom analize utjecaja odabira sheme vremenske integracije na pojavu pukotina u dinamičkoj analizi [D1].

Rousseau, Frangin i Marin [R2, R3] razvili su diskretni model armirano-betonskih konstrukcija za analizu izvlačenja šipke armature iz betona. Za modeliranje betona koriste se sferni kruti elementi različite veličine proizvoljno raspoređeni. Interakcija između sfernih elemenata modelirana je normalnim i tangencijalnim matricama krutosti koje opisuju elastično ponašanje betona. Za definiranje loma u betonu koriste se kriterij loma uslijed posmika te uslijed prekoračenja vlačne čvrstoće (crtež 1.6). Za modeliranje čelika koriste se sferni kruti elementi s jednostavnim elasto-plastičnim modelom materijala. U ovom modelu beton i armatura su modelirani kao odvojeni elementi. Veza između armature i betona definirana je normalnim F_n i tangencijalnim silama F_s koje su projicirane u smjer armaturne šipke F_{s_AB} i okomito na nju F_{t_AB}. Standardni zakoni interakcije [R3] uzimaju u obzir utjecaj površine kontakta S_{int} (interakcije betona), faktor kohezije C, kut trenja Φ i lokalnu vlačnu čvrstoću T, a normalno i tangencijalno opterećenje je definirano silama F_{s_AB} i F_{t_AB} kao što je prikazano na crtežu 1.6.



Crtež 1.6 Tangencijalne i normalne sile, zakon interakcije [K5]

Dugi niz godina razmazani i diskretni pristup u modeliranju pukotina bili su strogo odvojeni. U posljednje vrijeme razvili su se novi modeli pukotina koji obuhvaćaju oba gore opisana pristupa kao što je kohezivna-segmentna metoda [B10]. U literaturi se modeli koji obuhvaćaju model diskretnih i razmazanih pukotina dijele na modele bazirane na globalnom pristupu koji je primijenjen za svako pojedino tijelo, a zasniva se na energiji loma i ne ovisi o geometriji elementa

[X1], na pristupu lokalne razmazane pukotine [M12] (zasnovan na oštećenju ili vezi deformacija-omekšanje) ili lokalne diskretne pukotine [W1].

Munjiza [M14] je razvio novi model kombinirane razmazane i diskretne pukotine temeljene na modelu Hillerborga [H3]. Svaki diskretni element modeliran je vlastitom mrežom konačnih elemenata čime je omogućena njegova deformabilnost. U okviru te metode ponašanje betona do trenutka pojave pukotine modelirano je kao u metodi konačnih elemenata, dok u trenutku prekoračenja vlačne čvrstoće betona nastaje diskretna pukotina. Pojava pukotina i fragmentacija diskretnih elemenata obuhvaćena je kontaktnim elementima koji su modelirani između konačnih elemenata. Nelinearno ponašanje betona opisano je kontaktnim elementom i zasnovano je na eksperimentalnoj krivulji ponašanja materijala. U ovom modelu obuhvaćen je prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum, zatim interakcija novonastalih dijelova što je karakteristično za pucanje i postupak širenja pukotina i fragmentacije u betonskim konstrukcijama [B11, M11].

U okviru kombinirane metode konačno diskretnih elemenata, za analizu armirano-betonskih konstrukcija izloženih dinamičkom opterećenju Bangash i Munjiza su razvili štapne 2D elemente koji imaju karakteristike armiranog betona. Njima su modelirali armirano-betonske sustave i pratili ponašanje sustava prije i poslije nastanka pukotina [B2].

Prednost kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata [M11] je mogućnost opisivanja pojava vezanih za ponašanje sustava uslijed dinamičkog djelovanja u linearno-elastičnoj fazi, pojavu i razvoj pukotina, inercijalne efekte uslijed gibanja, međudjelovanja koja su posljedica dinamičkog kontakta te naposljetku postizanje stanja mirovanja koje se javlja kao posljedica gubitka energije u sustavu. Stoga se ova metoda nametnula kao najbolja za razvoj novog numeričkog dinamičkog modela koji omogućuje simulaciju odgovora armirano-betonske konstrukcije izložene seizmičkom opterećenju.

1.3 SADRŽAJ RADA

U ovom radu razvijen je novi model za simulaciju ponašanja armirano-betonskih konstrukcija izloženih statičkom, dinamičkom i seizmičkom opterećenju zasnovan na metodi konačno-diskretnih 2D elemenata. Razvijen je novi model betona koji omogućuje opisivanje opterećenja i ponovnog rasterećenja. Razvijen je model armature u kojem je šipka modelirana pomoću 1D linijskih konačnih elemenata ugrađenih u 2D konačni element betona. Nelinearno ponašanje armature obuhvaćeno je u okviru modela kontaktnog elementa armature koji je modeliran između susjednih čvorova konačnih linijskih elemenata armature. Model ponašanja armature temelji se na eksperimentalnim krivuljama veze veličine pukotine betona i deformacije čelika uzimajući u obzir utjecaj zakrivljenosti duž armaturne šipke u zoni savijanja i udaljenosti pukotina. Cikličko ponašanje čelika implementirano je poboljšanim Kato-vim modelom. Implementiran je i model seizmičkog opterećenja zadan akcelelogramom čime je omogućena seizmička analiza sustava izloženih potresu.

Rad je podijeljen u sedam poglavlja.

U *prvom poglavlju* općenito je opisan problem analize armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju te je dan osvrt na modele pukotina korištenih u analizi armirano-betonskih konstrukcija. Na kraju je prikazan sadržaj rada.

U *drugom poglavlju* su prikazane osnove metode konačno-diskretnih elemenata. Ova se metoda zasniva na simulaciji sustava s velikim brojem elemenata koji su modelirani s po jednim diskretnim elementom. Svaki diskretni element u interakciji je s njemu bliskim diskretnim elementima. Modeliran je vlastitom mrežom konačnih elemenata što omogućuje njegovu deformabilnost. Između konačnih elemenata modelirani su kontaktni elementi koji obuhvaćaju materijalnu nelinearnost i omogućuju pojavu i širenje pukotina. Veza među diskretnim elementima u bilo kojem vremenskom koraku osigurana je modelom detekcije i interakcije kontakta.

U okviru ovog poglavlja prikazan je i novi model betona zasnovan na eksperimentalnoj krivulji u kojem je omogućena simulacija cikličkog ponašanja.

U *trećem poglavlju* je detaljno opisan razvoj novog modela za analizu ponašanja armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju. Armaturne šipke su modelirane pomoću 1D linijskih konačnih elemenata ugrađenih u 2D konačne elemente betona. Opisan je model novog kontaktnog elementa armature. Ponašanje armature u kontaktnom elementu u ovom modelu se zasniva na eksperimentalnim krivuljama kojima se opisuje stanje deformacije armaturne šipke u pukotini. Ponašanje čelika modelirano je pomoću nelinearnog modela materijala koji omogućuje simulaciju cikličkog ponašanja.

U *četvrtom poglavlju* je prikazan dijagram toka razvijenog algoritma, te primjeri kojima je provedena verifikacija razvijenog modela. Provedena je analiza točnosti rješenja o pojedinim parametrima, a potom validacija razvijenog modela na jednostavnim primjerima armirano-betonskih konstrukcija preuzetima iz literature.

U *petom poglavlju* je prikazana primjena razvijenog modela u analizi ponašanja armirano-betonskih konstrukcija. Analizirani su čvorovi armirano-betonskih okvira izloženi monotono rastućem i cikličkom opterećenju, te armirano-betonski zidovi izloženi seizmičkom opterećenju.

U *šestom poglavlju* analizirane su prednosti i nedostaci razvijenog modela te su izneseni osnovni zaključci i preporuke za moguća daljnja istraživanja.

Sedmo poglavlje sadrži pregled rabljene literature.

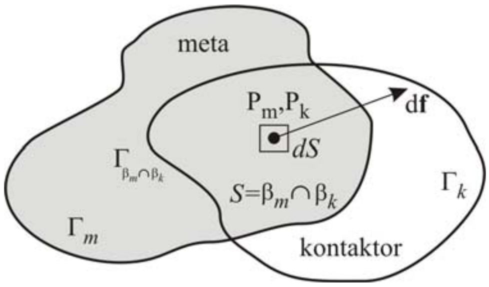
2. OSNOVE KOMBINIRANE METODE KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

Predviđanje načina potpunog sloma armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju nameće potrebu razvoja numeričkog modela koji može obuhvatiti pojave vezane za ponašanje armirano-betonskih konstrukcija uslijed dinamičkog djelovanja u linearno-elastičnoj fazi, pojavu i razvoj pukotina, inercijalne efekte uslijed gibanja, međudjelovanja koja su posljedica dinamičkog kontakta te naposljetku postizanje stanja mirovanja koje se javlja kao posljedica gubitka energije u sustavu. Sve prethodno navedene efekte moguće je obuhvatiti primjenom kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata [M11].

Ova metoda zasniva se na simulaciji konstrukcije s velikim brojem elemenata koji su modelirani s po jednim diskretnim elementom. Svaki diskretni element je u interakciji s njemu bliskim diskretnim elementima i modeliran je vlastitom mrežom konačnih elemenata čime je omogućena njegova deformabilnost. Materijalna nelinearnost, uključujući i pojavu pukotina i fragmentaciju diskretnih elemenata, obuhvaćena je kontaktnim elementima koji su implementirani između konačnih elemenata. Da bi se u bilo kojem vremenskom koraku osigurala veza među diskretnim elementima, u okviru ove metode modelirana je detekcija i interakcija kontakta.

2.1 KONTAKTNA INTERAKCIJA U KOMBINIRANOJ METODI KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

Kontaktne sile se javljaju između dva diskretna elementa koja se nađu u kontaktu od kojih se jedan proglašava kontaktorom, a drugi metom [M8]. Kada su u kontaktu, kontaktor i meta se preklapaju preko površine S koja je omeđena vanjskim rubom $\Gamma_{\beta_m \cap \beta_k}$ kao što je prikazano na crtežu 2.1.



Crtež 2.1 Kontaktna diferencijalna sila u okolini točaka P_m i P_k [M13]

Za potrebe proračuna kontaktnih sila nad kontaktorom i nad metom uspostavljena su potencijalna polja φ_k i φ_m čiji potencijal opada od središta tih elemenata prema rubovima. Ako promatramo točku P_k koja se nalazi na kontaktoru, tada je diferencijalna sila kojom meta svojim potencijalom, zbog prodora kontaktora u metu, djeluje na diferencijalno malu površinu dS_k u okolini točke P_k prema teoriji potencijala jednaka

$$-grad\phi_k\left(\mathrm{P_k}\right)dS_k \tag{2.1}$$

dok je sila kojom točka P_m koja se nalazi na meti djeluje na točku P_k kao posljedica prodora mete u kontaktor, prema zakonu akcije i reakcije jednaka

$$-grad\phi_m\left(\mathrm{P_m}\right)dS_m \tag{2.2}$$

Ukupna kontaktna diferencijalna sila na točku P_k koja se nalazi na kontaktoru uzimajući u obzir da je

$$dS_k = dS_m = dS \tag{2.3}$$

može se napisati u obliku

$$d\mathbf{f}_k = \left[grad\phi_k \left(\mathrm{P_m} \right) - grad\phi_m \left(\mathrm{P_k} \right) \right] dS \tag{2.4}$$

Da bi se dobila ukupna kontaktna sila na kontaktor, potrebno je provesti integraciju prethodnog izraza preko cijele preklapajuće površine *S* iz čega slijedi izraz

$$\mathbf{f}_k = \int\limits_{S=\beta_m \cap \beta_k} \left[grad\varphi_k - grad\varphi_m \right] dS \tag{2.5}$$

koji se još može zapisati u obliku

$$\mathbf{f}_k = \oint\limits_{\Gamma_{\beta_m \cap \beta_k}} \mathbf{n}_\Gamma (\varphi_k - \varphi_m) d\Gamma \tag{2.6}$$

gdje je $\mathbf{n}_\Gamma$ jedinična vanjska normala na rub Γ preklapajuće površine *S*. Ako bi se htjela dobiti ukupna kontaktna sila na metu, tada bi se proveo isti postupak s tim da bi kontaktor i meta zamijenili uloge.

Iz prethodnog izlaganja se vidi da je polje kontaktnih sila, u smislu prodora kontaktora u metu i mete u kontaktor, konzervativno polje budući su sile dobivene kao gradijent potencijalne funkcije. Ako uzmemo točku $\mathrm{P_k}$ koja se nalazi na kontaktoru, tada rad potencijalnih sila mete nad točkom $\mathrm{P_k}$ prilikom prodora točke $\mathrm{P_k}$ u metu, po nekoj putanji čije su početne i krajnje točke A i B, ovisi samo o vrijednostima potencijala φ_m u točkama A i B. Prema zakonu o održanju energije, u slučaju da nema nikakvih gubitaka energije pri kontaktu, ukupna energija u sustavu prije i poslije kontakta mora biti jednaka što znači da ako se točke A i B odaberu na rubu mete odnosno, ako je u točki A započelo prodiranje, a u točki B završilo, tada bi ukupni rad potencijalnih sila mete nad točkom $\mathrm{P_k}$ morao biti jednak nuli što se može zapisati kao

$$\varphi_m(\mathrm{A}) - \varphi_m(\mathrm{B}) = 0 \tag{2.7}$$

odnosno

$$\varphi_m(\mathrm{A}) = \varphi_m(\mathrm{B}) \tag{2.8}$$

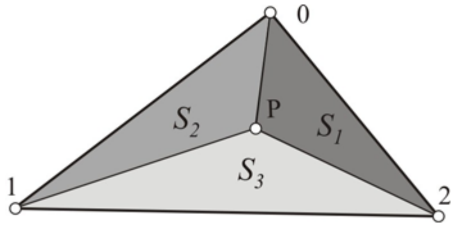
Slična se analiza može napraviti i za kontaktor iz čega se dobije da za bilo koje dvije točke A i B koje se nalaze na rubu kontaktora mora vrijediti

$$\varphi_k(\mathrm{A}) - \varphi_k(\mathrm{B}) = 0 \tag{2.9}$$

odnosno

$$\varphi_k(\mathrm{A}) = \varphi_k(\mathrm{B}) \tag{2.10}$$

To znači da vrijednost potencijala na rubnim točkama kontaktora i mete mora biti konstantna.



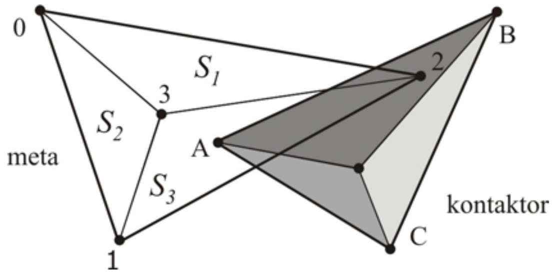
Crtež 2.2 Potencijal φ u točki P konačnog elementa [M13]

U kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata može postojati mnoštvo diskretnih elemenata koji se nalaze u kontaktu. Svaki diskretni element je nadalje diskretiziran s više konačnih elemenata na koje se diskretni element može raspasti što znači da se problem pronalaženja kontaktnih sila mora riješiti na razini konačnih elemenata. Budući da je potencijalni broj kontakata među konačnim elementima jako velik, u svrhu što bržeg proračuna kontaktnih sila kao i sila koje su posljedica deformiranja izabran je najjednostavniji konačni element u ravnini, a to je trokutni tročvorni konačni element. Za trokutne tročvorne konačne elemente, najrazumljivije je potencijal φ u nekoj točki P konačnog elementa definirati kao

$$\varphi(\mathrm{P}) = \min\{3S_1 / S, 3S_2 / S, 3S_3 / S\} \tag{2.11}$$

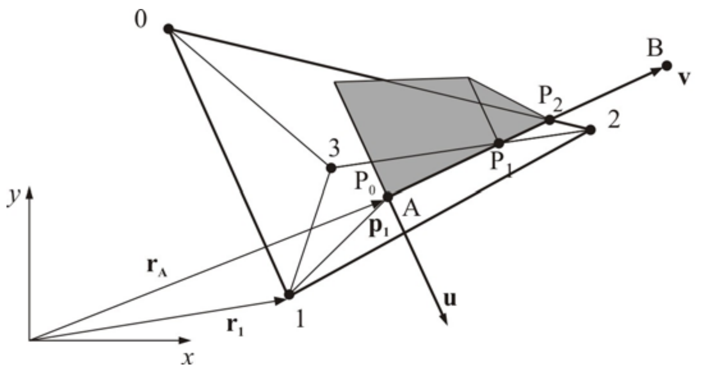
gdje su $S_i\,(i = 1,2,3)$ površine pod-trokuta kao što je prikazano na crtežu 2.2.

Sukladno izrazu (2.6) problem određivanja kontaktnih sila između dva trokutna konačna elementa može se reducirati na interakciju kontaktora s bridovima mete te interakciju mete s bridovima kontaktora. Na crtežu 2.3. prikazana su dva trokutna konačna elementa u kontaktu.



Crtež 2.3 Kontakt kontaktora i mete [M13]

Da bi se odredila ukupna kontaktna sila koja djeluje na kontaktoru na bridu AB (crtež 2.4), potrebno je najprije odrediti karakteristične točke (P_0, P_1 i P_2) u kojima se odredi i vrijednost potencijala kao interpolacija između centralnog čvora 3 u kojem je vrijednost potencijala jednaka 1 i rubnih čvorova 0, 1, 2 u kojima je vrijednost potencijala jednaka 0.

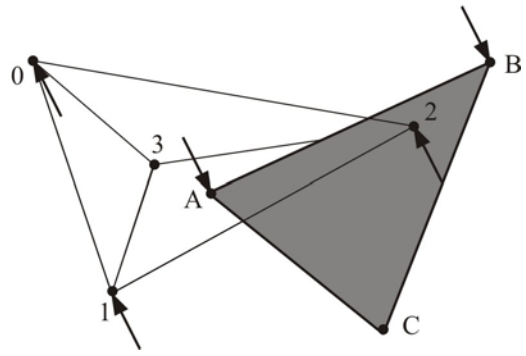


Crtež 2.4 Distribucija kontaktnih sila [M13]

Ukupna sila na bridu AB dobije se kao površina potencijala *φ(v)* na bridu AB iz izraza

$$\mathbf{f}_{c,\mathrm{AB}} = \frac{1}{\mathbf{u}^2}\mathbf{u}\int_0^L p_0 \varphi(v)\,dv \tag{2.12}$$

gdje je p_0 penalty koeficijent [M9], dok se $\mathbf{u}^2$ uključuje u izraz ako vektori **u** i **v** nisu jedinični. Ukupna kontaktna sila prezentirana je u obliku ekvivalentnih čvornih sila u točkama A i B te odgovarajućih čvornih sila u čvorovima mete kao što je prikazano na crtežu 2.5.



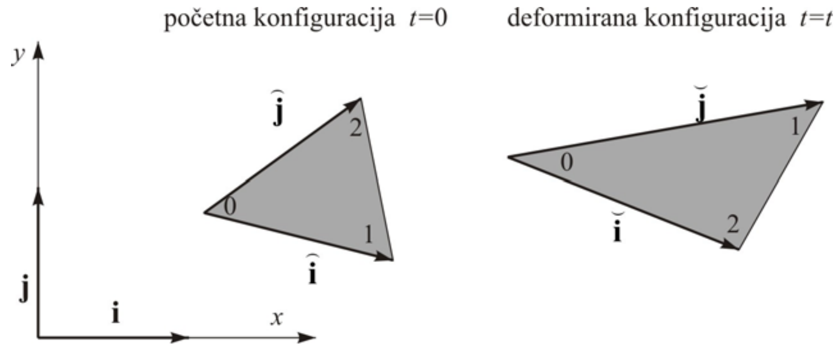
Crtež 2.5 Ekvivalentne čvorne sile [M13]

Nakon što se cijeli postupak ponovi za sve bridove kontaktora, isti postupak se ostvaruje na bridovima mete.

2.2 DEFORMABILNOST KONAČNIH ELEMENATA U KOMBINIRANOJ METODI KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

Deformabilno tijelo promatrano kao jedan kontinuum sastoji se od skupa točaka omeđenih vanjskom konturom. Točke deformabilnog tijela mogu mijenjati svoj položaj u prostoru tijekom vremena što rezultira pomacima deformabilnog tijela. Pomaci deformabilnog tijela mogu se razložiti na dvije komponente, a to su pomaci deformabilnog tijela kao krutog tijela koji uključuju translaciju i rotaciju te pomaci koji uzrokuju deformiranje što podrazumijeva promjenu volumena i oblika.

U kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata izabran je geometrijski najjednostavniji konačni element. U ravninskim problemima to je tročvorni trokutni element. Da bi se opisalo deformiranje trokutnog konačnog elementa, te uspostavila veza između naprezanja i deformacija, usvojena su tri koordinatna sustava kao što je prikazano na crtežu 2.6.



Crtež 2.6 Trokutni konačni element u početnoj i deformiranoj konfiguraciji [M13]

Bazni vektori početne konfiguracije mogu se izraziti preko baznih vektora deformirane početne konfiguracije

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{i}} &= \widehat{i}_{\breve{x}}\breve{\mathbf{i}} + \widehat{i}_{\breve{x}}\breve{\mathbf{j}} \\ \widehat{\mathbf{j}} &= \widehat{j}_{\breve{x}}\breve{\mathbf{i}} + \widehat{j}_{\breve{y}}\breve{\mathbf{j}} \end{aligned} \tag{2.13}$$

Analogno se bazni vektori deformirane konfiguracije mogu prikazati preko baznih vektora početne konfiguracije

$$\begin{aligned} \breve{\mathbf{i}} &= \breve{i}_{\widehat{x}}\widehat{\mathbf{i}} + \breve{i}_{\widehat{x}}\widehat{\mathbf{j}} \\ \breve{\mathbf{j}} &= \breve{j}_{\widehat{x}}\widehat{\mathbf{i}} + \breve{j}_{\widehat{y}}\widehat{\mathbf{j}} \end{aligned} \tag{2.14}$$

Korištenje tročvornog trokutnog konačnog elementa ima za posljedicu da je gradijent deformiranja $\mathbf{F}$ konstantan u svim točkama trokuta zbog toga što je polje pomaka nad konačnim elementom opisano linearnom funkcijom oblika

$$\begin{aligned} x_c &= \alpha_x x_i + \beta_x y_i \\ y_c &= \alpha_y x_i + \beta_y y_i \end{aligned} \tag{2.15}$$

gdje su x_c i y_c trenutne koordinate (deformirana konfiguracija), a x_i i y_i početne koordinate (nedeformirana konfiguracija). To rezultira konstantnim parcijalnim derivacijama pomaka po x i y.

Da bi se mogle izračunati deformacije na ovakvom konačnom elementu, potrebno je najprije izračunati gradijent deformiranja $\mathbf{F}$. Najjednostavnije je izračunati gradijent deformiranja $\mathbf{F}$ na deformiranoj konfiguraciji $\left(\breve{\mathbf{i}}, \breve{\mathbf{j}}\right)$ koji ima oblik

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_c}{\partial \hat{x}_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial \hat{y}_i} \\ \dfrac{\partial y_c}{\partial \hat{x}_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial \hat{y}_i} \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

gdje su x_c i y_c trenutne koordinate u globalnom koordinatnom sustavu (**i, j**), a $\hat{x}$ i $\hat{y}$ su koordinate definirane u lokalnom koordinatnom sustavu.

Ako se npr. uzme član $\partial x_c / \partial \hat{x}_i$, tada bi se on po matematičkoj formulaciji, uzimajući da je

$$\begin{aligned} x_c &= x_c(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \\ y_c &= y_c(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \end{aligned} \tag{2.17}$$

izračunao na način

$$\frac{\partial x_c}{\partial \hat{x}_i} = \lim_{\Delta \hat{x}_G \to 0} \frac{x(\hat{x}_i + \Delta \hat{x}_i, \hat{y}_i) - x(\hat{x}_i, \hat{y})}{\Delta \hat{x}_i} \tag{2.18}$$

Budući da je gradijent deformiranja $\mathbf{F}$ konstantan na tročvornom trokutnom konačnom elementu, u prethodnom izrazu nije potrebno da $\Delta \hat{x}_i$ teži prema nuli, već se može uzeti neka konačna duljina, pa se može pisati

$$\frac{\partial x_c}{\partial \hat{x}_i} = \frac{x_{1c} - x_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{i}}\right|} \tag{2.19}$$

gdje su x_{1c} i y_{1c}, x odnosno y koordinata čvora 1 u trenutnoj konfiguraciji. Slično se može pokazati i za ostale članove tenzora $\mathbf{F}$ iz čega slijedi

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \dfrac{x_{1c} - x_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{i}}\right|} & \dfrac{x_{2c} - x_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{j}}\right|} \\ \dfrac{y_{1c} - y_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{i}}\right|} & \dfrac{y_{2c} - y_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{j}}\right|} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

Da bi se izračunao član tenzora $\mathbf{F}$ npr. $\partial x_c / \partial \widehat{x}_i$, to se može napraviti usmjerenim deriviranjem na sljedeći način

$$\frac{\partial x_c}{\partial x_i} = \frac{\partial x_c}{\partial \widehat{x}_i}\frac{\partial \widehat{x}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial x_c}{\partial \widehat{y}_i}\frac{\partial \widehat{y}_i}{\partial x_i} \tag{2.21}$$

Slično se može napraviti i s ostalim članovima tenzora $\mathbf{F}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_c}{\partial y_i} &= \frac{\partial x_c}{\partial \widehat{x}_i}\frac{\partial \widehat{x}_i}{\partial y_i} + \frac{\partial x_c}{\partial \widehat{y}_i}\frac{\partial \widehat{y}_i}{\partial y_i} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_i} &= \frac{\partial y_c}{\partial \widehat{x}_i}\frac{\partial \widehat{x}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial y_c}{\partial \widehat{y}_i}\frac{\partial \widehat{y}_i}{\partial x_i} \\ \frac{\partial y_c}{\partial y_i} &= \frac{\partial y_c}{\partial \widehat{x}_i}\frac{\partial \widehat{x}_i}{\partial y_i} + \frac{\partial y_c}{\partial \widehat{y}_i}\frac{\partial \widehat{y}_i}{\partial y_i} \end{aligned} \tag{2.22}$$

koji se sada može prikazati u obliku

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i} \\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_c}{\partial \widehat{x}_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial \widehat{y}_i} \\ \dfrac{\partial y_c}{\partial \widehat{x}_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial \widehat{y}_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \widehat{x}_i}{\partial x_i} & \dfrac{\partial \widehat{x}_i}{\partial y_i} \\ \dfrac{\partial \widehat{y}_i}{\partial x_i} & \dfrac{\partial \widehat{y}_i}{\partial y_i} \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

Koristeći izraz (2.20), prethodni izraz može biti zapisan u obliku

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i} \\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1c} - x_{0c} & x_{2c} - x_{0c} \\ y_{1c} - y_{0c} & y_{2c} - y_{0c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\left|\hat{\mathbf{i}}\right|}\dfrac{\partial \widehat{x}_i}{\partial x_i} & \dfrac{1}{\left|\hat{\mathbf{i}}\right|}\dfrac{\partial \widehat{x}_i}{\partial y_i} \\ \dfrac{1}{\left|\hat{\mathbf{j}}\right|}\dfrac{\partial \widehat{y}_i}{\partial x_i} & \dfrac{1}{\left|\hat{\mathbf{j}}\right|}\dfrac{\partial \widehat{y}_i}{\partial y_i} \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Stupci drugog tenzora s desne strane predstavljaju komponente baznih normiranih vektora $(\mathbf{i},\mathbf{j})$ zapisanih preko baznih vektora $(\widehat{\mathbf{i}},\widehat{\mathbf{j}})$ što omogućuje da se izraz (2.24) prikaže u obliku

$$\mathbf{F}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial \widehat{x}_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial \widehat{y}_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial \widehat{x}_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial \widehat{y}_i}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{\widehat{x}_i} & j_{\widehat{x}_i}\\ i_{\widehat{y}_i} & j_{\widehat{y}_i}\end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Budući da je veza između deformirane $(\widehat{x}_i,\widehat{y}_i)$ i početne konfiguracije(x_i,y_i) definirana kao

$$\begin{bmatrix}i_{\widehat{x}_i} & j_{\widehat{x}_i}\\ i_{\widehat{y}_i} & j_{\widehat{y}_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\widehat{i}_{x_i} & \widehat{j}_{x_i}\\ \widehat{i}_{y_i} & \widehat{j}_{y_i}\end{bmatrix}^{-1} \tag{2.26}$$

te uzimajući u obzir da je

$$\begin{bmatrix}\widehat{i}_{x_i} & \widehat{j}_{x_i}\\ \widehat{i}_{y_i} & \widehat{j}_{y_i}\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}x_{1i}-x_{0i} & x_{2i}-x_{0i}\\ y_{1i}-y_{0i} & y_{2i}-y_{0i}\end{bmatrix}^{-1} \tag{2.27}$$

izraz (2.25) se može pisati u obliku

$$\mathbf{F}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_{1c}-x_{0c} & x_{2c}-x_{0c}\\ y_{1c}-y_{0c} & y_{2c}-y_{0c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{1i}-x_{0i} & x_{2i}-x_{0i}\\ y_{1i}-y_{0i} & y_{2i}-y_{0i}\end{bmatrix}^{-1} \tag{2.28}$$

gdje je x_{ii} odnosno y_{ii}, x odnosno y koordinata i-tog čvora u početnoj konfiguraciji.

Na isti je način moguće izračunati i gradijent brzine koji će, primjenjujući analogiju s tenzorom $\mathbf{F}$, imati oblik

$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial v_{xc}}{\partial x_i} & \dfrac{\partial v_{xc}}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial v_{yc}}{\partial x_i} & \dfrac{\partial v_{yc}}{\partial y_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_{x1c}-v_{x0c} & v_{x2c}-v_{x0c}\\ v_{y1c}-v_{y0c} & y_{y2c}-v_{y0c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{1c}-x_{0c} & x_{2c}-x_{0c}\\ y_{1c}-y_{0c} & y_{2i}-y_{0c}\end{bmatrix}^{-1} \tag{2.29}$$

Ako se pretpostavi da će se trokutni element prvo rotirati, a potom rastegnuti, tada je gradijent deformiranja definiran izrazom

$$\mathbf{F} = \mathbf{VR}$$

gdje je **R** tenzor rotacije, a **V** lijevi tenzor rastezanja [M13]. Da bi se lijevi Green-St-Venantov tenzora deformacija mogao razlučiti na dio koji obuhvaća promjenu volumena i na dio koji obuhvaća promjenu oblika, potrebno je gradijent deformiranja **F** napisati kao umnožak tri tenzora od kojih će jedan predstavljati čistu rotaciju **R**, drugi promjenu oblika bez promjene volumena $\mathbf{V_d}$, a treći promjenu volumena bez promjene oblika $\mathbf{V_s}$

$$\mathbf{F} = \mathbf{V_s V_d R} \tag{2.30}$$

Važno je napomenuti da je $\det \mathbf{F} = \det \mathbf{V_s}$ i $\det \mathbf{V_d} = 1$. Lijevi Green-St-Venantov tenzor deformacija se može napisati kao

$$\begin{aligned}
\breve{\mathbf{E}} &= \frac{1}{2}\left(\mathbf{FF^T} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left[\left(\mathbf{V_s V_d R}\right)\left(\mathbf{V_s V_d R}\right)^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\mathbf{V_s V_d R R^T V_d{}^T V_s{}^T} - \mathbf{I}\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\mathbf{V_s V_d V_d{}^T V_s{}^T} - \mathbf{I}\right]
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Budući da tenzor $\mathbf{V_s}$ ne uzrokuje nikakvu promjenu oblika nego samo promjenu volumena koji se uveća za ($\det \mathbf{F}$) puta, može se zaključiti da se tenzor $\mathbf{V_s}$ može napisati u obliku

$$\mathbf{V_s} = \mathbf{I}\sqrt[3]{\det \mathbf{F}} \tag{2.32}$$

jer se svaka stranica diferencijalnog elementa produlji za $\sqrt[3]{\det \mathbf{F}}$ puta. Uvrštavajući izraz (2.32) u (2.31) dobije se

$$\breve{\mathbf{E}} = \frac{1}{2}\left[\mathbf{V_d V_d{}^T}\left(\left|\det \mathbf{F}\right|^{2/3}\right) - \mathbf{I}\right] \tag{2.33}$$

Dio lijevog Green-St-Venantov tenzora deformacija koji se odnosi na promjenu oblika izgleda kao

$$\breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{d}} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{V_d V_d{}^T} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{FF^T}}{\left|\det \mathbf{F}\right|^{2/3}} - \mathbf{I}\right) \tag{2.34}$$

dok dio koji se odnosi na promjenu volumena ima oblik

$$\breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{s}} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{V}_{\mathbf{s}}\mathbf{V}_{\mathbf{s}}^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\mathbf{I}\left|\det \mathbf{F}\right|^{2/3} - \mathbf{I}\right) = \mathbf{I}\left(\frac{\left|\det \mathbf{F}\right|^{2/3} - 1}{2}\right) \tag{2.35}$$

Poznavajući gradijent deformiranja $\mathbf{F}$ moguće je izračunati lijevi Cauchy-Greenov tenzor deformiranja $\mathbf{B}$

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T = \mathbf{V}\mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial x_c}{\partial y_i} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial x_i} \\ \frac{\partial x_c}{\partial y_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

Na isti način može se definirati tenzor brzine deformiranja $\mathbf{D}$ dobiven iz gradijenta brzine

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\right) = \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} \frac{\partial v_{xc}}{\partial x_i} & \frac{\partial v_{xc}}{\partial y_i} \\ \frac{\partial v_{yc}}{\partial x_i} & \frac{\partial v_{yc}}{\partial y_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial v_{xc}}{\partial x_i} & \frac{\partial v_{yc}}{\partial x_i} \\ \frac{\partial v_{xc}}{\partial y_i} & \frac{\partial v_{yc}}{\partial y_i} \end{bmatrix} \right) \tag{2.37}$$

Iz lijevog Cauchy-Greenov tenzora deformacija, za male deformacije slijedi Green-St-Venantov tenzor deformacija

$$\breve{\mathbf{E}} = \frac{1}{2}(\mathbf{V}^2 - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\mathbf{B} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial x_c}{\partial y_i} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial x_i} \\ \frac{\partial x_c}{\partial y_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \tag{2.38}$$

koji se može prikazati dijelom koji u sebi sadrži doprinos od promjene oblika

$$\breve{\mathbf{E}}_d = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{V}^2}{\left|\det \mathbf{F}\right|} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{B}}{\left|\det \mathbf{F}\right|} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\left|\det \mathbf{F}\right|} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial x_c}{\partial y_i} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial x_i} \\ \frac{\partial x_c}{\partial y_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \tag{2.39}$$

i dijelom koji doprinosi promjeni volumena

$$\breve{\mathbf{E}}_s = \frac{1}{2}(\mathbf{V}_{\mathbf{s}}\mathbf{V}_{\mathbf{s}}^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}) = \mathbf{I}\left(\frac{\left|\det \mathbf{F}\right| - 1}{2}\right) = \left(\frac{\left|\det \mathbf{F}\right| - 1}{2}\right)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

Poznavajući tenzor deformacija, Cauchyjev tenzor naprezanja se dobije sukladno izrazu

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\left(\left|\det \mathbf{F}\right|\right)^{2/3}} \frac{E}{1+\upsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{D}} + \frac{1}{\left(\left|\det \mathbf{F}\right|\right)^{2/3}} \frac{E}{1-2\upsilon} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{S}} \tag{2.41}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E}{1+\upsilon} \breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{d}} + \frac{E}{1-2\upsilon} \breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{s}} + \bar{\mu}\mathbf{D} \tag{2.42}$$

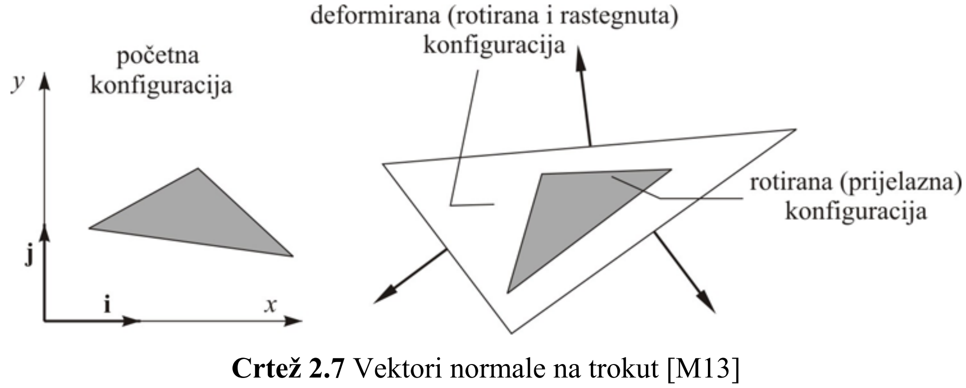
gdje zadnji član s desne strane predstavlja doprinos brzine deformiranja, gdje je $\bar{\mu}$ koeficijent prigušenja.

Sila po jedinici duljine stranice trokutnog elementa u deformiranoj konfiguraciji može se izračunati pomoću komponenti jedinične normale položene na stranicu trokuta u deformiranoj konfiguraciji prikazanoj na crtežu 2.7.

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} = \begin{Bmatrix} s_x \\ s_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \end{Bmatrix} \tag{2.43}$$

Sila po jedinici duljine stranice trokutnog elementa koja pripada pojedinom čvoru definirana je izrazom

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2}\mathbf{s} = \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} s_x \\ s_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \end{Bmatrix} \tag{2.44}$$



Crtež 2.7 Vektori normale na trokut [M13]

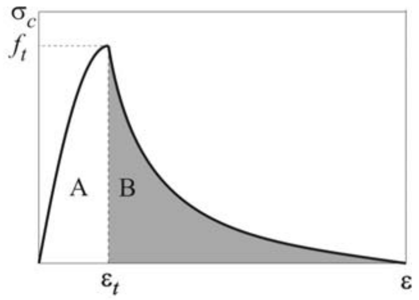
2.3 PRIJELAZ IZ KONTINUUMA U DISKONTINUUM

Prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum u kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata nastaje pojavom procesa loma i fragmenacije. Tipična kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata bazira se na simulaciji loma masivnog sustava koji može započeti s nekoliko, a završiti s vrlo velikim brojem diskretnih elemenata. Pukotina se obično pojavljuje kroz promjenu, oštećenje, popuštanje ili slom mikrostrukturalnih elemenata materijala. Da bi se objasnio ovaj kompleksni model koji ovisi o svojstvima materijala, potrebno je uzeti u obzir promjene polja opterećenja i naprezanja uslijed mikrostrukturalnih oštećenja i nastale koncentracije opterećenja. U nastavku je objašnjen model pukotine razvijen u okviru kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata.

2.3.1 Diskretni model pukotine

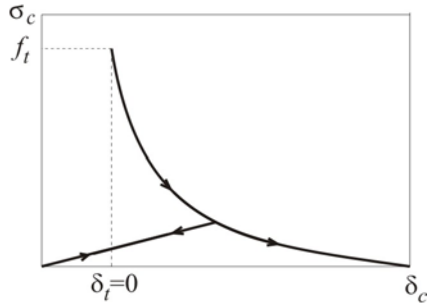
Model pukotina koji je implementiran u kombiniranu metodu konačno-diskretnih elemenata namijenjen je za simuliranje inicijalizacije i razvoja pukotina u betonu opterećenih u modu I i II. Model se bazira na aproksimaciji eksperimentalnih krivulja naprezanja–deformacije betona u direktnom vlaku [H5].

Površina ispod krivulje naprezanje-deformacija u vlaku podijeljena je na dva dijela kao što je prikazano na crtežu 2.8. U ovom modelu dio 'A' je implementiran u ponašanje konačnih elemenata na standardan način preko konstitutivnog zakona ponašanja materijala i preuzet je iz već razvijenog modela u okviru kombinirane metode konačno diskretnih elemenata [M13]. Dio 'B' prezentira vlačno omekšanje gdje naprezanje opada sa povećanjem deformacije. Ovaj zakon ponašanja [H5] uključen je u novi model betona koji je modificiran u ovom dinamičkom modelu za seizmičku analizu armirano-betonskih konstrukcija. To je modelirano s diskretnim modelom pukotine, prikazanim na crtežu 2.10, u kojem je zbog jednostavnosti pretpostavljeno da se pukotina poklapa s rubom konačnog elementa.



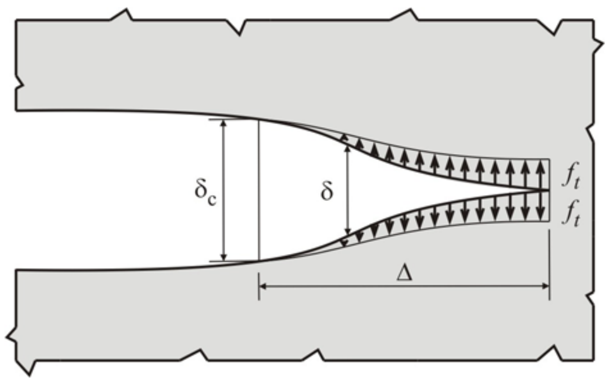
Crtež 2.8 Vlačno omekšanje prikazano u relaciji naprezanje – deformacija

Razdvajanje rubova dvaju susjednih konačnih elemenata inducira naprezanje koje se uzima kao funkcija veličine razdvajanja δ, prikazana na crtežu 2.9.



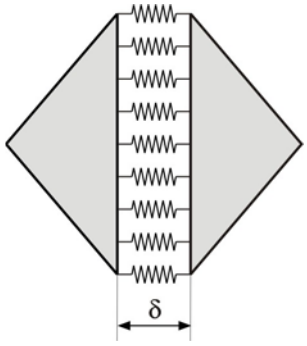
Crtež 2.9 Vlačno omekšanje prikazano u relaciji naprezanje – pomak

Površina ispod krivulje naprezanje-pomak od trenutka pojave pukotine (δ_t) do trenutka kada naprezanje padne na nulu (δ_c) predstavlja energiju loma G_f. To je rad koji je potrebno utrošiti za nastanak pukotine jedinične površine.



Crtež 2.10 Model jedne pukotine za vlačno omekšanje prikazano u relaciji naprezanje – deformacija [M14]

Teoretski bi razdvajanje rubova dvaju susjednih konačnih elemenata trebalo biti jednako nuli sve do postizanja vlačne čvrstoće materijala, što bi značilo da je $\delta_t = 0$. U prikazanom modelu, odvajanje susjednih rubova dvaju konačnih elemenata osigurano je topologijom konačnih elemenata na način da niti jedan čvor ne pripada dvama konačnim elementima. Kontinuitet među konačnim elementima do postizanja vlačne čvrstoće osiguran je pomoću penalty metode. Na rubu konačnog elementa u smjeru normale modelirana je opruga velike krutosti, kao što je prikazano na crtežu 2.11, tako da vrijedi $\delta_t = \delta_p$.



Crtež 2.11 Normalne opruge [M14]

Za razdvajanje $\delta < \delta_p$ vrijedi odnos

$$\sigma_c = \left[\frac{2\delta}{\delta_p} - \left(\frac{\delta}{\delta_p} \right)^2 \right] f_t \tag{2.45}$$

gdje je

$$\delta_p = 2hf_t / p_0 \tag{2.46}$$

odvajanje u trenutku kada naprezanje odgovara vlačnoj čvrstoći materijala f_t, h je veličina konačnog elementa, a p_0 je penalty koeficijent.

U graničnom slučaju kada je

$$\lim_{p_0 \to \infty} \delta_p = 0 \tag{2.47}$$

odvajanje rubova dvaju susjednih konačnih elemenata jednako je nuli, što odgovara trenutku kada je postignuta vlačna čvrstoća materijala f_t.

S povećanjem odvajanja $\delta > \delta_p$, naprezanje među rubovima konačnih elemenata opada i u trenutku $\delta = \delta_c$ naprezanje postaje $\sigma_c = 0$. Za područje $\delta_c > \delta > \delta_p$ usvojena je veza između naprezanja i pomaka u obliku

$$\sigma_c = z f_t \tag{2.48}$$

gdje je z funkcija eksperimentalne krivulje koja opisuje ponašanje betona u vlaku [H5] s koeficijentima $c_1 = 3$ i $c_2 = 6.93$.

$$z = \left[1 + (Dc_1)^3\right] e^{-Dc_2} - D(1 + c_1^3) e^{-c_2} \tag{2.49}$$

Parametar D u izrazu (2.49) iznosi

$$D = \begin{cases} 0, \text{ za } \delta < \delta_p & \Rightarrow z = 1; \\ 1, \text{ za } \delta > \delta_c & \Rightarrow z = 0; \\ (\delta - \delta_p)/(\delta_c - \delta_p) \ \ inače \end{cases} \tag{2.50}$$

Kompletna relacija koja opisuje odnos $\sigma_c - \delta$ u modu I može se prikazati u obliku

$$\sigma_c = \begin{cases} \left[2\dfrac{\delta}{\delta_p} - \left(\dfrac{\delta}{\delta_p}\right)^2\right] f_t z \quad \text{za } 0 < \delta < \delta_p; \\ f_t z \quad \text{za } \delta > \delta_p; \\ 2\dfrac{\delta}{\delta_p} f_t \quad \text{za } \delta < 0 \end{cases} \tag{2.51}$$

Za pukotine opterećene u modu II pretpostavljeno je da se ponašaju na sličan način kao što je to prikazano za mod I. Do trenutka dok se ne dosegne posmična čvrstoća materijala, rubovi dvaju susjednih konačnih elemenata pridržani su pomoću posmičnih naprezanja koja se računaju pomoću penalty metode. Rubovi su pridržani posmičnim oprugama kao što je prikazano na crtežu 2.10 sukladno izrazu

$$\tau_c = \left[\frac{2t}{t_p} - \left(\frac{t}{t_p}\right)^2\right] f_s \tag{2.52}$$

gdje je

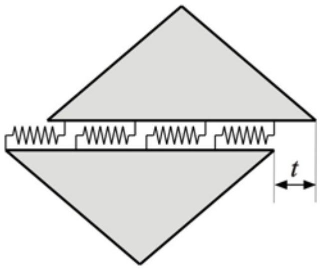
$$t_p = 2hf_s / p_0 \tag{2.53}$$

odvajanje u trenutku kada naprezanje odgovara posmičnoj čvrstoći materijala f_s, h je veličina konačnog elementa, a p_0 je penalty koeficijent.

U graničnom slučaju kada je

$$\lim_{p_0 \to \infty} t_p = 0 \tag{2.54}$$

klizanje rubova dvaju susjednih konačnih elemenata jednako je nuli, što odgovara trenutku kada je postignuta posmična čvrstoća materijala f_s.



Crtež 2.12 Posmične opruge [M14]

S povećanjem klizanja $t > t_p$, naprezanje među rubovima konačnih elemenata opada i u trenutku $t = t_c$ naprezanje postaje $\tau_c = 0$. Za područje $t_c > t > t_p$ pretpostavljena je veza između naprezanja i klizanja u obliku

$$\tau_c = zf_s \tag{2.55}$$

gdje je D definiran izrazom

$$D = \begin{cases} 0, \;\; za \;\; |t| < t_p \quad \Rightarrow z = 1; \\ 1, \;\; za \;\; |t| > t_c \quad \Rightarrow z = 0; \\ (|t| - t_p) / (t_c - t_p) \;\; inače \end{cases} \tag{2.56}$$

Kompletna relacija koja opisuje odnos $\tau - t$ u modu II može se prikazati u obliku

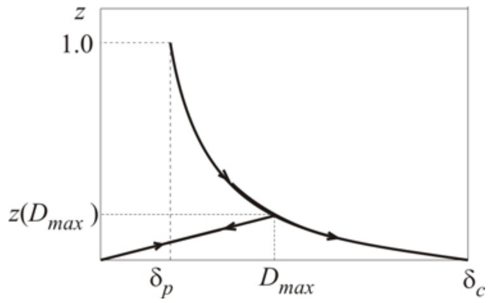
$$\tau_c = \begin{cases} \left[2\frac{|t|}{t_p} - \left(\frac{|t|}{t_p} \right)^2 \right] f_s z \quad za \;\; |t| < t_p; \\ f_s z \quad za \;\; |t| > t_p \end{cases} \tag{2.57}$$

U slučaju da je pukotina opterećena u modu I i modu II, tada se za proračun normalnih odnosno posmičnih naprezanja i dalje koriste isti izrazi kao što je to prethodno objašnjeno, s tim da se usvaja faktor oštećenja D koji je definiran kao

$$D = \begin{cases} 0, \; za \; \delta < \delta_p \; i \; |t| < t_p; \quad \Rightarrow z = 1; \\ 1, \; za \; \delta > \delta_c \; ili \; |t| > t_c; \quad \Rightarrow z = 0; \\ (\delta - \delta_p)/(\delta_c - \delta_p), \; za \; \delta > \delta_p \; i \; |t| < t_p; \\ (|t| - t_p)/(t_c - t_p), \; za \; \delta < \delta_p \; i \; |t| > t_p; \\ \left(\dfrac{\delta - \delta_p}{\delta_c - \delta_p}\right)^2 + \left(\dfrac{|t| - t_p}{t_c - t_p}\right)^2 \; za \; \delta_p < \delta < \delta_c \; i \; t_p < |t| < t_c \end{cases} \tag{2.58}$$

Kriterij loma određen je uvjetom

$$D \le 1 \tag{2.59}$$



Crtež 2.13 Cikličko ponašanje betona u kontaktnom elementu

Cikličko ponašanje betona u kontaktnom elementu nakon pojave pukotine uzima se u obzir na način da se pamti maksimalno oštećenje betona D_{max} u kontaktnom elementu koje je definirano izrazom (2.58). Ako je oštećenje D manje od maksimalnog oštećenja D_{max} koje se pojavilo u kontaktnom elementu, tada je funkcija ponašanja betona z u vlaku, prikazana na crtežu 2.13, definirana izrazom

$$z = z(D_{max}) \frac{D(\delta_c - \delta_p) + \delta_p}{D_{max}(\delta_c - \delta_p) + \delta_p} \tag{2.60}$$

odnosno u posmiku

$$z = z(D_{max}) \frac{D(t_c - t_p) + t_p}{D_{max}(t_c - t_p) + t_p} \tag{2.61}$$

2.4 VREMENSKA DISKRETIZACIJA

U kombiniranoj FEM/DEM metodi, svaki diskretni element diskretiziran je s trokutnim tročvornim konačnim elementima. Oblik i položaj svakog diskretnog elementa u prostoru opisan je s trenutnim koordinatama čvorova konačnih elemenata

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdots \\ x_i \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{2.62}$$

gdje je n ukupan broj stupnjeva slobode sustava. Na sličan je način polje brzina nad diskretnim elementom opisano pomoću brzina čvorova konačnih elemenata

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \cdots \\ \dot{x}_i \\ \cdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} \tag{2.63}$$

a polje ubrzanja nad diskretnim elementom prikazano je kao

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \cdots \\ \ddot{x}_i \\ \cdots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

Inercijalne sile koje se javljaju na diskretnom elementu opisane su s masom koja je zbog diskretizacije diskretnog elementa također diskretizirana. Najjednostavniji način prikazivanja mase u kombiniranoj FEM/DEM metodi je pomoću modela koncentriranih masa, gdje se pretpostavlja da je masa koncentrirana u čvorove, što vodi na dijagonalnu matricu masa koju možemo prikazati kao masu koja je povezana sa svakim stupnjem slobode u obliku

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \cdots \\ m_i \\ \cdots \\ m_n \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

U okviru kombinirane FEM/DEM metode prigušenje se za svaki čvor konačnog elementa određuje sukladno izrazu (2.42). Vremenska integracija provedena je čvor po čvor posebno za svaki stupanj slobode u eksplicitnom obliku [M13]. Sile koje se javljaju u čvorovima konačnog elementa posljedica su: interakcije između dva ili više elemenata u kontaktu, deformiranja konačnog elementa, vanjskih sila i sila prigušenja.

Sve te sile zbrojene su u vektor čvornih sila

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdots \\ f_i \\ \cdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{2.66}$$

tako da dinamička jednadžba ravnoteže poprima oblik

$$\begin{bmatrix} m_1 & & & & & & \\ & m_1 & & & & & \\ & & m_1 & & & & \\ & & & \cdots & & & \\ & & & & m_i & & \\ & & & & & \cdots & \\ & & & & & & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \cdots \\ \ddot{x}_i \\ \cdots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdots \\ f_i \\ \cdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{2.67}$$

Za integraciju prethodne jednadžbe izabrana je eksplicitna metoda konačnih razlika koja je uvjetno stabilna i čija stabilnost i točnost ovisi o izboru vremenskog koraka. Osnovna shema metode konačnih razlika može se prikazati u obliku

$$v_{n+1} = v_n + a_n h \tag{2.68}$$

$$x_{n+1} = x_n + v_{n+1} h \tag{2.69}$$

$$a_n = \frac{f_n}{m} \tag{2.70}$$

gdje je f_n suma sila interakcije između dva ili više elemenata u kontaktu, sila uslijed deformiranja konačnog elementa, vanjskih sila i sila prigušenja, *m* su mase vezane za svaki stupanj slobode, a *h* je veličina vremenskog koraka koja je u ovom slučaju konstantna.

3. NOVI DINAMIČKI MODEL ZA SIMULACIJU POTRESNE OTPORNOSTI AB KONSTRUKCIJE

U okviru ovog poglavlja detaljno je opisan razvoj novog dinamičkog modela za analizu otpornosti armirano-betonskih konstrukcija izloženih potresnom opterećenju.

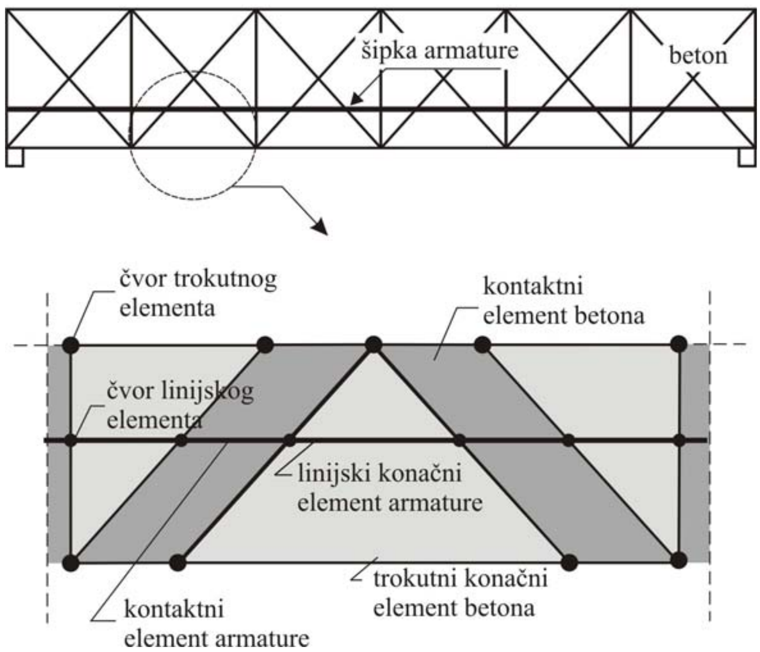
Analiza armirano-betonskih konstrukcija pomoću modela koji se zasniva na metodi konačno-diskretnih 2D elemenata nametnula je potrebu za razvojem modela armature. Šipka je modelirana pomoću 1D linijskih konačnih elemenata ugrađenih u 2D konačni element betona. Razvijen je novi kontaktni element armature.

Ponašanje čelika modelirano je pomoću nelinearnog modela materijala koji omogućuje simulaciju rasterećenja i ponovnog opterećenja konstrukcije.

3.1 DISKRETIZACIJA KONSTRUKCIJE

U okviru metode konačno-diskretnih elemenata konstrukcija je diskretizirana mrežom konačnih i kontaktnih elemenata kao što je to prikazano na crtežu 3.1. Armirano-betonska konstrukcija se modelira na način da se trokutnim konačnim elementima modelira beton, dok se armatura modelira dvočvornim štapnim elementima [E2, N2] ugrađenima u konačne elemente betona.

U prvom koraku pojedina armatura se unosi kao jedna šipka. Nakon što je konstrukcija podijeljena na određeni broj konačnih elemenata, traže se referentne točke, odnosno sjecišta armaturne šipke i krajeva konačnih elemenata betona. Na taj način nastaju linijski konačni elementi armature prikazani na crtežu 3.1.

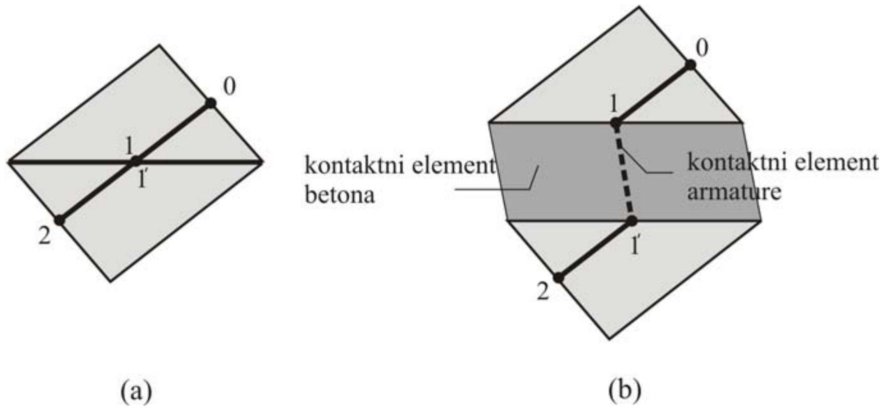


Crtež 3.1 Diskretizacija armirano-betonske konstrukcije

Prije otvaranja pukotina u betonu konstrukcija je u linearno-elastičnom području, a trokutni konačni element betona i dvočvorni element armature ponašaju se kao jedno tijelo. Deformacija trokutnog elementa utječe na deformaciju konačnog elementa armature. Uslijed toga nastaju naprezanja u armaturi. Kao posljedica toga nastaju sile čiji se utjecaj uzima u obzir u obliku ekvivalentnih sila u čvorovima trokutnog elementa. Na ovaj način je ostvarena veza između betona i čelika u linearno-elastičnom području.

Pojava pukotine odnosno odvajanje rubova susjednih konačnih elemenata omogućena je na način da su susjedni rubovi trokutnih konačnih elemenata betona i krajnje točke susjednih linijskih konačnih elemenata armature opisane s različitim čvorovima.

Na crtežu 3.2 prikazan je model diskretne pukotine armirano-betonskog elementa, odnosno kontaktni elementi između konačnih elemenata betona i armature.

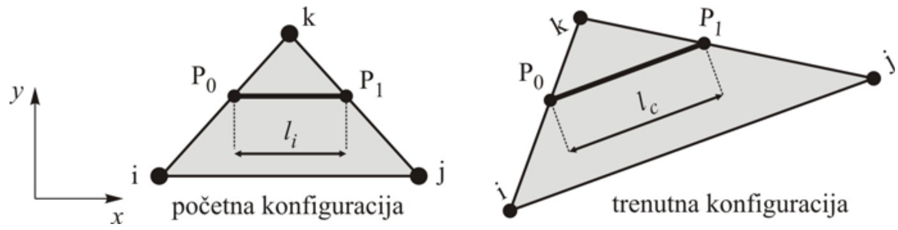


Crtež 3.2 Diskretna pukotina: (a) inicijalizacija pukotine, (b) razvoj pukotine u betonu

Nastanak i razvoj pukotina u betonu odvija se unutar 2D kontaktnog elementa betona postavljenog između rubova trokutnih konačnih elemenata. Istodobno se armatura unutar kontaktnog elementa betona deformira, a njeno nelinearno ponašanje modelira se pomoću linijskog kontaktnog elementa armature umetnutog između susjednih čvorova konačnih elemenata armature.

3.2 MODEL ARMATURE U KONAČNOM ELEMENTU

Veza između naprezanja i deformacija u linijskom konačnom elementu armature je linearno elastična. Usvojena je pretpostavka da između armature i betona nema proklizavanja te je deformacija armature i betona u konačnom elementu jednaka.



Crtež 3.3 Konačni element armature i betona

Na temelju poznatih početnih i trenutnih koordinata čvorova linijskog elementa armature, prikazanih na crtežu 3.3, deformacija armaturne šipke je

$$\varepsilon_{se} = \frac{l_c - l_i}{l_i} \tag{3.1}$$

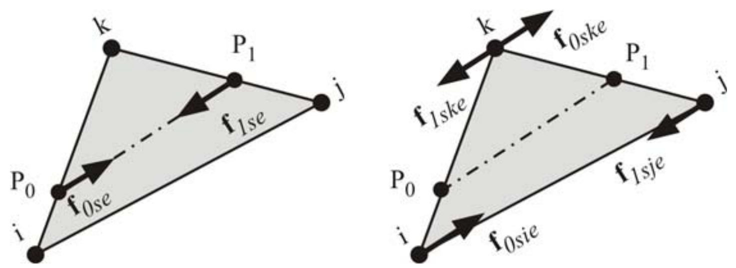
Naprezanje u armaturnoj šipci proračunava se prema izrazu

$$\sigma_{se} = E_s \varepsilon_{se} \tag{3.2}$$

gdje je E_s modul elastičnosti armature. Iz poznatog naprezanja u armaturi izračunava se sila u armaturnoj šipci prema izrazu

$$\left|\mathbf{f}_{0se}\right| = \left|\mathbf{f}_{1se}\right| = \sigma_{se} A_s \tag{3.3}$$

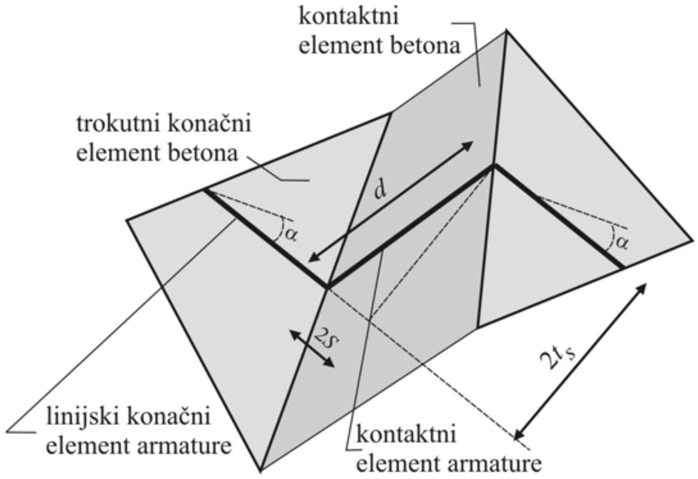
gdje je A_s površina armature. Utjecaj sila $\mathbf{f}_{0se}$ i $\mathbf{f}_{1se}$ koje djeluju u točkama P_0 i P_1, linijskog konačnog elementa armature, uzimaju se u obzir pomoću ekvivalentnih čvornih sila u trokutnom element betona (crtež 3.4).



Crtež 3.4 Sila u armaturi i preslikavanje sile u čvorove trokutnog elementa

3.3 MODEL ARMATURE U KONTAKTNOM ELEMENTU

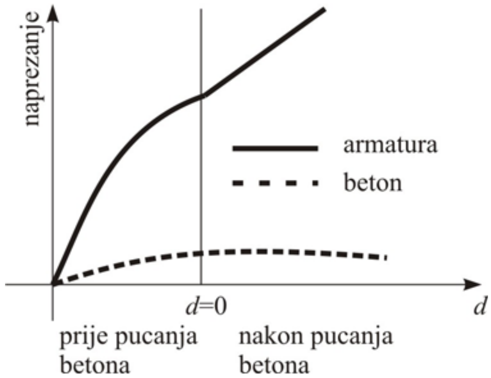
Model armature u kontaktnom elementu podijeljen je na dio prije pojave pukotine i dio nakon pojave pukotine u betonu. Prije pojave pukotine kontaktni element armature održava kontinuitet između linijskih konačnih elemenata armature što znači da je razdvajanje d susjednih točaka kontaktnog elementa armature, prikazano na crtežu 3.5, jednako nuli.



Crtež 3.5 Kontaktni element armature

U ovom modelu to je postignuto penalty metodom, iz uvjeta da je omjer naprezanja u kontaktnom elementu armaturne šipke σ_{sj} i kontaktnom elementu betona σ_{cj} u smjeru armature jednak omjeru naprezanja u konačnom elementu armaturne šipke σ_{se} i naprezanja u konačnom elementu betona σ_{ce}

$$\frac{\sigma_{se}}{\sigma_{ce}} = \frac{\sigma_{sj}}{\sigma_{cj}} \tag{3.4}$$



Crtež 3.6 Naprezanja u armaturi i betonu tijekom razdvajanja

Naprezanje u konačnom elementu betona u smjeru armature (crtež 3.5) uz pretpostavku jednoosnog naprezanja betona definirano je izrazom

$$\sigma_{ce} = E_c \cdot \varepsilon_{ce} \cdot \cos\alpha \tag{3.5}$$

Naprezanje u kontaktnom elementu betona u smjeru armature jednako je

$$\sigma_{cj} = \sigma_c \cos\alpha + \tau_c \sin\alpha \tag{3.6}$$

gdje je σ_c normalno naprezanje definirano izrazom (2.48), a τ_c posmično naprezanje u kontaktnom elementu betona definirano izrazom (2.55).

Uvrštavajući izraze (3.2), (3.5) i (3.6) u izraz (3.4) te usvajajući da je $\varepsilon_{se}=\varepsilon_{ce}$ dobije se

$$\frac{E_s}{E_c \cos\alpha} = \frac{\sigma_{sj}}{\sigma_c \cos\alpha + \tau_c \sin\alpha} \tag{3.7}$$

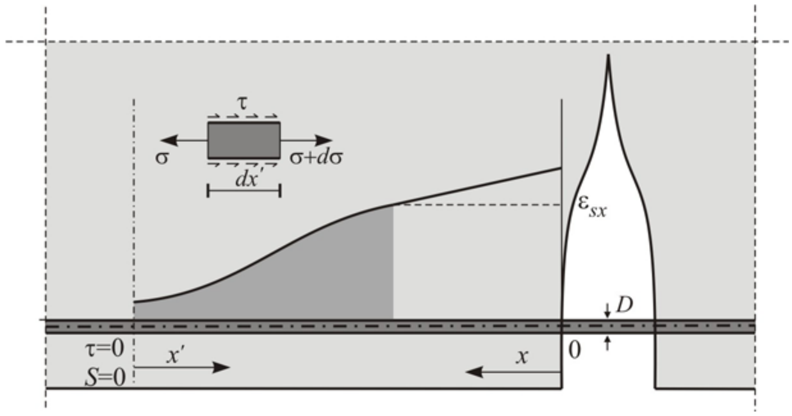
pa naprezanje u kontaktnom elementu armaturne šipke iznosi

$$\sigma_{sj} = \frac{E_s}{E_c}\left(\sigma_c + \tau_c \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right) \tag{3.8}$$

Model armature u kontaktnom elementu nakon pojave pukotine temelji se na aproksimaciji eksperimentalnih krivulja koje opisuju stanje deformacije armaturne šipke u pukotini. Nakon pojave pukotine uzdužna sila u armaturi se dijelom prenosi na beton oko pukotine preko posmičnih naprezanja između šipke i betona. To uzrokuje nejednoliku raspodjelu deformacija duž armaturne šipke u okolini pukotine zbog čega u pukotini dolazi do lokalnog izvlačenja S armaturne šipke iz betona [S3]. Poznavajući stanje deformacija duž armaturne šipke i zanemarujući deformaciju okolnog betona, lokalno izvlačenje S se u bilo kojoj točki x' duž armature, uz pretpostavku dovoljne duljine sidrenja, može dobiti, kao što je prikazano na crtežu 3.7, iz izraza

$$S = \int_{x_0'}^{x'} \varepsilon_{sx}\, dx' \tag{3.9}$$

gdje je x_0' nepomična točka betona u kojoj je deformacija armature jednaka nuli.



Crtež 3.7 Definicija lokalnog izvlačenja *S*

Određivanje stanja deformacija duž armaturne šipke u okolini pukotine je jako složeno jer ovisi o mnogo parametara kao što su promjer šipke, elastična svojstva betona i armature, rubni uvjeti armaturne šipke, oštećenje betona u okolici pukotine te nagib armaturne šipke prema pukotini. Shima [S2] je između ostalih eksperimentalno ustvrdio da za monotono rastuće opterećenje i dovoljnu duljinu sidrenja između izvlačenja *S* i deformacije armaturne šipke postoji jedinstvena relacija neovisno o položaju duž armaturne šipke [S3] koja se može izraziti preko bezdimenzionalnog parametra izvlačenja *s* u obliku

$$s = \varepsilon_s (2 + 3500\varepsilon_s) \qquad \text{za } \varepsilon_s \le \varepsilon_y \tag{3.10}$$

$$s = \left(\frac{S}{D}\right) K_{fc} \tag{3.11}$$

$$K_{fc} = \left(\frac{f_c}{20}\right)^{2/3} \tag{3.12}$$

gdje je D promjer armaturne šipke, f_c je tlačna čvrstoća betona u (MPa), a ε_y deformacija pri kojoj dolazi do tečenja armaturne šipke. Za područje nakon pojave tečenja vrijede sljedeće relacije

$$s = s_y = \varepsilon_y (2 + 3500\varepsilon_y) \qquad \text{za } \varepsilon_y < \varepsilon_s \le \varepsilon_{sh} \tag{3.13}$$

$$s = 0.047(f_u - f_y)(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + s_y \qquad \text{za } \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \le \varepsilon_0 \tag{3.14}$$

$$s = 0.007(f_u - f_y)(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 0.5 s_y + 0.06 \qquad \text{za } \varepsilon_s > \varepsilon_0 \tag{3.15}$$

gdje je

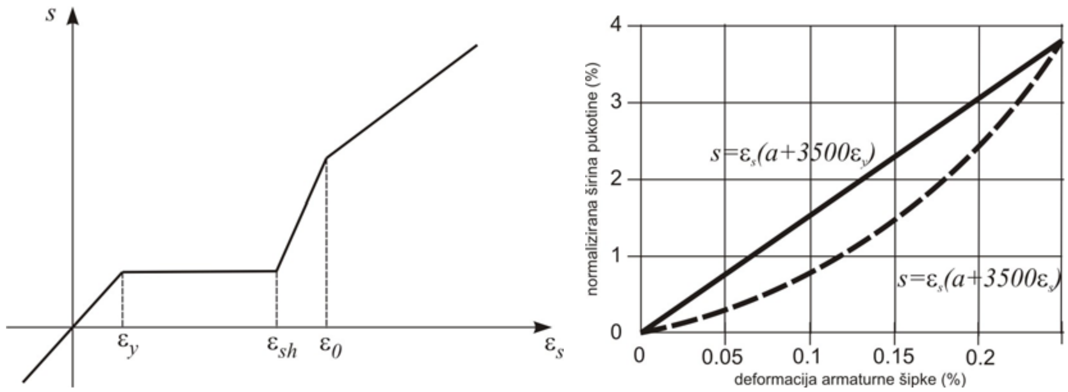
$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{sh} + \frac{0.06 - s_y / 2}{0.013(f_u - f_y)} \tag{3.16}$$

f_y i f_u su naprezanje na granici tečenja i granično naprezanje (MPa), a ε_{sh} deformacija čelika pri kojoj dolazi do očvršćavanja čelika.

U ovom modelu za odnos između bezdimenzionalnog izvlačenja s i deformacije armature u pukotini za područje prije pojave tečenja umjesto (3.10) usvojena je relacija

$$s = \varepsilon_s (2 + 3500\varepsilon_y) \qquad \text{za } \varepsilon \leq \varepsilon_y \tag{3.17}$$

Prethodno definirane krivulje prikazane su na crtežu 3.8.



Crtež 3.8 Veza bezdimenzionalnog izvlačenja i deformacije za monotono opterećenje [S3]

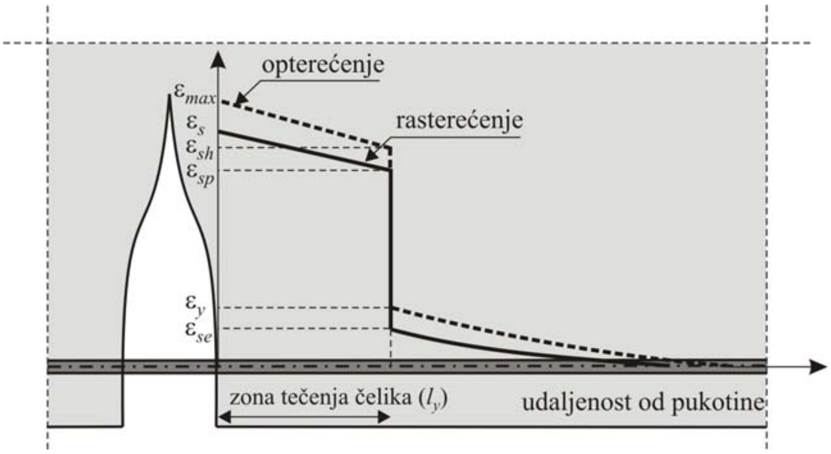
Pri pojavi cikličkog opterećenja uzeta je u obzir činjenica da se nakon prekoračenja naprezanja pri kojem dolazi do tečenja čelika, javljaju plastične deformacije pa se ukupno bezdimenzionalno izvlačenje s može rastaviti na elastičnu komponentu koja nastaje u elastičnoj zoni i plastičnu komponentu u zoni plastifikacije armaturne šipke kao što je prikazano na crtežu 3.9. To se može pisati kao

$$s = s_{pl} + s_e \tag{3.18}$$

Ako se pretpostavi linearna raspodjela deformacije u zoni plastifikacije normalizirano izvlačenje s_{pl} se može izraziti kao

$$s_{pl} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_{sp}}{2} l_y \left(\frac{K_{fc}}{D} \right) \tag{3.19}$$

gdje je l_y zona tečenja čelika.



Crtež 3.9 Raspored deformacija duž šipke armature nakon pojave tečenja

Pretpostavlja se da se zona tečenja širi jedino pri početku novog cikličkog opterećenja i da se ne mijenja uslijed rasterećenja i ponovnog opterećenja.

Ideguti [I1] je pokazao da je deformacija na granici tečenja ε_{sp} uslijed rasterećenja i ponovnog opterećenja u linearnoj vezi s deformacijom ε_s, što je prikazano sljedećim izrazom

$$\varepsilon_{sp} = \varepsilon_{sh} - \beta \left(\varepsilon_{max} - \varepsilon_s \right) \tag{3.20}$$

gdje je β faktor dobiven nizom eksperimentalnih ispitivanja i ima vrijednost oko 1.0. Uvrštavajući jednadžbu (3.20) u (3.19) slijedi

$$s_{pl} = \frac{(1+\beta)\varepsilon_s + \varepsilon_{sh} - \beta\varepsilon_{max}}{2} l_y \left(\frac{K_{fc}}{D} \right) \tag{3.21}$$

Ako označimo veličinu pukotine u trenutku rasterećenja sa s_u, te ako uzmemo u obzir da je u tom trenutku $\varepsilon_s = \varepsilon_{max}$ možemo dobiti izraz

$$s_u = l_y \left(\frac{K_{fc}}{D} \right) \frac{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{sh}}{2} + s_y \tag{3.22}$$

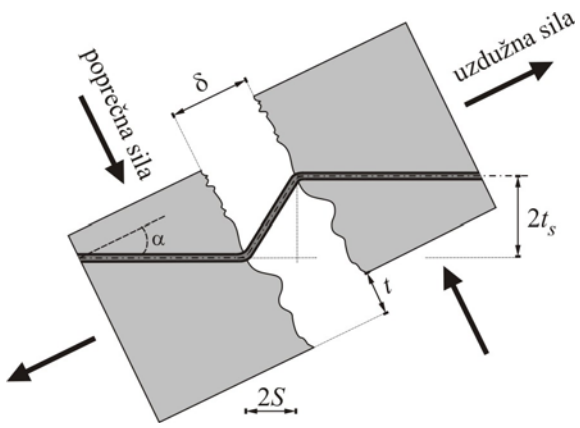
Da bi se osigurao kontinuitet u modelu, veličina bezdimenzionalnog razvlačenja s trenutno nakon rasterećenja mora biti jednaka veličini bezdimenzionalnog razvlačenja prije rasterećenja što znači da je s_u=s_{max}. Iz (3.22) slijedi

$$l_y = 2\frac{s_{max} - s_y}{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{sh}}\left(\frac{D}{K_{fc}}\right) \tag{3.23}$$

Budući da izrazi (3.13), (3.14), (3.15) i (3.17) daju ε_{max} kao funkciju s_{max}, iz poznatog s_{max} moguće je prema izrazu (3.23) izračunati duljinu zone plastifikacije. Ako jednadžbu (3.23) uvrstimo u (3.21) dobit ćemo konačan izraz za vrijednost normalizirane pukotine uslijed plastičnih deformacija u armaturi

$$s_{pl} = \frac{(1+\beta)\varepsilon_s + \varepsilon_{sh} - \beta\varepsilon_{max}}{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{sh}}(s_{max} - s_y) \tag{3.24}$$

U razvijenom modelu za prijenos sila okomito na armaturnu šipku korištene su eksperimentalne krivulje od Soltania i Maekawe [S3] kojima se opisuje zakrivljenost duž armaturne šipke u zoni savijanja u ovisnosti o veličini poprečnog izvlačenja šipke t_s prikazane na crtežu 3.10.

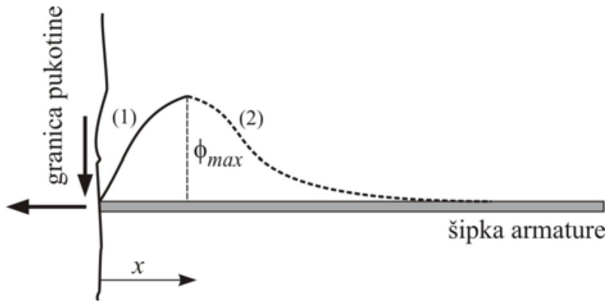


Crtež 3.10 Diskretna pukotina

Profil zakrivljenost armaturne šipke prikazan na crtežu 3.11 u savojnoj zoni definiran je sljedećim izrazima

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{3\phi_{max}(L_c - x)^2}{L_c^2} \quad \text{za } \frac{L_c}{2} \le x \le L_c \\ \phi(x) &= \frac{3\phi_{max}}{L_c^2}\left[3\left(\frac{L_c}{2} - x\right)^2 - L_c\left(\frac{3}{4}L_c - x\right)\right] \quad \text{za } 0 \le x \le \frac{L_c}{2} \end{aligned} \tag{3.25}$$

gdje je L_c duljina zone savijanja.



Crtež 3.11 Profil zakrivljenosti armaturne šipke [S3]

Kada se armaturna šipka i okolni beton nalaze u području elastičnosti, duljina zone savijanja L_c može se dobiti preko modela nosača na elastičnoj podlozi kao

$$L_{c0} = \frac{3\pi}{4}\sqrt[4]{\frac{4E_s I_s}{kD}} \tag{3.26}$$

gdje je I_s moment tromosti poprečnog presjeka armature, a k je krutost definirana kao

$$k = \frac{150 f_c^{0.85}}{D} \tag{3.27}$$

Izvan elastičnog područja savojna zona armaturne šipke povećava se s povećanjem poprečnog izvlačenja t_s. To je uzeto u obzir preko bezdimenzionalnog parametra DI definiranog kao

$$DI = \left(1 + 150\frac{S}{D}\right)\frac{t_s}{D} \tag{3.28}$$

Duljina zone savijanja definirana je kao

$$\begin{aligned} L_c &= L_{c0} \quad za\ DI \le 0.02 \\ L_c &= L_{c0}\left(1 + 3\left(DI - 0.02\right)^{0.8}\right) \quad za\ DI > 0.02 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Maksimalna zakrivljenost armaturne šipke jednaka je

$$\phi_{max} = \frac{64 t_s}{11 L_c^2} \tag{3.30}$$

Uz pretpostavku da se armaturna šipka nalazi u linearno elastičnom stanju naprezanja vrijedi relacija

$$V(x) = E_s I_s \frac{d\phi(x)}{dx} \tag{3.31}$$

gdje je $V(x)$ poprečna sila u armaturnoj šipci. Deriviranjem izraza (3.25) i korištenjem relacije (3.28) dobije se

$$\frac{d\phi(x)}{dx} = \frac{34.9091 t_s (3x - L_c)}{L_c^4} \tag{3.32}$$

Uvrštavanjem prethodnog izraza za x=0 u izraz za poprečnu silu, dobije se poprečna sila od armature u pukotini

$$V_s = E_s I_s \frac{34.9091 t_s}{L_c^3} \tag{3.33}$$

Efekt smanjenja naprezanja pri kojem dolazi do tečenja čelika uslijed djelovanja poprečne sile uzet je u obzir preko Von Misesovog kriterija tečenja koje ima oblik

$$f_y'(x) = f_y \sqrt{1 - 3\left(\frac{\tau_s}{f_y}\right)^2} \tag{3.34}$$

gdje je f_y' reducirana granica tečenja, a τ_s je posmično naprezanje armaturne šipke u pukotini dobiveno kao

$$\tau_s = \frac{V_s}{A_s} \tag{3.35}$$

gdje je A_s površina armaturne šipke.

3.4 UTJECAJ UDALJENOSTI PUKOTINA

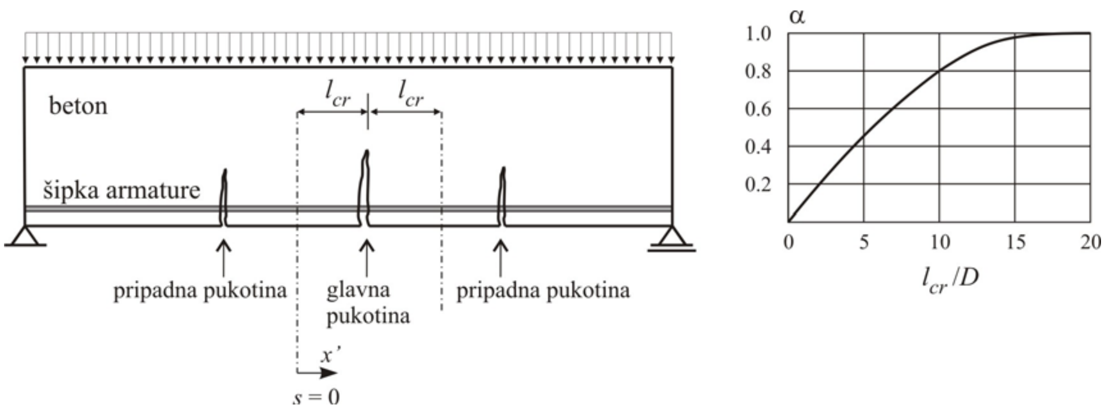
Ukoliko je stanje naprezanja oko površine diskretne pukotine približno ujednačeno i ako je udaljenost pripadnih pukotina mala tada se utjecaj njihove udaljenosti ne može zanemariti. Interferenciju pripadnih pukotina iz parametarske analize uz primjenu veze između bezdimenzionalnog izvlačenja s i deformacije armature u pukotini definirao je Shima [S2].

Ako je $2l_{cr}$ udaljenost između glavne i pripadne pukotine, uz pretpostavku da se šipka armature deformira elastično uslijed vlačnog opterećenja koje djeluje okomito na površinu armature, kao što je prikazano na crtežu 3.9, tada vrijede relacije

$$s = 0, \quad za\ x = 0 \tag{3.36}$$

$$\varepsilon_s = \frac{P}{A_s E_s}, \quad za\ x = l_{cr} \tag{3.37}$$

gdje su A_s i E_s površina poprečnog presjeka i modul elastičnosti materijala pripadne šipke armature.



Crtež 3.12 Veza redukcijskog faktora α i intervala pukotine l_{cr} [M1]

Veza bezdimenzionalnog izvlačenja s i deformacije armature za monotono opterećenje prije i nakon pojave tečenja dobivena je uz usvojene gore navedene uvjete. Uz pretpostavku da je armatura dovoljno usidrena u beton analiziran je utjecaj promjera šipke armature D i intervala pukotine $2l_{cr}$ kao ulaznog parametara.

Istraživanja su pokazala da se utjecaj udaljenosti pukotina može uzeti u obzir preko faktora redukcije α, prikazan na crtežu 3.12, koji ne ovisi o deformaciji armature. Tada slijedi da se bezdimenzionalno izvlačenje s_{cr} može definirati kao

$$s_{cr} = \alpha s = \alpha\left(\frac{S}{D}\right)K_{fc} \tag{3.38}$$

gdje je

$$\begin{aligned} &\alpha = 1 - \mathrm{e}^{-(0.065\frac{l_{cr}}{D}+0.5)^3} \\ &\alpha \leq 0.087\frac{l_{cr}}{D} \end{aligned} \tag{3.39}$$

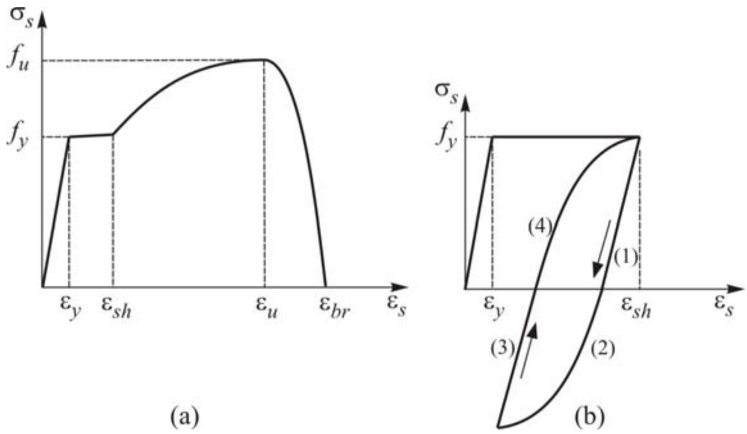
U slučaju da je armaturna šipka u odnosu na površinu pukotine pod kutom θ, tada se interval pukotine može definirati u ovisnosti o intervalu pukotine u smjeru armature kao

$$l_{cr}(\theta) = \frac{l_{cr}}{\sin\theta} \tag{3.40}$$

U numeričkim analizama koje se temelje na modelima pukotina, kao što je i ovaj model, položaj nastanka pukotine je definiran rubom konačnog elementa pa se l_{cr} usvaja kao ulazni parametar.

3.5 MODEL MATERIJALA ČELIKA

Osnovni model materijala koji definira vezu naprezanja i deformacije čelika prikazan je na crtežu 3.13a. Da bi se obuhvatilo i cikličko ponašanje čelika, u ovom se modelu koristi poboljšani Kato-ov model naprezanje-deformacija [K2]. Model je prikazan na crtežu 3.13b.



Crtež 3.13 Model materijala: (a) model čelika naprezanje-deformacija (b) Kato-ov model cikličkog ponašanja naprezanje-deformacija

Veza naprezanja i deformacija čelika definirana je sljedećim izrazima

(1) rasterećenje (crtež 3.13 b, krivulja (1))

$$\sigma_s = f_y - E_s\left(\varepsilon_{sh} - \varepsilon_s\right) \tag{3.41}$$

(2) negativno opterećenje (crtež 3.13 b, krivulja (2))

$$\sigma_s = -f_y\left[a - \left\{a\left(a-1\right)\right\} \Big/ \left\{-\left(\frac{E_B}{f_y}\right)\left(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh} + \varepsilon_y\right) + a - 1\right\}\right] \tag{3.42}$$

gdje su $E_B = -\left(E_s / 6\right)\log 10(\varepsilon_{sh} - \varepsilon_y), a = E_s / (E_s - E_B)$,

(3) ponovno opterećenje-rasterećenje (crtež 3.13 b, krivulja (3))

$$\sigma_s = \sigma_{pm} + E_s\left(\varepsilon_s - \varepsilon_{pm}\right) \tag{3.43}$$

gdje je σ_{pm} minimalna vrijednost naprezanja σ_s u povijesti opterećenja,

(4) ponovno opterećenje (crtež 3.13 b, krivulja (4))

$$\sigma_s = f_y + \sigma_{pm} + f_y \left[a - \left\{ a\left(a-1 \right) \right\} \bigg/ \left\{ -\left(\frac{E_B}{f_y} \right) \left(\varepsilon_y - \varepsilon_s + \varepsilon_{pm} \right) + a - 1 \right\} \right] \tag{3.44}$$

4. PRIKAZ ALGORITMA, VERIFIKACIJA I VALIDACIJA MODELA

Numerički model armature opisan u prethodnom poglavlju implementiran je u program Y [M2] na osnovu kojega je razvijen računalni program Y-RC za analizu armirano-betonskih konstrukcija. U ovom poglavlju prikazan je dijagram toka razvijenog programa.

Verifikacija ugrađenih zakona ponašanja armature i utjecaja diskretizacije sustava na osjetljivost razvijenog numeričkog modela provedena je na nekoliko jednostavnih primjera.

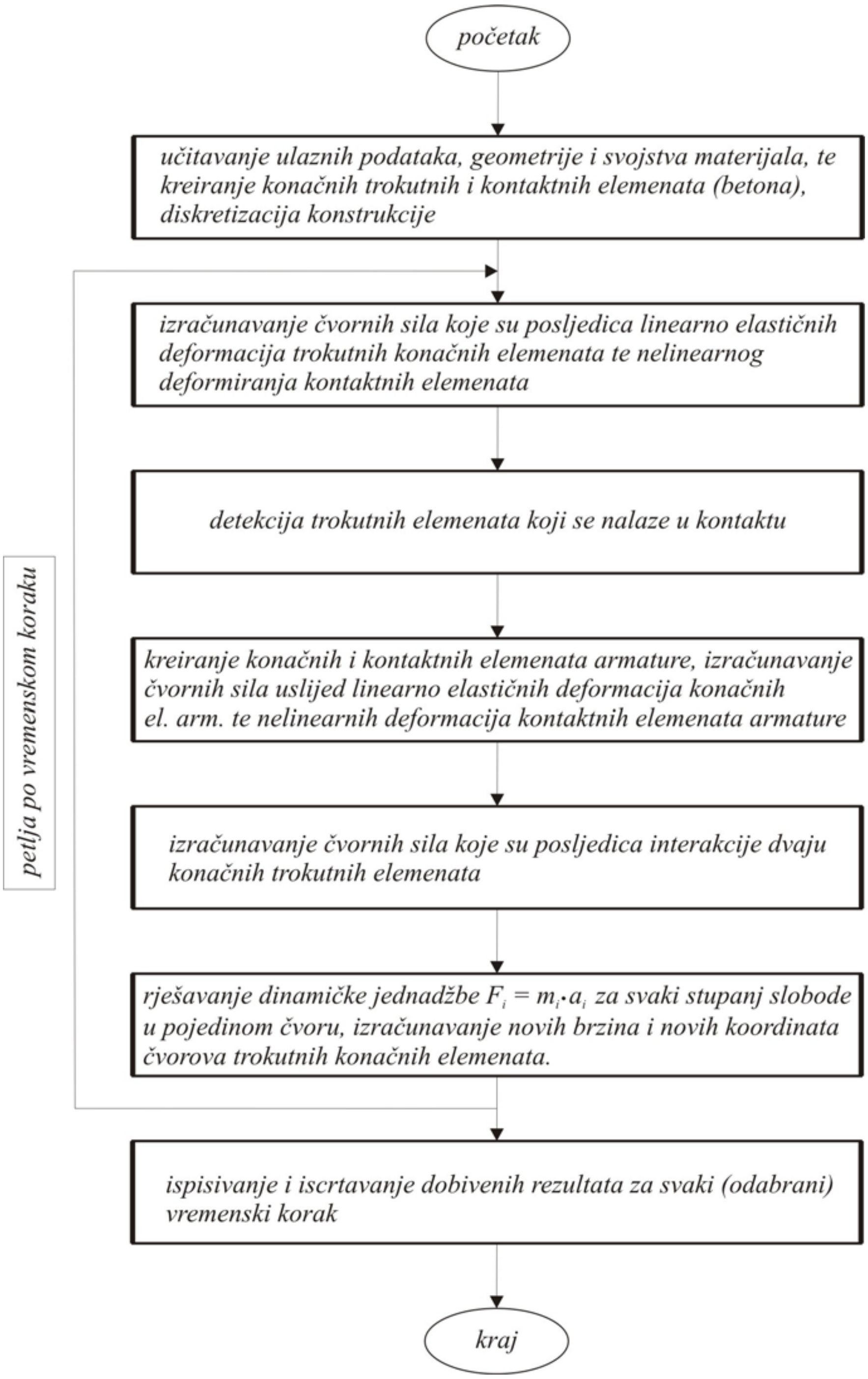
Potom je analiziran utjecaj pojedinih parametara na točnost dobivenih rješenja na primjerima jednostavnih betonskih i armirano-betonskih konstrukcija.

U računalni program Y-RC implementiran je i model potresnog opterećenja zadan akcelelogramom što omogućuje analizu konstrukcije izložene potresu. U okviru ovog poglavlja provedena je validacija ugrađene formulacije.

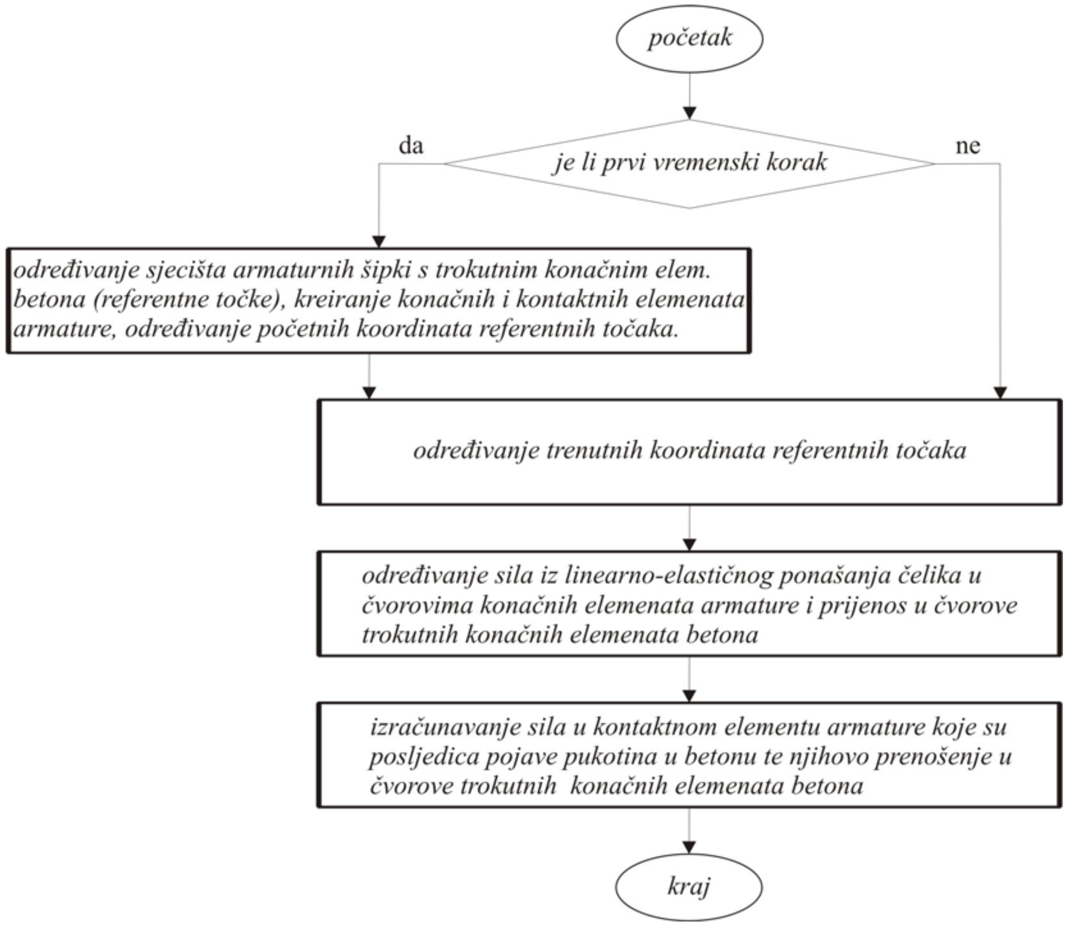
Na kraju su prikazani primjeri armirano-betonskih konstrukcija, preuzetih iz literature, izloženi monotonom ili cikličkom opterećenju. Njihovom analizom testirana je točnost programa Y-RC.

4.1 GRAFIČKI PRIKAZ ALGORITMA

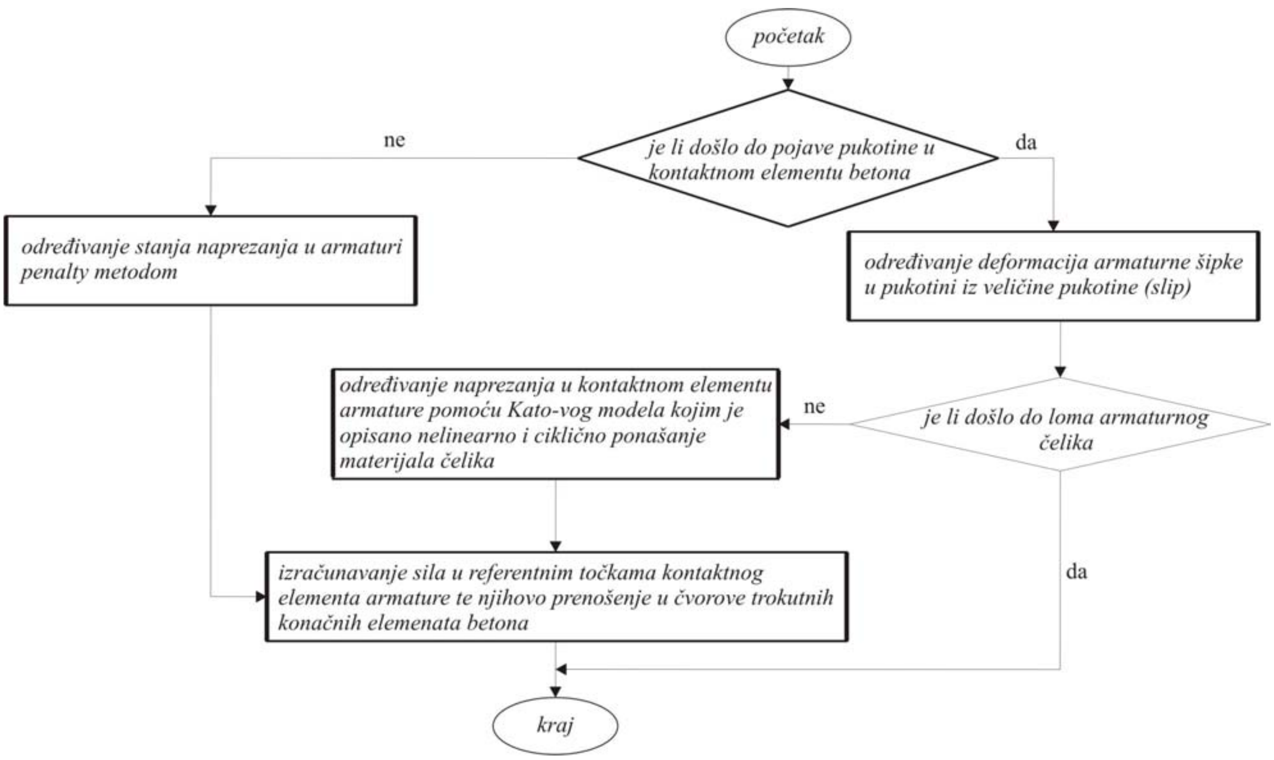
Dijagram toka razvijenog algoritma shematski prikazuje organizaciju programa (crtež 4.1).



Crtež 4.1a Dijagram toka glavnog programa Y-RC



Crtež 4.1b Dijagram toka potprograma za određivanje sila u konačnim i kontaktnim elementima armature

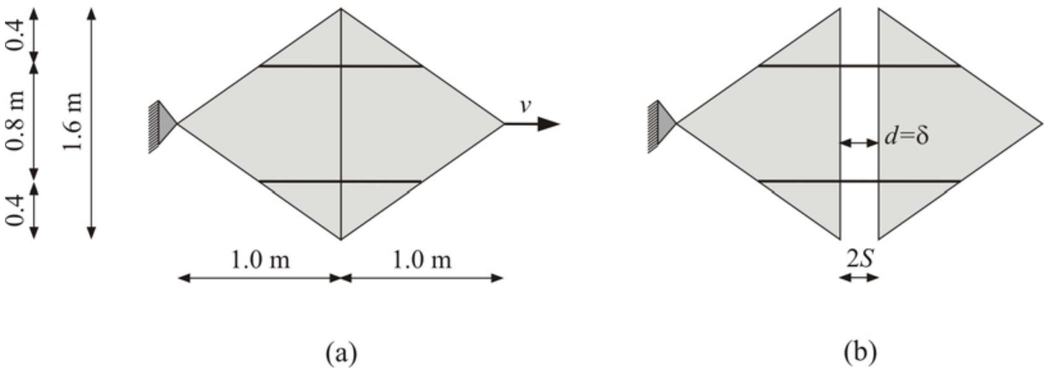


Crtež 4.1c Dijagram toka potprograma za određivanje sila u kontaktnim elementima armature

4.2 VERIFIKACIJA IMPLEMENTIRANOG MODELA

Verifikacija zakona ponašanja u kontaktnom elementu armature

U ovom primjeru provedena je verifikacija ponašanja armature u kontaktnom elementu prije i poslije pucanja betona pri monotono rastućem vlačnom opterećenju. Za to su odabrana dva apsolutno kruta trokutna elementa kroz koje je položena armatura kao što je prikazano na crtežu 4.2. Usvojene karakteristike materijala prikazane su u tablici 4.1.



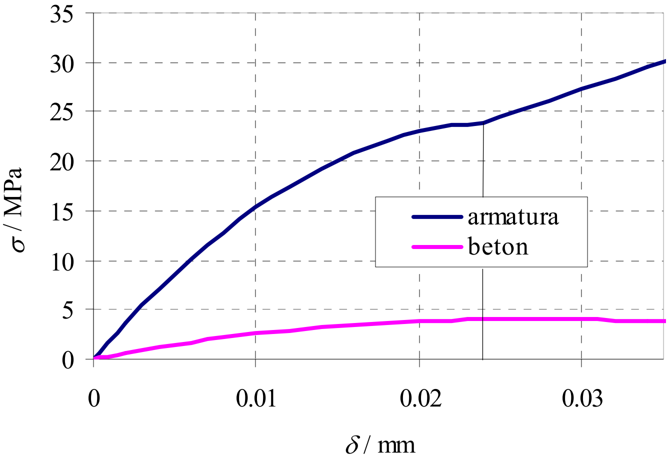
Crtež 4.2 Geometrija i opterećenje elemenata: (a) početno stanje, (b) diskretna pukotina

Tablica 4.1 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	183 000
Poissonov koeficijent, v	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	446
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	4.0	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	640
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	40.0	Površina pop. presjeka, A_s (m^2)	0.005
		Promjer šipke, D (m)	0.025
		Deformacija na kraju tečenja, ε_{sh}	0.03
		Granična deformacija, ε_u	0.1
		Deformacija u trenutku loma, ε_{br}	0.12

Monotono rastuće vlačno opterećenje je u ovom primjeru ostvareno djelovanjem konstantne brzine v=0.04 m/s u krajnjoj točki jednog trokutnog elemenata.

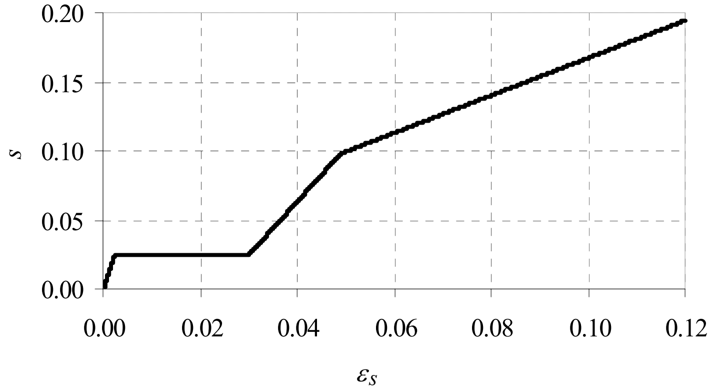
Od početka djelovanja opterećenja do trenutka pojave pukotine u betonu veza između trokutnih elemenata ostvarena je u kontaktnom elementu i betona i čelika penalty metodom na način da je sve do trenutka pojave pukotine u betonu jednak odnos naprezanja u betonu i čeliku (izraz (3.4)). Veza naprezanja u betonu i čeliku prikazana na crtežu 4.3 odgovara vezi definiranoj crtežom 3.6 u prethodnom poglavlju.



Crtež 4.3 Odnos naprezanja u betonu i čeliku

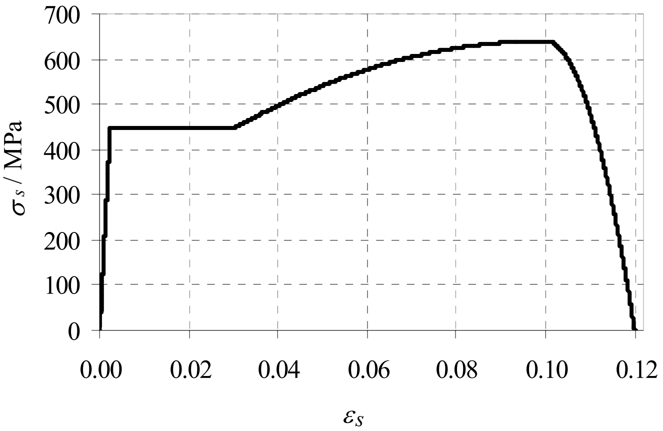
Od trenutka pojave pukotine u betonu $\delta > \delta_p$ ponašanje materijala armature analizira se neovisno o materijalu betona.

Od tog trenutka mjeri se veličina izvlačenja šipke iz betona u smjeru armature. U ovom primjeru se orijentacija pukotine δ poklapa s izvlačenjem S kao što je prikazano na crtežu 4.2(b), pa vrijedi da je $S = \delta / 2$. Iz veličine izvlačenja šipke armature S u kontaktnom elementu betona u smjeru armature određuje se normalizirana veličina izvlačenja šipke s prema izrazu (3.11). Do trenutka pojave tečenja čelika veza između normalizirane veličine izvlačenja šipke s i veličine deformacije čelika ε_s je linearna i definirana je izrazom (3.17). U trenutku pojave tečenja čelika uzima se u obzir pojava plastične deformacije armature preko izraza (3.18). Veza normalizirane veličine izvlačenja šipke s i veličine deformacije čelika ε_s prikazana je na crtežu 4.4, i može se uočiti da odgovara zakonima te veze definirane izrazima (3.13)-(3.17).



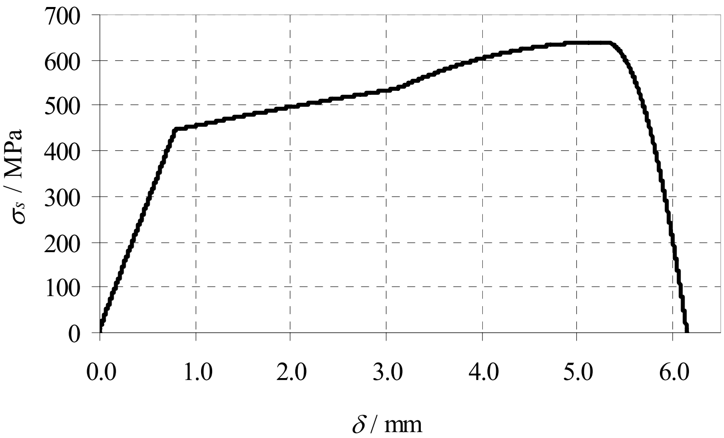
Crtež 4.4 Veza deformacija – normalizirana veličina pukotine

Na crtežu 4.5 prikazana je veza naprezanja σ_s i deformacije ε_s armature što odgovara usvojenom osnovnom modelu materijala čelika.



Crtež 4.5 Veza naprezanje – deformacija u armaturi

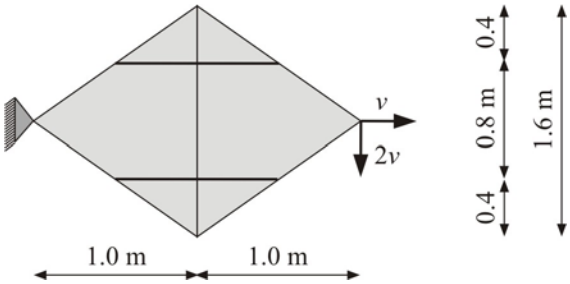
Na crtežu 4.6 prikazana su naprezanja u armaturi u ovisnosti o veličini pukotine δ, gdje se može uočiti da armatura puca pri veličini pukotine od 6.148 mm.



Crtež 4.6 Veza naprezanje u armaturi – veličina pukotine

Verifikacija redukcije zakona ponašanja armature uslijed posmika

U ovom primjeru provedena je verifikacija ponašanja armature u kontaktnom elementu uslijed djelovanja uzdužnog i posmičnog opterećenja. Za to su odabrana dva apsolutno kruta trokutna elementa kroz koje je položena armatura kao što je prikazano na crtežu 4.7. Usvojene karakteristike materijala su prikazane u tablici 4.2.

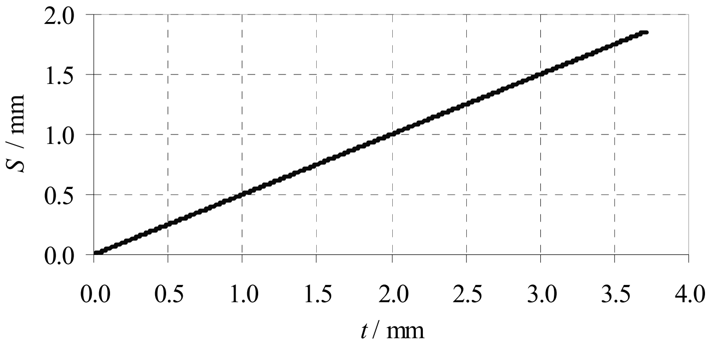


Crtež 4.7 Geometrija i opterećenje elemenata

Tablica 4.2 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

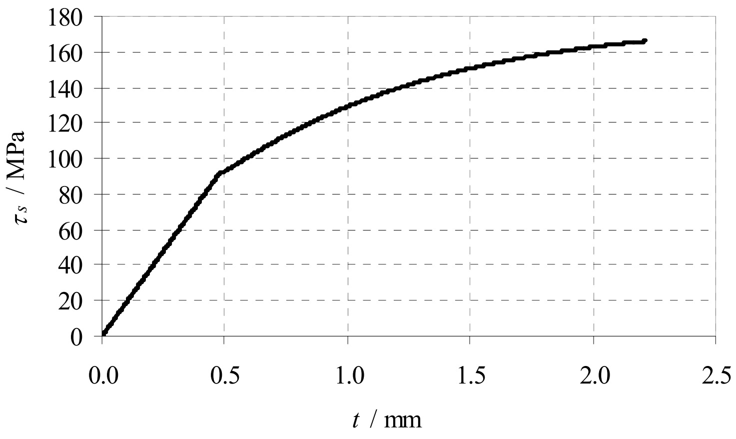
Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	183 000
Poissonov koeficijent, ν	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	432
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	4.0	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	520
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	32.3	Površina pop. presjeka, A_s (m^2)	0.0005
		Promjer šipke, D (m)	0.024

Vlačno opterećenje je u ovom primjeru ostvareno djelovanjem brzine v=0.02 m/s, a posmično djelovanjem brzine v=0.04 m/s u krajnjoj točki trokutnog elementa. Veza ostvarene veličine izvlačenja šipke iz betona u smjeru armature S i poprečne veličine pukotine t za ovaj primjer prikazana je na crtežu 4.8.



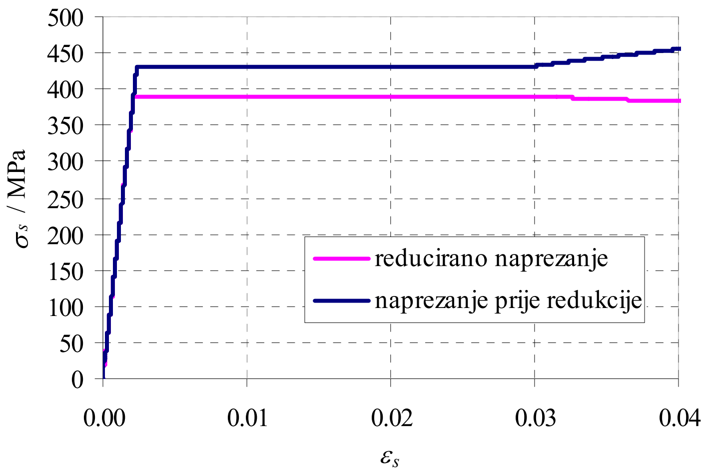
Crtež 4.8 Ostvarena veza veličine izvlačenja šipke i poprečne veličine pukotine

U kontaktnom elementu armature uslijed posmičnog opterećenja ostvareno je posmično naprezanje. Na crtežu 4.9 prikazana je veza poprečne veličine pukotine t i posmičnog naprezanja τ_S.



Crtež 4.9 Veza posmičnog naprezanja i poprečne veličine pukotine

U kontaktnom elementu armature vrši se redukcija nosivosti čelika uslijed djelovanja posmičnog naprezanja prema izrazu (3.34). Za ovaj primjer ostvarena redukcija prikazana je na crtežu 4.10.



Crtež 4.10 Redukcija naprezanja u armaturi

Verifikacija utjecaja udaljenosti pukotina

U ovom primjeru je provedena verifikacija utjecaja udaljenosti nastalih pukotina na odnos veze izvlačenja i deformacije šipke armature. Za to su odabrana dva apsolutno kruta trokutna elementa kroz koje je položena armatura kao što je prikazano na crtežu 4.2. Monotono rastuće vlačno opterećenje je u ovom primjeru ostvareno djelovanjem konstantne brzine v=0.001 m/s u krajnjoj točki jednog trokutnog elemenata.

Karakteristike materijala su prikazane u tablici 4.3.

Tablica 4.3 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

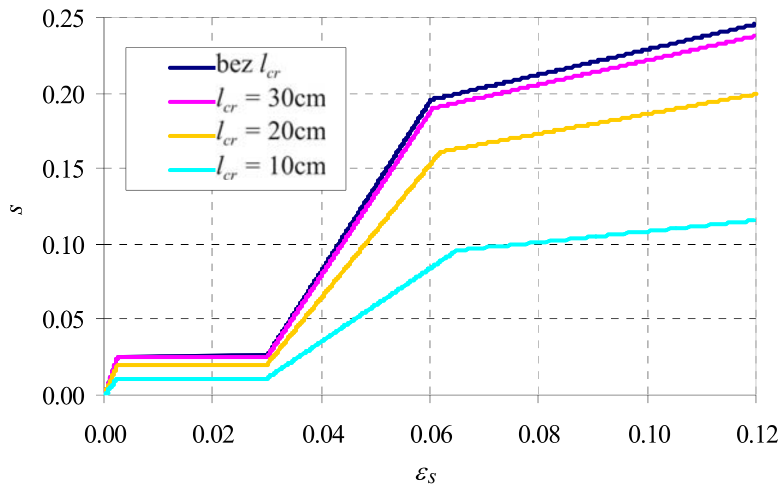
Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	210 000
Poissonov koeficijent, v	0.2	Granica popuštanja , f_y (MPa)	530
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	4.0	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	650
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	40.0	Površina pop. presjeka, A_s (m^2)	0.01
		Promjer šipke, D (m)	0.02
		Deformacija na kraju tečenja, ε_{sh}	0.03
		Granična deformacija, ε_u	0.1
		Deformacija u trenutku loma, ε_{br}	0.12

U ovom modelu je utjecaj udaljenosti pukotina usvojen preko faktora α koji je definiran izrazom (3.39). Da bi se verificirao usvojeni model, u ovom je primjeru za isto opterećenje i iste karakteristike materijala praćeno ponašanje u kontaktnom elementu armature za različitu veličinu l_{cr}.

U prvom koraku je napravljena analiza bez utjecaja udaljenosti pukotina (α=1.0), a potom su usvojene vrijednosti:

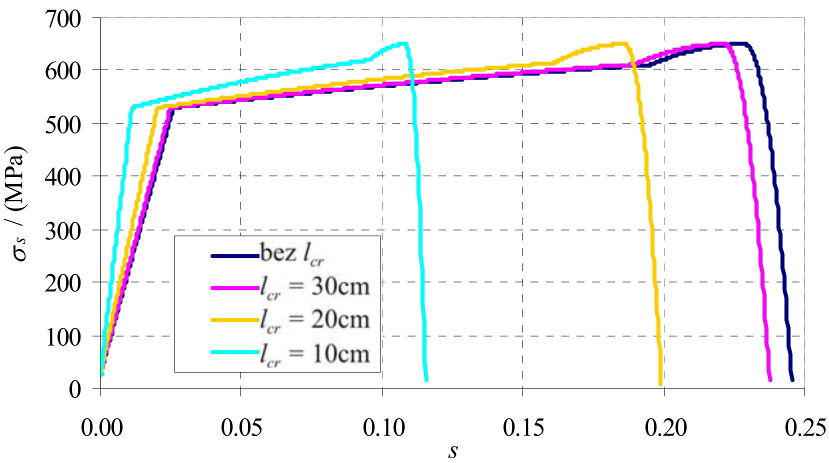
l_{cr}=30 cm (α=0.9596), l_{cr}=20 cm (α=0.781479), l_{cr}=10 cm (α=0.429656).

Iz dijagrama prikazanog na crtežu 4.11 se može uočiti da smanjenjem udaljenosti pukotina, za istu deformaciju ε_s veličina izvlačenja šipke armature s je manja.



Crtež 4.11 Veza deformacija čelika – normalizirana veličina pukotine

Na crtežu 4.12 prikazana je veza naprezanja u armaturi i veličine izvlačenja šipke armature s u ovisnosti o udaljenosti nastanka pukotina.

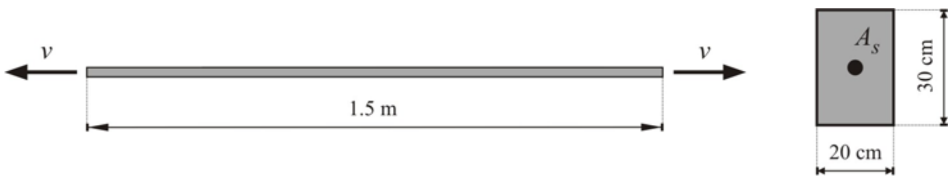


Crtež 4.12 Veza normalizirana veličina pukotine – naprezanje u armaturi

Analiza utjecaja odabira l_{cr} na točnost rješenja prikazana je u slijedećem primjeru.

Verifikacija utjecaja gustoće diskretizacije sustava

U ovom primjeru provedena je analiza utjecaja gustoće mreže, odnosno veličine konačnog elementa na osjetljivost implementiranog modela. Analiza je provedena na vlačno opterećenoj gredi što je prikazano na crtežu 4.13.



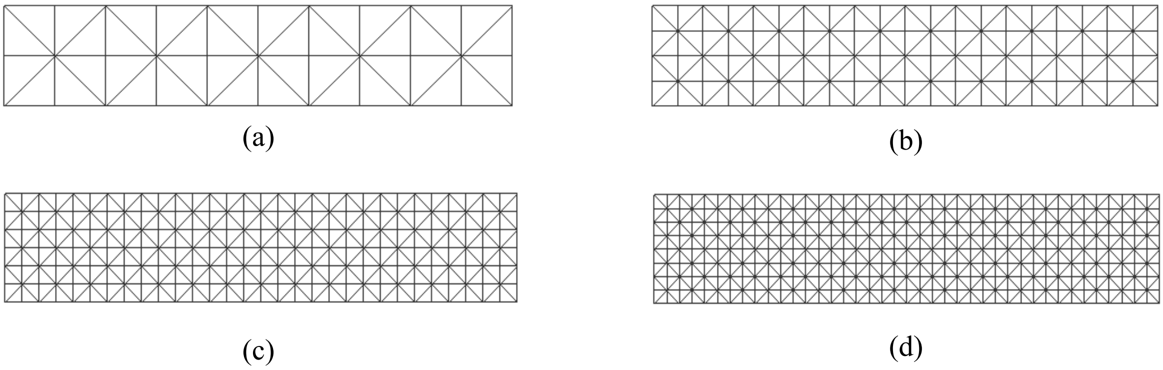
Crtež 4.13 Geometrija i opterećenje

Monotono rastuće vlačno opterećenje je u ovom primjeru ostvareno djelovanjem konstantne brzine v=0.1 m/s u krajnjim točkama konstrukcije. Karakteristike materijala su prikazane u tablici 4.4.

Tablica 4.4 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	190 000
Poissonov koeficijent, v	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	610
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	3.15	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	750
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	40.0	Površina pop. presjeka, A_s (m^2)	0.0006
		Promjer šipke, D (m)	0.008

Konstrukcija je diskretizirana s četiri mreže različite gustoće prikazane na crtežu 4.14.



Crtež 4.14 Diskretizacija sustava: (a) mreža A, (b) mreža B, (c) mreža C, (d) mreža D

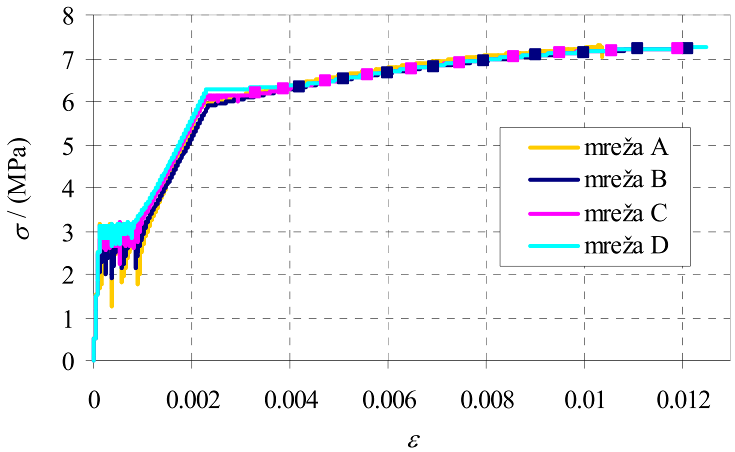
Za mrežu A veličina stranice trokutnog elementa h=15 cm, za mrežu B, h=7.5 cm, za mrežu C, h=5.0 cm, te za mrežu D, h=3.75 cm.

U ovom primjeru je utjecaj udaljenosti pukotina usvojen preko faktora α iz izraza (3.39) na način da je za udaljenost pukotina usvojeno $l_{cr} = h/2$.

Tablica 4.5 Vrijednost faktora α za različitu gustoću mreže

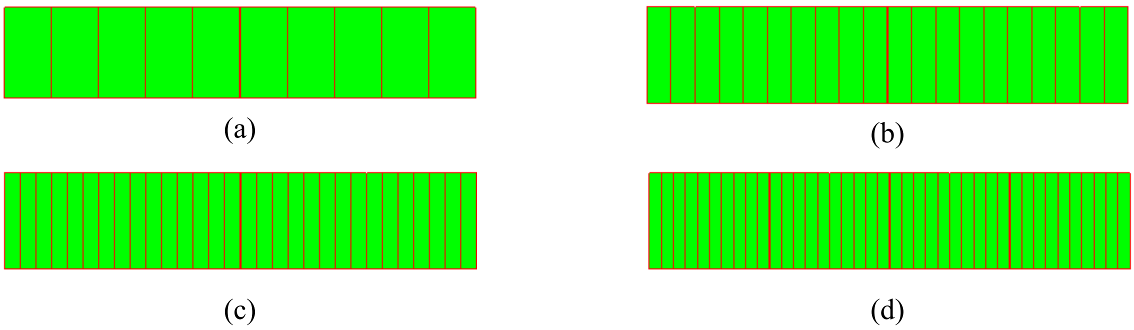
Tip mreže /veličina h	Faktor α
mreža A / h = 15 cm	0.745
mreža B / h = 7.5 cm	0.406
mreža C / h = 5.0 cm	0.294
mreža D / h = 3.75 cm	0.242

Dijagram na crtežu 4.15 pokazuje vezu srednjeg naprezanja $\sigma = F / A$ i deformacije $\varepsilon = \Delta l / l$.



Crtež 4.15 Dijagram srednje naprezanje – deformacija za različitu gustoću mreže

Na crtežu 4.16 prikazani su primjeri pucanja grede za pojedinu vrstu mreže, u trenutku kada beton potpuno gubi nosivost.

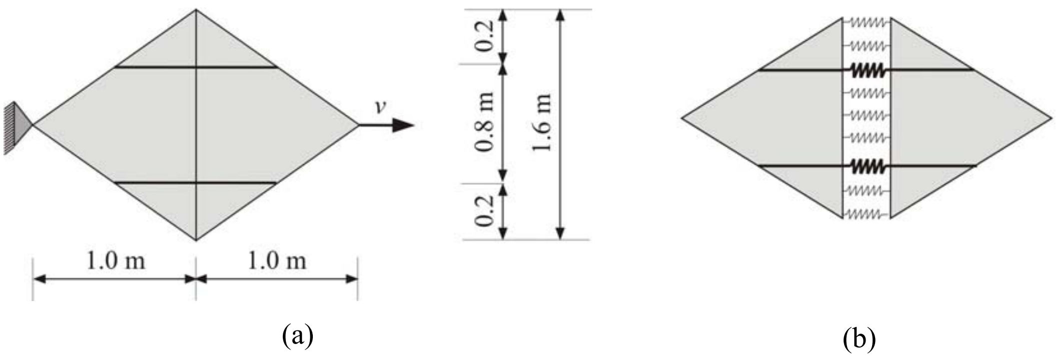


Crtež 4.16 Pukotine u konstrukciji: (a) mreža A, (b) mreža B, (c) mreža C, (d) mreža D

Iz dijagrama prikazanog na crtežu 4.15 može se vidjeti da implementirani model armature nije znatno osjetljiv na veličinu konačnog elementa, odnosno na gustoću mreže. Time je ostvarena mogućnost da se za različite gustoće mreža točno opiše veza između srednjeg naprezanja i deformacije u elementu neovisno o razmaku pukotina nastalih u realnoj konstrukciji.

Verifikacija cikličkog modela armature

Cilj analize ovog primjera je verifikacija ponašanja armature u kontaktnom elementu prije i poslije pucanja betona pri cikličkom vlačnom opterećenju. Za to su odabrana dva apsolutno kruta trokutna elementa kroz koje je položena armatura kao što je prikazano na crtežu 4.17.

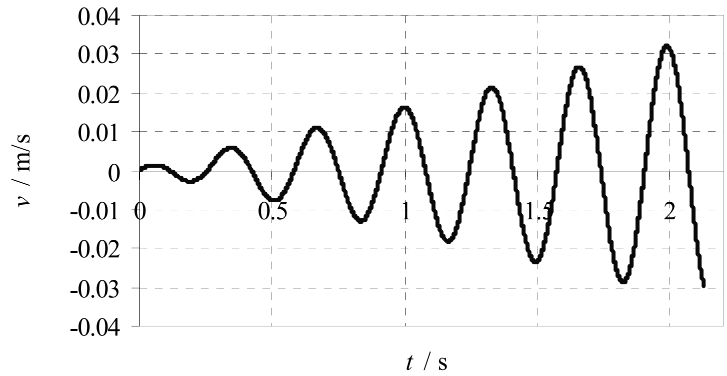


Crtež 4.17 Geometrija i opterećenje elementa: (a) početno stanje, (b) primijenjeni model opruga

Cikličko vlačno opterećenje je u ovom primjeru ostvareno djelovanjem brzine v=0.5 m/s u krajnjoj točki trokutnog elementa, s tim da brzina djeluje u obliku funkcije prikazane na crtežu 4.18. Usvojene karakteristike materijala prikazane su u tablici 4.6.

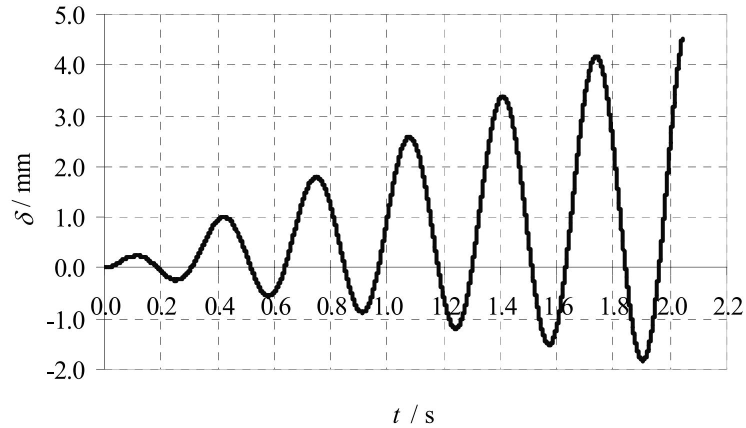
Tablica 4.6 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	210 000
Poissonov koeficijent, v	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	530
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	4.0	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	650
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	30.0	Površina pop. presjeka, A_s (m^2)	0.01
		Promjer šipke, D (m)	0.02
		Deformacija na kraju tečenja, ε_{sh}	0.03
		Granična deformacija, ε_u	0.1
		Deformacija u trenutku loma, ε_{br}	0.12



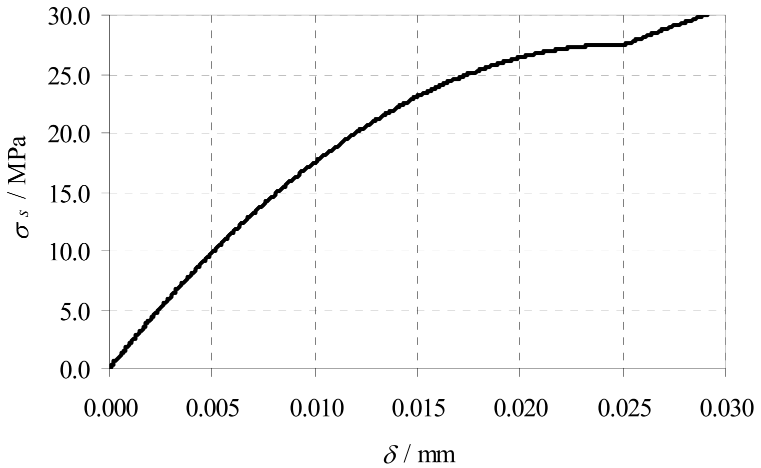
Crtež 4.18 Funkcija djelovanja brzine

Uslijed djelovanja opterećenja oblika prikazanog na crtežu 4.18, ostvarena je ciklička promjena veličine pukotine δ u vremenu što je prikazano na crtežu 4.19.



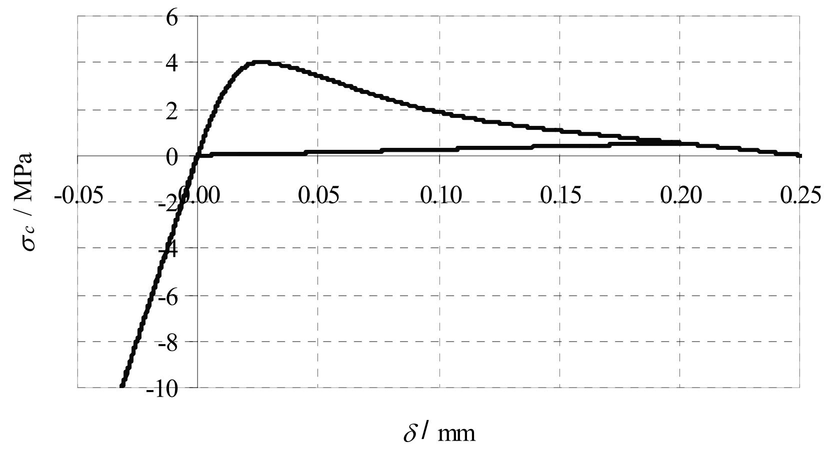
Crtež 4.19 Veličina pukotine δ u funkciji vremena t

Do trenutka pojave pukotine u betonu $\delta > \delta_p$ ponašanje materijala armature u kontaktnom elementu definirano je penalty metodom i poprima oblik prikazan na crtežu 4.20.



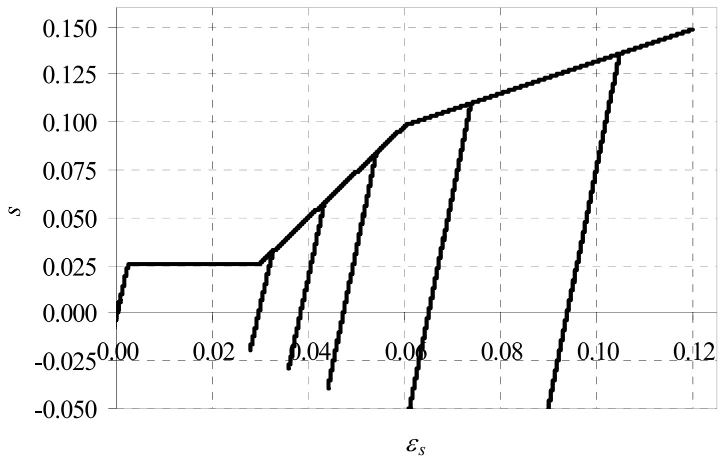
Crtež 4.20 Veza naprezanje u čeliku – veličina pukotine

U trenutku pojave pukotine ponašanje betona definirano je eksperimentalnom krivuljom *z* definiranom izrazom (2.49) s tim da je ostvareno cikličko ponašanje u betonu uslijed rasterećenja te ponovnog opterećenja definirano izrazom (2.60) kao što je prikazano na crtežu 4.21.



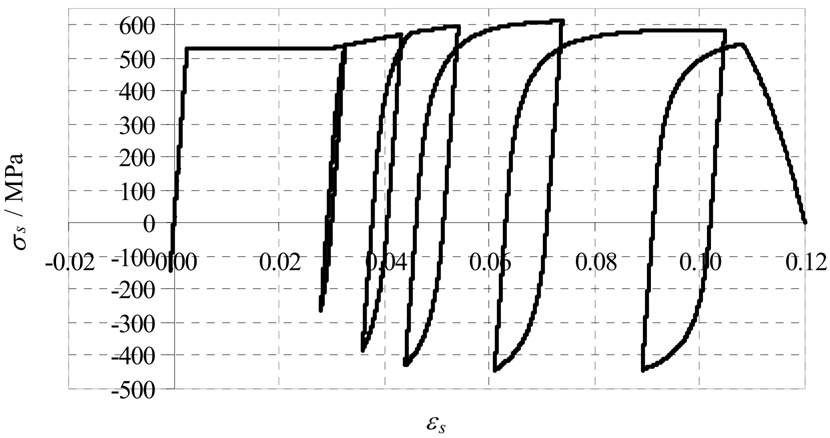
Crtež 4.21 Veza naprezanje u betonu – veličina pukotine

U trenutku pojave pukotine u kontaktnom elementu betona armatura i beton se analiziraju odvojeno. Do tog trenutka je deformacija čelika ε_s jednaka nuli. Ponašanje čelika u kontaktnom elementu armature se u daljnjoj analizi prati kao odnos normalizirane veličine izvlačenja šipke i deformacije čelika $s = s(\varepsilon_s)$ prema izrazima (3.10)-(3.17). Ta je veza definirana modificiranim Shim-ovim modelom prikazanim izrazom (3.17). Na crtežu 4.22 može se uočiti pojava plastične deformacije armature u trenutku pojave tečenja u čeliku te ponašanje odnosa normalizirane veličine izvlačenja šipke s i deformacije čelika ε_s u slučaju rasterećenja te ponovnog opterećenja.



Crtež 4.22 Veza normalizirane veličine izvlačenja šipke i deformacije čelika za cikličko opterećenje

Kao posljedica cikličkog ponašanja veličine pukotine δ u funkciji vremena ostvareno je cikličko ponašanje materijala u kontaktnom elementu armature. Na crtežu 4.23 je prikazano ponašanje materijala po Kato-vom modelu cikličkog ponašanja čelika.



Crtež 4.23 Cikličko ponašanje materijala u kontaktnom elementu čelika

4.3 VALIDACIJA IMPLEMENTIRANOG MODELA

Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata [M13] do sada se nije koristila u analizi realnih armirano-betonskih konstrukcija. Stoga su u ovom poglavlju prikazani primjeri koji su analizirani s ciljem određivanja točnosti rješenja ovisno o penalty parametru p_0 koji je definiran u izrazu (2.12) [M9].

Provedena je analiza utjecaja gustoće diskretizacije konstrukcije na točnost rješenja te utjecaj ugrađenog modela armature za linearno-elastično područje ponašanja materijala [M10].

U okviru ovog rada u Y-RC program uključena je formulacija koja omogućuje uvođenje modela potresnog opterećenja zadanog stvarnim akcelelogramom (na način da se u svakom čvoru dodaje sila koja je jednaka produktu mase i ubrzanja podloge (sila inercije)) čime je omogućeno praćenje pomaka i brzina u referentnom sustavu koji je vezan za podlogu koja se giba tijekom potresa. Da bi se provela validacija ugrađene formulacije analiziran je primjer jednostupnjevnog sustava na potresno djelovanje. Rješenja dobivena ovdje razvijenim modelom uspoređena su s analitičkim rješenjima.

Prikazani su i primjeri preuzeti iz literature kojima je testirana točnost programa Y-RC. Analizirani primjeri su:

(1) betonska konzola vlačno opterećena,

(2) armirano-betonska konzola vlačno opterećena,

(3) betonska konzola opterećena na savijanje,

(4) armirano-betonska konzola opterećena na savijanje,

(5) jednostupnjevni sustav izložen potresnom opterećenju,

(6) slobodno oslonjena armirano-betonska greda – slom po armaturi [M3],

(7) Bresler-Scordelis armirano-betonska greda – slom po betonu [H4],

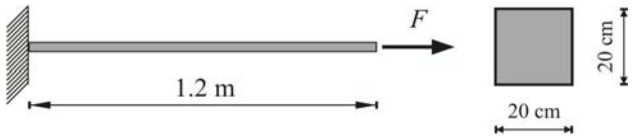
(8) armirano-betonska greda izložena cikličkom opterećenju [M1],

(9) armirano-betonski zid izložen statičkom cikličkom opterećenju [L1, S4]

4.3.1 Betonska konzola vlačno opterećena

U ovom primjeru izvršena je analiza točnosti rješenja ovisno o odabiru penalty koeficijenta.

Analizirani sustav je betonska konzola raspona 1.2 m, dimenzija 20/20 cm opterećena monotono rastućim uzdužnim opterećenjem, prikazana na crtežu 4.24. s karakteristikama materijala prikazanim u tablici 4.7.



Crtež 4.24 Geometrija i opterećenje elemenata

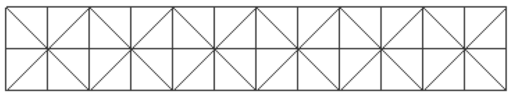
Tablica 4.7 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

Beton	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500
Poissonov koeficijent, v	0.2
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	3.15

Analiza je provedena za linearno-elastično ponašanje materijala.

Sustav je modeliran bez kontaktnih elemenata, a potom s kontaktnim elementima uz različite penalty koeficijente p_0.

Diskretizacija sustava prikazana je na crtežu 4.25.



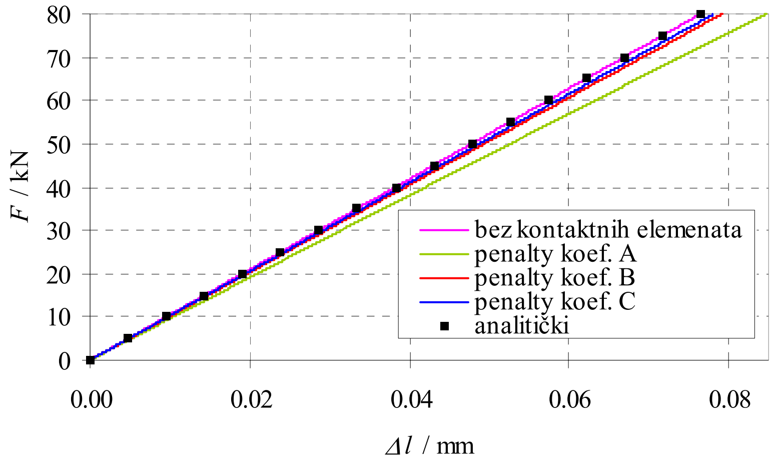
Crtež 4.25 Diskretizacija sustava

U tablici 4.8 prikazana je veličina pogreške rješenja, analizirana u odnosu na analitičko rješenje, ovisna o penalty koeficijentu.

Tablica 4.8 Pogreška rješenja ovisno o penalty koeficijentu

Penalty koeficijent		Pogreška (%)
A	$20E_c$	10.0
B	$60E_c$	3.34
C	$100E_c$	2.00

Na crtežu 4.26 prikazane su usporedbe analitičkog i numeričkih rješenja veze uzdužne vlačne sile F i produljenja Δl.

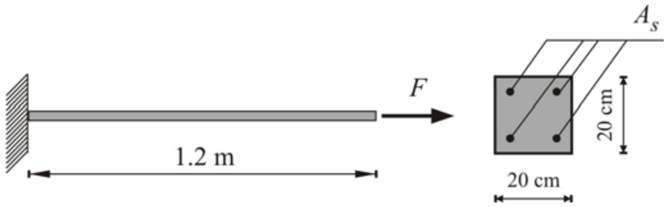


Crtež 4.26 Veza produljenje – uzdužna sila u ovisnosti o penalty koeficijentu

Iz analize se može uočiti da se numeričko rješenje dobiveno modeliranjem bez kontaktnih elemenata točno poklapa s analitičkim rješenjem, dok analize sustava s kontaktnim elementima pokazuju točnost u ovisnosti penalty koeficijenta. Može se uočiti da je za najveći penalty koeficijent točnost najbolja.

4.3.2 Armirano-betonska konzola vlačno opterećena

Validacija ugrađenog modela armature za linearno-elastično područje ponašanja materijala provedena je analizom armirano-betonske konzole raspona 1.2 m, poprečnog presjeka 20/20 cm, armirane sa 4ϕ12. Sustav je izložen monotono rastućem vlačnom opterećenju. Shema sustava prikazana je na crtežu 4.27. Usvojene karakteristike materijala su prikazane u tablici 4.9.

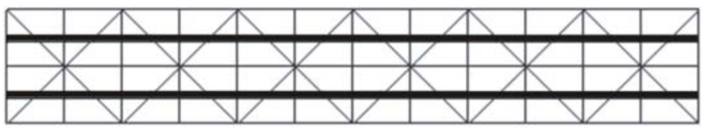


Crtež 4.27 Geometrija i opterećenje elemenata

Tablica 4.9 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

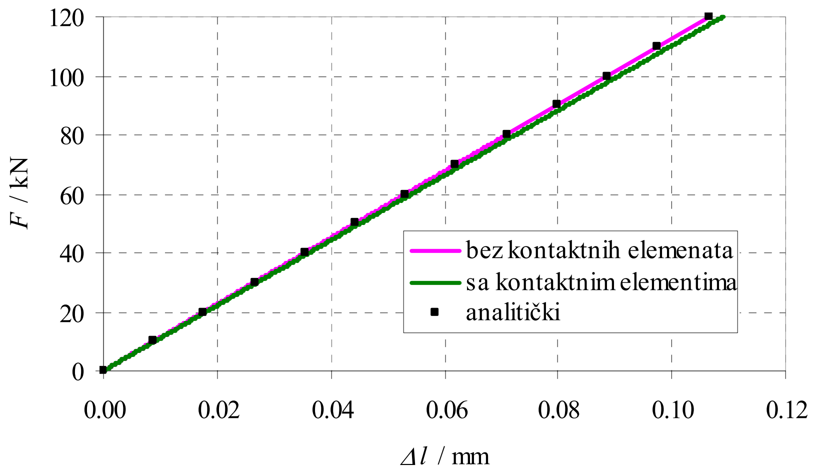
Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	183 000
Poissonov koeficijent, v	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	420
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	3.15	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	630
		Površina pop. presjeka, A_s (m^2)	0.00045
		Promjer šipke, D (m)	0.012

Diskretizacija sustava prikazana je na crtežu 4.28.



Crtež 4.28 Diskretizacija sustava

Na crtežu 4.29 prikazane su usporedbe analitičkog i numeričkih rješenja veze uzdužne vlačne sile F i produljenja Δl.



Crtež 4.29 Produljenje u ovisnosti o sili

Pri analizi ovog primjera s kontaktnim elementima usvojen je penalty koeficijent p_0=100E_c, gdje je E_c modul elastičnosti betona.

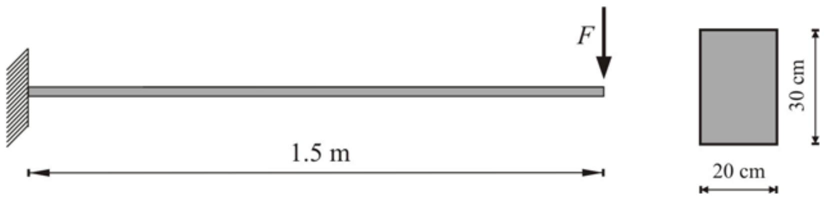
Iz analize se može uočiti da se numeričko rješenje bez kontaktnih elemenata točno poklapa s analitičkim rješenjem, dok je pri analizi sustava s kontaktnim elementima i penalty koeficijentom 100E_c pogreška 2.3 %.

U analizi se može uzeti i veći penalty koeficijent, međutim numerička stabilnost u tom slučaju uvjetuje mnogo manji vremenski korak što bi znatno produljilo vrijeme proračuna.

4.3.3 Betonska konzola opterećena na savijanje

Ovim primjerom provedena je analiza potrebne gustoće mreže pri primjeni homogenih trokutnih konačnih elemenata za analiziranje progiba nosača u kojima dominira utjecaj savijanja.

Analizirani sustav je betonska konzola opterećena monotono rastućom koncentriranom silom na rubu nosača, raspona 1.5 m, poprečnog presjeka 20/30 cm prikazana na crtežu 4.30. sa sljedećim karakteristikama materijala.

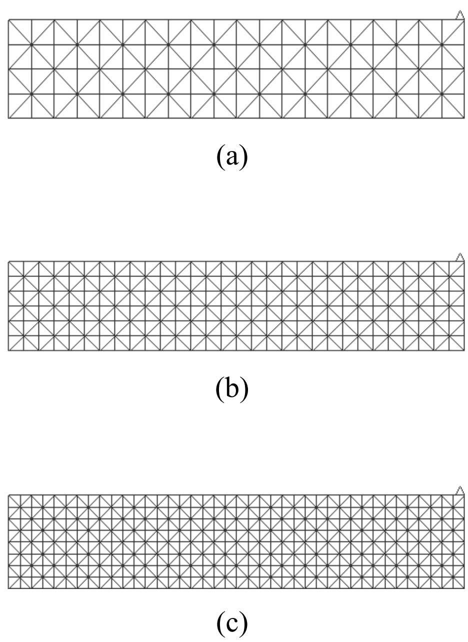


Crtež 4.30 Geometrija i opterećenje elemenata

Tablica 4.10 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

Beton	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500
Poissonov koeficijent, v	0.2
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	3.15

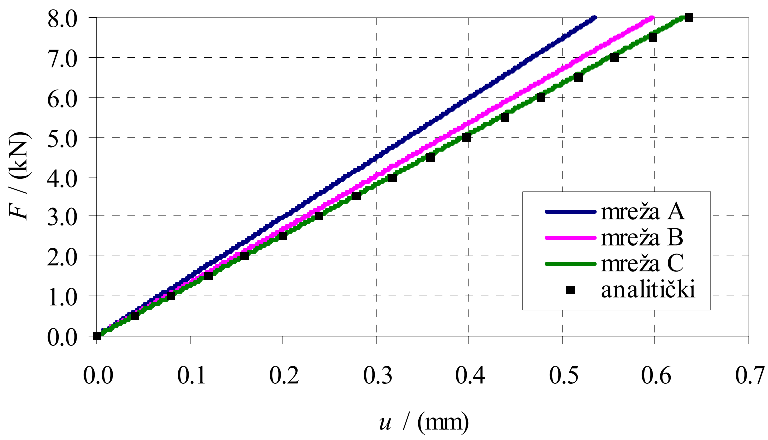
Diskretizacija sustava prikazana je na crtežu 4.31.



Crtež 4.31 Diskretizacija sustava: (a) mreža A, (b) mreža B, (c) mreža C

Prva diskretizacija je sa četiri ($4h$), druga sa šest ($6h$), a treća s osam ($8h$) podjela po visini, gdje je h veličina stranice konačnog elementa trokuta.

Na crtežu 4.32 prikazane su usporedbe analitičkog i numeričkih rješenja veze progiba u u točki ispod djelovanja sile i sile F dobivenih za različitu gustoću diskretizacije.



Crtež 4.32 Progib u ovisnosti o sili za pojedinu diskretizaciju

Iz analize se može uočiti da je točnost numeričkog rješenja za analizu sustava u kojima dominira savijanje potrebno diskretizirati minimalno s $8h$ po visini.

Tablica 4.11 Pogreška rješenja ovisno o podjeli po visini

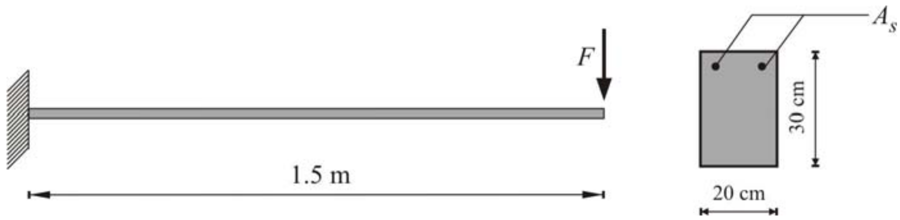
Diskretizacija	Pogreška (%)
mreža A	15.9
mreža B	7.40
mreža C	0.89

U daljim analizama sustava opterećenih na savijanje podjela kao u mreži C usvojena je kao minimalna.

4.3.4 Armirano-betonska konzola opterećena na savijanje

U ovom primjeru provedena je validacija ugrađenog modela armature za linearno-elastično područje ponašanja materijala te je provedeno određivanje točnosti rješenja za različite penalty koeficijente p_0 pri analizi armirano-betonskih konstrukcija.

Analizirana je armirano-betonska konzola raspona 1.5 m, poprečnog presjeka 20/30 cm, armirana s 2ϕ12 (postotak armiranja 0.37 %). Sustav je izložen djelovanju monotono rastuće koncentrirane sile na rubu nosača iznosa 80 kN. Nakon što je sila F dosegla vrijednost od 80 kN, trenutno je uklonjena, nakon čega su nastupile slobodne oscilacije konzole. Shema sustava prikazana je na crtežu 4.33 uz usvojene karakteristike materijala prikazane u tablici 4.12.

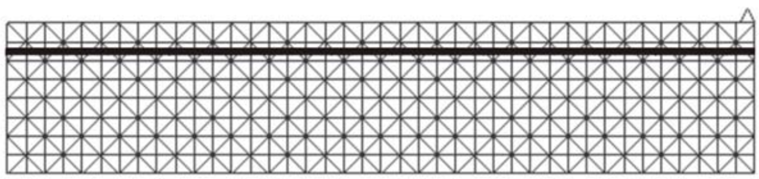


Crtež 4.33 Geometrija i opterećenje elemenata

Tablica 4.12 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

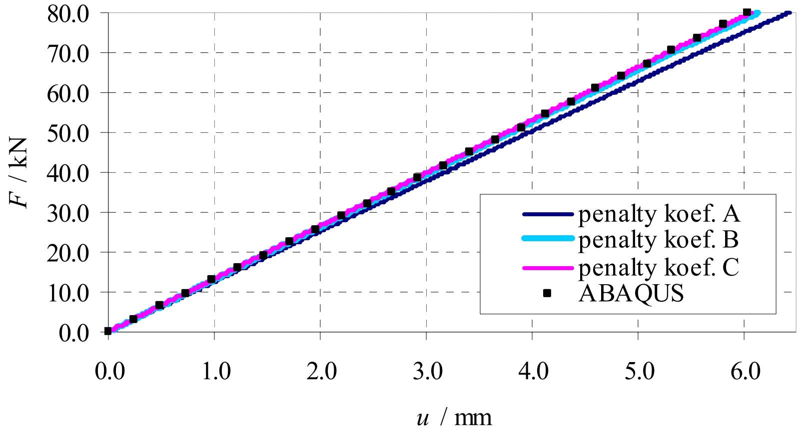
Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	30 500	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	210 000
Poissonov koeficijent, v	0.2	Površina pop. presjeka, A_s (m^2)	0.00023
Koeficijent prigušenja, ξ	0.0	Promjer šipke, D (m)	0.012

Diskretizacija sustava prikazana je na crtežu 4.34.



Crtež 4.34 Diskretizacija sustava

Na crtežu 4.35 prikazane su usporedbe numeričkih rješenja za usvojeni različiti penalty koeficijent i rješenja dobivenog programskim paketom ABAQUS [A1] uslijed djelovanja monotono rastućeg opterećenja. U tablici 4.7. prikazane su veličine pogreške u ovisnosti o odabranom penalty koeficijentu p_0.



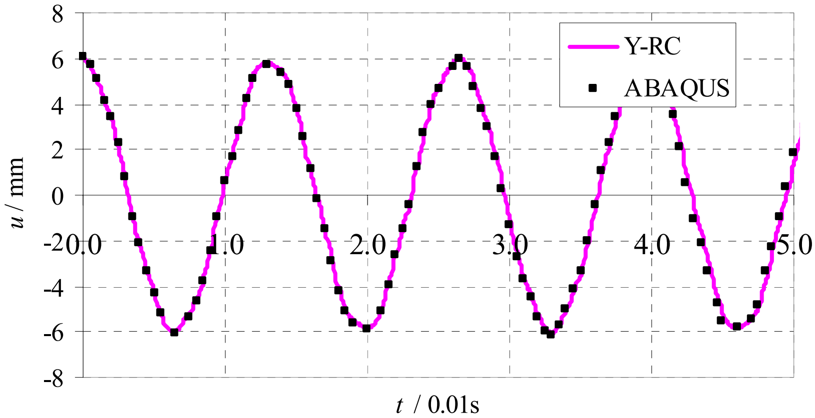
Crtež 4.35 Veza vertikalni pomak – sila za pojedini penalty koeficijent

Može se uočiti da je za analizu sustava uz primjenu kontaktnih elemenata potrebno odabrati veći penalty koeficijent. Obzirom da veći penalty koeficijent zbog numeričke stabilnosti uvjetuje manji vremenski korak [M10], za daljnje analiza armirano-betonskih konstrukcija odabran je penalty koeficijent $100E_c$, gdje je E_c modul elastičnosti betona.

Tablica 4.13 Pogreška rješenja ovisno o penalty koeficijentu

Penalty koeficijent		Pogreška (%)
A	$20E_c$	6.42
B	$60E_c$	1.50
C	$100E_c$	0.65

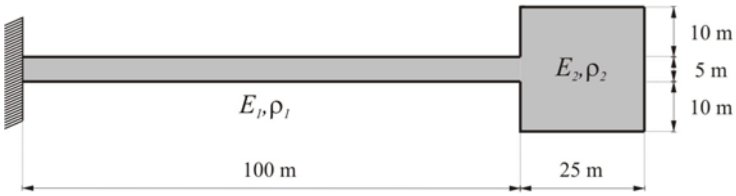
Da bi se provela i dinamička validacija za isti sustav je odabran penalty koeficijent p_0=$100E_c$. Progib desnog ruba konzole u koji se pratio nakon što su nastupile slobodne oscilacije uspoređen je s progibom dobivenim programskim paketom ABAQUS [A1]. Usporedba rezultata prikazana je na crtežu 4.36 i pokazuje vrlo dobro slaganje rezultata čime je provedena i dinamička validacija modela.



Crtež 4.36 Vertikalni pomak u funkciji vremena

4.3.5 Jednostupnjevni sustav izložen potresnom opterećenju

U ovom primjeru prikazana je validacija proračuna konstrukcija na potresno djelovanje programom Y-RC. Za validaciju je odabran jedan jednostupnjevni sustav prikazan na crtežu 4.37.



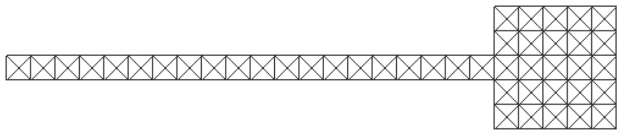
Crtež 4.37 Geometrija sustava

Usvojene su sljedeće karakteristike materijala prikazane u tablici 4.14.

Tablica 4.14 Usvojene karakteristike materijala

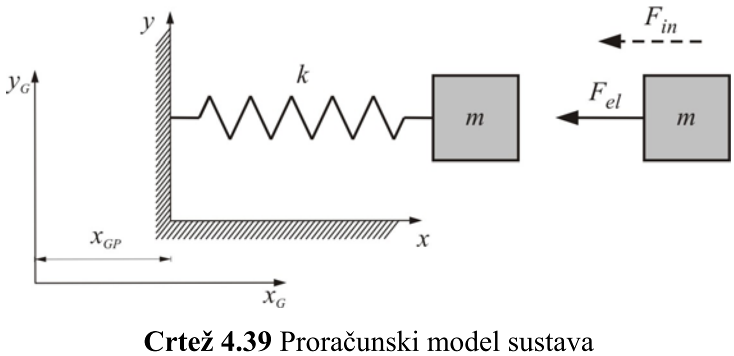
Modul elastičnosti *E* (MPa)		Gustoća (kg/m^3)
1.	11.25	0.1
2.	1800.0	16.0

Diskretizacija sustava prikazana je na crtežu 4.38.



Crtež 4.38 Diskretizacija sustava.

Proračunski model sustava prikazan je na crtežu 4.39.



Crtež 4.39 Proračunski model sustava

Sustav je izložen ubrzanju podloge koje je zadano jednadžbom

$$\ddot{x}_{GP} = 63\sin(15t) \quad (\mathrm{m/s^2}) \tag{4.1}$$

Dinamička jednadžba ravnoteže ima oblik

$$F_{in} + F_{el} = 0 \tag{4.2}$$

Ako se uzme u obzir da je

$$F_{in} = m\left(\ddot{x}_{GP}(t) + \ddot{x}(t)\right) \tag{4.3}$$

$$F_{el} = kx(t) \tag{4.4}$$

jednadžba (4.2) poprima oblik

$$m\left(\ddot{x}_{GP}(t) + \ddot{x}(t)\right) + kx(t) = 0 \tag{4.5}$$

odnosno

$$m\ddot{x}(t) + k\,x(t) = -m\ddot{x}_{GP}(t) \tag{4.6}$$

U dijelu koda koji je implementiran u program Y-RC ubrzanje podloge zadano je na način da je svakom čvoru konstrukcije pridruženo ubrzanje u iznosu od $-\ddot{x}_{GP}$.

Uvrštavajući izraz (4.1) u (4.6) i uzimajući u obzir da je

$$m = \rho_2 V = 10000.0 \text{ kg} \tag{4.7}$$

te da je

$$k = \frac{E_1 A}{l} = 562.5 \text{ kN/m} \tag{4.8}$$

dobije se

$$\ddot{x} + 562.5x = -63\sin(15t) \tag{4.9}$$

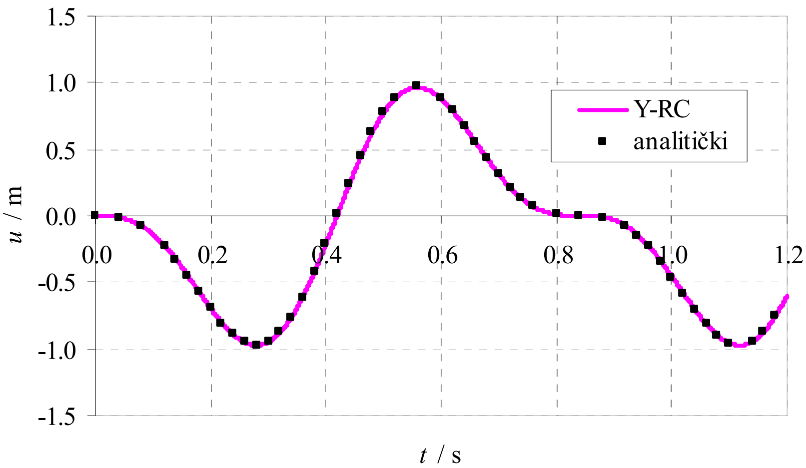
Uzimajući u obzir homogene početne uvjete, rješenje jednadžbe (4.9) glasi

$$x = 0.3733(\sin(15.7t) - 2.0\sin(7.5t)) \tag{4.10}$$

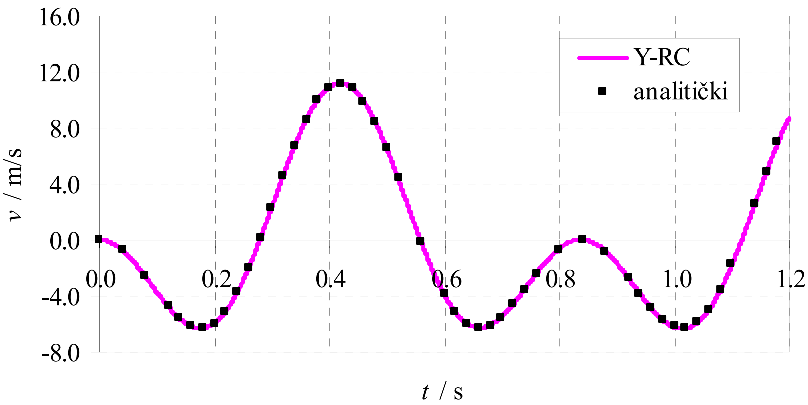
iz kojeg se derivacijom po vremenu dobiva izraz za brzinu koji ima oblik

$$\dot{x} = 5.86081(\cos(15.7t) - 5.5995\cos(7.5t)) \tag{4.11}$$

Usporedba numeričkog i analitičkog rješenja pomaka u i brzine v u vremenu prikazana na crtežima 4.40 i 4.41 pokazuje vrlo dobro slaganje rezultata dobivenih programom Y-RC s analitičkim rješenjem.



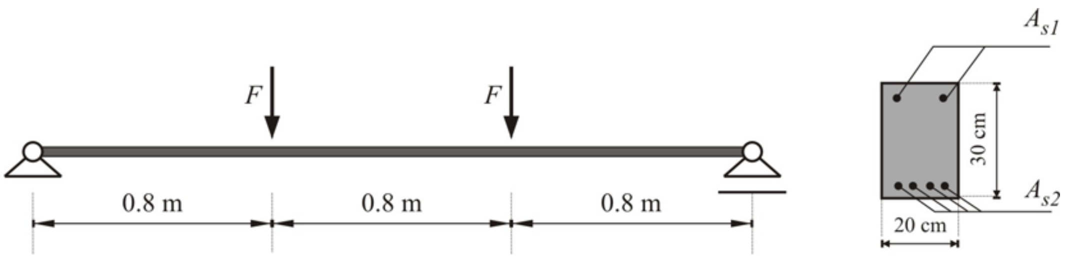
Crtež 4.40 Usporedba pomaka JS dobivena analitički i numerički



Crtež 4.41 Usporedba brzina JS dobivena analitički i numerički

4.3.6 Slobodno oslonjena armirano-betonska greda – slom po armaturi

Ovaj primjer je odabran da bi se testirala valjanost implementiranog modela armature u slučaju djelovanja monotono rastućeg opterećenja i usvojenih nelinearnih karakteristika materijala. Primjer je preuzet iz literature [G1, G2, M3] i odabran jer su u navedenoj literaturi dostupni rezultati pokusa. Analizirana je slobodno oslonjena armirano-betonska greda s geometrijskim karakteristikama prikazanima na crtežu 4.42.



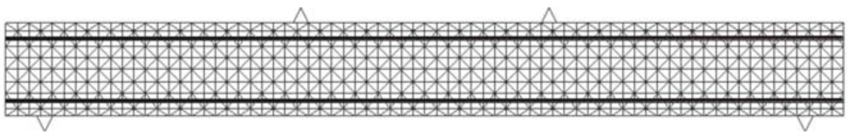
Crtež 4.42 Geometrija slobodno oslonjene armirano-betonske grede

Karakteristike materijala su preuzete iz literature i prikazane u tablici 4.15.

Tablica 4.15 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

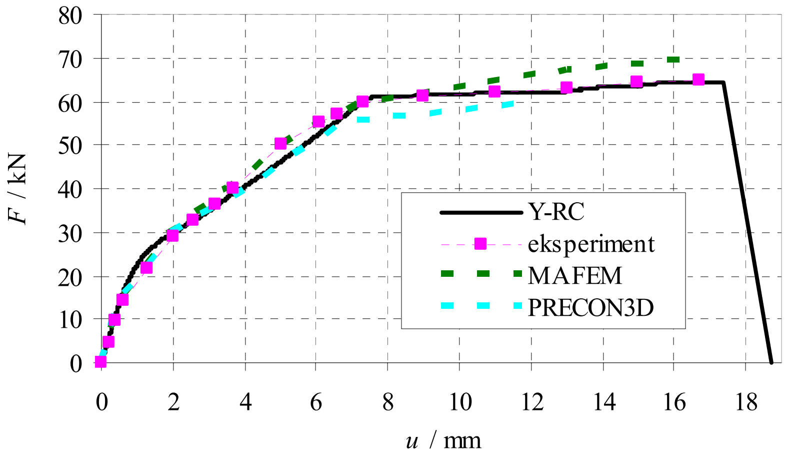
Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	29 730	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	210 000
Poissonov koeficijent, v	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	420
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	3.15	Površina pop. presjeka, A_{s1} (cm^2)	1.02
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	40.0	Površina pop. presjeka, A_{s2} (cm^2)	4.52

Beton je diskretiziran s 1152 trokutna elementa, a svaka armaturna šipka sa 144 dvočvorna elementa. Opterećenje se nanosi sve do sloma. Diskretizacija sustava prikazana je na crtežu 4.43.



Crtež 4.43 Diskretizacija sustava

Rezultati dobiveni FEM/DEM metodom uspoređeni su s rezultatima pokusa, rezultatima numeričkog programa za 2D nelinearnu analizu konačnim elementima MAFEM [M3], te rezultatima numeričkog programa za 3D nelinearnu analizu armirano-betonskih konstrukcija PRECON3D [G1, G2]. Usporedba pomaka *u* u sredini raspona sve do sloma prikazana je na crtežu 4.44.

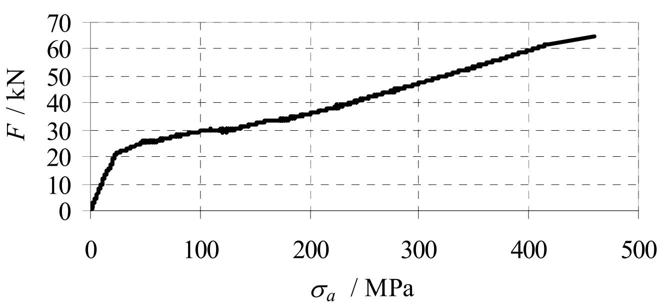


Crtež 4.44 Dijagram pomaka u sredini raspona nosača

Dijagram veze sila *F* - pomak točke u sredini raspona nosača *u* dobiven programom Y-RC, u usporedbi s rezultatima eksperimenta pokazuje najveće odstupanje od 2.8 %. Za granično opterećenje koje prema eksperimentu iznosi 64.3 kN odstupanje rezultata dobivenih FEM/DEM metodom je 1.0 %. Može se uočiti da FEM/DEM metoda daje bolje rezultate u usporedbi s numeričkim rezultatima dobivenima programima za nelinearnu analizu metodom konačnih elemenata MAFEM i PRECON3D.

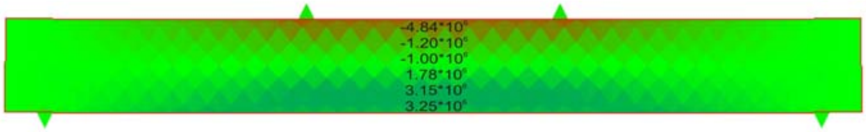
Dijagramom prikazanim na crtežu 4.45 pokazana je ovisnost naprezanja u armaturi o primijenjenoj koncentriranoj sili *F*. Odabran je element ispod djelovanja sile *F* u donjoj šipki armature. Iz dijagrama se može uočiti da je u trenutku loma prekoračena granica popuštanja čelika.

U navedenom primjeru do potpunog sloma konstrukcije dolazi zbog popuštanja čelika u vlaku što je pokazatelj da model armature ugrađen u Y-RC program dobro opisuje ponašanje armirano-betonske konstrukcije sve do sloma po armaturi.



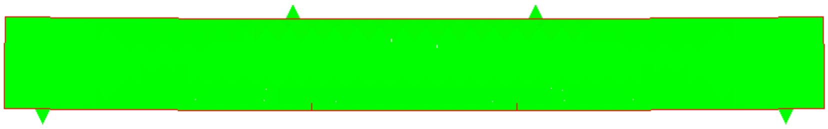
Crtež 4.45 Dijagram ovisnosti naprezanja u armaturi o primijenjenoj koncentriranoj sili *F*

Prva pukotina se i prema pokusu i prema proračunu prikazanim modelom pojavljuje za iznos sile *F*= 20.0 kN. Na crtežu 4.46 prikazano je stanje naprezanja u tom trenutku.

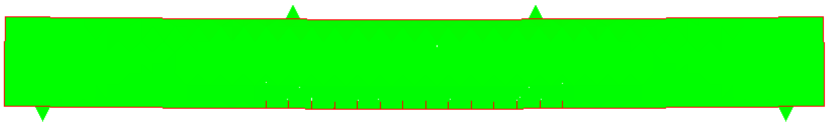


Crtež 4.46 Naprezanja u konstrukciji (Pa) u trenutku pojave prve pukotine

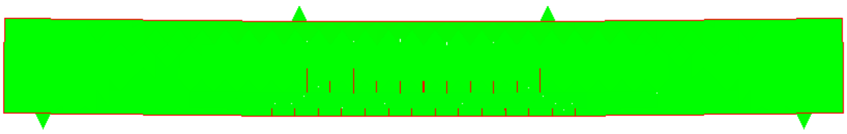
Na crtežu 4.47 prikazane su pukotine za pojedine iznose sila. Pukotine se registriraju kada je nastupilo potpuno popuštanje betona ($\delta = \delta_c , \sigma_c = 0$).



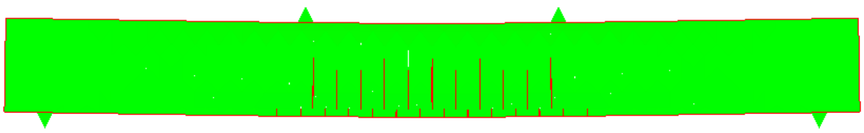
(a)



(b)



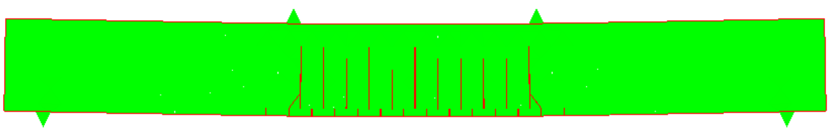
(c)



(d)

Crtež 4.47 Pukotine za opterećenja: (a) F=56.6 kN, (b) F=60.3 kN, (c) F=63.0 kN, (d) F=64.0 kN

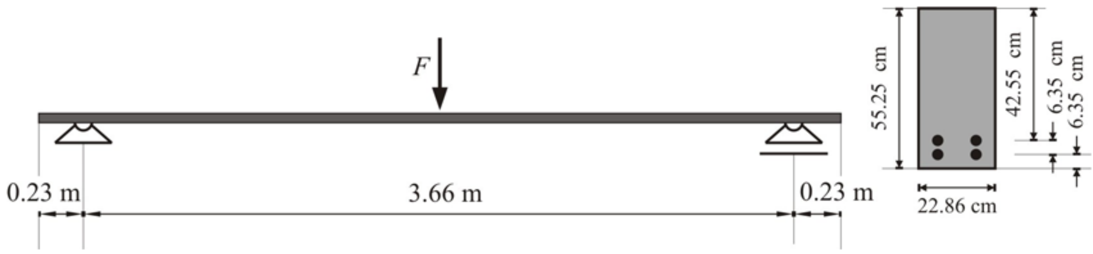
U analizi ovog primjera prikazanim modelom ostvareno je slomno opterećenje F= 64.8 kN. Nakon toga dolazi do potpunog sloma kao što je prikazano na crtežu 4.48.



Crtež 4.48 Stanje pukotina za potpuni slom

4.3.7 Bresler-Scordelis armirano-betonska greda – slom po betonu

Bresler-Scordelis armirano-betonska greda preuzeta iz literature [H4] odabrana je s ciljem validacije implementiranog modela za slučaj djelovanja monotono rastućeg opterećenja s usvojenim nelinearnim karakteristikama materijala. Geometrijske karakteristike analizirane armirano-betonske grede su prikazane na crtežu 4.49.



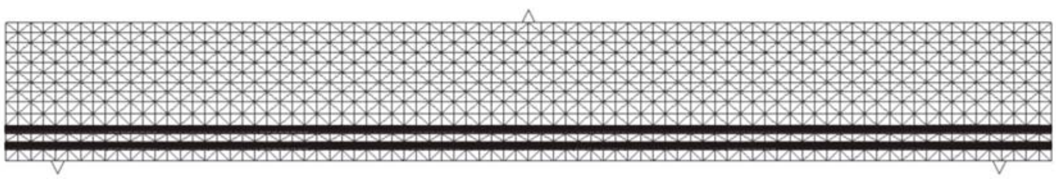
Crtež 4.49 Geometrija slobodno oslonjene armirano-betonske grede

Karakteristike materijala su preuzete iz literature i prikazane u tablici 4.16.

Tablica 4.16 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	22 753	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	191 674
Poissonov koeficijent, v	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	414,69
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	2.3	Površina pop. presjeka, A_{s1} (cm^2)	2.54
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	21.79		
Energija loma, G_f (N/m)	105		

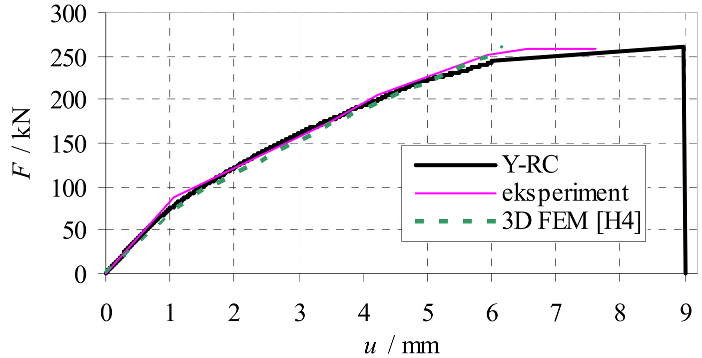
Greda je izložena djelovanju koncentrirane monotono rastuće sile u sredini raspona. Eksperimentom je dobiveno opterećenje koje izaziva lom konstrukcije F= 258 kN. Rezultati dobiveni ovim eksperimentom pokazali su se vrlo pouzdanim tako da je ova greda postala mjerilo za testiranje analitičkih i numeričkih formulacija.



Crtež 4.50 Diskretizacija sustava

Beton je diskretiziran s 2355 trokutnih elemenata, a svaka armaturna šipka sa 168 dvočvorna elementa. Opterećenje se nanosi sve do sloma. Diskretizacija sustava prikazana je na crtežu 4.50.

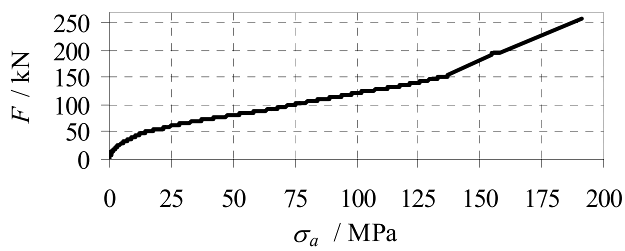
U literaturi [H4] su prikazani rezultati dobiveni pokusom i numeričkim proračunom 3D FEM metodom. U navedenoj literaturi izvršena je nelinearna numerička analiza s trodimenzionalnom diskretizacijom sustava te je promatran pomak točke u sredini raspona sve do sloma. Rezultati ovih analiza te usporedbe s rezultatima programa Y-RC prikazani su dijagramom na crtežu 4.53.



Crtež 4.53 Dijagram pomaka u sredini raspona nosača

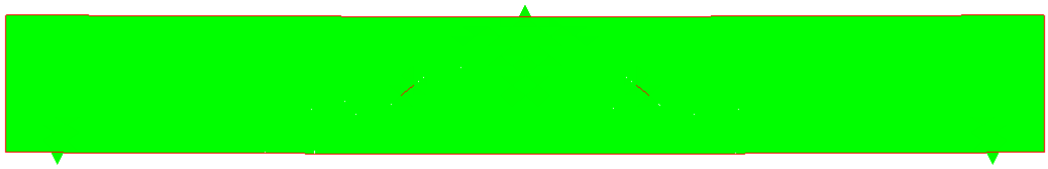
Dijagramom je prikazan pomak točke u sredini raspona nosača *u* ovisno o zadanoj koncentriranoj sili *F*. Najveće odstupanje rezultata dobivenih FEM/DEM metodom je 3.8 %. Za granično opterećenje koje prema pokusu iznosi 258.1 kN a FEM/DEM metodom 260.2 kN ostvarena je točnost 0.8 %. U usporedbi s rezultatima 3D analize konačnim elementima, vrijednost pomaka neposredno prije sloma dobivene programom Y-RC pokazuje bolje slaganje s rezultatima eksperimenta.

Dijagramom prikazanim na crtežu 4.54 pokazana je ovisnost naprezanja u armaturi o primijenjenoj koncentriranoj sili *F*. Odabran je element ispod djelovanja sile *F* u donjoj šipki armature. Može se uočiti da granica tečenja u armaturi nije dosegnuta. Značajno je uočiti da do potpunog sloma konstrukcije, kako u eksperimentu tako i u numeričkoj analizi provedenoj FEM/DEM metodom, dolazi zbog popuštanja betona u tlaku. Time je pokazano da ovaj model jako dobro opisuje nelinearno ponašanje armirano-betonskih konstrukcija za slučaj sloma po betonu.

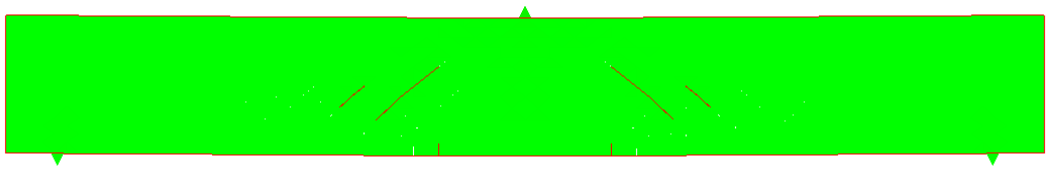


Crtež 4.54 Dijagram ovisnosti naprezanja u armaturi o primijenjenoj koncentriranoj sili *F*

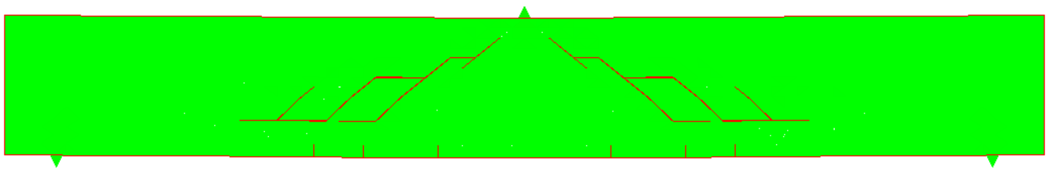
Na crtežu 4.51 prikazane su pukotine i stanje naprezanja za pojedine iznose sila. Pukotine se registriraju kada je nastupilo potpuno popuštanje betona ($\delta = \delta_c , \sigma_c = 0$).



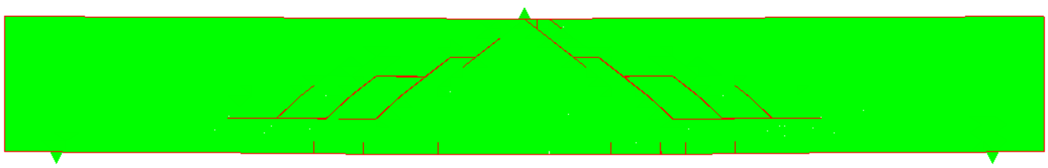
(a)



(b)



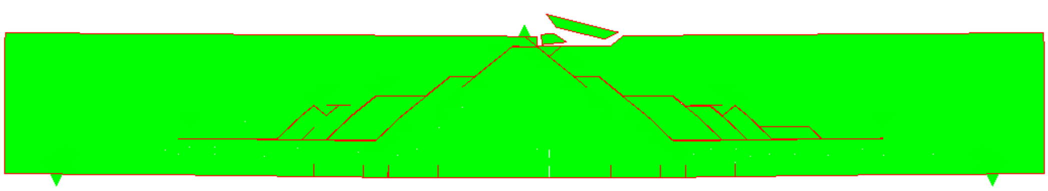
(c)



(d)

Crtež 4.51 Pukotine za opterećenja: (a) F=216.0 kN, (b) F=259.0 kN, (c) F=261.0 kN, (d) F=261.1 kN

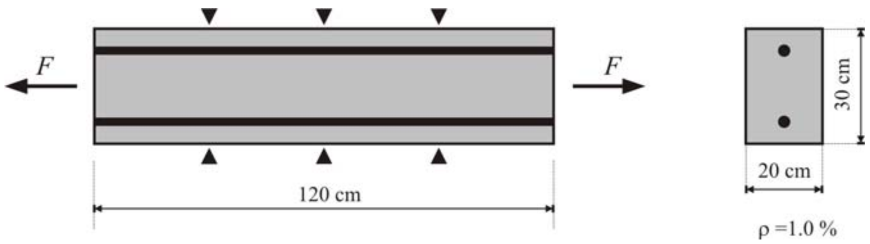
Na crtežu 4.51d prikazane su pukotine na konstrukciji neposredno prije loma. Programom Y-RC to je postignuto za silu 260.1 kN. Na crtežu 4.52 prikazan je potpuni slom sustava.



Crtež 4.52 Pukotine na konstrukciji nakon potpunog sloma

4.3.8 Armirano-betonska greda izložena cikličkom opterećenju

Slobodno oslonjena armirano-betonska greda s geometrijskim karakteristikama prikazanim na crtežu 4.55 analizirana je s ciljem validacije implementiranog modela uslijed djelovanja cikličkog opterećenja. Primjer je preuzet iz literature [M1] i odabran jer su u navedenoj literaturi dostupni rezultati pokusa. Na crtežu 4.55 su označena mjesta gdje je konstrukcija prije nanošenja opterećenja oslabljena, čime su unaprijed definirana mjesta pojave pukotina. Zbog toga je u ovoj analizi odabrana diskretizacija prikazana na crtežu 4.56.



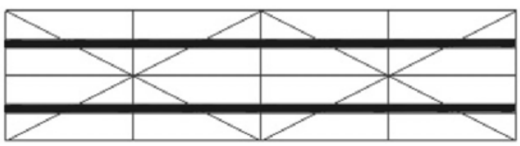
Crtež 4.55 Geometrijske karakteristike analizirane grede

Karakteristike materijala su preuzete iz literature i prikazane u tablici 4.17.

Tablica 4.17 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

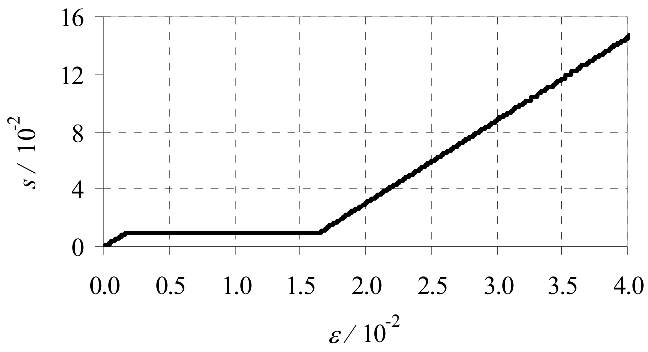
Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	29 000	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	190 000
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	29	Granica popuštanja, f_y (MPa)	350
		Granična čvrstoća, f_u (MPa)	540
		Promjer šipke, D (m)	0.019
		Deformacija na kraju tečenja, ε_{sh}	0.0165

Beton je diskretiziran sa 16 trokutnih elemenata, a svaka armaturna šipka s 8 dvočvornih elementa. Diskretizacija sustava je prikazana na crtežu 4.56.



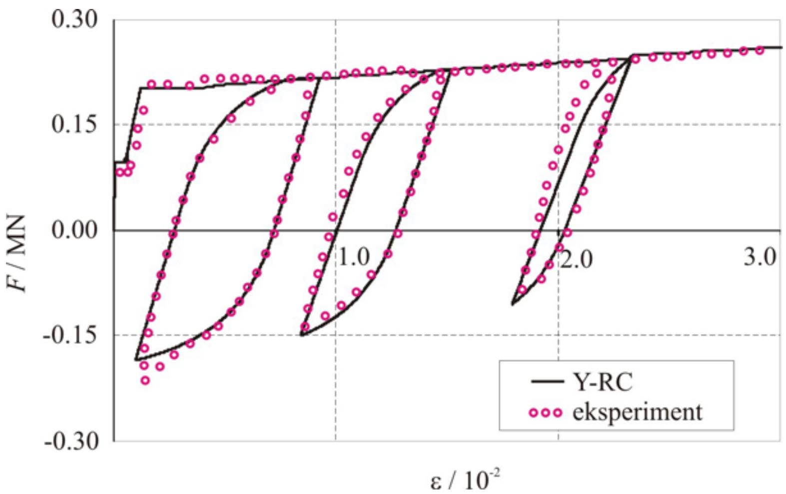
Crtež 4.56 Diskretizacija sustava

Pri analizi prikazanog primjera veza bezdimenzionalnog izvlačenja armature i deformacije čelika u pukotini ima oblik prikazan na crtežu 4.57.



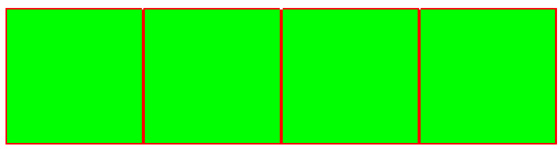
Crtež 4.57 Veza izvlačenje armature i deformacije čelika

Na crtežu 4.58 prikazani su rezultati dobiveni eksperimentom i rezultati numeričke analize Y-RC programom iz kojeg se može vidjeti da krivulja sila – srednja deformacija grede dobivena pomoću Y-RC programa vrlo dobro prati eksperimentalnu krivulju tijekom cikličkog opterećenja što je vrlo važno pri opisivanju gubitaka energije u konstrukciji izloženoj seizmičkom opterećenju.



Crtež 4.58 Usporedba veze sila – srednja deformacija nakon pojave tečenja u čeliku

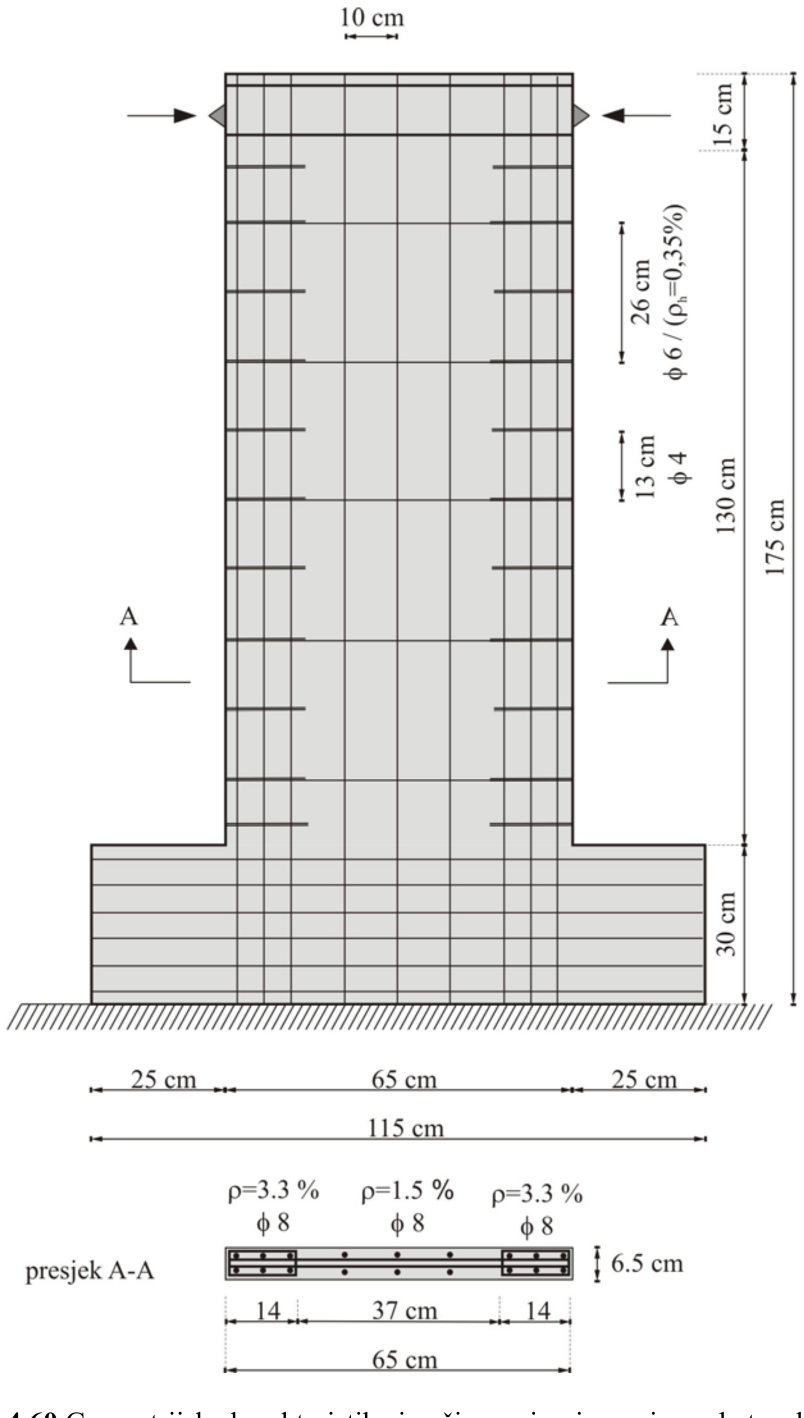
Na crtežu 4.59 prikazane su pukotine u trenutku potpunog gubitka nosivosti betona.



Crtež 4.59 Pukotine u trenutku gubitka nosivosti betona

4.3.9 Armirano-betonski zid izložen statičkom cikličnom opterećenju

Primjer armirano-betonskog zida izloženog statičkom cikličkom opterećenju, sa poznatim rezultatima pokusa, preuzet iz literature [L1] odabran je s ciljem validacije implementiranog modela uslijed djelovanja cikličkog opterećenja. Analizirani zid s geometrijskim karakteristikama i načinom armiranja prikazan je na crtežu 4.60.

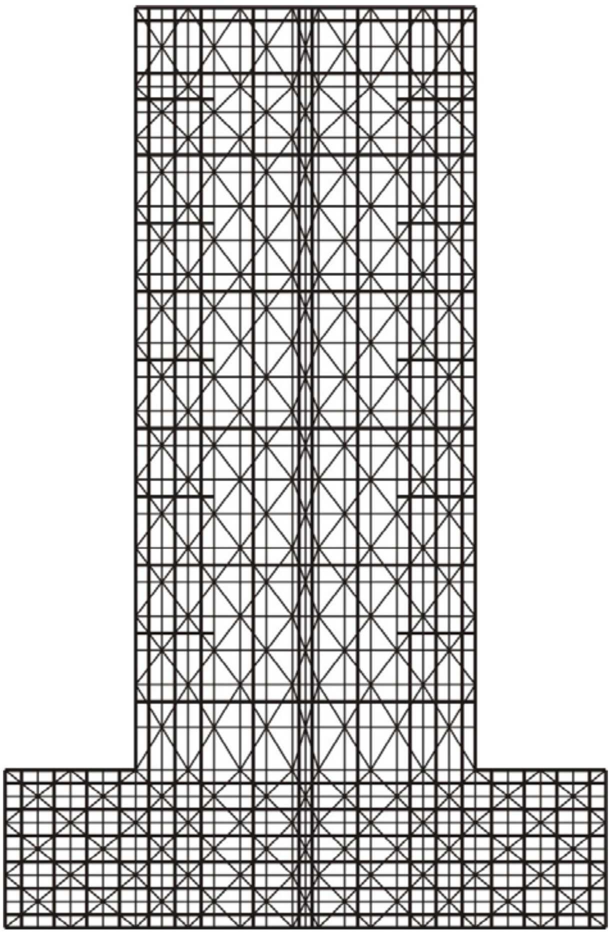


Crtež 4.60 Geometrijske karakteristike i način armiranja armirano-betonskog zida

Korišten je beton tlačne čvrstoće 35.2 MPa. Zid je armiran armaturnim šipkama od ϕ 8 mm u vertikalnom i ϕ 6 mm u horizontalnom smjeru. Za vilice se koristila armatura od ϕ 4 mm. Karakteristike čelika preuzete su iz literature [L1] i prikazane su u tablici 4.18.

Tablica 4.18 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

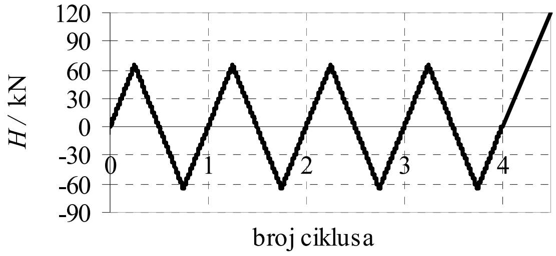
Tip šipke	f_y (MPa)	f_u (MPa)
ϕ 8 mm (vertikalna)	470	565
ϕ 6 mm (horizontalna)	520	610
ϕ 4 mm (vilice)	420	490



Crtež 4.61 Diskretizacija sustava

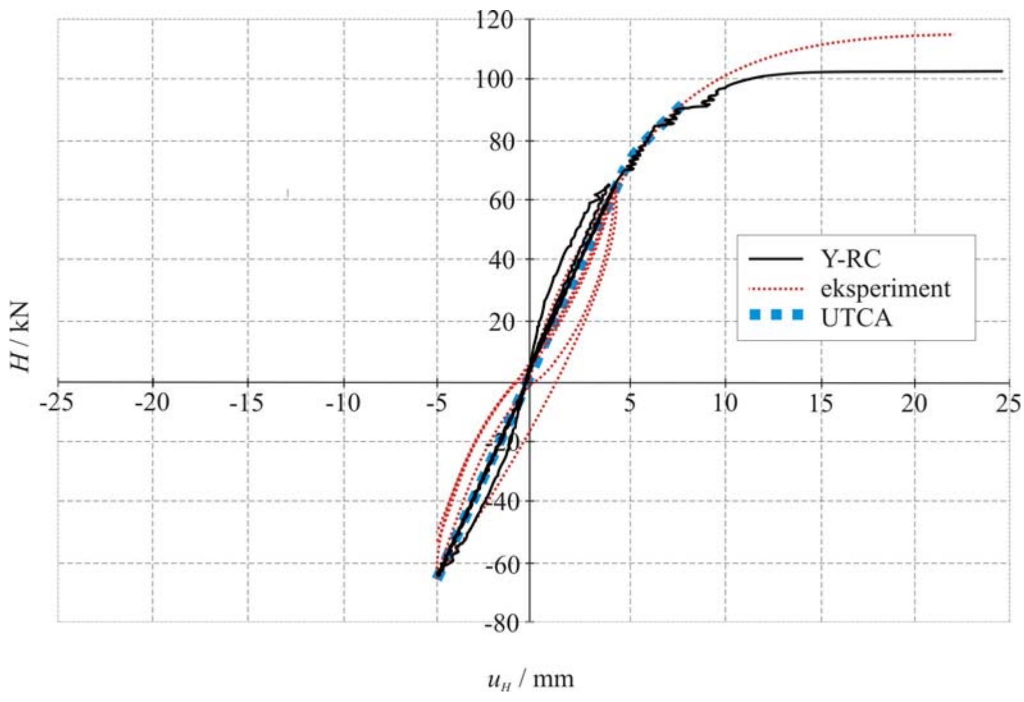
Beton je diskretiziran s 986 trokutnih elemenata, vertikalne armaturne šipke s 56 a horizontalne armaturne šipke s 28 dvočvornih elemenata. Diskretizacija sustava prikazana je na crtežu 4.61.

Zid je izložen cikličkom opterećenju prema shemi prikazanoj na crtežu 4.62. Nakon četvrtog ciklusa izložen je djelovanju monotono rastućeg opterećenja do sloma.



Crtež 4.62 Shematski prikaz cikličkog opterećenja horizontalnom silom [S4]

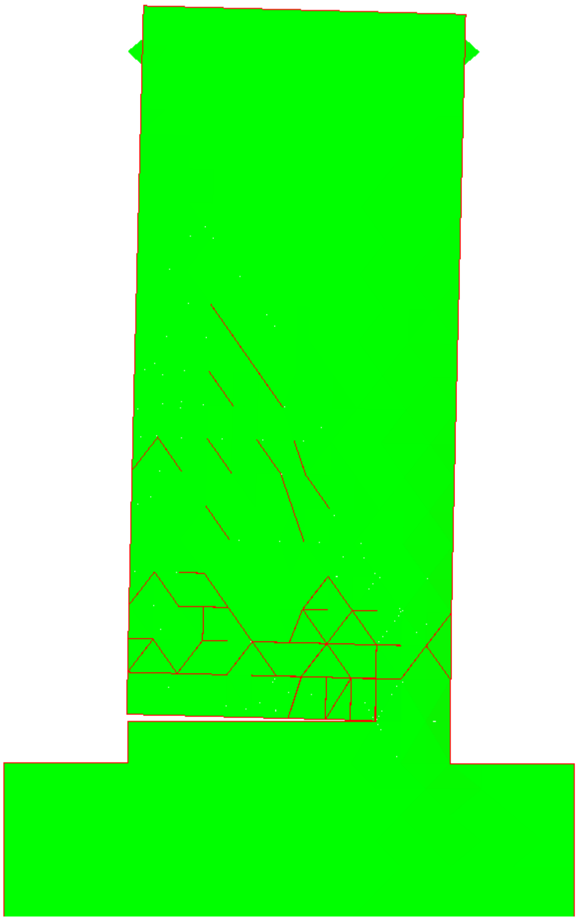
U literaturi [S4] su prikazani rezultati dobiveni pokusom i numeričkim programom UTCA. UTCA je numerički program za analizu armirano-betonskih konstrukcija zasnovan na metodi 3D konačnih elemenata. Praćen je horizontalni pomak vrha zida u_H uslijed horizontalnog cikličkog opterećenja H. Rezultati ovih analiza te usporedbe s rezultatima dobivenim Y-RC programom prikazani su dijagramom na crtežu 4.63.



Crtež 4.63 Dijagram pomaka vrha zida uslijed statičkog cikličkog opterećenja

Na crtežu se može vidjeti dobro slaganje rezultata do kraja četvrtog ciklusa opterećivanja dobivenih FEM/DEM analizom u usporedbi s eksperimentalnim rezultatima. Konačno slomno opterećenje dobiveno Y-RC programom je 103 kN, dok je eksperimentom ostvareno 115 kN, a programom UTCA 96 kN. Opterećenje u trenutku potpunog sloma dobiveno FEM/DEM analizom u usporedbi s rezultatom programa UTCA bliže je slomnom opterećenju dobivenom eksperimentom.

Na crtežu 4.64 prikazane su pukotine na zidu za konačni slom sustava.



Crtež 4.64 Stanje pukotina za slomno opterećenje

5. PRIMJENA RAZVIJENOG MODELA U ANALIZI ARMIRANO-BETONSKIH KONSTRUKCIJA

U ovom poglavlju prikazana je primjena razvijenog numeričkog modela u analizi ponašanja armirano-betonskih konstrukcija.

U prvom primjeru analizirani su čvorovi armirano-betonskog okvira izloženi monotono rastućem i cikličkom opterećenju za različite slučajeve armiranja.

U drugom primjeru analizirani su armirano-betonski zidovi izloženi seizmičkom opterećenju.

5.1 ANALIZA ČVOROVA ARMIRANO-BETONSKIH OKVIRA

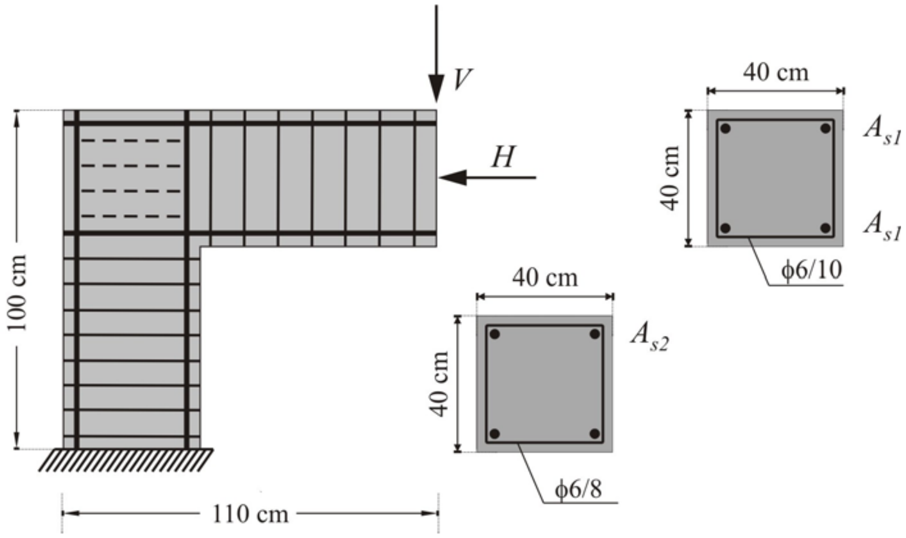
Analiza čvorova armirano-betonskih okvira je provedena za krajnji i srednji čvor za monotono rastuće i cikličko opterećenje.

5.1.1 Krajnji čvor okvira izložen monotono rastućem opterećenju

U ovom primjeru je analiziran krajnji čvor okvira. Geometrija i način armiranja stupa i grede prikazani su na crtežu 5.1. Karakteristike materijala su prikazane u tablici 5.1.

Čvor je armiran na četiri načina te je izložen monotono rastućem vertikalnom i horizontalnom opterećenju iste vrijednosti.

Analiziran je nastanak i širenje pukotina u čvoru te omjer vertikalnog pomaka u trenutku loma u_{Vl} i vertikalnog pomaka u trenutku pojave prve pukotine u_{Vp} za pojedini slučaj armiranja.

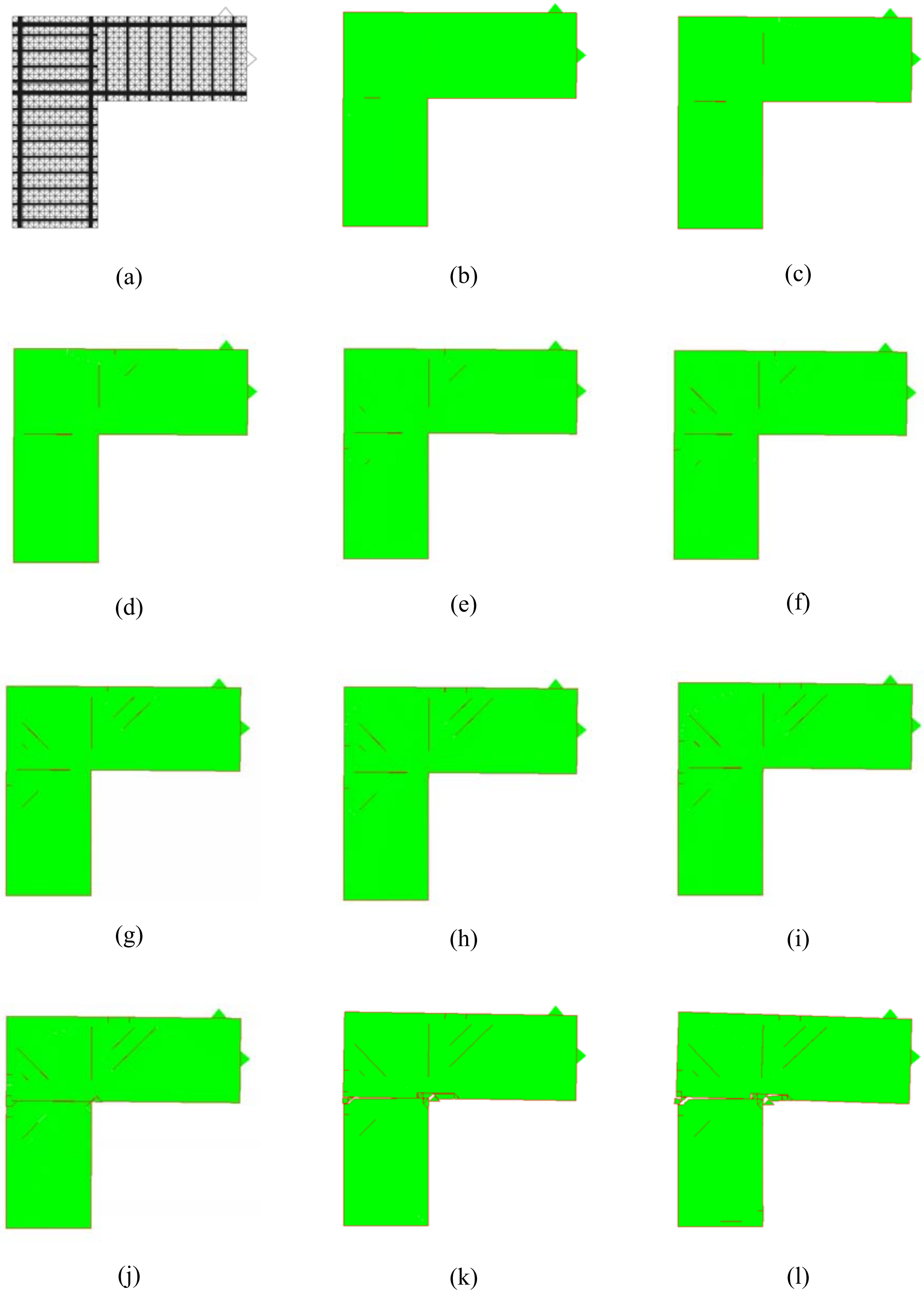


Crtež 5.1 Geometrija i način armiranja krajnjeg čvora okvira

Tablica 5.1 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

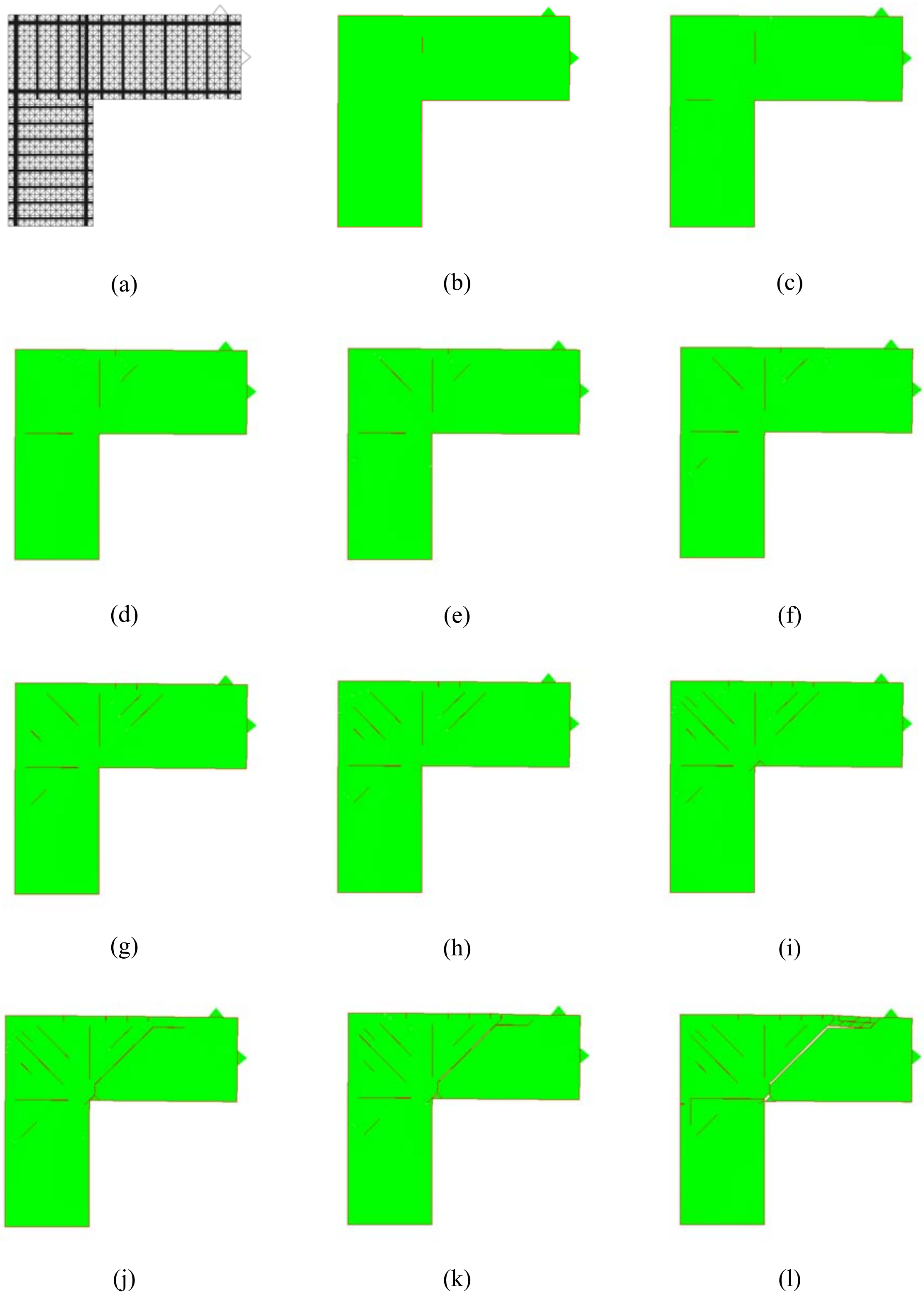
Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	29730	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	210 000
Poissonov koeficijent, v	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	400
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	3.15	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	500
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	30.0	Površina pop. presjeka, A_{s1} (m^2)	0.00026
Energija loma, G_f (N/m)	100	Površina pop. presjeka, A_{s2} (m^2)	0.000452

Armiranje horizontalnim vilicama u čvoru (I. tip armiranja)



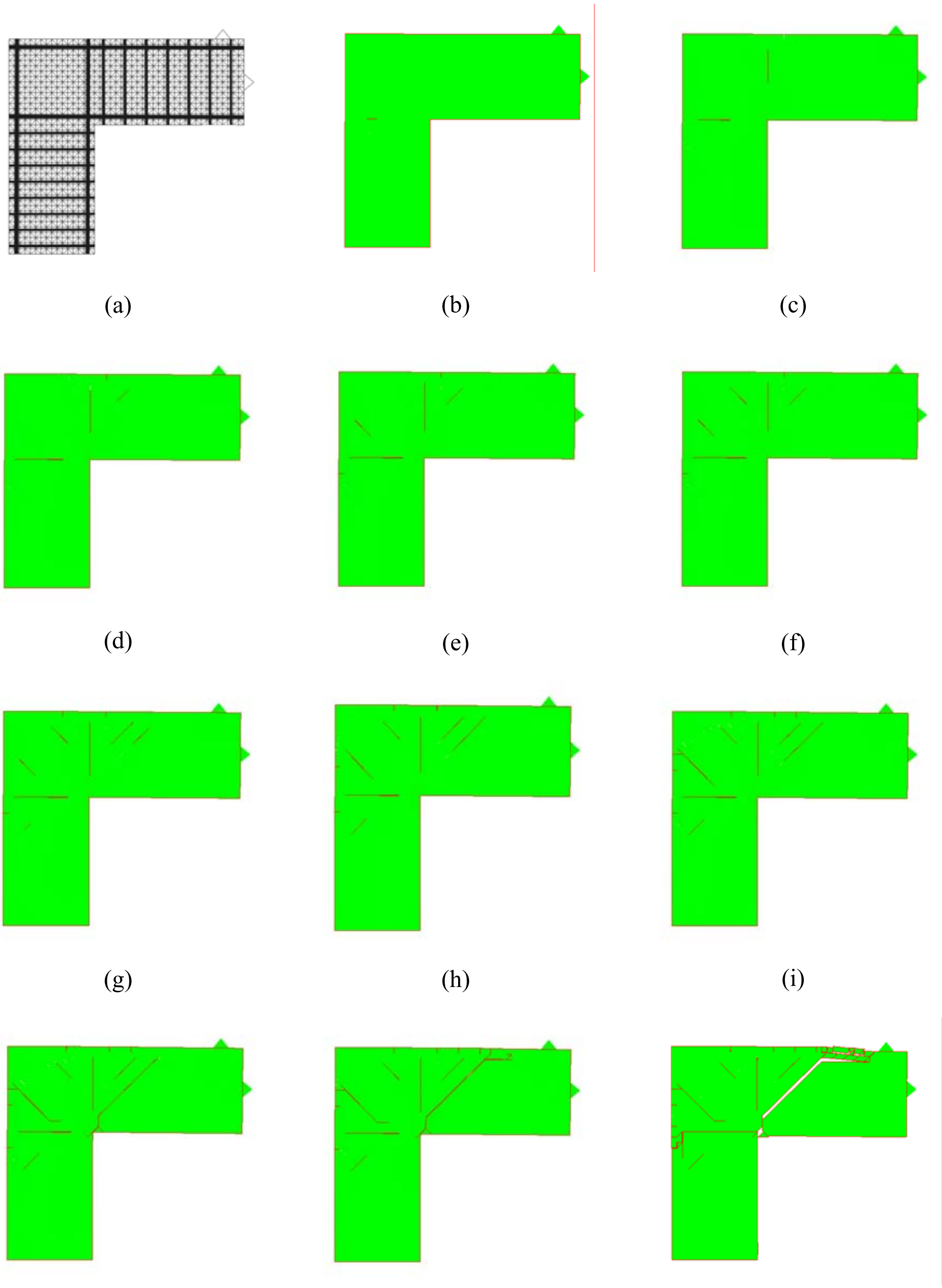
Crtež 5.2 Čvor armiran horizontalnim vilicama: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedina opterećenja (b) V=H=185.0 kN, (c) V=H=195.5 kN, (d) V=H=223.4 kN, (e) V=H=244.0 kN, (f) V=H=244.4 kN, (g) V=H=247,8 kN, (h) V=H=251,3 kN, (i) V=H=254,8 kN, (j) V=H=264.9 kN, (k) V=H=268.2 kN (slom), (l) nakon sloma

Armiranje vertikalnim vilicama u čvoru (II. tip armiranja)



Crtež 5.3 Čvor armiran vertikalnim vilicama: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedina opterećenja (b) V=H=186.7 kN, (c) V=H=195.5 kN, (d) V=H=226.9 kN, (e) V=H=233.8 kN, (f) V=H=237.4 kN, (g) V=H=244.3 kN, (h) V=H=265.3 kN, (i) V=H=268.8 kN, (j) V=H=270.7 kN, (k) V=H=272.2 kN (slom), (l) nakon sloma

Armiranje bez vilica u čvoru (III. tip armiranja)



(a) (b) (c)

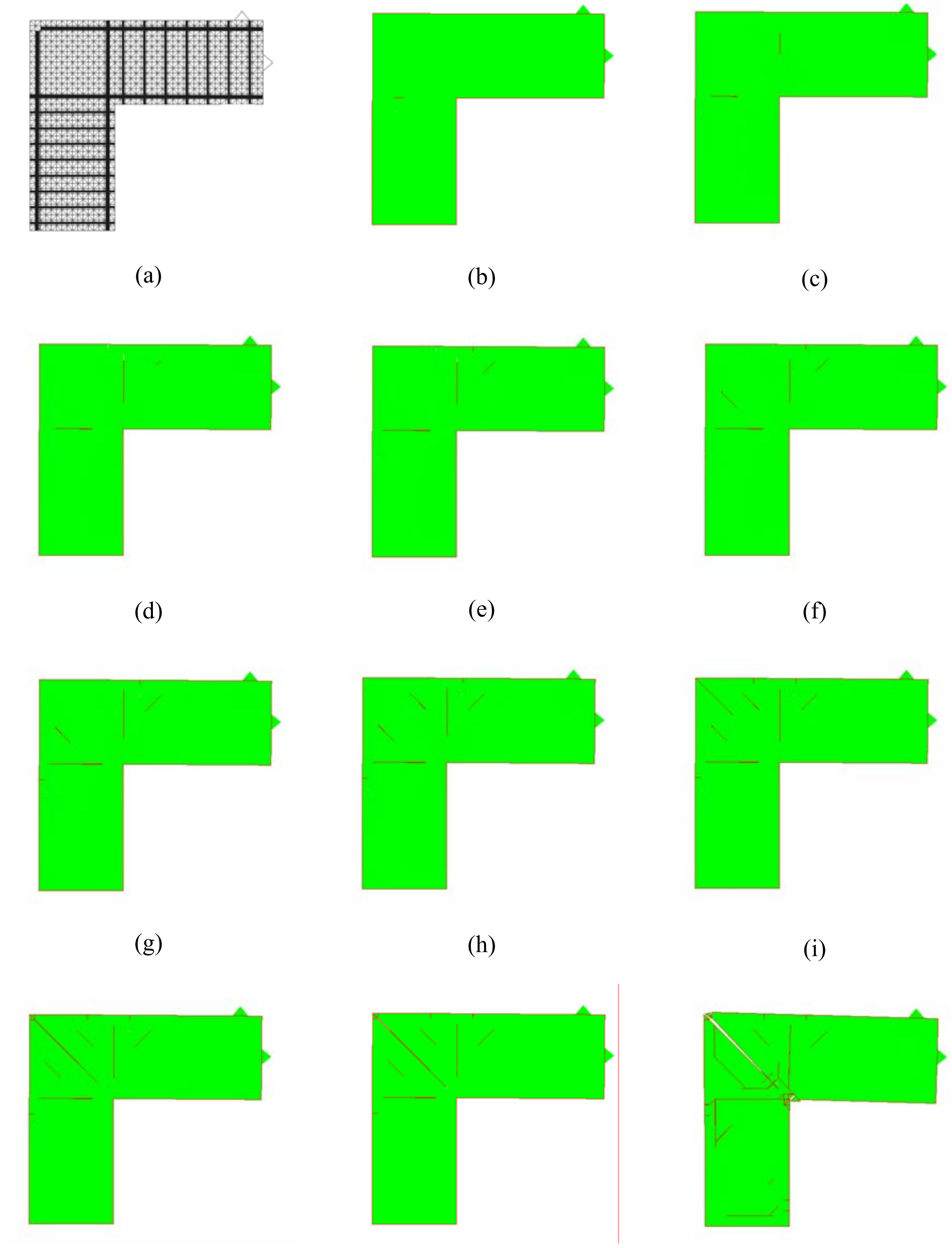
(d) (e) (f)

(g) (h) (i)

(j) (k) (l)

Crtež 5.4 Čvor bez vilica: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedina opterećenja (b) V=H=183.2 kN, (c) V=H=192.0 kN, (d) V=H=219.9 kN, (e) V=H=233.9 kN, (f) V=H=240.85 kN, (g) V=H=244.4 kN, (h) V=H=251.3 kN, (i) V=H=258.3 kN, (j) V=H=261.7 kN, (k) V=H=263.9 kN (slom), (l) nakon sloma

Armiranje s nepovezanom armaturom stupa i grede (IV. tip armiranja)



(a) (b) (c)

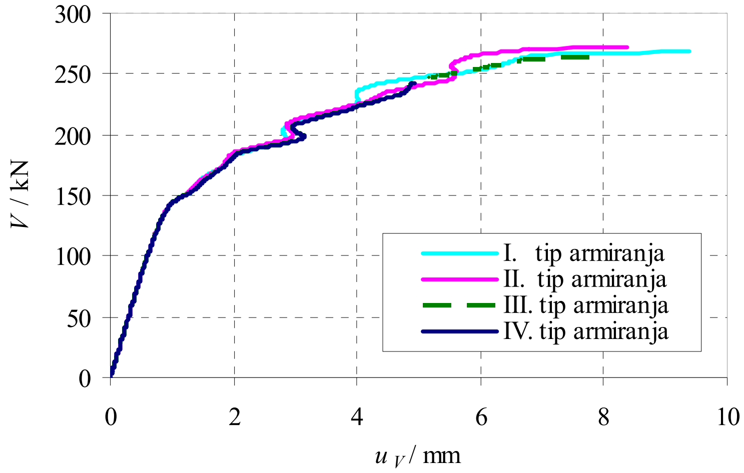
(d) (e) (f)

(g) (h) (i)

(j) (k) (l)

Crtež 5.5 Čvor armiran nepovezanom armaturom stupa i grede; (a) diskretizacija čvora, pukotine za pojedina opterećenja (b) V=H=183.2 kN, (c) V=H=188.4 kN, (d) V=H=217.1 kN, (e) V=H=219.9 kN, (f) V=H=225.1 kN, (g) V=H=233.9 kN, (h) V=H=240.9 kN, (i) V=H=241.2 kN, (j) V=H=241.5 kN, (k) V=H=241.8 kN (slom), (l) nakon sloma

Na dijagramu prikazanom na 5.6 crtežu prikazana je veza vertikalna sila – vertikalni pomak za sva četiri tipa armiranja.



Crtež 5.6 Veza $V - u_V$ za pojedini tip armiranja

U tablici 5.2 je prikazan omjer vertikalnog pomaka u trenutku loma u_{Vl} i vertikalnog pomaka u trenutku pojave prve pukotine u_{Vp} za pojedini tip armiranja.

Tablica 5.2 Omjer u_{Vl} / u_{Vp} za pojedini tip armiranja

Tip armiranja	u_{Vl} / u_{Vp}
I. tip armiranja	18.80
II. tip armiranja	16.74
III. tip armiranja	16.00
IV. tip armiranja	9.80

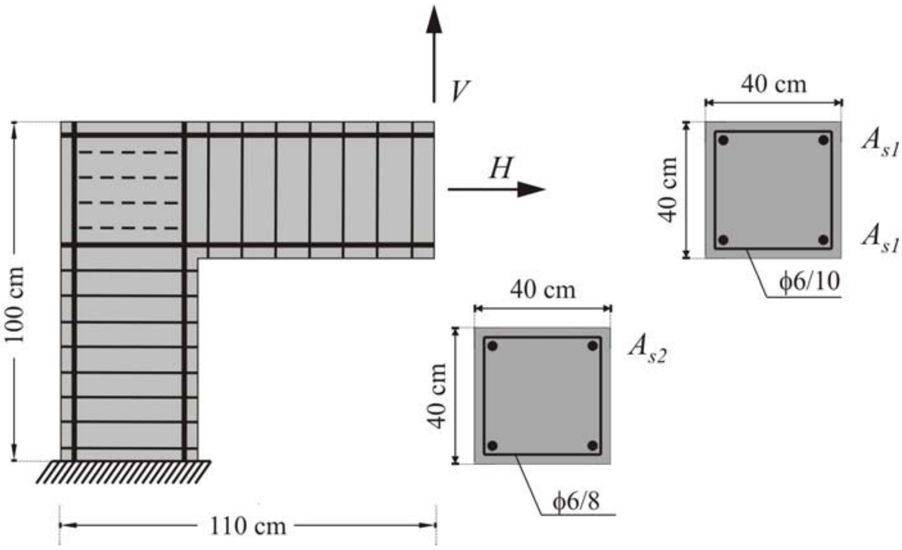
Može se uočiti da je najveći horizontalni pomak ostvaren za slučaj kada su u čvoru horizontalne vilice. Za slučaj kada je armatura stupa i grede nepovezana pomak je najmanji.

Najveća nosivost ostvarena je za slučaj kada su vertikalne vilice u čvoru. Tada se lom ostvaruje u gredi. Za horizontalne vilice u čvoru nosivost je 1.5 % manja i nastaju dominantne pukotine na vrhu stupa. Kada čvor nije armiran vilicama nosivost je manja za 3 %, dominantne pukotine nastaju i u gredi i u čvoru, dok do konačnog sloma dolazi u gredi. Za nepovezanu armaturu stupa i grede nosivost je manja 11.1 % i dominante pukotine se šire kroz čvor.

Iz ovoga se može zaključiti da ukoliko je prilikom projektiranja konstrukcija cilj da otkazivanje nosivosti nastane u gredi prije nego u stupu najpovoljniji je slučaj s vertikalnim vilicama u čvoru. Horizontalne vilice u čvoru osiguravaju najmanju popucalost čvora.

5.1.2 Krajnji čvor okvira izložen cikličkom opterećenju

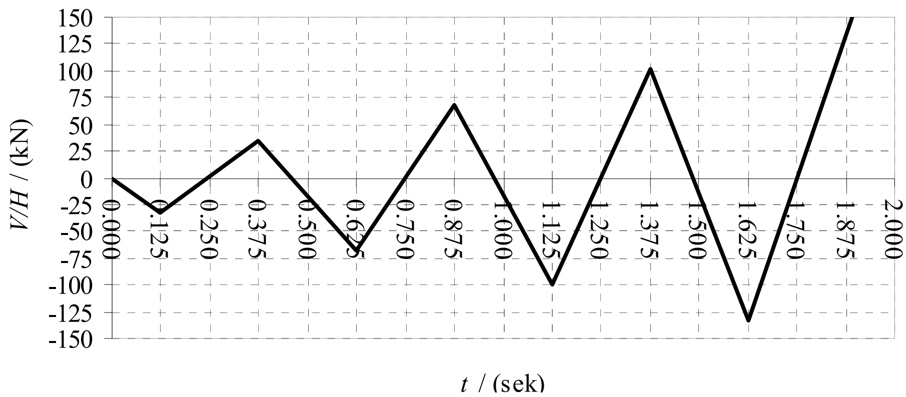
U ovom primjeru analiziran je krajnji čvor okvira opterećen horizontalnim i vertikalnim cikličkim opterećenjem. Funkcija opterećivanja čvora horizontalnom i vertikalnom silom istog intenziteta prikazana je na crtežu 5.8.



Crtež 5.7 Geometrija i način armiranja krajnjeg čvora okvira

Način armiranja stupa i grede prikazan je na crtežu 5.7. Usvojene karakteristike materijala su prikazane u tablici 5.1.

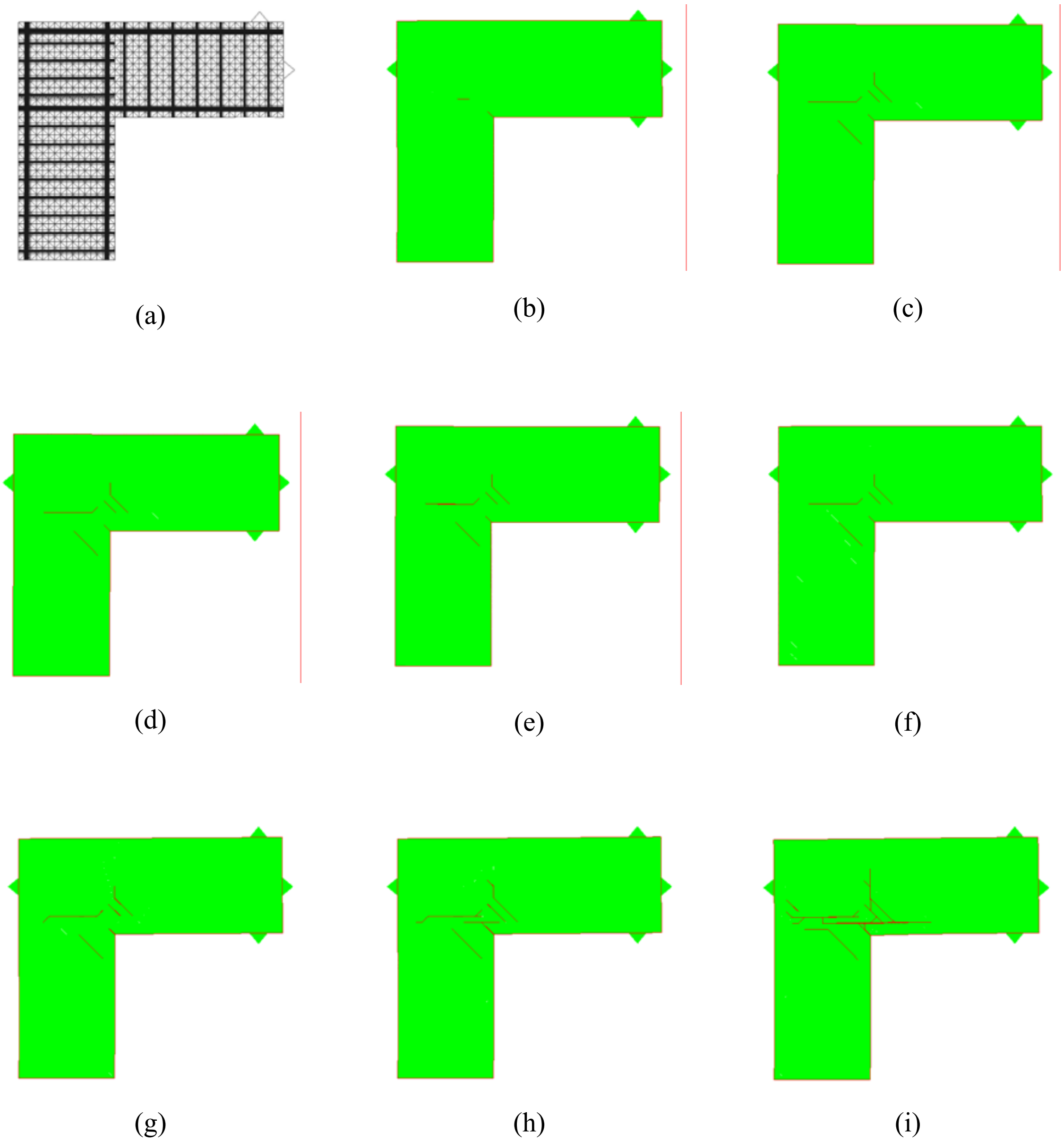
Čvor je armiran na četiri načina, te je analizirano širenje pukotina u čvoru i omjer vertikalnog pomaka u trenutku loma u_{Vl} i vertikalnog pomaka u trenutku pojave prve pukotine u_{Vp} za pojedini slučaj armiranja.



Crtež 5.8 Cikličko opterećenje krajnjeg čvora okvira u funkciji vremena

Na crtežima 5.9, 5.10, 5.11 i 5.12 prikazan je razvoj pukotina u vremenu ovisno o primijenjenom cikličkom opterećenju.

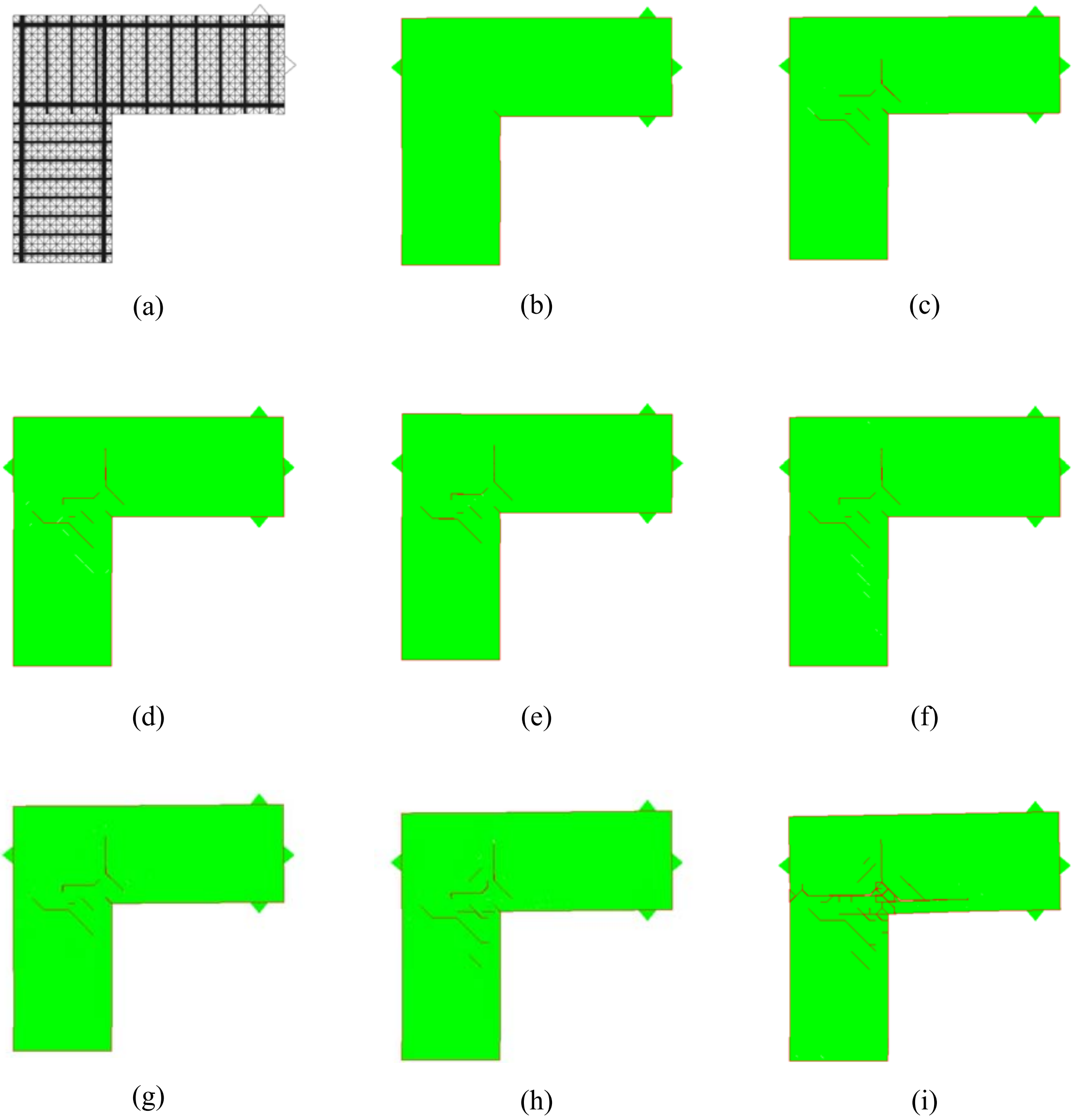
Armiranje horizontalnim vilicama u čvoru (I. tip armiranja)



Crtež 5.9 Čvor armiran horizontalnim vilicama: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedinu fazu opterećenja (b) t=1.345 sek, (c) t=1.375 sek, (d) t=1.500 sek, (e) t=1.625sek, (f) t=1.760 sek, (g) t=1.850 sek, (h) t=1.855 sek, (i) t= 1.860 sek

Za čvor armiran horizontalnim vilicama (I. tip armiranja) prva pukotina nastaje u trećem ciklusu opterećenja za iznos sile 75.7 kN. U trenutku sloma, kada je došlo do otkazivanja betona ostvarena je sila V=116.5 kN i maksimalni vertikalni pomak u_V=10.77 mm.

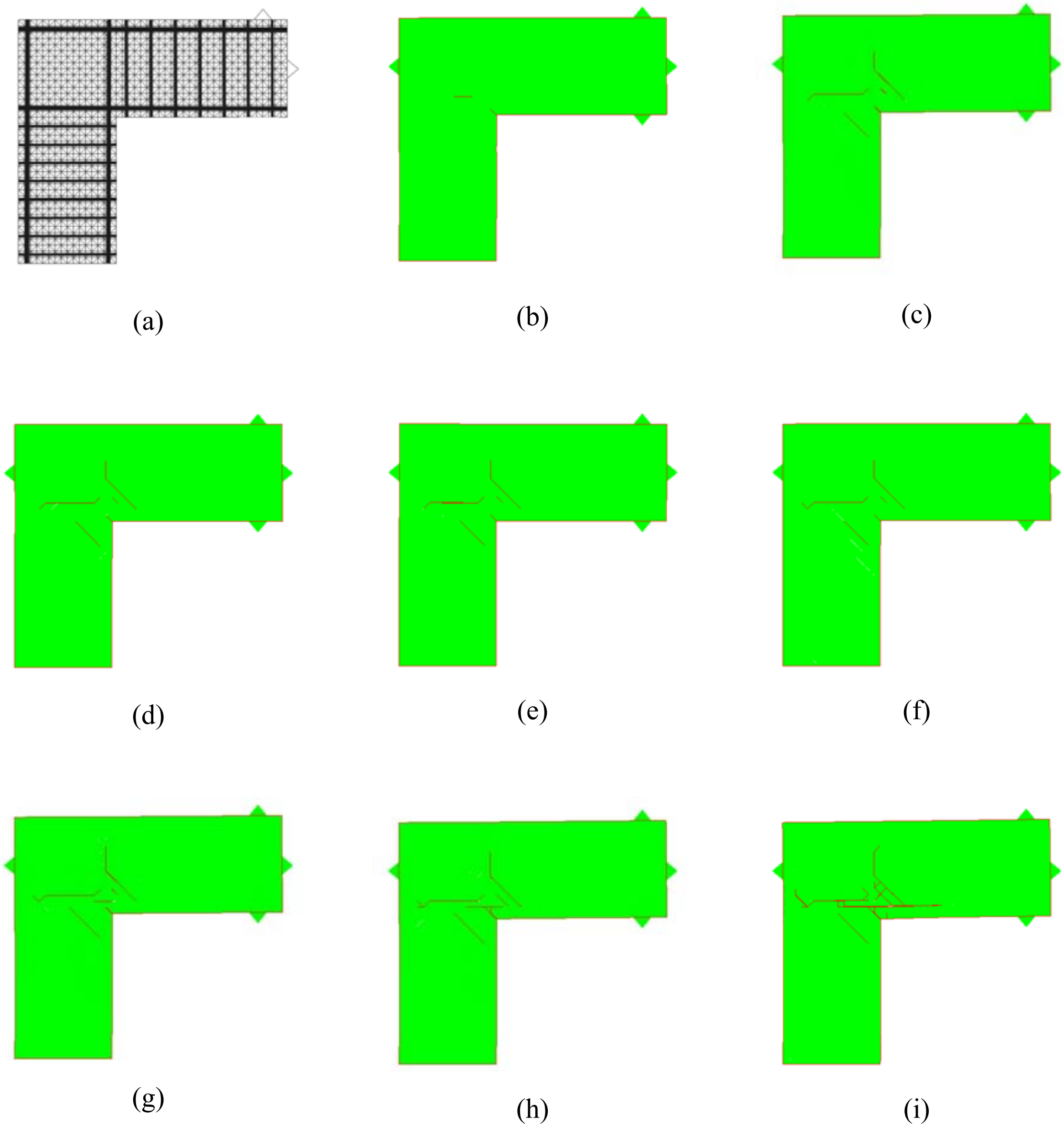
Armiranje vertikalnim vilicama u čvoru (II. tip armiranja)



Crtež 5.10 Čvor armiran horizontalnim vilicama: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedinu fazu opterećenja (b) t=1.345 sek, (c) t=1.375 sek, (d) t=1.500 sek, (e) t=1.625 sek, (f) t=1.760 sek, (g) t=1.850 sek, (h) t=1.860 sek, (i) t=1.870 sek

Za čvor armiran vertikalnim vilicama (II. tip armiranja) prva pukotina također nastaje u trećem ciklusu opterećenja za iznos sile 75.7 kN. U trenutku otkazivanja betona, slomna sila za ovaj slučaj je V=127.3 kN i ostvaren je maksimalni vertikalni pomak u_V=15.5 mm.

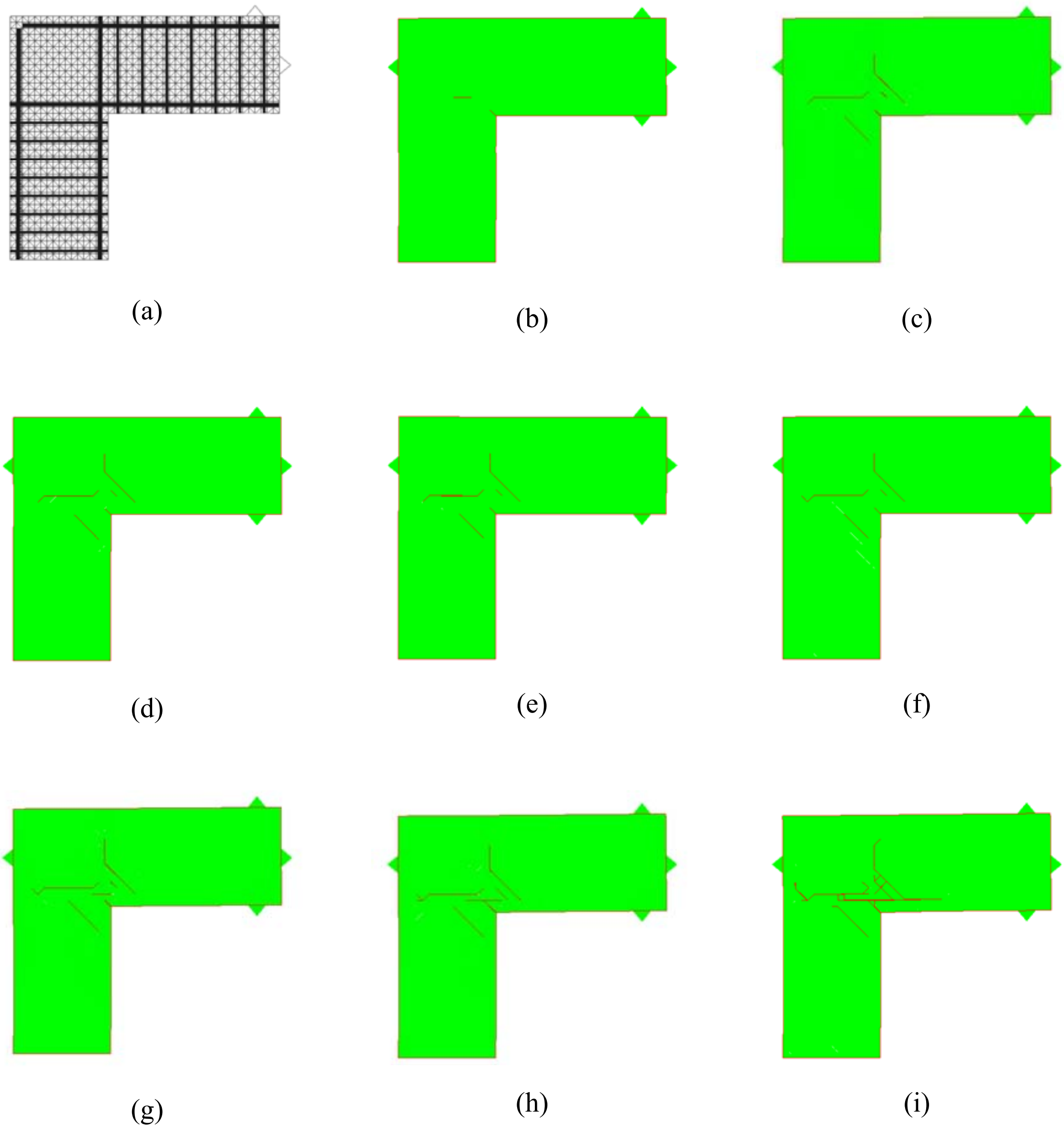
Armiranje bez vilica u čvoru (III. tip armiranja)



Crtež 5.11 Čvor bez vilica: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedinu fazu opterećenja (b) t=1.345 sek, (c) t=1.375 sek, (d) t=1.500 sek, (e) t=1.625 sek, (f) t=1.760 sek, (g) t=1.850 sek, (h) t=1.855 sek, (i) t=1.858 sek

Za čvor u kojem nema vilica (III. tip armiranja) prva pukotina nastaje u istom trenutku kao i za dva prethodna tipa armiranja. Sila u trenutku otkazivanja betona je V=113.9 kN i ostvaren je vertikalni pomak u_V=9.99 mm.

Armiranje sa nepovezanom armaturom stupa i grede (IV. tip armiranja)

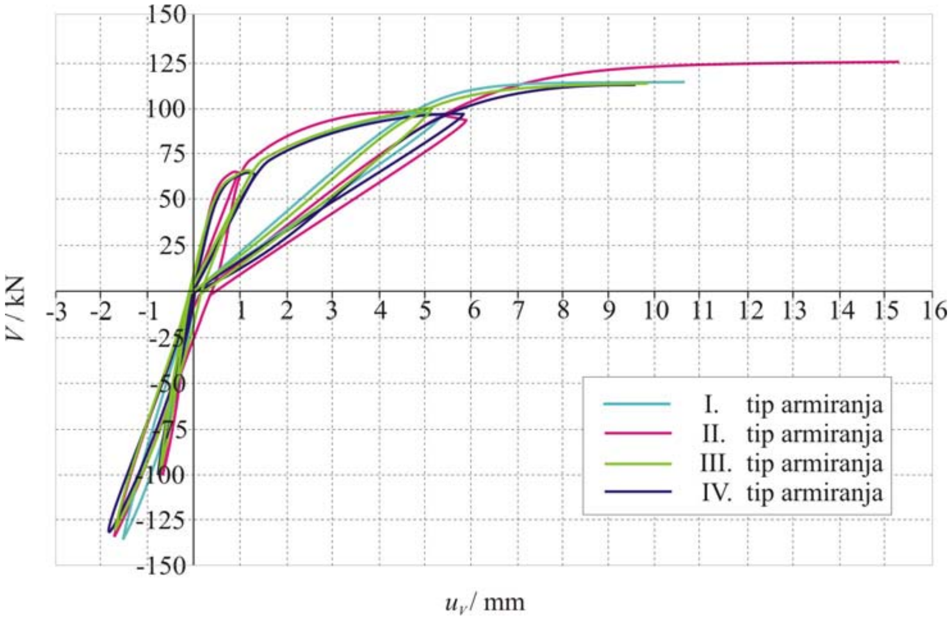


Crtež 5.12 Čvor armiran nepovezanom armaturom stupa i grede: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedinu fazu opterećenja (b) t=1.345 sek, (c) t=1.375 sek, (d) t=1.500 sek, (e) t=1.625 sek, (f) t=1.760 sek, (g) t=1.850 sek, (h) t=1.855 sek, (i) t=1.857 sek

Za slučaj armiranja s nepovezanom armaturom stupa i grede (IV. tip armiranja), u trenutku otkazivanja betona ostvarena je sila V=113.7 kN i vertikalni pomak u_V=8.66 mm. Može se uočiti da za sva četiri slučaja armiranja prva pukotina nastaje u istom trenutku.

Širenje pukotina u čvoru je za sve slučajeve do kraja zadnjeg ciklusa vrlo slično. Najveće odstupanje je izraženo za II. tip armiranja koji ima najveću nosivost i za koji je ostvaren najveći vertikalni pomak. Nosivost I. tipa armiranja je 8.5 % manja, III. tipa armiranja 10.5 % manja i IV. tipa armiranja 10.7 % manja u odnosu na II. tip armiranja.

Na crtežu 5.13 prikazano je cikličko ponašanje za sva četiri tipa armiranja.



Crtež 5.13 Veza $V - u_V$ za pojedine tipove armiranja

U tablici 5.3 prikazan je omjer vertikalnog pomaka u trenutku loma u_{Vl} i vertikalnog pomaka u trenutku pojave prve pukotine u_{Vp}.

Tablica 5.3 Omjer u_{vl} / u_{vp} za pojedini tip armiranja krajnjeg čvora okvira

Tip armiranja	u_{Vl} / u_{Vp}
I. tip armiranja	21.53
II. tip armiranja	31.01
III. tip armiranja	19.99
IV. tip armiranja	17.32

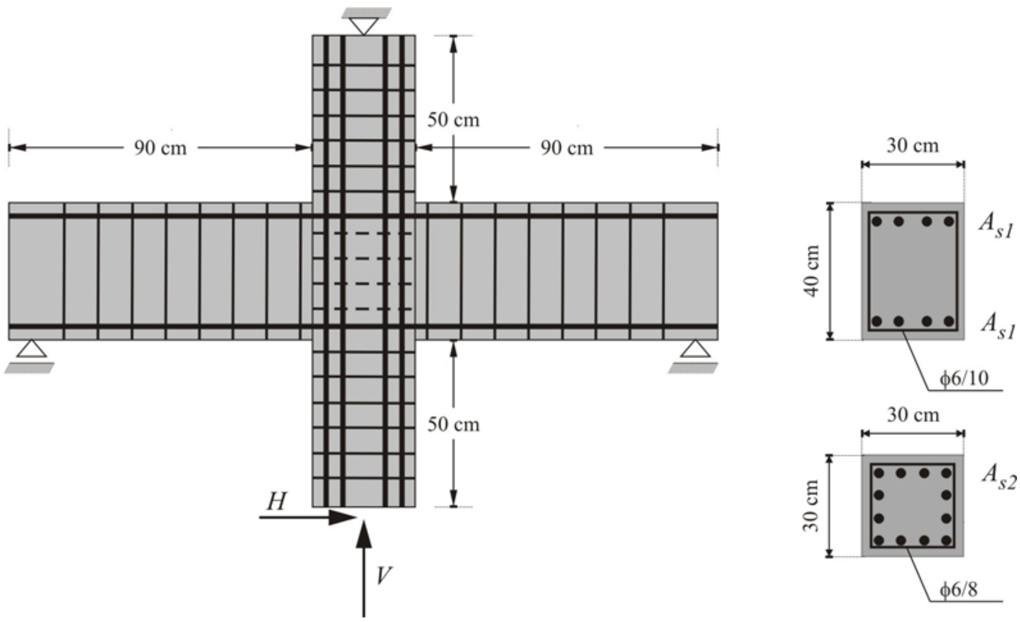
Iz ove analize se može uočiti da je najduktilniji čvor armiran vertikalnim vilicama u čvoru (II. tip armiranja).

5.1.3 Srednji čvor okvira izložen monotono rastućem opterećenju

U ovom primjeru analiziran je srednji čvor okvira opterećen horizontalnom i vertikalnom silom kao što je prikazano na crtežu. Geometrija i način armiranja stupa i grede prikazan je na crtežu 5.14.

Čvor je armiran na tri načina te je izložen monotono rastućem horizontalnom opterećenju i konstantnoj vertikalnoj sili iznosa V=700 kN.

Analiziran je nastanak i širenje pukotina u čvoru te omjer horizontalnog pomaka u trenutku loma u_{Hl} i horizontalnog pomaka u trenutku pojave prve pukotine u_{Hp} za pojedini slučaj armiranja.



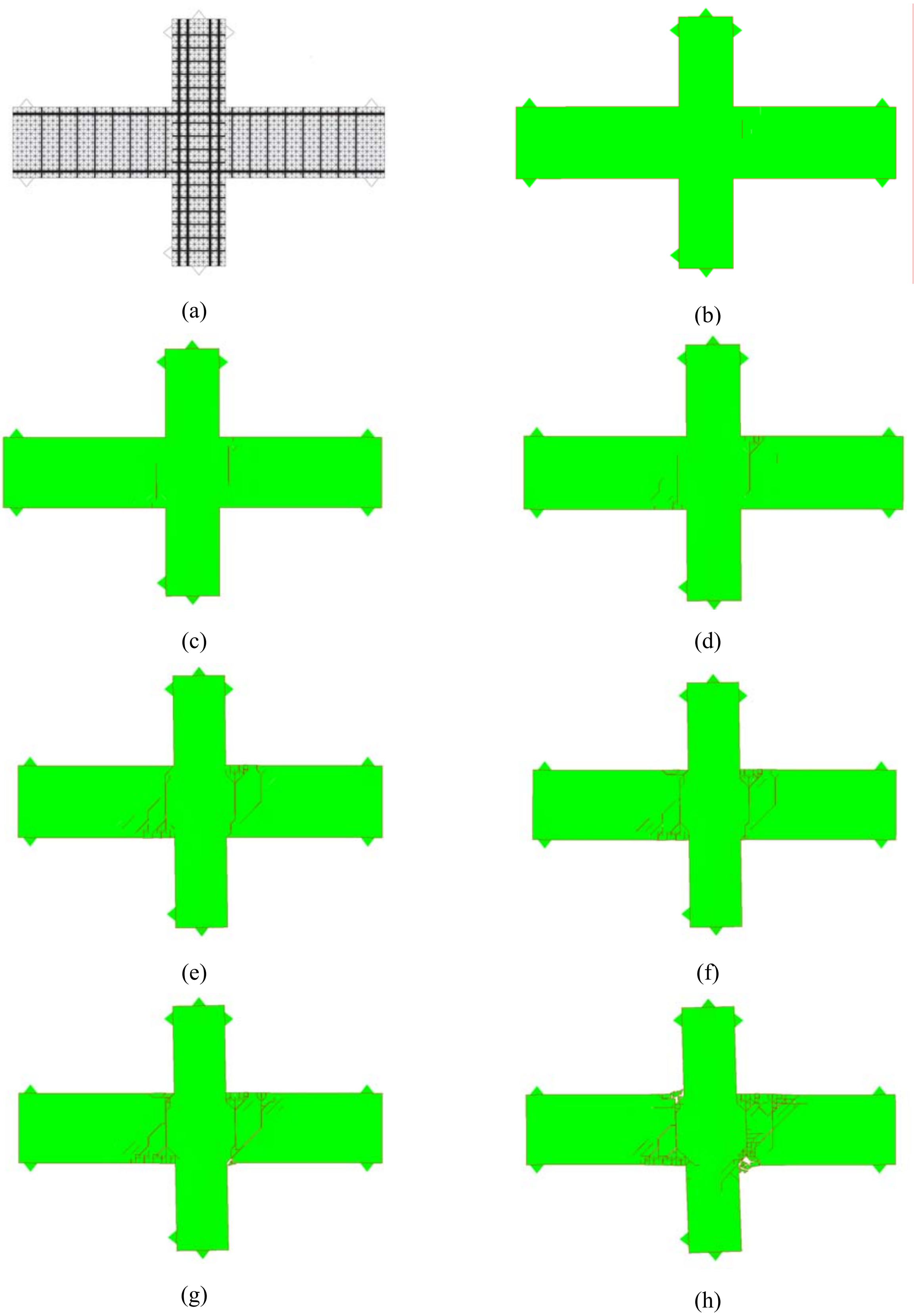
Crtež 5.14 Geometrija i način armiranja srednjeg čvora armirano-betonskog okvira

Karakteristike materijala su prikazane u tablici 5.4.

Tablica 5.4 Karakteristike materijala kao ulazni parametri

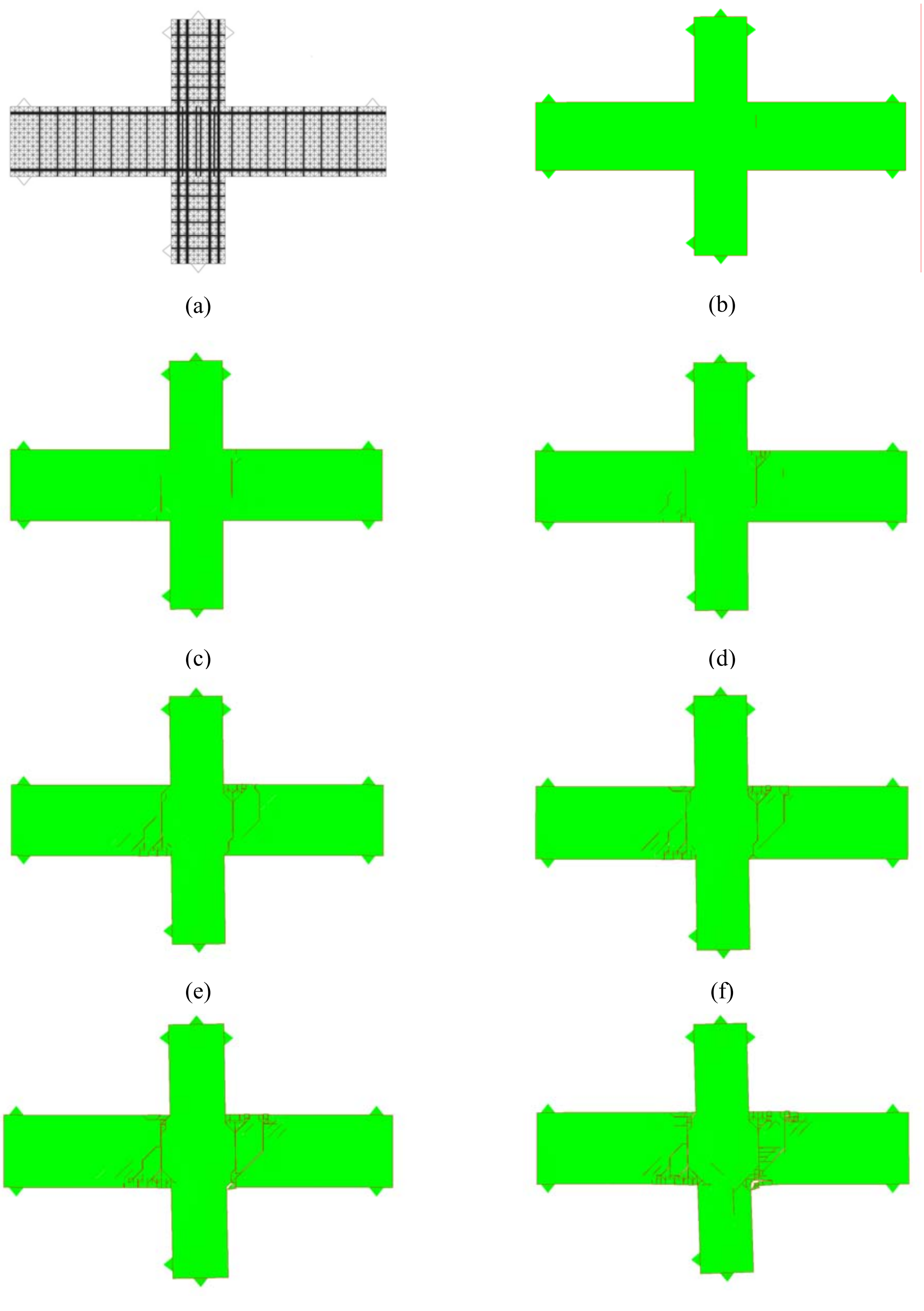
Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	29730	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	210 000
Poissonov koeficijent, ν	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	400
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	3.15	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	500
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	30.0	Površina pop. presjeka, A_{s1} (m2)	0.000452
Energija loma, G_f (N/m)	100	Površina pop. presjeka, A_{s2} (m2)	0.001357

Armiranje horizontalnim vilicama u čvoru (I. tip armiranja)



Crtež 5.15 Čvor armiran horizontalnim vilicama: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedina opterećenja (b) H=100.1 kN, (c) H=144.7 kN, (d) H=167.0 kN, (e) H=192.9 kN, (f) H=196.5 kN, (g) H=203.9 kN, (h) H=216.8 kN

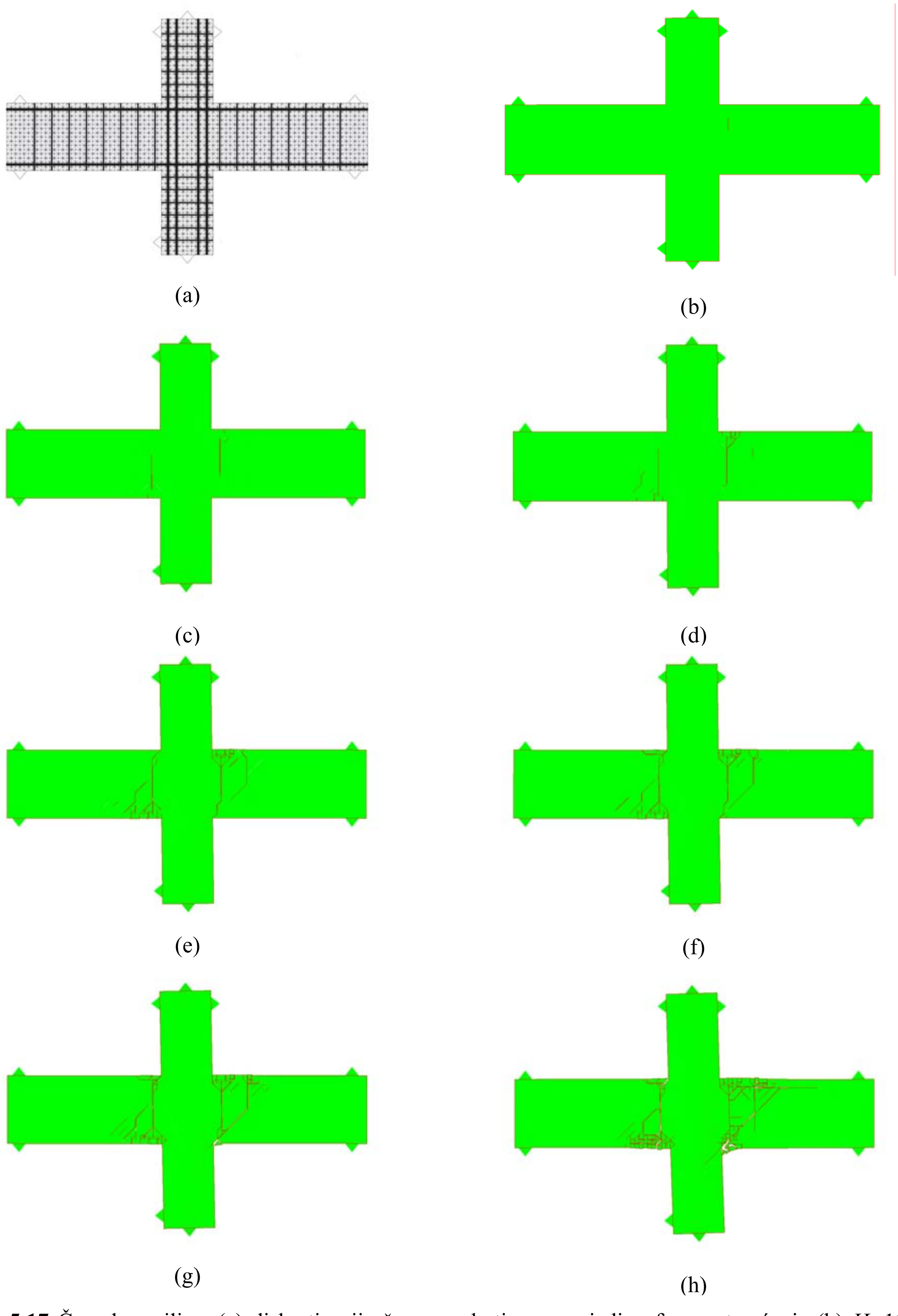
Armiranje vertikalnim vilicama u čvoru (II. tip armiranja)



(a) (b) (c) (d) (e) (f) (g) (h)

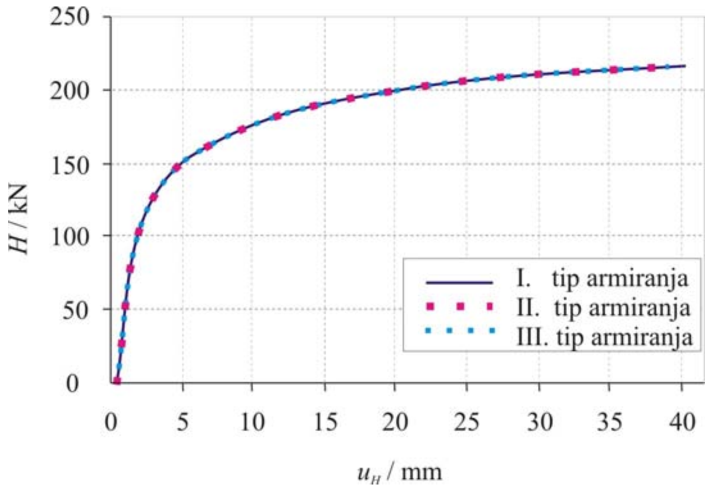
Crtež 5.16 Čvor armiran vertikalnim vilicama: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedina opterećenja (b) H=100.1 kN, (c) H=144.7 kN, (d) H=167.0 kN, (e) H=192.9 kN, (f) H=196.5 kN, (g) H=203.9 kN, (h) H=215.13 kN

Armiranje bez vilica u čvoru (III. tip armiranja)



Crtež 5.17 Čvor bez vilica: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedinu fazu opterećenja (b) H=100.1 kN, (c) H=144.7 kN, (d) H=167.0 kN, (e) H=192.9 kN, (f) H=196.5 kN, (g) H=203.9 kN, (h) H=216.4 kN

Na dijagramu prikazanom na crtežu 5.18 prikazana je veza horizontalna sila – horizontalni pomak za sva tri tipa armiranja.



Crtež 5.18 Veza $H - u_H$ za pojedini tip armiranja

U tablici 5.5 prikazan je omjer horizontalnog pomaka u trenutku loma u_{Hl} i horizontalnog pomaka u trenutku pojave prve pukotine u_{Hp}.

Tablica 5.5 Omjer u_{Hl} / u_{Hp} za pojedini tip armiranja

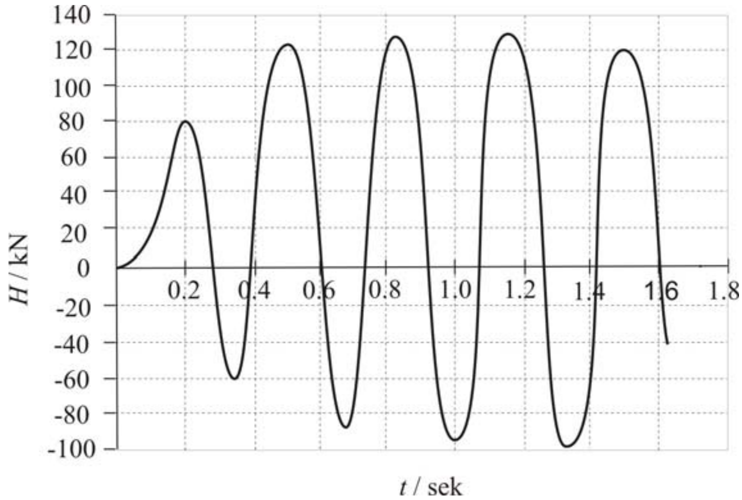
Tip armiranja	u_{Hl} / u_{Hp}
I. tip armiranja	42.10
II. tip armiranja	39.94
III. tip armiranja	41.10

Iz analize pojave i razvoja pukotina može se uočiti da je nosivost srednjeg čvora za sva tri tipa armiranja podjednaka. Nosivost se razlikuje svega 1.0 %. Također se može uočiti da se za sva tri slučaja pukotine šire kroz gredu što je povoljno za konstrukciju. Najveća duktilnost je ostvarena za slučaj horizontalnih vilica u čvoru pa možemo zaključiti da je za ovaj slučaj opterećenja to najpovoljniji način armiranja za srednji čvor armirano-betonskog okvira.

5.1.4 Srednji čvor okvira izložen cikličkom opterećenju

U ovom primjeru analiziran je srednji čvor armirano-betonskog okvira prikazan na crtežu 5.14. Način armiranja stupa i grede prikazan je na crtežu 5.14, a usvojene karakteristike materijala su prikazane u tablici 5.4.

Čvor je armiran na tri načina, različitim položajem vilica u čvoru. Izložen je djelovanju konstantne vertikalne sile V iznosa 700 kN, te cikličkom horizontalnom opterećenju. Funkcija opterećenja ovisna o vremenu prikazana je na crtežu 5.19.

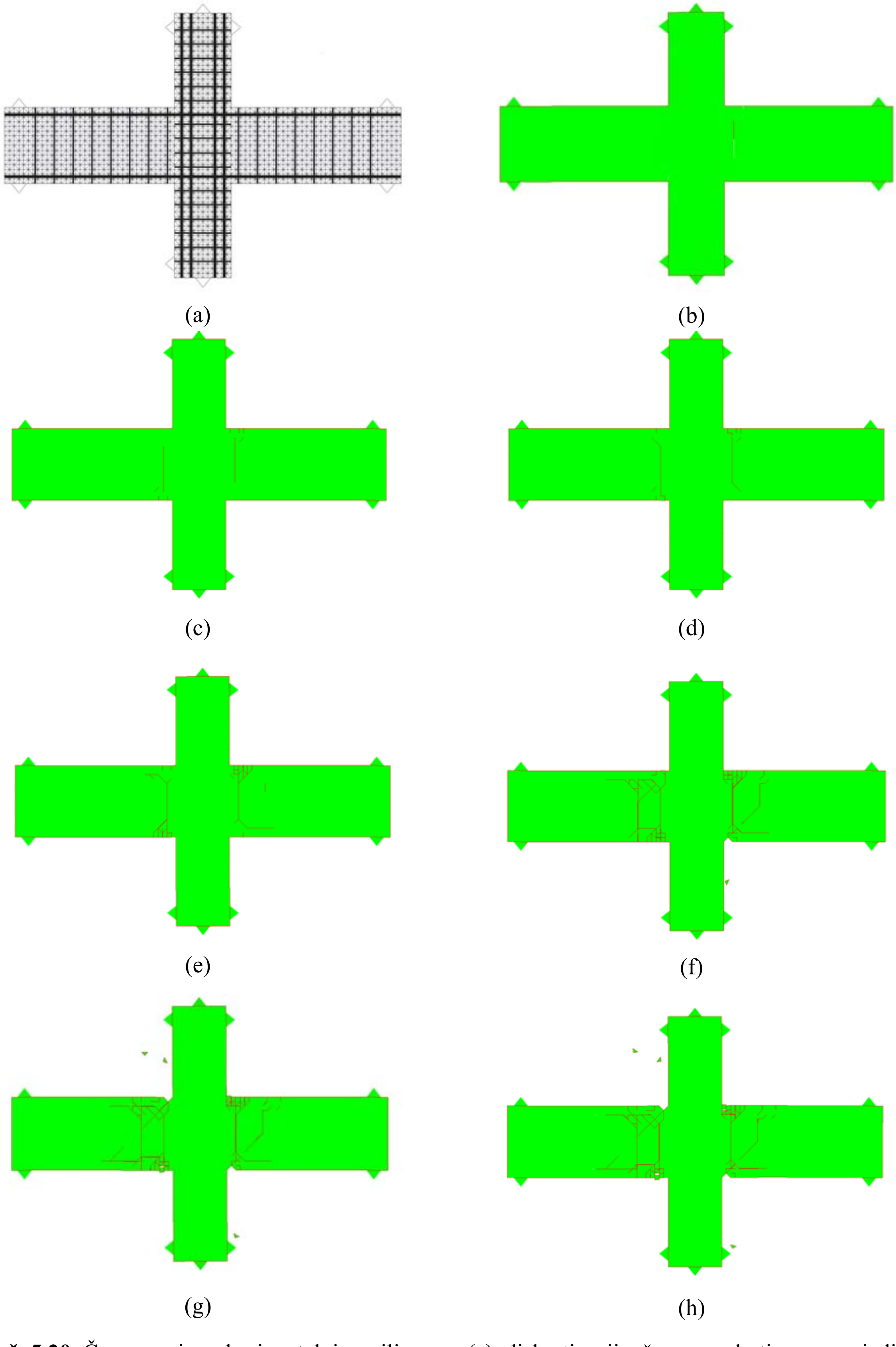


Crtež 5.19 Cikličko opterećenje za srednji čvor okvira u funkciji vremena

Analiziran je nastanak i širenje pukotina u čvoru te omjer horizontalnog pomaka u trenutku loma u_{Hl} i horizontalnog pomaka u trenutku pojave prve pukotine u_{Hp} za pojedini slučaj armiranja.

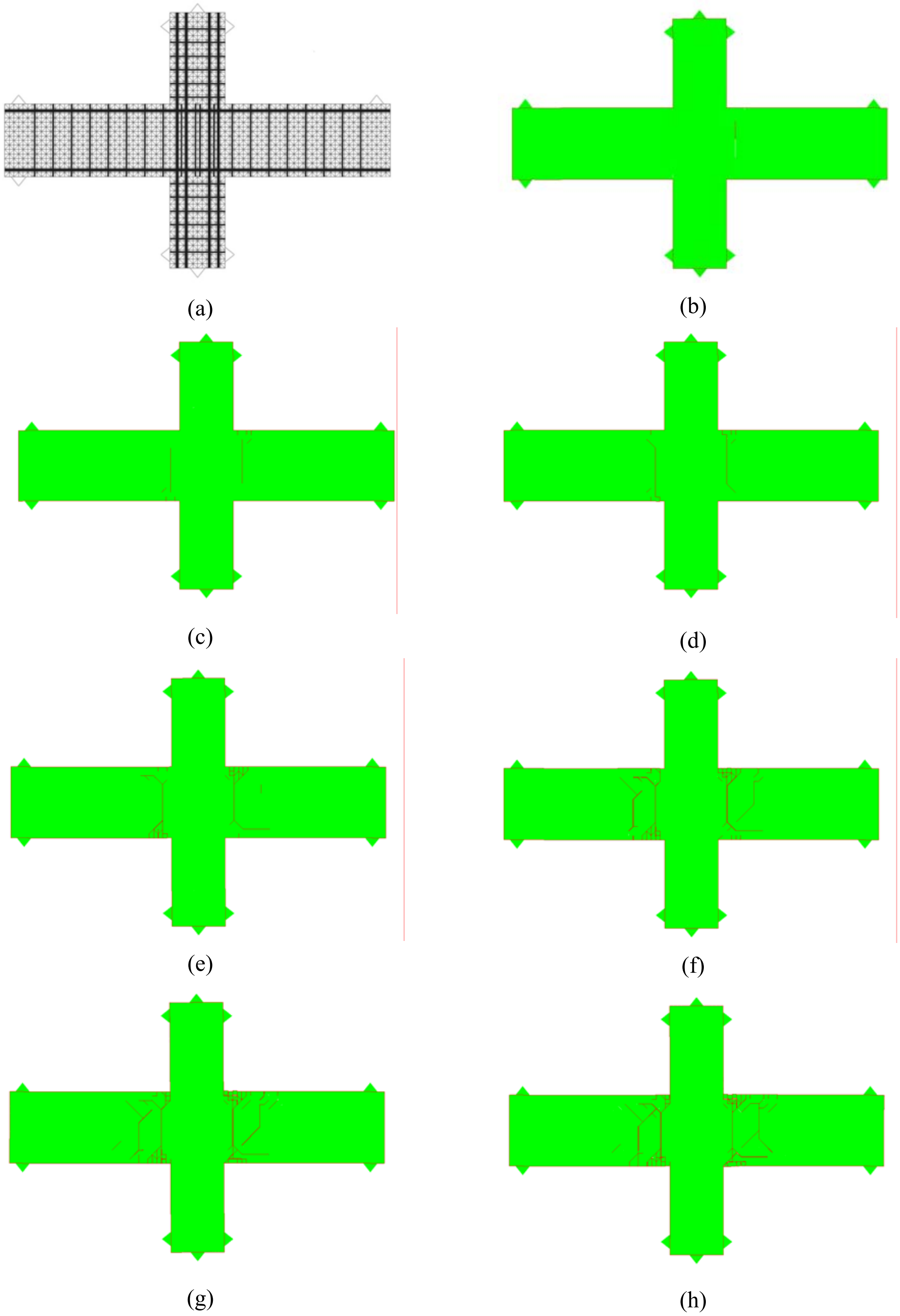
Na crtežima 5.20, 5.21, 5.22 prikazana je diskretizacija pojedinog sustava i prva pukotina, a zatim pukotine za pojedine faze ciklusa opterećivanja. Potrebno je naglasiti da su to pukotine koje nastaju za potpuno otkazivanje nosivosti betona ($\delta = \delta_c$ naprezanje postaje $\sigma_c = 0$).

Armiranje horizontalnim vilicama u čvoru (I. tip armiranja)



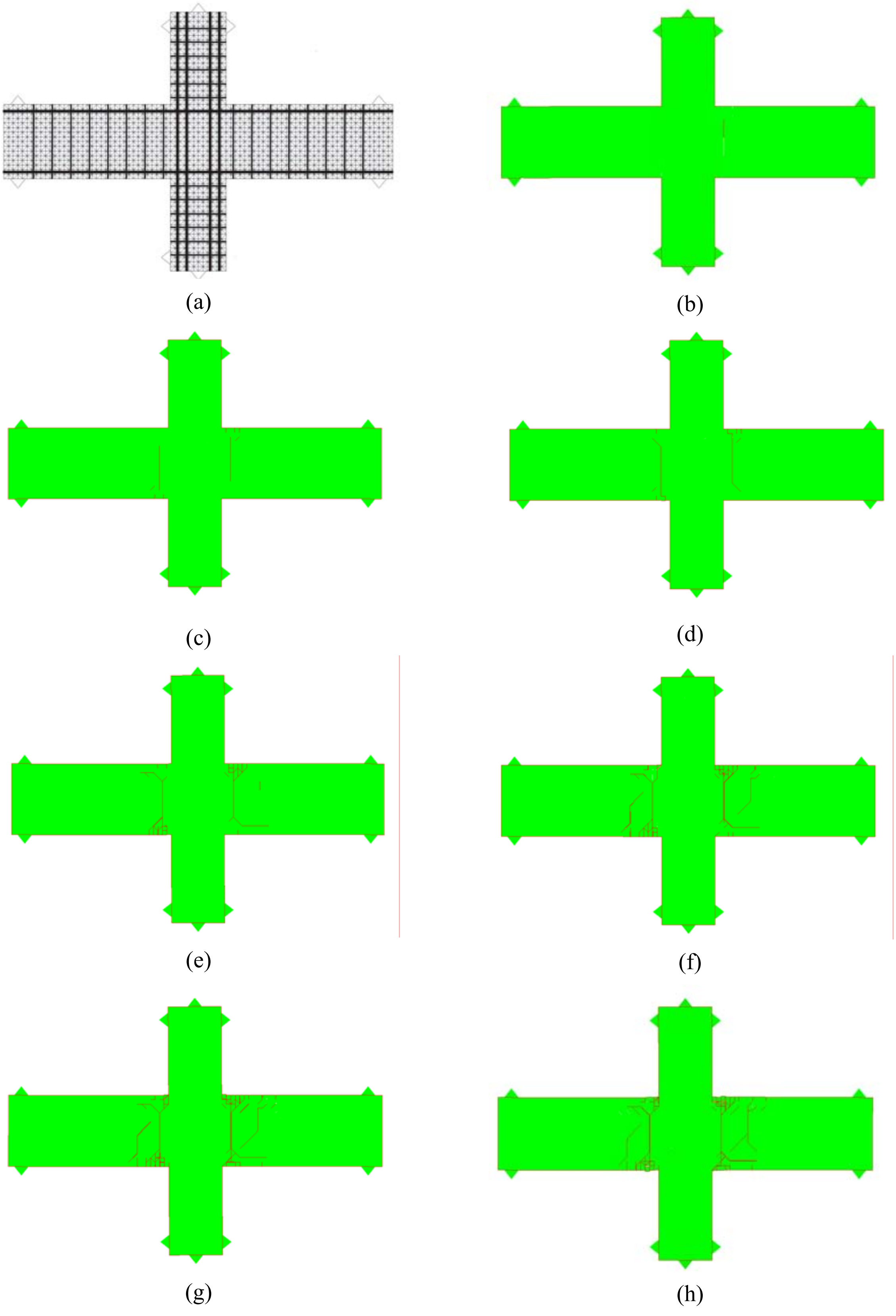
Crtež 5.20 Čvor armiran horizontalnim vilicama: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedinu fazu opterećenja (b) t=0.439 sek, (c) t=0.609 sek, (d) t=0.744 sek, (e) t=1.083 sek, (f) t=1.416 sek, (g) t=1.579 sek, (h) t=1.61 sek

Armiranje vertikalnim vilicama u čvoru (II. tip armiranja)



Crtež 5.21 Čvor armiran vertikalnim vilicama: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedinu fazu opterećenja (b) t=0.439 sek, (c) t=0.609 sek, (d) t=0.744 sek, (e) t=1.083 sek, (f) t=1.416 sek, (g) t=1.579 sek, (h) t=1.61 sek

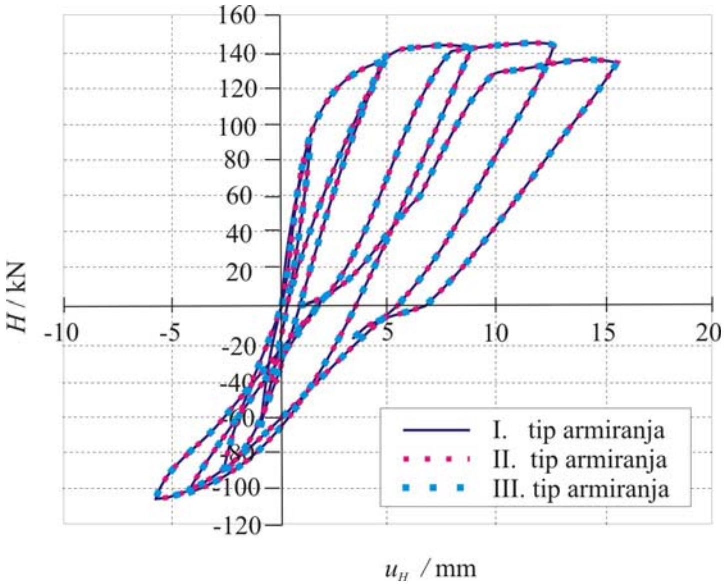
Armiranje bez vilica u čvoru (III. tip armiranja)



(a) (b) (c) (d) (e) (f) (g) (h)

Crtež 5.22 Čvor bez vilica: (a) diskretizacija čvora; pukotine za pojedinu fazu opterećenja (b) t=0.439 sek, (c) t=0.609 sek, (d) t=0.744 sek, (e) t=1.083 sek, (f) t=1.416 sek, (g) t=1.579 sek, (h) t=1.61 sek

Na crtežu 5.23 prikazana je veza horizontalne sile i horizontalnog pomaka ostvarenog u točki djelovanja sile H. Za sva tri slučaja armiranja može se uočiti vrlo slično ponašanje. Najveći pomak u zadnjem ciklusu ostvaren je za slučaj kada čvor nije armiran vilicama i iznosi u_H=16.53 mm. Za slučaj armiranja horizontalnim vilicama kroz čvor ostvaren je pomak u_H=16.51 mm, a sa vertikalnim vilicama u_H=16.52 mm.



Crtež 5.23 Veza H - u_H za pojedine tipove armiranja

U tablici 5.6 prikazan je omjer horizontalnog pomaka u trenutku loma u_{Hl} i horizontalnog pomaka u trenutku pojave prve pukotine u_{Hp}.

Tablica 5.6 Omjer u_{Hl} / u_{Hp} za pojedini tip armiranja

Tip armiranja	u_{Hl} / u_{Hp}
I. tip armiranja	17.37
II. tip armiranja	17.39
III. tip armiranja	17.40

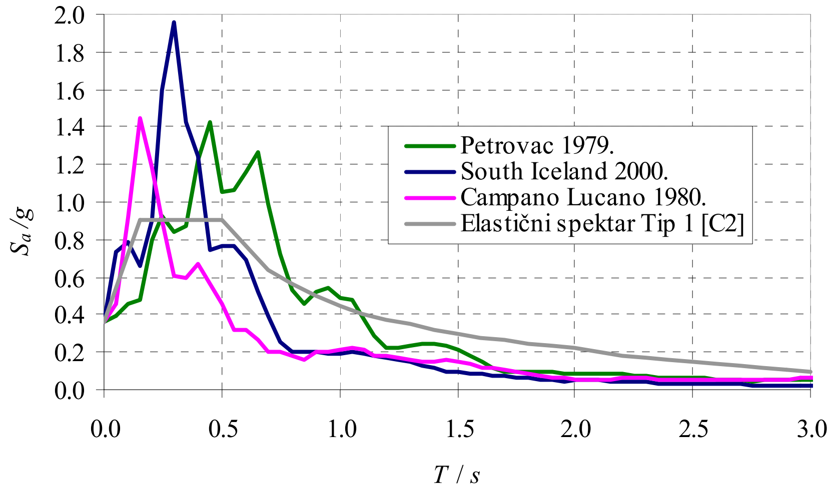
Iz analize pojave i širenja pukotina može se uočiti velika sličnost u prva tri ciklusa opterećenja. Nakon toga za slučaj armiranja s horizontalnim vilicama kroz čvor može se uočiti veliko oštećenje u betonu, dok kod druga dva tipa armiranja do takvog oštećenja dolazi nešto kasnije. Iako je došlo do otkazivanja betona, dijagram veze sila-pomak za sva tri tipa armiranja ima isti oblik, pa se može zaključiti da armatura prenosi najveći dio opterećenja.

5.2 SEIZMIČKA ANALIZA ARMIRANO-BETONSKIH ZIDOVA

Primjena razvijenog modela je prikazana i na analizi armirano-betonskih zidova izloženih seizmičkom opterećenju.

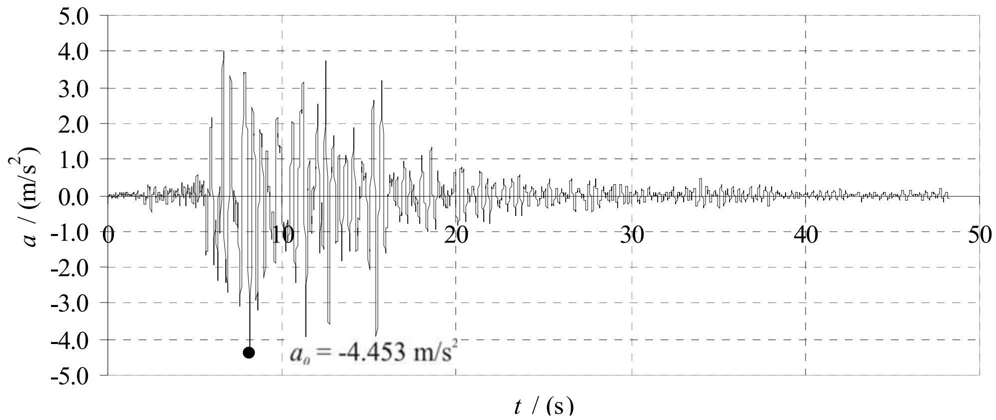
Razvijeni program omogućuje nelinearnu analizu pomoću metode odgovora u vremenu primjenom vremenskih zapisa realnih potresa u formatu ubrzanje-vrijeme.

Za veliki broj potresa koji su se dogodili moguće je naći cijeli niz zapisa ubrzanja istog potresa koji se vrlo često međusobno značajno razlikuju. Zbog toga je potrebno pažljivo odabrati odgovarajući zapis željenog potresa. Izabrani zapisi imaju odgovarajuće karakteristike, naime treba težiti da spektri odgovora izabranih potresa za period jednak prvom vlastitom vektoru sustava ne odstupaju previše od propisanih spektara [I2]. Stoga je pri analizi sustava pomoću nelinearne metode odgovora u vremenu, potrebno odabrati zapise potresa za koje kategorija tla na kojoj je potres zabilježen odgovara kategoriji tla projektirane građevine. Također je potrebno zapis ubrzanja svakog potresa prilagoditi zahtijevanom projektnom ubrzanju.

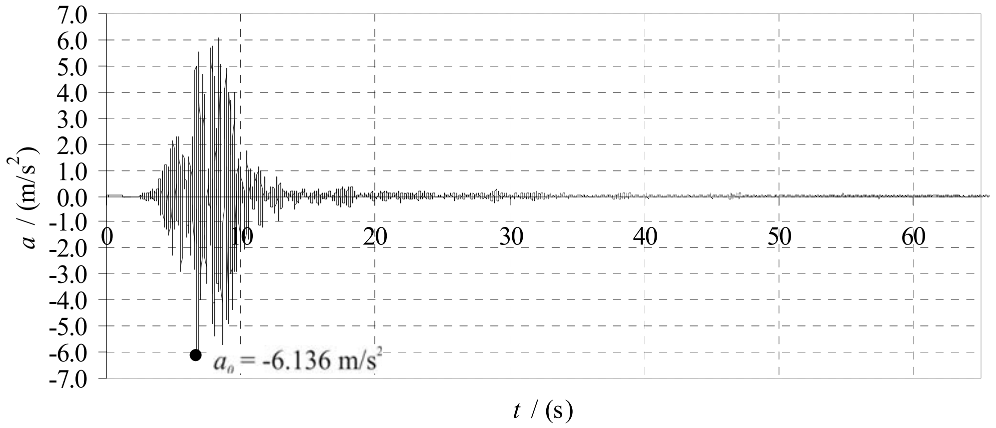


Crtež 5.24 Elastični spektri ubrzanja

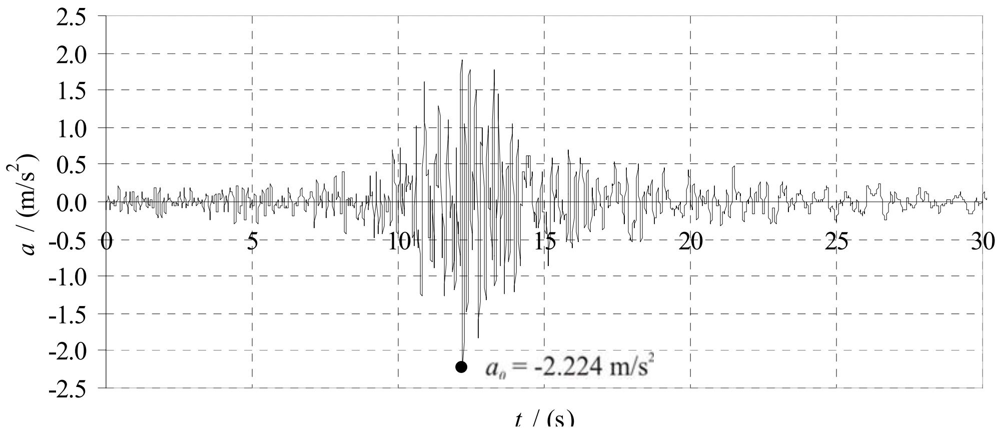
Za analizu povezanih i samostalnih armirano-betonskih zidova ovdje su odabrani potresi za tlo klase B [I2] iz baze podataka *European Strong-motion Database* i prikazani su na crtežu 5.25. Za odabrane potrese određeni su elastični spektri ubrzanja za prigušenje $\xi = 0.05$ skalirani tako da im maksimalna vrijednost ubrzanja bude jednaka $a_g S$, gdje je a_g projektno ubrzanje, a S parametar tla prema EC8 [C2]. Elastični spektri ubrzanja prikazani su na crtežu 5.24.



(a)



(b)



(c)

Crtež 5.25 Potresi iz baze podataka *European Strong-motion Database*: (a) Petrovac (1979.), (b) South Iceland (2000.), (c) Campano Lucano (1980.)

Odabrani armirano-betonski zidovi analizirani su metodom inkrementalne dinamičke analize koja se u novije vrijeme koristi za analizu odgovora konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju [V1]. Ona se zasniva na inkrementalnom povećavanju opterećenja (u ovom slučaju amplitude realnih potresa) te omogućuje praćenje ponašanja konstrukcija izloženih potresnom opterećenju u vremenu sve do sloma. To omogućuje analizu načina nastanka sloma konstrukcije, određivanje kapaciteta nosivosti konstrukcije, faktora ponašanja te praćenje drugih parametara duktilnosti konstrukcija.

Tradicionalni pristup na bazi sila (*force-based approach*) u linearnim metodama rezultirao je određivanjem reznih sila u elementima konstrukcije i njihovo dimenzioniranje. Međutim, suvremeni pristupi u seizmičkoj analizi u prvi plan stavljaju ponašanje konstrukcije i kontrolu oštećenja (*performance based engineering*) što je omogućeno novim pristupom na bazi pomaka (*displacement-based approach*) [Č1]. Da bi se dobila vjerna slika o ponašanju konstrukcije za zadano seizmičko opterećenje, potrebno je znati apsolutne i relativne pomake katova konstrukcije. Relativni pomaci katova najbolji su indikator oštećenja konstruktivnih i nekonstruktivnih elemenata, dok su apsolutni pomaci od iznimne važnosti u slučajevima guste gradnje kada postoji opasnost od sudara susjednih zgrada (određivanje širine seizmičke dilatacije). Pritom je poželjno identificirati moguće mehanizme sloma kako bi se otklonile slabosti u konstruktivnom sustavu. Zbog toga je u ovim primjerima provedena analiza apsolutnih i relativnih pomaka po katovima zidova.

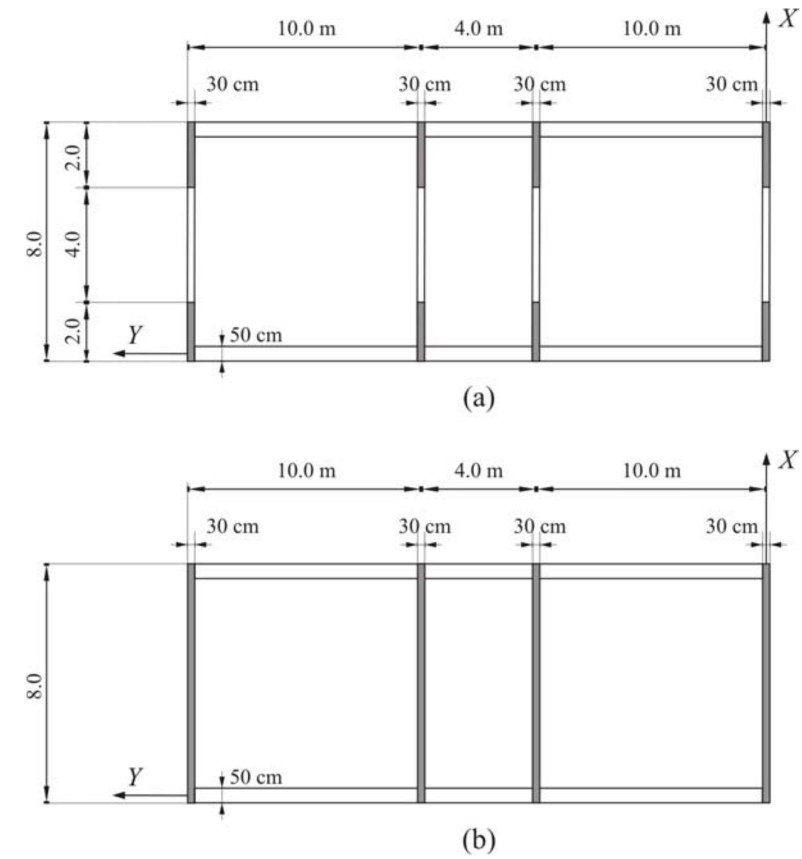
U seizmičkoj analizi armirano-betonskih konstrukcija jedan od vrlo važnih parametara je faktor ponašanja q koji predstavlja sposobnost konstrukcije da apsorbira i troši energiju unesenu u konstrukciju u potresu. To se trošenje energije ostvaruje nelinearnim ponašanjem konstrukcije, odnosno njenim oštećenjem, na koje se računa pri radu s projektnim silama. Ovim se parametrom smanjuju projektne potresne sile te se dopušta nelinearno ponašanje konstrukcije, pri čemu se i dalje radi njena linearna analiza zasnovana na projektnom spektru. U ovom primjeru je proveden proračun vrijednosti faktora ponašanja q za analizirane armirano-betonske zidove. Naime, Kappos [K1] je nizom istraživanja seizmičkog odgovora armirano-betonskih konstrukcija pokazao da se nelinearnom dinamičkom analizom može odrediti faktor ponašanja za pojedinu konstrukciju. Faktor ponašanja [E1] se može odrediti kao

$$q'_D = a_{g(\mathrm{kolapsa})} / \left(a_{g(\mathrm{projektno})} / q \right) \tag{5.1}$$

gdje je $a_{g(\mathrm{kolapsa})}$ vršna vrijednost ubrzanja kada je došlo do potpunog sloma konstrukcije, $a_{g(\mathrm{projektno})}$ projektno ubrzanje koje u odabranom promjeru iznosi 0.3g.

5.2.1 Zidovi armirani minimalnom armaturom

Na crtežu 5.26 prikazan je tlocrt armirano-betonskog zidnog sustava s povezanim i samostalnim zidovima u poprečnom smjeru. Vertikalno djelovanje na zidne sustave sastoji se vlastite težine elemenata konstrukcije i plošnog opterećenja po svim međukatnim pločama u iznosu od 4.0 kN/m^2. Nelinearna analiza metodom odgovora u vremenu provedena je za krajnje zidove sustava. Zidovi su izloženi djelovanju tri različita potresa čiji su zapisi prikazani na crtežu 5.25.



Crtež 5.26 Tlocrtni raspored i dimenzije: (a) povezani zidovi, (b) samostalni zidovi [T1]

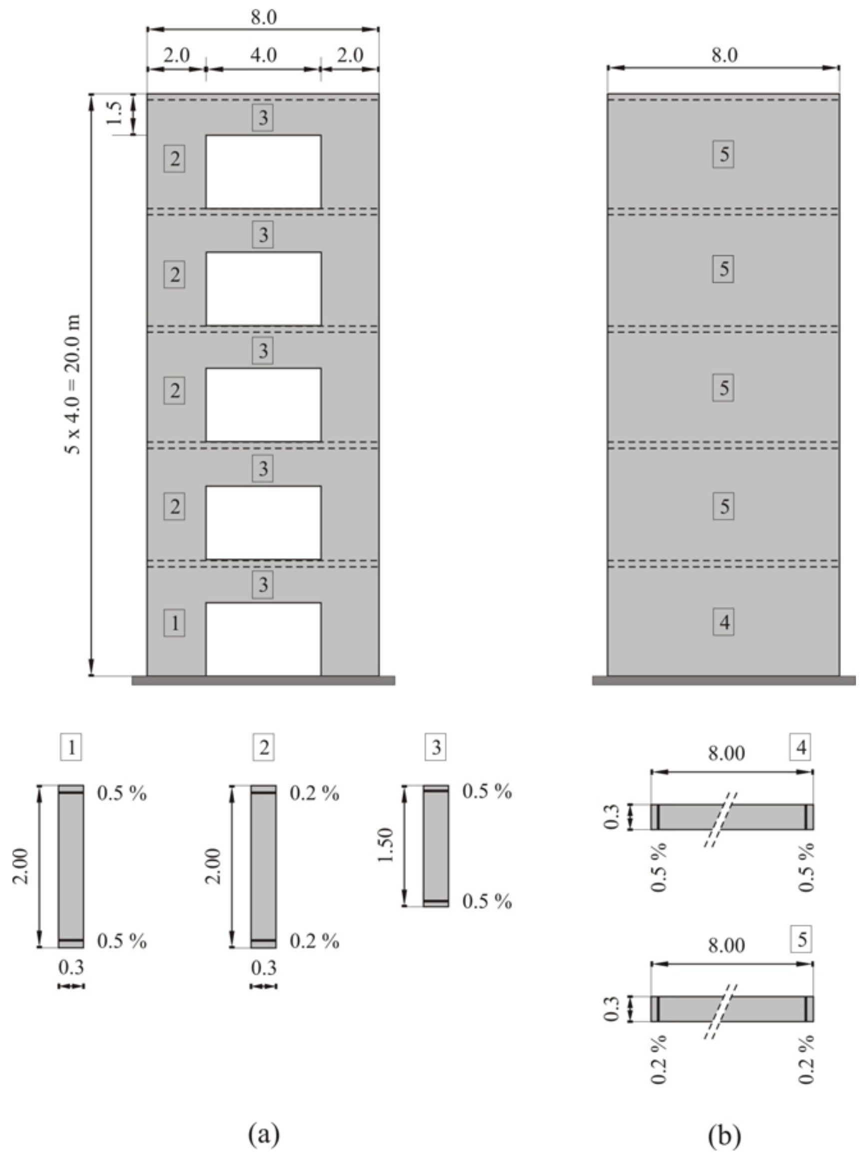
Karakteristike materijala su prikazane u tablici 5.7.

Tablica 5.7 Karakteristike materijala kao ulazni parametri za analizu zidova

Beton		Čelik	
Modul elastičnosti, E_c (MPa)	32 000	Modul elastičnosti, E_s (MPa)	210 000
Poissonov koeficijent, ν	0.2	Granica popuštanja, f_y (MPa)	500
Vlačna čvrstoća, f_t (MPa)	3.8	Granična čvrstoća, f_u (MPa)	600
Tlačna čvrstoća, f_c (MPa)	38.0	Deformacija na kraju tečenja, ε_{sh}	0.02
Energija loma, G_f (N/m)	150	Granična deformacija, ε_u	0.1

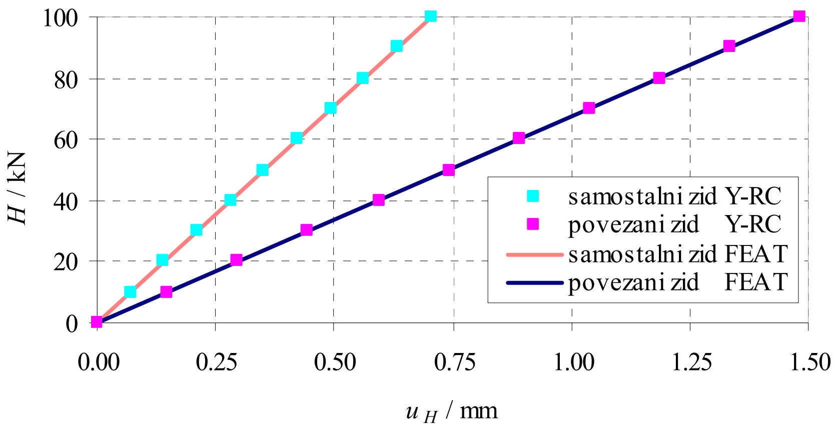
Dimenzije poprečnih presjeka i način armiranja zidova prikazani su na crtežu 5.27. Odabrana je minimalna armatura prema EC8 [C2] u iznosu od 0.5% površine poprečnog presjeka u krajnjim dijelovima zida, te obostrano mrežasta armatura Q-335.

Veličine perioda prvih vlastitih vektora sustava zidova izračunatih na razini početnih modula materijala preuzeti su iz literature [T1] te je za povezane zidove T_I=0.26 sec, a za samostalne zidove T_I=0.20 sec.

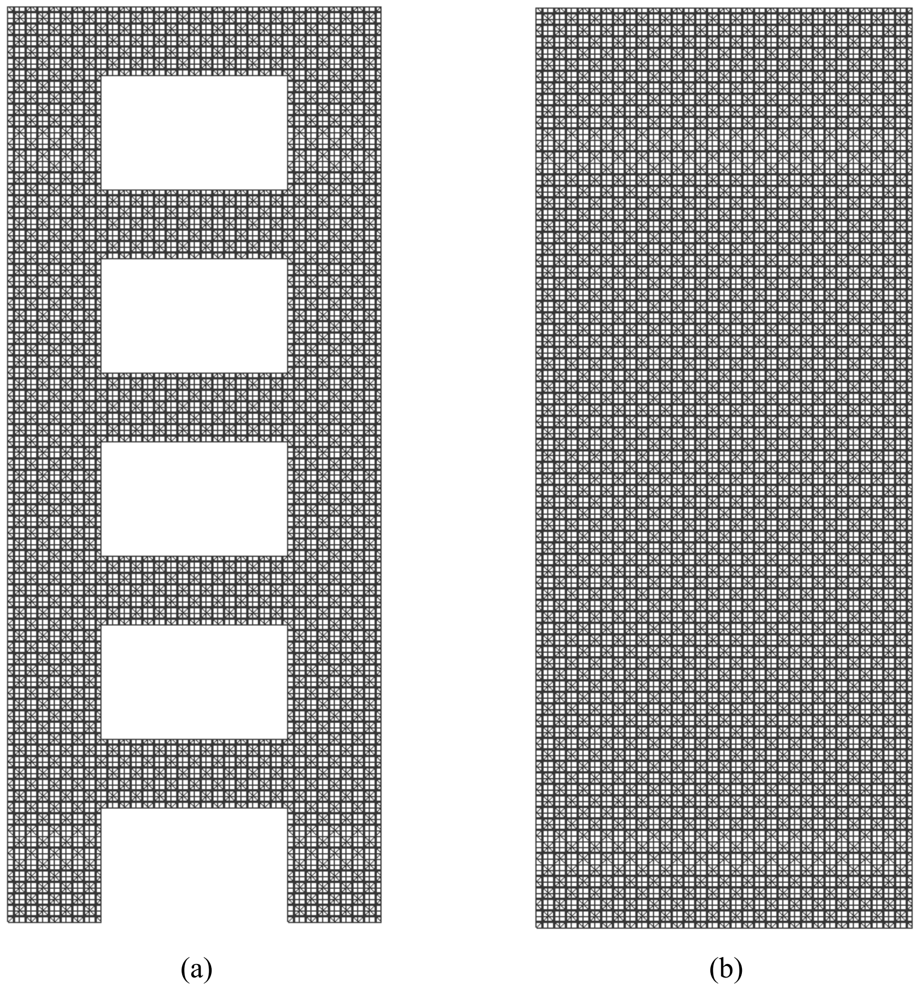


Crtež 5.27 Geometrija i način armiranja: (a) povezani zidovi, (b) samostalni zidovi [T1]

U prvom koraku provedena je linearno-elastična analiza zidova izloženih horizontalnom opterećenju u vrhu zida. Rezultati ovisnosti horizontalnog pomaka u vrhu zida u_H i horizontalne sile H uspoređeni su s rezultatima dobivenima programom FEAT [F1] te pokazuju da odabrana gustoća mreže daje točne rezultate kao što je prikazano na crtežu 5.28. Usvojena diskretizacija sustava za povezane i samostalne zidove prikazana je na crtežu 5.29.



Crtež 5.28 Usporedba horizontalnog pomaka za povezani i samostalni zid

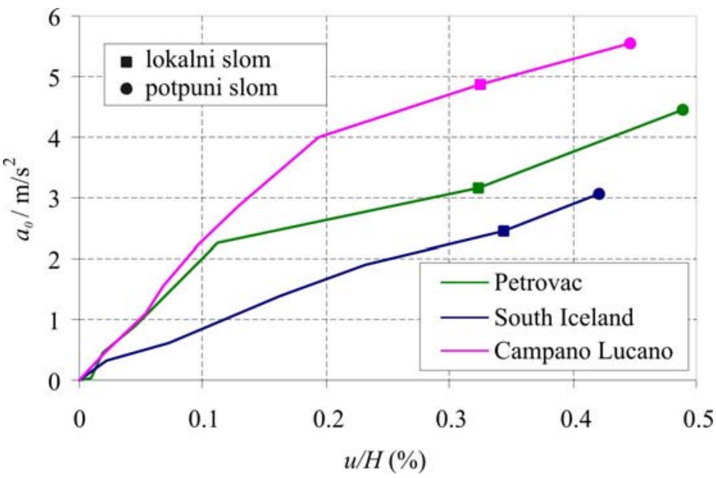


Crtež 5.29 Diskretizacija analiziranih zidova: (a) povezani zidovi, (b) samostalni zidovi

Povezani zidovi armirani minimalnom armaturom

Za povezane zidove prikazane na crtežu 5.27 i armirane minimalnom armaturom provedena je inkrementalna dinamička analiza. Ubrzanje a odabranih potresa prikazanih na crtežu 5.25 inkrementalno se povećava do potpunog sloma sustava.

Na crtežu 5.30 prikazane su krivulje dobivene inkrementalnom dinamičkom analizom koje prikazuju vezu normaliziranog pomaka vrha zida u/H i vršnog ubrzanja potresa a_0. Pomaci su prikazani do trenutka potpunog sloma sustava. Na krivuljama je naglašena vrijednost vršnog ubrzanja a_{0l} kada je došlo do lokalnog sloma armature, te vršnog ubrzanja a_{0p} pri potpunom slomu sustava, kada je pukla armatura u presjeku neposredno iznad prvog kata.



Crtež 5.30 Normalizirani pomaci vrha povezanog zida ovisno o vršnom ubrzanju

Može se uočiti da se vrijednosti maksimalnih pomaka u vrhu zida za sva tri potresa ne razlikuju značajno i za lokalni slom armature i za potpuni slom konstrukcije iako se amplitude potresa razlikuju. Najveći pomak pri lokalnom slomu nastaje za potres South Iceland, a za potpuni slom za potres Petrovac.

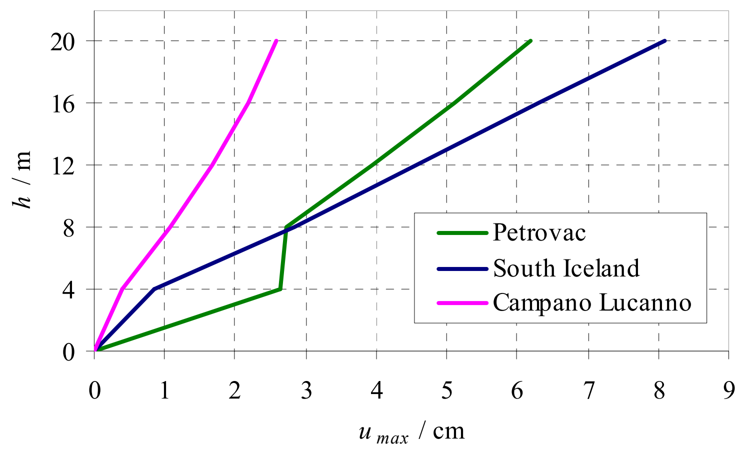
Koristeći izraz (5.1) određen je faktor ponašanja q'_D uzevši u obzir vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature te vršno ubrzanje pri potpunom slomu, za sva tri potresa. Faktor ponašanja $q = 3.0$ usvojen je kao minimalni faktor prema EC8 [C2], a projektno ubrzanje $a_{g(\text{projektno})} = 0.3\text{g}$.

U tablici 5.8 prikazani su pojedini faktori ponašanja q'_D dobiveni na osnovu inkrementalne dinamičke analize.Vidljivo je da su za potres South Iceland i Petrovac faktori ponašanja dobiveni inkrementalnom dinamičkom analizom približno jednaki onima predviđenima prema EC8, dok su za potres Campano Lucano približno dvostruko veći.

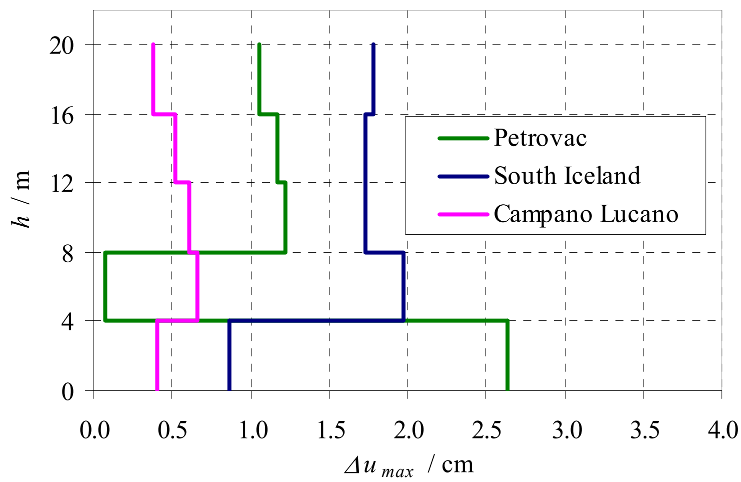
Tablica 5.8 Faktori ponašanja za povezane zidove armirane minimalnom armaturom

Potres	Lokalni slom		Potpuni slom	
	q'_D	q'_D/q	q'_D	q'_D/q
Petrovac	3.21	1.07	4.54	1.51
South Iceland	2.51	0.84	3.13	1.04
Campano Lucano	4.97	1.66	5.66	1.89

Da bi se dobila vjerna slika odgovora konstrukcije za zadano seizmičko opterećenje pratili su se maksimalni apsolutni u_{max} i relativni pomaci katova sustava Δu_{max}. Na crtežu 5.31 prikazani su maksimalni apsolutni, a na crtežu 5.32 maksimalni relativni pomaci za projektno ubrzanje 0.3g.



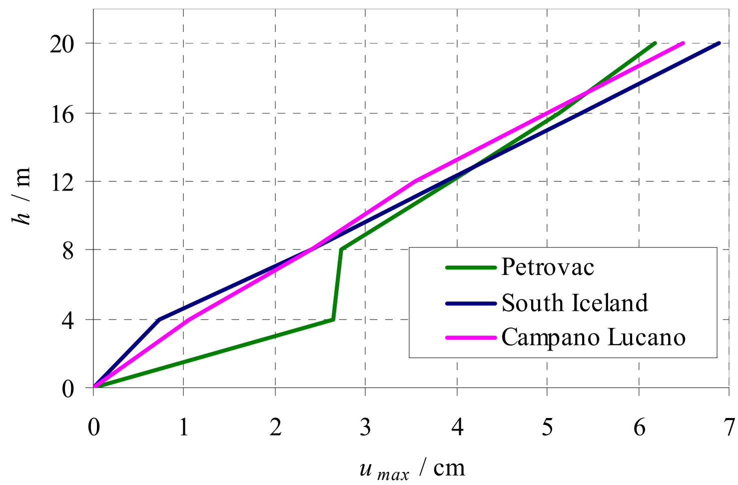
Crtež 5.31 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima povezanog zida za projektno ubrzanje 0.3g



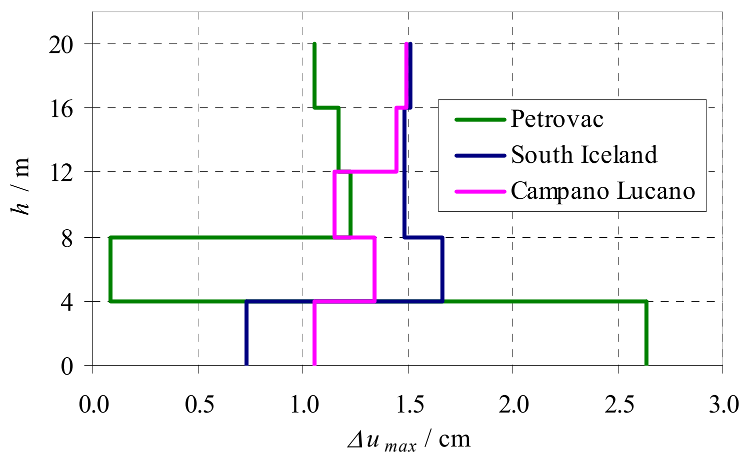
Crtež 5.32 Maksimalni relativni pomaci po katovima povezanog zida za projektno ubrzanje 0.3g

Za projektno ubrzanje najveći apsolutni pomak je ostvaren za South Iceland, dok se iz dijagrama relativnih pomaka može uočiti najveći relativni pomak kata za potres Petrovac. Dakle najnepovoljniji relativni katni pomaci se dobiju za potres Petrovac.

Na crtežu 5.33 prikazani su maksimalni apsolutni u_{max}, a na crtežu 5.34 maksimalni relativni pomaci Δu_{max} po visini pojedinog kata zida h za vrijednost vršnog ubrzanja kada je došlo do lokalnog otkazivanja armature.



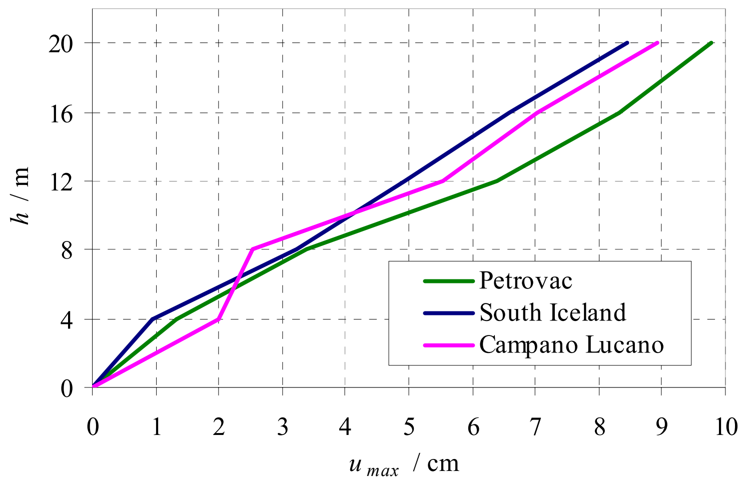
Crtež 5.33 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima povezanog zida za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature



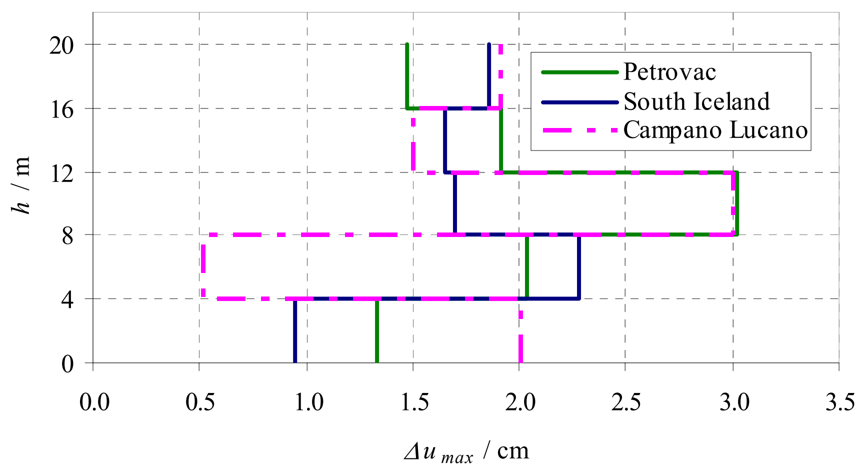
Crtež 5.34 Maksimalni relativni pomaci po katovima povezanog zida za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature

Iz ovih analiza za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature može se uočiti da je maksimalni apsolutni pomak za sva tri potresa približno jednak, međutim iz dijagrama relativnih pomaka slijedi da je Petrovac najnepovoljniji.

Na crtežu 5.35 prikazani su maksimalni apsolutni u_{max}, a na crtežu 5.36 maksimalni relativni pomaci Δu_{max} po katovima povezanog zida h za vrijednost vršnog ubrzanja kada je došlo do potpunog sloma sustava.



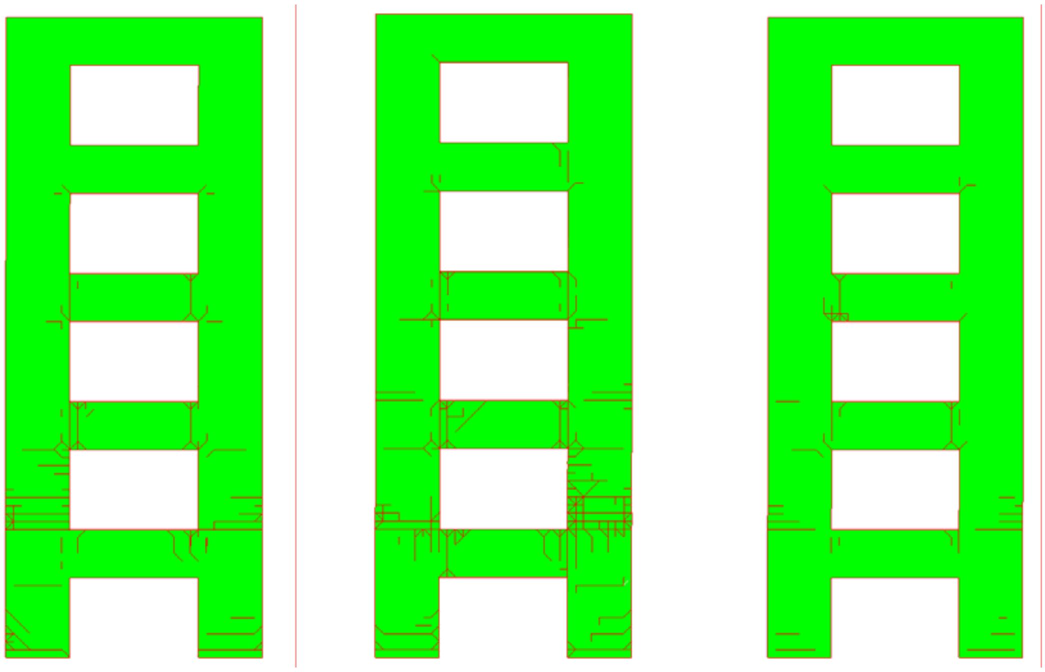
Crtež 5.35 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima povezanog zida za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava



Crtež 5.36 Maksimalni relativni pomaci po katovima povezanog zida za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava

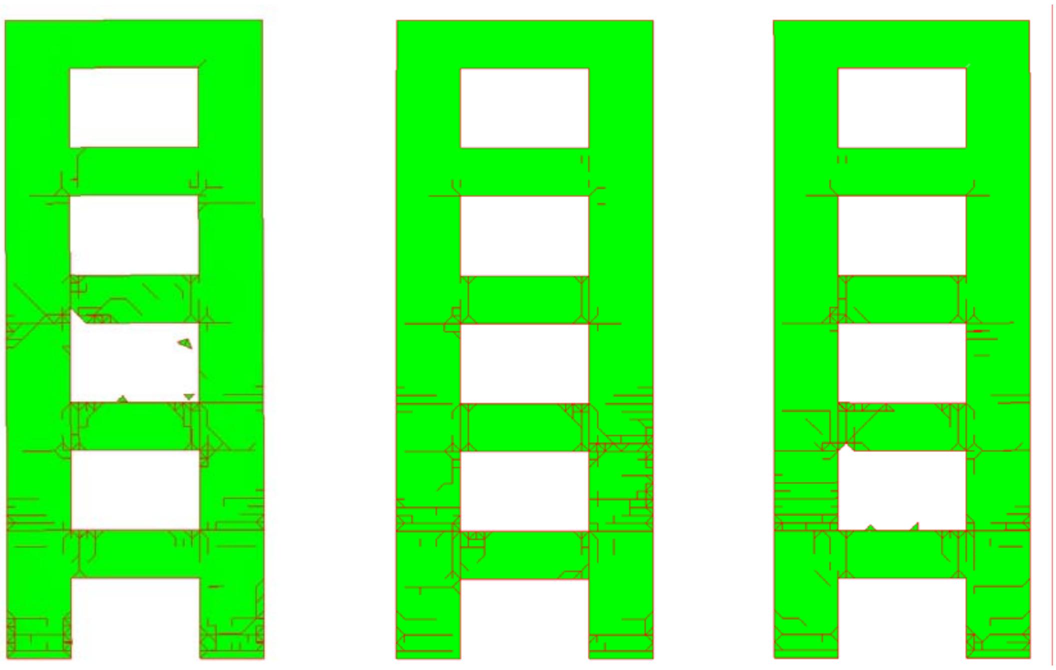
Maksimalni apsolutni pomaci dobiveni za sva tri potresa ne pokazuju velika odstupanja, dok su relativni pomaci najnepovoljniji za potres Campano Lucano.

Na crtežima 5.37, 5.38, 5.39 prikazane su pukotine povezanih zidova za pojedine intenzitete ubrzanja za sva tri potresa.



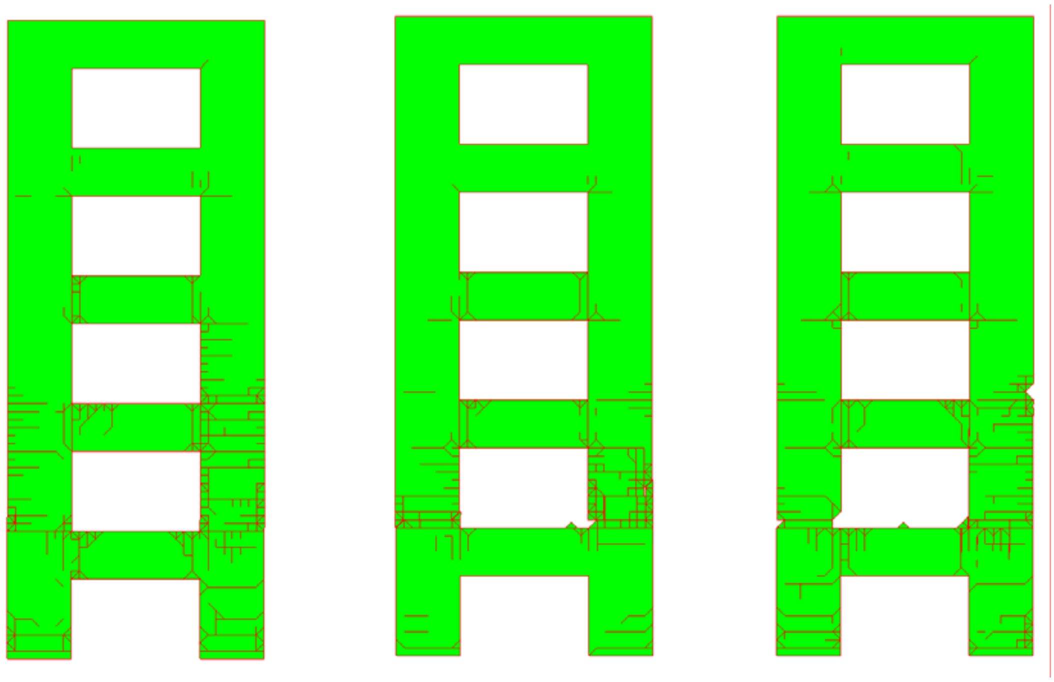
(a) (b) (c)

Crtež 5.37 Pukotine povezanih zidova za vršno ubrzanje 0.3g: (a) Petrovac, (b) South Iceland, (c) Campano Lucano



(a) (b) (c)

Crtež 5.38 Pukotine povezanih zidova za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature: (a) Petrovac, (b) South Iceland, (c) Campano Lucano



(a) (b) (c)

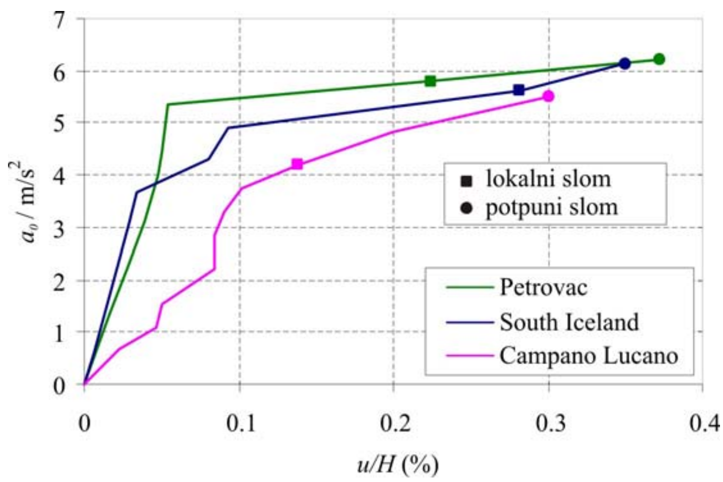
Crtež 5.39 Pukotine povezanih zidova za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava: (a) Petrovac, (b) South Iceland, (c) Campano Lucano

Već za projektno ubrzanje 0.3g zid je jako raspucao za potres Petrovac i South Iceland posebno na nivou prvog i drugog kata. Za ubrzanje koje izaziva lokalni slom armature sva tri potresa uzrokuju značajno raspucavanje, a isto vrijedi i za ubrzanje pri potpunom slomu.

Samostalni zidovi armirani minimalnom armaturom

Za samostalne zidove prikazane na crtežu 5.27 i armirane minimalnom armaturom provedena je također inkrementalna dinamička analiza. Ubrzanje a odabranih potresa prikazanih na crtežu 5.25 inkrementalno se povećava do potpunog sloma samostalnih zidova.

Na crtežu 5.40 prikazane su krivulje dobivene inkrementalnom dinamičkom analizom koje prikazuju vezu normaliziranog pomaka vrha zida u/H i vršnog ubrzanja potresa a_0. Pomaci su prikazani do trenutka potpunog sloma sustava. Na krivuljama je naglašena vrijednost vršnog ubrzanja a_{0l} kada je došlo do lokalnog sloma armature, te vršnog ubrzanja a_{0p} pri potpunom slomu sustava kada je pukla cjelokupna armatura u presjeku neposredno iznad prvog kata.



Crtež 5.40 Pomaci vrha samostalnog zida ovisno o vršnom ubrzanju

Može se uočiti da se vrijednosti maksimalnih pomaka u vrhu zida za pojedine potrese značajno razlikuju. Najveći pomak pri lokalnom slomu armature nastaje za potres South Iceland, a za potpuni slom za potres Petrovac. Za potres Campano Lucano do lokalnog sloma i potpunog sloma dolazi pri znatno manjem ostvarenom pomaku.

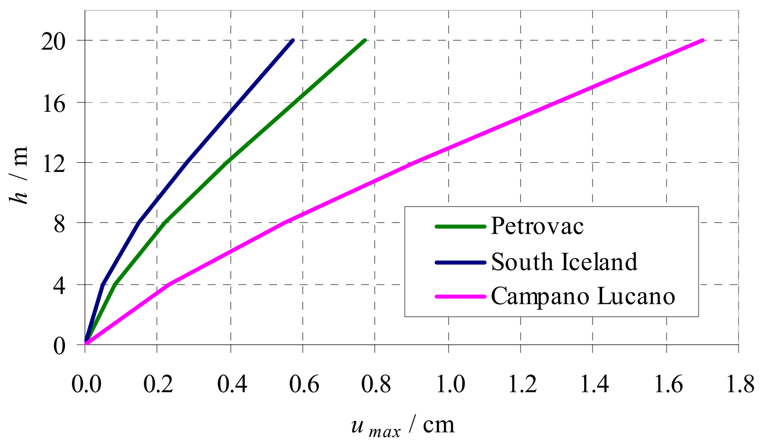
Koristeći izraz (5.1) određen je faktor ponašanja q'_D uzevši u obzir vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature te vršno ubrzanje pri potpunom slomu, za sva tri potresa. Faktor ponašanja $q = 3.0$ usvojen je kao minimalni faktor prema EC8 [C2], a projektno ubrzanje $a_{g(\text{projektno})} = 0.3\text{g}$.

U tablici 5.9 prikazani su pojedini faktori ponašanja q'_D dobiveni na osnovu inkrementalne dinamičke analize. Vidljivo je da su faktori ponašanja dobiveni inkrementalnom dinamičkom analizom približno dvostruko veći od onih predviđenih prema EC8.

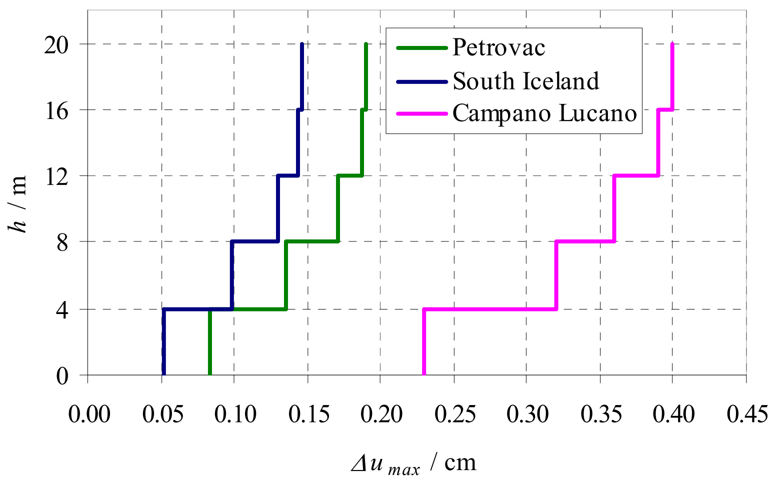
Tablica 5.9 Faktori ponašanja za samostalne zidove armirane minimalnom armaturom

Potres	Lokalni slom		Potpuni slom	
	q'_D	q'_D/q	q'_D	q'_D/q
Petrovac	5.90	1.97	6.35	2.12
South Iceland	5.71	1.90	6.26	2.09
Campano Lucano	4.26	1.42	5.61	1.87

Da bi se dobila vjernija slika odgovora konstrukcije za zadano seizmičko opterećenje pratili su se maksimalni apsolutni u_{max} i relativni pomaci katova sustava Δu_{max}. Na crtežu 5.41 prikazani su maksimalni apsolutni, a na crtežu 5.42 maksimalni relativni pomaci za projektno ubrzanje 0.3g.



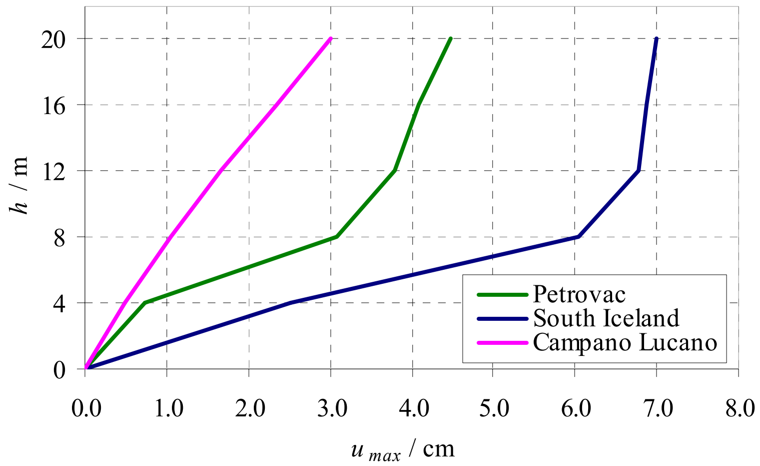
Crtež 5.41 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima samostalnog zida za projektno ubrzanje 0.3g



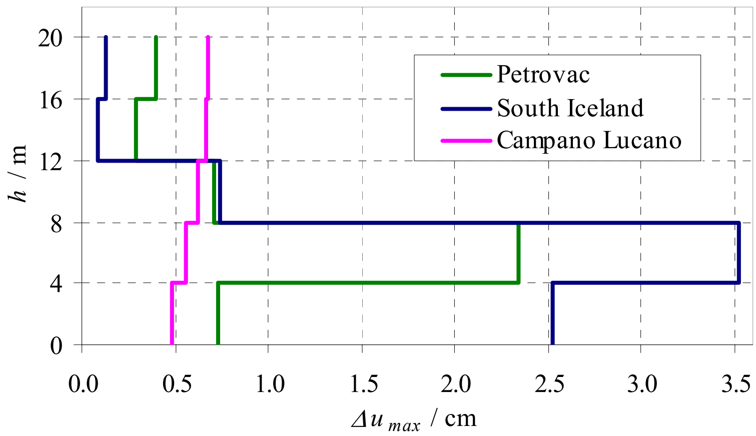
Crtež 5.42 Maksimalni relativni pomaci po katovima samostalnog zida za projektno ubrzanje 0.3g

Za projektno ubrzanje najveći apsolutni i relativni pomak kata je ostvaren za potres Campano Lucano. Dakle, najnepovoljniji relativni pomaci se dobiju za potres Campano Lucano.

Na crtežu 5.43 prikazani su maksimalni apsolutni u_{max}, a na crtežu 5.44 maksimalni relativni pomaci Δu_{max} po visini pojedinog kata zida h za vrijednost vršnog ubrzanja kada je došlo do lokalnog sloma armature.



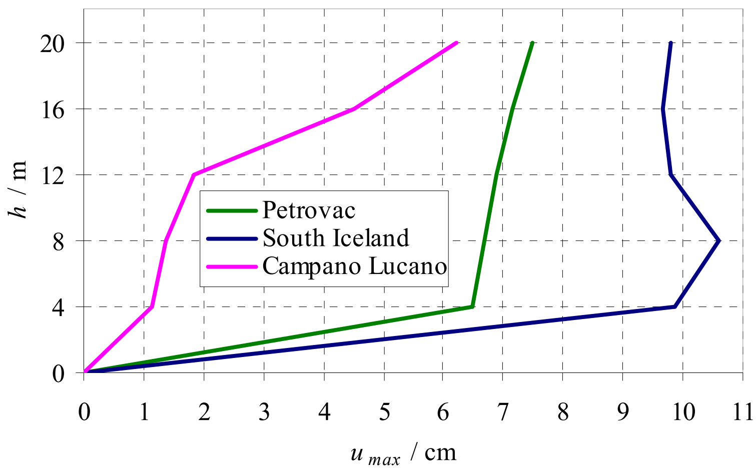
Crtež 5.43 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima samostalnog zida za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature



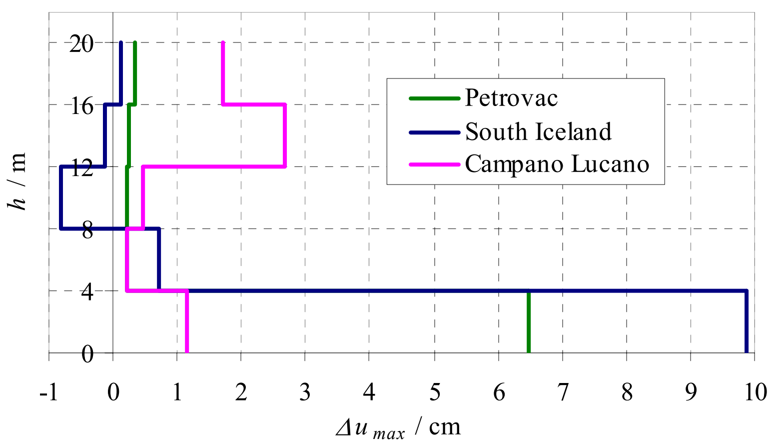
Crtež 5.44 Maksimalni relativni pomaci po katovima samostalnog zida za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature

Iz ovih analiza za vršno ubrzanje u trenutku lokalnog sloma armature najveći apsolutni i relativni pomak je ostvaren za potres South Iceland te za ovaj uvjet slijedi da je on najnepovoljniji.

Na crtežu 5.45 prikazani su maksimalni apsolutni u_{max}, a na crtežu 5.46 maksimalni relativni pomaci Δu_{max} po katovima samostalnog zida h za vrijednost vršnog ubrzanja kada je došlo do potpunog sloma sustava.



Crtež 5.45 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima samostalnog zida za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava

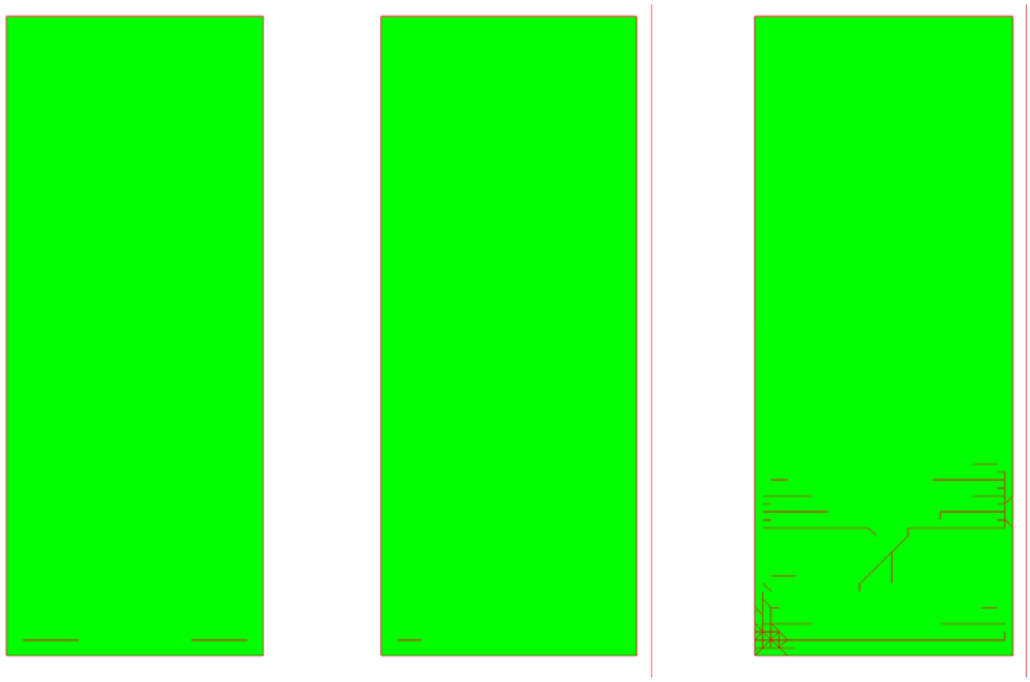


Crtež 5.46 Maksimalni relativni pomaci po katovima samostalnog zida za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava

Maksimalni apsolutni pomak i najnepovoljniji relativni pomak ostvaren je za potres South Iceland.

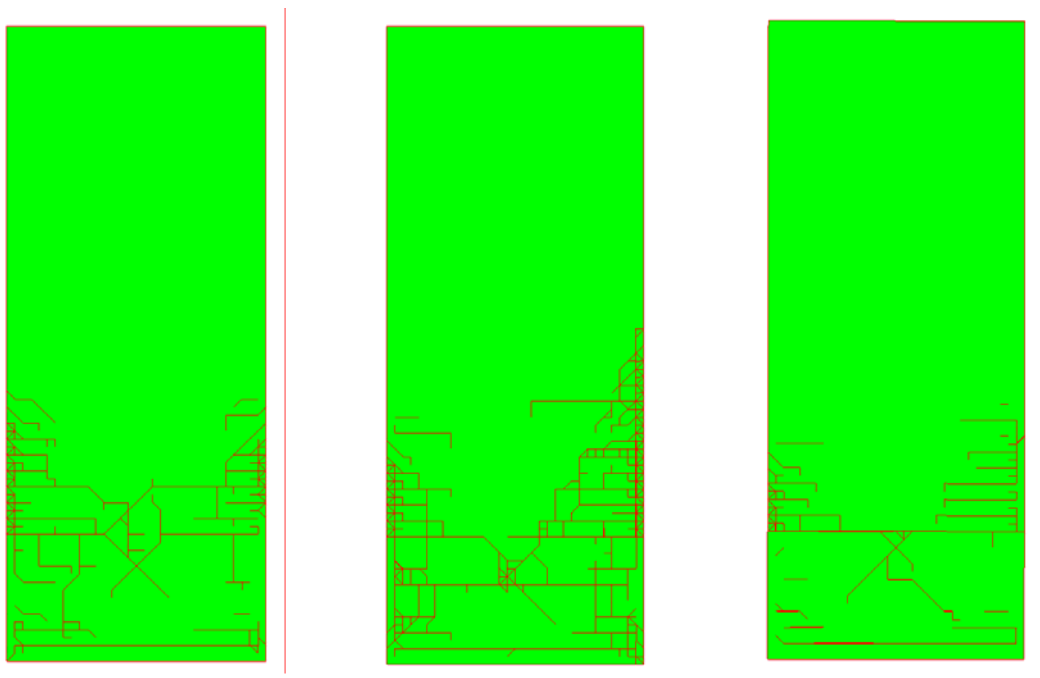
Na crtežima 5.47, 5.48, 5.49 su prikazane pukotine samostalnih zidova za pojedine intenzitete ubrzanja za sva tri potresa.

Za projektno ubrzanje 0.3g potresa Petrovac i South Iceland nastaju vrlo male pukotine, dok ja za potres Campano Lucano zid već jako raspucao. Za ubrzanje koje izaziva lokalni slom armature sva tri potresa uzrokuju značajno raspucavanje, a isto vrijedi i za ubrzanje pri potpunom slomu.



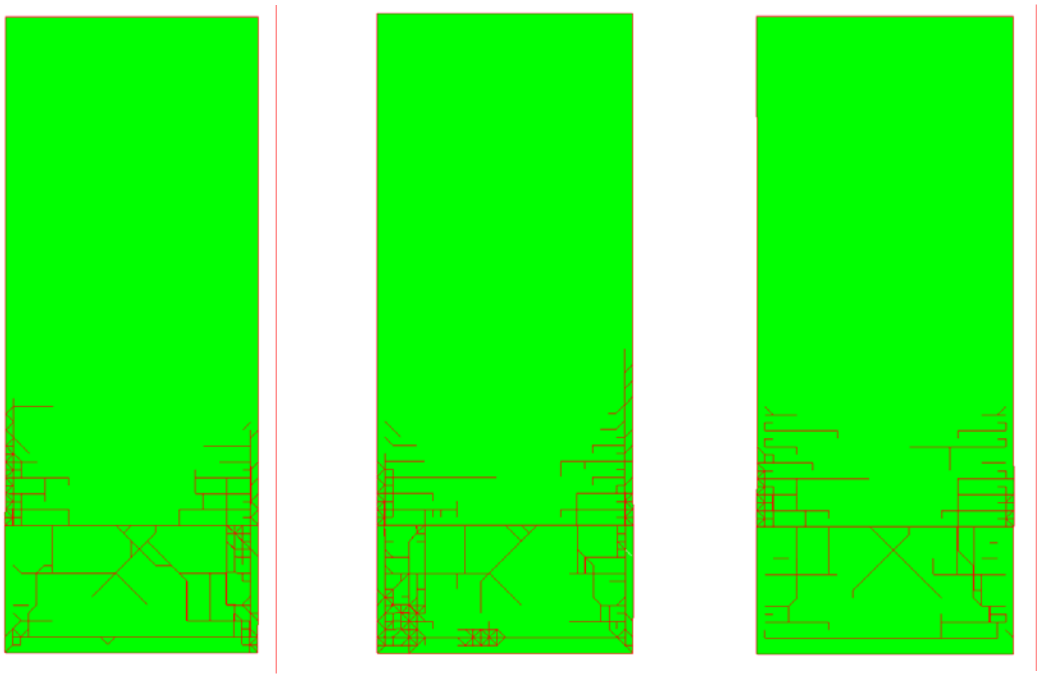
(a) (b) (c)

Crtež 5.47 Pukotine samostalnih zidova za vršno ubrzanje 0.3g: (a) Petrovac, (b) South Iceland, (c) Campano Lucano



(a) (b) (c)

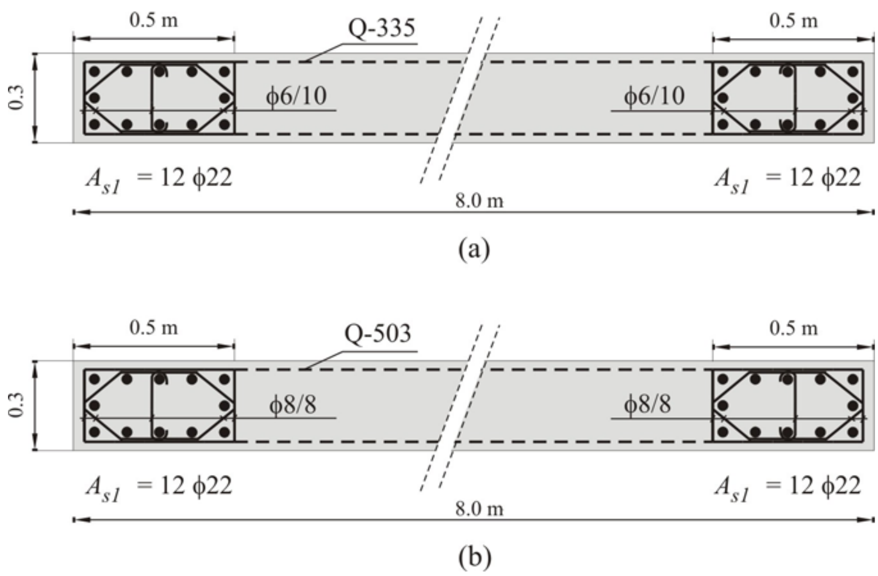
Crtež 5.48 Pukotine samostalnih zidova za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature: (a) Petrovac, (b) South Iceland, (c) Campano Lucano



Crtež 5.49 Pukotine samostalnih zidova za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava: (a) Petrovac, (b) South Iceland, (c) Campano Lucano

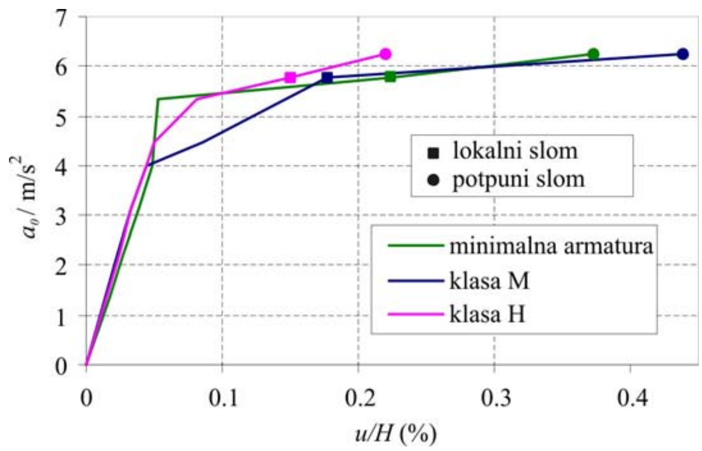
5.2.2 Samostalni zidovi dimenzionirani prema EC8

Samostalni zidovi prethodno analizirani za minimalnu armaturu, dimenzionirani su na projektno opterećenje 0.3g, tlo kategorije B te klase duktilnosti M i H. Na crtežu 5.50 prikazana je usvojena armatura. Za analizu zidova odabran je potres Petrovac.



Crtež 5.50 Detalji armiranja: (a) klasa duktilnosti M, (b) klasa duktilnosti H

Na crtežu 5.51 prikazane su krivulje dobivene inkrementalnom dinamičkom analizom samostalnih zidova klase duktilnosti M, H i armiranih minimalnom armaturom. Prikazana je veza normaliziranog pomaka vrha zida *u/H* i vršnog ubrzanja a_0 potresa Petrovac. Pomaci su prikazani do trenutka potpunog sloma sustava za sva tri načina armiranja. Na krivuljama je naglašena vrijednost vršnog ubrzanja a_{0l} kada je došlo do lokalnog sloma armature, te vršnog ubrzanja a_{0p} pri potpunom slomu sustava.



Crtež 5.51 Pomaci u vrhu samostalnog zida ovisno o ubrzanju za različite načine armiranja

Može se uočiti da lokalni slom armature i potpuni slom sustava, za sva tri načina armiranja, nastaju za približno jednake iznose vršnog ubrzanja a_0. Lokalni slom nastaje za prosječno ubrzanje 5.785 m/s^2, a potpuni slom za 6.23 m/s^2 što je približno dvostruko više od iznosa projektnog ubrzanja.

Za vršno ubrzanje potresa a_0 pri lokalnom slomu armature najveći pomak vrha zida ostvaren je za armiranje minimalnom armaturom, potom za klasu duktilnosti M, dok je za klasu duktilnosti H taj pomak najmanji.

Za vrijednost vršnog ubrzanja a_0 pri potpunom slomu sustava najveći pomak je ostvaren za armiranje minimalnom armaturom, zatim za klasu duktilnosti M, dok je za klasu H ostvaren znatno manji pomak u vrhu samostalnog zida (crtež 5.51).

U tablici 5.10. prikazani su pojedini faktori ponašanja q'_D ovisno o načinu armiranja određeni prema izrazu (5.1). Uzeta je u obzir vršna vrijednost ubrzanja kada je došlo do lokalnog sloma armature i do potpunog sloma sustava za sva tri načina armiranja. Usvojeno je projektno ubrzanje $a_{g(\text{projektno})} = 0.3\text{g}$. Faktor ponašanja q=3.0 usvojen je kao minimalni faktor prema EC8 za zid armiran minimalnom armaturom. Za zid klase duktilnosti M prema EC8 faktor ponašanja q=3.0, a za zid klase duktilnosti H usvojen je q=4.4.

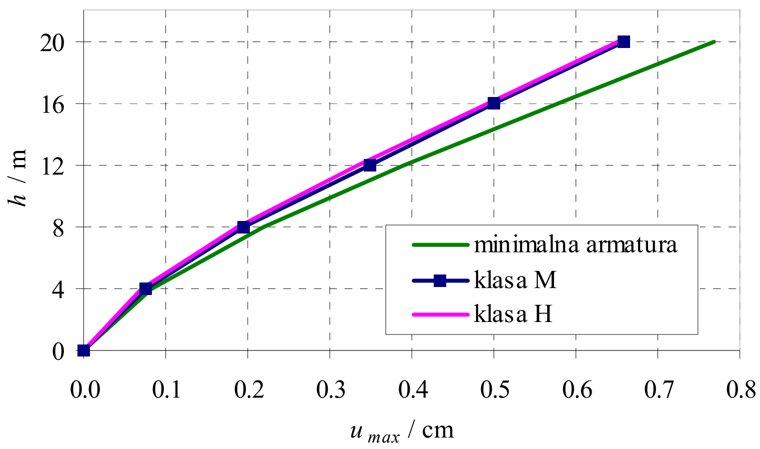
Tablica 5.10 Faktori ponašanja za samostalne zidove ovisno o načinu armiranja

Način armiranja	**Lokalni slom**		**Potpuni slom**	
	q'_D	q'_D/q	q'_D	q'_D/q
Minimalna armatura	5.90	1.97	6.35	2.12
Klasa duktilnosti M	5.89	1.96	6.35	2.12
Klasa duktilnosti H	8.65	1.97	9.31	2.12

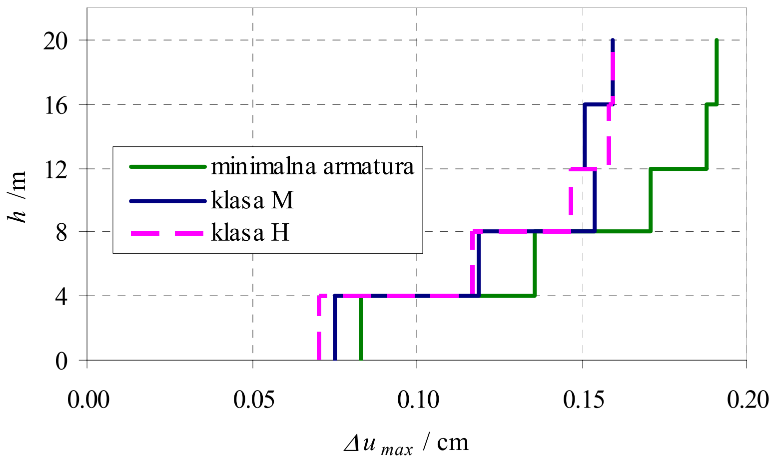
Vidljivo je da su faktori ponašanja dobiveni inkrementalnom dinamičkom analizom približno dvostruko veći od onih predviđenih prema EC8. Zidovi armirani minimalnom armaturom i armaturom koja zadovoljava kriterije klase duktilnosti M pokazuju jednaku vrijednost faktora ponašanja, dok zid armiran prema klasi duktilnosti H ima znatno veći faktor ponašanja.

Da bi se dobila kompletna slika odgovora sustava, za sva tri tipa armiranja pratili su se apsolutni i relativni pomaci.

Na crtežima 5.52 i 5.53 prikazani su maksimalni apsolutni u_{max} i relativni pomaci Δu_{max} po katovima za projektno ubrzanje. Najveći pomaci ostvareni su za zid armiran minimalnom armaturom.

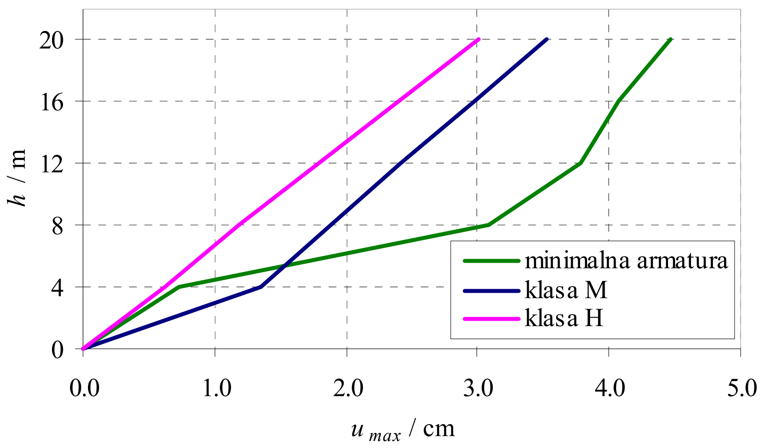


Crtež 5.52 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima ovisno o načinu armiranja za projektno ubrzanje 0.3g

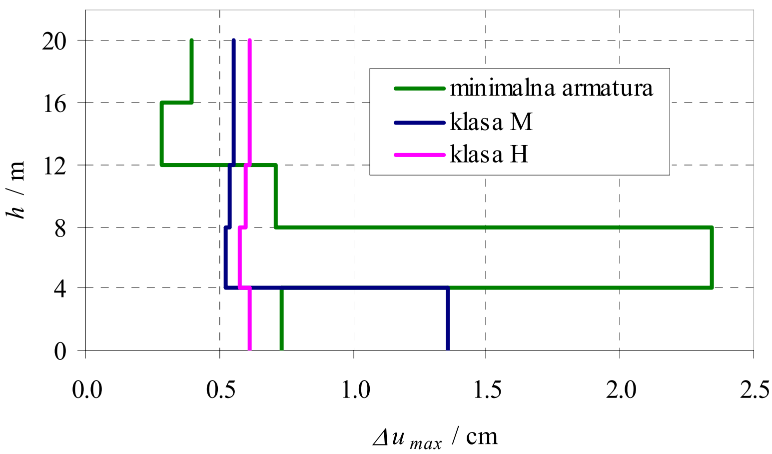


Crtež 5.53 Maksimalni relativni pomaci po katovima ovisno o načinu armiranja za projektno ubrzanje 0.3g

Na crtežu 5.54 prikazani su maksimalni apsolutni u_{max}, a na crtežu 5.55 maksimalni relativni pomaci Δu_{max} samostalnih zidova armiranih različitom armaturom, za vrijednost vršnog ubrzanja kada je došlo do lokalnog sloma armature.



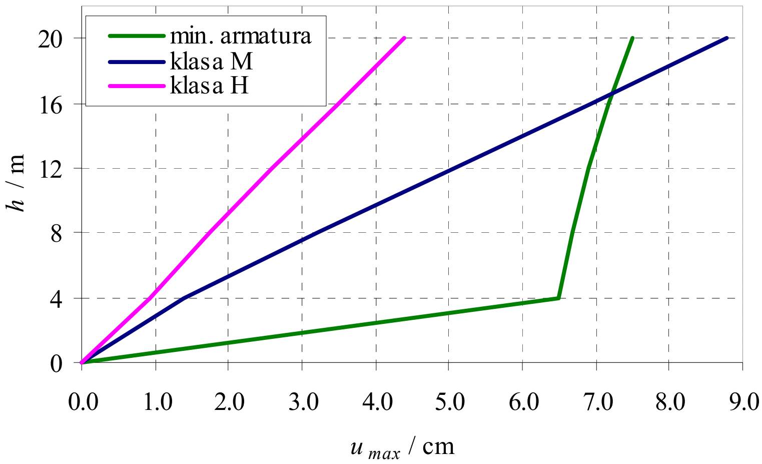
Crtež 5.54 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima ovisno o načinu armiranja za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature



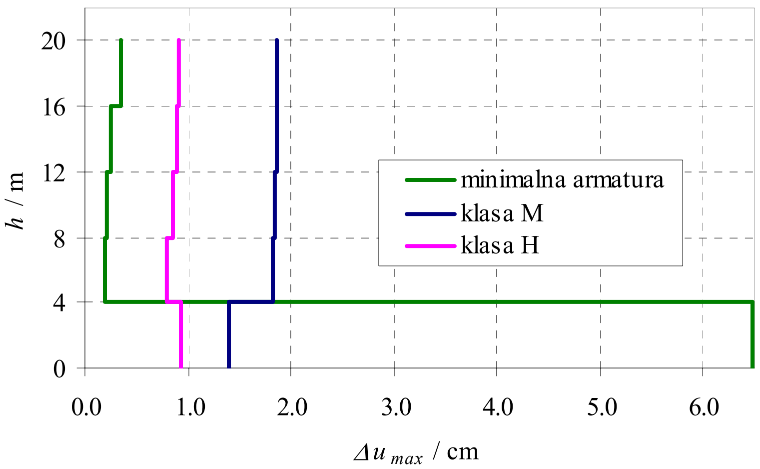
Crtež 5.55 Maksimalni relativni pomaci po katovima ovisno o načinu armiranja za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature

Može se uočiti da je najnepovoljnije armiranje minimalnom armaturom, dok su relativni pomaci katova najbolje ujednačeni za slučaj zida armiran prema zahtjevima klase duktilnosti H.

Na crtežima 5.56 i 5.57 prikazani su maksimalni apsolutni u_{max} i relativni pomaci Δu_{max} za vrijednost vršnog ubrzanja a_0 potresa kada je došlo do potpunog sloma sustava.



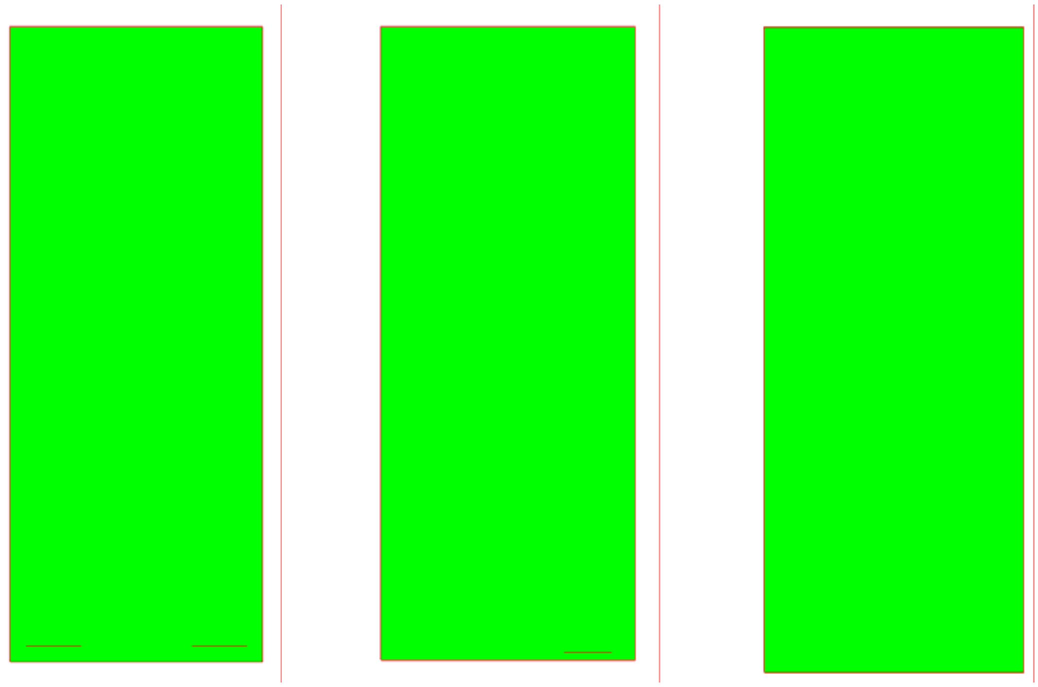
Crtež 5.56 Maksimalni apsolutni pomaci po katovima ovisno o načinu armiranja za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava



Crtež 5.57 Maksimalni relativni pomaci po katovima ovisno o načinu armiranja za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava

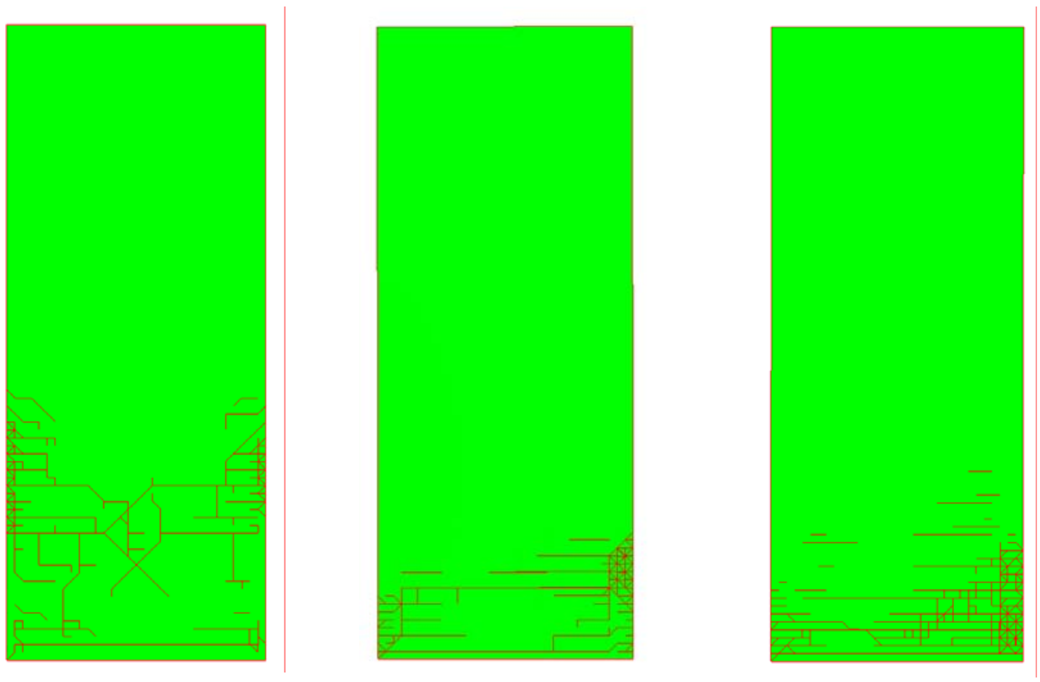
Može se uočiti da je pri potpunom slomu sustava kao i za ubrzanje pri lokalnom slomu armature najnepovoljnije armiranje minimalnom armaturom, dok se najmanje odstupanje u pomacima po visini zida pokazuje za slučaj zida armiran po uvjetima klase duktilnosti H.

Na crtežima 5.58, 5.59, 5.60 su prikazane pukotine samostalnih zidova armiranih uslijed pojedinih intenziteta potresa Petrovac za sva tri načina armiranja.



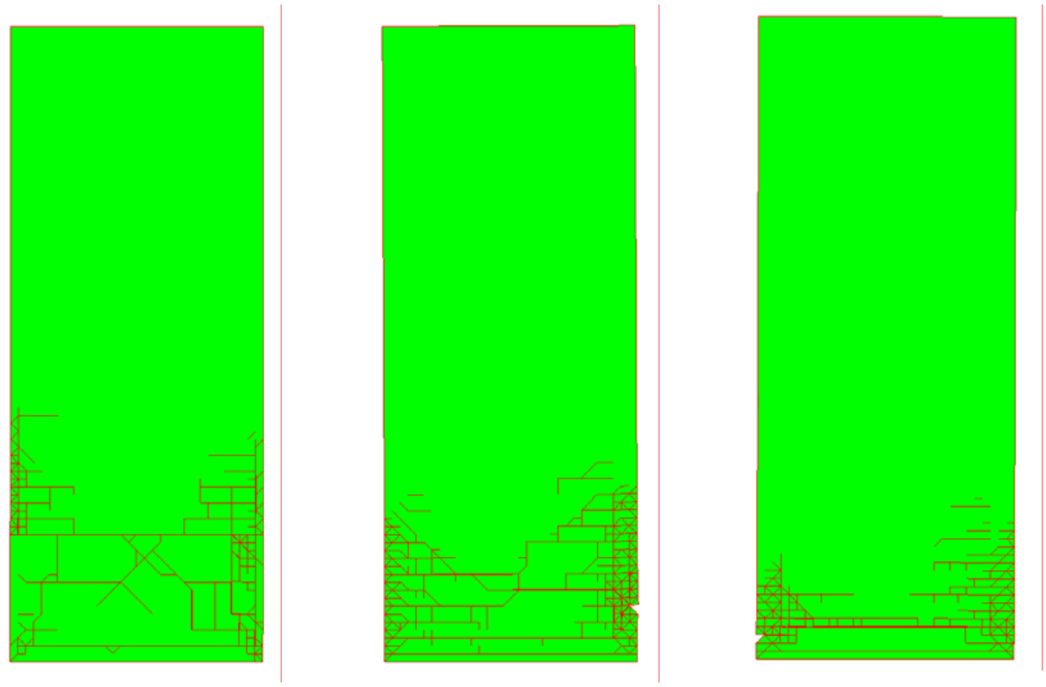
(a) (b) (c)

Crtež 5.58 Pukotine za opterećenje vršnim ubrzanjem 0.3g: (a) minimalna armatura, (b) Klasa M, (c) Klasa H



(a) (b) (c)

Crtež 5.59 Pukotine za vršno ubrzanje pri lokalnom slomu armature: (a) minimalna armatura, (b) Klasa M, (c) Klasa H



(a) (b) (c)

Crtež 5.60 Pukotine za vršno ubrzanje pri potpunom slomu sustava: (a) minimalna armatura, (b) Klasa M, (c) Klasa H

Za vršno ubrzanje 0.3g zid klase H nema nikakvih pukotina, dok ostala dva zida pokazuju pukotine u dnu zida.

Za ubrzanje koje odgovara lokalnom slomu armature zidovi su jako raspucali. Pukotine zida armiranog minimalnom armaturom su se otvorile gotovo do polovine visine, dok su zidovi klase M i H uglavnom raspucali na najnižem katu.

Pri potpunom slomu sva tri zida su jako raspucala, a kod klase M i H može se uočiti nastajanje pukotina i na drugom katu.

6. ZAKLJUČCI I PRAVCI DALJNJIH ISTRAŽIVANJA

U prvom dijelu ovog poglavlja iznijet će se osnovni zaključci koji proizlaze iz istraživanja i analiza provedenih u ovom radu kao i prednosti i nedostaci izloženog modela. U drugom dijelu navest će se mogući pravci daljnjih istraživanja.

6.1 ZAKLJUČCI

Nelinearno ponašanje armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom i drugim dinamičkim opterećenjima bazira se na pojavi i progresivnom širenju pukotina. Posljedica toga je lokalni lom betona i na kraju pucanje armature. Predviđanje načina potpunog sloma sustava izloženog seizmičkom opterećenju zahtjeva razvoj numeričkog modela kojim se mogu opisati pojave vezane za ponašanje armirano-betonskih konstrukcija izloženih dinamičkom djelovanju u linearno-elastičnoj fazi, pojavu i razvoj pukotina, gubitak energije uslijed pojave nelinearnih efekata, inercijalne efekte uslijed gibanja, međudjelovanja koja su posljedica dinamičkog kontakta i postizanja stanja mirovanja koje je posljedica gubitka energije u sustavu. Sve ove efekte moguće je obuhvatiti primjenom metode konačno-diskretnih elemenata.

U ovom radu je u okviru metode konačno-diskretnih elemenata razvijen novi dinamički model za simulaciju ponašanja armirano-betonskih konstrukcija izloženih statičkom, dinamičkom i seizmičkom opterećenju. U postojeći model implementiran je novi model betona koji obuhvaća vlačno omekšanje betona nakon otvaranja pukotina te cikličko ponašanje tijekom djelovanja dinamičkog opterećenja. Razvijen je model armature na način da se do trenutka pojave pukotine beton i armatura ponašaju kao jedno tijelo. Deformacije betona utječu na deformacije armature. Nakon toga otvaraju se pukotine unutar kontaktnog elementa betona pri čemu dolazi do znatnog deformiranja armature koje se odvija unutar kontaktnog elementa armature.

Da bi se što realnije opisalo ponašanje armirano-betonskih konstrukcija, a posebno veza betona i armature pri otvaranju i širenju pukotina, razvijen je niz algoritama i ugrađen u postojeći program zasnovan na metodi konačno-diskretnih elemenata:

- Model betona je opisan eksperimentalnom krivuljom i u njega je implementiran ciklički model kojim je moguće opisivanje opterećenja i ponovnog rasterećenja.
- Razvijen je model armature na način da je šipka armature modelirana pomoću 1D linijskih konačnih elemenata ugrađenih u 2D konačni element betona.
- Nelinearno ponašanje armature modelirano je unutar kontaktnog elementa armature. Model ponašanja armature u kontaktnom elementu temelji se na eksperimentalnim krivuljama koje opisuju stanje deformacije armaturne šipke u pukotini uzimajući u obzir i plastične deformacije nastale uslijed cikličkog opterećenja. U kontaktnom elementu armature modeliran je utjecaj zakrivljenosti duž armaturne šipke u zoni savijanja i utjecaj udaljenosti pukotina.
- Ugrađen je poboljšani Kato-ov materijalni model za simulaciju cikličkog ponašanja čelika.
- Uveden je model potresnog opterećenja zadanog akcelelogramom.
- Razvijeni algoritmi implementirani su u program Y na osnovu kojega je razvijen računalni program Y-RC za analizu armirano-betonskih konstrukcija zasnovan na metodi konačno-diskretnih elemenata kojim je moguće pratiti pojavu, razvoj pukotina i konačni potpuni slom sustava izloženog seizmičkom i drugim dinamičkim opterećenjima.

Usporedbom numeričkih rezultata programa Y-RC s fizikalnim pokusima pokazalo se da razvijeni numerički model vrlo dobro opisuje ponašanje armirano-betonskih konstrukcija izloženih statičkom i dinamičkom opterećenju.

Numerički rezultati za slomno opterećenje dobiveni ovim modelom, u usporedbi s numeričkim rezultatima programa za nelinearnu analizu zasnovanih na metodi konačnih elemenata, pokazuju veću točnost u odnosu na fizikalne pokuse. Pored toga, ovaj model daje realnu sliku razvoja pukotina u armirano-betonskim konstrukcijama izloženih dinamičkom opterećenju prije potpunog sloma, ali i ponašanje takvih konstrukcija nakon potpunog sloma.

Važnost razvijenog modela je u tome što daje rezultate visoke točnosti. Stoga bi numerički pokusi mogli poslužiti u ocjeni nosivosti, kako novo projektiranih tako i postojećih sustava čime bi se mogli izbjeći mnogo skuplji fizikalni pokusi.

U do sada izloženom navedene su prednosti ovog modela. Međutim, primjena metode konačno-diskretnih elemenata za seizmičku analizu armirano-betonskih konstrukcija nameće potrebu za gustom diskretizacijom sustava. Naime u okviru ove metode pukotina nastaje na rubu konačnog elementa betona. Da bi se što bolje opisao nastanak i razvoj pukotina potrebno je sustav što gušće diskretizirati. Kao posljedica manjeg konačnog elementa, uslijed primjene penalty metode, potrebno je usvojiti manji vremenski korak što rezultira dugotrajnijim i skupljim proračunom za što je potrebno računalo većeg kapaciteta.

6.2 MOGUĆI PRAVCI DALJNJIH ISTRAŽIVANJA

Razvijeni model moguće je primijeniti za istraživanja koje se navode u nastavku.

- Analiza armirano-betonskih konstrukcija na mikro razini s razvojem mogućnosti povezivanja mikro i makro razine.
- Određivanje prigušenja realnih konstrukcija.
- Parametarska analiza armirano-betonskih konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju.

Ovaj bi se model mogao poboljšati što otvara nove pravce i mogućnosti daljnjih istraživanja. U nastavku se navode neke od njih.

- Implementiranje veze betona i armature u konačnom elementu, modeliranjem klizanja armature u betonu.
- Implementacija nelinearnog modela betona u tlaku s uključenjem cikličkog ponašanja.
- Razvoj prostornog modela za seizmičku analizu armirano-betonskih konstrukcija zasnovan na metodi konačno-diskretnih elemenata. U okviru tog modela armirano-betonska konstrukcija bi se diskretizirala trodimenzionalnim konačnim elementima, a armatura linijskim elementima u prostoru. U modelu bi trebalo razviti novi 3D kontaktni element betona i nelinearni trodimenzionalni model ponašanja betona u vlaku i tlaku.

7. LITERATURA

[A1] ABAQUS, *ABAQUS* Version 6.10 Documentation, Dassault Systémes Simulia Corporation, 2010.

[A2] Agrawal A.B., Jaeger L.G., *Response of RC shear wall under ground motions*, Journal of the Structural Division Proceedings, Vol. 107, No. 2, pp. 395-411, 1981.

[B1] Babuska I., Melenk J.M., *The partition of unity method*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 40, pp. 727-758, 1997.

[B2] Bangash T., Munjiza A., *Experimental validation of a computationally efficient beam element for combined finite-discrete element modelling of structures in distress*, Computational Mechanics, Vol. 30, pp. 366-373, 2003.

[B3] Bazant Z.P. and Cedolin L., *Fracture Mechanics of Reinforced Concrete*, Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 106, No. 6, pp. 1287-1306, 1980.

[B4] Bazant Z.P., Caner F.C., Carol I., Adley M.D., Akers, S.A., *Microplane model M4 for concrete I: formulation with work-conjugate deviatoric stress*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 126, pp. 944-953, 2000.

[B5] Bazant Z.P., *Imbricate continuum and its variational derivation*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 110, pp. 1693-1712, 1984.

[B6] Bazant Z.P., *Instability ductility and size effect in strain softening concrete*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 102, pp. 331-344, 1976.

[B7] Bazant Z.P., Oh B., *Crack band theory for fracture of concrete*, RILEM Materials and Structures, Vol. 16, pp. 155-177, 1983.

[B8] Belytschko T., Black T., *Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 45, pp. 601–620, 1999.

[B9] Belytschko T., Lu Y.Y., Gu, L., *Element-free Galerkin methods*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, pp. 229-256, 1994.

[B10] Belytschko T., Organ D., *Element- free Galerkin methods for dynamic concrete fracture in concrete*, In proceedings COMPLAS 5 Computational Plasticity, Owen D.R.J. et al., pp. 304-321, 1997.

[B11] Bicanic N., Munjiza A., Owen D.R.J., Petrinic N., *From continua to discontinua – a combined finite element / discrete element modelling in civil engineering*, in: B.H.V. Topping (Ed.), Developments in Computational Techniques for Structural Engineering, Civil-Comp Press, pp. 45-58, 1995.

[B12] Blaauwendraad J., Grootenboer H.J., *Essentials for discrete crack analysis*, IABSE Reports 34, Coll. Advanced Mech. of Reinforced Concrete, Delft. Univ. Press, pp. 263-272, 1981.

[B13] Blaauwendraad J., *Relations and restrictions – Application oh numerical models to concrete structures*, Finite element analyses of reinforced concrete structures, Proc. US-Japan Seminar, (Meyer, C., Okamura, H. Eds.), ASCE, pp. 557-578, 1985.

[B14] Bolander J.E., Saito S., *Fracture analysis using spring networks with random geometry*, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 61, pp. 569-591, 1998.

[B15] de Borst R., Muhhaus H.S., *Gradient-dependent plasticity: formulation and algorithmic aspects*, International journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 35, pp. 521-539, 1992.

[B16] de Borst R., Remmers J.J.C., Needlman A. and Abellan M.A., *Discrete vs smeared crack models for concrete fracture: bridging the gap*, International Journal for Numerical and Analytical methods in Geomechanics, Vol. 28, pp. 583-607, 2004.

[C1] Caner F.C., Bazant Z.P., *Microplane model M4 for concrete II: algorithm and calibration, Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, pp. 954-961, 2000.

[C2] Comité Européen de Normalisation (CEN), *Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance, EN 2004-1-1,* Brussels, 2004.

[C3] Cope R.J., Rao P.V., Clark L.A., Norris, P., *Modelling of reinforced concrete behaviour for finite element analysis of bridge slabs*, In Numerical Methods for Non-linear problems, Taylor, C., Hinton,E., Owen, D.R.J. (eds). Pineridge Press: Swansea, pp. 457-470, 1980.

[C4] Crisfield M.A., Wils J., *Analysis of RC panels using different concrete models*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, pp. 578-597, 1989.

[Č1] Čaušević M., *Dinamika konstrukcija*, Golden marketing, Tehnička knjiga, Zagreb, 2010.

[D1] Delaplace A., Ibrahimbegivic A., *Performance of time-stepping schemes for discrete models in fracture dynamic analysis*, International journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 65, pp. 1527-1544, 2006.

[E1] Elnashai A.S., Broderick B.M., *Seismic response of composite frames-II, calculation of behaviour factor*, Engineering Structures, Vol. 18, No. 9, pp. 707-723, 1996.

[E2] Elwi A.E. and Hrudey M., *Finite element model for curved embedded reinforcement*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, pp. 740-754, 1989.

[F1] FEAT, *FEAT* Version 2000 Documentation, SCIA Scientific Software, 2000.

[G1] Galić M., *Development of nonlinear numerical 3D model of reinforced and prestressed concrete structures*, Ph.D. Thesis, University of Split, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Split. (in Croatian), 2006.

[G2] Galić M., Marović P., Nikolić Ž., *Modified Mohr-Coulomb - Rankine material model for concrete*, Engineering Computations - International Journal for Computer-Aided Engineering and Software, Vol. 28, No. 7, pp. 853-887, 2011.

[G3] Gupta A.K., Akbar H., *Cracking in reinforced concrete analysis*, Journal of Structural Engineering, Vol. 110, pp. 1735-1746, 1984.

[H1] Han T.S., Billington S.L., Ingrafea A.R., *Simulation strategies to predict seismic response of RC structures*, In Finite Element Analysis of RC Structures, Willam K., Tanabe T. (eds). ACI International, Farmington Hills, MI, ACI-SP-205-10, pp. 191-213, 2001.

[H2] Hegen D., *Element-free Galerkin methods in combination with finite element approaches*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 135, pp. 143-146, 1996.

[H3] Hillerborg A., Modeer M. and Petersson P.E., *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*, Cement Concrete Res., Vol. 6, pp. 773-782, 1976.

[H4] Hinton E. and Owen R., *Computational modelling of reinforced concrete structures*, Pineridge press, Swansea, U.K., 1986.

[H5] Hordijk D.A., *Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete – experiments, modelling and analyses*, Heron, Vol. 37, No. 1, pp. 3-79, 1992.

[I1] Ideguti H., Matsumoto S. and Maemura M., *Study on distribution of plastic strain along a steel bar subjected to reversed cyclic loading and calculating of the steel slip*, Proceedings of the 3rd Annual conference of JSCE, Vol. 5, pp 630-637, 1988.

[I2] Iervolino I., Maddaloni G. and Cosenza E., *Eurocode 8 compliant real record sets for seismic analysis of structures*, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 12, pp. 54-90, 2008.

[I3] Ile N., Reynouard J.M., *Nonlinear analysis of reinforced concrete shear wall under earthquake loading*, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 4, No. 2, pp. 83-213, 2000.

[I4] Ingraffea A.R., Saouma V., *Numerical modelling of discrete crack propagation in reinforced and plain concrete*, Fracture Mechanics of Concrete, Sih, G.C., DiTomasso, A. (Eds.), Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, pp. 171-225, 1985.

[I5] Inoue N., Yang K., Shibata A., *Dynamic nonlinear analysis of RC shear wall by fem with explicit analytical procedure*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp. 967-986, 1997.

[K1] Kappos A.J., *Analytical prediction of the collapse earthquake for RC buildings: suggested methodology*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 20, pp. 167-176, 1991.

[K2] Kato B., *Mechanical properties of steel under load cycles idealizing seismic action*, Bulletin D'Information, No. 131, CEB, AICAP-CEB symposium, Rome, pp. 7-27, 1979.

[K3] Kotsovos M.D., *A mathematical description of the strength properties of concrete under generalized stress*, Magazine of concrete Research, Vol. 31, No.108, pp. 151-158, 1979.

[K4] Kotsovos M.D., Newman, J.B., *Generalized stress-strain relations for concrete*, Journal of the Engineering Mechanics Division Proceedings, Vol. 104, pp. 845-856, 1978.

[K5] Kotsovos M.D., Pavlovic M.N., *Structural concrete*, Finite Element Analyses for Limit State Design, Thomas Telford, London, 1995.

[K6] Kun F., Herrmann H.J., *A study of fragmentation processes using discrete element method*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 7, pp. 3-18, 1996.

[K7] Kwan W.P., Bilington S.L., *Simulation of structural concrete under cyclic load*, Journal of Structural Engineering, Vol. 127, pp. 1391-1401, 2001.

[L1] Lefas I.D, Kotsovos M.D., *Strength and deformation characteristics of reinforced concrete walls under load reversals*, ACI Structural Journal, Vol. 87, No. 6, pp. 716-726, 1990.

[M1] Maekawa K., Pimanmas A. and Okamura H., *Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete*, London, 2003.

[M2] Mahabadi O.K., Grasselli G., Munjiza A., *Y-GUI: A graphical user interface and pre-processor for the combined finite-discrete element code, Y2D, incorporating material heterogeneity*, Computers & Geosciences, Vol. 36, No. 2, pp. 241-252, 2010.

[M3] Majewski S. and Krzowyon R., *Numerical and experimental verification of FEM for elastoplastic analysis of RC structures and soil structure interaction problems*, Proc. of the 7th Int. Conf. on Numerical Methods in Continuum Mechanics, High Tatras, October, Eds. Kompiš V., Žmindak M. and Hučko B., pp. 519-524, 1998.

[M4] Mazars J., Kotronis P., Davenne L., *A new modelling strategy for the behaviour of shear walls under dynamic loading*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 31, pp. 937-954, 2002.

[M5] van Mier J.G.M. et al., *Strain softening of concrete in uniaxial compression*, RILEM Materials and Structures, Vol. 30, pp. 195-209, 1997.

[M6] Mihanović A., Marović P., Dvornik J., *Nelinearni proračuni armirano betonskih konstrukcija*, DHGK, Zagreb, 1993.

[M7] Moës N, Dolbow J., Belytschko T., *A finite element method for crack growth without remeshing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 46, pp. 131–150, 1999.

[M8] Munjiza A., Andrews K.R.F. and White J.K., *NBS contact detection algorithm for bodies of similar size*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 43, pp. 131-149, 1998.

[M9] Munjiza A., Andrews K.R.F. and White J.K., *Penalty function method for combined finite-discrete element system comprising large number of separate bodies*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 49, pp. 1377-1396, 2000.

[M10] Munjiza A., John N.W. M., *Mesh size sensitivity of the combined FEM/DEM fracture and fragmentation algorithms*, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 69, pp. 281-295, 2002.

[M11] Munjiza A., Knight E.E., Rouiger E., *Computational Mechanics of Discontinua*, John Wiley & Sons, 2012.

[M12] Munjiza A., Owen D.R.J., Bicanic N., *A combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids*, Engineering Computations, Vol. 12, pp. 145-174, 1995.

[M13] Munjiza A., *The combined finite-discrete element method*, John Wiley & Sons, 2004.

[M14] Munjiza A., Andrews K.R.F. and White J.K., *Combined single and smeared crack model in combined finite-discrete element method*, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 44, pp. 41-57, 1999.

[N1] Ngo D. and Scordelis A.C., *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams*, Journal of ACI, Vol. 64, No. 14, pp. 152-163, 1967.

[N2] Nikolić Ž. and Mihanović A., *Non-linear finite element analysis of post-tensioned concrete structures*, Engineering Computations, Vol. 14, No. 5, pp. 509-528, 1997.

[N3] Nilson A.H., *Nonlinear analyses of reinforced concrete by finite element method*, Journal of ACI, Vol. 65, No. 9, pp. 757-766, 1968.

[O1] OECD Nuclear Energy Agency, *Committee on the safety of nuclear installations, seismic shear wall*, ISP, NUPEC's Seismic Ultimate Dynamic Response Test-Comparison Report, NEA/CSNI/R (96)10, 1996.

[O2] Ozbolt J., Li Y.J., *Three dimensional cyclic analysis of compressive diagonal shear failure", In Finite Element Analysis of RC Structures*, Willam K., Tanabe T. (eds.), ACI International, Farmington Hills, MI, ACI-SP-205-4, pp. 61-79, 2001.

[R1] Rashid Y.R., *Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels*, Nuclear Engineering and Design, Vol. 7, No. 4, pp. 334-344, 1968.

[R2] Rousseau J., Frangin E., Marin Ph., Daudeville L., *Damage prediction in the vicinity of an impact on a concrete structure: a combined FEM/DEM approach*, Computers and Concrete, Vol. 5, No. 4, pp. 343-358, 2008.

[R3] Rousseau J., Marin Ph., Daudeville L., *Discrete element modelling of reinforced concrete with a particular steel-concrete interface*, Laboratories Sols, Solids, Structures-Risqué, Grenoble, France, 2008.

[S1] Saito S., Bolander J.E., *Numerical analyses of shrinkage cracking restrained by carbon fiber nets*, In: Third international Conference on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, Japan, Concrete Institute, Tokyo, Japan, 1997.

[S2] Shima H.,Chou L. and Okamura, H., *Micro and macro model for bond behaviour in RC*, Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo (B), Vol. 39, No. 2, pp. 133-94, 1987.

[S3] Soltani M., Maekawa K., *Path-dependent mechanical model for deformed reinforcing bars at RC interface under coupled cyclic shear and pullout tension*, Engineering Structures, Vol. 30, pp. 1079-1091, 2008.

[S4] Spiliopoulos K.V., Lykidis G.Ch., *An efficient three-dimensional solid finite element dynamic analysis of reinforced concrete structures*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 35, pp. 137-157, 2006.

[T1] Trogrlić B., Mihanović A., *Nelinearni model prostornih konstrukcija s primjenom na potresnu otpornost* , Građevinar, časopis Hrvatskog saveza građevinskih inženjera, Vol. 63, No. 2, pp. 111-124, 2011.

[V1] Vamvatsikos D. and Cornell C.A., *Incremental dynamic analysis*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 31, pp. 491-514, 2002.

[V2] Vebo A. and Ghali A., *Moment-Curvature Relation of Reinforced Concrete Slabs*, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST3, pp. 515-531, 1977.

[Z1] Zisopoulos P.M., Kotsovos M.D., Pavlovic M.N., *Deformational behaviour of concrete specimens in uniaxial compression under different boundary conditions*, Cement and Concrete Research, Vol. 30, pp. 153-159, 2000.

[X1] Xian L., Bićanić N., Owen D.R.J. and Munjiza A., *Rock blasting simulation by rigid body dynamic analysis and rigid brittle fracturing model*, in Bićanić et al. (eds.), Proceedings NEC-91, Int. Conf. on Nonlinear Engineering Computations, Pineridge Press, Swansea, pp. 577-587, 1991.

[W1] Williams J.R., *Contact analysis of large number of interacting bodies using discrete modal methods for simulating material failure on the microscopic scale*, International Journal of Engineering Computations, Vol. 3, pp. 197-209, 1988.

[Internet baze podataka:]

http://www.sciencedirect.com ScienceDirect, Elsevier Science, Amsterdam, The Netherlands.

http://www.isesd.hi.is The European Strong-motion database