

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 2497

**IMPLEMENTACIJA ALGORITMA
NEDERIVACIJSKOG KALMANOVA FILTRA
U PROGRAMIRLJIVOM LOGIČKOM
KONTROLERU**

Tomislav Lončarek

Zagreb, srpanj 2012.

Na drugu stranicu stavite izvornik zadatka završnog rada.

Sadržaj

Uvod.....	1
1. Estimacija varijabli u sustavu.....	2
1.1. Filtriranje.....	2
1.1.1. Diskretni Kalmanov filter.....	5
1.1.2. Kalmanovi filteri za nelinearne sustave.....	6
1.1.3. Diskretni prošireni Kalmanov filter.....	6
2. Nederivacijski Kalmanov filter.....	8
2.1. Nelinearna transformacija i sigma točke.....	8
2.2. Algoritam nederivacijskog Kalmanovog filtera.....	9
3. Implementacija nederivacijskog Kalmanovog filtera u programirajući logički kontroler ..	12
3.1. Konfiguracija programirajućeg logičkog kontrolera.....	12
3.2. Osnovne funkcije za rad s matricama.....	13
3.3. Funkcije algoritma nederivacijskog Kalmanovog filtera algoritma.....	13
4. Matematički model i numerička integracija.....	22
5. Rezultati.....	23
5.1. Rezultati simulacije u Matlabu.....	23
5.2. Eksperimentalni rezultati.....	25
5.3. Komentari i usporedbe rezultata testiranja.....	31
Zaključak.....	32
Literatura.....	33

Uvod

U fizikalnim procesima ponekad je nemoguće ili je jako teško izravno izmjeriti neku fizikalnu veličinu od interesa. Ovakav problem najčešće se javlja pri znanstvenim i edukacijskim pokusima, tehničkim i proizvodnim procesima, itd. Rješenje problema nudi Kalmanov filter. Jedna od verzija Kalmanovog filtra, prošireni Kalmanov filter (engl. Extended Kalman Filter, EKF) postao je standardna tehnika za nelinearne estimacije te učenje o procesima. Poboljšanje proširenog Kalmanovog filtra predstavlja nederivacijski Kalmanov filter (engl. unscented Kalman Filter, UKF).

U radu je prikazan algoritam estimacije UKF-a, njegovu implemetaciju u programirljivi logički kontroler (PLC) te rezultate testa implementiranog UKF-a na PT1 članu s kašnjenjem i bez kašnjenja.

1. Estimacija varijabli u sustavu

Estimacija je proces procjene vrijednosti veličina od interesa na osnovi dostupnih mjerenja, koja su uglavnom posredna, netočna ili nesigurna.

Svrhe estimacije mogu biti:

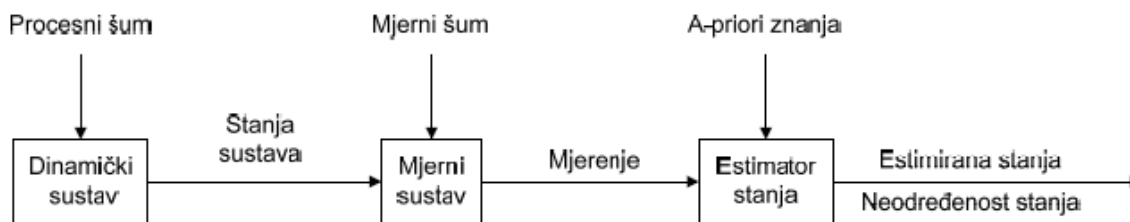
- Upravljanje sustavima uz prisutstvo neodređenosti (šum ili nepoznati parametri) – identifikacija parametara, estimacija stanja i stohastičko upravljanje
- Određivanje parametara matematičkog modela radi predviđanja stanja stvarnog sustava – identifikacija sustava
- Određivanje svojstva prenesene poruke na osnovi zašumljenog primljenog signala – teorija komunikacija

1.1. Filtriranje

U kontekstu estimacije varijabli sustava, filtriranje je prema [3] estimacija aktualnog stanja dinamičkog sustava. Korištenje riječi „filtrar“ rezultat je činjenice da proces određivanja najbolje estimacije iz zašumljenih podataka ujedno filtrira i šum iz podataka. U sustavima upravljanja filtriranje se koristi kako bi se dobile estimacije varijabli stanja stohastičkog dinamičkog sustava, potrebne regulatoru.

Metode estimacije imaju vrlo široku primjenu- svugdje gdje je neku pojavu (proces) moguće opisati parametriranim matematičkim modelom.

Problem estimacije nekog procesa pojavljuje se zbog netočnosti i nepreciznosti mjerenja. Da su mjerenja nad nekim procesom apsolutno točna, parametre tog procesa mogli bismo odrediti s apsolutnom točnošću i to s minimalnim brojem mjerenja, međutim, kako su mjerenja samo približno točna, potrebno je kombinirati više mjerenja da bi se što točnije odredile vrijednosti nepoznatih veličina. Ako započnemo s približnim poznavanjem vrijednosti veličina, možemo ih korigirati na osnovi slijeda mjerenja te tako dolazimo do točnijih vrijednosti što nas navodi na primjenu rekurzivnih algoritama estimacije stanja procesa.



Slika 1: Blokowska shema postupka estimacije stanja sustava

Stanje sustava u nekom vremenskom trenutku određeno je vrijednostima njegovih varijabli stanja u tome trenutku. Za određivanje stanja sustava metode estimacije počele su se koristiti pedesetih godinama dvadesetog stoljeća. Estimatori koriste opis modela sustava u prostoru stanja:

$$(\text{stanje})_{k+1} = (\text{funkcija o stanju i ulazu})_k + (\text{procesni šum})_k$$

$$(\text{mjerenje})_k = (\text{funkcija o stanju})_k + (\text{mjerni šum})_k$$

Estimacija se načelno prema [3] provodi rekurzivno u dva koraka :

- Korak predikcije stanja na temelju jednadžbe stanja sustava

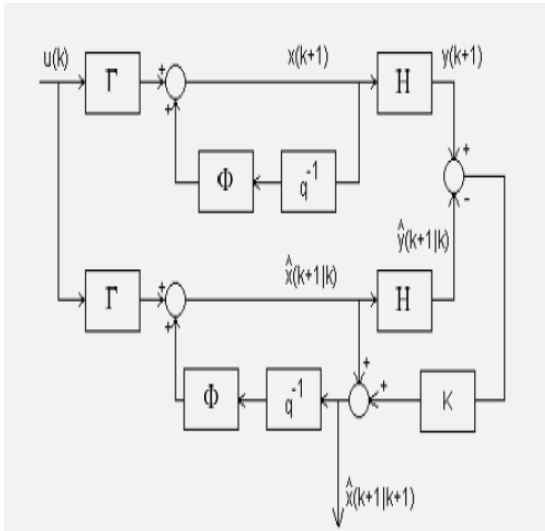
$$(\text{predikcija stanja})_{k+1}^- = (\text{estimacija stanja})_k + (\text{promjena stanja})_k$$

- Korak korekcije stanja sustava na temelju novih mjerenja

$$(\text{estimacija stanja})_{k+1} = (\text{predikcija stanja})_{k+1}^- + (\text{težinski član})_{k+1} * (\text{rezidualni})_{k+1}$$

- ❖ $(k+1)$ označuje da se koristi mjerenje u $(k+1)$ koraku

S obzirom na način korištenja aktualne mjerne vrijednosti estimatori mogu biti prediktivni i neprediktivni. Prediktivni estimatori za estimaciju stanja u koraku $(k+1)$ koriste samo podatke dobivene do koraka (k) , a neprediktivni estimatori za estimaciju stanja u koraku $(k+1)$ uz podatke dobivene do koraka (k) koriste i mjerne vrijednosti iz koraka $(k+1)$. Pošto neprediktivni estimator koristi mjernu vrijednost iz aktualnog trenutka uzorkovanja za očekivati je da će on imati brži odziv na poremećaje i mjerne pogreške nego prediktivni estimator, međutim njegov algoritam izvođenja može biti vremenski zahtjevniji za računala.



Neprediktivni estimator stanja opisan jednažbama diferencija:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k+1) &= \hat{x}(k+1|k) \\ &+ K[y(k+1) - H\hat{x}(k+1|k)] \\ &= \hat{x}(k+1|k) + K[y(k+1) - \hat{y}(k+1|k)] \end{aligned}$$

Slika 2: Blokovski prikaz neprediktivnog estimatora stanja

Kako bi estimirane vrijednosti brzo pratile promjene pravih vrijednosti varijabla stanja dinamika estimatora treba biti znatno brža od dinamike sustava. Iz jednažbi diferencija estimatora vidimo da povećavanjem faktora K povećavamo i dinamiku estimatora s time će i pogreška estimacije brže iščezavati. Međutim što je veće pojačanje estimatora bit će veći utjecaj mjernog šuma na kakvoću estimacije. Kalmanov filter omogućava optimalni odabir pojačanja K kako bi se minimizirali utjecaji procesnog i mjernog šuma, a povećala dinamika estimatora.

1.1.1. Diskretni Kalmanov filter

Rudolph Emil Kalman (rođen 1930. u Budimpešti) objavio je 1960. godine rekurzivni matematički algoritam za estimaciju stanja dinamičkih sustava sa zašumljenim mjernim signalima i varijablama stanja. Budući da uz estimaciju varijabli stanja koje nisu mjerljive, algoritam filtrira zašumljene mjerne signale, zove se Kalmanov filter. Diskretni Kalmanov filter (DKF) rekurzivno estimira očekivanu vrijednost i kovarijancu stanja linearnog stohastičkog, dinamičkog sustava:

$$\begin{aligned}x_k &= \Phi_{k-1}x_{k-1} + \Gamma_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1} \\ y_k &= H_k x_k + v_k\end{aligned}$$

gdje su w_k i v_k Gaussovi bijeli šumovi nultih očekivanih vrijednosti i varijanci $E_k = w_k w_k^T$ odnosno $E_k = v_k v_k^T$

$$\begin{aligned}w_k &\sim (0, Q_k) \\ v_k &\sim (0, R_k) \\ E[w_k w_j^T] &= Q_k \delta_{k-j} \\ E[v_k v_j^T] &= R_k \delta_{k-j} \\ E[v_k w_j^T] &= 0\end{aligned}$$

Propagacija očekivane vrijednosti stanja: $\bar{x}_k = E(x_k) = \Phi_{k-1}\bar{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1}u_{k-1}$

Propagacija varijance stanja: $P_k = E[(x_k - \bar{x}_k)(x_k - \bar{x}_k)^T] = \Phi_{k-1}P_{k-1}\Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}$

Estimacijski ciklus DKF-a:

Početna vrijednost estimacije stanja (prije ijednog mjerenja):

$$\hat{x}_0^+ = E(x_0) ; \quad P_k^+ = E[(x_k - \bar{x}_k^+)(x_k - \bar{x}_k^+)^T] = E[(\tilde{x}_k^+)(\tilde{x}_k^+)^T]$$

Gdje su: $\bar{x}_k^+ \rightarrow$ estimacija u koraku k nakon što je obavljano mjerenje

$P_k^+ \rightarrow$ kovarijanca pogreške estimacije nakon mjerenja (naknadna estimacija)

Osnovni estimacijski ciklus:

1. U trenutku (k-1) nakon što je uzeto mjerenje y_{k-1} , izračunate su estimacije \bar{x}_{k-1}^+ i P_{k-1}^+
2. U trenutku (k) prije uzimanja mjerenja y_k , izračunaju se unaprijedne estimacije \bar{x}_k^- i P_k^-

$$\bar{x}_k^- = \Phi_{k-1}\bar{x}_{k-1}^+ + \Gamma_{k-1}u_{k-1}$$

$$P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}$$

3. Uzme se mjerenje y_k i korigiraju se unaprijedne estimacije \bar{x}_k^- i P_k^- te se dobiju naknadne estimacije \bar{x}_k^+ i P_k^+

$$\bar{x}_k^+ = \bar{x}_k^- + K_k (y_k - \bar{y}_k^-) = \bar{x}_k^- + K_k (y_k - H \bar{x}_k^-)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T = (I - K_k H_k) P_k^-$$

Optimalno Kalmanovo pojačanje iznosi :

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$$

1.1.2. Kalmanovi filtri za nelinearne sustave

Svi su stvarni sustavi nelinearni, ali se u velikom broju slučajeva radna točka sustava malo mijenja, te se u tim slučajevima mogu koristiti linearni KF. Za nelinearne sustave s jače izraženim nelinearnim vladanjem i s većim promjenama radne točke, neophodno je koristiti nelinearne estimatore. Opća teorija nelinearnih estimatora još nije razvijena kao što je razvijena teorija linearnih estimatora, ali se neke metode nelinearnih estimacija vrlo široko primjenjuju. Te se metode uglavnom zasnivaju na prilagodbama KF za estimaciju nelinearnih sustava.

Jedna od izvedbi Kalmanova filtra je „prošireni Kalmanov filter“ (engl. Extended Kalman filter – EKF). Za razliku od „kontinuiranog Kalmanovog filtra“ (KKF) i „lineariziranog kontinuiranog Kalmanovog filtra“ koji koriste unaprijed određene nazivne vrijednosti ili nazivnu trajektoriju sustava, EKF estimira stanje na osnovi lineariziranog modela, a linearizirani se model izračunava oko estimirane vrijednosti dobivene EKF-om. Zamisao prvog takvog Kalmanova filtra predložio je Stanley Schmidt 1967. godine.

1.1.3. Diskretni prošireni Kalmanov filter

DKF je prilagođen digitalnoj implementaciji i računski je jednostavniji od digitalne implementacije kontinuiranog i hibridnog EKF-a, jer ne zahtjeva integraciju dinamičkog modela sustava. Međutim, pošto se linearizacija jednadžbe stanja provodi razvojem u Taylorov red potrebna je implementacija funkcije derivacije.

Izrazi diskretnog proširenog Kalmanova filtra (EKF):

1. Matematički model sustava:

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1})$$

$$y_k = h_k(x_k, v_k)$$

$$w_k \sim (0, Q_k)$$

$$v_k \sim (0, R_k)$$

2. Inicijalizacija D-EKF-a:

$$\hat{x}_0^+ = E(x_0)$$

$$P_0^+ = E[(x_0 - \hat{x}_0^+)(x_0 - \hat{x}_0^+)^T]$$

3. Za korak $k=1,2,\dots$, radi sljedeće:

a) Izračunaj parcijalne derivacije

$$\Phi_{k-1} = \left. \frac{\partial f_{k-1}}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1}^+} ; L_{k-1} = \left. \frac{\partial f_{k-1}}{\partial w} \right|_{\hat{x}_{k-1}^+}$$

b) Izračunaj predikcije stanja i kovarijance stanja sustava

$$P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + L_{k-1} Q_{k-1} L_{k-1}^T$$

$$\hat{x}_k^- = f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0)$$

c) Izračunaj parcijalne derivacije

$$H_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k^-} ; M_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial v} \right|_{\hat{x}_k^-}$$

d) Izračunaj naknadne estimacije stanja i kovarijance stanja sustava:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + M_k R_k M_k^T)^{-1}$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k [y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)]$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^-$$

2. Nederivacijski Kalmanov filter

2.1. Nelinearna transformacija i sigma točke

Nelinearna transformacija (engl. Unscented transformation, UT) je metoda za proračun statistike slučajne varijable nakon preslikavanja nelinearnom funkcijom. Razmatra se propagacija slučajne varijable \mathbf{x} (dimenzije L) kroz nelinearnu funkciju, $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$. Uzmimo da \mathbf{x} ima očekivanje $\bar{\mathbf{x}}$ i kovarijancu \mathbf{P}_x . Za određivanje statistike \mathbf{y} , formira se matrica χ sa $2L+1$ sigma vektora χ_i prema sljedećim pravilima:

$$\begin{aligned}\chi_0 &= \bar{\mathbf{x}} \\ \chi_i &= \bar{\mathbf{x}} + (\sqrt{(L + \lambda) \mathbf{P}_x})_i \quad i = 1, \dots, L \\ \chi_i &= \bar{\mathbf{x}} - (\sqrt{(L + \lambda) \mathbf{P}_x})_{i-L} \quad i = L + 1, \dots, 2L\end{aligned}$$

gdje je $\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$ parametar koji određuje raspršenost sigma točaka oko srednje vrijednosti $\bar{\mathbf{x}}$. Konstanta α i κ su parametri koji određuju lambda, α se obično postavlja na vrijednost u rasponu $(10^{-4}, 1)$, a parametar κ se postavlja u 1. $(\sqrt{(L + \lambda) \mathbf{P}_x})_i$ je i -ti stupac matričnog drugog korijena (pri implementaciji korjenovanje matrice radi se Cholesky dekompozicijom). Takvi sigma vektori propagiraju kroz nelinearnu funkciju,

$$\gamma_i = f(\chi_i) \quad i = 0, \dots, 2L$$

očekivanje i kovarijanca za $\bar{\mathbf{y}}$ aproksimirane su koristeći otežano usrednjavanje očekivanja i kovarijanca posteriornih sigma točaka,

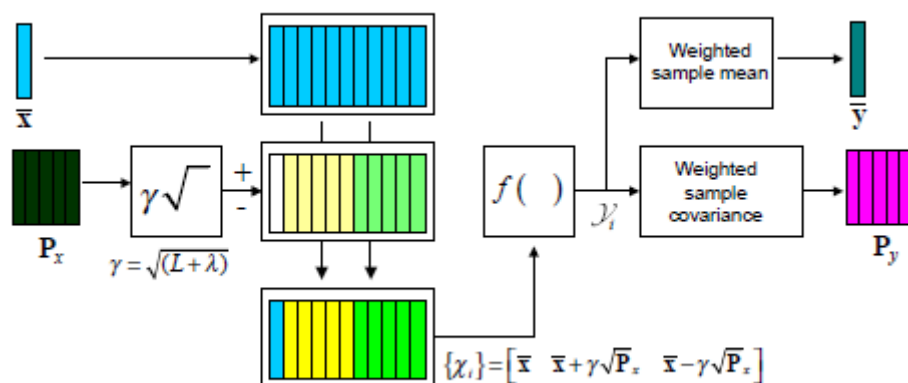
$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{y}} &\approx \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathbf{Y}_i \\ \mathbf{P}_y &\approx \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \{\mathbf{Y}_i - \bar{\mathbf{y}}\} \{\mathbf{Y}_i - \bar{\mathbf{y}}\}^T\end{aligned}$$

gdje je W_i :

$$\begin{aligned}W_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} \\ W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta)\end{aligned}$$

β je za Gaussovu distribuciju optimalno $\beta = 2$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{\lambda}{2(L + \lambda)} \quad i = 1, \dots, 2L$$

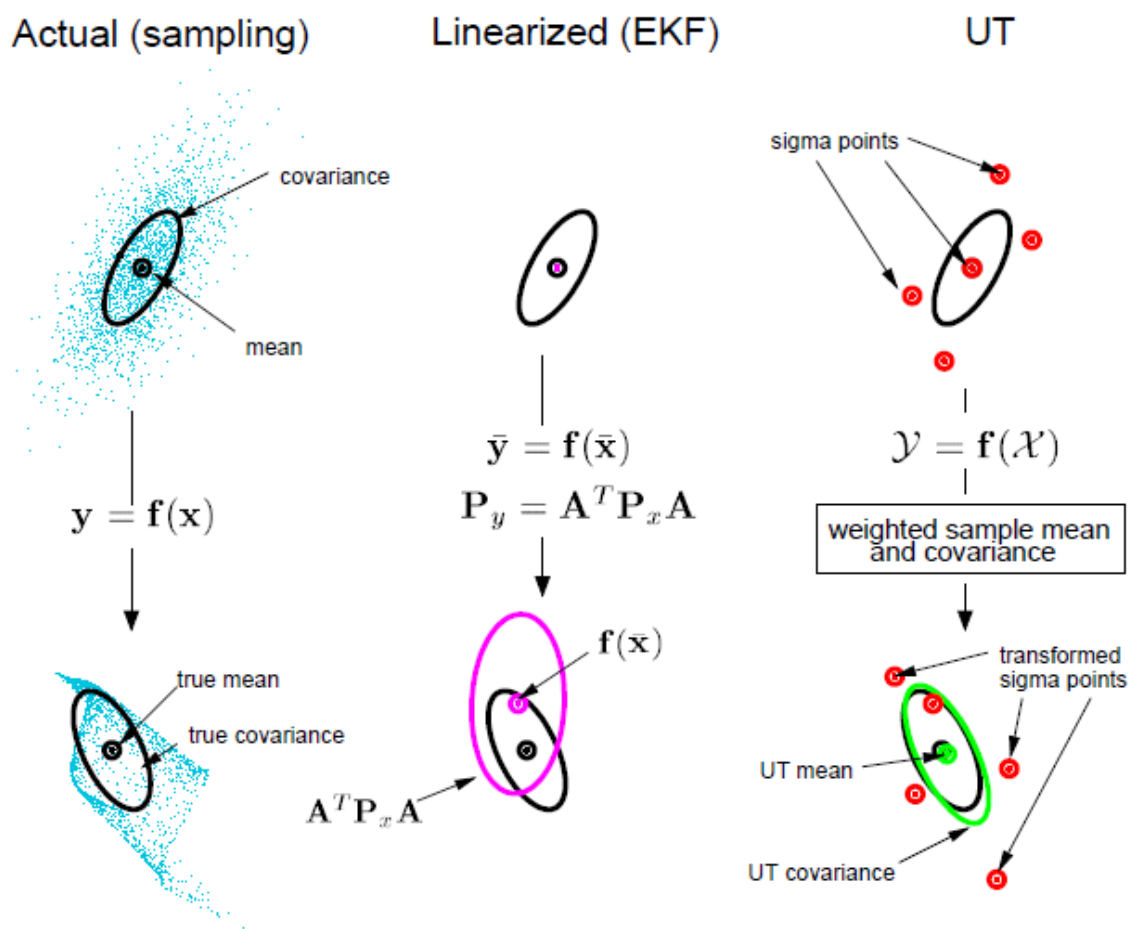


Slika 3: Blok dijagram Unscented transformacije [2]

Slika 3. ilustrira blokovski prikaz izvođenja UT. Naoko jednostavan pristup rezultira točnim aproksimacijama nelinearnog sustava treće reda s Gausovim šumom i nelinearnog sustava drugog reda s negausovim šumom.

2.2. Algoritam nederivacijskog Kalmanovog filtra

Nederivacijski Kalmanov filter se, kao i prošireni Kalmanov filter, temelji na pretpostavci da su mjerne i estimirane varijable Gaussove slučajne varijable. EKF estimira optimalne veličine primjenom razvoja u Taylorov red modela procesa i modela mjerenja uz zanemarenje članova drugog i viših redova (linearizacija). Ovakva linearizacija može imati za posljedicu pojavu velikih pogrešaka u estimaciji očekivane vrijednosti i varijance transformirane Gaussove slučajne varijable, što može dovesti do narušavanja kvalitete rada filtra, pa čak i do njegove divergencije. UKF izračunava optimalne veličine primjenom nederivacijske transformacije koja osigurava točnost aproksimacije do najmanje člana 2. stupnja Taylorova reda. Umjesto aproksimacije nelinearnog sustava (kod EKF-a), UKF aproksimira Gaussovu razdiobu, što je jednostavnije. Slika 4. ilustrira točnost nederivacijske transformacije.



Slika 4. Ilustracija točnosti nederivacijske transformacije [7]

Nederivacijski Kalmanov filtar implementira UT kroz rekurzivnu estimaciju prema jednadžbama:

$$\bar{x}_k = (\text{predikcija } x_k) + \kappa_k [y_k - (\text{predikcija } y_k)]$$

$$P_{x_k} = P_{x_k}^- - \kappa_k P_{y_k} \kappa_k^T$$

Definira se $x_k^a = [x_k^T v_k^T n_k^T]^T$ time je matrica stanja proširena vektorima šuma procesa i mjerenja kako bi se pomoću toga izračunavala odgovarajuća sigma matrica χ_k^a .

Jednadžbe UKF-a:

Inicijalizacija:

$$\bar{\mathbf{x}}_k = E[\mathbf{x}_0] \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_k = E[(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)^T] \quad (4)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_0^a = E[\mathbf{x}^a] = [\bar{\mathbf{x}}_0^T \mathbf{0} \mathbf{0}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_0^a = E[(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}^v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}^n \end{bmatrix} \quad (6)$$

for $k \in \{1, \dots, \infty\}$

računanje sigma točaka:

$$\mathbf{x}_{k-1}^a = [\bar{\mathbf{x}}_{k-1}^a \quad \bar{\mathbf{x}}_{k-1}^a - \gamma\sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a} \quad \bar{\mathbf{x}}_{k-1}^a + \gamma\sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a}] \quad (7)$$

osvježavanje vremena:

$$\mathbf{x}_{k|k-1}^x = \mathbf{F}[\mathbf{x}_{k-1}^x, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{x}_{k-1}^v] \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathbf{x}_{i,k|k-1}^x \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathbf{x}_{i,k|k-1}^x - \bar{\mathbf{x}}_k^-][\mathbf{x}_{i,k|k-1}^x - \bar{\mathbf{x}}_k^-]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{y}_{k|k-1} = \mathbf{H}[\mathbf{x}_{k|k-1}^x, \mathbf{x}_{k-1}^n] \quad (11)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathbf{y}_{i,k|k-1} \quad (12)$$

osvježavanje mjerenja:

$$\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k \bar{\mathbf{y}}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathbf{y}_{i,k|k-1} - \bar{\mathbf{y}}_k^-][\mathbf{y}_{i,k|k-1} - \bar{\mathbf{y}}_k^-]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k \bar{\mathbf{y}}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathbf{x}_{i,k|k-1}^x - \bar{\mathbf{x}}_k^-][\mathbf{y}_{i,k|k-1} - \bar{\mathbf{y}}_k^-]^T \quad (14)$$

$$\kappa_k = \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}_k \bar{\mathbf{y}}_k} \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{y}}_k \bar{\mathbf{y}}_k}^{-1} \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k^- + \kappa_k (\mathbf{y}_k - \bar{\mathbf{y}}_k^-) \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \kappa_k \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{y}}_k \bar{\mathbf{y}}_k} \kappa_k^T \quad (17)$$

gdje su $\mathbf{x}^a = [(\mathbf{x}^x)^T (\mathbf{x}^v)^T (\mathbf{x}^n)^T]^T$, \mathbf{R}^v kovarijanca šuma procesa, \mathbf{R}^n kovarijanca šuma mjerenja

3. Implementacija nederivacijskog Kalmanovog filtra u programirljivi logički kontroler

Algoritam UKF-a za potrebe PLC-a razvijen je pomoću dva programska jezika STL(engl. Statement List) i LD (engl. Ladder Diagram). Radi preglednosti, pojednostavljivanja kodiranja, snalaženja u kodu i ostalih prednosti programiranja pomoću blokova funkcija, potrebno je algoritam UKF-a podijeliti na dijelove. Može se reći da svaka funkcija predstavlja jedan red u jednadžbama UKF-a.

3.1. Konfiguracija programirljivog logičkog kontrolera

Korišteni programirljivi logički kontroler sastavljen je od sljedećih modula:

- Slot 1: Napajanje PS 307-5A;
- Slot 2: CPU 314C-2DP (narudžbeni broj 6ES7 314-6CF01-0AB0) s:
 - ✓ 24 digitalna ulaza (24 V)
 - ✓ 16 digitalnih izlaza (24 V/0.5 A)
 - ✓ 5 analognih ulaza (PIW 752)
 - ✓ 2 analogna izlaza (PQW 752)
- Slot 4: Modul SM 323 (narudžbeni broj 6ES7 323-1BL00-0AA0)
- Slot 5: Komunikacijski procesor CP 343-1 (narudžbeni broj 6GK7 343-1EX30-0XE0)

Za potrebe testiranja korišten je jedan analogni ulaz i jedan analogni izlaz oba konfiguracije $\pm 10V$.

3.2. Osnovne funkcije za rad s matricama

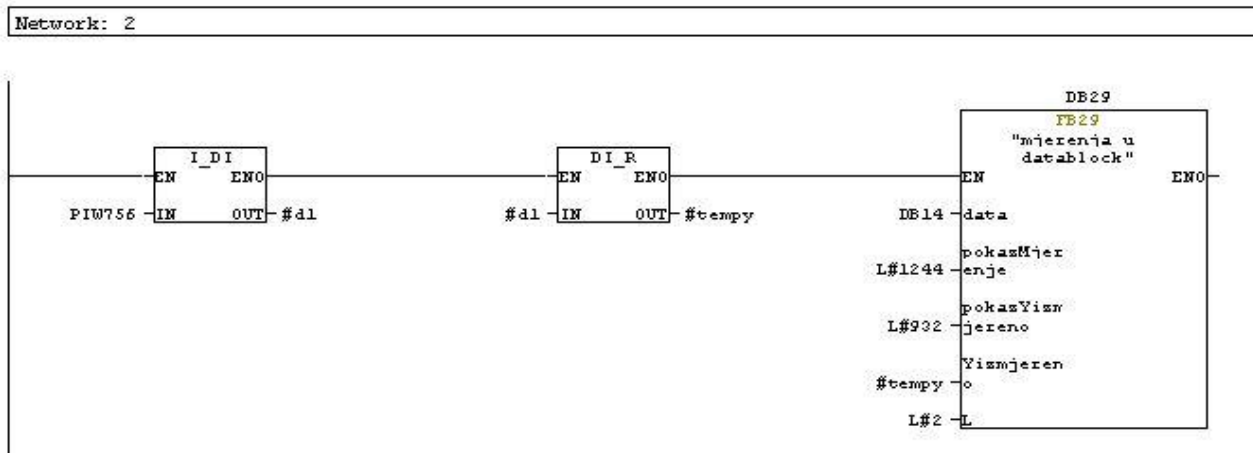
Potrebno je razviti osnovne funkcije za rad s matricama pa su tako prvo kodirane sljedeće funkcije:

- Množenje matrica
- Korjen matrice (Choleskyjevo rastavljanje matrice)
- Inverz matrice
- Transponiranje matrice
- Množenje matrice i skalarom

Kako u UKF-algoritmu postoje ponavljanja aritmetičkih operacija s ovim će funkcijama razvijanje koda UKF-a u STL-u biti puno brže i preglednije.

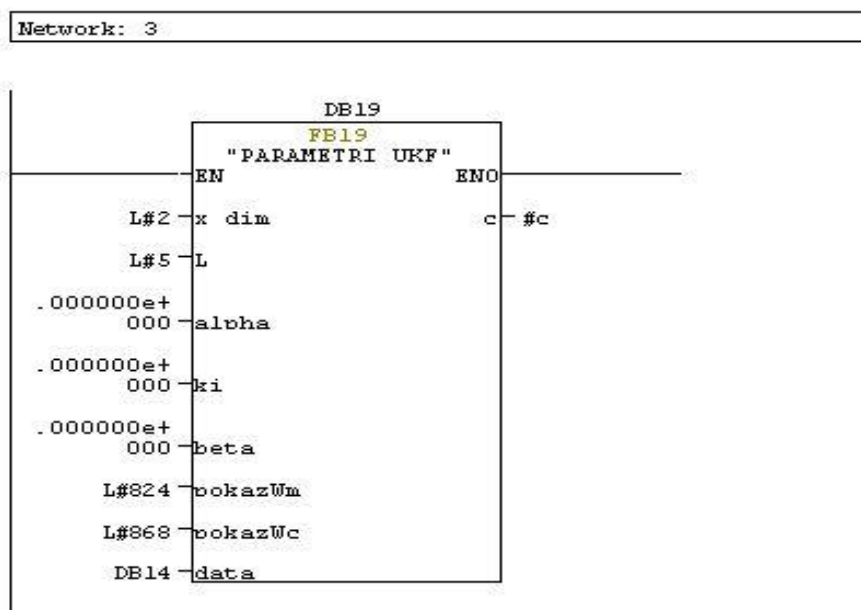
3.3. Funkcije algoritma nederivacijskog Kalmanovog filtra algoritma

Kako bi se algoritam UKF-a izvodio u diskretnim koracima, funkcije se nalaze u bloku OB35. Vrijem cikličkog prekida namješta se prema parametrima procesa koji se promatra i čija se stanja estimiraju. Kako je u „nultom“ koraku potrebno postaviti inicijalne vrijednosti UKF-a, funkcija za inicijalizaciju se nalazi u bloku OB 100 što znači da se ona pokreće samo jednom i to u trenutku postavljanja PLC-a u „RUN“ mod. Sve vrijednosti koje se koriste za rad UKF-a nalaze se u podatkovnom bloku (kasnije DB) DB14. Slijedi prikaz funkcija za UKF algoritam.



Slika 5. Unos izmjerenih vrijednosti u DB14

Referentnu veličinu za proces generira PLC, pa zbog toga nije potreban unos te veličine. Izlazna veličina iz procesa unosi se analognim ulazom ± 10 V na adresi PIW 756 u DB14.



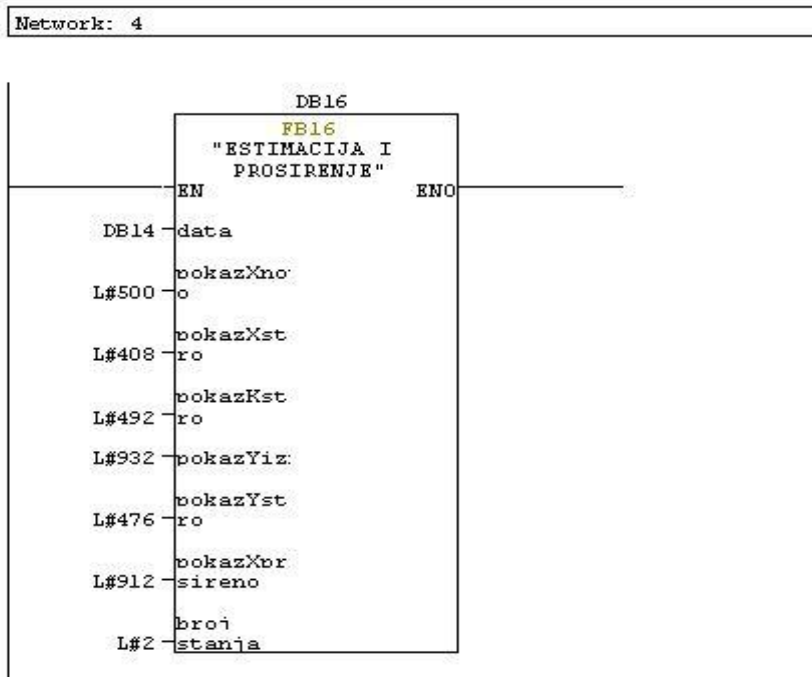
Slika 6. Unos parametara UKF-a u DB14

Pomoću funkcije FB19 i ulaznih parametara generiraju se matrice $W^{(m)}$ i $W^{(c)}$. Izlazni parametar ove funkcije je konstanta c , točnije kvadratni korijen od c . Vrijednosti koje se računaju ovom funkcijom su:

$$\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$$

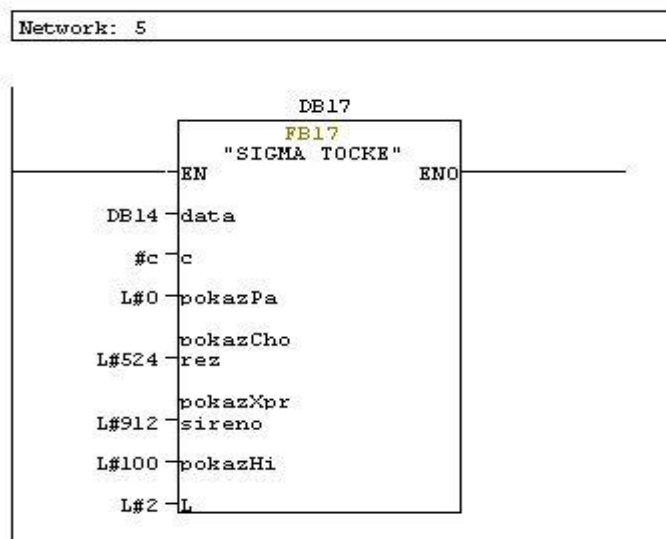
$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{L + \lambda}$$

$$W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta)$$



Slika 7. Proširivanje matrice stanja i predikcija izlaza

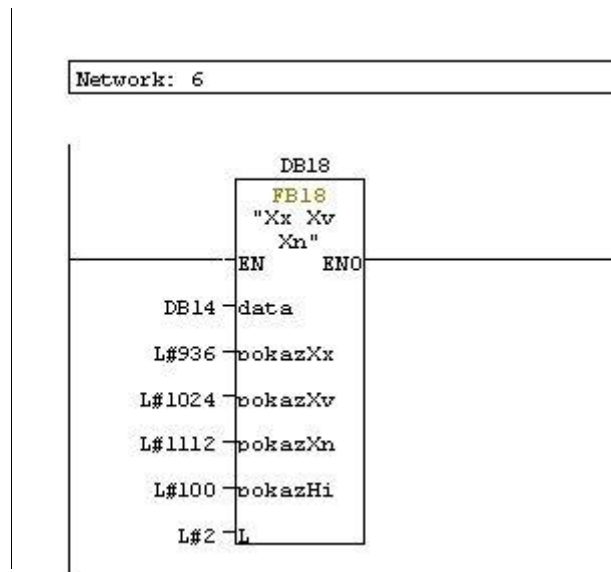
Funkcijom FB16 računa se estimacija stanja: $\bar{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \kappa_k (\mathbf{y}_k - \bar{\mathbf{y}}_k)$



Slika 8. Računanje sigma točaka i generiranje matrice χ

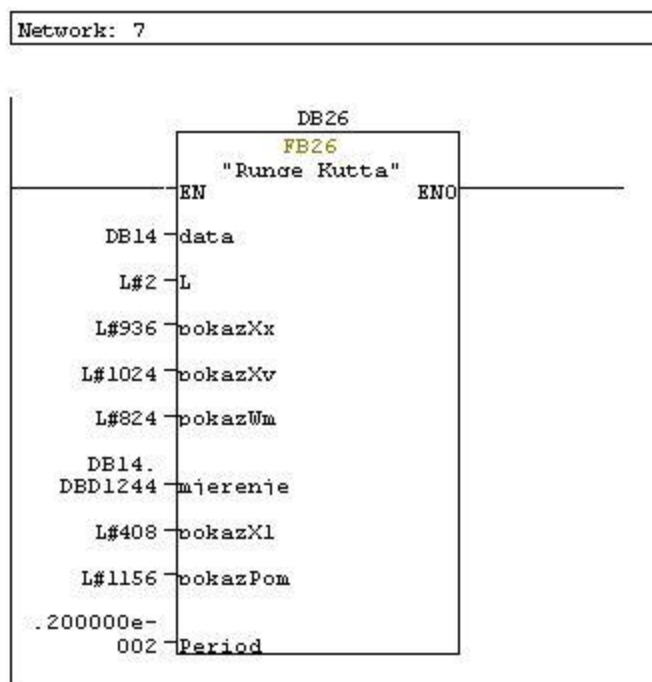
Nakon proširenja matrice stanja na veličinu $[2*L+1,L]$, funkcijom FB17 računa se matrica χ prema:

$$\chi_{k-1}^a = \left[\bar{\mathbf{x}}_{k-1}^a \quad \bar{\mathbf{x}}_{k-1}^a - \gamma \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a} \quad \bar{\mathbf{x}}_{k-1}^a + \gamma \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a} \right]$$



Slika 9. Izlučivanje vrijednosti iz matrice χ

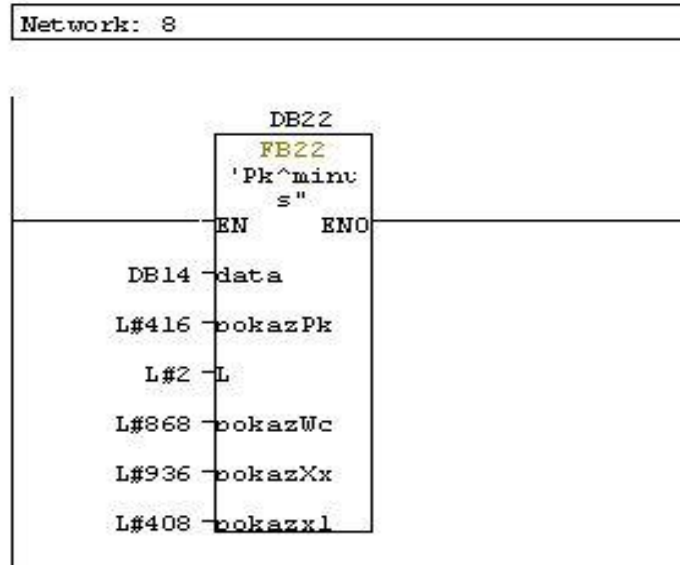
Funkcijom FB18 iz sigma matrice χ izlučuju se vektori stanja te vektori suma procesa i suma mjerenja.



Slika 10. Predikcija prvog stanja pomoću Runge Kutta

Funkcijom FB26 time se rade sljedeći koraci UKF: $\chi_{k|k-1}^x = F[\chi_{k-1}^x, \mathbf{u}_{k-1}, \chi_{k-1}^v]$

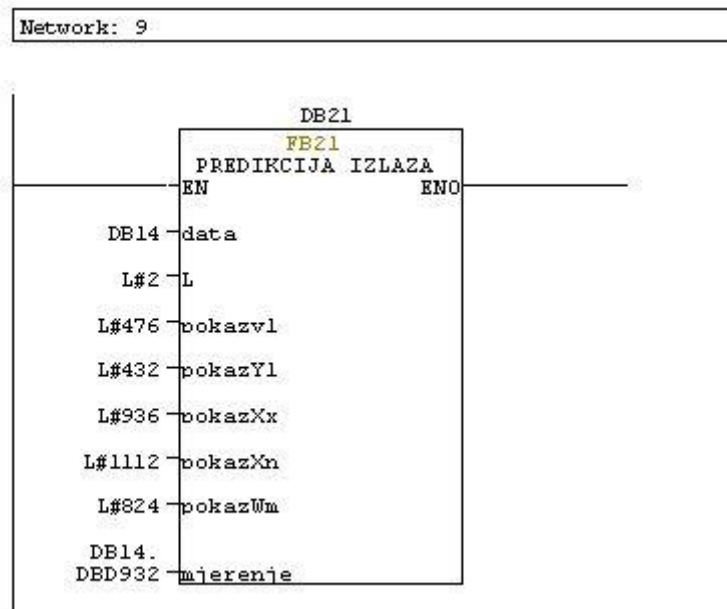
$$\bar{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1}^x$$



Slika 11. Generiranje matrice P_k^-

Izračunavanje matrice P_k^- radi se funkcijom FB22:

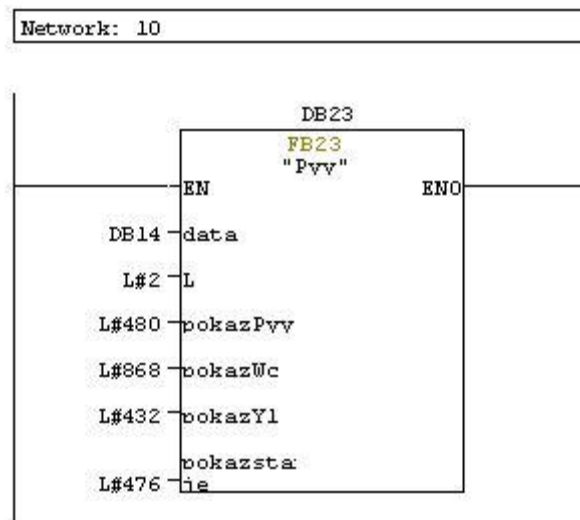
$$P_k^- = \sum_0^{2L} W_i^{(c)} [\chi_{i,k|k-1}^x - \bar{x}_k^-] [\chi_{i,k|k-1}^x - \bar{x}_k^-]^T$$



Slika 12. Predkcija izlaza

Kako je drugo stanje od interesa izlaz iz procesa, funkcijom FB21 realizira se predikcija stanja koje je ujedno i izlaz iz sustava. Ovom funkcijom obavljaju se sljedeći koraci UKF algoritma:

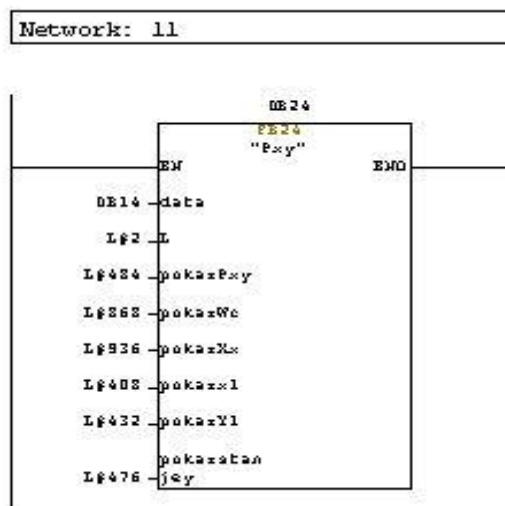
$$\mathbf{Y}_{k|k-1} = \mathbf{H}[\mathbf{x}_{k|k-1}^x, \mathbf{x}_{k-1}^n] \quad \bar{y}_k = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \gamma_{i,k|k-1}$$



Slika 13. Generiranje matrice P_{YY}

Funkcijom FB23 matrica P_{yy} računa se prema :

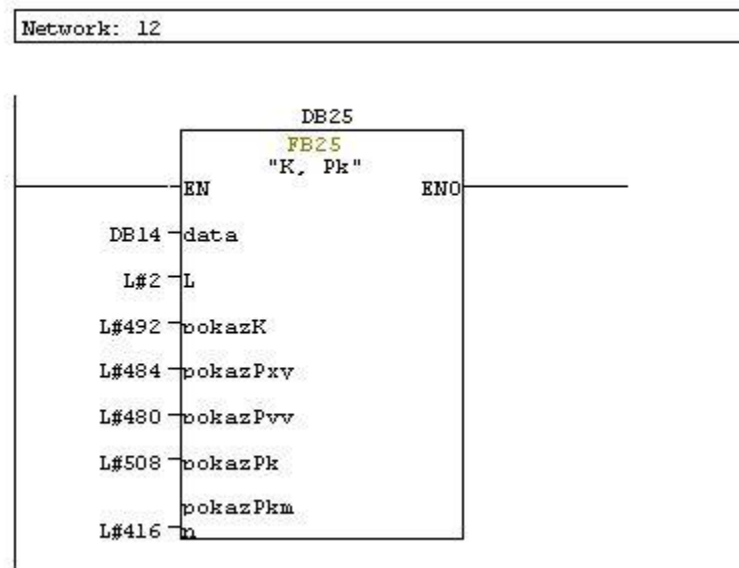
$$P_{\bar{y}_k \bar{y}_k} = \sum_i^{2L} W_i^{(c)} [\gamma_{i,k|k-1} - \hat{y}_k] [\gamma_{i,k|k-1} - \hat{y}_k]^T$$



Slika 14. Generiranje matrice P_{XY}

Matrica P_{XY} pomoću funkcije FB26 računa se prema:

$$P_{\bar{x}_k \bar{y}_k} = \sum_i^{2L} W_i^{(c)} [\chi_{i,k|k-1}^x - \bar{x}_k^-][\gamma_{i,k|k-1} - \bar{y}_k^-]^T$$

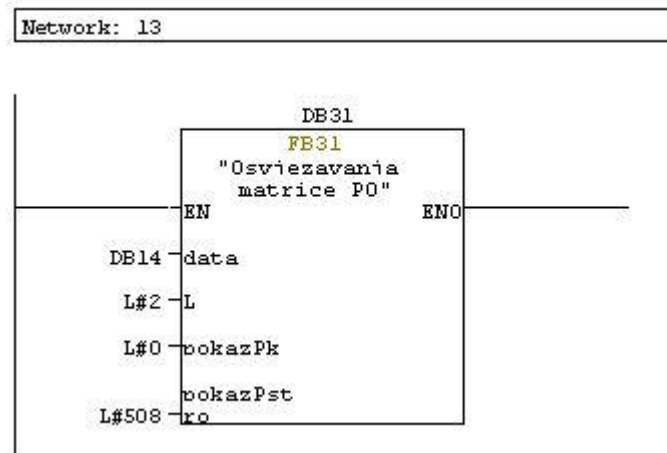


Slika 15. Osvježavanje kalmanovog pojačanja i osvježavanje matrice P_k

Kalmanovo pojačanje i matricu kovarijance funkcijom FB25 računa se prema:

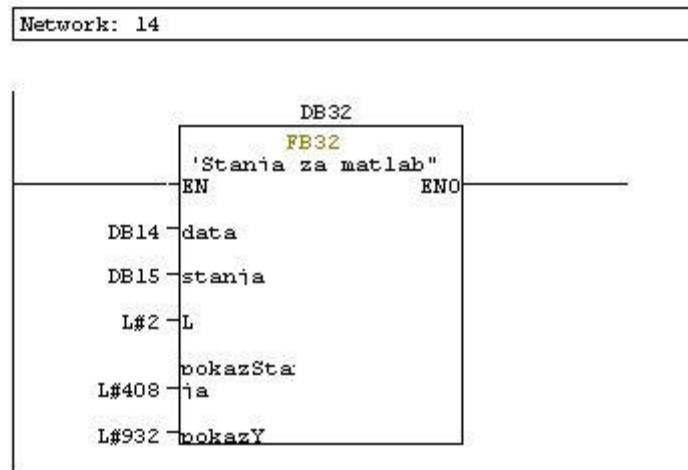
$$\kappa_k = P_{\bar{x}_k \bar{y}_k} P_{\bar{y}_k \bar{y}_k}^{-1}$$

$$P_k = P_k^- - \kappa_k P_{\bar{y}_k \bar{y}_k} \kappa_k^T$$



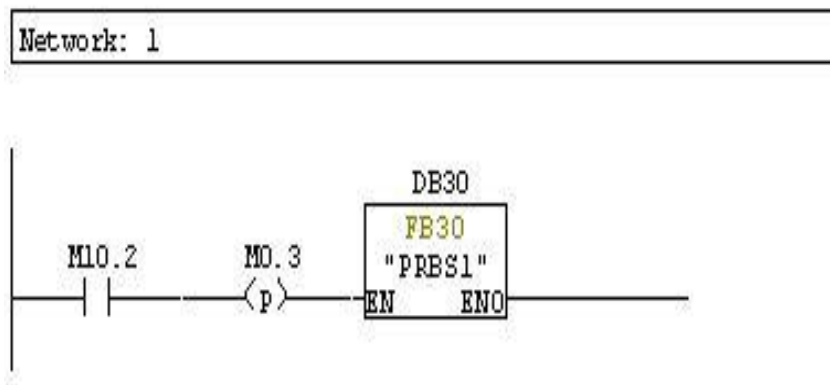
Slika 16. Postavljanje vrijednosti matrice P_k u proširenu matricu

Nakon što se izračuna matrica kovarijanci potrebno je „osvježiti“ vrijednosti kovarijance stanja u matrici P_0 .

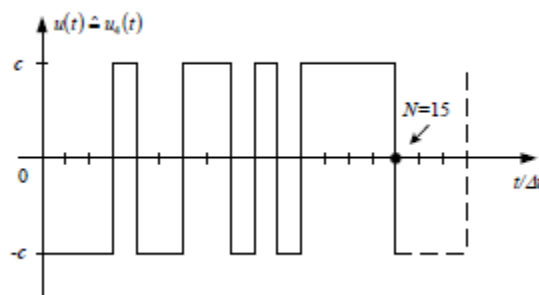


Slika 17. Spremanje stanja u DB15 radi praćenja pomoću Matlab-a

Kako je trajanje prijenosa podataka sa PLC-a računalo gdje su ti podaci dostupni Matlab okruženju 250 ms, a vrijednost stanja se u PLC-u mijenjaju svakih 62 ms potrebno je pamtit četiri prethodna stanja. Funkcijom FB32 svako se stanje ciklički sprema u DB15.

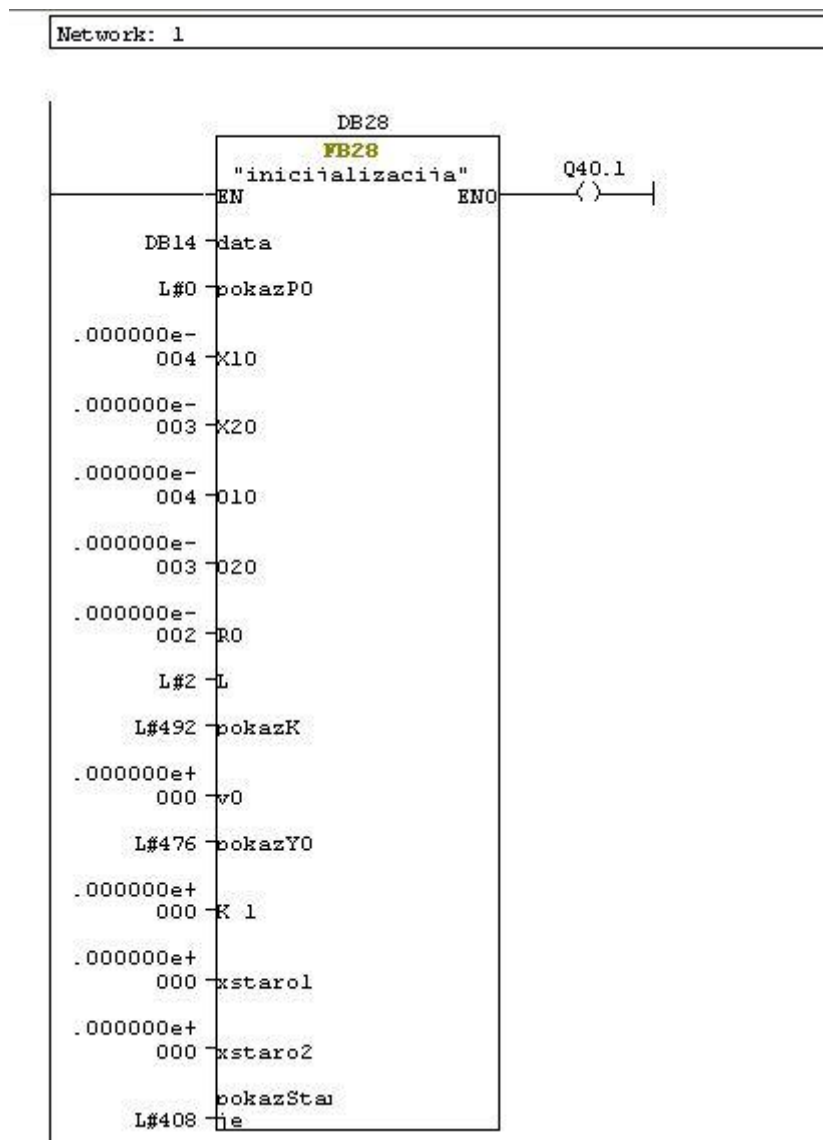


Slika 18. Generiranje PRBS referentne veličine za proces



Slika 19. Valni oblik PRBS referentne veličine

Estimacija stanja je to bolja što je dinamičnija upravljačka veličina dovedena na proces. U tu svrhu razvijena je funkcija FB30 koja generira upravljačku veličinu koja je periodična s periodom $15 \cdot \Delta t$.



Slika 20. Postavljanje inicijalnih parametara UKF-a

Kao što je već spomenuto u OB100 vrši se inicijalizacija UKF-a. Funkcija FB28 prima ulazne parametre i prema njima postavlja početne vrijednosti u DB 14. Korak UKF-a koji radi funkcija FB30 je:

$$P_0^a = E[(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T] = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 \\ 0 & R^v & 0 \\ 0 & 0 & R^n \end{bmatrix}$$

4. Matematički model i numerička integracija

Laboratorijski proces na kojem se rade testiranja UKF-a implementiranog u PLC je PT1 član s kašnjenjem. Prijenosna funkcija tog procesa je:

$$G_s(s) = \frac{1}{1+T_1s} e^{-T_t s} \quad (18)$$

Za UKF uobičajeno je da se predikcija stanja vrši propagacijom vektora stanja kroz funkciju procesa. Međutim, za estimaciju mrtvog vremena procesa to bi uzrokovalo pojavu novih stanja procesa koje bi trebalo uvesti, da se to spriječi za predikciju mrtvog vremena procesa (ali i druga stanja procesa) pogodno je koristiti Runge Kutta algoritam.

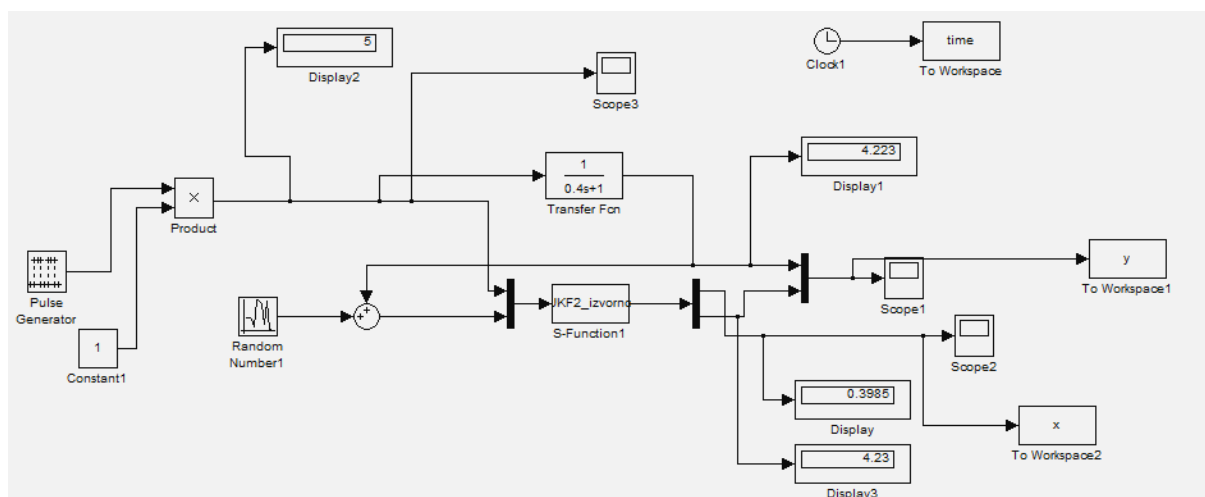
Korištena je metoda Runge-Kutta četvrtog reda, koeficijenti i stanje izračunavaju se prema sljedećim izrazima:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(t_i, y_i) \\ k_2 &= hf(t_i + h/2, y_i + k_1/2) \\ k_3 &= hf(t_i + h/2, y_i + k_2/2) \\ k_4 &= hf(t_i + h, y_i + k_3) \\ y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{aligned}$$

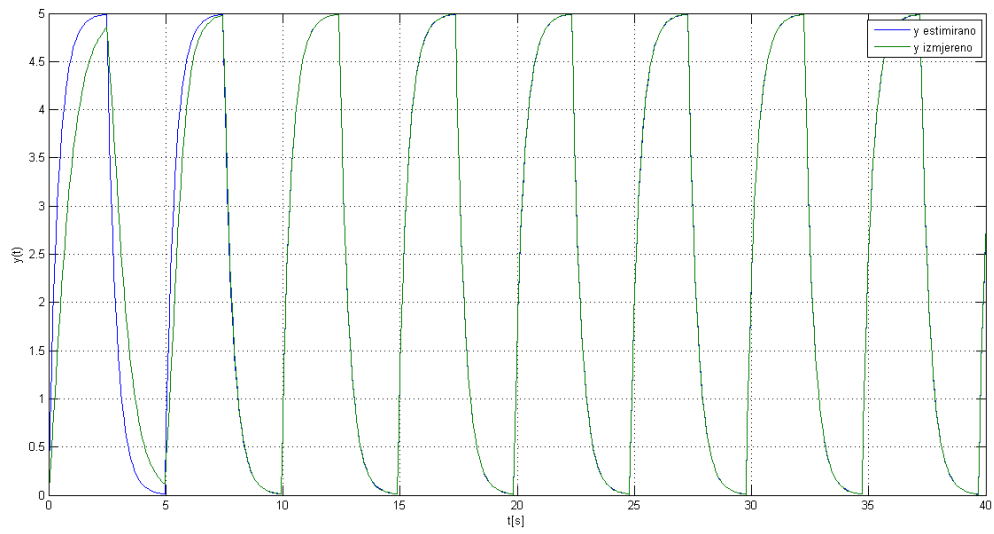
5. Rezultati

5.1. Rezultati simulacije u Matlabu

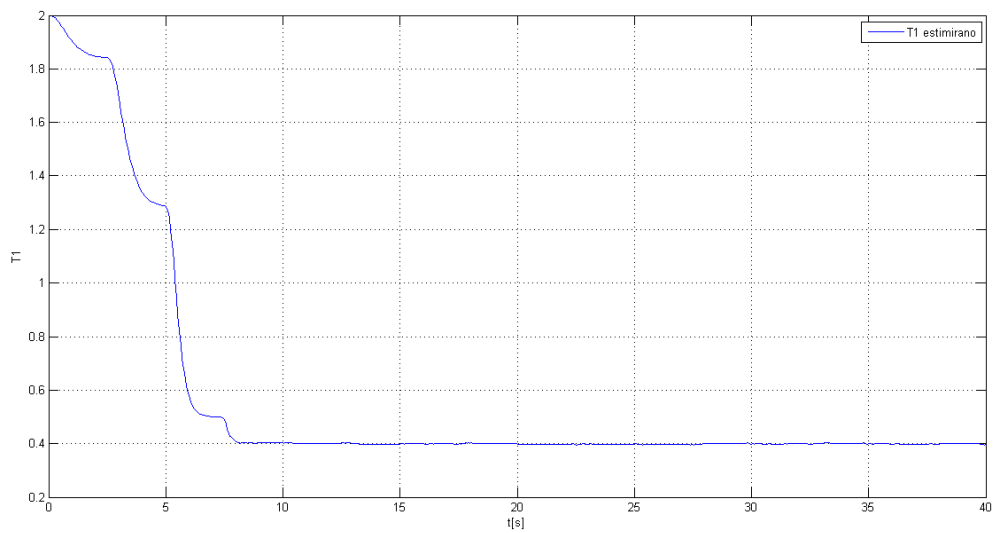
U svrhu provjere rada implementiranog UKF-a u PLC u Matlab okruženju koristi se implementacija UKF algoritma preuzeta iz [6] te simulacija njegovog rada na PT1 članu bez kašnjenja. Vremenska konstanta T_1 postavljena je na $T_1=0.4$, vrijeme diskretizacije iznosi $T=0.062$ s. Referentna veličina je unipolarnog pravokutnog oblika amplitude 5, perioda 5 s te trajanja pozitivne poluperiode 2.5 s. Simulacijska shema razvijena u Matlab Simulinku prikazana je na slici 20. Pri A/D pretvorbi ne smije doći do gubitka informacija koje su sadržane u procesnom signalu, tj. nužno mora biti zadovoljen Shannonov teorem. Kako bi se to osiguralo, potrebno je odabrati što manje vrijeme diskretizacije. Za mala vremena uzorkovanja uzastopne vrijednosti uzoraka razlikuju se neznatno što predstavlja veliki nedostatak za procjenu parametara. Iz toga razloga potrebno je vrijeme diskretizacije odabrati prema slijedećoj empirijskoj relaciji: $T=(0.1 \text{ do } 0.16) t_{63}$.



Slika 21. Simulacijska shema



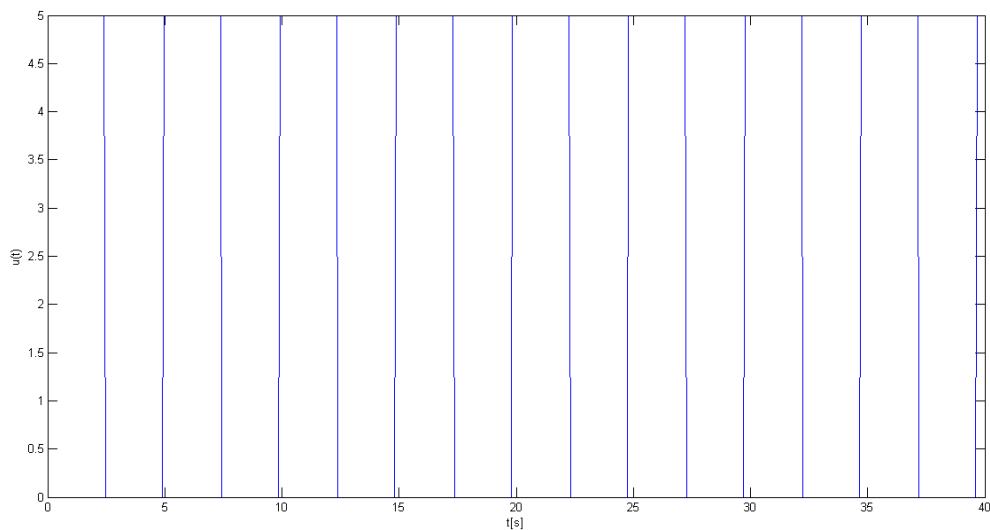
Slika 22. Prikaz mjerene i estimirane veličine izlaza iz procesa



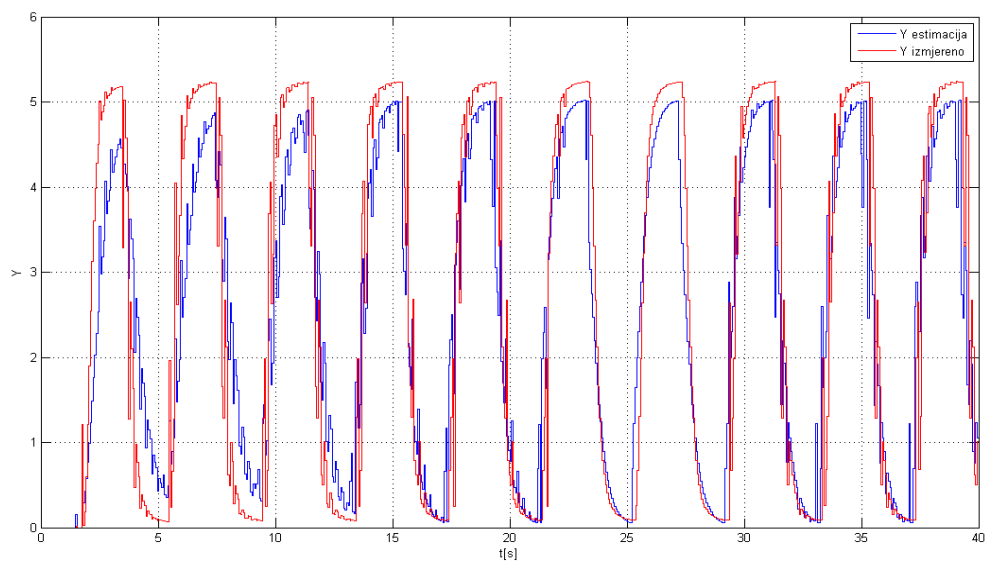
Slika 23. Prikaz estimirane vremenske konstante T1

5.2. Eksperimentalni rezultati

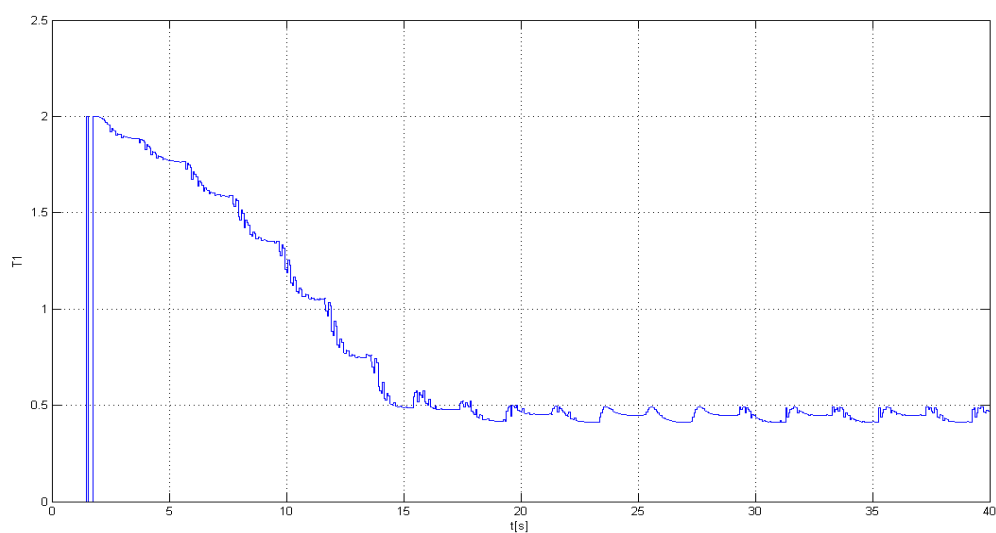
Za potrebe testiranja implementiranog UKF-a korišten je PT1 član s kašnjenjem s prijenosnom funkcijom oblika (3) . Vremenska konstanta T1 podešena je na $T1=0.4$ s. U konfiguraciji PLC-a potrebno je postaviti vrijeme cikličkog prekida (OB35) na 62 ms. Time se definira vrijeme diskretizacije sustava. Sustav se testira za različite upravljačke veličine. Δt parametar PRBS upravljačke veličine (opisane prije) postavljen je na $\Delta t=0.5$ s, a broj stanja N postavljen je na $N=15$, to znači da se period upravljačke veličine ($T=7.5$ s) dijeli na 15 stanja. Stanje može biti ili +5 V ili 0 V. Drugi oblik upravljačke veličine (upravljačka veličina A) prikazan je na slici 23. Inicijalne vrijednosti matrice P_0 postavljene su na $P_0=[1e-4 \ 0; \ 0; \ 1e-3]$, a inicijalne vrijednosti stanja na $x_0=[2 \ 0]'$.



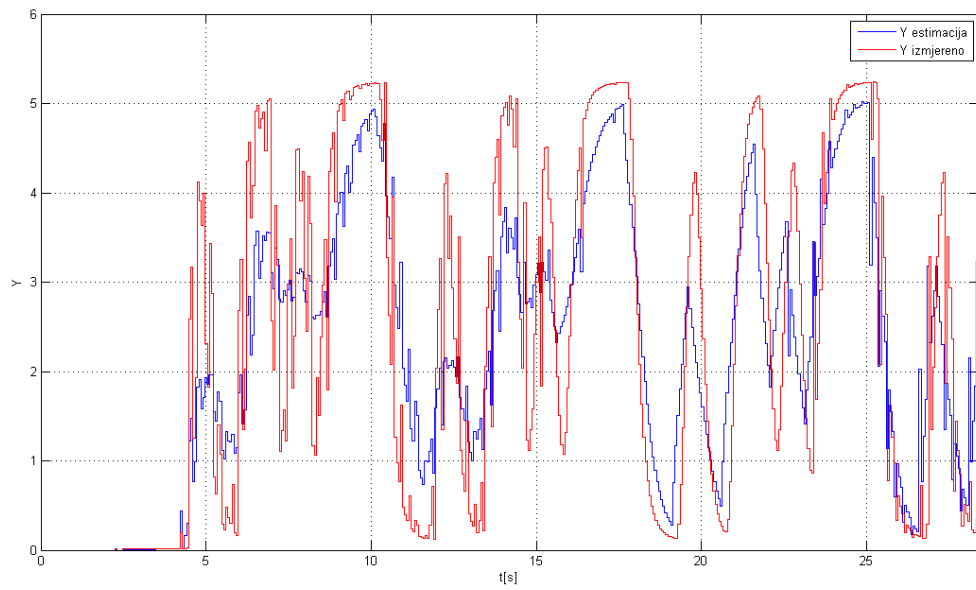
Slika 24. Oblik referentne veličine A



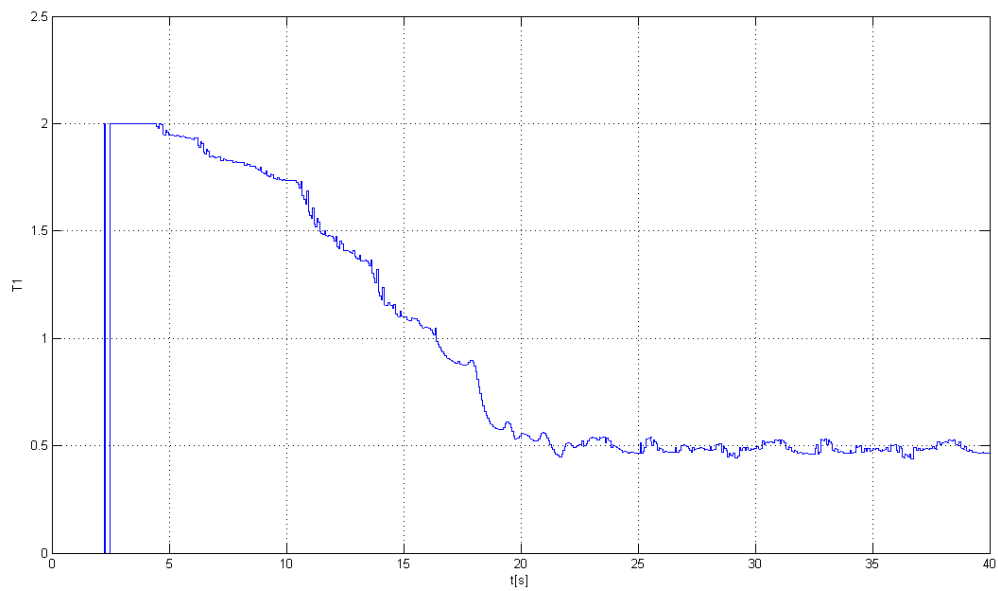
Slika 25. Prikaz mjerene i estimirane veličine izlaza iz procesa, upravljačka veličina A



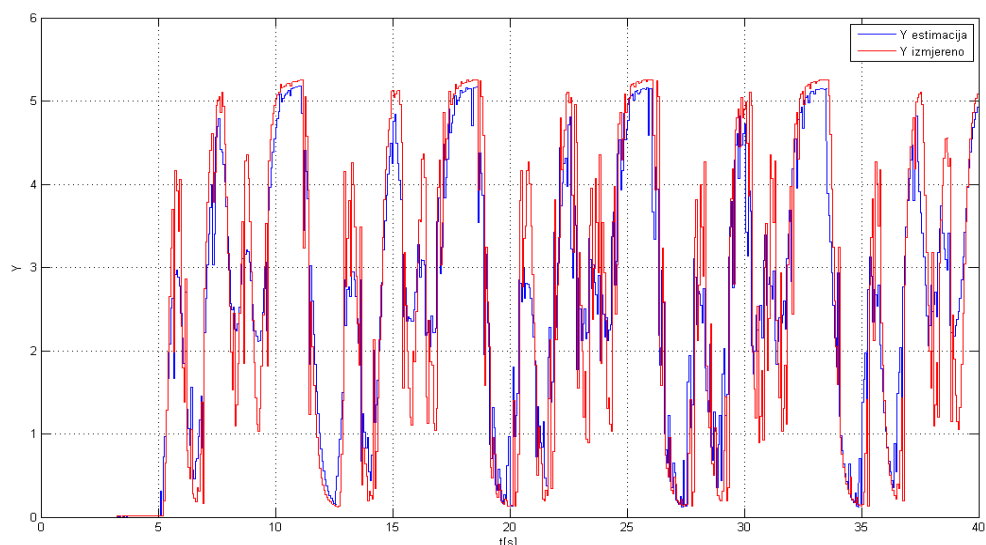
Slika 26. Prikaz estimirane vremenske konstante procesa T1, upravljačka veličina A



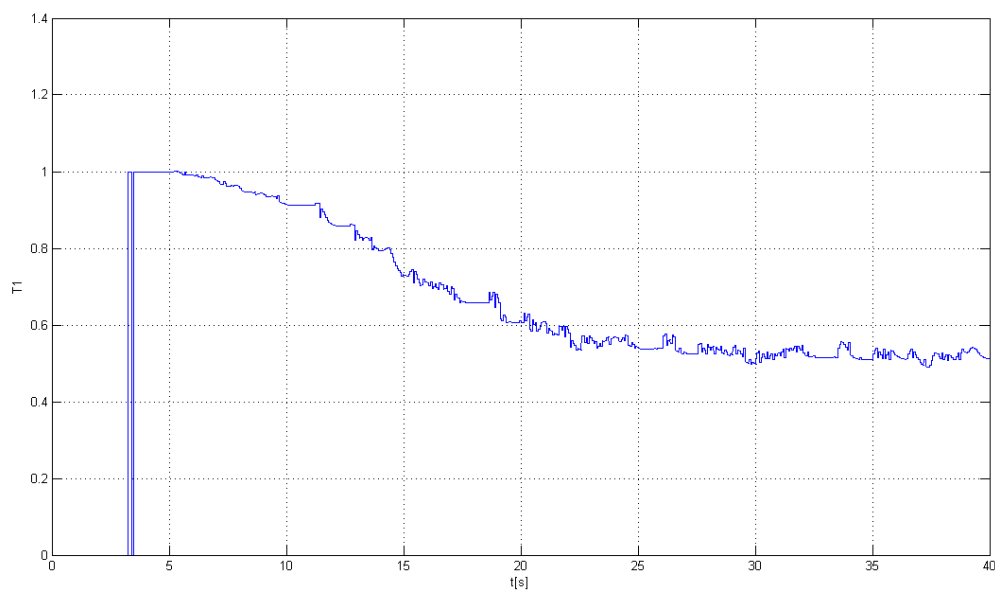
Slika 27. Prikaz mjerene i estimirane veličine izlaza iz procesa, upravljačka veličina PRBS



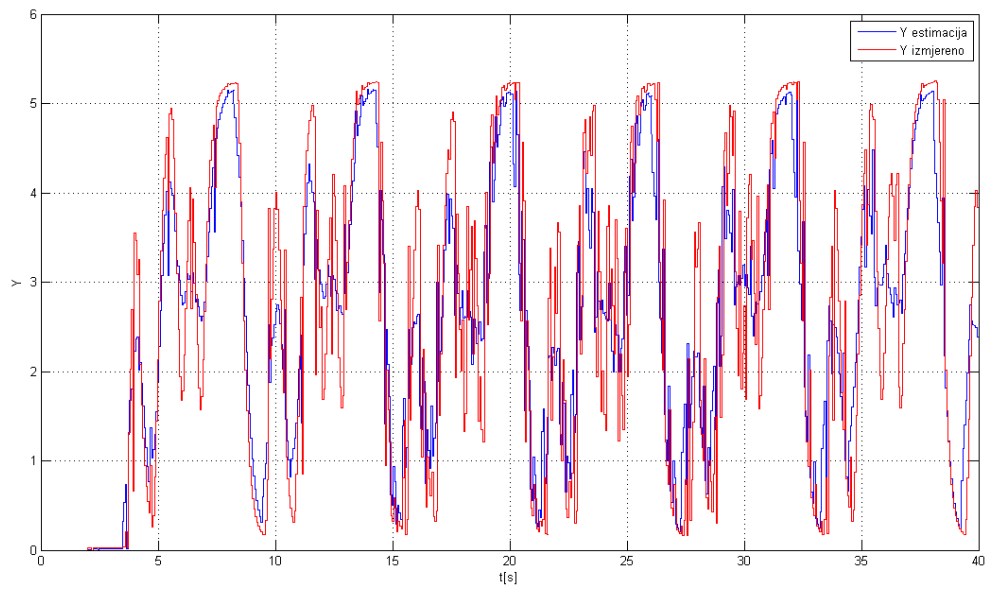
Slika 28. Prikaz estimirane vremenske konstante procesa T1, upravljačka veličina PRBS



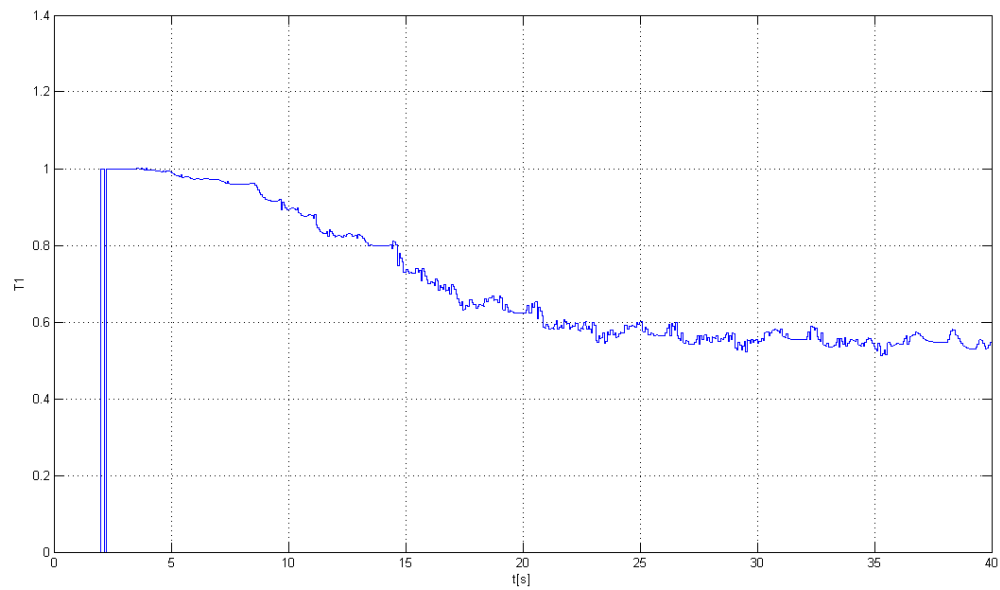
Slika 29. Prikaz mjerene i estimirane veličine izlaza iz procesa, upravljačka veličina PRBS uz skaliranje vrijednosti ulaznih i izlaznih veličina procesa



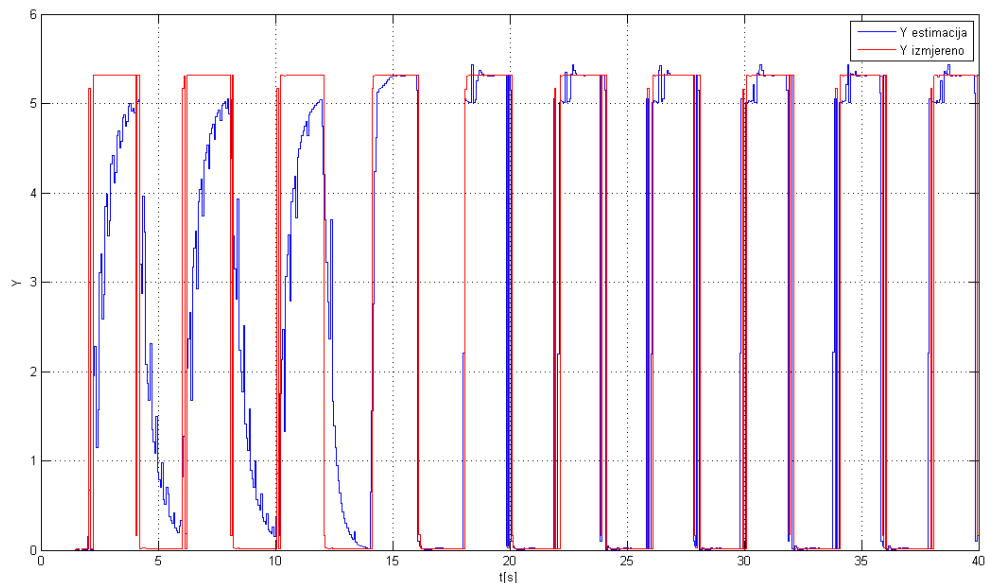
Slika 30. Prikaz estimirane vremenske konstante procesa T_1 , upravljačka veličina PRBS uz skaliranje vrijednosti ulazni i izlaznih veličina procesa



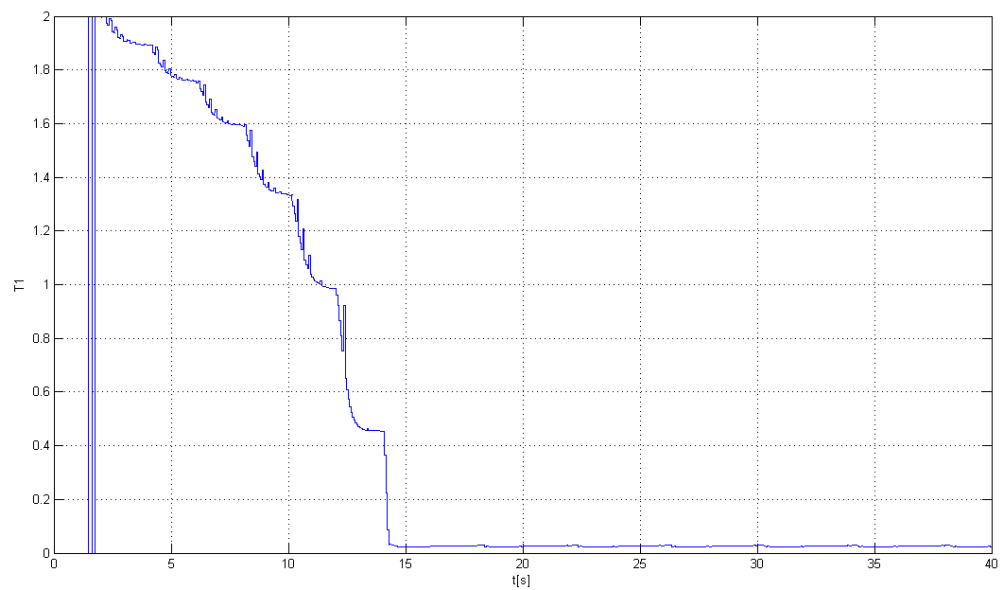
Slika 31. Prikaz mjerene i estimirane veličine izlaza iz procesa, upravljačka veličina PRBS_B uz skaliranje vrijednosti ulaznih i izlaznih veličina procesa



Slika 32. Prikaz estimirane vremenske konstante procesa T1, upravljačka veličina PRBS_B uz skaliranje vrijednosti ulazni i izlaznih veličina procesa



Slika 33. Prikaz mjerene i estimirane veličine izlaza iz procesa, upravljačka veličina A, PT1 član sa vrlo malom vremenskom konstantom T1



Slika 34. Prikaz estimirane vremenske konstante procesa T1, upravljačka veličina A, PT1 član sa vrlo malom vremenskom konstantom T1

5.3. Komentari i usporedbe rezultata testiranja

Slike 23. i 24. prikazuju estimirana stanja sustava i izmjerenu izlaznu veličinu PT1 člana s kašnjenjem. Vrijednosti estimirane vremenske konstante T1 dolaze u stacionarno stanje tek oko petnaeste sekunde, isto tako vrijednosti estimacije izlazne veličine preciznije počinu slijediti mjerenu veličinu oko petnaeste sekunde. Usporedno s vrijednostima dobivenim pomoću Matlab okruženja to vrijeme približno je tri puta veće, eksperimentalni rezultati također su i oscilatorniji. Najveći uzrok toga je mrtvo vrijeme kod realnog procesa, uzrok također može biti veći mjerni i procesni šum, duljina digitalne riječi kod PLC-a dvostruko je manja pa je zbog toga manje precizna. Upravo zbog ograničene duljine digitalne riječi (32 bita) estimirana je veličina izlaza na slici 25. puno lošija nego ona na slici 27. Iako je upravljačka veličina u oba slučaja ista postoji očita razlika u estimiranim veličinama, razlog toga je što se u drugom slučaju (slika 27.) aritmetika u UKF odvija sa skaliranim vrijednostima te je smanjen utjecaj mjernog šuma (matrica R_v), skalirane vrijednosti su deset puta manje (vrijednosti upravljačke veličine i izlaza iz procesa nalaze se u intervalu $[-1,+1]$) od prvotnih. Kako je u drugom slučaju UKF puno osjetljiviji, za estimaciju vremenske konstante T1 potrebno je više vremena što se očituje po vremenu dolaska u stacionarno stanje. Povećanjem frekvencije PRBS upravljačke veličine estimacija izlaza procesa se ne pogoršava značajno, ali estimacija vremenske konstante T1 postaje sporija (slike 29. I 30). Na slikama 31. I 32. prikazana je estimacija izlaza i vremenske konstante PT1 člana sa zanemarivo malim mrtvim vremenom, vidljivo je da se željene vrijednosti u stacionarnom stanju točno estimiraju. Uočljive su pogreške uzrokovane komunikacijskim kašnjenjem između PLC-a i Matlab okruženja.

Zaključak

UKF služi za estimiranje veličine promatranog procesa koju ne možemo ili je jako teško mjeriti direktno. Ovaj rad prikazuje implementaciju UKF-a u programirajući logički kontroler (PLC). Problemi koji se javljaju pri implementaciji su konačna duljina digitalne riječi (max. 32 bita), mala brzina rada PLC-a naspram računala, male mogućnosti LAD i STL jezika, itd. Uz ograničenja PLC-a treba paziti i na ograničenja pri određivanju vremena diskretizacije. Unatoč tim ograničenjima eksperimentalni rezultati vrlo su slični simulacijskim rezultatima dobivenim u Matlabu. Implementirani UKF sporiji je i neprecizniji od simuliranog UKF-a. Skaliraju li se vrijednosti upravljačke veličine i izlaz procesa te takvi dovode u UKF-a estimacije će biti preciznija, ali sporija. Podešavanjem i optimiranjem ostalih parametara UKF-a mogu se postići još bolji rezultati. Robusnost PLC-a omogućava korištenje UKF-a u industrijskim i proizvodnim postrojenjima.

Literatura

- [1] Praktikum automatizacije, FER predavanja, <http://www.fer.unizg.hr/predmet/praut>, 20.3.2012
- [2] S.J. JULIER AND J.K. UHLMANN, “UNSCENTED FILTERING AND NONLINEAR ESTIMATION,” PROC. IEEE, VOL. 92, PP. 401 – 402, MAR. 2004.
- [3] Teorija estimacija, FER predavanja, <http://www.fer.unizg.hr/predmet/teoest>, 2.5.2012
- [4] Cholesky decomposition, Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Cholesky_decomposition, 15.4.2012
- [5] Kalman filter, Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Kalman_filter, 13.4.1012, 15.4.2012
- [6] V. Lešić, M. Vašak, G. Stojičić, N. Perić, G. Joksimović, T. M. Wolbank, “State and Parameter Estimation for Field-oriented Control of Induction Machine Based on Unscented Kalman Filter”, International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2012
- [7] Eric A. Wan, Rudolph van der Merwe, Kalman Filtering and Neural Networks, Chapter 7. The Unscented Kalman Filter, 2002

Implementacija algoritma nederivacijskog Kalmanova filtra u programirljivom logičkom kontroleru

Sažetak

Nederivacijski Kalmanov filter služi za estimiranje veličine promatranog procesa koju ne možemo ili je jako teško mjeriti direktno. Konačna duljina riječi, mala brzina rada programirljivog logičkog kontrolera, ograničene mogućnosti LAD i STL jezika te ograničenja na vrijeme diskretizacije uzroci su složene implementacije algoritma nederivacijskog Kalmanovog filtra u programirljivi logički kontroler. Implementiranim nederivacijskim Kalmanovim filtrom estimiraju se vremenska konstanta (T1) i izlazna veličina procesa čije se vladanje opisuje matematičkim modelom PT1 člana. Unatoč svim ograničenjima rezultati testiranja u usporedbi s rezultatima dobivenim simulacijom u Matlab-u su dobri. Estimacije implementiranog nederivacijskog Kalmanovog filtra sporije su i nepreciznije od estimacija simuliranog nederivacijskog Kalmanovog filtra. Podešavanjem različitih parametara nederivacijskog Kalmanovog filtra kao i skaliranjem vrijednosti mogu se postići bolji rezultati.

Ključne riječi

Nederivacijski Kalmanov filter, programirljivi logički kontroler (PLC), PT1, estimacija

Implementation of Unscented Kalman Filter Algorithm in a Programmable Logic Controller

Summary

Unscented Kalman filter is used for state estimation which is impossible or very hard to measure directly. Unscented Kalman filter algorithm implementation in Programmable Logic Controller is very complex due to finite length of words, small Programmable Logic Controller working speed, limited LAD and STL programming languages performances and limited time discretization. With implemented Unscented Kalman filter estimated are process value and time constant (T_1) of PT1. Despite all the limitations, test results are good comparing to results obtained by Matlab simulation. Estimation of implemented Unscented Kalman filter is slower and less accurate than estimation of simulated Unscented Kalman filter. Better results can be achieved by adjusting various parameters of Unscented Kalman filter and scaling values.

Keywords

Unscented Kalman Filter, Programmable Logic Controller (PLC), PT1, state estimation,