

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 2500

**PREDVIĐANJE POTROŠNJE ELEKTRIČNE  
ENERGIJE NA SVEUČILIŠTU U ZAGREBU  
FAKULTETU ELEKTROTEHNIKE I  
RAČUNARSTVA NEURONSKOM MREŽOM  
S FUNKCIJAMA S KRUŽNOM OSNOVICOM**

Josipa Ljubičić

Zagreb, srpanj 2012.

*Zahvaljujem se doc. dr. sc. Mariju Vašku na pruženoj prilici i povjerenju za izradu ovog rada te mag. ing. el. Marku Gulinu na pruženoj pomoći i stručnim savjetima. Također, zahvaljujem prof. dr. sc. Tomislavu Tomiši, prof. dr. sc. Željku Tomšiću i doc. dr. sc. Zdenku Šimiću za ustupanje podataka o potrošnji na raspolaganje, kao i Državnom hidrometeorološkom zavodu za meteorološke podatke.*

---

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Uvod</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Predikcija potrošnje električne energije</b>            | <b>2</b>  |
| 2.1      | Važni čimbenici u predikciji . . . . .                     | 3         |
| 2.2      | Metode previđanja električne energije . . . . .            | 4         |
| 2.2.1    | Metode srednjoročnog i dugoročnog predviđanja . . . . .    | 4         |
| 2.2.2    | Metode kratkoročnog predviđanja . . . . .                  | 5         |
| <b>3</b> | <b>Identifikacija modela potrošnje električne energije</b> | <b>8</b>  |
| 3.1      | Neuronske mreže . . . . .                                  | 8         |
| 3.1.1    | Biološka osnova i povijesni pregled . . . . .              | 9         |
| 3.1.2    | Statički modeli neurona . . . . .                          | 10        |
| 3.1.3    | Nelinearna aktivacijska funkcija . . . . .                 | 11        |
| 3.2      | RBF neuronske mreže . . . . .                              | 12        |
| 3.3      | Učenje neuronskih mreža . . . . .                          | 14        |
| 3.3.1    | Kriterij kakvoće . . . . .                                 | 15        |
| 3.3.2    | Levenberg-Marquardtov algoritam . . . . .                  | 16        |
| <b>4</b> | <b>Rezultati identifikacije</b>                            | <b>20</b> |
| <b>5</b> | <b>Zaključak</b>   | <b>23</b> |
|          | <b>Sažetak</b>   | <b>25</b> |
|          | <b>Abstract</b>  | <b>26</b> |



## Uvod

Pojam energetske učinkovitosti nikad nije bio zastupljeniji do danas. Nedostatak energije, nesigurnost u opskrbi, stalan rast cijena energenata i klimatske promjene doveli su do toga da energetska učinkovitost sve više postaje prioritet u području energetike. Zgrade su još uvijek najveći pojedinačni potrošači električne energije, a kako njihova potrošnja još uvijek raste, upravljanje energetskim sustavom zgrade od iznimne je važnosti.

Predikcija potrošnje energije budućnost je gradova. Predikcijom potrošnje električne energije moguće je planirati kupovinu električne energije, a samim time utjecati i na proizvodnju te na taj način smanjiti utjecaj na okoliš. Električnu energiju još uvijek nije moguće pohranjivati u velikim količinama, stoga bi predviđanje imalo direktan utjecaj na smanjenje troškova kako u potrošnji tako i u proizvodnji što bi osjetno povećalo proračune gradova i županija. Osim navedenog, predikcijom potrošnje električne energije poboljšava se sigurnost elektroenergetskih sustava.

U prvom poglavlju dani su motivi za predikciju potrošnje, te su navedene osnovne metode predikcije. U drugom poglavlju razrađena je metodologija identifikacije modela pomoću neuronskih mreža i algoritma učenja. U trećem poglavlju predstavljen je razvijeni model potrošnje na zgradi Fakulteta elektrotehnike i računarstva. Za strukturu modela odabrana je neuronska mreža s funkcijama s kružnom osnovicom implementirana na temelju dostupnih mjerenja potrošnje za 2011. godinu te mjerenja Državnog hidrometeorološkog zavoda za isto razdoblje.

---

## Predikcija potrošnje električne energije

Preciznost predviđanja potrošnje električne energije od iznimne je važnosti za rad i planiranje komunalnih i električnih kompanija. U prošlosti su korištene brojne statističke metode od kojih neke uključuju regeresiju i pristup "sličnih" dana<sup>1</sup>, ekspertne sustave, neizrazitu logiku<sup>2</sup>, ekonometrijski model itd. Sve one za cilj imaju povećanje energetske učinkovitosti, pouzdan rad elektroenergetskih sustava te kvalitetnije planiranje proizvodnje električne energije. Predviđanje potrošnje električne energije možemo podijeliti u tri kategorije: kratkoročna predviđanja, od jednog sata do jednog tjedna, srednjoročna predviđanja, od jednog tjedna do jedne godine te dugoročna predviđanja, obično duža od jedne godine. Njihova najveća razlika je upravo u preciznosti. Naime potrošnju sljedećeg dana moguće je predvidjeti sa točnošću reda 1-3% što je nemoguće postići predviđanjem primjerice godišnje potrošnje budući da ne postoje vremenske prognoze za jednogodišnja ili duža razdoblja. Upravo zbog konstantnih promjena na tržištu cijena, promjena vremenskih prilika te promjena ponude i potražnje, predviđanje potrošnje dobiva na još većoj važnosti. Osim što nam pomaže smanjivanju broja preopterećenja, povećanju stabilnosti opskrbe, reduciranju zatajenja opreme i ispada iz mreže, predviđanje potrošnje električne energije donosi i velike financijske uštede. Također je važno istaknuti, da je predikcija profila potrošnje važna za optimizaciju rada agregata i spremnika električne energije u naprednim energetskim mrežama, tzv. mikromrežama. Brojne se metode danas koriste u predviđanju električne energije a njihovim razvojem očekujemo još preciznije metode predviđanja.

---

<sup>1</sup> *engl.* Similar-day approach

<sup>2</sup> *engl.* Fuzzy logic

## 2.1 Važni čimbenici u predikciji

Model potrošnje je iznimno složen i brojni čimbenici utječu na proizvodnju i potrošnju električne energije. Oni mogu biti klasificirani u nekoliko kategorija: ekonomski, prema prirodnoj okolini, kalendarski i slučajni čimbenici kao što je vidljivo u Tablici (2.1) [1]. Važno je istaknuti da, iako vrijeme ima izniman utjecaj na predviđanje potrošnje,

Tablica 2.1: Utjecajni čimbenici za potrošnju energije

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| Vremenski čimbenici            | Godišnja doba (ljetno, zima itd.)<br>Doba dana (jutro, večer, noć itd.)<br>Dan u tjednu<br>Praznici (Božić, Nova godina itd.)   |
| Ekonomski i ekološki čimbenici | Demografske karakteristike potrošača (ruralne sredine, rezidencijalne itd.)<br>Ekonomski trendovi (recesija ili pak ekspanzija)<br>Promjena cijene električne energije<br>Industrijski rast |
| Meteorološki čimbenici         | Temperatura<br>Vlažnost zraka<br>Sunčeva doza<br>Brzina vjetrova<br>Padaline (kiša, tuča, snijeg)<br>Naoblaka<br>Olujna nevremena   |
| Nasumični čimbenici            | Pokretanje ili zaustavljanje rada velikih potrošača (čeličana, tvornica, elektrana itd.)<br>Sportski događaji<br>Popularne televizijske emisije i serije<br>Grmljavine i olujna nevremena   |

nisu svi vremenski čimbenici jednako značajni. Neki su u pravilu sasvim slučajni u određenom vremenskom periodu, poput brzine vjetrova i nevremena dok su drugi u međusobnom odnosu poput primjerice temperature koja djelomično ovisi o naoblaci, kiši i snijegu. Pored svih tih čimbenika temperatura je ipak najvažniji jer ima direktan utjecaj na brojne načine potrošnje električne energije kao što su rashladni uređaji, grijalice i hladnjaci.

Kod kratkoročnih predviđanja potrošnje razmatramo nekoliko čimbenika kao što su

vremenski period, meteorološki podaci i moguće skupine potrošača. Kod srednjoročnih i dugoročnih predviđanja povijesne podatke o potrošnji i vremenu, podatke o broju potrošača pojedine skupine, potrošačke uređaje na području predviđanja, demografske podatke i mnoge druge. Vremenski podaci uključuju dan u godini, tjednu te sate u danu. Postoji velika razlika u predviđanju potrošnje električne energije između radnih i neradnih dana, a također može postojati velika razlika i među radnim danima. Vremenski čimbenici najviše utječu na kratkoročna predviđanja potrošnje i to temperatura, vlažnost i sunčeva dozračenost. Među klimatskim čimbenicima često se koriste dvije kompozitne varijable THI<sup>3</sup> i WCI<sup>4</sup>, koji predstavljaju ljetne i zimske klimatske utjecaje. Razlike postoje i u tipovima potrošača. Razlikujemo stambene, poslovne i industrijske slojeve potrošača. Unutar slojeva potrošača postoje sličnosti u predviđanju potrošnje električne energije.

## 2.2 Metode predviđanja električne energije

Unazad nekoliko desetljeća razvijeno je nekoliko metoda predviđanja potrošnje električne energije. Statistički pristupi obično zahtijevaju matematički model koji prikazuje predviđanje kao funkciju različitih parametara kao što su vremensko razdoblje, prognoza vremena i sloj potrošača. Dvije najvažnije kategorije takvog matematičkog modela su aditivni i multiplikabilni modeli ovisno o tome da li je predviđanje zbroj broja komponenata ili produkt broja čimbenika.

### 2.2.1 Metode srednjoročnog i dugoročnog predviđanja

Metode krajnje namjene i ekonometrijskog pristupa te njihove kombinacije najčešće su metode pri srednjoročnom i dugoročnom predviđanju. Opisi uređaja koje koriste kupci, veličine kuća, starosti opreme, promjene tehnologija, ponašanje kupaca, i dinamika populacije obično su uključeni u statističke i simulacijske modele temeljene na metodama krajnje namjene. Osim toga, ekonomski faktori kao što su dohodak po stanovniku, razina zaposlenosti i cijene električne energije su uključeni u ekonometrijske modele. Ovi modeli su često korišteni u kombinaciji s metodama krajnje namjene. Dugoročne prognoze uključuju prognoze o promjenama stanovništva, gospodarskom razvoju, industrijskoj izgradnji i razvoju tehnologije.

<sup>3</sup> *engl.* Temperature-Humidity Index (THI)

<sup>4</sup> *engl.* Wind-Chill Index (WCI)



- Modeli krajnje namjene<sup>5</sup>. Pristup krajnje namjene izravno procjenjuje potrošnju energije pomoću opsežnih informacija o krajnjoj uporabi i krajnjim korisnicima, poput uređaja, koje koriste kupci, njihove starosti, veličine kuća, itd. Statistički podaci o kupcima uz dinamičke promjene su osnova za prognozu. Modeli krajnje namjene usredotočeni su na razne namjene električne energije u stambenim, komercijalnim i industrijskim sektorima. Ovi modeli temelje se na principu dobivanja potrošnje električne energije iz potražnje kupaca za svjetlom, hlađenjem, grijanjem, itd. Takvi modeli objašnjavaju potrošnju energije kao funkciju broja uređaja na tržištu. U idealnom slučaju ovaj je pristup vrlo precizan. Međutim, osjetljiv je na količinu i kvalitetu podataka krajnje namjene. Tako npr. u ovoj metodi je starost distribucijske opreme vrlo važna za pojedine vrste uređaja. Predviđanje opterećenja metodom krajnje namjene zahtijeva manje povijesnih podataka, ali više informacija o korisnicima i njihovoj opremi.
- Ekonometrijski modeli. Ekonometrijski pristup kombinira ekonomsku teoriju i statističke metode za predviđanje potrošnje električne energije. Pristup procjenjuje odnos između potrošnje energije i čimbenika koji utječu na potrošnju. Odnosi se procjenjuju po kriteriju najmanjih kvadrata ili metodom vremenskih serija. Jedna od mogućnosti u tom okviru je objedinjenje ekonometrijskog pristupa, kada se potrošnja u različitim sektorima (stambeni, komercijalni, industrijski, itd.) izračunava kao funkcija vremena, gospodarskih i drugih varijabli, a zatim se procjena sklapa korištenjem novijih povijesnih podataka.
- Statistički model na osnovu učenja. Modeli krajnje namjene i ekonometrijski modeli zahtijevaju velik broj informacija vezanih uz uređaje, potrošače, ekonomiju itd. Njihova primjena je komplicirana i zahtijeva učešće čovjeka. Ovi podaci nisu uvijek dostupni i često se tiču samo "prosječnog" potrošača. Ova metoda nastala je kao alternativa prvim dvjema srednjoročnim metodama. Preciznija je, jednostavnija i izbjegava korištenje nedostupnih informacija.

## 2.2.2 Metode kratkoročnog predviđanja

Među brojnim metodama koje se koriste pri kratkoročnom predviđanju važno je istaknuti:

- Pristup "sličnog" dana<sup>6</sup>. Pristup koji se temelji na traženju povijesnih podataka

---

<sup>5</sup> *engl.* End-use models

<sup>6</sup> *engl.* Similar-day approach

za dane unutar jedne, dvije ili tri unazadne godine sličnih karakteristika danu čiju potrošnju energije predviđamo. Umjesto jednog "sličnog" dana može se koristiti linearna kombinacije više "sličnih" dana.

- Regresijske metode. Regresija je jedna od najšire korištenih statističkih metoda. Pri predviđanju potrošnje energije regresijske metode koriste se pri modeliranju odnosa između potrošnje energije i drugih čimbenika poput vremena, skupine potrošača i vrste dana. Mnogi modeli koriste determinističke utjecaju poput praznika, statističke utjecaje poput prosječne potrošnje energije i vanjske utjecaje poput temperature.
- Neuronske mreže. Uporaba umjetnih neuronskih mreža kao metode predviđanja potrošnje energije proučavana je još od 1990. godine [2]. Najpopularnije umjetne neuronske mreže za predviđanje opterećenja su mreže s unazadnim rasprostiranjem. Unazadnim rasprostiranjem neuronske mreže koriste kontinuirane funkcije i nadzirano učenje. Kod tih mreža se podešavanjem unutarnjih parametara aproksimira funkcija potrošnje energije. Podešavanje unutarnjih parametara odvija se pri učenju neuronske mreže pomoću algoritama učenja koji zahtijevaju ulazne i izlazne podatke. Najčešće se kao ulazni podaci koriste vremenski podaci, podaci vezani uz godišnja doba, ili povijesna mjerenja potrošnje energije, dok se kao izlazni podaci koriste stvarne vrijednosti potrošnje energije.
- Ekspertni sustavi. Predviđanje temeljeno na pravilima koristi pravila, često heuristička u svojoj prirodi kako bi dalo točna predviđanja. Ekspertni sustavi koriste pravila i procedure korištene od strane stručnjaka u interesnom području koje se zatim uklapaju u programe sposobne činiti predviđanja bez ljudske pomoći. Uporaba ekspertnih sustava započela je 1960-ih godina u primjenama za geološka ležišta i računalni dizajn. Ekspertni sustavi daju najbolje rezultate kada stručnjaci iz danog područja surađuju s programskim inženjerima uklapajući za to vrijeme stručno znanje u upravljački program. Isto tako, stručno znanje mora biti prikladno za ugradnju u programska pravila (tj. stručnjak mora biti u stanju objasniti svoj proces odlučivanja programeru). Ekspertni sustavi mogu ugraditi stotine ili tisuće proizvodnih pravila.
- Neizrazita logika<sup>7</sup>. Neizrazita logika je poopćenje uobičajene Booleove logike korištene za dizajniranje digitalnih krugova. U Booleovoj logici ulazne vrijednosti

---

<sup>7</sup> engl. Fuzzy logic

možu poprimiti dvije vrijednosti, "0" i "1". U neizrazitoj logici ulazne vrijednosti poprimaju vrijednosti u kvalitativnim rasponima. Tako na primjer transformatorsko opterećenje može poprimiti "nisku", "srednju" i "visoku" vrijednost [2]. Neizrazita logika omogućuje logičko zaključivanje izlaza temeljeno na neizrazitim ulazima. Među prednostima neizrazite logike ističe se nedostatak potrebe za matematičkim modelom mapiranja ulaza u izlaze i nedostatak potrebe za preciznim ulazima. S takvim generičkim uređenjem pravila, ispravno projektiran sustav neizrazite logike može biti veoma robustan kada se koristi za predviđanje opterećenja. Naravno, u mnogim je situacijama potreban egzaktan izlaz (npr. točno opterećenje u 12:00 sati). Nakon logičke obrade neizrazitih ulaza, "defuzzification" proces se može koristiti za predviđanje takvih preciznih izlaza.

- Metoda potpornih vektora<sup>8</sup> su novije napredne tehnike za rješavanje klasifikacijskih i regresijskih problema. Za razliku od neuronskih mreža, koje pokušavaju definirati složene funkcije u prostoru ulaza, metode potpornih vektora obavljaju nelinearno mapiranje (pomoću tzv. kernel funkcije) podataka u više dimenzionalni prostor. Zatim se koriste jednostavne linearne funkcije za stvaranje linearnih granica u novom prostoru. Problem odabira strukture za neuronske mreže ovdje zamjenjuje problem izbora odgovarajuće kernel funkcije.

---

<sup>8</sup> *engl.* Support vector machines (SVMs)

---

## Identifikacija modela potrošnje električne energije

Za precizno predviđanje potrošnje električne energije razvijen je model za predviđanje potrošnje radne i jalove energije na zgradi Fakulteta elektrotehnike i računarstva na temelju mjerenja dostupnih iz DHMZ-a<sup>1</sup>. Među spomenutim mjerenjima nalaze se mjerenja vrijednosti temperature, sunčeve dozačenosti, relativne vlage, tlaka, oborina i vjetra. Za strukturu modela odabrana je neuronska mreža s funkcijama s kružnom osnovicom (*engl.* **R**adial **B**asis **F**unction **N**eural **N**etwork (RBF)) a kao ulazni podaci korištena su mjerenja temperature i sunčeve dozačenosti iz automatske mjerne postaje Zagreb-Maksimir u 10-minutnoj rezoluciji te dan u godini. Kao izlazni podaci korištena su mjerenja potrošnje radne snage na FER-u za 2011. godinu u 15-minutnoj rezoluciji. Za učenje neuronske mreže korišten je Levenberg-Marquardtov algoritam. Dobiveni model vrednovan je na dostupnim podacima o potrošnji i vremenskim prilikama. Radi numeričke stabilnosti ulazno-izlazne podatke trebalo je normirati.

### 3.1 Neuronske mreže

Ideja za razvoj umjetnih neuronskih mreža kao metode za rješavanje praktičnih problema došla je upravo iz spoznaja o građi i funkcioniranju ljudskog mozga. Cilj istraživanja bio je razvoj struktura umjetnih neuronskih mreža koje bi donekle oponašale rad bioloških neurona u čovjekovom mozgu. Razvijeno je mnoštvo različitih struktura neuronskih mreža koje se u osnovi mogu podijeliti na statičke i dinamičke neuronske mreže. Najvažnije svojstvo neuronskih mreža jest sposobnost aproksimacije proizvolj-

---

<sup>1</sup>Državni Hidrometeorološki Zavod (DHMZ)

nih kontinuiranih funkcija te mogućnost primjene u identifikaciji nelinearnih dinamičkih procesa. Temeljna jedinica neuronske mreže je neuron koji može na osnovu dobivenih ulaza izvoditi jednostavne matematičke operacije i oponašati funkcije biološkog neurona te njegov jedinstveni način učenja. Neuronska mreža je vrlo moćan programski alat a do danas je razvijeno mnoštvo različitih vrsta neuronskih mreža da ih je teško sustavno klasificirati.

### 3.1.1 Biološka osnova i povijesni pregled

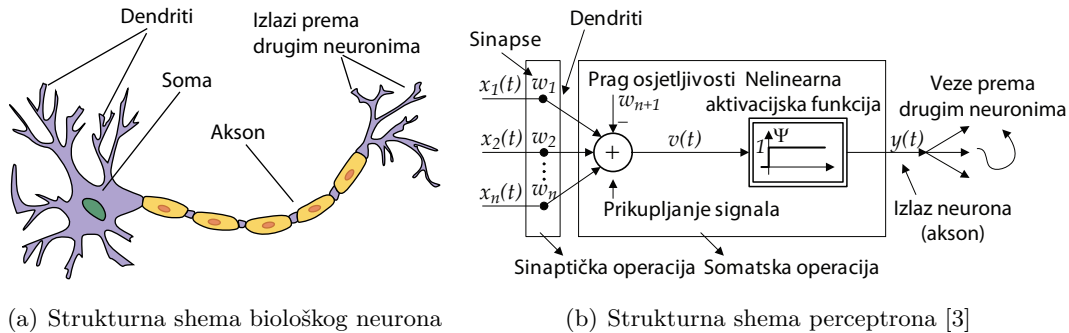
Biološki neuron, kao osnovna građevna jedinica biološke neuronske mreže ima funkciju primanja i obrađivanja informacija dobivenih od drugih neurona ili osjetilnih organa. Pojednostavljeno se može prikazati kao stanica sastavljena od tijela (soma), mnoštva dendrita i aksona. Akson jednog neurona formira sinaptičke veze s mnoštvom drugih neurona a impulsi koji se generiraju u tijelu neurona, putuju kroz akson do sinapsi. Sinapse predstavljaju memorijske članove biološke neuronske mreže. Signali se od sinapsi dendritima prosljeđuju do tijela neurona, gdje se prikupljaju i obrađuju. Oni mogu biti pobuđujući (*engl.* excitatory) ili smirujući (*engl.* inhibitory). Matematički gledano ti signali imaju suprotan predznak i njihova kumulativna vrijednost određuje hoće li tijelo neurona generirati impulse koji se šalju duž aksona prema drugim neuronima ili neuron ostaje nepobuđen i ne generira impulse. Na taj način možemo zaključiti da se obrada signala u neuronu odvija kroz dvije odvojene operacije:

- Sinaptička operacija daje određeni značaj (težinu) svakom ulaznom signalu u neuron;
- Somatska operacija prikuplja sve "otežane" ulazne signale, te ukoliko je njihova kumulativna vrijednost veća od praga osjetljivosti neurona, generira impulse koje šalje prema drugim neuronima.

Oko  $10^{11}$  neurona organiziranih u module (*engl.* layers) u čovjekovom mozgu čine gusto povezanu mrežu koja osigurava izuzetno veliku računsku i memorijsku moć ljudskog mozga. Prvi radovi o umjetnim neuronskim mrežama objavljeni su 1943. i 1947. (McCulloch i Pitts). Model neurona bio je vrlo jednostavan i zvao se *perceptron*. Sinaptička operacija predstavljena je množenjem svakog ulaznog signala  $x_i$  s težinskim koeficijentom  $w_i$ . Ti umnošci se zbrajaju i uspoređuju sa pragom osjetljivosti neurona  $w_{n+1}$ <sup>2</sup>. Ako je zbroj veći od praga osjetljivosti, nelinearna aktivacijska funkcija  $\psi$  generira izlazni signal neurona  $y$  iznosa 1, a ako je manji 0. 1962. Rosenblatt je dokazao značajan

---

<sup>2</sup>*engl.* threshold



Slika 3.1: Biološki neuron i perceptron

teorem o učenju perceptrona: *perceptron može naučiti sve što može predstaviti*, gdje predstavljanje znači sposobnost aproksimiranja određene funkcije, a učenje postupak koji podešavanjem parametara mreže postiže da ona postane zadovoljavajuća aproksimacija te funkcije. Prva umjetna neuronska mreža koja je imala sposobnost učenja (Rosenblat 1959) koristila je Hebbianov algoritam za podešavanje sinaptičkih težinskih koeficijenata perceptrona. Widrow i Hoff (1960) umjesto diskontinuirane primjenjuju kontinuiranu linearnu aktivacijsku funkciju a za podešavanje sinaptičkih težinskih koeficijenata model najmanjih kvadrata-ADALINE<sup>3</sup>. Ubrzo je uočena nesposobnost perceptrona pri rješavanju jednostavnih zadataka te dolazi do stagnacije razvoja umjetnih neuronskih mreža sve do 1986. godine kada PDP grupa autora<sup>4</sup> objavljuje algoritam povratnog prostiranja izlazne pogreške (*engl.* BackPropagation algorithm - BP). Ovaj algoritam rješava problem učenja višeslojnih neuronskih mreža te dolazi do daljnjih istraživanja mogućnosti primjene neuronskih mreža i tehnologija njihove implementacije. Glavnina istraživačkih aktivnosti može se svesti u ova područja: (i) razvoj modela umjetnih neurona, (ii) razvoj struktura neuronskih mreža (iii) razvoj algoritama učenja (iv) razvoj tehnologija implementacije i sustava zasnovanih na primjeni neuronskih mreža [3].

### 3.1.2 Statički modeli neurona

Perceptron ima vrlo skromne mogućnosti upravo zbog diskontinuiteta aktivacijske funkcije zbog čega je otežano učenje mreže. Većina algoritama učenja za podešavanje težinskih koeficijenata mreže zahtijeva izračunavanje derivacije aktivacijskih funkcija. Zbog toga se primjenjuju kontinuirane, derivabilne aktivacijske funkcije i to one koje pripa-

<sup>3</sup> *engl.* ADAPtive LInear NEuron

<sup>4</sup> *engl.* Parallel Distributed Processing

daju klasi sigmoidalnih funkcija<sup>5</sup>. Ovako opisani model neurona ne sadrži dinamičke članove pa njegov izlaz ovisi isključivo o trenutnim vrijednostima ulaznih signala i težinskim koeficijentima odakle i naziv *statički neuron*. S obzirom da postoje i drugi modeli neurona koji također ne sadrže dinamičke članove, a opisani neuron predstavlja poopćenje McCulloh-Pittsova perceptrona često se naziva i *perceptronom*. Postoji velik broj neuronskih mreža izgrađenih od perceptrona organiziranih u tri ili više slojeva. Te se mreže nazivaju višeslojnim perceptronskim mrežama<sup>6</sup>. Perceptron se matematički može opisati sljedećim izrazima:

$$v(t) = \sum_{i=1}^m w_i x_i(t) - w_{m+1}, \quad (3.1a)$$

$$y(t) = \psi(v(t)), \quad (3.1b)$$

gdje je  $x_i$  ulazni signal,  $w_i$  sinaptički težinski koeficijent,  $w_{m+1}$  prag osjetljivosti neurona,  $v$  ulaz u nelinearnu aktivacijsku funkciju,  $\psi$  nelinearna aktivacijska funkcija, a  $y$  izlaz neurona.

Ako vektor ulaza proširimo članom  $x_{n+1} = 1$ , izraz (3.1a) možemo napisati kao:

$$v(t) = \mathbf{w}^\top \mathbf{x}(t), \quad (3.2)$$

Izraz (3.1a) opisuje sinaptičku operaciju i prve dvije somatske operacije (prikupljanje otežanih ulaznih signala i usporedbu njihova zbroja s pragom osjetljivosti). Zajedno te tri operacije čine operaciju konfluencije. Dakle, matematički gledano, umjetni neuron dijelimo na operaciju konfluencije i nelinearnu aktivacijsku funkciju. Velika većina neuronskih mreža kao operaciju konfluencije koristi skalarni umnožak, izuzetak su često primjenjivanje RBF<sup>7</sup> neuronske mreže koje umjesto skalarnog umnoška izračunavaju Euklidsku udaljenost između vektora ulaznih signala  $\mathbf{x}(t)$  i vektora središta neurona  $\mathbf{w}(t)$ :

$$v(t) = \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{w}(t)\| = \sqrt{[\mathbf{x}(t) - \mathbf{w}(t)]^\top [\mathbf{x}(t) - \mathbf{w}(t)]}. \quad (3.3)$$

### 3.1.3 Nelinearna aktivacijska funkcija

Nelinearna aktivacijska funkcija  $\psi(v)$  (3.1a), preslikava izlaznu vrijednost operacije konfluencije  $v(t)$  u izlazni signal neurona  $y(t)$  ograničenog iznosa. Iznos izlaznog signala

<sup>5</sup>Funkcija pripada klasi sigmoidalnih funkcija ako zadovoljava: (i) monotono je rastuća na intervalu od  $(-\infty, \infty)$ , (ii) simptomski se približava donjoj graničnoj vrijednosti kako teži  $-\infty$ , odnosno gornjoj kako teži  $\infty$  te (iii) ima samo jednu točku infleksije

<sup>6</sup>engl. **M**ulti**L**ayer **P**erceptron networks (MLP)

<sup>7</sup>engl. **R**adial **B**asis **F**unction neural networks (RBF)

neurona najčešće je radi numeričke stabilnosti ograničen u području  $(0, 1)$  za unipolarne signale odnosno u području  $(-1, 1)$  za bipolarne signale. Velik je broj aktivacijskih funkcija koje omogućuju neuronskim mrežama aproksimaciju proizvoljne kontinuirane funkcije, no neke su prihvaćene kao standardne aktivacijske funkcije. U tablici 3.1 prikazane su funkcije s kružnom osnovicom koje se najčešće koriste u ulaznom i izlaznom sloju RBF neuronskih mreža, ujedno korištene u radu. Ove se aktivacijske funkcije, u ulaznom (skrivenom) sloju, koriste zajedno s operacijom konfluencije (3.3) koja mjeri Euklidsku udaljenost. U izlaznom sloju se obično koriste perceptroni s linearnom aktivacijskom funkcijom.

Tablica 3.1: Najčešće korištene aktivacijske funkcije kod RBF neuronskih mreža

| Naziv funkcije     | Izraz za funkciju                             |
|--------------------|---|
| Gaussova funkcija  | $\psi(v) = e^{-\frac{v^2}{2 \cdot \sigma^2}}$ |
| Tansig             | $\psi(v) = \frac{2}{1 + e^{-2g_a v}} - 1$     |
| Linearna (purelin) | $\psi(v) = g_v \cdot v$                       |

## 3.2 RBF neuronske mreže

RBF neuronske mreže dvoslojne su statičke neuronske mreže. Nulti (ulazni) sloj najčešće samo prosljeđuje ulaze u mrežu na ulaz prvog sloja sastavljenog od neurona s aktivacijskim funkcijama s kružnom osnovicom i predstavlja njezino tzv. receptivno polje. Drugi sloj mreže, ujedno i izlazni sloj, sastoji se od perceptrona s linearnom aktivacijskom funkcijom najčešće jediničnog aktivacijskog pojačanja. Matematički se RBF neuronska mreža može opisati sljedećim izrazima:

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{y}_0 = \mathbf{x} \quad (3.4)$$

pri čemu je  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{n(x)}]^T$  vektor ulaza u mrežu (nulti sloj mreže), odnosno  $\mathbf{y}_0$  izlaz iz nultog sloja neuronske mreže a  $\mathbf{x}_1 = [x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n(0)}]^T$  vektor ulaza u prvi sloj mreže dimenzije  $n(x)$ ,

$$v_{1,i} = \|\mathbf{x}_1 \dot{\times} \mathbf{w}_{s,i} - \mathbf{w}_{c,i}\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{n(0)} (x_{1,k} w_{s,i,k} - w_{c,i,k})^2}, \quad i = 1, \dots, n(1), \quad (3.5)$$



Navedena jednakost predstavlja operaciju konfluencije, odnosno u slučaju RBF neuronskih mreža euklidsku udaljenost pri čemu je  $\mathbf{w}_{s,i}$  vektor sinaptičkih težinskih koeficijenata  $i$ -tog neurona, te  $\mathbf{w}_{c,i}$  vektor središta  $i$ -tog neurona. Rezultat operacije konfluencije je ulaz u nelinearnu aktivacijsku funkciju, a ukoliko pretpostavljamo Gaussovu funkciju vrijedi:

$$x_{2,i} = \psi_1(v_{1,i}, \sigma_i) = \exp\left(-\frac{v_{1,i}^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad i = 1, \dots, n(1), \quad (3.6)$$

gdje je  $\sigma_i$  parametar neurona koji predstavlja odstupanje od središta Gaussove funkcije, a  $\psi_1$  je nelinearna aktivacijska funkcija skrivenog sloja. Nadalje, ulaz u drugi (izlazni) sloj mreže možemo računati:

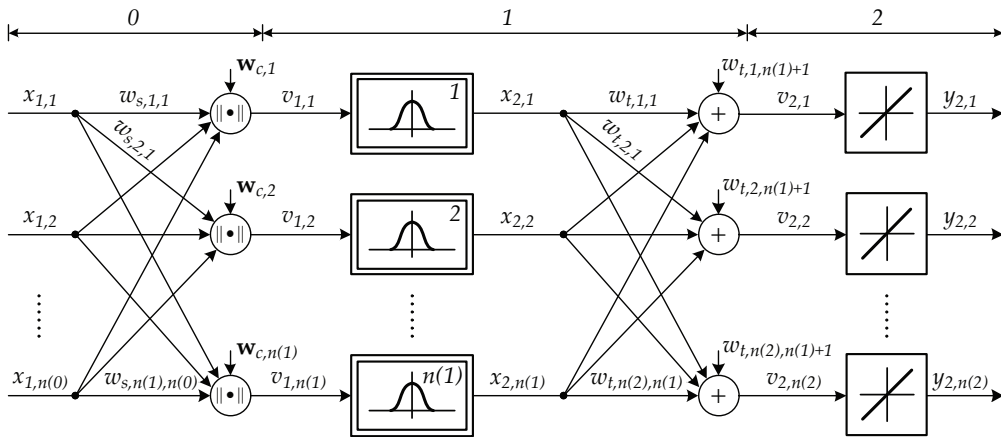
$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{W}_t \mathbf{x}_2 \quad (3.7)$$

pri čemu je  $\mathbf{W}_t$  vektor težinskih koeficijenata na izlazu iz prvog sloja, a  $\mathbf{x}_2$  vektor izlaznih signala iz prvog sloja. Konačno, izlaz iz neuronske mreže računamo prema izrazu:

$$\mathbf{y}_2 = \psi_2(\mathbf{v}_2) \quad (3.8)$$

gdje  $\psi_2$  predstavlja aktivacijsku funkciju linearnog sloja. Najčešće korištena aktivacijska funkcija izlaznog sloja je purelin (linearna funkcija s jediničnim pojačanjem) a osim nje može se koristiti i tzv. tansig funkcija:

$$\psi_2(v_{2,i}) = \frac{2}{1 + \exp(-2v_{2,i})} - 1, \quad i = 1, \dots, n(2). \quad (3.9)$$



Slika 3.2: Strukturna shema RBF neuronske mreže

RBF mreže imaju sposobnost aproksimacije proizvoljne kontinuirane nelinearne funkcije a njihova aproksimacijska sposobnost određena je položajem središta RBF neurona, varijancom njihovih aktivacijskih funkcija te iznosima težinskih koeficijenata

izlaznog sloja mreže. Vrijednosti ovih parametara RBF mreže računaju se algoritmima učenja koji su opisani u nastavku. RBF neuronske mreže predstavljaju alternativu MLP mrežama, posebno u slučaju aproksimacije jednostavnih i vremenski malo promjenjivih nelinearnosti kada je moguće unaprijed na odgovarajući način rasporediti središta i odrediti iznose varijanci RBF neurona, a učenje mreže svesti samo na podešavanje težinskih koeficijenata izlaznog sloja. U tom slučaju vladanje RBF neuronske mreže postaje linearno ovisno o parametrima, za razliku od MLP mreža čije je vladanje nelinearno ovisno o parametrima. Raspored središta značajno utječe na svojstva RBF mreže. Tradicionalno se RBF funkcije koriste za interpolaciju nelinearnih viševarijabilnih funkcija, pri čemu je broj središta jednak broju podataka (u svaki se ulazni podatak postavlja po jedno središte). Aproksimaciju proizvoljne nelinearne kontinuirane funkcije moguće je također postići i s manjim brojem dobro raspoređenih središta i to na dva načina: tako da se središta postave u slučajno odabrane ulazne podatke (Broomhead i Lowe 1988.) ili jednolikim rasporedom središta u prostoru ulaznih podataka. RBF mreže i sa slučajnim i s jednolikim rasporedom središta RBF neurona mogu aproksimirati proizvoljnu kontinuiranu nelinearnu funkciju, međutim, potrebni broj RBF neurona može biti jako velik. Smanjenje broja neurona može se postići proširenjem postupka učenja mreže i podešavanjem položaja središta te varijanci RBF neurona. U tom slučaju vladanje RBF mreže postaje nelinearno ovisno o parametrima, kao i MLP mreže, ali i s usporedivim aproksimacijskim svojstima.

### 3.3 Učenje neuronskih mreža

Učenje neuronskih mreža na osnovi ulazno-izlaznih podataka može se promatrati kao problem aproksimacije nelinearnih funkcija. Algoritam učenja podešava parametre neuronske mreže s ciljem pronalaženja takvih vrijednosti parametara uz koje ona dobro aproksimira nelinearnu funkciju. Iako je razvijen veliki broj raznih algoritama učenja neuronskih mreža, moguće ih je prema načinu učenja mreže podijeliti u dvije skupine: na algoritme temeljene na pogrešci i algoritme temeljene na izlazu mreže. Algoritmi učenja temeljni na pogrešci<sup>8</sup> (algoritmi s "učiteljem") zahtijevaju vanjski referentni signal (učitelj) s kojim uspoređuju dobiveni odziv neuronske mreže generirajući zatim signal pogreške. Na temelju tog signala algoritam učenja mijenja sinaptičke težinske koeficijente neuronske mreže s ciljem poboljšanja njezina vladanja, to jest smanjenja pogreške. Ovi se algoritmi mogu primijeniti samo ako je unaprijed poznato željeno

<sup>8</sup> *engl.* Error-based algorithms

vladanje neuronske mreže, to jest podaci za učenje moraju sadržavati parove ulazno-izlaznih signala.

Algoritmi učenja temeljni na izlazu mreže<sup>9</sup> (algoritmi bez "učitelja") ne zahtijevaju vanjski referentni signal. Podaci na osnovi koji se mreža uči sadrže samo vrijednosti ulaznih signala u mrežu. Postoji i podvrsta algoritama učenja temeljena na izlazu mreže koja se zasniva na tzv. signalu ojačanja koji daje kvalitativnu ocjenu vladanja mreže. Primjenjuju se u slučajevima kada vanjski referentni signal nije dostupan, ali je dostupan signal koji predstavlja kritičku ocjenu vladanja mreže u smislu "dobro/loše".

Gotovo svi algoritmi učenja neuronskih mreža pripadaju u jednu od ovih kategorija ili su njihova varijacija. U identifikaciji i upravljanju nelinearnim sustavima najčešće je poznato željeno vladanje neuronske mreže, pa se za njezino učenje primjenjuju algoritmi temeljeni na pogrešci.

### 3.3.1 Kriterij kakvoće

Kriterij kakvoće za učenje neuronske mreže definiran je kao [4]:

$$\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta) = \frac{1}{2} e^\top(\mathbf{X}_i, \Theta) e(\mathbf{X}_i, \Theta) = \frac{1}{2} e^2(\mathbf{X}_i, \Theta), \quad (3.10)$$

gdje je  $\mathbf{X}$  skup ulaznih podataka,  $\Theta$  je vektor parametara neuronske mreže,  $\mathbf{X}_i$  je matrica ulaznih podataka u rezoluciji od petnaest minuta, a pogreška  $e$  je definirana kao:

$$e(\mathbf{X}_i, \theta) = f(\mathbf{x}_i, \Theta) - P_{FER,i}, \quad (3.11)$$

gdje je  $f$  funkcija koja opisuje model potrošnje energije na FER-u,  $\mathbf{x}_i$  je vektor ulaznih podataka u rezoluciji od petnaest minuta,  $P_{FER,i}$  je vektor mjerenja potrošnje energije preuzetih s Fakulteta elektrotehnike i računarstva.

Ako se u obzir uzme i efekt normiranja ulaznih i izlaznih podataka:

$$\bar{P} = \mu P + v,$$

gdje su  $\bar{P}$  normirani podatci, tada je kriterijska funkcija definirana kao:

$$\bar{\mathfrak{S}}(\bar{\mathbf{X}}, \bar{\Theta}) = \frac{1}{2} \bar{e}^\top(\bar{\mathbf{X}}_i, \bar{\Theta}) \bar{e}(\bar{\mathbf{X}}_i, \bar{\Theta}) = \frac{1}{2} \bar{e}^2(\bar{\mathbf{X}}_i, \bar{\Theta}), \quad (3.12)$$

pri čemu je pogreška  $\bar{e}$  definirana kao:

$$\bar{e}(\bar{\mathbf{X}}_i, \bar{\Theta}) = \frac{f(\bar{\mathbf{x}}_i, \bar{\Theta}) - v}{\mu} - \frac{1}{\mu} \bar{P}_{FER,i} + \frac{v}{\mu}, \quad (3.13)$$

gdje su  $\bar{\mathbf{x}}_i$  normirani ulazni podatci u rezoluciji od petnaest minuta,  $\bar{\Theta}$  su normirani parametri modela potrošnje energije, a  $\mu$  i  $v$  su koeficijenti normiranja.

<sup>9</sup> engl. Output-based algorithms

### 3.3.2 Levenberg-Marquardtov algoritam

Izraz za kriterij kakvoće (3.10) može se u vektorskom zapisu prikazati na sljedeći način:

$$\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^\top(\mathbf{X}, \Theta) \mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta), \quad (3.14)$$

gdje je  $\mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta)$  vektor pogrešaka na čitavom skupu mjernih podataka:

$$\mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta) = \begin{bmatrix} e(\mathbf{X}_1, \Theta) & e(\mathbf{X}_2, \Theta) & \dots & e(\mathbf{X}_N, \Theta) \end{bmatrix}^\top. \quad (3.15)$$

Za kriterijsku funkciju definiranu izrazom (3.14) gradijentni vektor i Hessian matrica poprimaju sljedeće oblike:

$$\nabla \mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta) = \mathbf{J}^\top(\mathbf{X}, \Theta) \mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta), \quad (3.16a)$$

$$\nabla^2 \mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta) = \mathbf{J}^\top(\mathbf{X}, \Theta) \mathbf{J}(\mathbf{X}, \Theta) + \sum_{i=1}^N e(\mathbf{X}_i, \Theta) \nabla^2 e(\mathbf{X}_i, \Theta), \quad (3.16b)$$

gdje je  $\mathbf{J}(\mathbf{X}, \Theta)$  Jacobijeva matrica definirana kako slijedi:

$$\nabla \mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta) = \frac{\partial \mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta)}{\partial \Theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e(\mathbf{X}_1, \Theta)}{\partial \Theta_1} & \frac{\partial e(\mathbf{X}_1, \Theta)}{\partial \Theta_2} & \dots & \frac{\partial e(\mathbf{X}_1, \Theta)}{\partial \Theta_{n(\Theta)}} \\ \frac{\partial e(\mathbf{X}_2, \Theta)}{\partial \Theta_1} & \frac{\partial e(\mathbf{X}_2, \Theta)}{\partial \Theta_2} & \dots & \frac{\partial e(\mathbf{X}_2, \Theta)}{\partial \Theta_{n(\Theta)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e(\mathbf{X}_N, \Theta)}{\partial \Theta_1} & \frac{\partial e(\mathbf{X}_N, \Theta)}{\partial \Theta_2} & \dots & \frac{\partial e(\mathbf{X}_N, \Theta)}{\partial \Theta_{n(\Theta)}} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

U točki  $\Theta = \Theta^*$  bit će minimum funkcije  $\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta)$  ako su ispunjeni sljedeći uvjeti:

$$\left. \frac{\partial \mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta)}{\partial \Theta} \right|_{\Theta = \Theta^*} = 0, \quad (3.18a)$$

$$\Delta \Theta^\top \nabla^2 \mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta) \Delta \Theta > 0. \quad (3.18b)$$

Ispunjenje uvjeta (3.18a) ukazuje da je u točki  $\Theta^*$  ekstrem kriterijske funkcije, međutim ne može se zaključiti je li minimum, maksimum ili sedlo. Ispunjenje uvjeta (3.18b) ukazuje da je u točki ekstrema  $\Theta^*$  minimum postavljene kriterijske funkcije. Numerički postupci minimiziranja funkcije  $\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta)$  osiguravaju konvergenciju samo u lokalni minimum, što znači da minimizacijom dobivene vrijednosti parametara ne moraju biti jednake optimalnim vrijednostima  $\Theta^*$ . Međutim, za većinu praktičnih primjena nije niti nužno pronaći parametre koji daju globalni minimum, već se zadovoljavajućom smatraju bilo koje vrijednosti parametara za koje kriterijska funkcija poprima dovoljno mali iznos, tj. za koje vrijedi:

$$\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta) \leq \varepsilon, \quad (3.19)$$

gdje je  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  mala pozitivna konstanta.

Dva su osnovna načina minimiziranja kriterijske funkcije  $\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta)$  na kojima se temelje algoritmi učenja neuronskih mreža: (i) nerekurzivni i (ii) rekurzivni. Prema nerekurzivnom se načinu kriterijska funkcija  $\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta)$  minimizira tako da se promjene parametara mreže akumuliraju preko svih  $N$  vektora mjernih podataka i tek nakon toga se stvarno promijene parametri mreže. Prema rekurzivnom se načinu kriterijska funkcija  $\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta)$  minimizira na temelju lokalne kriterijske funkcije  $\mathfrak{S}_v(\mathbf{X}, \Theta)$ , odnosno parametri mreže mijenjaju se nakon svakog vektora mjernih podataka.

U slučaju identifikacije modela potrošnje energije, mjerni podatci su unaprijed poznati pa će se prema tome za identifikaciju koristiti nerekurzivni način učenja. Većina nerekurzivnih algoritama učenja temelje se na standardnim postupcima nelinearnog optimiranja koji minimum ciljne funkcije traže na nerekurzivan način. Ciljna funkcija koju algoritmi učenja neuronskih mreža trebaju minimizirati jest definirana kriterijska funkcija  $\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta)$ . Algoritmi učenja minimiziraju kriterijsku funkciju podešavanjem iznosa parametara mreže  $\Theta$ . Najčešće korišteni algoritmi učenja neuronskih mreža zasnivaju se na iterativnom postupku [3]:

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k + \Delta\Theta_k = \Theta_k + \alpha_k \mathbf{s}_{d,k}, \quad (3.20)$$

gdje je  $\mathbf{s}_{d,k}$  smjer traženja minimuma u  $k$ -toj iteraciji koji se zasniva na informaciji o funkciji  $\mathfrak{S}(\mathbf{X}, \Theta)$ , a  $\alpha_k$  koeficijent učenja u  $k$ -toj iteraciji koji određuje duljinu koraka u smjeru traženja.

Levenberg-Marquardtov algoritam zasniva se na pretpostavci da se pogreška  $\mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta)$  u okolini točke  $\Theta_k$  može dovoljno dobro aproksimirati s prva dva člana Taylorovog reda:

$$\mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta) \approx \tilde{\mathbf{e}}(\mathbf{X}, \Theta) = \mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta_k) + \nabla \mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta)|_{\Theta=\Theta_k} \Delta\Theta_k, \quad (3.21)$$

pri čemu vrijedi  $\Delta\Theta_k = \Theta - \Theta_k$ .

Sada se umjesto minimiziranja kriterijske funkcije iz izraza (3.14) minimizira njezina aproksimacija definirana kao:

$$\tilde{\mathfrak{S}}(\mathbf{X}, \Theta) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}^\top(\mathbf{X}, \Theta) \tilde{\mathbf{e}}(\mathbf{X}, \Theta). \quad (3.22)$$

Iz uvjeta  $\nabla \tilde{\mathfrak{S}}(\mathbf{X}, \Theta) = 0$  dobije se izraz koji minimizira funkciju (3.22):

$$\mathbf{J}^\top(\mathbf{X}, \Theta_k) \mathbf{J}(\mathbf{X}, \Theta_k) \Delta\Theta_k + \mathbf{J}^\top(\mathbf{X}, \Theta_k) \mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta_k) = 0, \quad (3.23)$$

Uvrštenjem izraza (3.16a) u izraz (3.23) uz  $\Theta = \Theta_{k+1}$  te uvođenjem koeficijenta učenja  $\alpha_k$ , dobije se sljedeći izraz za izračunavanje parametara mreže:

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k - \alpha_k (\mathbf{H}(\mathbf{X}, \Theta_k))^{-1} \mathbf{J}^\top(\mathbf{X}, \Theta_k) \mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta_k). \quad (3.24)$$

U izrazu (3.24) Hessian matrica se zamijenjuje matricom:

$$\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{X}, \Theta_k) = \mathbf{J}^\top(\mathbf{X}, \Theta_k)\mathbf{J}(\mathbf{X}, \Theta_k), \quad (3.25)$$

koja je jednaka prvom članu Hessian matrice definirane izrazom (3.16b). Matrica  $\tilde{\mathbf{H}}$  je pozitivno semidefinitna, što je dovoljan uvjet da algoritam (3.24) ne divergira. Međutim, ako mjerni podatci nisu dovoljno informativni ili ako neuronska mreža ima prevelik broj neurona, matrica  $\tilde{\mathbf{H}}$  može postati loše kondicionirana, tj. skoro singularna ili singularna, što ima za posljedicu numeričku nestabilnost algoritma. Za prevladavanje ovih problema potrebno je matricu  $\tilde{\mathbf{H}}$  dodatno promijeniti da se dobije pozitivno definitna matrica u čitavom području vrijednosti kriterijske funkcije. Iz tih razloga izveden je novi, poboljšani izraz za izračunavanje parametara mreže [3]:

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k - \left[ \mathbf{J}^\top(\mathbf{X}, \Theta_k)\mathbf{J}(\mathbf{X}, \Theta_k) + \mu_k \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{J}^\top(\mathbf{X}, \Theta_k)\mathbf{e}(\mathbf{X}, \Theta_k), \quad (3.26)$$

gdje parametar  $\mu_k$  određuje veličinu promjene  $\Delta\Theta$ .

U svakoj se iteraciji algoritma koeficijent  $\mu_k$  određuje drugim iterativnim postupkom. Početni iznos koeficijenta  $\mu_k$  određuje se množenjem njegova optimalnog iznosa iz prethodne iteracije algoritma koeficijentom smanjenja  $\mu_d$  ( $\mu_d < 1$ ), tj.  $\mu_k = \mu_d \mu_{k-1}$ , osim u prvoj iteraciji kada se koristi početna vrijednost  $\mu_0$  koju zadaje korisnik. Uz taj se iznos koeficijenta  $\mu_k$  izračunava kriterijska funkcija i uspoređuje s njezinim iznosom u prethodnoj iteraciji. Ako se iznos kriterijske funkcije smanjio, iznos koeficijenta  $\mu_k$  smatra se optimalnim i prelazi se na sljedeću iteraciju algoritma učenja mreže, a ako se iznos kriterijske funkcije povećao, iznos koeficijenta  $\mu_k$  povećava se iterativno, množenjem s koeficijentom povećanja  $\mu_i$  ( $\mu_i > 1$ ) u svakom koraku, dok ne dođe do smanjenja kriterijske funkcije. Odabrana struktura neuronske mreže ima ukupno  $n(0)$  ulaznih signala,  $n(1)$  neurona u skrivenom sloju te  $n(2) = 1$  izlazni signal koji predstavlja radnu ili jalovu energiju, ovisno o modelu koji se identificira. Vektor parametara mreže u tom slučaju je definiran kao:

$$\Theta = \left[ w_{s,1,1} \dots w_{s,1,n(0)}, w_{c,1,1} \dots w_{c,1,n(0)}, \sigma_1, w_{t,1}, w_{t,2} \dots w_{t,n(1)+1} \right]^\top. \quad (3.27)$$

Konačni izraz koji opisuje odabranu strukturu umjetne RBF neuronske mreže, izveden na temelju izraza (3.5), (3.6), (3.7) i (3.8) je:

$$v_{2,1} = \sum_{i=1}^{n(1)} \psi_1(v_{1,i}, \sigma_i) w_{t,i} + w_{t,n(1)+1}, \quad (3.28a)$$

$$f(\mathbf{X}, \Theta) = \psi_2(v_{2,1}). \quad (3.28b)$$

pri čemu  $\psi_1$  predstavlja Gaussovu funkciju, a  $\psi_2$  može biti linearna funkcija jediničnog pojačanja ili tansig funkcija.

Uz ovako definiranu funkciju koja opisuje neuronsku mrežu, parcijalne derivacije funkcije  $f(\mathbf{X}, \Theta)$  po parametrima  $i$ -tog neurona prema BP algoritmu su:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(\mathbf{X}, \Theta)}{\partial w_{s,i,k}} &= \frac{\partial \psi_2(v_{2,1})}{\partial v_{2,1}} \frac{\partial v_{2,1}}{\partial v_{1,i}} \frac{\partial v_{1,i}}{\partial w_{s,i,k}}, \\ \frac{\partial f(\mathbf{X}, \Theta)}{\partial w_{c,i,k}} &= \frac{\partial \psi_2(v_{2,1})}{\partial v_{2,1}} \frac{\partial v_{2,1}}{\partial v_{1,i}} \frac{\partial v_{1,i}}{\partial w_{c,i,k}}, \\ \frac{\partial f(\mathbf{X}, \Theta)}{\partial \sigma_i} &= \frac{\partial \psi_2(v_{2,1})}{\partial v_{2,1}} \frac{\partial v_{2,1}}{\partial \sigma_i}, \\ \frac{\partial f(\mathbf{X}, \Theta)}{\partial w_{t,i}} &= \frac{\partial \psi_2(v_{2,1})}{\partial v_{2,1}} \frac{\partial v_{2,1}}{\partial w_{t,i}}.\end{aligned}\tag{3.29}$$

Uzme li se u obzir normiranje ulazno-izlaznih podataka, tada se parcijalne derivacije pogreške  $\bar{e}(\bar{\mathbf{X}}_i, \bar{\Theta})$  po parametrima mreže mogu izračunati kao:

$$\frac{\partial \bar{e}(\bar{\mathbf{X}}_i, \bar{\Theta})}{\partial \Theta} = \sum_{j=0}^{\tau} \left[ \frac{k_j}{\mu} \frac{\partial f(\bar{\mathbf{x}}_{i,j}, \bar{\Theta})}{\partial \Theta} \right].\tag{3.30}$$

Početne vrijednosti parametara neuronske mreže u velikoj mjeri utječu na brzinu konvergencije algoritma učenja, osobito u slučajevima kada se neuronska mreža koristi za aproksimaciju vrlo složenih nelinearnih funkcija. Velika slabost opisanog algoritma učenja, kao i svih ostalih gradijentnih algoritama, je pojava lokalnih minimuma u kriterijskoj funkciji. Kako bi se smanjila pojava lokalnih minimuma, središta i varijance neurona treba izabrati tako da čitavo područje vrijednost ulaznih signala bude pokriveno aktivnim dijelovima RBF neurona te da svaki pojedini neuron ima svoje potpodručje. Uobičajeno se središta raspoređuju slučajno u području vrijednosti ulaznih signala, koji se normiraju tako da poprime vrijednost unutar jednakih intervala. Nakon toga se izračunaju varijance neurona prema sljedećem izrazu [3]:

$$\sigma_i = \sqrt{d_{i,1}d_{i,2}}, \quad i = 1, \dots, n(1),\tag{3.31}$$

gdje su  $d_{1,i}$  i  $d_{2,i}$  udaljenosti dva najbliža neurona od  $i$ -tog neurona. Sinaptički težinski koeficijenti ulaznog i izlaznog sloja izabiru se kao slučajno generirani brojevi, obično u intervalu  $(-0.5, 0.5)$ .

## Rezultati identifikacije

Na temelju ulazno-izlaznih podataka dobivenih za 2011. godinu provedeno je učenje neuronske mreže. Korišteni ulazni podaci, preuzeti iz Državnog hidrometeorološkog zavoda, su (i) dan u godini, (ii) temperatura, (iii) vrijeme u danu te (iv) dozračenost. Kao izlazni podaci korištena su mjerenja potrošnje električne radne i jalove energije na Fakultetu elektrotehnike i računarstva u razdoblju 1.1.-31.12.2011. Kako su dobivena mjerenja temperature i sunčeve dozračenosti u 10-minutnoj a snaga u 15-minutnoj rezoluciji, temperaturni podaci su najprije linearnom interpolacijom svedeni na minutnu rezoluciju da bi kriterijem srednje vrijednosti bili prilagođeni mjerenjima potrošnje energije, odnosno svedeni na 15-minutnu rezoluciju. Zbog velikih razlika u potrošnji električne energije tijekom radnih u odnosu na neradne dane, napravljena je identifikacija modela posebno za radne i neradne dane. Različitim kombinacijama ulaza i aktivacijskih funkcija dobiveni su rezultati koji pokazuju da kombinacija Gaussove aktivacijske funkcije u skrivenom sloju i Tansig funkcije u izlaznom, te kombinacija od sva 4 ulaza daje uvjerljivo najbolje rezultate. Kvaliteta identificiranih modela provjerena je tzv.  $MBE^1$  i  $RMSE^2$  pokazateljima kvalitete, a koji su definirani kako slijedi:

$$MBE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i, \quad (4.1a)$$

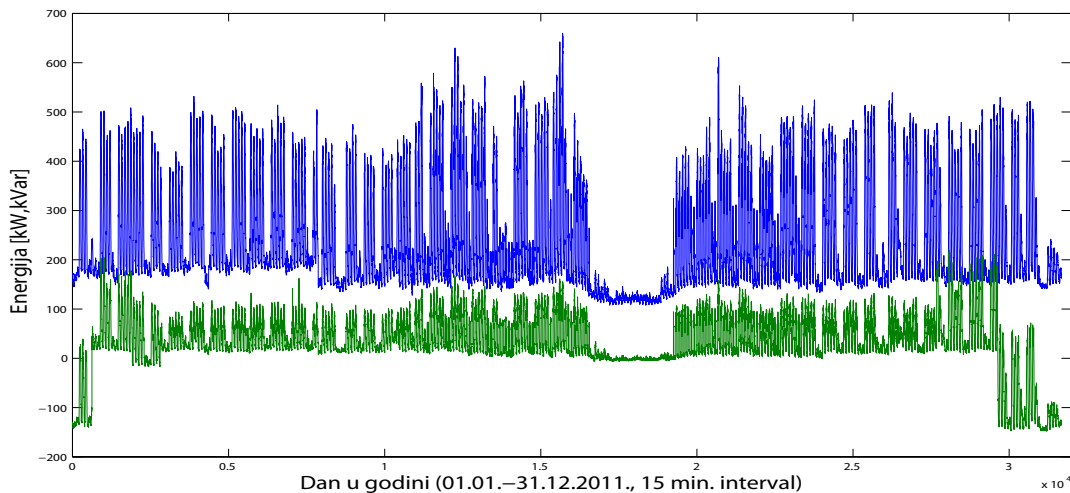
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2}. \quad (4.1b)$$

U Tablici 4.1 su prikazani iznosi kriterijske funkcije i pokazatelja kvalitete za identificirane modele na podacima za validaciju. Provedeno je po 20 učenja za radnu energiju,

<sup>1</sup> *engl.* Mean Bias Error (MBE)

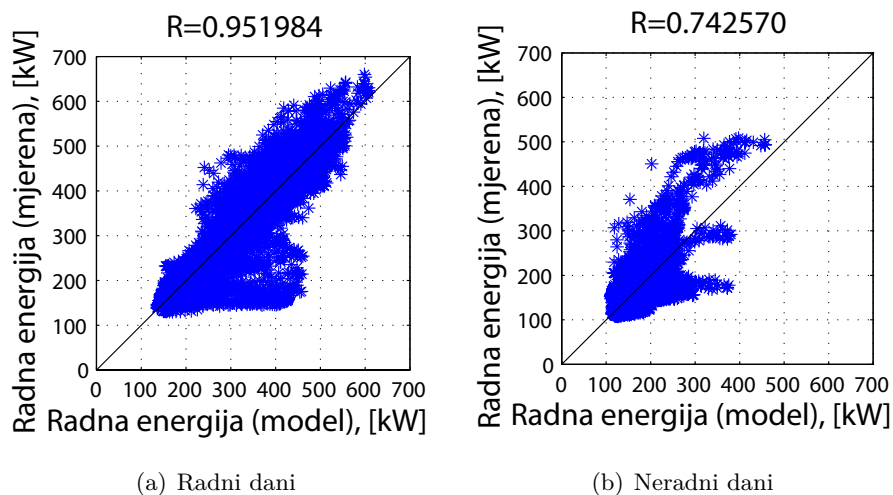
<sup>2</sup> *engl.* Root Mean Square Error (RMSE)



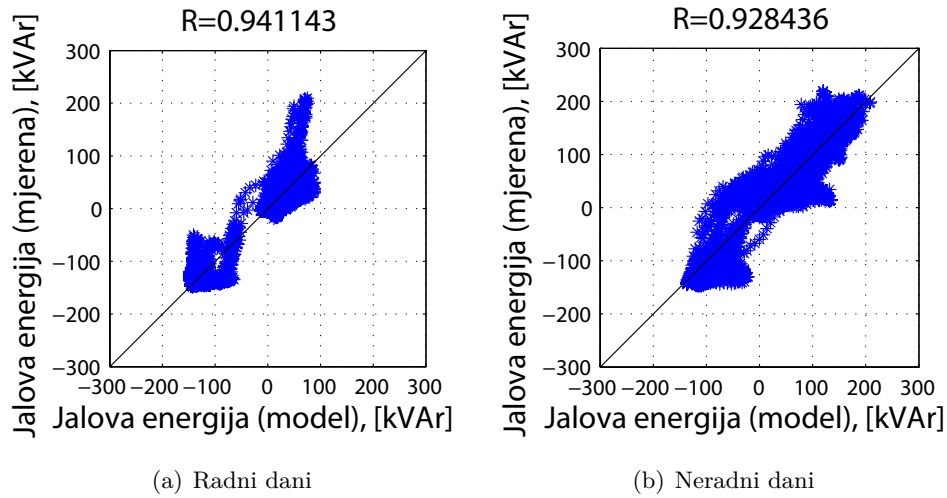


Slika 4.1: Potrošnja električne energije na Fakultetu elektrotehnike i računarstva u 2011. godini

te 20 za jalovu, od čega po 10 za radne dane te 10 za neradne. Rezultati su vidljivi u tablici 4.1. Na slici 4.2 prikazani su najbolji rezultati dobiveni identifikacijom modela potrošnje radne snage za radne i neradne dane, dok su na slici 4.3 prikazani najbolji rezultati modela potrošnje jalove snage za radne i neradne dane. Rezultati su izraženi regresijskom metodom koja pokazuje povezanost između mjerene potrošnje električne energije i potrošnje električne energije dobivene modelom. Visoki faktor regresije pokazuje kvalitetu predikcije.



Slika 4.2: Rezultati učenja modela potrošnje radne energije



Slika 4.3: Rezultati učenja modela potrošnje jalove energije

Tablica 4.1: Pokazatelji kvalitete razvijenih modela

| Model           | Radna snaga     |                  | Jalova snaga    |                  |
|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
|                 | MBE             | RMSE             | MBE             | RMSE             |
| RBF, 10n        | $1.6006 * 10^2$ | $2.111 * 10^2$   | 0.2048362       | 27.40388         |
|                 | 0.01840         | 26.664           | 0.17368         | 28.18127         |
|                 | 0.01064         | 34.3395          | 0.24159         | 23.2978          |
|                 | 0.007           | 34.5624          | 0.2430          | 32.3508          |
| Gaussian-Tansig | $1.6006 * 10^2$ | $2.111 * 10^2$   | 0.24304         | 29.8326          |
| Radni dani      | 0.46604         | 32.3532          | $1.6006 * 10^2$ | $2.111 * 10^2$   |
|                 | 0.3765          | 36.3503          | 0.3767          | 36.3503          |
|                 | 0.11332         | 28.5594          | 0.1219          | 24.1448          |
|                 | 0.1133          | 29.6513          | 160.0643        | 211.1424         |
| RBF, 10n        | 0.1244          | 26.5830          | 0.2558          | 33.0116          |
|                 | -0.32173        | 16.3533          | -83.7282        | $1.4563 * 10^2$  |
|                 | -83.728         | $1.4563 * 10^2$  | -0.4075         | 28.7295          |
|                 | -83.7282        | $1.4563 * 10^2$  | -0.3128         | 16.0254          |
| Neradni dani    | -0.1851         | 16.8790          | -83.7282        | $1.45638 * 10^2$ |
|                 | -83.728         | $1.4563 * 10^2$  | 0.1212          | 37.9609          |
|                 | -83.7282        | $1.45638 * 10^2$ | -83.72823       | $1.4563 * 10^2$  |
|                 | -0.1476         | 14.3019          | 0.14505         | 17.0538          |
| RBF, 10n        | -83.7282        | $1.4563 * 10^2$  | -0.03733        | 16.8809          |
|                 | -83.7282        | $1.4563e * 10^2$ | 0.05894         | 16.5158          |
|                 | -0.1358         | 13.6469          | -83.72823       | $1.4563 * 10^2$  |

---

## Zaključak

U radu je razvijen model za predviđanje potrošnje električne energije na Sveučilištu u Zagrebu Fakultetu elektrotehnike i računarstva. Na temelju raspoloživih mjerenja potrošnje radne i jalove energije kao izlaznog podatka, te vremenskih i meteoroloških podataka kao ulaz, implementirana je neuronska mreža s funkcijama s kružnom osnovicom<sup>1</sup>. Kao aktivacijska funkcija u ulaznom sloju korištena je Gaussova funkcija a u izlaznom sloju Tansig funkcija. U radu je korišten Levenberg-Marquardtov algoritam za učenje neuronske mreže. Implementirana su 4 različita modela učenja: za potrošnju radne energije posebno za radne i neradne dane, te za potrošnju jalove energije također za radne i neradne dane. Korištenjem vremenskih i meteoroloških podataka, neuronska mreža se pokazala kao vrlo dobar aproksimator potrošnje električne energije na FER-u što je vidljivo iz rezultata. Također, odvajanje radnih i neradnih dana uvelike je poboljšalo točnost modela.

---

<sup>1</sup> *engl.* Radial Basis Function Neural Network

## LITERATURA

---

- [1] D. Mileta, M. Skok, D. Karavidović, T. Marijanić. Vrednovanje temperaturne ovisnosti nadomjesne krivulje opterećenja kupaca bez mjerenja krivulje opterećenja. 2010. Savjetovanje.
- [2] E.A. Feinberg, D. Genethliou. Chapter 12 Load forecasting. *Applied Mathematics for Power Systems*, pages 269–282.
- [3] I. Petrović. *Identifikacija nelinearnih dinamičkih procesa statičkim neuronskim mrežama*. Fakultet Elektrotehnike i Računarstva, Zagreb, 1998. Doktorska disertacija.
- [4] M. Vašak, M. Gulin, J. Čeović, D. Nikolić, T. Pavlović, N. Perić. Meteorological and weather forecast data-based prediction of electrical power delivery of a photovoltaic panel in a stochastic framework. In *Proc. of. MIPRO*, 2011.

**Naslov:** Predviđanje potrošnje električne energije na Sveučilištu u Zagrebu Fakultetu elektrotehnike i računarstva neuronskom mrežom s funkcijama s kružnom osnovicom

**Autor:** Josipa Ljubičić

Predviđanje potrošnje električne energije ima utjecaj na brojne aspekte društvenog života. Osim što donosi financijske uštede kod potrošnje i proizvodnje, povećava sigurnost opskrbe električnom energijom, pomaže razvoju i boljem planiranju infrastrukture. Zbog tih razloga razvijeni su različiti modeli predviđanja potrošnje električne energije. Svakako jedan od preciznijih predstavlja neuronske mreže. Cilj rada bio je razviti neuronsku mrežu s funkcijama s kružnom osnovicom i pomoću nje aproksimirati potrošnju električne energije na FER-u. Neuronska mreža naučena na podacima iz 2011. godine je validirana i pokazala vrlo dobre rezultate.

**Ključne riječi:** Predviđanje potrošnje energije, Umjetne neuronske mreže, Identifikacija modela

## ABSTRACT

---

**Title:** Forecasting of electrical energy consumption on University of Zagreb Faculty of Electrical Engineering and Computing with a Radial Basis Function Neural Network

**Author:** Josipa Ljubičić

Forecasting of electrical energy consumption has an impact on many aspects of social life. Apart from establishing financial savings with consumption and production, it increases security of electricity supply, helps in development of infrastructure. For these reasons, many different forecasting methods have been developed. Certainly, one of the more precise methods are neural networks. The aim of this study was to develop radial basis function neural network and approximate electrical energy consumption on FER through it. The neural network has been learned on data from the 2011th and then validated with satisfying results.

**Keywords:** Forecasting of electrical energy consumption, Artificial neural networks, Model identification

## ŽIVOTOPIS

---

Rođena sam 18. svibnja 1990. godine u Zagrebu. Godine 2009. završila sam I. opću gimnaziju u Zagrebu. Iste godine upisala sam se na Fakultetu elektrotehnike i računarstva u Zagrebu. Na drugoj godini studija upisala sam smjer Elektrotehnika i informacijska tehnologija, a na trećoj godini studija odabrala sam modul Elektroenergetika.