

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA
U OSIJEKU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET**

Emmanuel Karlo Nyarko

Ravninski segmenti kao značajke za lokalizaciju mobilnih
robotu u unutarnjim 3D prostorima

Disertacija

Osijek, 2013.

Doktorska disertacija izrađena je na Zavodu za industrijska postrojenja i automatizaciju Elektrotehničkog fakulteta Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku.

Mentor: Dr. sc. Robert Cupec, izvanredni profesor.

Doktorska disertacija ima 189 stranice.

Disertacija br.: 29

Povjerenstvo za ocjenu doktorske disertacije:

1. Dr. sc. Snježana Rimac-Drlje, redovita profesorica,
Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet
2. Dr. sc. Robert Cupec, izvanredni profesor,
Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet
3. Dr. sc. Ivan Petrović, redoviti profesor,
Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva

Povjerenstvo za obranu doktorske disertacije:

1. Dr. sc. Snježana Rimac-Drlje, redovita profesorica,
Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet
2. Dr. sc. Robert Cupec, izvanredni profesor,
Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet
3. Dr. sc. Ivan Petrović, redoviti profesor,
Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva
4. Dr. sc. Goran Martinović, redoviti profesor,
Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet
5. Dr. sc. Tomislav Keser, docent,
Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet

Datum obrane disertacije: 15. svibnja 2013. godine

Predgovor

The work presented in this thesis was done during the period 2008-2013 at the Department of Automation and Robotics, Faculty of Electrical Engineering, Osijek. During this time I worked as an assistant, combining research activities with teaching responsibilities, thus providing challenging and varying job assignments. Fully aware that this work would not have been possible without the help of others, I would like to acknowledge all the people who contributed to its realization.

First and foremost, I would like to thank my mentor Prof. Dr. Sc. Robert Cupec for his support, guidance, unlimited patience and invaluable expert advice without which this work would not have been possible. I would also like to thank Prof. Dr. Sc. Ivan Petrović and Dr. Sc. Andrej Kitanov of the Department of Control and Computer Engineering, Faculty of Electrical Engineering and Computing, University of Zagreb, Croatia, for their help with some of the experiments.

For providing a motivationally inspiring work environment I would like to thank my friends and colleagues at the same department, especially co- PhD students Ratko Grbić and Damir Filko with whom I had interesting and diverse discussions during coffee and lunch breaks. Damir and I spent countless hours experimenting and driving the robot around the faculty building.

Last but not least, I would like to express my gratitude to the people closest to me. I thank my family, who provided support in all moments of my personal life and work: those difficulties, problems, doubts, which are unfortunately so often present in the lives of all of us ... and for which no one knows except those who are closest to us and who always find understanding and support!

Thanks to my mother and late father, Slavica and Kwabena, I am here now because of you. Thanks to my brother Ivan for the interesting ideas and discussions. Thanks to my uncle and late aunt, Ivan and Nada, for providing a second home to me. I am forever indebted to you. Thanks to my family-in-law, Andrea, Arpad, Marija and Antun, for your support especially through offering your help in babysitting. Thanks to my little daughter, Miriam, who taught me to look at the world through the eyes of a little child. Every evening, without fail, we had to play together. She insisted and still does. Finally, I am especially grateful to my wife Marijana for being by my side during the past five years, for her patient endurance and tolerance of my sometimes random moods especially during the last year.

Osijek, May 2013

Emmanuel Karlo Nyarko

to Miriam, Marijana and Slavica

Sadržaj

Popis slika	ix
Popis tablica	xiv
1. Uvod.....	1
2. Lokalizacija robota zasnovana na računalnom vidu	5
2.1. Lokalizacija robota	7
2.2. Kartografija	11
2.3. Vizualni senzori za robotsku lokalizaciju	13
2.3.1. Stereo vizija.....	13
2.3.2. 3D senzori sa strukturiranom svjetlošću	15
2.4. Metode lokalizacije zasnovane na računalnom vidu	17
2.4.1. Lokalizacija zasnovana na pojavnosti.....	18
2.4.2. Lokalizacija zasnovana na značjkama.....	18
3. Dosadašnje spoznaje o lokalizaciji robota zasnovanoj na računalnom vidu	20
3.1. Detektiranje značajki	22
3.2. Generiranje i evaluacija hipoteza	24
4. Registracija 2.5D slika pomoću ravninskih segmenata	30
4.1. Segmentacija 2.5D slike na ravninske segmente.....	30
4.1.1. Dijeljenje 2.5D slike na trokute	30
4.1.2. Spajanje trokuta primjenom hijerarhijskog grupiranja segmenata	32
4.2. Prikaz ravninskih segmenata	36
4.2.1. Model nesigurnosti ravnine	37
4.3. Registracija dvaju skupova 3D ravninskih segmenata	40
4.3.1. Primjena proširenog Kalmanovog filtera za estimaciju relativnog položaja skupa parova ravninskih segmenata	43
4.4. Generiranje početnog skupa parova	44

4.4.1.	Uvjet koplanarnosti	45
4.4.2.	Uvjet preklapanja	45
4.5.	Izbor prikladnog podskupa ravninskih segmenata	46
4.6.	Generiranje hipoteza.....	47
4.6.1.	Provjera sličnosti hipoteza	50
4.6.2.	Određivanje parova koji pružaju dovoljno pouzdanu informaciju za procjenu zadnjeg stupnja slobode.....	51
4.6.3.	Mjera kvalitete podudaranja sparenog para ravninskih segmenata za procjenu zadnjeg stupnja slobode potencijalne hipoteze.....	54
4.7.	Procjena vjerodostojnosti hipoteze.....	54
4.7.1.	Procjena vjerodostojnosti hipoteze na temelju podudaranja značajki	55
4.7.2.	Procjena vjerodostojnosti hipoteze zasnovana na pojavnosti	55
5.	Lokalizacija mobilnog robota pomoću ravninskih segmenata.....	62
5.1.	Nesigurnost položaja kamere (3D senzora) postavljene na mobilnom robotu.....	62
5.2.	Estimacija kretanja robota	66
5.3.	Generiranje hibridne metrički-topološke karte.....	66
5.4.	Globalna lokalizacija.....	68
5.5.	Slijedenje relativnog položaja kamere u odnosu na model okoline	68
5.6.	Višenamjenski algoritam za lokalizaciju.....	71
6.	Eksperimentalna evaluacija.....	79
6.1.	Pokus 1 (FER, Zagreb)	86
6.1.1.	Odstupanje odometrije od Monte-Carlo metode pri kretanju mobilnog robota.....	88
6.1.2.	Procjena točnosti estimacije kretanja kamere	90
6.1.3.	Procjena točnosti slijedenja relativnog položaja kamere u modelu	98
6.1.4.	Procjena točnosti globalne lokalizacije.....	106
6.2.	Pokus 2 (ETF, Osijek)	117
6.2.1.	Statistička analiza relativnog pomaka između snimljenih slika izmјerenog odometrijom	119

6.2.2.	Procjena točnosti estimacije kretanje kamere	120
6.2.3.	Procjena točnosti globalne lokalizacije.....	124
7.	Zaključak.....	133
	Literatura.....	139
	Sažetak	152
	Abstract	153
	Životopis	154
	Prilog.....	156
P.1.	Propagacija nesigurnosti orientacije.....	156
P.2.	Propagacije nesigurnosti relativnog položaja.....	158
P.3.	Nesigurnost položaja 3D točke u određenom smjeru.....	160
P.4.	Određivanje položaja 3D točke iz 2.5D točke dobivene Kinect senzorom.....	161
P.5.	Kalmanov filter.....	162
P.6.	Prošireni Kalmanov filter	164
P.7.	Registracija skupa 3D ravninskih segmenata.....	166
P.8.	Procjena zadnjeg stupnja slobode potencijalne hipoteze	168
P.9.	Određivanje nesigurnosti kuta između normale površine i deficitarnog smjera	170
P.10.	Određivanje nesigurnosti relativnog položaja kamere postavljene na mobilnom robotu.....	171
P.11.	Određivanje nesigurnosti relativnog položaja mobilnog robota iz relativnog položaja kamere.....	175
P.12.	Slijedeњe relativnog položaja kamere u modelu.....	176

Popis slika

Slika 1.1. Tipični primjeri scena unutarnjih prostora s generiranim točkastim značajkama.	2
Slika 2.1. Primjer industrijskih manipulatora [129]:	5
Slika 2.2. Primjer robotskih sustava: a) robotski sustav za laparoskopiju [131], b) stroj za razminiranje RM03 [123] i c) bespilotna letjelica MQ-1 Predator [127].	6
Slika 2.3. Primjer 'autonomnih' robotskih sustava: a) usisavač iRobot Roomba 780 [130], b) robotski sustav za istraživanje planeta Mars Spirit (MER-A) [132] i c) Google-ov automobil bez vozača [128].	6
Slika 2.4. Područje mogućeg položaja robota pri pravocrtnom gibanju robota od točke A do točke B.	10
Slika 2.5 Snimljena metrička karta (lijevo), tlocrt kata (desno) [52].	11
Slika 2.6. Hibridna metričko-topološka karta. Svaki čvor topološke karte predstavlja lokalni metrički model dobiven iz panoramske slike [30].	12
Slika 2.7. Stereo sustav Videre design STH DCSG-STOC.	14
Slika 2.8. Primjer slike snimljene stereo sustavom (prvi red) i odgovarajuće slike dispariteta (drugi red).	15
Slika 2.9. Microsoft Kinect [125].	15
Slika 2.10. Primjer slike snimljene kinect kamerom (prvi red) i odgovarajuće dubinske slike (drugi red).	16
Slika 2.11. Obojani oblak točaka snimljen Kinect kamerom.	17
Slika 2.12. Lokalizacija zasnovana na pojavnosti.	18
Slika 2.13. Točkaste i linijske značajke.	19
Slika 3.1. Dijagram toka algoritama lokalizacije zasnovanih na značajkama.	21
Slika 3.2. IBM model senzora. Os apscisa predstavlja izmjerenu dubinu d_i , dok je d_i^* očekivana izmjerena dubina.	29
Slika 4.1. Postupak dijeljenja slike rekurzivnim usitnjavanjem Delaunay triangulacije a) originalna 2.5D slika s početnim vrhovima; b) početna dva trokuta; c) točka s najvećim odstupanjem prema izrazu (4.1) za ravninski segment definiran trokutom R_1 ; d) novi trokuti; e) nova Delaunay triangulacija.	31
Slika 4.2. Primjer hijerarhijskog grupiranja trokuta a) koraci postupka b) odgovarajući dualni graf odnosno binarno stablo gdje čvor N_i odgovara segmentu R_i	35

Slika 4.3. Primjer segmentacije na ravninske segmente a) originalna slika b) odgovarajuća 2.5D slika c) rezultat segmentacije primjenom rekurzivnog usitnjavanja Delaunay triangulacije d)glavni ravninski segmenti dobiveni primjenom hijerarhijskog grupiranja segmenata	36
Slika 4.4. Koordinatni sustav površine ravninskog segmenta R_F	37
Slika 4.5. Model nesigurnosti ravnine, gdje je N stvarna normala ravnine.	38
Slika 4.6. Model nesigurnosti normale ravnine.	40
Slika 4.7. Primjer tipičnih scena u unutarnjim prostorima	47
Slika 4.8. Segmentirana 2.5D slika s uzorkovanim pikselima koji se koriste pri evaluaciji hipoteze zasnovanoj na pojavnosti.	61
Slika 5.1. Model mobilnog robota i kamere s odgovarajućim koordinatnim sustavima.	63
Slika 5.2. Referentni koordinatni sustavi kamere i mobilnog robota u trenutnom i prethodnom položaju.	64
Slika 5.3. Primjer dijela karte s označenim čvorovima odnosno lokalnim modelima predstavljenim slikama.	67
Slika 5.4. Primjer slijedeњa relativnog položaja kamere u odnosu na model.	69
Slika 5.5. Slijedeњe relativnog položaja kamere u modelu u koordinatnom sustavu robota.	72
Slika 6.1. Primjer referentnog podatka dobivenog slijedeњem relativnog položaja kamere u modelu. Iako apsolutni položaji modela $Model_A$ i $Model_B$ u odnosu na S_0 određeni slijedeњem položaja u modelu imaju veliku pogrešku, njihov relativni položaj jednog u odnosu na drugi su prilično točni.	81
Slika 6.2. Robotski sustav korišten u radu.	83
Slika 6.3. Karta Zavoda za automatiku i računalno inženjerstvo, FER, Zagreb i ucrtana trajektorija za sekvencu FER_{MAP}	87
Slika 6.4. Primjeri slika snimljenih tijekom pokusa 1.....	88
Slika 6.5. Histogram a) relativnog pomaka b) promjene u orientaciji.....	89
Slika 6.6. Histogram odstupanja a) pomaka b) u orientaciji.	89
Slika 6.7. Normalizirani kumulativni histogram odstupanja a) pomaka b) u orientaciji.	90
Slika 6.8. Primjeri dvije uzastopne slike gdje predloženi algoritam nije uspio generirati hipotezu. a) Scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota, b) kut rotacije između slike približno 45° , c) par ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode je dosta daleko(označen crvenom odnosno žutom bojom).	92
Slika 6.9. Primjer slike gdje se dobije netočan relativni položaj predloženim algoritmom zbog krivo sparenih ravninskih segmenata. Kut rotacije između slike je približno 23° . Zelene elipse označavaju	

<i>dobivene ravninske segmente. Crvene i žute elipse označavaju par sparenih ravninskih segmenata u modelu odnosno u sceni.</i>	93
<i>Slika 6.10. Primjer slike gdje se dobije netočan relativni položaj predloženim algoritmom zbog krivo sparenih ravninskih segmenata. Kut rotacije između slike je približno 30°. Zelene elipse označavaju dobivene ravninske segmente. Crvene i žute elipse označavaju par sparenih ravninskih segmenata u modelu odnosno u sceni.</i>	94
<i>Slika 6.11. Normalizirani kumulativni histogram za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije</i>	95
<i>Slika 6.12. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme.</i>	96
<i>Slika 6.13. Broj dobivenih ravninskih segmenata prikazanih pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.</i>	96
<i>Slika 6.14. Broj generiranih hipoteza prikazanih pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.</i>	97
<i>Slika 6.15. Indeks najbolje hipoteze prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.</i>	97
<i>Slika 6.16. Pogreška relativnog položaja.</i>	98
<i>Slika 6.17. Primjeri slika gdje predloženi algoritam ne uspijeva generirati hipotezu zato što scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota.</i>	100
<i>Slika 6.18. Niz slika iz sekвенце FER_{MAP} upotrijebljenih za generiranje hibridne metričko-topološke karte. Slike a), c) i e) su lokalni modeli u karti.</i>	101
<i>Slika 6.19. Primjer niza slika iz sekвенце FER_{TEST} za koje predložena metoda lokalizacije ne uspijeva generirati hipoteze zbog nedostatka odgovarajućih lokalnih modela u karti.</i>	102
<i>Slika 6.20. Normalizirani kumulativni histogram pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije</i>	103
<i>Slika 6.21. Normalizirani kumulativni histogram pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki za ukupno vrijeme.</i>	103
<i>Slika 6.22. Broj detektiranih ravninskih segmenata pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.</i>	104
<i>Slika 6.23. Broj generiranih hipoteza pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.</i>	104
<i>Slika 6.24. Indeks najviše rangirane hipoteze pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.</i>	105
<i>Slika 6.25. Pogreška pri slijedenju relativnog položaja kamere u modelu pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki.</i>	105

Slika 6.26. Normalizirani kumulativni histogram pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije	109
Slika 6.27. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki.....	110
Slika 6.28. Broj dobivenih ravninskih segmenata pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.	110
Slika 6.29. Broj generiranih hipoteza pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.	111
Slika 6.30. Indeks prve točne hipoteze pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.	111
Slika 6.31. Pogreška globalne lokalizacije pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki..	112
Slika 6.32. Indeks prve točne hipoteze u ovisnosti o primijenjenoj metodi evaluacije hipoteza prikazane pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.	113
Slika 6.33. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme globalne lokalizacije hipoteze za dvije primjenjene metode evaluacije hipoteza.....	113
Slika 6.34. Indeks prve točne hipoteze prikazane pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma kada su referenti podatci oni dobiveni Monte-Carlo metodom.	116
Slika 6.35. Pogreška globalne lokalizacije s evaluacijom hipoteza na temelju značajki kada su referenti podatci oni dobiveni Monte-Carlo metodom.	116
Slika 6.36. Karte a) prvog kata b) drugog kata i c) trećeg kata zgrade ETF-a, Osijek sa žutom bojom označenim područjem kretanja robota.	118
Slika 6.37. Primjeri slika snimljenih tijekom pokusa 2.....	118
Slika 6.38. Histogram a) relativnog pomaka b) promjene u orijentaciji.....	119
Slika 6.39. Normalizirani kumulativni histogram za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije	121
Slika 6.40. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme.	121
Slika 6.41. Broj dobivenih ravninskih segmenata prikazanih pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.....	122
Slika 6.42. Broj generiranih hipoteza prikazanih pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.....	122
Slika 6.43. Indeks najbolje hipoteze prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.....	123
Slika 6.44. Pogreška relativnog položaja.	123

Slika 6.45. Normalizirani kumulativni histogram pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije.....	127
Slika 6.46. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki.....	127
Slika 6.47. Broj dobivenih ravninskih segmenata pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.....	128
Slika 6.48. Broj generiranih hipoteza pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.	128
Slika 6.49. Indeks prve točne hipoteze pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.	129
Slika 6.50. Pogreška globalne lokalizacije pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki..	129
Slika 6.51. Indeks prve točne hipoteze u ovisnosti o primijenjenoj metodi evaluacije hipoteza prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.	130
Slika 6.52. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme globalne lokalizacije hipoteze za dvije primijenjene metode evaluacije hipoteza.....	131

Popis tablica

Tablica 6.1. <i>Skupine slika snimljene u pokusu 1.</i>	87
Tablica 6.2. <i>Statistički podatci o relativnom pomaku i promjene u orijentaciji.</i>	88
Tablica 6.3 <i>Statistički podatci o odstupanju odometrije.</i>	90
Tablica 6.4. <i>Uspješnost predložene metode lokalizacije pri estimaciji kretanja kamere na sekvenci FER_{MAP}.</i>	90
Tablica 6.5. <i>Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu najbolje hipoteze i pogrešci estimacije kretanja kamere.</i>	95
Tablica 6.6 <i>Uspješnost predložene metode lokalizacije pri slijedenju relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza.</i>	99
Tablica 6.7. <i>Uspješnost predložene metode lokalizacije pri slijedenju relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza (u postotcima)</i>	99
Tablica 6.8. <i>Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu najbolje hipoteze i pogrešci slijedenja relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacija hipoteza.</i>	102
Tablica 6.9. <i>Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.</i>	107
Tablica 6.10. <i>Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (u postocima).</i>	107
Tablica 6.11. <i>Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o primjenjenoj metodi evaluacija hipoteza.</i>	108
Tablica 6.12. <i>Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o primjenjenoj metodi evaluacija hipoteza (u postotcima).</i>	108
Tablica 6.13. <i>Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu prve točne hipoteze i pogrešci globalne lokalizacije u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza.</i>	109
Tablica 6.14. <i>Usporedba pogreške globalne lokalizacije primjenom evaluacija hipoteza na temelju značajki kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (REF_{INC}), odnosno odgovarajući podatci dobiveni Monte-Carlo metodom (REF_{INC-MC}) za istu hipotezu.</i>	114

Tablica 6.15. Analiza rezultata globalne lokalizacije kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (REF_{INC}), odnosno rezultati dobiveni Monte-Carlo metodom (REF_{MC})	115
Tablica 6.16. Analiza rezultata globalne lokalizacije kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (REF_{INC}), odnosno rezultati dobiveni Monte-Carlo metodom (REF_{MC}) (u postocima).	115
Tablica 6.17. Usporedba pogreške globalne lokalizacije primjenom evaluacija hipoteza na temelju značajki kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (REF_{INC}), odnosno podatci dobiveni Monte-Carlo metodom (REF_{MC}).....	115
Tablica 6.18. Skupine slika snimljene u pokusu 2	117
Tablica 6.19. Statistički podatci o relativnom pomaku i promjeni u orijentaciji.....	119
Tablica 6.20. Uspješnost predložene metode lokalizacije pri estimaciju kretanja kamere na sekvenci ETF_{MAP}	120
Tablica 6.21. Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu najbolje hipoteze i pogrešci estimacija kretanja kamere.	121
Tablica 6.22. Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.	124
Tablica 6.23. Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (u postotcima).	125
Tablica 6.24. Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza.	125
Tablica 6.25. Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza (u postotcima).	126
Tablica 6.26. Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu prve točne hipoteze i pogrešci globalne lokalizacije za dvije razmatrane metode evaluacije hipoteza.	127

1. Uvod

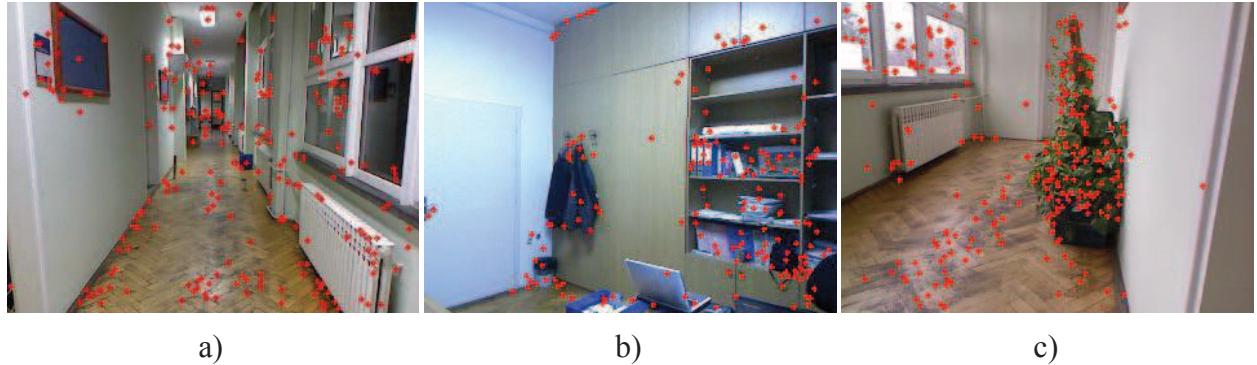
Robotski se sustavi danas najviše primjenjuju u industrijskoj proizvodnji, posebno na zadatcima koji se ponavljaju i koji zahtijevaju veliku brzinu i preciznost. Najpoznatiji takvi sustavi su robotski manipulatori koji obavljaju poslove kao što su varenje, bojanje, pakiranje i sl. Njihov je najveći nedostatak što mogu raditi samo u strogo kontroliranim uvjetima. U skoroj se budućnosti očekuje da roboti budu u velikoj mjeri samostalni, tj. da budu sposobni obavljati zadane zadatke u nestrukturiranim, odnosno dinamičnim okolinama bez ljudske intervencije. Dakle, od njih će se zahtijevati visoko razvijena percepcija i način predstavljanja svoje radne okoline. Posebno su interesantni mobilni roboti koji se kreću u svojoj radnoj okolini. Kako bi mobilni robot bio potpuno samostalan te bio u mogućnosti pouzdano obavljati zadatke koji uključuju kretanje u radnoj okolini, mora se moći lokalizirati, odnosno odrediti svoj položaj u toj okolini. Problem lokalizacije robota se često predstavlja kao jedan od temeljnih problema autonomne mobilne robotike.

Interes prema razvoju autonomnih robota temeljenih na računalnom vidu potaknut je napretkom u računalnom vidu i poboljšanjem vizualnih senzora, kao što su stereo kamere i RGB-D kamere. Štoviše, ako se robot nalazi u okolini u kojoj se nalaze ljudi, ima smisla koristiti vid kao osnovu za percepciju okoline kao što to i ljudi čine. U usporedbi sa senzorima za mjerjenje udaljenosti, kao što su laseri, kamere, imaju nekoliko poželjnih osobina. Oni su općenito jeftiniji i daju veliku količinu informacija. U zadnjih nekoliko godina na tržištu su se pojavili jeftini 3D senzori, poput Microsoft Kinect, koji se, iako izvorno zamišljen kao dodatak kućnog sustava zabave, počinje intenzivno primjenjivati u mobilnoj robotici. Osim pristupačne cijene, Kinect senzor ima izuzetne sposobnosti snimanja okoline te daje sliku u boji i vrlo gustu i preciznu dubinsku sliku pri relativno velikoj brzini osvježavanja slike, što olakšava i ubrzava dobivanje preciznih trodimenzionalnih podataka iz okoline.

Robot se lokalizira pomoću značajki iz svoje okoline. Značajke predstavljaju objekte ili dijelove objekata iz okoline koji omogućuju robotu da njihovom detekcijom i raspoznavanjem odredi svoj položaj u okolini. Detektiranje značajki u slikama je ključno za sustave lokalizacije temeljene na računalnom vidu. Pod uvjetom da se jedinstvene značajke mogu naći, metode temeljene na značajkama su često vrlo učinkovite. Raspoznavanje značajki je olakšano pomoću pridruženih deskriptora. Potpuno autonomni mobilni robot bi trebao biti u mogućnosti detektirati prirodne značajke unutar nestrukturirane okoline. Proteklih godina razvijeno je više sustava lokalizacije temeljenih na računalnom vidu. Među popularnim pristupima su oni temeljeni na značajkama koje iskorištavaju tipična obilježja okoline, kao što su točkaste značajke, linjske

značajke ili plošne značajke. Najstariji sustavi lokalizacije su prvenstveno primjenjivali linijske značajke jer su računski manje zahtjevne za obradu budući da ih se puno manji broj generira u usporedbi s točkastim značajkama. Međutim, primjena linijskih značajki u sustavima lokalizacije odnosno pri registraciji slika i dalje predstavlja problem zbog nekoliko razloga: nepreciznost u određivanju krajnjih točaka linije koje su inače bitne pri postupku registracije, geometrijska ograničenja koja se primjenjuju pri sparivanju ne daju jednoznačne rezultate te nedostatak tekstura u samoj okolini detektiranih rubova ne omogućava jednostavno definiranje deskriptora [109]. Zbog znatnijih ubrzavanja hardverske podrške, daleko najviše sustava lokalizacije temeljenih na značajkama primjenjuju točkaste značajke i pripadajuće deskriptore. Primjena 3D plošnih značajki je u novije vrijeme uzela maha upravo zbog pojave kvalitetnih 3D senzora niskih cijena, kao što je Kinect senzor tvrtke Microsoft.

Na slici 1.1 su tipični primjeri scena unutarnjih prostora s generiranim točkastim značajkama, preciznije SIFT značajkama [71].



Slika 1.1. Tipični primjeri scena unutarnjih prostora s generiranim točkastim značajkama.

Metode lokalizacije pomoću točkastih značajki su vrlo učinkovite te se mogu koristiti za praćenje lokalnog položaja u prostoru jer se okolina tijekom kretanja robota ne mijenja tako brzo. Problem, međutim, može nastati ako se točkaste značajke koriste za globalnu lokalizaciju. Analizirajući slike prikazane na slici 1.1 može se uočiti da je generirani mali broj značajki na velikim homogenim površinama, kao što su npr. zidovi, dok je puno više značajki generiranih na teksturiranim objektima. Na slici 1.1b), najviše je značajki generiranih na mjestima gdje su knjige, jakne i koš za smeće, dok na slici 1.1c) najviše značajki je generirano na biljci. Ukoliko se ti spomenuti predmeti maknu, a postoji vrlo velika vjerojatnost da se to dogodi, opis scene pomoću točkastih značajki će biti potpuno drugačiji. Stoga, velik dio značajki detektiranih na slikama 1.1b) i 1.1c) nema vrijednosti za globalnu lokalizaciju. Slika 1.1a), međutim, predstavlja primjer gdje detektirane točkaste značajke dobro opisuju scenu jer su relativno ravnomjerno raspoređene po slici i vezane su

uglavnom za objekte koji su nepomični u odnosu na okolinu. Drugi nedostatak kod primjene točkastih značajki je taj što sustav za lokalizaciju nema nikakvu informaciju o *bitnosti* značajke, tj. sve generirane značajke tretira jednakom te, na primjer, puno će više vremena potrošiti pri obradi svih značajki na biljci na slici 1.1c) koje uopće nisu toliko bitne za opis tog prostora. Drugim riječima, iako točkaste značajke imaju deskriptore, ne sadrže informaciju koliko su one bitne ili kvalitetne kao značajke za lokalizaciju. Također se primjenom točkastih značajki gubi mnogo relevantnih informacija o sceni.

U usporedbi s točkastim i linijskim značajkama, uporaba 3D plošnih značajki u sustavima za lokalizaciju ima nekoliko prednosti:

- Generira se puno manje značajki po sceni koje pritom sadrže dovoljno informacija za preciznu lokalizaciju, što ima za posljedicu puno manje memorijske zahtjeve prilikom kreiranja karte za globalnu lokalizaciju kao i manje računske zahtjeve prilikom lokalizacije;
- Jednostavnije ih je vizualizirati u usporedbi s točkastim i linijskim značajkama odnosno lakše je predočiti scenu pomoću ravnina nego oblakom točaka;
- 3D plošne značajke same po sebi sadrže informaciju koliko su one bitne ili kvalitetne kao značajke za lokalizaciju. Što je ploha veća, za prepostaviti je da se radi o većem predmetu (npr. ormari, pod, zid) te je manja vjerojatnost da će se predmet micati ili mijenjati tijekom vremena, posebno ako se radi o globalnoj lokalizaciji. Drugim riječima, što je ploha veća, to je kvalitetnija kao značajka.

Stoga, može se zaključiti da, za razliku od točkastih i linijskih značajki, 3D plošne značajke su *stabilnije* ili *robustnije* kao značajke i sadrže više informacija, a njihova prednost posebno dolazi do izražaja ako se radi o globalnoj lokalizaciji jer se pri tome očekuje veća robustnost na promjene u okolini.

Nedostatak je, pak, plošnih značajki nepostojanje prikladnih deskriptora. Zbog nedostatka deskriptora za 3D plošne značajke primjenjuju se geometrijska ograničenja radi određivanja početnog skupa parova. Stoga, dolazi do višeznačnosti kod prepoznavanja značajki pa se prilikom lokalizacije mora generirati velik broj mogućih hipoteza o položaju robota u okolini da bi se došlo do točne hipoteze. Pri takvima uvjetima standardni RANSAC pristupi generiranja hipoteza nisu učinkoviti.

U okviru ove disertacije razvijen je sustav koji primjenjuje ravninske segmente detektirane na dubinskoj slici kao značajke za lokalizaciju robota u unutarnjim 3D prostorima. Sustav se temelji na efikasnom postupku za generiranje hipoteza pri uvjetima velikog broja kombinacija mogućih

sparivanja detektiranih značajki sa značajkama modela okoline. Predloženi se postupak zasniva na generiranju hipoteze korištenjem koeficijenta sadržaja informacije ravninskih segmenata, pri čemu se vjerojatnije hipoteze generiraju prije onih manje vjerojatnih. Također je predloženo nekoliko mjera za procjenu vjerodostojnosti generiranih hipoteza. Osnovni su detalji ovog sustava objavljeni prvi put u [25]. Znanstveni doprinosi ove disertacije su sljedeći:

- Algoritam generiranja hipoteza vođenog faktorom sadržaja informacije ravninskih segmenata koji značajno ubrzava proces registracije;
- Mjera za procjenu vjerodostojnosti generiranih hipoteza;
- Postupak eksperimentalne provjere predložene metode lokalizacije.

Na početku ove disertacije su objašnjeni osnovni principi lokalizacije mobilnog robota zasnovani na računalnom vidu, te je u trećem poglavlju prikazano dosadašnje stanje u tom području. U četvrtom su poglavlju objašnjeni detalji predloženog postupka registracije 2.5D slike pomoću ravninskih segmenata. Na temelju predložene metode registracije, implementiran je sustav za lokalizaciju robota koji je opisan u petom poglavlju. U šestom je poglavlju opisan postupak eksperimentalnog ispitivanja predložene metode lokalizacije te su, na temelju obavljenih pokusa, prikazani dobiveni rezultati lokalizacije. Sedmo, ujedno i zadnje poglavlje, predstavlja zaključak cijele disertacije.

2. Lokalizacija robota zasnovana na računalnom vidu

Robotika je znanost percipiranja i manipuliranja fizičkim svijetom pomoću mehaničkih uređaja upravljanim računalima. Do sada je robotika ostvarila svoj najveći uspjeh u svijetu industrijske proizvodnje. Najpoznatiji primjeri su robotski manipulatori, koji su korišteni na razne načine: za pakiranje, varenje, bojanje, sklapanje komponenti s nadljudskim preciznošću, itd. Neki su primjeri manipulatora prikazani na slici 2.1.



Slika 2.1. Primjer industrijskih manipulatora [129]:

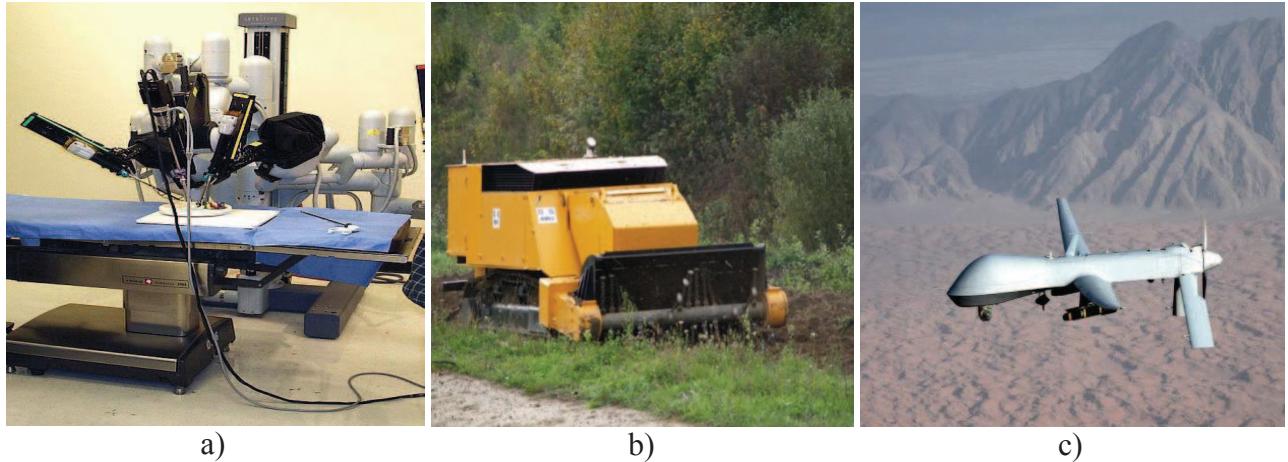
- a) industrijski robot za slaganje prehrambenih proizvoda kao što su kruh i tost na palete i
- b) šest-osni manipulator za zavarivanje.

Prednosti manipulatora su što se mogu kretati velikom brzinom i točnošću te obavljati zadatke koji se ponavljaju. Nedostatak današnjih manipulatora je što mogu raditi samo u strogo kontroliranim uvjetima. Njihova je radna okolina točno definirana – u svakom je trenutku poznat položaj manipulatora, položaj objekta koji se obrađuje, položaj 'prepreka' i sl. Drugim riječima, u svakome je trenutku poznat položaj svakog predmeta unutar radne okoline. Strogo je zabranjeno kretanje ljudi unutar radne okoline dok je manipulator uključen jer vrlo lako može doći do nesreće.

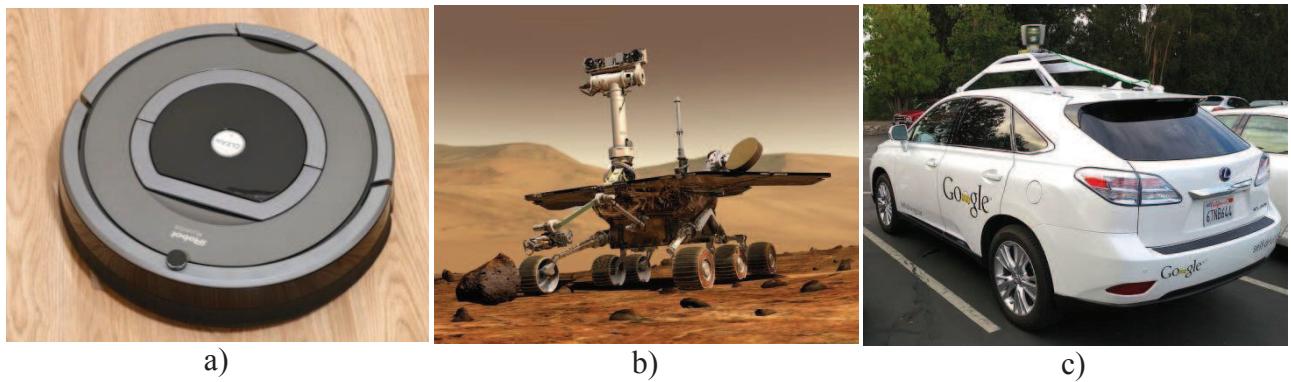
Drugi primjeri uspješnih komercijalnih robotskih sustava, koji zahtijevaju upravljanje od strane ljudske osobe, su robotski sustavi za pomoć kod kirurških zahvata, robotski sustavi za razminiranje, bespilotne letjelice, itd. Neki primjeri takvih sustava su prikazani na slici 2.2.

Međutim, autonomni ili *inteligentni* robotski sustavi su tek u začecima. Od takvih se sustava očekuje da *samostalno rade i donose odluke* u dinamičnim okolinama koje su inherentno nepredvidive posebno u okolinama u kojima se kreću ljudi. Takvi sustavi imaju ogroman potencijal za promjenu društva. Neki od takvih *uspješnih* sustava već postoje: npr. automatski usisavači,

robotski sustavi mobilne platforme za istraživanje planeta ili Google-ov automobil bez vozača (slika 2.3).



Slika 2.2. Primjer robotskih sustava: a) robotski sustav za laparoskopiju [131], b) stroj za razminiranje RM03 [123] i c) bespilotna letjelica MQ-1 Predator [127].



Slika 2.3. Primjer 'autonomnih' robotskih sustava: a) usisavač iRobot Roomba 780 [130], b) robotski sustav za istraživanje planeta Mars Spirit (MER-A) [132] i c) Google-ov automobil bez vozača [128].

Zajedničko obilježje svih ovih robotskih sustava je to što percipiraju svoju okolinu preko (više) senzora i manipuliraju svojom okolinom pomoću aktuatora. U skoroj se budućnosti očekuje da roboti budu u velikoj mjeri samostalni. Dakle, od njih će se zahtijevati visoko razvijena percepcija i način predstavljanja svoje radne okoline. Za uspješno autonomno gibanje mobilnog robota, robot mora znati protumačiti podatke sa senzora kako bi izdvojio informacije bitne za obavljanje postavljenog mu zadatka (percepcija), mora biti sposoban odrediti svoj položaj (pozicija i orijentacija – engl. *pose*) u odnosu na svoju radnu okolinu (lokalizacija), mora odlučiti kako djelovati kako bi postigao svoje ciljeve (odlučivanje) te upravljati sustavom kretanja [97].

2.1. Lokalizacija robota

Za uspješno rješavanje zadatka u nekoj radnoj okolini, mobilni se robot mora moći lokalizirati, odnosno biti sposoban odrediti svoj položaj u toj okolini, tj. odgovoriti na pitanje: gdje sam ja? Za rješavanje problema lokalizacije robot koristi relativna i apsolutna mjerena koja pružaju povratne informacije o njegovim aktivnostima, kao i stanju okoline. Na temelju tih informacija robot treba odrediti svoj položaj što je točnije moguće uzimajući u obzir nesigurnost u izvođenju kretanja, kao i u mjeranjima koja daje senzorika robota. Ova disertacija se bavi problemom lokalizacije, koji se smatra jednim od temeljnih problema autonomne mobilne robotike [101,102].

Da bi se položaj robota pri obilaženju okoline mogao opisati, potrebno je unaprijed definirati koordinatni sustav u odnosu na koji se robot lokalizira. Taj se koordinatni sustav naziva *globalni koordinatni sustav*. Općenito, kruto tijelo pri gibanju ima šest stupnjeva slobode (engl. *degrees of freedom – DOF*). Položaj robota se može opisati vektorom $\mathbf{w} = [\phi^T \mid \mathbf{t}^T]^T$, gdje vektor $\phi = [\alpha \ \beta \ \theta]^T$ predstavlja orijentaciju koordinatnog sustava robota u odnosu na globalni koordinatni sustav, opisan pomoću tri kuta α, β i θ , a vektor $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$ opisuje poziciju koordinatnog sustava robota u odnosu na globalni koordinatni sustav. Također se položaj robota može opisati matricom homogene transformacije $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{3 \times 3} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$, gdje je \mathbf{R} rotacijska matrica koja opisuje orijentaciju koordinatnog sustava robota u odnosu na globalni koordinatni sustav.

Problem lokalizacije se može podijeliti na dva podproblema:

- globalna lokalizacija (engl. *global localization problem*),
- estimacija kretanja (engl. *tracking, local position tracking, visual odometry*).

Globalna lokalizacija je sposobnost robota da odredi svoj položaj prema a-priori ili prethodno naučenoj karti, pri čemu robot *nema nikakvu* dodatnu informaciju *osim* da se nalazi negdje na karti. Položaj robota se pri tome opisuje u odnosu na globalni koordinatni sustav karte. Tri glavne skupine algoritama primjenjivane u rješavanju problema globalne lokalizacije su metode zasnovane na Kalmanovom filteru s višestrukim hipotezama (engl. *Multi-hypothesis Kalman filters*) [4,5,21,56,57,85], Markovom filteru (engl. *Grid-based Markov filters*) [14,42,82] te metode zasnovane na čestičnim filterima (engl. *Particle filter*), odnosno sekvencijalne metode Monte Carlo lokalizacije [1,32,36,38,43,57,70,102,113,119]. Daleko najpopularnije metode globalne lokalizacije zasnovane su na metodi Monte Carlo lokalizacije. Također se primjenjuju kombinacije tih metoda [47,48], dok se u novije vrijeme u manjoj mjeri primjenjuju evolucijske metode [73,74,88,107,114].

Nakon što se robot lokalizira na karti (globalno lokalizira), estimacija kretanja robota se svodi na kompenzaciju relativno male, inkrementalne pogreške u odometriji robota korištenjem mjerena dobivenih percepcijskim senzorima. Pri estimaciji kretanja, položaj robota se *ne* opisuje u odnosu na globalni koordinatni sustav, nego u odnosu na prethodno poznati položaj robota. Estimacija kretanja robota dobila je daleko najviše pozornosti u literaturi. Tehnike Kalmanovog filtera se obično primjenjuju u algoritmima lokalizacije [75,101], a posebno se koriste za estimaciju kretanja [57,97,101]. Primjeri estimacija kretanja robota se mogu naći u [6,19,25,55,57,64,81,93,95,98]. Za razliku od estimacije kretanja, praćenje lokalnog položaja u modelu (engl. *incremental localization*) opisuje položaj robota u odnosu na globalni koordinatni sustav prilikom kretanja robota. Slično kao i kod estimacije kretanja robota, preduvjet je da je poznat početni položaj robota. Primjeri praćenja lokalnog položaja u modelu se mogu naći u [38,64].

Dok postojeće metode praćenja lokalnog položaja mogu učinkovito i precizno procijeniti položaj robota, neuspješne su kada se primjenjuju za globalnu lokalizaciju. S druge strane, algoritmi za globalnu lokalizaciju manje su precizni i često zahtijevaju znatno više računskih resursa. Globalna lokalizacija, za razliku od praćenja lokalnog položaja, predstavlja veći izazov, jer se ne može pretpostaviti da je pogreška kod procjene položaja robota mala i jer bi robot trebao biti u mogućnosti istovremeno pratiti više različitih hipoteza.

Pri obilaženju radne okoline, robot koristi objekte ili dijelove objekata iz okoline koji mu pomažu pri navigaciji. Pri tome, zbog simetrije okoline i nesigurnosti senzora prilikom detektiranja objekata, lokalizacija postaje multimodalni problem, posebno kod globalne lokalizacije. Prepostavimo npr. da na samome početku globalne lokalizacije robot *detektira* da se nalazi ispred vrata. Ako se radi o zgradi gdje su sva vrata slična, mogućih položaja robota ima onoliko koliko ima vrata u zgradi. Prepostavimo također da nakon što se robot počne kretati, detektira prozor. Kao rezultat, samo oni prethodni položaji gdje se prozor nalazi pokraj vrata postaju više vjerojatni. Na taj način, tek kretanjem i detektiranjem dodatnih objekata, robot može odrediti svoj položaj, odnosno eliminirati krive pretpostavke o položaju. Ovim se primjerom pokazuje potreba da sustavi za globalnu lokalizaciju moraju imati mogućnosti praćenja više hipoteza istovremeno.

Postoji i tzv. problem otetog robota (engl. *kidnapped robot problem*), koji se može smatrati težom varijantom globalne lokalizacije. Taj se problem obično primjenjuje kada se želi testirati robustnost sustava lokalizacije. Nakon što se robot lokalizira, neočekivano ga se preseli na drugo mjesto. Tada sustav mora detektirati grešku u lokalizaciji i ponovo pokrenuti postupak globalne lokalizacije [101].

Dok se mobilni robot giba u nekom prostoru, koristi vlastitu odometriju da bi estimirao svoj položaj. Senzori odometrije mjere kut zakreta kotača dok se robot kreće. Ta mjerena potom mogu dati estimaciju pomaka robota na podu, ali zbog proklizavanja kotača i drugih izvora smetnji ta mjerena mogu biti i neprecizna. Stoga robot mora imati određenu procjenu pogreške svoje odometrije koju treba uzeti u obzir prilikom estimacije položaja. Inače, na kratkim je udaljenostima preciznost odometrije prilično visoka. Ovakvo bi se ponašanje robota moglo povezati sa sličnim ponašanjem čovjeka koji se kreće zatvorenih očiju. Već nakon nekoliko koraka, nesigurnost s kojom čovjek procjenjuje svoju trenutnu poziciju u odnosu na okolinu postaje vrlo velika. Kao što čovjek za nadopunu svoje odometrije ima vizualni sustav za utvrđivanje svojeg položaja u odnosu na okolinu, tako i robot može biti opremljen percepcijskim senzorima koji će prikupljati podatke iz okoline. Ti senzori mogu uključivati viziju, kompase, inercijske sustave, sustav za globalno pozicioniranje (engl. *Global Positioning System – GPS*) i sl. Nažalost, i percepcijski senzori, kao i odometrija, mogu imati određenu pogrešku. Pogreška često proizlazi iz prirode senzora, odnosno prirode prikupljenih informacija. Na primjer, laserski senzori su osjetljivi na refleksiju i interferenciju drugih izvora svjetlosti, vizualni sustavi mogu biti također osjetljivi na osvjetljenje, pojavu sjena u prostoru i sl. Stoga robot mora na određeni način estimirati koliko su informacije koje dobiva pouzdane, odnosno odrediti kolika je njihova nesigurnost da bi napravio bolju estimaciju svog položaja. Može se zaključiti da uzimanje u obzir pogreške izvora informacija daje realniji pogled na trenutno stanje robota u prostoru te je stoga veći potencijal za donošenje ispravne odluke tijekom rada robota.

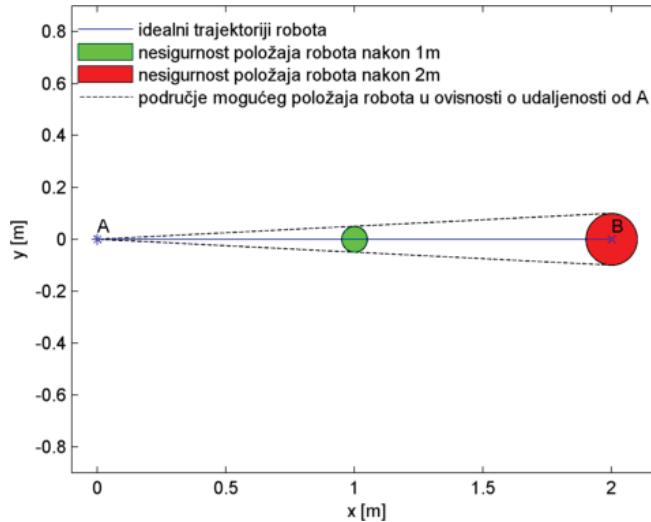
Dva osnovna problema koja se moraju rješavati prilikom dizajniranja sustava lokalizacije jesu kako predstaviti nesigurnost vezanu za informaciju o okolini te nesigurnost vezanu za položaj robota. Izvori ovih nesigurnosti su:

- nepredvidiva i dinamična okolina, posebno ako se ljudi nalaze u okolini;
- aktuatori robota koji su zapravo motori koji imaju svoju nesigurnost, troše se s vremenom i sl.;
- senzori koji imaju svoja ograničenja u smislu područja rada i razlučivosti, kao i utjecaj šuma mjerena;
- zanemarenja i aproksimacije pri modeliranju okoline i robota tijekom razvoja sustava lokalizacije;

- vrijeme potrebno za računanje. Kako se očekuje da roboti rade u stvarnome vremenu, neki se izračuni koji se moraju obaviti aproksimiraju kako bi se upravljački program na vrijeme izvršio, tj. točnost se žrtvuje radi postizanja zadovoljavajuće brzine donošenja odluka [101].

Gledajući problem lokalizacije robota iz probabilističke perspektive, pojmovi kao što su nesigurnost i vjerojatnost gdje se robot nalazi dolaze gotovo prirodno. Drugim riječima, modeliranjem nesigurnosti podataka, položaj robota se prikazuje kao gustoća vjerojatnosti nad prostorom stanja robota. Svi takvi algoritmi koji rješavaju problem lokalizacije se zasnivaju na Bayesovom pravilu odnosno Bayesovom filteru [101].

Na slici 2.4 prikazan je primjer mobilnog robota koji se kreće samo pomoću odometrije pravocrtno i za koji se prepostavlja da pogreška u mjerenu odometrije u x-smjeru i y-smjeru iznosi 5cm/m. Prikazane su kružnice nesigurnosti, tj. područje gdje se robot može nalaziti nakon 1m i nakon 2m ako se uzima u obzir nesigurnost u odnosu na početni položaj.



Slika 2.4. Područje mogućeg položaja robota pri pravocrtnom gibanju robota od točke A do točke B.

Položaj robota se uvijek daje u odnosu na neki referentni koordinatni sustav. Sam problem lokalizacije se može riješiti primjenom točnog GPS-a, s time da je dobiveni položaj u odnosu na globalni koordinatni sustav zemlje. Međutim, postojeći GPS sustav ima nesigurnost od nekoliko metara na otvorenome, dok se ne može uopće upotrijebiti u unutarnjim ili zaklonjenim područjima. Zahtijevana točnost ili preciznost lokalizacije robota ovisi o problemu. Na primjer, potrebna preciznost pri kretanju robota niz široki hodnik nije ista kao ona potrebna pri kretanju robota niz uski hodnik ili ako je zadatak brisanje površine od prašine.

Karta koja se koristi pri globalnoj lokalizaciji se kreira tako da se detektiraju značajke (*engl. features*) i pohranjuju u bazu podataka. Značajke predstavljaju objekte ili dijelove objekata iz

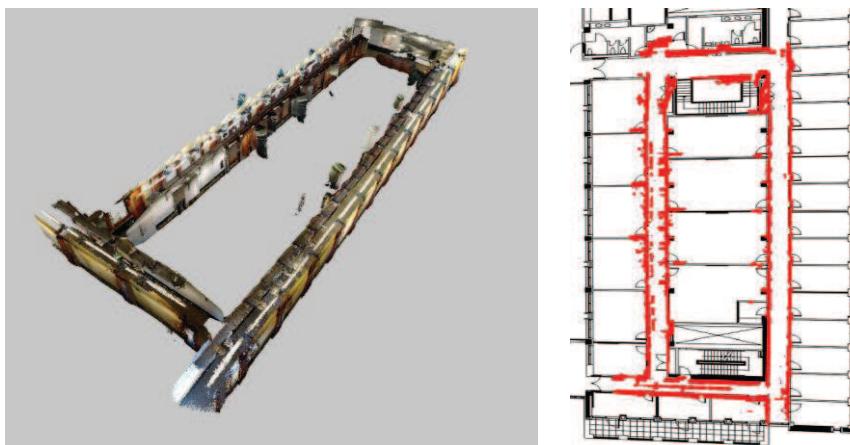
okoline koji su detektirani i sadrže informaciju koja opisuje njihov položaj u karti, što omogućuje robotu da detekcijom i raspoznavanjem značajki odredi svoj položaj na karti. Međutim, mnoge detektirane značajke nisu upotrebljive za lokalizaciju. Primjer takvih značajki predstavljaju objekti koji nemaju nepromjenljiv položaj u okolini, kao što su stolice, kaputi na vješalici, knjige na stolu i sl. Podskupovi značajki koje robot detektira tijekom kretanja i koristi za lokalizaciju se nazivaju orijentiri (*engl. landmarks*).

2.2. Kartografija

Stvaranje karata je problem integriranja informacija prikupljenih pomoću senzora u konzistentni model okoline. Da bi roboti radili učinkovito u nekom ljudskom okruženju, oni moraju održavati ažuriranu kartu svoga okružja. Većina se istraživanja u robotskoj kartografiji odnosi na stvaranje inicijalne karte, a relativno malo istraživanja se bavi ažuriranjem karata tijekom dugotrajnog rada robota u promjenjivim okruženjima, kao npr. [30]. Pregledom literature za vizualnu lokalizaciju i kartografiju mobilnog robota pojavljuju se sljedeći pristupi lokalizaciji:

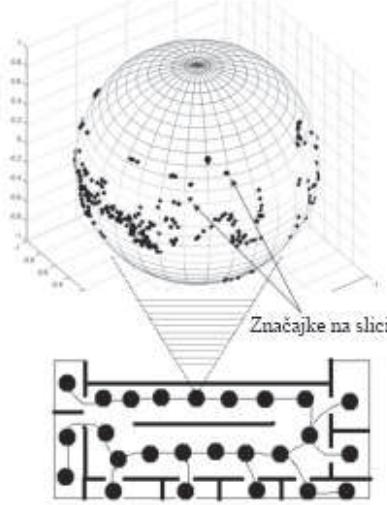
- metričke metode,
- topološke metode,
- hibridne metode.

Metričke metode nastoje estimirati i pratiti apsolutnu poziciju robota unutar geometrijske karte, kao što se vidi na slici 2.5., dok topološki pristupi kartografiji predstavljaju okolinu kao graf čiji čvorovi predstavljaju lokacije u stvarnom prostoru.



Slika 2.5 Snimljena metrička karta (lijevo), tlocrt kata (desno) [52].

Između ta dva glavna smjera postoji i hibridni pristup, gdje je globalno karta prikazana kao topološka koja povezuje lokalne metričke podkarte. Potreba za ovakvim hibridnim pristupom dolazi zbog određenih prednosti i nedostataka koja imaju oba glavna pristupa kartografiji i lokalizaciji. Nedostatak kompletne metričke karte je da karte velikih prostora zahtijevaju praćenje i analiziranje velike količine podataka što rezultira velikim hardverskim zahtjevima, dok je nedostatak čiste topološke karte to što ne mogu odrediti precizni položaj robota unutar čvora. Na slici 2.6. može se vidjeti primjer hibridnog metričko-topološkog modela gdje su lokalne karte panoramske slike okoline. Primjeri takvih hibridnih karata u lokalizaciji robota se mogu naći u [63,69,103,105].



Slika 2.6. *Hibridna metričko-topološka karta. Svaki čvor topološke karte predstavlja lokalni metrički model dobiven iz panoramske slike [30].*

Kako svaki čvor u karti predstavlja jedan lokalni model, praćenje lokalnog položaja u modelu podrazumijeva situaciju gdje se mobilni robot lokalizira u odnosu na njemu najbliži čvor, odnosno model u danom trenutku dok se giba u prostoru. Naravno, preduvjet je da je na samome početku robot globalno lokaliziran, tj. poznat mu je početni položaj.

Do sada opisanim metodama lokalizacije uvjetovano je postojanje karte prostora u kojem se robot kreće, bilo da je karta napravljena ručno, npr. koristeći alate za 3D modeliranje [64], ili da je čovjekom upravljeni robot snimio prostor u kojem će se ubuduće samostalno kretati [52]. Postoji još jedan način lokalizacije kod kojega robot u isto vrijeme nastoji stvoriti kartu prostora i sebe locirati unutar nje - metode koje to omogućuju objedinjene su pojmom SLAM (engl. *Simultaneous Localization And Mapping*) [101]. Sustavi zasnovani na tim metodama omogućavaju mobilnom robotu da samostalno istražuje i stvara kartu nepoznatog okružja dok cijelo vrijeme prati vlastitu lokaciju unutar tog okružja. Rješavanju ovog problema je izrazito doprinijelo korištenje modernih probabilističkih modela kao što su Kalmanovi filteri i čestični filteri, odnosno Monte Carlo metode

[101]. Također „rješavanje“ SLAM problema se u pregledu literature smatra jednim od najvećih dostignuća mobilne robotike unutar posljednjih nekoliko desetljeća.

Za potrebe lokalizacije robota i stvaranja karte prostora mogu se koristiti po prirodi različiti senzori kao što su ultrazvučni, laserski, optičke kamere, time-of-flight kamere i kamere sa strukturiranim svjetlošću. Interes prema razvoju autonomnih robota temeljenih na računalnom vidu potaknut je napretkom u računalnom vidu i poboljšanjem vizualnih senzora.

2.3. Vizualni senzori za robotsku lokalizaciju

U usporedbi sa senzorima za mjerjenje udaljenosti (kao što su laseri i sonari), vizualni senzori (stereo kamere, RGB-D kamere, itd.) imaju nekoliko poželjnih osobina. Oni su općenito jeftiniji i daju veliku količinu informacija. Za stvaranje metričkih karata posebno su prikladni 3D senzori. U praktičnoj primjeni ima puno 3D senzorskih tehnologija jer se uglavnom ne radi o novim tehnologijama. Njihova se primjena može naći u npr. medicini i geodeziji. Nijedna od tehnologija za 3D senzoriku nije razvijena s isključivom primjenom u robotici, već je uglavnom robotika preuzela te tehnologije iz drugih grana tehnike.

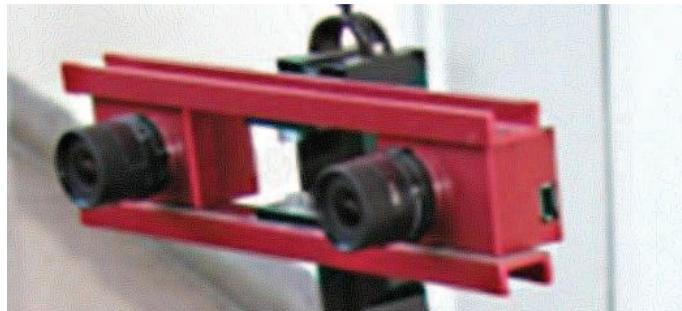
Podatci dobiveni snimanjem neke scene 3D kamerom predstavljaju tzv. 2.5D sliku, koja se još naziva i dubinskom slikom (engl. *depth image*), odnosno slikom udaljenosti (engl. *range image*). Kod stereo vizije koristi se također i naziv slika dispariteta (engl. *disparity image*). 2.5D slika je takva slika kod koje je svakom pikselu, umjesto podatka o svjetlini, pridružen podatak o udaljenosti od kamere koji ćemo u ovom radu nazvati *dubinom*. U ovom se radu horizontalna pozicija piksela na slici označava s u , njegova vertikalna pozicija s v , dok se njegova dubina označava s d . Koristeći takvo označavanje, svaka je točka 2.5D slike opisana s tri koordinate u , v i d , pa se prostor u kojemu su definirane točke 2.5D slike naziva *uvd-prostor*. Za svaku se točku 2.5D slike na temelju parametara 3D kamere može odrediti njezina pozicija u odnosu na koordinatni sustav kamere. Na taj se način dobiva skup 3D točaka koji se naziva oblak točaka (engl. *point cloud*).

2.3.1. Stereo vizija

Robotski vid najčešće koristi optičke video kamere da bi došao do informacija o svojoj okolini. Korištenjem stereo vida s dvije kamere (ili više njih) dobiva se dva ili više pogleda na istu scenu i mogućnost dobivanja informacije o dubini scene. Primjenom triangulacije može se, na temelju projekcija neke točke na slike dviju kamera koje snimaju istu scenu, doći do položaja neke točke u 3D prostoru [50]. Najveći problem kod stereo vizije je određivanje korespondencija između točaka slike snimljene jednom kamerom i točaka slike snimljene drugom kamerom, odnosno

pronalazak slike dispariteta čije vrijednosti predstavljaju razlike u koordinatama projekcija iste točke u prostoru na lijevu odnosno desnu sliku. Taj se problem olakšava primjenom epipolarne geometrije [50]. Današnji stereo algoritmi za generiranje guste slike dispariteta imaju nekoliko nedostataka. Brzi stereo algoritmi (koji se izvršavaju u realnom vremenu) općenito imaju više outliera te nedefiniranih područja u slici dispariteta ([33,35,62,104,116]), dok su točniji algoritmi relativno sporiji ($> 1\text{s}$) [61,110,115]. Također, vrlo je teško dobiti informaciju o dubini samo pomoću stereo kamere, posebno kada se radi o zatvorenim prostorima koji su slabo osvijetljeni ili imaju slabo teksturirane površine. Primjer stereo sustava kao i snimljene slike i pripadajuće slike dispariteta prikazan je na slikama 2.7 i 2.8. Nedefinirana područja na slikama dispariteta (slika 2.8) su označena crnom bojom.

Noviji 3D senzori vrlo pristupačnih cijena zasnovani na strukturiranoj svjetlosti, poput Microsoft Kinect senzora, značajno smanjuju računske zahtjeve, jer je senzor u mogućnosti dati slike u boji kao i izuzetnu gusto dubinsku sliku odnosno oblak točaka (engl. *point cloud*) pri osvježavanju slike od 30Hz.



Slika 2.7. Stereo sustav Videre design STH DCSG-STOC.



Slika 2.8. Primjer slike snimljene stereo sustavom (prvi red) i odgovarajuće slike dispariteta (drugi red).

2.3.2. 3D senzori sa strukturiranom svjetlošću

Ovaj tip senzora se zasniva na projiciranju određenog uzorka svjetlosti na prostor koji se želi snimiti te snimanju reflektirane svjetlosti pomoću kamere. Uočavanjem pomaka u očekivanoj slici uzorka može se odrediti udaljenost od kamere [133]. Relativno im je mali domet i imaju velikih problema u slučaju skeniranja reflektirajućih površina. Primjer najnovijeg komercijalno dobavlјivog 3D senzora ovog tipa je Microsoftov Kinect prikazan na slici 2.9. Originalno zamišljen kao dodatak kućnog sustava zabave, pokazao se izuzetno koristan i u robotici.

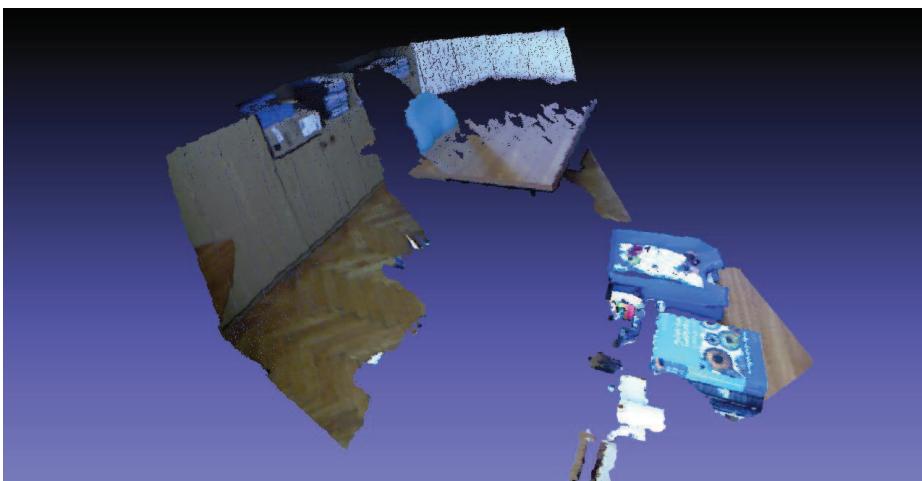


Slika 2.9. Microsoft Kinect [125]

Kinect senzor se zasniva na projiciranju uzorka točaka u infracrvenom spektru te potom snimanju refleksije svjetlosti na sceni pomoću infracrvene kamere. Uspoređujući položaj snimljene točke s određenim referentnim položajem odnosno modelom vrši se triangulacija i izračunava se dubina te točke. Kinect daje izuzetno gustu 11-bitnu dubinsku sliku rezolucije 640x480 točaka pri osvježavanju slike od 30Hz. Kinect senzor ima širinu horizontalnog pogleda od 58° i vertikalnog od 45°. Prema specifikacijama proizvođača [125] preporučeno radno područje je od 0.7m do 5m. U ovom je radu kao vizualni senzor za robotsku lokalizaciju primijenjena Kinect kamera. Uz Kinect senzor je moguće koristiti službeni SDK (engl. *Software Development Kit*), ali zbog veće slobode korištenja sirovih podataka iz senzora u ovoj doktorskoj disertaciji se koristi neslužbeni razvojni okvir [124]. Primjer snimljene slike i pripadajuće dubinske slike prikazan je na slici 2.10. Korištenjem dobivene dubinske slike i RGB slike snimljene kamerom također ugrađenom u kućište Kinect-a, omogućeno je stvaranje oblaka obojenih točaka u 3D prostoru, kao što se vidi na slici 2.11..



Slika 2.10. Primjer slike snimljene Kinect kamerom (prvi red) i odgovarajuće dubinske slike (drugi red).



Slika 2.11. Obojani oblak točaka snimljen Kinect kamerom.

2.4. Metode lokalizacije zasnovane na računalnom vidu

Praćenje lokalnog položaja u sustavima lokalizacije temeljenim na računalnom vidu se postiže primjenom različitih metoda registracije slika (engl. *image registration*), dok se metode pronalaženja slika u bazi (engl. *image retrieval*) primjenjuju u globalnoj lokalizaciji.

Registracija slika je proces preklapanja (podudaranja) dvije ili više slika iste scene koje su ili snimljene u različito vrijeme, ili iz različitih kutova i/ili s različitim senzorima. Referentna slika i trenutna slika scene prikazuju se u zajedničkom koordinatnom sustavu te se ocjenjuje stupanj njihovog podudaranja. Iako obje slike predstavljaju istu scenu, razlike među njima mogu nastati zbog različitih uvjeta snimanja. Pregled različitih metoda registracija slika kao i njihove usporedbe se mogu naći u [87,88,114,120]. Metode pronalaženja slika se mogu smatrati općenitijim pristupom od metoda registracije slike. Cilj metoda pronalaženja slika jest pronaći slike iz baze podataka, koja odgovara karti prostora, koje su najsličnije trenutnoj slici scene. Neke od metoda pronalaženja slika se mogu naći u [31,106].

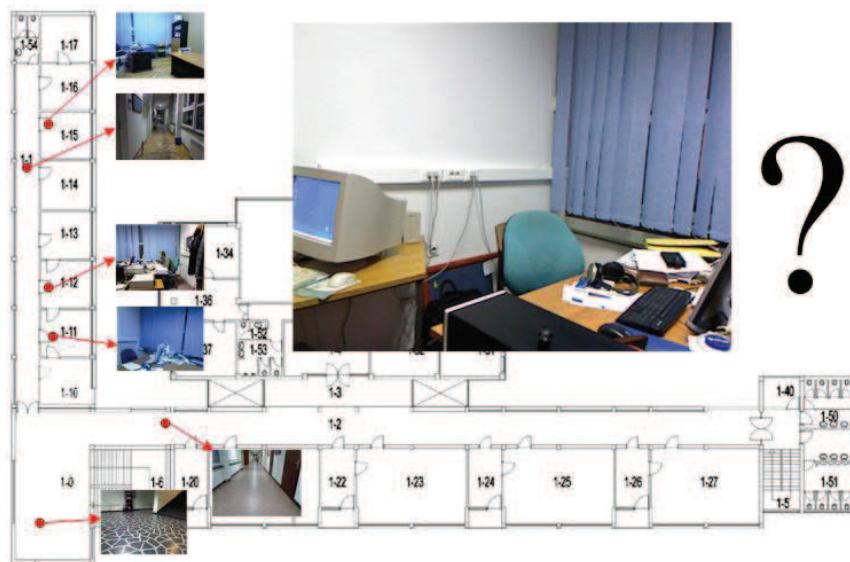
Proteklih godina razvijeno je nekoliko sustava lokalizacije temeljenih na računalnom vidu. Ovisno o načinu korištenja podataka snimljenih u okolini, metode lokalizacije se mogu podijeliti u dvije skupine:

- lokalizacija zasnovana na pojavnosti (engl. *appearance-based localization*),
- lokalizacija zasnovana na značajkama (engl. *feature-based localization*).

2.4.1. Lokalizacija zasnovana na pojavnosti

Lokalizacija zasnovana na pojavnosti se uglavnom temelji na uspoređivanju cijele slike s nekom slikom prepostavljenje lokacije i određivanju sličnosti. Ako je ta sličnost velika, tada se prepostavlja da je velika i vjerojatnost da se robot nalazi blizu lokacije opisane slikom modela. Ovakva lokalizacija se može pojasniti slikom 2.12.

Sustavi lokalizacije zasnovane na pojavnosti koriste uglavnom isključivo topološki prikaz karata, gdje najčešće svaki čvor predstavlja jednu sobu ili hodnik na karti te se stoga takve karte često nazivaju semantičkim. Na slici 2.12. može se vidjeti da su prostorije u razmatranoj radnoj okolini robota predstavljene slikama, tako da karta okoline robota zapravo predstavlja bazu slika. Zadatak sustava za lokalizaciju je pronaći onu sliku ili više njih iz navedene baze koje po nekim karakteristikama imaju najveću sličnost s trenutno snimljenom slikom.



Slika 2.12. Lokalizacija zasnovana na pojavnosti.

2.4.2. Lokalizacija zasnovana na značajkama

Pored metoda lokalizacije zasnovanih na pojavnosti, postoji i druga skupina metoda lokalizacije koje se temelje na detekciji značajki na slikama i uspoređivanju tih značajki sa značajkama modela okoline. Ove značajke mogu biti umjetne ili prirodne. Iako se umjetne značajke mogu uvesti postavljanjem umjetnih objekata, nepopularne su zbog potrebe za pripremom i održavanjem okoline. Potpuno autonomni mobilni robot bi trebao biti u mogućnosti detektirati prirodne značajke unutar nestrukturirane okoline. Takve značajke predstavljaju tipična obilježja okoline, kao što su točkaste značajke, linijske značajke ili plošne značajke. Da bi se neka značajka mogla smatrati orijentirom, ona mora biti lako uočljiva i što više neovisna o prostornim transformacijama

uvjetovanim robotskim vidom i promjenama okoline (pojava okluzije, promjena osvjetljenja i sl.). Pod uvjetom da se jedinstvene značajke mogu naći, metode temeljene na značajkama su često vrlo učinkovite.

Opisivanje i raspoznavanje značajki je olakšano pomoću pridruženih deskriptora. Deskriptori su strukture koje na temelju geometrijskih ili nekih drugih svojstava, kao što su boja ili tekstura, opisuju neki objekt na takav konzistentan način da će u slučaju nailaska na sliku razmatranog objekta snimljenu iz različitih pogleda i u različitim svjetlosnim uvjetima rezultirati približno istim deskriptorom. Deskriptori mogu služiti za raspoznavanje različitih objekata od interesa kao što su npr. objekti s kojima robot treba rukovati ili orientirni u prostoru u kojem se robot lokalizira. U tom slučaju deskriptor za pojedini element prostora mora biti takav da što jednoznačnije opisuje taj element u karti radi što brže i točnije lokalizacije i raspoznavanja orijentira od strane mobilnog robota. Iz tog razloga deskriptori moraju biti što više neovisni o osvjetljenju scene i prostornim transformacijama koje su povezane s vizualnom percepcijom.

U posljednjem desetljeću su se najpopularnijim pokazali deskriptori vezani za točkaste značajke, odnosno deskriptori koji opisuju određenu točku i njenu okolinu u prostoru. Primjer točkastih i linijskih značajki može se vidjeti na slici 2.13. U ovom je radu primijenjena metoda lokalizacije zasnovana na plošnim značajkama.



Slika 2.13. Točkaste i linijske značajke.

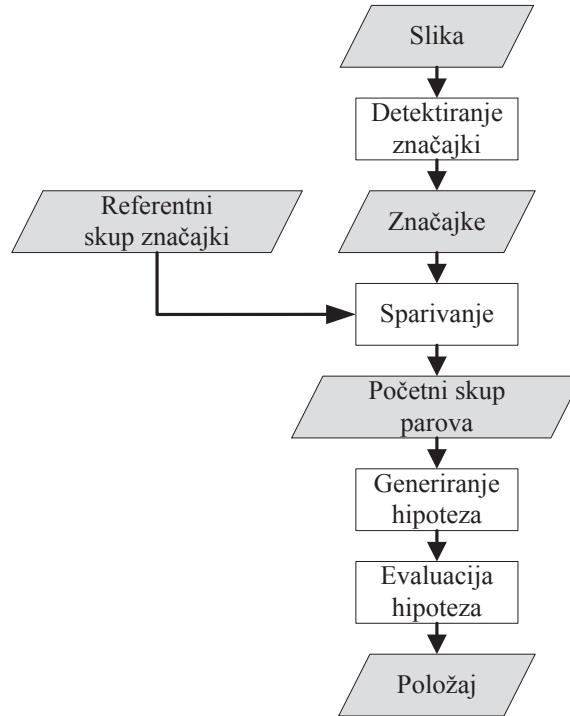
3. Dosadašnje spoznaje o lokalizaciji robota zasnovanoj na računalnom vidu

U sustavima lokalizacije zasnovanima na računalnom vidu, lokalizacija se ostvaruje pomoću 2D ili 3D snimke, ovisno o vrsti primijenjene kamere. Lokalizacija pomoću 2D slike se ostvaruje registracijom značajki detektiranih na slikama. Uz pretpostavku da postoje ispravne korespondencije između značajki detektiranih na slikama, tj. da je za svaku značajku jedne slike poznato koja značajka druge slike odgovara istoj 3D točci promatrane scene, konačno se rješenje dobije primjenom odgovarajućeg postupka optimiranja, kao što je „bundle adjustment“, koji se svodi na minimiziranje reprojekcijske pogreške između scene i modela [50]. Lokalizacija pomoću 3D snimke ili oblaka točaka se, međutim, ostvaruje ili registracijom skupova 3D točaka ili registracijom skupova 3D značajki detektiranih na snimkama. Najčešće primijenjene metode 3D registracije koje nisu zasnovane na značajkama, a koriste dubinske slike, su zasnovane na ICP (engl. *Iterative Closest Point*) metodi koja je predložena u [10] i poboljšana od strane više autora, kao npr. [118]. ICP algoritam pokušava iterativno minimizirati zbroj kvadratne udaljenosti između točaka scene i njihovih odgovarajućih najbližih točaka u modelu. Ovim se algoritmom dobivaju vrlo precizni rezultati upravo zbog toga što se zasniva na minimiziranju ukupne (ili srednje) pogreške cijelog skupa točaka. Prednost čini i relativno jednostavna izvedba. Vrijeme izvršavanja postupka ovisi o broju ulaznih podataka, i o broju iteracija potrebnih za konvergiranje, što direktno ovisi o zadanim procijenjenom početnom relativnom položaju. Zbog toga, u nekim slučajevima, izvedba algoritma može tako dugo trajati ako ima puno podataka i/ili konvergirati u lokalni minimum ako je zadana kriva procjena početnog relativnog položaja. Problem određivanja početnog relativnog položaja pri primjeni ICP metode se može riješiti detekcijom značajki na 3D snimkama i njihovom registracijom, naravno, uz pretpostavku da su ispravno sparene značajke.

Općenito, sustavi lokalizacije zasnovani na računalnom vidu [34,44,91,100], koji primjenjuju metode zasnovane na značajkama, se mogu prikazati dijagramom toka na slici 3.1.

Primjenom vizualnog senzora dobije se slika koja predstavlja ulaz u sustav lokalizacije. Obično se radi ili o 2.5D slici ili o RGB-D slici koja predstavlja 2D sliku u boji zajedno s pridruženom odgovarajućom dubinskom slikom. U ovom radu termin *scena* se koristi za trenutnu snimku snimljenu odgovarajućim senzorom koja se uspoređuje odnosno registrira s nekom referentnom snimkom koju ćemo nazvati *modelom*. Na sceni se primjenjuje unaprijed izabrana metoda za detektiranje značajki. Točkaste značajke i linijske značajke se najčešće primjenjuju kod registracije 2D slike. 3D položaj dobivene značajke se određuje pomoću odgovarajuće 2.5D slike te se na taj način dobiju 3D značajke. Ukoliko se koristi samo 2.5D slika kao ulazni podatak sustava

lokalizacije, kao značajke se mogu koristiti 3D ravninski segmenti [38,51,79,112]. Bez obzira koje se značajke koriste, lokalizacija se svodi na registraciju skupa 3D značajki scene sa skupom 3D značajki modela. Da bi se takva registracija mogla uspješno izvesti, potrebno je značajke jedne slike spariti sa značajkama druge slike tako da svaki par značajki predstavlja isti element promatrane scene.



Slika 3.1. Dijagram toka algoritama lokalizacije zasnovanih na značajkama.

Ukoliko se radi o estimaciji kretanja, referentni skup značajki predstavlja prethodnu scenu, tj. sliku snimljenu u prethodnom koraku lokalizacije. Ako se radi o praćenju lokalnog položaja u modelu, onda referentni skup predstavlja podskup svih značajki karte koji sadrži značajke u neposrednoj okolini robota. Međutim, ukoliko se radi o globalnoj lokalizaciji, onda referentni skup predstavlja skup svih značajki karte. Metode sparivanja značajki ovise o primijenjenim značajkama. Ukoliko značajke imaju deskriptore, sparivanje se izvodi na temelju sličnosti deskriptora pridruženih značajkama. Kako su deskriptori uglavnom vektori brojeva, sličnosti se određuju npr. Euklidskom udaljenošću između deskriptora. Što je manja udaljenost, to su oni sličniji. Ukoliko značajke nemaju definirane deskriptore, onda se pri sparivanju značajki koriste geometrijska ograničenja. Koja god da se metoda sparivanja koristi, praktički je nemoguće izbjegći da se među parovima značajki nađe i određeni broj neispravnih parova, tj. parova koji čine značajke scene i značajke modela koji ne predstavljaju isti element promatrane scene. Skup parova značajki dobiven odgovarajućom metodom sparivanja u ovom se radu naziva *početni skup parova*. U okviru postupka registracije iz ovog početnog skupa parova, koji sadrži i neispravne parove, izabire se konačni skup

parova koji treba sadržavati samo ispravne parove. To se izvodi tako da se na temelju ovog početnog skupa parova određuje relativni položaj scene u odnosu na model tako da se nađe ona transformacija između scene i modela koja će dati najveći podskup geometrijski konzistentih parova, pod čime se podrazumijeva skup parova značajki takav da se transformacijom svake značajke modela obuhvaćene tim skupom dobiva značajka koja se u dovoljnoj mjeri poklapa sa značajkom scene koja je s njom sparena. Postupak određivanja relativnog položaja se odvija u dvije faze: generiranje hipoteza i evaluacija hipoteza. Generiranje hipoteza podrazumijeva postupak određivanja skupa mogućih rješenja, tj. mogućih relativnih položaja scene u odnosu na model. Zbog mogućnosti postojanja krivo sparenih parova u početnom skupu te zbog nesigurnosti koje se moraju uzeti u obzir, dobije se više mogućih rješenja ili hipoteza, od kojih neke mogu biti i netočne. Svako od ovih rješenja se mora na neki način evaluirati da se dobije najbolje rješenje. Najviše rangirana hipoteza prema danom evaluacijskom kriteriju se onda smatra rješenjem postupka lokalizacije, tj. traženim položajem scene u odnosu na model, koji odgovara položaju kamere odnosno robota u odnosu na neki referentni koordinatni sustav. Referentni koordinatni sustav ovisi o problemu lokalizacije te je jednak:

- koordinatnom sustavu prethodne scene pri postupku estimacije kretanja kamere;
- koordinatnom sustavu modela odnosno karte okoline pri postupku lokalizacije robota na karti.

3.1. Detektiranje značajki

Za točkaste se značajke prostora najčešće uzimaju vrhovi, uglovi itd., uglavnom točke definirane lokalnim ekstremima odgovarajućih filtera. Jedan od najstariji i najpoznatiji detektor vrhova je tzv. Harrisov detektor vrhova (engl. *Harris Corner Detector*) [49]. Deskriptori za takve značajke su uključivali vektore intenziteta svjetline okoline razmatrane točkaste značajke koji su se uspoređivali normaliziranim korelacijom. Međutim, takve određene značajke i pripadajući deskriptori su osjetljivi na promjenu osvjetljenja, skaliranje i rotaciju. Uslijed toga su se kasnije pojavile naprednije metode koje su robusnije i daju istovremeno i značajke i pripadajuće descriptore, od kojih je najpoznatija SIFT (engl. *Scale-Invariant Feature Transform*) metoda [71]. Kako je SIFT metoda bila relativno spora, pojavile su se druge metode kao npr. FAST (engl. *Features from Accelerated Segment Test*) [84], SURF (engl. *Speeded Up Robust Features*) [9], BRIEF (engl. *Binary Robust Independent Elementary Features*) [15] i ORB [86]. U [94–96] autori primjenjuju stereo slike i SIFT značajke pri lokalizaciji robota. Primjena RGB-D slike i različitih točkastih značajki u lokalizaciji se može naći u [37], gdje autori uspoređuju točnost, robusnost i

vrijeme obrade primjenom SIFT, SURF i ORB značajki. U [52] autori također upotrebljavaju RGB-D slike i SIFT značajke za generiranje karte, dok u [55] autori primjenjuju RGB-D slike i FAST značajke u SLAM sustavu za letjelicu s četiri rotora (engl. *quadrocopter*).

Osim točkastih značajki, linijske se značajke također primjenjuju u sustavima lokalizacije zasnovanim na računalnom vidu. Linijske se značajke dobiju detekcijom rubova odnosno detekcijom oštrih promjena u svjetlini na slici. Te se promjene dobiju zbog različitih razloga, od kojih su neki: diskontinuitet zbog dubine, diskontinuitet u orientaciji površine, diskontinuitet zbog boja i diskontinuitet zbog osvjetljenja (npr. sjena). Pregled različitih detektora rubova i kontura se može naći u [78]. Najpopularniji detektor linijskih značajki jest Canny detektor rubova (engl. *Canny edge detector*) [16], koji se, najčešće u kombinaciji s Houghovom transformacijom, primjenjuje pri detekciji ravnih linija. U svrhu lokalizacije, linijske značajke predstavljaju dominante ravne bridove s nepromjenjivom pozicijom u okolini robota. Iako su se uglavnom kod lokalizacije primjenom linijskih značajki primjenjivala samo geometrijska ograničenja pri sparivanju [2,6,29,64], noviji radovi upućuju na primjenu kombinacije geometrijskih ograničenja i određenih deskriptora [90,117]. Također, u [83] autori koriste i linijske i točkaste značajke (FAST) pri praćenju robota u prostoru. Neki od deskriptora za linijske značajke koji su se pojavili u svrhu registracije slike a koji bi se mogli primijeniti u lokalizaciji robota su SILT (engl. *Scale-Invariant Line Transform*) [60] i MSLD (engl. *Mean-Standard deviation Line Descriptor*) [109].

Detekcija 3D plošnih značajki u sustavima lokalizacije zasnovanim na računalnom vidu se često ostvaruje segmentacijom dubinske slike (engl. *range image segmentation*). Segmentacija dubinske slike je postupak dijeljenja ili segmentiranja dubinske slike tako da sve točke iste površine pripadaju istom segmentu. Najčešće korištene metode se mogu svrstati u dvije osnove skupine: segmentacija zasnovana na rubovima (engl. *edge-based*) i segmentacija zasnovana na području (engl. *region-based/surface based*). Pregled takvih algoritama dan je u [54]. Primjer segmentacije dubinske slike zasnovane na rubovima može se naći u [39,89]. Daleko najpopularnije metode su one zasnovane na području. Za segmentaciju 2.5D slike na ravne površine primjenjuje se RANSAC algoritam [8,12,23,26,76] ili neke njegove modifikacije [45], Houghova transformacija [77], širenje područja (engl. *region growing*) [54,80], metoda rekurzivnog usitnjavanja Delaunay triangulacije (engl. *Iterative Delaunay triangulation*) [92], klasteriranje 3D točaka u ravnine na osnovi informacije o dubini i boji [3], klasteriranje normala 3D točaka, tj. normala malih površina fiksne dimenzije [7,53,59], segmentacija na temelju boje [99] ili segmentacija primjenom heurističke metode kao što je PSO (engl. *Particle Swarm Optimization*) [108]. Osim linija i ravnih ploha postoji još mogućnost korištenja 3D primitiva, odnosno jednostavnih geometrijskih tijela kao što su

konveksne plohe [24], sfere, kvadri, cilindri, stošci i sl. [13,67] kao orijentira za lokalizaciju robota. Geometrijska svojstva ovakvih primitiva potencijalno otvaraju mogućnost stvaranja raspozнатljivih deskriptora kojima bi se ostvario dovoljno točan opis scene u što manje podataka radi bržeg pronalaska korespondencije u karti. Ono što je uočljivo je to što *ne* postoje kvalitetni deskriptori za ravninske segmente kao što postoje za točkaste. Neki od novijih radova u kojima su predloženi deskriptori za ravninske segmente su [13,72]. Kako ravnina određena u uvd-prostoru odgovara ravnini u euklidskom 3D prostoru ([20], [68]), ravninski segmenti dobiveni segmentacijom 2.5D slike na ravne površine jednostavnom transformacijom mogu poslužiti kao 3D plošne značajke. Jedan od starijih radova gdje se primjenjuju geometrijska ograničenja u svrhu registracije dvaju skupova ravninskih segmenata je [41], gdje autor daje samo teoretske i simulacijske rezultate bez eksperimentalne validacije. Također bez eksperimentalne validacije, u [6] autori daju okvir za lokalizaciju robota pomoću 3D ravninskih segmenata, gdje uzimaju u obzir i geometriju i nesigurnost te primjenjuju prošireni Kalmanov filter. Sličan pristup je primijenjen i u ovom radu (vidi potpoglavlje 4.3.1). Zbog ranije spomenute prednosti korištenja 3D plošnih značajki naspram točkastih, kao i zbog toga što su 3D senzori sve jeftiniji, uočeno je povećanje primjene ravninskih segmenata u lokalizaciji robota ili SLAM-u, posebno u zadnjih nekoliko godina. Primjene ravninskih segmenata u registraciji slika se mogu naći u [17,51,65,79], estimaciji kretanja u [19,81,93], globalnoj lokalizaciji u [38] te SLAM-u u [52,111,112].

3.2. Generiranje i evaluacija hipoteza

Početni skup parova, kao što je ranije navedeno, generiran je postupkom sparivanja koji ovisi o primijenjenim značajkama. Ukoliko postoje deskriptori, sparivanje se izvodi na temelju sličnosti deskriptora pridruženih značajkama, inače se koriste geometrijska ograničenja pri sparivanju. U svrhu procjene svih šest stupnjeva slobode kod određivanja relativnog položaja između scene i referentnog skupa, potrebna su minimalno tri para sparenih značajki iz početnog skupa parova ako se radi o točkastim značajkama ili 3D plošnim značajkama, dok su za linijske značajke potrebna minimalno dva para. Stoga, svaka kombinacija od minimalnog broja parova daje jedno moguće rješenje ili hipotezu. Budući da uvijek postoje krivo sparene značajke u početnom skupu, lažne ili krive hipoteze mogu se generirati. Te krivo sparene značajke u početnom skupu se moraju na neki način odstraniti. Nad ostalim sparenim značajkama se onda određuje najbolja hipoteza, to jest ona koja daje najveći podskup geometrijski konzistentih parova. Najbolja hipoteza se tada odgovarajućim postupkom optimira da se dobije konačno rješenje. Ovo optimiranje obično predstavlja nelinearni problem najmanjih kvadrata. Jedan od najboljih algoritama za rješavanje tog problema je Levenberg–Marquardtov algoritam.

Generiranje hipoteza

Jedna od najčešće primijenjenih metoda za odbacivanje outliera i generiranje hipoteza je RANSAC metoda (engl. *RANdom SAmple Consensus*) [40]. To je iterativni postupak za procjenu parametara matematičkog modela iz skupa podataka ili točaka koji sadrži *outliere*. RANSAC predstavlja nedeterministički algoritam u smislu da daje zadovoljavajući rezultat samo s određenom vjerojatnošću, s time što se ta vjerojatnost povećava što je više iteracija. Osnovna ideja RANSACA je generirati model ili hipotezu na temelju slučajno odabranog minimalnog broja točaka iz skupa podataka, zatim provjeriti ovu hipotezu s ostalim podatcima unutar neke tolerancije. Ovaj postupak je potrebno ponoviti više puta te na kraju ona hipoteza koja daje najveći *konsenzus* s drugim podatcima predstavlja rješenje. U slučaju lokalizacije, to bi podrazumijevalo da se nad početnim skupom sparenih značajki slučajno izabere minimalni broj parova pomoću kojih se onda određuje relativni položaj. Pomoću relativnog položaja se tada sve značajke scene iz početnog skupa transformiraju u koordinatni sustav modela te se određuje podskup svih transformiranih značajki koje se podudara s odgovarajućim značajkama modela unutar neke tolerancije. Za tako dobivene parove značajki kažemo da predstavljaju geometrijski konzistentan skup parova značajki. Primjena RANSAC-a u lokalizaciji se može naći npr. u [19,37,52,55,94].

Zbog specifičnosti lokalizacije primjenom početnog skupa parova, pojavile su se neke modifikacije osnovnog RANSAC. Na primjer, u [18] autori predlažu PROSAC (engl. *PROgressive SAmple Consensus*), gdje umjesto slučajnog odabira parova iz cijelog početnog skupa parova, slučajni se odabir parova obavlja na podskupu parova s boljom *kvalitetom sparivanja*, koja se postupno povećava. Na taj se način osigurava veća vjerojatnost generiranja točnih hipoteza ranije. Prepostavka je, naravno, da postoji neka mjera kvalitete sparivanja, npr. par značajki koji ima najmanju udaljenost između njihovih odgovarajućih deskriptora je najbolji par itd. Za udaljenost se može koristiti korelacija, Mahalanobisova udaljenost i sl. Autori su pokazali pokušima da je ta predložena modifikacija često znatno brža (do više od stotinu puta) nego običan RANSAC, a da je u najgorem slučaju isto brza kao i RANSAC. Učinkovitost RANSAC metode opada s povećanjem postotka outlier-a, odnosno krivo sparenih značajki u početnom skupu. Upravo zbog toga, autori u [27,28] predlažu GCRANSAC (engl. *Geometrically Constrained RANSAC*) metodu u kojoj se hipoteza generira u više koraka, pri čemu se u svakom koraku, korištenjem odgovarajućih geometrijskih ograničenja, smanjuje vjerojatnost izbora pogrešno sparenih značajki. Prepostavka je da postoji približna informacija o relativnom položaju, pri čemu je dopuštena nesigurnost te informacije prilično velika. Taj se relativni položaj, zajedno s pripadajućom nesigurnošću, rekurzivno korigira informacijom sadržanom u slučajno odrabranom paru. Ispravljeni relativni

položaj s pripadajućom nesigurnošću se koristi kako bi se formulirala geometrijska ograničenja za odabir sljedećeg para. Postupak se ponavlja sve dok nije uzet u obzir dovoljan broj parova za generiranje hipoteze. Rekurzivna estimacija relativnog položaja iz skupa sparenih značajki, gdje je izbor idućeg para ograničen trenutnom procjenom relativnog položaja i njegova nesigurnost već je primjenjivana u radovima [6] i [64], pri čemu je korišten formalizam Kalmanovog filtera. Slična je ideja primijenjena u ovome radu pri generiranju hipoteze budući da se u početnom skupu očekuje veći postotak krivo sparenih značajki zbog toga što su ravninski segmenti spreni samo na temelju geometrijskog ograničenja.

Evaluacija hipoteza

Evaluacija hipoteza podrazumijeva procjenjivanje vjerodostojnosti hipoteze. Uobičajeni postupak pri tome jest transformirati scenu u koordinatni sustav modela (ili obratno) te provjeriti kvalitetu *poklapanja* scene s modelom. Drugim riječima, potrebno je definirati funkciju koja na temelju scene, modela i generirane hipoteze daje procjenu ili mjeru kvalitete hipoteze. Postupak evaluacije hipoteza ovisi o samome problemu i o načinu generiranja hipoteza. Na primjer, ako se primjenjuje RANSAC na početnom skupu parova točkastih značajki sparenih pomoću deskriptora, za evaluaciju hipoteza se najčešće koristi broj elemenata najvećeg geometrijski konzistentnog skupa parova značajki jer tada postoji potvrda hipoteze i preko sličnosti deskriptora i preko geometrijskih ograničenja. Problem nastaje kada se početni skup generira samo na temelju geometrijskih ograničenja jer se u tom slučaju očekuje veliki postotak krivo sparenih značajki, što je slučaj i u ovome radu.

U [38] je predložen postupak lokalizacije mobilnog robota temeljen na 3D ravninskim segmentima i čestičnim filtrima koristeći Kinect kameru. Predstavljeni sustav lokalizacije robota zahtijeva prethodno generiranu kartu snimljenu pomoću iste kamere te se radi o geometrijskoj karti sastavljenoj od 3D ravninskih segmenata. Pri stvaranju karte koristi se, po snimci, 3-8 dominantnih ravninskih segmenata dobivenih RANSAC metodom. Ti dominantni ravninski segmenti uglavnom predstavljaju zidove, strop i pod, za koje se zna da je vjerojatnost njihove promjene jako mala i kao takvi su pogodni za kreiranje karte. U navedenom su radu predložene dvije metode za evaluaciju hipoteze odnosno čestice. U prvoj se metodi, ili tzv. generativnoj metodi, generira dubinska slika dobivena hipotezom koristeći prethodno generiranu 3D kartu, tj. model se transformira u koordinatni sustav scene. U drugoj, tzv. euklidskoj metodi, se oblak točaka koji odgovara trenutnoj dubinskoj slici (scena) transformira u koordinatni sustav modela pomoću hipoteze. U obje se metode vrši usporedba i proračun vjerojatnosti za svaku točku dubinske slike da se radi o točno određenoj točki u prostoru modela. Umnožak svih dobivenih vjerojatnosti predstavlja ukupnu

vjerojatnost da se radi o ispravnoj sceni. Sustav radi na način da grafička kartica s OpenGL grafičkim podsustavom koristi Z-Buffer grafičke kartice za generiranje pretpostavke dubinske slike svake čestice. Sustav prati 350 čestica i koristi poduzorkovane slike dubine za usporedbu (rezolucija 20x15 umjesto 640x480) i time omogućava brzinu mobilnog robota od 1.5m/s. Za svoje testiranje autori koriste više tipova mobilnih robota i ostalih mobilnih platformi. Autori navode pogrešku lokalizacije robota od 0.3 do 0.66m, ovisno o tipu mobilne platforme koja je radila snimanje prostora u odnosu na stvarni položaj.

U [79] autori predlažu postupak lokalizacije robota zasnovan na ravninskim segmentima, koji je najsličniji predloženom postupku u ovoj disertaciji. Ravninski segmenti dobiveni su iz dubinske slike metodom širenja područja predloženom u [80]. Nesigurnost (matrica kovarianci) parametara ravnine dobivene tijekom određivanja ravnine iz dubinske slike kao i nesigurnost rješenja relativnog položaja imaju najveću ulogu pri postupku lokalizacije. Hipoteze se generiraju primjenom algoritma koji maksimizira geometrijsku konzistentnost unutar prostora pretraživanja, tj. nalazi najveći podskup geometrijski konzistentnih parova. Primjenjuje se pristup sličan RANSAC metodi, ali s dvije velike razlike: nema slučajnog odabira parova te se rješenje ne temelji isključivo na nalaženju najvećeg podskupa geometrijskih konzistentnih parova nego i na volumenu nesigurnosti hipoteza. Prije pokretanja postupka, ravnine iz oba skupa (scena i model/referentni skup) se razvrstaju po silaznom redoslijedu u ovisnosti o determinanti pseudo-inverzne matrice kovarijance parametara ravnine, odnosno determinanti informacijske matrice te se samo prvi zadani postotak analizira. Početni se prostor pretraživanja dodatno smanjuje pronalaženjem svih konzistentnih sparenih parova (po dva takva para) pomoću šest geometrijskih ograničenja: uvjet sličnosti veličine, uvjet preklapanja, uvjet razlike kuta između normala, uvjet koplanarnosti, i sličnost rotacije i translacije s odometrijom kada je moguće koristiti odometriju. U glavnom koraku pretraživanja, svaki od tih parova se uzima redom te se određuju dva najveća podskupa konzistentnih parova, prvi s obzirom na rotaciju a drugi s obzirom na translaciju. Za svaki od tih podskupova se određuje rotacija i translacija metodom najmanjih kvadrata, kao i volumen nesigurnosti koji je predstavljen pseudo-determinantom matrice kovarijance estimiranog relativnog položaja. Za procjenu vjerodostojnosti hipoteze koristi se broj konzistentnih parova u podskupu zajedno s pripadajućim volumenom nesigurnosti. Rješenje predstavlja relativni položaj koji odgovara podskupu s minimalno četiri konzistentna para i s najmanjim volumenom nesigurnosti. Autori testiraju njihovu metodu na tri različite baze slika snimljene različitim senzorima: Swiss-ranger, Odetics lidar i SICK S300. Općenito, ovisno o bazi slika, a time i rezoluciji snimljene slike, vrijeme potrebno za segmentaciju dubinske slike na ravninske segmente kretalo se od 0.43s u prosjeku za slike s rezolucijom od 176×144 do 3s za slike s rezolucijom od 541×361 . Vrijeme lokalizacije, tj. vrijeme potrebno za

određivanje relativnog položaja, kretalo se od 0.04s do 4.7s, ovisno o postotku ukupnog broja ravninskih segmenata koji su upotrijebljeni u postupku lokalizacije.

Pri evaluaciji ili procjeni vjerodostojnosti hipoteze mora se uzeti u obzir mogućnost okluzije uzrokovane ili pojavljivanjem predmeta sa scene koji nije bio prisutan u vrijeme izgradnje karte ili zbog drukčijeg kuta gledanja, kao i mogućnost da je predmet, koji je bio prisutan u vrijeme izgradnje karte, u međuvremenu uklonjen. Ovi su problemi posebno prisutni kod globalne lokalizacije gdje se promjene u okolini mogu očekivati budući da prođe dosta vremena između snimanja scene u trenutku lokalizacije i trenutka snimanja modela. Jedan način procjene vjerodostojnosti hipoteze je dan u [66,101], gdje se koristi model nezavisnih zraka (engl. *Independent Beam Model - IBM*) 3D senzora. Primjenom logike načina rada 3D laserskog daljinomjera (engl. *laser range finder*), gdje se udaljenost od senzora do točke u prostoru koja se mjeri određuje laserskom zrakom, može se pretpostaviti da se svaka točka u 2.5D slici dobije nezavisnom laserskom zrakom, odnosno senzor ima toliko nezavisnih zraka koliko ima piksela na 2.5D slici. Takav model 3D senzora pretpostavlja da su dobivene vrijednosti svakog piksela u 2.5D slici neovisne jedna o drugoj. Neka je d_i dubina i-tog piksela 2.5D slike scene **A** i neka je **B** 2.5D slika modela. Estimacija relativnog položaja \mathbf{w}^* koja najbolje poravnavi **A** s **B** prema metodi maksimalne vjerojatnosti (engl. *maximum likelihood*) se može računati prema

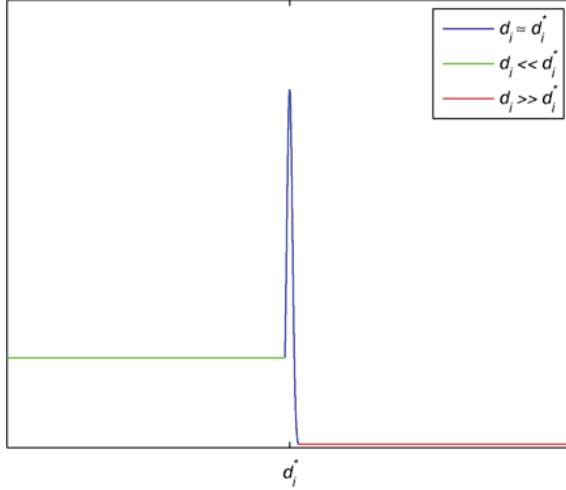
$$\mathbf{w}^* = \arg \max_{\mathbf{w}} p(\mathbf{A} | \mathbf{B}, \mathbf{w}). \quad (3.1)$$

Prema IBM modelu vrijedi

$$p(\mathbf{A} | \mathbf{B}, \mathbf{w}) = \prod_i p(d_i | \mathbf{B}, \mathbf{w}). \quad (3.2)$$

Transformacijom **B** u koordinatnom sustavu scene primjenom \mathbf{w} dobije se očekivana 2.5D slika scene te na taj način svaka dubina d_i ima svoju odgovarajuću očekivanu dubinu d_i^* . Ako je očekivana dubina $d_i^* \neq 0$, koristi se funkcija gustoće vjerojatnosti koja se sastoji od 3 komponente, kao što je prikazano na slici 3.2. U slučaju kada postoji okluzija očekivane točke, tj. za $d_i \ll d_i^*$, funkcija ima uniformnu razdiobu. Kada je očekivana dubina puno manja od izmjerene, tj. $d_i \gg d_i^*$ što predstavlja slučaj kada objekt sadržan u modelu ne postoji na sceni, funkcija također ima uniformnu razdiobu, ali s manjom vrijednošću, jer se pretpostavlja da će se ovakve situacije dogoditi rjeđe nego okluzija. Za $d_i \approx d_i^*$ funkcija ima Gaussovou razdiobu sa srednjom vrijednošću d_i^* i standardnom devijacijom σ_d . U realnome svijetu, scena sadrži objekte čije površine predstavljaju kontinuirane funkcije u 3D prostoru, što znači da su vrijednosti susjednih piksela

međusobno ovisne. Jedina situacija kada nisu ovisne jeste na rubovima predmeta, gdje se javljaju diskontinuiteti u dubini.



Slika 3.2. IBM model senzora. Os apscisa predstavlja izmjerenu dubinu d_i , dok je d_i^* očekivana izmjerena dubina.

Uzimajući ovo u obzir, u [66] je predložena modifikacija osnovnog IBM modela, gdje je 2.5D slika \mathbf{A} prikazana pomoću skupa ravninskih segmenata $S = \{S_1, \dots, S_M\}$. Segmenti $S_i, i=1\dots M$ se ne smiju preklapati, moraju biti dovoljno mali da se onemogući spajanje susjednih segmenata u veći segment ukoliko pripadaju različitim predmetima, te se spajanjem svih segmenata dobije cijela slika. Na osnovi toga, definiran je model segmentiranih zraka (engl. *Segmented Beam Model - SBM*) za koji vrijedi

$$p(\mathbf{A} | \mathbf{B}, \mathbf{w}) = \prod_{S_i \in S} p(S_i | \mathbf{B}, \mathbf{w}). \quad (3.3)$$

Autori u [66] pokazuju prednost SBM modela u odnosu na IBM model za robusno sparivanje ili prepoznavanje 3D predmeta. U ovoj je disertaciji predložena metoda za procjenu vjerodostojnosti hipoteze koja je slična SBM modelu.

U ovom je radu predložen sustav lokalizacije zasnovane na značjkama. 2.5D slika predstavlja ulazni podatak sustava lokalizacije, dok se kao značajke primjenjuju 3D ravninski segmenti. Predloženi se postupak zasniva na generiranju hipoteze korištenjem *koeficijenta sadržaja informacije* ravninskih segmenata (engl. *Information Content guided Hypothesis Tree generation – ICHT*). Osnovna je zamisao ovog sustava predstavljena prvi put u [25]. U sljedećem su poglavljju opisani detalji tog sustava.

4. Registracija 2.5D slike pomoću ravninskih segmenata

U ovom je poglavlju opisan postupak registracije 2.5D slike pomoću ravninskih segmenata koji se primjenjuje u sustavu za lokalizaciju mobilnog robota u unutarnjim prostorima. Opisan je postupak segmentacije 2.5D slike na ravninske segmente primjenom algoritma koji sliku prvo dijeli na trokutaste plohe koje zatim spaja u veće ravninske segmente. Svaki ravninski segment dobiven takvim postupkom segmentacije odgovara ravninskom segmentu u Euklidskom 3D prostoru. Predložen je način prikaza tih ravninskih segmenata pomoću kojega je potom objašnjen postupak registracije dva skupa 3D ravninskih segmenata. Kako ravninski segmenti nemaju definirane deskriptore, inicijalni se parovi generiraju na osnovi geometrijskog ograničenja. Međutim, dolazi do neodređenosti podudaranja kod sparivanja te se kao rezultat dobije veliki broj krivo sparenih parova u početnom skupu parova. U tu je svrhu predložen postupak s usmjerenim generiranjem hipoteza, koji značajno ubrzava proces registracije na način da se inicijalni parovi biraju sekvencialno uzimajući u obzir koeficijent sadržaja informacije para. Na kraju su predložene dvije metode za procjenu vjerodostojnosti generirane hipoteze, jedna zasnovana na značajkama a druga na pojavnosti.

4.1. Segmentacija 2.5D slike na ravninske segmente

U ovom je potpoglavlju razmatran problem segmentacije 2.5D slike dobivene 3D kamerom na dominante ravninske segmente, od kojih svaki predstavlja približno koplanarni podskup točaka. Primijenjen je algoritam za segmentaciju 2.5D slike, kod kojeg se slika prvo dijeli pa spaja (engl. *split-and-merge algorithm*). U prvom se koraku 2.5D slike dijeli na trokute primjenom rekurzivnog usitnjavanja Delaunay triangulacije. Trokuti se, u drugom koraku, spajaju primjenom hijerarhijskog grupiranja segmenata (engl. *Hierarchical Face Clustering - HFC*) kako bi se dobili dominantni ravninski segmenti. Iako svaki trokut predstavlja jedan ravninski segment u 2.5D prostoru, u ovom će se radu oni nazivati trokutima, dok će se pojam ravninski segment, odnosno segment, koristiti za povezani skup koplanarnih trokuta.

4.1.1. Dijeljenje 2.5D slike na trokute

Općenito, triangulacija skupa točaka P ravnine je segmentacija ravnine na trokute čiji su vrhovi točke iz skupa P . Delaunay triangulacija skupa točaka P ravnine je takva triangulacija u kojoj se niti jedna točka skupa P ne nalazi unutar opisane kružnice bilo kojeg trokuta. Jedno bitno svojstvo Delaunay triangulacije, koje se koristi u njezinoj konstrukciji, je to da je za svaka dva trokuta, koja dijele zajedničku stranicu, zbroj kutova tih trokuta koji se nalaze nasuprot toj stranici

uvijek $\leq 180^\circ$. U ovome je radu primijenjena metoda rekurzivnog usitnjavanja Delaunay triangulacije, slična metodi opisanoj u [92].

Na samome početku postupka dijeljenja dubinske slike, dva su velika trokuta određena dijeljenjem slike na dva dijela tako da vrhovi trokuta predstavljaju četiri kuta dubinske slike, a zajednička stranica trokuta predstavlja dijagonalu slike (Slike 4.1a i 4.1b). Nakon toga se ta dva trokuta rekurzivno dijele na nove trokute tako da se za svaki postojeći trokut odredi ravnina, R_i , kroz tri točke koje predstavljaju vrhove odabranog trokuta, te se za svaku točku unutar tog trokuta određuje udaljenost od te ravnine. Ako za svaki piksel \mathbf{m} unutar trokuta R_i vrijedi

$$\left| [a_i \ b_i] \cdot \mathbf{m} + c_i - d_{\mathbf{m}} \right| \leq \varepsilon_{Delaunay}, \quad (4.1)$$

gdje su:

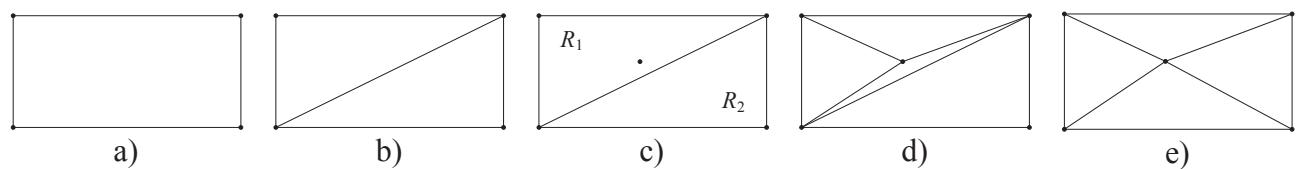
a_i, b_i i c_i - parametri ravninskog segmenta R_i ;

$d_{\mathbf{m}}$ - dubina piksela \mathbf{m} ;

$\varepsilon_{Delaunay}$ - prag tolerancije koji predstavlja najveću udaljenost točke segmenta (u smjeru dubine) od R_i ,

tada se skup točaka unutar tog trokuta smatra približno koplanarnim.

Izraz $\left| [a_i \ b_i] \cdot \mathbf{m} + c_i - d_{\mathbf{m}} \right|$ predstavlja udaljenost piksela \mathbf{m} od trokuta u smjeru dubine. Ukoliko postoji točka (ili više njih) za koje nije zadovoljen uvjet (4.1), novi se vrh dodaje u točki s najvećim odstupanjem te se stvaraju novi trokuti (Slike 4.1c i 4.1d), nakon čega se provede korekcija Delaunay triangulacije (Slika 4.1e). Ovaj se postupak ponavlja sve dok se ne zadovolji uvjet (4.1) za sve točke svih trokuta. Tako nastaje mreža trokuta koja segmentira originalnu 2.5D sliku na puno trokutastih ravninskih segmenata. U svim pokusima provedenim u okviru ovog rada $\varepsilon_{Delaunay} = 4$.



Slika 4.1. Postupak dijeljenja slike rekurzivnim usitnjavanjem Delaunay triangulacije a) originalna 2.5D slika s početnim vrhovima; b) početna dva trokuta; c) točka s najvećim odstupanjem prema izrazu (4.1) za ravninski segment definiran trokutom R_1 ; d) novi trokuti; e) nova Delaunay triangulacija.

4.1.2. Spajanje trokuta primjenom hijerarhijskog grupiranja segmenata

Budući da je originalna 2.5D slika presegmentirana mrežom trokuta, potrebno je spajanjem trokuta dobiti dominantne ravninske segmente. To je moguće primjenom metode hijerarhijskog grupiranja trokuta, slične onoj opisanoj u [46]. U navedenom je radu opisana metoda hijerarhijskog grupiranja trokuta za sliku segmentiranu u obliku mreže trokuta na način da se, primjenom pohlepnog (engl. *greedy*) algoritma, rekurzivno grupiraju susjedni ravninski segmenti uklanjanjem ruba između njih. Rezultat te metode je hijerarhija segmenata koja se može prikazati binarnim stablom.

Hijerarhijsko grupiranje trokuta se ostvaruje pomoću dualnog grafa mreža trokuta 2.5D slike, gdje svaki čvor predstavlja segment (povezani skup trokuta), a svaka veza između čvorova predstavlja zajednički rub ili stranicu koja dijeli susjedne segmente.

Prvo se stvara dualni graf mreža trokuta, u kojemu svaki čvor predstavlja trokut iz mreže trokuta. Svaki je čvor spojen sa susjednim čvorom vezom koja predstavlja zajednički rub susjednih trokuta. Tako na samome početku algoritma svaki čvor predstavlja elementarni segment koji čini samo jedan trokut te ima ili dva ili tri susjedna čvora. Svakoj vezi je dodijeljena vrijednost koja predstavlja mjeru *jačine* ruba. Jačina ruba između dva susjedna segmenta je definirana standardnom devijacijom svih točaka susjednih segmenata od ravnine za koju je ta standardna devijacija najmanja. Susjedni se segmenti mogu spajati u novi segment tako da se u graf doda čvor koji predstavlja novi segment dobiven spajanjem. Taj se čvor spaja sa čvorovima koji prikazuju spojene segmente vezama tipa roditelj-dijete (engl. *parent-child*) gdje je novi čvor roditelj, a čvorovi koji prikazuju spojene segmente njegova djeca. Na taj se način dobije hijerarhija segmenata prikazana binarnim stablom.

Neka je R_k jedan segment koji je predstavljen jednim čvorom, N_k , i sastoji se od skupa 2.5D točaka $\{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_{n_k}\}$. Najbolja ravnina, prema L_2 normi, koja prolazi kroz taj skup 2.5D točaka i opisana je jediničnom normalom \mathbf{n} , i udaljenošću ravnine od ishodište u smjeru normale, ρ , je ona koja minimizira izraz

$$\psi = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{n}^T \cdot \mathbf{p}_i - \rho)^2, \quad (4.2)$$

gdje je n_k broj 2.5D točaka.

Optimalna ravnina kroz skup točaka koja minimizira izraz (4.2) može se dobiti primjenom analize glavnih komponenti (engl. *Principal Component Analysis - PCA*) [58] na matricu kovarijance

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}})(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}})^T \quad (4.3)$$

gdje je

$$\hat{\mathbf{p}} = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \mathbf{p}_i \quad (4.4)$$

srednja vrijednost koordinata tih točaka, odnosno njihov centroid. Kada se izraz (4.3) pojednostavi, dobije se

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^T - \hat{\mathbf{p}} \hat{\mathbf{p}}^T \quad (4.5)$$

odnosno

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{n_k} (\mathbf{A}_k + \mathbf{b}_k \mathbf{b}_k^T), \quad (4.6)$$

gdje je $\mathbf{A}_k = \sum_{i=1}^{n_k} \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^T$ i $\mathbf{b}_k = \sum_{i=1}^{n_k} \mathbf{p}_i$.

Matrica \mathbf{Z} je simetrična i pozitivno semidefinitna te su svojstvene vrijednosti uvijek veće ili jednake nuli. Smjerovi glavnih komponenti matrice \mathbf{Z} određeni su njezinim svojstvenim vektorima

$$\Lambda_i, i = 1, 2, 3 (\Lambda_1 \perp \Lambda_2 \perp \Lambda_3), \quad (4.7)$$

dok odgovarajuće svojstvene vrijednosti

$$\lambda_i, i = 1, 2, 3 (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0) \quad (4.8)$$

predstavljaju varijancu točaka u tim smjerovima. Tada najmanja svojstvena vrijednost matrice \mathbf{Z} , λ_3 , predstavlja varijancu ili srednju kvadratnu pogrešku točaka optimalne ravnine i jednaka je vrijednosti dobivenoj prema (4.2). Odgovarajući svojstveni vektor, Λ_3 , predstavlja normalu, \mathbf{n} , optimalne ravnine prema L_2 normi. Pošto optimalna ravnina prolazi kroz centroid, $\hat{\mathbf{p}}$, udaljenost ρ ravnine od ishodišta u smjeru normale dobije se pomoću izraza:

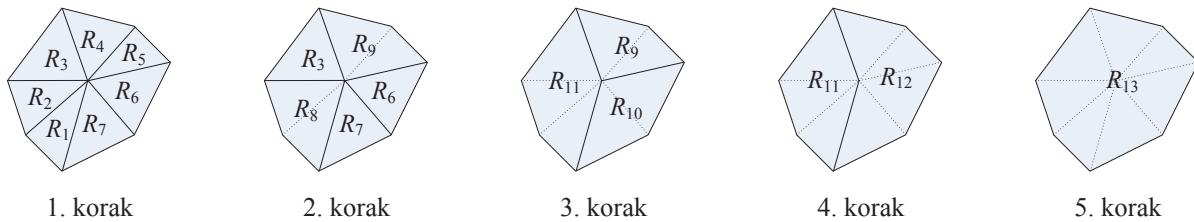
$$\rho = \mathbf{n}^T \hat{\mathbf{p}}. \quad (4.9)$$

Ako se čvoru N_k pridruže parametri $(\mathbf{A}_k, \mathbf{b}_k, n_k)$, onda se pomoću izraza (4.6) dobiva matrica \mathbf{Z} za taj čvor. Određivanjem najmanje svojstvene vrijednosti i odgovarajućeg svojstvenog vektora matrice \mathbf{Z} nastaje varijanca točaka optimalne ravnine kao i normala \mathbf{n} optimalne ravnine prema L_2 normi. Spajanjem dva segmenta R_k i R_m dobije se novi segment R_h i novi se čvor N_h dodaje grafu.

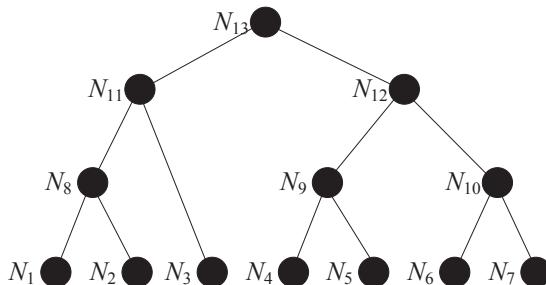
Parametri $(\mathbf{A}_h, \mathbf{b}_h, n_h)$ novog čvora N_h su određeni jednostavnim zbrajanjem parametara odgovarajućih čvorova N_k i N_m tj., $\mathbf{A}_h = \mathbf{A}_k + \mathbf{A}_m$; $\mathbf{b}_h = \mathbf{b}_k + \mathbf{b}_m$ i $n_h = n_k + n_m$, gdje su $(\mathbf{A}_m, \mathbf{b}_m, n_m)$ parametri čvora N_m . Primjenom izraza (4.6) dobiva se varijanca svih točaka u novom segmentu i normala \mathbf{n} optimalne ravnine tog čvora ili segmenta. Drugi korijen varijance točaka kod spajanja dva segmenta predstavlja standardnu devijaciju udaljenosti svih točaka od optimalne ravnine, odnosno mjeru jačine ruba koji povezuje ta dva segmenta. Ta se mjera jačine ruba dodjeljuje novom čvoru kao *mjera koplanarnosti* točaka segmenta koji taj čvor prikazuje.

Postupak hijerarhijskog grupiranja se provodi tako da se početne veze, dobivene kod stvaranja dualnog grafa mreža trokuta, sortiraju po vrijednosti mjera jačine ruba, od najniže vrijednosti k najvećoj u sortiranom popisu. U svakom se koraku odstranjuje veza s najmanjom jačinom s popisa, te se susjedni segmenti te veze spajaju u novi segment i dodaje se novi čvor. Novonastalom se čvoru dodjeljuje mjera koplanarnosti jednaka vrijednosti mjere jačine odstranjene veze. Nove se vrijednosti mjere jačine računaju za svaku vezu povezanu s novim čvorom, te se sukladno tome veze ponovno pozicioniraju u sortiranoj listi. Kako se veze izdvajaju s liste i generiraju novi čvorovi, tako se segmenti hijerarhijski grupiraju te se na kraju postupka dobije samo jedan čvor koji predstavlja cijelu 2.5D sliku. Potrebno je napomenuti da se geometrija originalne mreže trokuta (segmentirane slike) ne mijenja, tj. svaki trokut dobiven u prvom koraku rekurzivnog usitnjavanja Delaunay triangulacije i dalje postoji.

U [46] je opisana metoda za hijerarhijsko grupiranje trokuta, ali nije opisano i kako odrediti dominante ravninske segmente. Iz te hijerarhije segmenata, prikazane kao binarno stablo, treba odrediti segmente koji predstavljaju dominante ravninske segmente 2.5D slike scene. Primjer jednog takvog hijerarhijskog grupiranja segmenata prikazan je na slici 4.2, kao i odgovarajuće binarno stablo.



a)



b)

Slika 4.2. Primjer hijerarhijskog grupiranja trokuta a) koraci postupka b) odgovarajući dualni graf odnosno binarno stablo gdje čvor N_i odgovara segmentu R_i .

Čvorovi koji određuju dominantne ravninske segmente, primjenom dobivenog binarnog stabla segmenata, se određuju pomoću dva uvjeta:

$$\begin{cases} \sigma_{\text{roditelj}} - \sigma_{\text{čvor}} \geq \sigma_1 \\ \sigma_{\text{roditelj}} > \sigma_2 \end{cases} \quad (4.10)$$

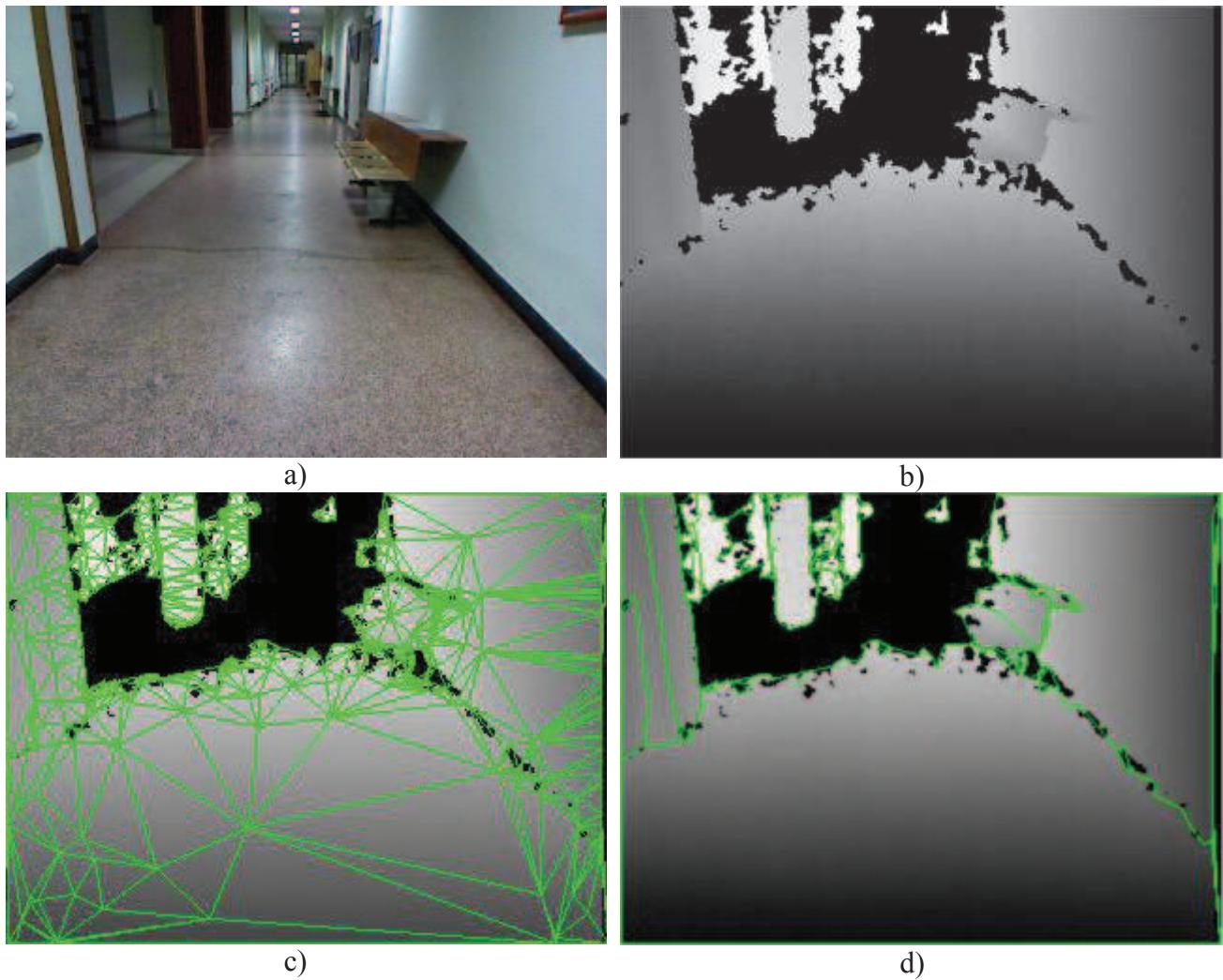
gdje su:

σ_{roditelj} - mjera koplanarnosti roditelja čvora;

$\sigma_{\text{čvor}}$ - mjera koplanarnosti čvora;

σ_1, σ_2 - konstante koje definira korisnik.

Eksperimentalno je pokazano da se dominantni ravninski segmenti koji dovoljno dobro segmentiraju 2.5D sliku dobiju uz $\sigma_1 = 0,3$ i $\sigma_2 = 1,0$. Primjer jedne slike segmentirane na prethodno opisan način prikazan je na slici 4.3.



Slika 4.3. Primjer segmentacije na ravninske segmente a) originalna slika b) odgovarajuća 2.5D slika c) rezultat segmentacije primjenom rekurzivnog usitnjavanja Delaunay triangulacije d)glavni ravninski segmenti dobiveni primjenom hijerarhijskog grupiranja segmenata .

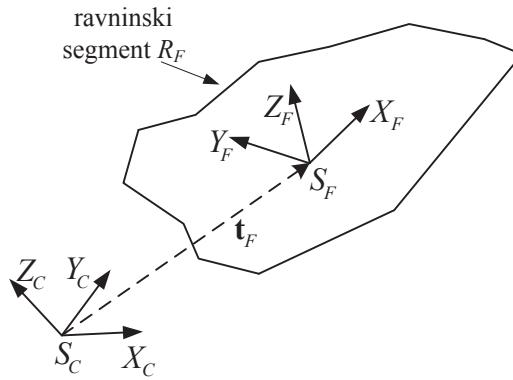
4.2. Prikaz ravninskih segmenata

Svaki ravninski segment u uvd-prostoru dobiven postupkom segmentacije 2.5D slike, opisanim u potpoglavlju 4.1, odgovara ravninskom segmentu u Euklidskom 3D prostoru. Svaki se dobiveni ravninski segment mora jedinstveno opisati kako bi se mogao provesti postupak registracije između dva skupa 3D ravninskih segmenata. U radu se svaki ravninski segment R_F opisuje u Euklidskom 3D prostoru pomoću:

- rotacijske matrice \mathbf{R}_F ;
- centroida 3D točaka koje pripadaju ravninskom segmentu, \mathbf{t}_F ;

- matrice kovarijance \mathbf{C}_q , koja opisuje nesigurnost parametara ravninskog segmenta koje čine jedinična normala \mathbf{n} i udaljenost ravnine od ishodišta u smjeru normale (pomak), ρ ;
- matrice kovarijance \mathbf{C}_F , koja opisuje razdiobu 3D točaka koje pripadaju površini ravninskog segmenta.

Za opis prostora koji zauzima segment R_F definira se koordinatni sustav S_F ravninskog segmenta s ishodištem u \mathbf{t}_F i z-osi okomitom na R_F , kao što je prikazano na slici 4.4. U ovom poglavlju se za osnovni odnosno referentni koordinatni sustav uzima koordinatni sustav kamere S_C te se radi pojednostavljenja pisanja izbacuje subskript/superskript C iz svih odgovarajućih izraza.



Slika 4.4. Koordinatni sustav površine ravninskog segmenta R_F .

Rotacijska matrica \mathbf{R}_F definirana je izrazom

$$\mathbf{R}_F = [\mathbf{x}_F \mid \mathbf{y}_F \mid \mathbf{z}_F], \quad (4.11)$$

gdje vektori \mathbf{x}_F , \mathbf{y}_F i \mathbf{z}_F predstavljaju x-os, y-os i z-os koordinatnog sustava S_F prikazane u koordinatnom sustavu S_C . Također vrijedi

$$\rho = \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{t}_F. \quad (4.12)$$

4.2.1. Model nesigurnosti ravnine

Jedinična normala \mathbf{n} i pomak ρ određuju se sličnom primjenom analize glavnih komponenti na matricu kovarijance (izraz (4.3)), kao što je opisano u potpoglavlju 4.1.2., dok se centroid 3D točaka, \mathbf{t}_F , određuje izrazom (4.4). Jedinična je normala \mathbf{n} ravninskog segmenta R_F , odnosno z-os, određena svojstvenim vektorom Λ_3 matrice kovarijance (potpoglavlje 4.1.2), dok su osi x i y određene svojstvenim vektorima Λ_1 i Λ_2 .

Kako su parametri ravninskih segmenata određeni iz 2.5D slike dobivene 3D senzorom, u obzir se mora uzeti nesigurnost mjerena. Nesigurnost ravnine koja sadrži R_F određena je vektorom odstupanja

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & r \end{bmatrix}^T = [s_1 \ s_2 \ r]^T \quad (4.13)$$

koji predstavlja odstupanje stvarnih parametara ravninskog segmenta \mathbf{n} i ρ od estimiranih $\hat{\mathbf{n}}$ i $\hat{\rho}$. s_1 i s_2 predstavljaju nesigurnost normale u smjeru \mathbf{x}_F i \mathbf{y}_F , dok r predstavlja nesigurnost pomaka ρ u smjeru \mathbf{n} . Vektor \mathbf{q} se promatra kao slučajna varijabla s Gaussovom razdiobom s matematičkim očekivanjem $\mathbf{0}$ ($\hat{s}_1 = \hat{s}_2 = \hat{r} = 0$) i matricom kovarijance

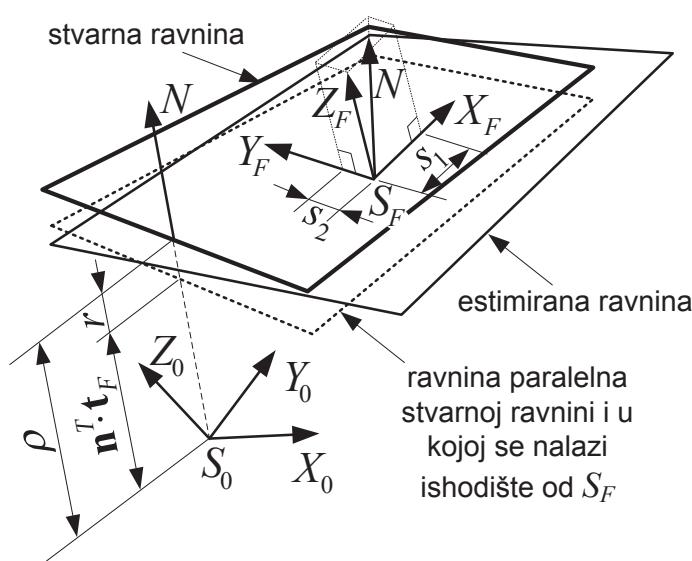
$$\mathbf{C}_{\mathbf{q}} = \text{diag}\left(\begin{bmatrix} \sigma_{s,1}^2 & \sigma_{s,2}^2 & \sigma_r^2 \end{bmatrix}^T\right). \quad (4.14)$$

Komponente vektora \mathbf{q} definirane su izrazima

$$\mathbf{n} = \frac{\hat{\mathbf{n}} + s_1 \cdot \mathbf{x}_F + s_2 \cdot \mathbf{y}_F}{\sqrt{1+s_1^2+s_2^2}}, \quad (4.15)$$

$$\rho = r + \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{t}_F.$$

Komponente vektora \mathbf{q} prikazane su na slici 4.5.



Slika 4.5. Model nesigurnosti ravnine, gdje je N stvarna normala ravnine.

Budući da λ_1 i λ_2 , svojstveni vrijednosti matrice kovarijance \mathbf{Z} , opisuju varijancu točaka u smjeru \mathbf{A}_1 i \mathbf{A}_2 , odnosno u smjeru \mathbf{x}_F i \mathbf{y}_F na površini ravninskog segmenta, tada se matrica

kovarijanci, \mathbf{C}_F , koja opisuje razdiobu točaka na površini ravninskog segmenta, R_F , može odrediti izrazom:

$$\mathbf{C}_F = {}^0\mathbf{R}_F \cdot \text{diag}\left(\begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & 0 \end{bmatrix}^T\right) \cdot {}^0\mathbf{R}_F^T, \quad (4.16)$$

gdje je ${}^0\mathbf{R}_F$ rotacijska matrica koordinatnog sustava S_F u odnosu na koordinatni sustav S_0 .

Nesigurnost parametra r u vektoru odstupanja \mathbf{q} (izraz (4.13)) se estimira kao nesigurnost točaka segmenta u smjeru normale. U ovom se radu nesigurnost položaja 3D točke \mathbf{x} , s obzirom na koordinatni sustav 3D sensora dobivenog 2.5D slikom, modelira kao 3D Gaussova razdioba s matricom kovarijance \mathbf{C}_x . Matrica kovarijance \mathbf{C}_x se računa uz pretpostavku da se položaj 2.5D točke, \mathbf{p} , modelira Gaussovom razdiobom sa srednjom vrijednošću $\hat{\mathbf{p}} = [\hat{u} \ \hat{v} \ \hat{d}]^T$ i kovarijancom $\mathbf{C}_p = \text{diag}\left(\begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \sigma_v^2 & \sigma_d^2 \end{bmatrix}^T\right)$. U okviru ovog rada je pretpostavljeno $\sigma_u = \sigma_v = \sigma_d = 1$. Tada se nesigurnost položaja 3D točke može aproksimirati s

$$\mathbf{C}_x = {}^x\mathbf{J}_p \cdot \mathbf{C}_p \cdot {}^x\mathbf{J}_p^T, \quad (4.17)$$

gdje je ${}^x\mathbf{J}_p$ Jacobieva matrica funkcije koja transformira \mathbf{p} u \mathbf{x} (vidi prilog P.4). Nesigurnost pozicije točke u smjeru vektora \mathbf{n} se može izračunati izrazom (vidi prilog P.3)

$$\sigma_r^2 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{C}_x \cdot \mathbf{n}^T. \quad (4.18)$$

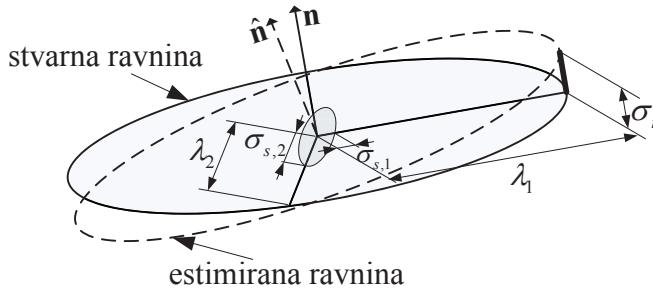
Radi postizanja učinkovitosti postupka registracije, centroid ravninskog segmenta se uzima kao referentna točka te se njegova nesigurnost poistovjećuje s nesigurnošću svih točaka segmenta pa se nesigurnost parametra r u vektoru odstupanja \mathbf{q} opisuje izrazom (4.18), gdje je \mathbf{C}_x matrica kovarijance koja opisuje nesigurnost centroida ravninskog segmenta.

Učinkovito sparivanje ravninskih segmentata prilikom registracije omogućeno je prikazivanjem ravninskih segmenata 3D elipsoidalnim površinama. Pod pretpostavkom da je položaj ravninskog segmenta estimiran na temelju četiri točke koje leže na obodu elipse i istovremeno na x i y-osi koordinatnog sustava S_F (slika 4.6.), nesigurnost njegove normale se može izračunati na temelju nesigurnosti s kojima su te točke lokalizirane. Iz toga proizlazi da vrijedi

$$\sigma_{s,1}^2 \approx \frac{\sigma_r^2}{\lambda_1 + \sigma_r^2}, \quad (4.19)$$

$$\sigma_{s,2}^2 \approx \frac{\sigma_r^2}{\lambda_2 + \sigma_r^2}, \quad (4.20)$$

Pošto je položaj ravninskog segmenta zapravo estimiran na temelju većeg broja točaka, ovakva se estimacija nesigurnosti može smatrati konzervativnom. Time je matrica kovarijance \mathbf{C}_q (izraz (4.14)) u potpunosti definirana.



Slika 4.6. Model nesigurnosti normale ravnine.

4.3. Registracija dvaju skupova 3D ravninskih segmenata

Problem registracije dvaju skupova 3D ravninskih segmenata sastoji se u određivanju geometrijske transformacije kojom se jedan skup preslikava u drugi. Razmotrimo skup ravninskih segmenata promatran iz dva različita pogleda pomoću 3D kamere. Neka je prvi položaj 3D senzora opisan referentnim koordinatnim sustavom S_A . Slika dobivena iz tog položaja se naziva *scenom*.

Drugom položaju kamere pridružuje se referentni koordinatni sustav S_B . Slika dobivena iz tog položaja se naziva *modelom*. Obradom podataka dobivenih 3D senzorom iz ta dva položaja nastaju dva skupa ravninskih segmenata $F = \{R_{F_i}, i = 1, 2, \dots, n\}$ i $F' = \{R_{F'_j}, j = 1, 2, \dots, n'\}$. Veličina skupova F i F' se u općem slučaju može razlikovati zbog više razloga: mogućnost okluzije uzrokovane ili pojavljivanjem predmeta na sceni s obzirom na model ili zbog drukčijeg kuta gledanja; nestajanje predmeta sa scene ili pojavljivanjem predmeta na sceni s obzirom na model kada prođe neko vrijeme između trenutka snimanja scene i trenutka snimanja modela; ili jednostavno drukčijeg rezultata segmentacije zbog male razlike u 2.5D slikama scene i modela. Pomoću tih dvaju skupova, potrebno je odrediti relativni položaj koordinatnog sustava S_A u odnosu na koordinatni sustav S_B . Neka je taj položaj opisan vektorom

$$\mathbf{w} = [\phi^T \mid \mathbf{t}^T]^T, \quad (4.21)$$

gdje vektor $\phi = [\alpha \quad \beta \quad \theta]^T$ predstavlja orientaciju S_A u odnosu na S_B , opisanu pomoću tri kuta α ,

β i θ , a vektor $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$ opisuje poziciju S_A u odnosu na S_B . Orijentacija S_A u odnosu na S_B se također može opisati rotacijskom matricom ${}^B\mathbf{R}_A = [{}^B\mathbf{x}_A \mid {}^B\mathbf{y}_A \mid {}^B\mathbf{z}_A]$.

Budući da se parametri ravninskih segmenata određuju pomoću 3D senzora, u obzir se mora uzeti nesigurnost mjerena. Neka je $R_F \in F$ jedan 3D ravninski segment s jediničnom normalom ${}^A\mathbf{n}$ i pomakom ${}^A\rho$ promatran 3D senzorom u koordinatnom sustavu S_A . Tada za svaku točku koja leži na toj ravnini vrijedi

$${}^A\mathbf{n}^T \cdot {}^A\mathbf{p} = {}^A\rho, \quad (4.22)$$

gdje ${}^A\mathbf{p}$ opisuje položaj točke s obzirom na S_A . Također, neka je $R_{F'} \in F'$ taj isti 3D ravninski segment promatran 3D senzorom u drugom koordinatnom sustavu S_B s jediničnom normalom ${}^B\mathbf{n}'$ i pomakom ${}^B\rho'$. S ciljem opisivanja nesigurnosti modela ravninskog segmenta R_F definira se koordinatni sustav na površini ravninskog segmenta S_F , kao što je objašnjeno u potpoglavlju 4.2.1. Kako je nesigurnost ravnine koja sadrži R_F određena vektorom odstupanja \mathbf{q} (izraz (4.13)), tada su normala ${}^F\mathbf{n}$ i pomak ${}^F\rho$ ravnine, opisani u koordinatnom sustavu S_F , definirani izrazima

$${}^F\mathbf{n} = \frac{\mathbf{z} + [\mathbf{x} \mid \mathbf{y}] \cdot \mathbf{s}}{\|\mathbf{z} + [\mathbf{x} \mid \mathbf{y}] \cdot \mathbf{s}\|}, \quad (4.23)$$

$${}^F\rho = r. \quad (4.24)$$

Parametri ${}^F\mathbf{n}$ i ${}^F\rho$ se mogu transformirati u koordinatni sustav S_A primjenom sljedećih izraza

$${}^A\mathbf{n} = {}^A\mathbf{R}_F \cdot {}^F\mathbf{n}, \quad (4.25)$$

$${}^A\rho = {}^F\rho + {}^A\mathbf{n}^T \cdot {}^A\mathbf{t}_F, \quad (4.26)$$

gdje ${}^A\mathbf{R}_F = [{}^A\mathbf{x}_F \mid {}^A\mathbf{y}_F \mid {}^A\mathbf{z}_F]$ i ${}^A\mathbf{t}_F$ opisuju orijentaciju i poziciju S_F u odnosu na S_A .

Parametri ravninskog segmenta R_F se mogu transformirati u koordinatni sustav S_B pomoću

$${}^B\mathbf{n} = \mathbf{R}(\phi) \cdot {}^A\mathbf{n}, \quad (4.27)$$

$${}^B\rho = {}^A\rho + {}^B\mathbf{n}^T \cdot {}^A\mathbf{t}, \quad (4.28)$$

dok se parametri ${}^B\mathbf{n}$ i ${}^B\rho$ mogu transformirati u koordinatni sustav $S_{F'}$ pomoću

$${}^{F'}\mathbf{n} = {}^B\mathbf{R}_{F'}^T \cdot {}^B\mathbf{n}, \quad (4.29)$$

$${}^F \rho = {}^B \rho + {}^F \mathbf{n}^T \cdot {}^F \mathbf{t}_B. \quad (4.30)$$

Budući da R_F i $R_{F'}$ predstavljaju istu površinu, slijedi

$${}^F \mathbf{n} = {}^F \mathbf{n}', \quad (4.31)$$

$${}^F \rho = {}^F \rho'. \quad (4.32)$$

Iz izraza (4.23), (4.25), (4.27), (4.29) i (4.31) proizlazi sljedeća jednadžba (vidi prilog P.7)

$$\begin{bmatrix} {}^B \mathbf{x}_{F'}^T \\ {}^B \mathbf{y}_{F'}^T \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}(\phi) \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{x}_F & | & {}^A \mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} = \frac{\mathbf{s}'}{\sqrt{1 + \mathbf{s}'^T \cdot \mathbf{s}'}}. \quad (4.33)$$

Ljeva strana jednadžbe (4.33) predstavlja projekciju normale transformiranog R_F na x i y-osi koordinatnog sustava $S_{F'}$. Desna strana iste jednadžbe također predstavlja projekciju normale $R_{F'}$ na x i y-osi koordinatnog sustava $S_{F'}$, što bi u idealnom uvjetima trebalo biti $\mathbf{0}$.

Iz izraza (4.23)-(4.30) i (4.32) dobiva se sljedeća jednadžba (vidi prilog P.7)

$$r + \left({}^A \mathbf{t}_F^T - \left({}^B \mathbf{t}_{F'} - \mathbf{t} \right)^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \right) \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{x}_F & | & {}^A \mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} = r'. \quad (4.34)$$

Ljeva strana jednadžbe (4.34) predstavlja pomak transformiranog ravninskog segmenta R_F u koordinatnom sustavu $S_{F'}$, dok desna strana iste jednadžbe predstavlja pomak ravninskog segmenta $R_{F'}$ u koordinatnom sustavu $S_{F'}$.

Jednadžbe (4.33) i (4.34) se mogu napisati kao

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{q}', \mathbf{w}; {}^A \mathbf{R}_F, {}^A \mathbf{t}_F, {}^B \mathbf{R}_{F'}, {}^B \mathbf{t}_{F'}) = \mathbf{0}^{3 \times 1} \quad (4.35)$$

gdje

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{q}', \mathbf{w}; {}^A \mathbf{R}_F, {}^A \mathbf{t}_F, {}^B \mathbf{R}_{F'}, {}^B \mathbf{t}_{F'}) &= \\ &= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B \mathbf{x}_{F'}^T \\ {}^B \mathbf{y}_{F'}^T \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}(\phi) \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{x}_F & | & {}^A \mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} - \frac{\mathbf{s}'}{\sqrt{1 + \mathbf{s}'^T \cdot \mathbf{s}'}} \\ r + \left({}^A \mathbf{t}_F^T - \left({}^B \mathbf{t}_{F'} - \mathbf{t} \right)^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \right) \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{x}_F & | & {}^A \mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} - r' \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Ako par ravninskih segmenata R_F i $R_{F'}$ predstavlja istu površinu, onda će vrijediti jednadžba (4.35)

4.3.1. Primjena proširenog Kalmanovog filtera za estimaciju relativnog položaja skupa parova ravninskih segmenata

Kalmanov filter se u ovom radu koristi kao postupak rekurzivne estimacije relativnog položaja robota $\hat{\mathbf{w}}$. Uz pripadajuću nesigurnost opisanu matricom kovarijance \mathbf{P} , sastoji se od predikcijskog i korekcijskog koraka. Predikcijski korak predstavlja estimaciju trenutnog položaja robota na temelju njegovog prethodnog položaja i podataka dobivenih odometrijom ukoliko se radi o estimaciji kretanja ili slijedenju relativnog položaja kamere u modelu. Kod globalne lokalizacije nema predikcijskog koraka, već se pretpostavlja da je početni relativni položaj 0 i pripadajuća nesigurnost jako velika. Jednadžba (4.35) predstavlja jednadžbu mjerena, kao što je jednadžba (P.41) u prilogu P.6. Slično predloženome u [6], korekcijski se korak Kalmanovog filtra, koji korigira $\hat{\mathbf{w}}$ i pripadajuću nesigurnost \mathbf{P} , sastoji od sljedećih jednadžbi

$$\mathbf{K} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q}^{-1}, \quad (4.36)$$

$$\hat{\mathbf{w}}' = \hat{\mathbf{w}} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{e}, \quad (4.37)$$

$$\mathbf{P}' = (\mathbf{I} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}, \quad (4.38)$$

gdje je

\mathbf{Q} - ukupna matrica kovarijance dana izrazom

$$\mathbf{Q} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{C}_q \cdot \mathbf{E}^T + \mathbf{E}' \cdot \mathbf{C}_{q'} \cdot \mathbf{E}'^T + \mathbf{C} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{C}^T, \quad (4.39)$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{h}(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \hat{\mathbf{w}}; {}^A\mathbf{R}_F, {}^A\mathbf{t}_F, {}^B\mathbf{R}_{F'}, {}^B\mathbf{t}_{F'}) = \begin{bmatrix} \left[{}^B\mathbf{x}_{F'} \mid {}^B\mathbf{y}_{F'} \right]^T \cdot \mathbf{R}(\hat{\phi}) \cdot {}^A\mathbf{z}_F \\ \left({}^A\mathbf{t}_F^T - \left({}^B\mathbf{t}_{F'} - \hat{\mathbf{t}} \right)^T \cdot \mathbf{R}(\hat{\phi}) \right) \cdot {}^A\mathbf{z}_F \end{bmatrix}, \quad (4.40)$$

\mathbf{C} , \mathbf{E} i \mathbf{E}' - Jacobieve matrice koje vrše propagaciju nesigurnosti opisane izrazima

$$\mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \hat{\mathbf{w}}; {}^A\mathbf{R}_F, {}^A\mathbf{t}_F, {}^B\mathbf{R}_{F'}, {}^B\mathbf{t}_{F'})}{\partial \mathbf{w}} \Bigg|_{\mathbf{w}=\hat{\mathbf{w}}} = \begin{bmatrix} \left[{}^B\mathbf{x}_{F'} \mid {}^B\mathbf{y}_{F'} \right]^T \cdot {}^p\mathbf{J}_\phi(\hat{\phi}, {}^A\mathbf{z}_F) & \mathbf{0}^{2 \times 3} \\ -\left({}^B\mathbf{t}_{F'} - \hat{\mathbf{t}} \right)^T \cdot {}^p\mathbf{J}_\phi(\hat{\phi}, {}^A\mathbf{z}_F) & {}^A\mathbf{z}_F^T \cdot \mathbf{R}^T(\hat{\phi}) \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

$$\mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{q}', \hat{\mathbf{w}}; {}^A\mathbf{R}_F, {}^A\mathbf{t}_F, {}^B\mathbf{R}_{F'}, {}^B\mathbf{t}_{F'})}{\partial \mathbf{q}} \Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{0} \\ \mathbf{q}'=\mathbf{0}}} = \begin{bmatrix} \left[{}^B\mathbf{x}_{F'} \mid {}^B\mathbf{y}_{F'} \right]^T \cdot \mathbf{R}(\hat{\phi}) \cdot \left[{}^A\mathbf{x}_F \mid {}^A\mathbf{y}_F \right] & \mathbf{0} \\ \left({}^A\mathbf{t}_F^T - \left({}^B\mathbf{t}_{F'} - \hat{\mathbf{t}} \right)^T \cdot \mathbf{R}(\hat{\phi}) \right) \cdot \left[{}^A\mathbf{x}_F \mid {}^A\mathbf{y}_F \right] & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

$$\mathbf{E}' = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{q}', \hat{\mathbf{w}}, {}^A\mathbf{R}_F, {}^A\mathbf{t}_F, {}^B\mathbf{R}_{F'}, {}^B\mathbf{t}_{F'})}{\partial \mathbf{q}'} \right|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \mathbf{q}'=0}} = -\mathbf{I}^{3 \times 3}, \quad (4.43)$$

i

$${}^P\mathbf{J}_\phi(\phi, \mathbf{p}) = \left. \frac{\partial (\mathbf{R}(\Psi) \cdot \mathbf{p})}{\partial \Psi} \right|_{\Psi=\phi}.$$

Primjenom tog koraka nastaje nova procjena, odnosno korigirani relativni položaj $\hat{\mathbf{w}'}$ uz manju pripadajuću nesigurnost \mathbf{P}' . Stoga, svaki spareni par ravninskih segmenata, odnosno par ravninskih segmenata koji zadovolje jednadžbu (4.35), predstavlja jedno mjerjenje pomoću kojega se korigira estimirani relativni položaj $\hat{\mathbf{w}}$ i pripadajuća nesigurnost \mathbf{P} .

Matrica kovarijance, \mathbf{P} , koja opisuje nesigurnost relativnog položaja $\hat{\mathbf{w}}$ se može prikazati kao

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_{12} \\ \hline \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_2 \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

gdje je

- \mathbf{P}_1 - matrica kovarijance koja opisuje nesigurnost orijentacije;
- \mathbf{P}_2 - matrica kovarijance koja opisuje nesigurnost pozicije;
- $\mathbf{P}_{12} = \mathbf{P}_{21}^T$ - matrica među-kovarijance.

4.4. Generiranje početnog skupa parova

Kako ravninski segmenti nemaju definirane deskriptore, početni se parovi generiraju na osnovi geometrijskog ograničenja. Uz zadani relativni položaj \mathbf{w} i pripadajuću nesigurnost opisanu matricom kovarijance \mathbf{P} , par ravninskih segmenata $(R_F, R_{F'})$ se smatra ispravno sparenim ako su ravninski segment $R_{F'}$ i ravninski segment R_F transformirani u koordinatni sustav S_B transformacijom koja odgovara relativnom položaju \mathbf{w} :

- približno koplanarni;
- ako se dovoljno preklapaju.

Primjenom Mahalanobisove udaljenosti u prostoru parametara ravnina ta se dva uvjeta mogu formalno izraziti kako je objašnjeno u nastavku. Zadani relativni položaj \mathbf{w} koji se koristi za generiranje početnog skupa parova ovisi o tipu lokalizacije. Pri estimaciji kretanja i pri globalnoj

lokaciji je $\mathbf{w} = \mathbf{0}$, dok se pri slijedenju relativnog položaja kamere u odnosu na model \mathbf{w} određuje na temelju prethodnog položaja i podataka dobivenih odometrijom.

4.4.1. Uvjet koplanarnosti

Uvjet se koplanarnosti provjerava tako da se ravnina koja opisuje ravninski segment R_F transformira u koordinatni sustav $S_{F'}$ površine $R_{F'}$ primjenom \mathbf{w} . U slučaju savršenog preklapanja, projekcije normale transformiranog R_F na x i y-osi koordinatnog sustava $S_{F'}$ i razlika između pomaka transformiranog R_F i pomaka od $R_{F'}$ moraju biti jednaki nuli. Te tri vrijednosti predstavljene su vektorom \mathbf{e} opisanim jednadžbom (4.40). Mahalanobisova se udaljenost određuje pomoću ukupne matrice kovarijance \mathbf{Q} , koja ovisi o matrici kovarijance \mathbf{C}_q obje ravnine, te matrici kovarijance \mathbf{P} položaja \mathbf{w} , a dana je jednadžbom (4.39). Formalno, parametri ravnina za par ravninskih segmenata ($R_F, R_{F'}$) se smatraju konzistentnima s \mathbf{w} i pripadajućom nesigurnošću \mathbf{P} ako zadovolje uvjet

$$\mathbf{e}^T \cdot \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{e} \leq \varepsilon_{\parallel}. \quad (4.45)$$

Mjera paralelnosti, ε_{\parallel} , se može odrediti tako da se koristi χ^2 -razdioba s 3 stupnja slobode. U radu se koristi vrijednost $\varepsilon_{\parallel} = 11.34$ uz koju (4.45) predstavlja 3D elipsoid unutar kojega se može očekivati da će se nalaziti \mathbf{e} s vjerojatnošću od približno 99%.

4.4.2. Uvjet preklapanja

Uvjet preklapanja se provjerava tako da se centroid ravninskog segmenta R_F transformira u koordinatni sustav S_B primjenom \mathbf{w} . Mjera preklapanja je Mahalanobisova udaljenost između centroida ravninskog segmenta $R_{F'}$ i centroida transformiranog ravninskog segmenta R_F . Kako su ravninski segmenti prikazani elipsoidima, njihovo se preklapanje mjeri preklapanjem pridruženih elipsoida. Drugim riječima, što su centroidi odnosno središte elipsoida bliže, to se može smatrati da se ravninski segmenti više preklapaju. Mahalanobisova se udaljenost određuje pomoću matrice kovarijance \mathbf{C}_F obiju ravnina te matrice kovarijance \mathbf{P} položaja \mathbf{w} . Formalno se ovaj uvjet može zapisati na sljedeći način

$$\tilde{\mathbf{e}}^T \cdot \tilde{\mathbf{Q}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{e}} \leq \varepsilon_z, \quad (4.46)$$

gdje je

$$\tilde{\mathbf{e}} = \mathbf{R}(\phi) \cdot {}^A\mathbf{t}_F + \mathbf{t} - {}^B\mathbf{t}_{F'}, \quad (4.47)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{R}(\phi) \cdot \mathbf{C}_F \cdot \mathbf{R}^T(\phi) + \mathbf{C}_{F'} + \tilde{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{P} \cdot \tilde{\mathbf{C}}^T, \quad (4.48)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{e}}}{\partial \mathbf{w}} \Big|_{\mathbf{w}=\hat{\mathbf{w}}} = \left[{}^p \mathbf{J}_\phi \left(\hat{\phi}, {}^A\mathbf{t}_F \right) \mid \mathbf{I}^{3 \times 3} \right]. \quad (4.49)$$

Također se mjera preklapanja, ε_z , može odrediti tako da se koristi χ^2 -razdioba s 3 stupnja slobode. U radu je korištena vrijednost $\varepsilon_z = 11.34$.

4.5. Izbor prikladnog podskupa ravninskih segmenata

Računsko vrijeme potrebno za određivanje relativnog položaja između dva skupa ravninskih segmenata se može znatno smanjiti ako se koristi samo podskup svih ravninskih segmenata detektiranih na sceni. Ovaj podskup treba biti što manji, ali u isto vrijeme treba sadržavati dovoljno informacija za točnu procjenu položaja robota tijekom kretanja. Uobičajeni način za odabir prikladnog podskupa ravninskih segmenata jest uzeti prvih m segmenata ili postotak od cijelog skupa u kojem su ravninski segmenti razvrstani po nekom kriteriju. Najjednostavniji kriterij jest, u ovisnosti o broju 3D točaka koje pripadaju ravninskom segmentu, razvrstati ravninske segmente u silaznom redoslijedu. U nekim slučajevima, međutim, relativno male površine mogu sadržavati podatke ključne za procjenu položaja robota tijekom gibanja, kao što je objašnjeno u nastavku.

U svrhu procjene svih šest stupnjeva slobode kod određivanja relativnog položaja potrebna su *najmanje tri para ispravno sparenih ravninskih segmenata, tako da za bilo koji smjer postoji ravnina čija normala nije okomita na taj smjer*. Pet stupnjeva slobode se mogu u potpunosti odrediti iz dva sparena ravninska segmenta koji nisu paralelni. Uobičajena scena u unutarnjim prostorima sadrži najmanje dva dominantna ravninska segmenta koji nisu paralelni, na primjer, ravninski segmenti koji pripadaju podu i zidovima, kao što je prikazano na slici 4.7a). U mnogim slučajevima, međutim, scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota. Tipičan primjer je hodnik prikazan na slici 4.7a, gdje pod i zidovi pružaju dovoljno informacija za točnu procjenu pet stupnjeva slobode. Nedostaju, međutim, ravninski segmenti okomiti na smjer zadnjeg stupnja slobode, koji odgovara horizontalnom gibanju u smjeru paralelnom sa zidovima. Mala površina koja je okomita na taj smjer, npr. površina "A" označena na slici 4.7b, će imati mnogo veću važnost od puno veće površine koja je paralelna s podom ili s bočnim zidovima hodnika. U radu se, dakle, predlaže korištenje kriterija rangiranja ravninskih segmenata koji se zasniva na *koefficijentu sadržaja informacije*, opisanom u nastavku. Raspodjela

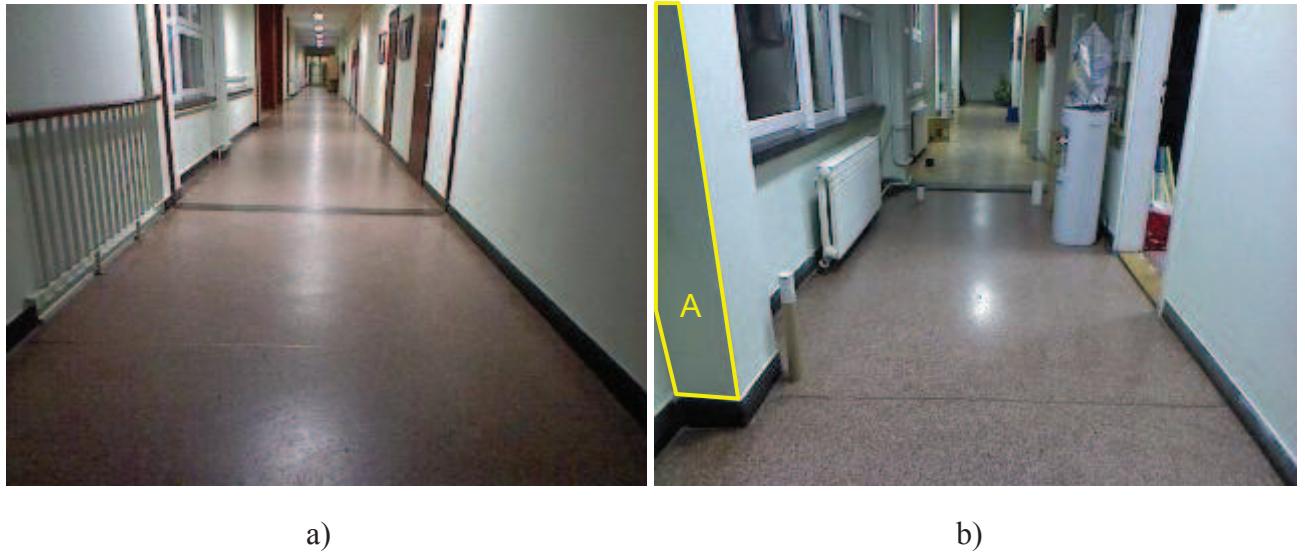
raspoložive informacije za procjenu gibanja u skupu od N ravninskih segmenata se može prikazati matricom

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^N \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_i^T \cdot w_i \quad (4.50)$$

gdje je \mathbf{n}_i normala i -tog ravninskog segmenta, a w_i je broj 3D točaka koje pripadaju toj površini. Matrica \mathbf{Y} se može interpretirati na sljedeći način. Ako je svakoj 3D točki pridružena normala segmenta kojem ona pripada, tada matrica \mathbf{Y} predstavlja razdiobu smjerova normala svih 3D točaka. Za određeni ravninski segment, vrijednost $\mathbf{n}^T \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{n}$ predstavlja mjeru ukupne informacije u smjeru normale segmenta \mathbf{n} , a vrijednost

$$\omega = \frac{w}{\mathbf{n}^T \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{n}} \quad (4.51)$$

predstavlja mjeru doprinosa tog segmenta ukupnoj informaciji u smjeru normale segmenta. U radu je predložena strategija koja će rangirati, odnosno razvrstati ravninske segmente prema vrijednosti (4.51) te uzeti u obzir samo prvih m ravninskih segmenata u postupku registracije.



Slika 4.7. Primjer tipičnih scena u unutarnjim prostorima

4.6. Generiranje hipoteza

Zbog nedostatka deskriptora za ravninske segmente dolazi do višezačnosti u podudaranju kod sparivanja pa je rezultat toga veliki broj krivo sparenih parova u početnom skupu parova. Pri takvima uvjetima standardni RANSAC pristup generiranju hipoteza neće biti učinkovit. Jedan način rješavanja ovog problema jest primjenom GCRANSAC ([27,28]) pristupa koji se pokazao

učinkovitijim, osobito kada postoji više značajnosti pri sparivanju ili veliki broj krivo sparenih značajki u početnom skupu parova.

Osnovna se ideja GCRANSAC-a, kao što je objašnjeno u potpoglavlju 3.2, sastoji u tome da se hipoteze generiraju iterativnim postupkom, gdje se u svakoj iteraciji korigira relativni položaj i smanji njegova nesigurnost čime se postavljaju ograničenja na izbor sljedećeg para na način da se slučajnim odabirom biraju samo parovi koji su konzistenti s trenutnom procjenom relativnog položaja i pripadajućom nesigurnošću. Dakle, u hipotezu se uključuje jedan po jedan par značajki, pri čemu je izbor sljedećeg para ograničen geometrijom parova već uključenih u hipotezu. Primjenjujući ovo, i sa svrhom ubrzavanja postupka generiranja hipoteze, predlaže se nova metoda koja ne bira parove slučajnim odabirom nego sekvencijalno, uzimajući u obzir koeficijent sadržaja informacije para. Iako je predložena metoda, na neki način, slična metodi u [79] i objašnjenoj u potpoglavlju 3.2, postoje dvije glavne razlike:

- a) Umjesto da se hipoteza generira pomoću samo dva para sparenih ravninskih segmenata, metoda predložena u ovome radu generira hipotezu uzimajući parove jedan za drugim dok nesigurnost estimirane orijentacije ne bude dovoljno mala. Time je omogućeno generiranje hipoteze i u slučaju kada nijedan od dva para sparenih ravninskih segmenata ne sadrži dovoljno informacije za točnu procjenu orijentacije.
- b) Postupak generiranja hipoteze je takav da se vjerojatnije hipoteze generiraju prije onih manje vjerojatnijih, što omogućava ranije zaustavljanje algoritma umjesto generiranja svih mogućih hipoteza. Time je računsko vrijeme značajno smanjeno.

Neka je F lista od m ravninskih segmenata detektiranih na sceni i F' lista od m' ravninskih segmenata modela. Ravninski segmenti su razvrstani u listama po koeficijentu sadržaja informacije (4.51), od najvećeg do najmanjeg. Na taj način indeks ravninskog segmenta na popisu odražava njegovu informativnost. Što je indeks manji, to je segment *informativniji*. Pretraživanjem svih kombinacija parova ravninskih segmenata iz F i F' koji zadovoljavaju geometrijska ograničenja (4.45) i (4.46) stvara se popis parova Q_{sort} . Parovi u popisu Q_{sort} su razvrstani uzlazno u ovisnosti o vrijednosti zbroja indeksa ravninskih segmenata koji su u paru. Tako se parovi s većim koeficijentom sadržaja informacije nalaze pri vrhu popisa.

Hipoteze se generiraju tako što se gradi stablo gdje je svakom čvoru pridružen neki od parova iz popisa Q_{sort} , te put od bilo kojeg čvora do korijena predstavlja jednu hipotezu koja je određena na osnovi informacije sadržane u parovima odgovarajućih čvorova na tom putu.

Korijenu stabla je dodijeljena početna estimacija relativnog položaja \hat{w} i nesigurnost P . Stablo se gradi tako da se s vrha sortiranog popisa Q_{sort} uzima prvi par ravninskih segmenata ($R_F, R_{F'}$) te se novi čvor koji prikazuje navedeni par segmenata dodaje svakome čvoru $N_{V'}$ za koji vrijedi sljedeće:

- a) ni R_F ni $R_{F'}$ se ne nalaze ni u jednom paru (svakog) čvora na putu od $N_{V'}$ do korijena;
- b) par ($R_F, R_{F'}$) zadovoljava geometrijska ograničenja (4.45) i (4.46) za relativni položaj određen čvorom $N_{V'}$.

Jednom kada je par ravninskih segmenata preuzet sa sortiranog popisa Q_{sort} , skida se s popisa. Novostvorenom se čvoru dodjeljuje par ($R_F, R_{F'}$), kao i relativni položaj dobiven korigiranjem relativnog položaja roditelja $N_{V'}$ primjenom proširenog Kalmanovog filtera (potpoglavlje 4.3.1, jednadžbe (4.36) - (4.38)). Na taj se način stvara stablasta struktura u kojoj put od bilo kojeg čvora N_V do korijena predstavlja jednu hipotezu, dok se estimacija relativnog položaja dodijeljena čvoru N_V određuje na osnovi informacije sadržane u parovima odgovarajućih čvorova na tom putu. Ako nesigurnost procijenjene orijentacije, \mathbf{P}_1 , dodijeljene nekom čvoru primjenom proširenog Kalmanovog filtera (potpoglavlje 4.3.1) bude manja od unaprijed definirane vrijednosti σ_δ^2 (izraz (4.52)), novi se čvor N_V označava kao list te se kao takav više ne može proširivati. Provjera nesigurnosti procijenjene orijentacije smatra se dovoljno malom ako vrijedi:

$$\max_{i=1,2,3} \{p_{ii}\} \leq \sigma_\delta^2, \quad (4.52)$$

gdje su p_{ii} , $i = 1, 2, 3$ elementi na dijagonali matrice \mathbf{P}_1 . U radu je korišteno $\sigma_\delta = 4^\circ$. Na opisani bi se način moglo generirati hipoteze sa svih šest stupnjeva slobode gibanja robota. Međutim, efikasnije je kada se postupak generiranja hipoteze podijeli u dvije faze, tako da se u prvoj fazi odredi samo pet stupnjeva slobode gibanja robota (sva tri stupnja slobode vezana za rotaciju i dva stupnja slobode vezana za translaciju), dok se zadnji stupanj slobode određuje u drugoj fazi. Kao što je objašnjeno u prethodnom potpoglavlju 4.5, uobičajena scena u unutarnjim prostorima sadrži najmanje dva dominantna ravninska segmenta koja nisu paralelna, te se pet stupnjeva slobode mogu u potpunosti vrlo brzo odrediti pomoću njih. Tada, potencijalna hipoteza ima dosta malu nesigurnost s obzirom na orijentaciju i dva stupnja slobode vezana za translaciju. Kako najveća nesigurnost postoji upravo u smjeru zadnjeg stupnja slobode, efikasnije je onda odmah tražiti par ravninskih segmenata iz Q_{sort} koji upravo u tom smjeru najviše daju informaciju za procjenu zadnjeg stupnja slobode. Kada je neki čvor označen kao list, pokreće se druga faza algoritma.

Druga faza postupka generiranja hipoteze počinje s relativnim položajem i odgovarajućom nesigurnošću dobivenima na kraju prve faze. Taj relativni položaj i nesigurnost predstavljaju

potencijalnu hipotezu. Na samome početku druge faze algoritma potrebno je provjeriti sličnost potencijalne hipoteze s postojećim, već generiranim, hipotezama. Ukoliko su zadovoljeni svi uvjeti navedeni u potpoglavlju 4.6.1, moguće je zaključiti da slična hipoteza već postoji te se druga faza ne provodi do kraja za potencijalnu hipotezu, čime se izbjegava generiranje više sličnih hipoteza te se ubrzava postupak generiranja hipoteze. Inače, navedena potencijalna hipoteza ima dosta malu nesigurnost s obzirom na orientaciju i dva stupnja slobode vezana za translaciju. Najveća nesigurnost postoji upravo u smjeru zadnjeg stupnja slobode koji se mora odrediti. Zadnji stupanj slobode, koji se mora odrediti da bi se generirana hipoteza u potpunosti definirala, opisan je svojstvenim vektorom, $\tilde{\Lambda}$, koji odgovara maksimalnoj svojstvenoj vrijednosti matrice kovarijance koja opisuje nesigurnost translacije \mathbf{P}_2 . Taj će se vektor nazvati *vektor deficitarnog smjera*. Na osnovi $\tilde{\Lambda}$ određuje se popis $T \subseteq Q_{sort}$ koji sadrži parove s dovoljno pouzdanom informacijom za procjenu zadnjeg stupnja slobode. Ovaj se popis određuje pomoću kuta između normale površine ravninskih segmenata parova i $\tilde{\Lambda}$, kao što je objašnjeno u potpoglavlju 4.6.2. Manji kut ukazuje na veću pouzdanost informacije. Svakom paru ravninskih segmenata ($R_F, R_{F'}$) iz skupa T se pridružuje moguća vrijednost, d , zadnjeg stupnja slobode, koja se računa kao ona vrijednost koja translatira R_F u smjeru $\tilde{\Lambda}$ u takav položaj da se preklapa s $R_{F'}$. Izvod izraza za pomak d dan je u prilogu P.8. Također je svakom paru dodijeljena varijanca, σ_d^2 , koja opisuje procijenjenu nesigurnost pomaka d . Svakom se paru iz skupa T pridružuje mjera kvalitete podudaranja (engl. *consensus measure*) prema izrazu (4.64). Konačna hipoteza o relativnom položaju se na kraju određuje korekcijom položaja estimiranog u prvoj fazi primjenom postupka proširenog Kalmanovog filtera te informacije sadržane u paru iz skupa T s najvećom vrijednošću mjere kvalitete podudaranja. Generirana hipoteza na kraju postupka se dodaje u popis generiranih hipoteza.

Opisani se postupak ponavlja sve dok nije generiran unaprijed definirani broj hipoteza n_{hyp} ili dok broj provjera geometrijskih ograničenja ne dostigne zadanu vrijednost n_{match} . Budući da je provjera geometrijskih ograničenja računski, odnosno vremenski dosta zahtjevna, dio postupka generiranja hipoteze ograničavanjem broja provjera pokazao se dobrim načinom za ograničavanje ukupnog vremena trajanja postupka. U ovome je radu upotrijebljeno $n_{hyp} = 20$ i $n_{match} = 1000$. Također je radi ubrzavanja postupka generiranja hipoteza upotrijebljen samo fiksni broj *informativnih* ravninskih segmenata u listama F i F' , tj. upotrijebljeno je $m = m' = 20$.

4.6.1. Provjera sličnosti hipoteza

Pošto obrada velikog broja sličnih hipoteza samo usporava rad sustava, a ne doprinosi bitno njegovoj uspješnosti, nakon završetka prve faze generiranja hipoteze provjerava se da li već postoji

slična hipoteza. Provjera sličnosti potencijalne hipoteze na početku druge faze algoritma s postojećim, već generiranim, hipotezama sastoji se od sljedećih pet uvjeta

$$\begin{aligned} \left| \alpha_{H_p} - \alpha_{H_i} \right| &\leq \varepsilon_{H,\delta}, \\ \left| \beta_{H_p} - \beta_{H_i} \right| &\leq \varepsilon_{H,\delta}, \\ \left| \theta_{H_p} - \theta_{H_i} \right| &\leq \varepsilon_{H,\delta}, , \\ \ddot{\Lambda}_{H_p} \cdot \ddot{\Lambda}_{H_i} &\geq \varepsilon_{H,\Lambda}, \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} &\leq \varepsilon_{H,C}^2, \end{aligned} \quad (4.53)$$

gdje je

$$\mathbf{v} = \left[\mathbf{t}_{H_p} - \ddot{\Lambda}_{H_p} \cdot \ddot{\Lambda}_{H_p}^T \cdot \mathbf{t}_{H_p} \right] - \left[\mathbf{t}_{H_i} - \ddot{\Lambda}_{H_i} \cdot \ddot{\Lambda}_{H_i}^T \cdot \mathbf{t}_{H_i} \right],$$

i

\mathbf{t}_H - translacijski vektor hipoteze,

$\varepsilon_{H,\delta}, \varepsilon_{H,\Lambda}, \varepsilon_{H,C}$ - pragovi tolerancije koje definira korisnik.

Indeks H_p označava potencijalnu hipotezu, a indeks H_i *i-tu* postojeću hipotezu. U svim pokusima provedenim u okviru ovog rada su korištene sljedeće vrijednosti: $\varepsilon_{H,\delta} = 2^\circ$, $\varepsilon_{H,\Lambda} = \cos(10^\circ)$ i $\varepsilon_{H,C} = 0,1\text{m}$. Ukoliko se pokaže da je zadovoljeno svih pet uvjeta za bilo koju od već postojećih generiranih hipoteza, može se zaključiti da postoji slična hipoteza te se druga faza za tu hipotezu ne nastavlja. Prva tri uvjeta provjeravaju razlike između odgovarajućih kutova (α, β, θ) potencijalne i postojeće hipoteze. Četvrti i peti uvjeti provjeravaju sličnost potencijalne i postojeće hipoteze uspoređujući njihove deficitarne smjerove. Četvrti uvjet provjerava kut između vektora deficitarnog smjera za potencijalnu i za postojeću hipotezu, tj. provjerava da li hipoteze imaju slični deficitarni smjer, dok peti uvjet provjerava razliku u pomaku translacijskih vektora potencijalne i postojeće hipoteze u smjeru okomitom na deficitarni smjer, tj. provjerava sličnost pozicije hipoteza u ravnini okomitoj na deficitarni smjer.

4.6.2. Određivanje parova koji pružaju dovoljno pouzdanu informaciju za procjenu zadnjeg stupnja slobode

Pri određivanju zadnjeg stupnja slobode koriste se samo parovi iz Q_{sort} koji pružaju dovoljno pouzdanu informaciju u deficitarnom smjeru. Takvi parovi moraju zadovoljiti dva uvjeta:

- svaki član para mora imati dovoljno mali kut između normale površine i deficitarnog smjera, $\ddot{\Lambda}$;

- projekcije ravninskih segmenata, koji čine članove para, na ravninu okomitu na $\ddot{\Lambda}$ se moraju dovoljno preklapati.

Svaki par koji zadovolji ova dva uvjeta se dodaje popisu T , koji je na početku pretraživanja prazan. Navedena se dva uvjeta provjeravaju kao što je objašnjeno u nastavku.

Ako je \mathbf{P}_2 matrica kovarijance koja opisuje nesigurnost translacije za relativni položaj koji predstavlja potencijalnu hipotezu, tada svojstveni vektor, $\ddot{\Lambda}$, koji odgovara maksimalnoj svojstvenoj vrijednosti matrice \mathbf{P}_2 , daje smjer zadnjeg stupnja slobode koji se mora odrediti da bi se generirana hipoteza u potpunosti definirala. Neka su smjerovi glavnih komponenata matrice \mathbf{P}_2 određeni jediničnim svojstvenim vektorima $\Lambda_i, i=1,2,3 (\Lambda_1 \perp \Lambda_2 \perp \Lambda_3)$ matrice \mathbf{P}_2 , s odgovarajućim svojstvenim vrijednostima $\lambda_i, i=1,2,3 (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0)$. Tada je $\ddot{\Lambda} = \Lambda_1$.

Definirajmo koordinatni sustav S_{Λ} čije su osi paralelne sa svojstvenim vektorima Λ_1, Λ_2 i Λ_3 tako da vrijedi ${}^B\mathbf{z}_{\Lambda} = \Lambda_1$, ${}^B\mathbf{y}_{\Lambda} = \Lambda_2$ i ${}^B\mathbf{x}_{\Lambda} = \Lambda_3$. Ako je $(R_F, R_{F'})$ par sparenih ravninskih segmenata iz skupa Q_{sort} , onda je kosinus kuta, v' , između $\ddot{\Lambda}$ odnosno ${}^B\mathbf{z}_{\Lambda}$ i normale $R_{F'}$, određen izrazom

$$v' = {}^B\mathbf{z}_{\Lambda}^T \cdot {}^B\mathbf{n}', \quad (4.54)$$

Slično, kosinus kuta, v , između ${}^B\mathbf{z}_{\Lambda}$ i normale R_F transformiran u koordinatni sustav S_B primjenom rotacijske matrice potencijalne hipoteze $\mathbf{R}(\hat{\phi})$ određen je izrazom

$$v = {}^B\mathbf{z}_{\Lambda}^T \cdot \mathbf{R}(\hat{\phi}) {}^A\mathbf{n}, \quad (4.55)$$

Pomoću jednadžbi (4.54) i (4.55) mogu se, uzimajući u obzir nesigurnost određivanja kuta između deficitarnog smjera i normale parova u Q_{sort} , izbaciti svi oni parovi za koje nisu zadovoljeni uvjeti

$$\begin{aligned} v + \sigma_v &\geq \varepsilon_{H,v}, \\ v' + \sigma_{v'} &\geq \varepsilon_{H,v}, \end{aligned} \quad (4.56)$$

gdje su

$\sigma_{v'}^2$ - varijance koje opisuju nesigurnost određivanja v' ;

σ_v^2 - varijance koje opisuju nesigurnost određivanja v ;

$\varepsilon_{H,v}$ - prag tolerancije ili konstanta koju definira korisnik.

Postupak određivanja nesigurnosti kuta između deficitarnog smjera i normale parova prikazan je u prilogu P.9. U ovom je radu $\varepsilon_{H,v} = \cos(45^\circ)$, što znači da se izbacuju svi parovi za koje je kut između deficitarnog smjera i normale bilo kojeg člana para veći od 45° .

Ukoliko par zadovolji uvjet prema (4.56), slijedi provjera uvjeta preklapanja u deficitarnom smjeru $\hat{\Lambda}$ na način da se uspoređuju projekcije elipsoida kojima su opisani ravninski segmenti na ravninu okomitu na zadnji stupanj slobode. Slično kao u potpoglavlju 4.4.2, ovaj se uvjet provjerava tako da se centroid ravninskog segmenta R_F transformira u koordinatni sustav S_B koristeći rotacijsku matricu potencijalne hipoteze $\mathbf{R}(\hat{\phi})$. Potom se centroidi ove transformirane ravnine transformiraju u koordinatni sustav deficitarnog smjera S_Λ . Mjera preklapanja je Mahalanobisova udaljenost između tih transformiranih centroida, te se određuje pomoću matrica kovarijanci \mathbf{C}_Φ obje ravnine. Formalno se ovaj uvjet provjerava izrazom (4.57):

$$\bar{\mathbf{e}}^T \cdot \bar{\mathbf{Q}}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{e}} \leq \varepsilon_\Lambda, \quad (4.57)$$

gdje je

$$\bar{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} {}^B\mathbf{x}_\Lambda^T \\ {}^B\mathbf{y}_\Lambda^T \end{bmatrix} \cdot \left(\mathbf{R}(\hat{\phi}) \cdot {}^A\mathbf{t}_F - {}^B\mathbf{t}_{F'} \right), \quad (4.58)$$

$$\bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} {}^F\mathbf{x}_\Lambda^T \\ {}^F\mathbf{y}_\Lambda^T \end{bmatrix} \cdot \mathbf{C}_\Phi \cdot \begin{bmatrix} {}^F\mathbf{x}_\Lambda & | & {}^F\mathbf{y}_\Lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{F'}\mathbf{x}_\Lambda^T \\ {}^{F'}\mathbf{y}_\Lambda^T \end{bmatrix} \cdot \mathbf{C}_{\Phi'} \cdot \begin{bmatrix} {}^{F'}\mathbf{x}_\Lambda & | & {}^{F'}\mathbf{y}_\Lambda \end{bmatrix}, \quad (4.59)$$

$${}^F\mathbf{R}_\Lambda = (\mathbf{R}(\phi) \cdot {}^A\mathbf{R}_F)^T \cdot {}^B\mathbf{R}_\Lambda = \begin{bmatrix} {}^F\mathbf{x}_\Lambda & | & {}^F\mathbf{y}_\Lambda & | & {}^F\mathbf{z}_\Lambda \end{bmatrix}, \quad (4.60)$$

$${}^{F'}\mathbf{R}_\Lambda = {}^B\mathbf{R}_{F'}^T \cdot {}^B\mathbf{R}_\Lambda = \begin{bmatrix} {}^{F'}\mathbf{x}_\Lambda & | & {}^{F'}\mathbf{y}_\Lambda & | & {}^{F'}\mathbf{z}_\Lambda \end{bmatrix}, \quad (4.61)$$

$${}^B\mathbf{R}_\Lambda = \begin{bmatrix} {}^B\mathbf{x}_\Lambda & | & {}^B\mathbf{y}_\Lambda & | & {}^B\mathbf{z}_\Lambda \end{bmatrix}, \quad (4.62)$$

$$\mathbf{C}_\Phi = \text{diag}(\begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \sigma_r^2 \end{bmatrix}). \quad (4.63)$$

\mathbf{C}_Φ i $\mathbf{C}_{\Phi'}$ su matrice kovarijance koje opisuju nesigurnost položaja centroida ravninskih segmenata R_F i $R_{F'}$. Parametri λ_1 , λ_2 i σ_r^2 opisuju varijancu točaka u smjeru \mathbf{x}_F , \mathbf{y}_F i \mathbf{z}_F (odnosno $\mathbf{x}_{F'}$, $\mathbf{y}_{F'}$ i $\mathbf{z}_{F'}$) na površinama ravninskih segmenata. U potpoglavlju 4.2.1 detaljno je opisano određivanje te varijance. Mjeru preklapanja, ε_Λ , moguće je odrediti korištenjem χ^2 -razdioba s 2 stupnja slobode.

U radu je uzeta vrijednost $\varepsilon_\Lambda = 9.21$, što predstavlja područje unutar kojega se može očekivati da će se mjerni rezultat nalaziti s vjerojatnošću od približno 99%.

4.6.3. Mjera kvalitete podudaranja sparenog para ravninskih segmenata za procjenu zadnjeg stupnja slobode potencijalne hipoteze

Za svaki par ravninskih segmenata ($R_F, R_{F'}$) iz skupa T određuje se moguća vrijednost zadnjeg stupnja slobode, d , kako je objašnjeno u prilogu P.8. Vrijednost d predstavlja pomak koji translatira R_F u takav položaj da se preklapa s $R_{F'}$. Nesigurnost procjene tog pomaka može se opisati varijancom σ_d^2 izračunatom na način opisan u prilogu P.8. Na temelju pomaka d i njegove nesigurnosti σ_d^2 svakom se paru iz skupa T pridružuje mjera kvalitete podudaranja prema

$$\mathcal{J}'(d) = \sum_{i=1}^{|T|} \frac{1}{\sqrt{2\sigma_{d,i}}} \exp\left(-\frac{(d-d_i)^2}{2\sigma_{d,i}}\right) \cdot \min\{|R_F|, |R_{F'}|\} \quad (4.64)$$

gdje je

- | T | - broj parova u skupu T ,
- | R_F | - broj 3D točaka koje pripadaju površini ravninskog segmenta R_F ,
- d - moguća vrijednost zadnjeg stupnja slobode dobivena pomoću para ($R_F, R_{F'}$),
- d_i - moguća vrijednost zadnjeg stupnja slobode izračunata na temelju i -toga para ($R_F, R_{F'}$) iz skupa T ,
- $\sigma_{d,i}$ - procijenjena nesigurnost za d_i .

Parovi s manjim odstupanjem pomaka d_i od neke vrijednosti d te manjom varijancom σ_d^2 daju veći doprinos mjeri kvalitete za razmatranu vrijednost pomaka d . Također, ravninski segmenti s većim brojem točaka daju veći doprinos mjeri kvalitete. Vrijednost $\frac{1}{\sqrt{2\sigma_{d,i}}} \exp\left(-\frac{(d-d_i)^2}{2\sigma_{d,i}}\right)$ predstavlja procjenu vjerojatnosti da će izmjereni pomak između ravninskih segmenata i -toga para u deficitarnom smjeru biti d_i ako je stvarni pomak u tom smjeru d , uz prepostavku Gaussove razdiobe mjerjenja pomaka.

4.7. Procjena vjerodostojnosti hipoteze

Nakon postupka generiranja hipoteza, opisanog u prethodnom potpoglavlju 4.6, nastaje popis hipoteza o relativnom položaju w , koje je tada potrebno evaluirati kako bi se izabrala najvjerojatnija

hipoteza. U nastavku su opisane dvije predložene metode procjene vjerodostojnosti ili evaluacija hipoteza.

4.7.1. Procjena vjerodostojnosti hipoteze na temelju podudaranja značajki

Ova se metoda zasniva na uspoređivanju mjera kvalitete podudaranja značajki, tj. ravninskih segmenata (engl. *feature based hypotheses evaluation*). Za svaku se hipotezu određuje skup parova koji se slažu s hipotezom o relativnom položaju \mathbf{w} (engl. *consensus set*) $\Omega(\mathbf{w}) \subseteq Q_{\text{sort}}$ koji sadrži sve parove koji zadovoljavaju uvjete koplanarnosti i preklapanja prema (4.45) i (4.46) za razmatrani položaj \mathbf{w} . Mjera vjerodostojnosti hipoteze se određuje prema izrazu

$$\mathfrak{I}(\mathbf{w}) = \sum_{R_F \in F} \max_{(R_F, R_{F'}) \in \Omega(\mathbf{w})} \left\{ P(MH(R_F, R_{F'}; \mathbf{w})) \cdot \min \{|R_F|, |R_{F'}|\} \right\}, \quad (4.65)$$

gdje je $MH(R_F, R_{F'}; \mathbf{w})$ Mahalanobisova udaljenost određena pri provjeri uvjeta koplanarnosti (izraz (4.45)), dok P predstavlja vjerojatnost da je Mahalanobisova udaljenost ispravno sparenih ravnina u prostoru parametara ravnine veća ili jednaka $MH(R_F, R_{F'}; \mathbf{w})$, uz pretpostavku da je razdioba te udaljenosti χ^2 -razdioba s 3 stupnjeva slobode. Ovaj izraz daje veću procjenu vjerodostojnosti onim parovima čiji su ravninski segmenti veliki i približno koplanarni. Konačnim se rješenjem smatra relativni položaj \mathbf{w} koji ima najveću mjeru vjerodostojnosti prema izrazu (4.65).

4.7.2. Procjena vjerodostojnosti hipoteze zasnovana na pojavnosti

Ova se metoda zasniva na uspoređivanju mjera preklapanja slike scene i modela (engl. *appearance based hypotheses evaluation*). Neka je \mathbf{A} matrica u kojoj svaki element a_k odgovara pikselu u 2.5D slici dobivenoj iz prvog položaja 3D senzora opisanog referentnim koordinatnim sustavom S_A te predstavlja trojku parametara $a_k = (\mathbf{n}_k, \rho_k, \mathbf{C}_{q,k})$ ravninskog segmenta $R_{F,i} \in F$ koji se projicira na taj piksel. Slično, neka je \mathbf{B} matrica u kojem svaki element b_k odgovara pikselu u istoj 2.5D slici i predstavlja trojku parametara $(\mathbf{n}'_k, \rho'_k, \mathbf{C}'_{q,k})$ ravninskog segmenta $R_{F',j} \in F'$ projiciranog na taj piksel nakon transformacije iz koordinatnog sustava S_B u S_A primjenom \mathbf{w} . U idealnom slučaju svaki element matrice \mathbf{A} i odgovarajući element matrice \mathbf{B} označava istu površinu na sceni. Međutim, realno je očekivati da se može dogoditi pojavljivanje predmeta na sceni nakon snimanja slike iz prvog položaja, ali prije snimanja slike iz drugog položaja, što znači da F' može sadržavati površine koje nisu u F . Također se može očekivati i obrnuti slučaj: da se neki predmet

nalazio na sceni tijekom snimanja slike iz prvog položaja, ali se ne nalazi na sceni tijekom snimanja slike iz drugog položaja, što znači da F može sadržavati površine koje nisu u F' .

Estimacija relativnog položaja \mathbf{w} prema metodi maksimalne vjerojatnosti se može računati prema

$$\mathbf{w}_{ML} = \arg \max_{\mathbf{w}} p(\mathbf{A} | \mathbf{w}, F'). \quad (4.66)$$

Vrijednost $p(\mathbf{A} | \mathbf{w}, F')$ predstavlja vjerojatnost da će se dobiti matrica \mathbf{A} uz pretpostavku da je relativni položaj robota \mathbf{w} dok se kreće u modelu opisanom skupom F' . Prema modelu nezavisnih zraka [66],

$$p(\mathbf{A} | \mathbf{w}, F') = \prod_k p(a_k | \mathbf{w}, F'), \quad (4.67)$$

gdje je k indeks piksela u 2.5D slici, a $p(a_k | \mathbf{w}, F')$ je vjerojatnost da se na točku slike koja odgovara elementu a_k projicira ravninski segment s parametrima $(\mathbf{n}_k, \rho_k, \mathbf{C}_{q,k})$ ako slika predstavlja scenu koja sadrži ravninske segmente iz skupa F' promatrano iz položaja \mathbf{w} . Iz (4.66) i (4.67) slijedi

$$\mathbf{w}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{w}} \sum_k -\ln p(a_k | \mathbf{w}, F'), \quad (4.68)$$

gdje je

$$p(a_k | \mathbf{w}, F') = p(a_k | \mathbf{w}, F', \eta_k) \cdot P(\eta_k | \mathbf{w}) + p(a_k | \mathbf{w}, F', \bar{\eta}_k) \cdot P(\bar{\eta}_k | \mathbf{w}). \quad (4.69)$$

η_k označava slučaj kada a_k i b_k predstavljaju istu površinu na sceni, dok $\bar{\eta}_k$ označava slučaj kada to nije točno. Primjer slučaja označenog s $\bar{\eta}_k$ je kada se na sceni nalazi objekt koji tu nije bio dok je sniman model, pri čemu se taj objekt projicira na k -ti piksel i zaklanja površinu iz skupa F' koja bi se inače projicirala na taj piksel. Uz pretpostavku da je η_k statistički neovisan o \mathbf{w} , izraz (4.69) se može napisati kao

$$p(a_k | \mathbf{w}, F') = p(a_k | \mathbf{w}, F', \eta_k) \cdot P(\eta_k) + p(a_k | \mathbf{w}, F', \bar{\eta}_k) \cdot (1 - P(\eta_k)). \quad (4.70)$$

Vjerojatnost $p(a_k | \mathbf{w}, F', \eta_k)$ se može procijeniti na sljedeći način

$$p(a_k | \mathbf{w}, F', \eta_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 \cdot \det \mathbf{Q}_k}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{e}_k^T \cdot \mathbf{Q}_k^{-1} \cdot \mathbf{e}_k\right). \quad (4.71)$$

gdje su

\mathbf{Q}_k - ukupna matrica kovarijance koja se računa pomoću (4.39),

\mathbf{e}_k - vektor pogreške koji se računa pomoću (4.40),

za ravninske segmente predstavljene elementima a_k i b_k .

Neka je ravninski segment koji odgovara elementu a_k opisan trima parametrima, γ_1 , γ_2 i ρ , gdje γ_1 i γ_2 predstavljaju dva kuta koji opisuju orijentaciju normale ravninskog segmenta, a ρ njegov pomak. Ako a_k i b_k ne predstavljaju isti ravninski segment na sceni, tj. ako se radi o slučaju označenom s $\bar{\eta}_k$, tada se može pretpostaviti da je γ_1 slučajna varijabla s uniformnom razdiobom na intervalu $[-\pi, \pi]$, γ_2 slučajna varijabla s uniformnom razdiobom na intervalu $[0, \pi]$ te ρ slučajna varijabla s uniformnom razdiobom na intervalu $[0, \rho_{max}]$, gdje ρ_{max} predstavlja maksimalnu udaljenost na kojoj se ravninski segment može detektirati i ovisi o 3D senzoru. Slijedi

$$p(a_k | \mathbf{w}, F', \bar{\eta}_k) = \frac{1}{2\pi^2 \rho_{max}}. \quad (4.72)$$

Iz (4.70), (4.71) i (4.72) slijedi

$$p(a_k | \mathbf{w}, F') = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{e}_k^T \cdot \mathbf{Q}_k^{-1} \cdot \mathbf{e}_k\right)}{\sqrt{(2\pi)^3 \cdot \det \mathbf{Q}_k}} \cdot P(\eta_k) + \frac{1}{2\pi^2 \rho_{max}} \cdot (1 - P(\eta_k)), \quad (4.73)$$

odnosno uvrštavanjem (4.73) u (4.68) dobije se

$$\mathbf{w}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{w}} \sum_k -\ln \left\{ \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{e}_k^T \cdot \mathbf{Q}_k^{-1} \cdot \mathbf{e}_k\right)}{\sqrt{(2\pi)^3 \cdot \det \mathbf{Q}_k}} \cdot P(\eta_k) + \frac{1}{2\pi^2 \rho_{max}} \cdot (1 - P(\eta_k)) \right\}. \quad (4.74)$$

Relativni položaj \mathbf{w} s najmanjom mjerom kvalitete podudaranja prema izrazu (4.74) se smatra najboljem rješenjem. U okviru ovog rada je pretpostavljeno $\rho_{max} = 6m$ i $P(\eta) = 0.9$.

Kako je provjera svakog piksela 2.5D slike dobivene iz oba položaja vremenski zahtjevna, postupak evaluacije hipoteza zasnovan na pojavnosti modificira se tako da se uzorkuju, odnosno izaberu samo neki određeni pikseli. Kao što je ranije objašnjeno, male površine mogu imati važnu ulogu prilikom određivanja zadnjeg stupnja slobode gibanja robota u unutarnjim prostorima. Također mogu biti od značaja ukoliko se želi usporediti mjera preklapanja slike scene i modela. Vrlo često se može dogoditi da se ravnomjernim uzorkovanjem piksela sa slike ne izaberu pikseli koji leže na takvim tankim i uskim površinama. Stoga je u ovom radu predložen način uzorkovanja kod kojeg se kao uzorci uzimaju pikseli iz sredine ravninskih segmenata. Takvo se uzorkovanje

može postići tako da se svakom pikselu ravninskog segmenta na slici pridruži Chebyshevljeva udaljenost (engl. *Chebyshev distance / chessboard distance*) od ruba segmenta te da se kao uzorci uzimaju pikseli s najvećom Chebyshevljevoj udaljenošću. Nakon što se neki piksel uzme kao uzorak, on se označava kao rubni piksel odnosno piksel koji više ne pripada tom ravninskom segmentu tako što se njegova Chebyshevljeva udaljenost postavi na 0 te se s obzirom na tu promjenu ažuriraju Chebyshevljeve udaljenosti svih ostalih piksela slike. Ako se želi postići da ravninski segmenti budu *rjeđe* uzorkovane po sredini, a *gušće* pri rubovima, te isto tako da se uzorci pozicioniraju u sredinu tankih ravninskih segmenata, to se može postići tako da se, nakon što se neki piksel uzme kao uzorak, njegova vrijednost udaljenosti ne postavi na 0 već na neku negativnu vrijednost (vidi sliku 4.8).

Pikseli ravninskih segmenata modela, odnosno 2.5D slike snimljene iz položaja S_B uzorkuju se primjenom ranije navedene metode. Uzorkuju se samo oni pikseli čija je Chebyshevljeva udaljenost od najbližeg ruba ravninskog segmenta veća od zadatog praga c_δ . Također se cijela scena odnosno 2.5D slika dobivena iz položaja S_A dijeli u ćelije dimenzije $c_w \times c_w$. Sve se ćelije te slike smatraju *aktivnima* ukoliko više od $c\%$ piksela unutar ćelije pripada nekom od ravninskih segmenata dobivenih segmentacijom slike, objašnjrenom u potpoglavlju 4.1. Tada se svaki uzorkovani piksel s modela transformira i projicira na sliku scene pomoću \mathbf{w} . Za svaki transformirani piksel \mathbf{p}_k koji upada u aktivnu ćeliju računa vektor pogreške \mathbf{e}_k izrazom (4.40) te se vrijednost $p(a_k | \mathbf{w}, F')$, izračunata izrazom (4.73), potom dodjeljuje toj ćeliji. Ova se vrijednost može smatrati doprinosom aktivne ćelije ukupnoj mjeri kvalitete podudaranja za relativni položaj \mathbf{w} . Ukoliko ćelija ima već dodijeljenu vrijednost, onda se ta vrijednost zamjenjuje novom samo ako je nova vrijednost manja od postojeće. Nakon što se svaki uzorkovani piksel s modela transformira i projicira na scenu, provjeravaju se sve aktivne ćelije. Zatim se onim aktivnim ćelijama, u koje nije upao niti jedan uzorak transformiranog modela, dodjeljuju vrijednosti jednake onoj izračunanoj prema (4.72). Naime, to je slučaj kada se niti jedan segment iz skupa F' ne projicira na razmatranu ćeliju, što znači da segment iz skupa F koji se projicira na istu ćeliju, ne odgovara niti jednom segmentu iz skupa F' , pa se pretpostavlja uniformna razdioba parametara segmenata unutar te ćelije. U tom slučaju za $P(\eta_k)$ u izrazu (4.74) se uzima vrijednost 0. Na kraju se mjera kvalitete podudaranja za relativni položaj \mathbf{w} računa tako da se zbrajaju doprinosi svih aktivnih ćelija. Dakle, indeks k u izrazu (4.74) predstavlja indeks aktivne ćelije. Detalji vezani uz implementaciju procjene vjerodstojnosti generirane hipoteze zasnovane na pojavnosti opisani su u algoritmu 4.1.

Algoritam 4.1. Implementacija evaluacije hipoteze zasnovane na pojavnosti

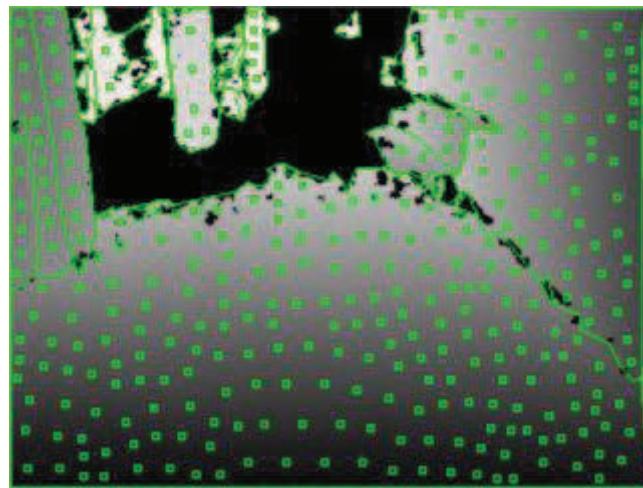
2.5D slike snimljene iz položaja S_A i S_B koje su segmentirane na ravninske segmente, kao i hipoteza o relativnom položaju u tih dvaju koordinatnih sustava, predstavljaju ulaze u algoritam. Izlaz algoritma je mjera kvalitete podudaranja te dvije slike za relativni položaj u prema izrazu (4.74).

- Korak 1** Generirati matricu \mathbf{DT} istih dimenzija kao i 2.5D slike snimljene iz položaja S_B (model) tako da svakom pikselu \mathbf{p} odgovara element matrice \mathbf{DT} , δ_p . Svakom pikselu \mathbf{p} , koji ili ne pripada nijednom ravninskom segmentu ili pripada rubu nekog ravninskog segmenta, postaviti odgovarajuću vrijednost elementa $\delta_p = 0$.
- Počevši od tih definiranih elemenata matrice \mathbf{DT} , primjenom metode slične širenju područja (engl. *region growing*), ostale elemente matrice \mathbf{DT} postaviti na vrijednosti jednake Chebyshevljevoj udaljenosti od najbližeg elemenata s vrijednošću 0, tj. udaljenosti od najbližeg ruba ravninskog segmenta.
- \mathbf{DT} tada predstavlja sliku udaljenosti koja svakom pikselu u unutrašnjosti nekog ravninskog segmenta pridružuje Chebyshevljevu udaljenost od najbližeg ruba ravninskog segmenta.
- Korak 2** Kreirati sortirani popis L_{c_δ} svih piksela \mathbf{p} čija je vrijednost δ_p veća ili jednaka zadanim pragu c_δ . L_{c_δ} je sortiran od najveće prema najnižoj vrijednosti udaljenosti. Također kreirati prazan popis L_s koji će sadržavati uzorkovane/izabrane piksele ravninskih segmenata modela.
- Korak 3** Postaviti $j = 1$.
- Korak 4** Ako popis L_{c_δ} nije prazan, skinuti piksel \mathbf{p} s popisa te, ukoliko se njemu odgovarajuća vrijednost δ_p nije izmijenjena od trenutka kada je stavljen na popis, ubaciti taj piksel u popis L_s . Ako je popis L_{c_δ} prazan, otići na *Korak 7*.
- Korak 5** Ako je vrijednost $\delta_p > c_{\delta_u}$, postaviti novu vrijednost $\delta_p = c_{\delta_u}$.
- Korak 6** Postaviti $\delta_p = -\delta_p$.
- Stvoriti prazan skup Θ .
- U skup Θ dodati piksel \mathbf{p} .
- Ponavljati dokle god skup Θ nije prazan:
- Izvaditi piksel \mathbf{p}' iz skupa Θ .
- Za sve susjedne piksele \mathbf{p}'' piksela \mathbf{p}' za koje je $\delta_{\mathbf{p}''} > \delta_{\mathbf{p}'} + 1$ postavi

$$\delta_{\mathbf{p}''} = \delta_{\mathbf{p}'} + 1 \text{ i dodaj } \mathbf{p}'' \text{ u } \Theta.$$

- Korak 7** 2.5D sliku snimljenu iz položaja S_A (scena) podijeliti na čelije dimenzija $c_w \times c_w$.
- Korak 8** Odrediti skup aktivnih čelija scene C_{PE} . Čelija se smatra aktivnom ukoliko više od $c\%$ piksela unutar čelije pripada nekom od ravninskih segmenata dobivenih segmentacijom slike. Svakoj aktivnoj čeliji također dodijeliti skup svih ravninskih segmenata čija se barem jedna točka projicira unutar te čelije te vrijednost $ML_A = \infty$.
- Korak 9** Postaviti $k = 0$.
- Korak 10** Ako popis L_s nije prazan, skinuti uzorkovani piksel modela \mathbf{p}_k s popisa. Piksel \mathbf{p}_k transformirati i projicirati na sliku scene pomoću $\hat{\mathbf{w}}$. Odrediti kojoj aktivnoj čeliji scene $C_{A,k} \in C_{PE}$ pripada. Ukoliko ne upada ni u jednu aktivnu čeliju, otići na Korak 12. Ako je popis L_s prazan, prijeći na Korak 13.
- Korak 11** Za svaki ravninski segment scene pridružen čeliji $C_{A,k}$ izračunati vrijednost $p(a_k | \mathbf{w}, F')$ pomoću izraza (4.73) i dodijeliti čeliji $C_{A,k}$ samo ako je manja od postojeće vrijednosti $ML_{A,k}$.
- Korak 12** Postaviti $k = k + 1$ i vratiti se na Korak 10.
- Korak 13** Za svaku aktivnu čeliju u L_s provjeriti je li odgovarajući $ML_A = \infty$. Ako je, postaviti vrijednost jednaku onoj izračunatoj prema izrazu (4.72).
- Korak 14** Izračunati ukupnu mjeru kvalitete podudaranja relativnog položaja \mathbf{w} zbrajanjem vrijednosti ML_A za svaku aktivnu čeliju.

U svim pokusima provedenim u okviru ovog rada je definirano $c_w = 16$, $c\% = 20\%$, $c_\delta = 4$ i $c_{\delta u} = 7$, što podrazumijeva podjelu scene na čelije dimenzija 16×16 , a koje se smatraju aktivnim ako više od 20% piksela unutar čelije pripada nekom od ravninskih segmenata. Također, kako se za donji prag c_δ koristi vrijednost 4, ravninski segmenti modela se uzorkuju samo ako su minimalne širine od 9 piksela. Na slici 4.8. prikazan je primjer 2.5D segmentirane slike s uzorkovanim pikselima koji se koriste pri evaluaciji hipoteze zasnovanoj na pojavnosti.



Slika 4.8. Segmentirana 2.5D slika s uzorkovanim pikselima koji se koriste pri evaluaciji hipoteze zasnovanoj na pojavnosti.

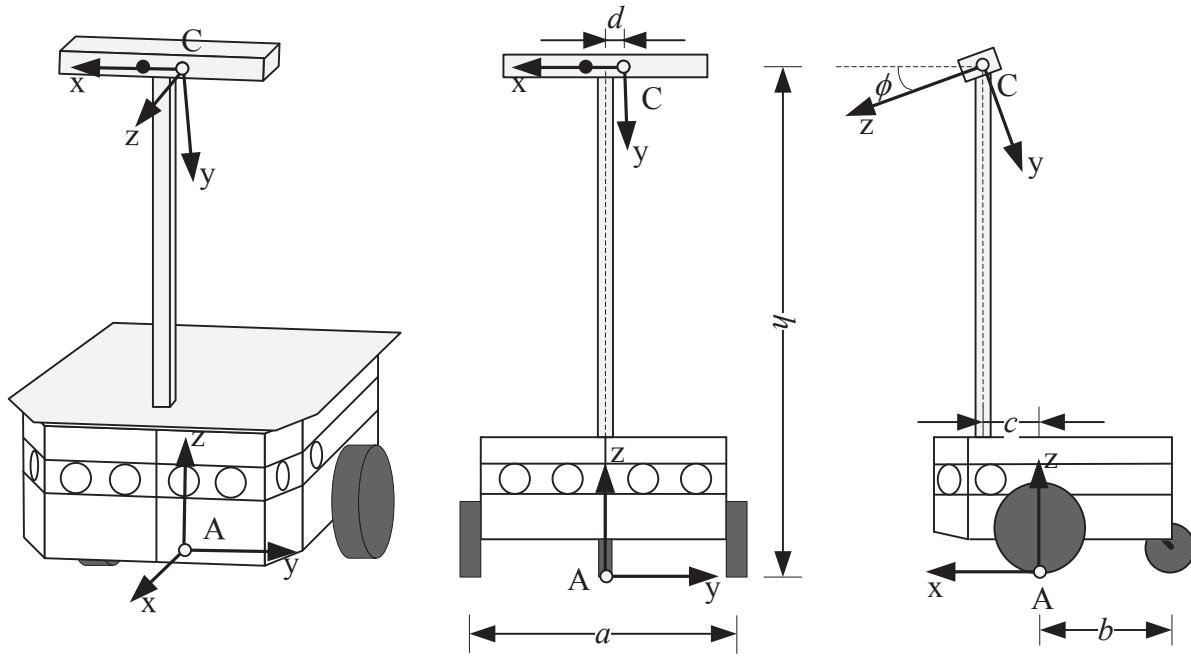
5. Lokalizacija mobilnog robota pomoću ravninskih segmenata

Predloženi postupak registracije 2.5D slika pomoću ravninskih segmenata, opisan u prethodnom poglavlju, primijenjen je u lokalizaciji mobilnog robota. Kako je kamera postavljena na mobilni robot, lokalizacija robota se zapravo rješava lokalizacijom kamere. Nesigurnost dobivenog relativnog položaja kamere moguće je još točnije opisati uvezši u obzir i nesigurnost uzrokovanoj odometrijom robota, kao i nesavršenošću poda. U tu je svrhu u ovom poglavlju prvo opisan postupak procjenjivanja te nesigurnosti. U ovom su poglavlju također opisane implementacije različitih vrsta lokalizacije mobilnog robota. Najjednostavnija metoda lokalizacije jest estimacija kretanja, gdje se tijekom gibanja robota neprekidno određuje relativni položaj trenutne scene u odnosu na prethodnu scenu. Kako bi se omogućila implementacija i testiranje globalne lokalizacije kao i slijedenje relativnog položaja kamere u modelu, potrebno je imati kartu okoline odnosno model. Zbog prednosti spomenutih u potpoglavlju 2.2, generirana je hibridna metričko-topološka karta. Pri lokalizaciji robota, ili pri globalnoj lokalizaciji ili pri slijedenju relativnog položaja kamere u modelu, određuje se relativni položaj kamere u odnosu na neki čvor ili lokalni model te se na temelju informacije o položaju čvora na karti dobije položaj robota u prostoru. Opisan je postupak i način generiranja hibridne metričko-topološke karte, kao i način izvođenja pokusa globalne lokalizacije i slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Na kraju je prikazan algoritam implementacije sve tri metode lokalizacije koji omogućuje i istovremeno generiranje karte.

5.1. Nesigurnost položaja kamere (3D senzora) postavljene na mobilnom robotu

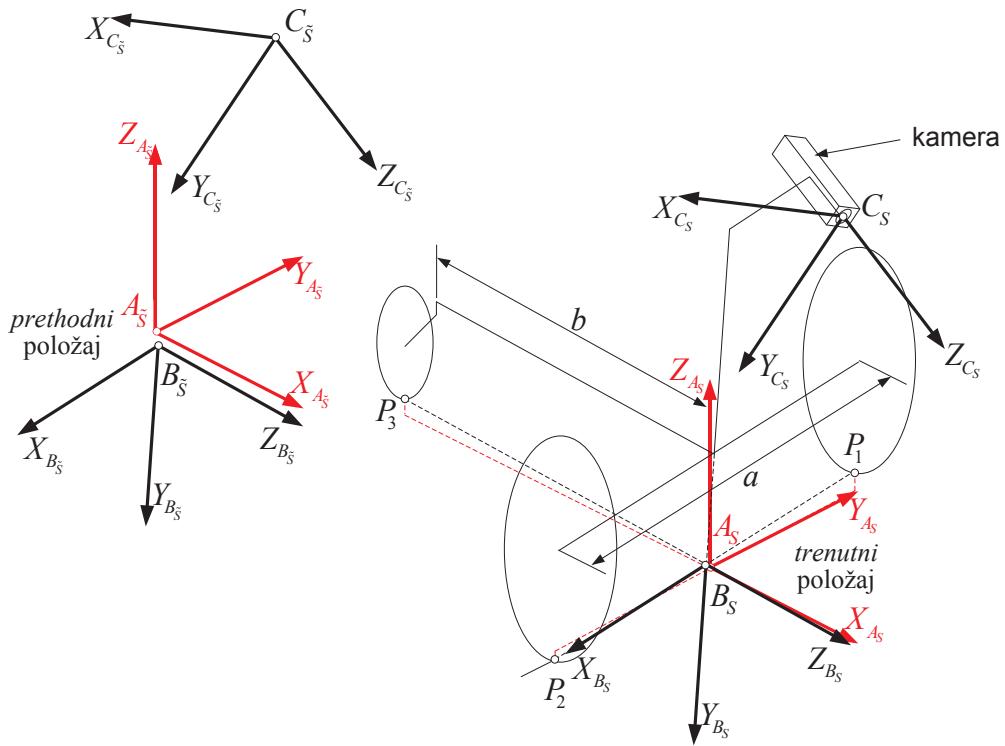
Kako se položaj robota uvijek definira u odnosu na neki koordinatni sustav, potrebno je za potrebe lokalizacije definirati položaj kamere i položaj robota odgovarajućim referentnim koordinatnim sustavima C odnosno A, kao što je prikazano na slici 5.1. Kako će se u ovom radu rješavati problem lokalizacije pomoću slike dobivene kamerom, potrebno je poznavati položaj kamere u odnosu na koordinatni sustav robota. Na slici 5.1. prikazan je model kamere i mobilnog robota upotrijebljen u ovom radu s odgovarajućim koordinatnim sustavima. a predstavlja udaljenost između prednjih kotača, b predstavlja udaljenost između osi prednjih kotača i stražnjeg kotača, c predstavlja pomak položaja kamere u odnosu na položaj robota u smjeru x koordinatnog sustava A, d predstavlja pomak položaja kamere u odnosu na položaj robota u smjeru y koordinatnog sustava A, h predstavlja pomak položaja kamere u odnosu na položaj robota u smjeru z koordinatnog sustava A, dok ϕ predstavlja kut pod kojim je kamera nagnuta u odnosu na pod odnosno

horizontalnu ravnicu. Osim što zadane mjerne dane na slici 5.1 služe za transformaciju između koordinatnih sustava kamere i robota, potrebne su za određivanje nesigurnosti položaja kamere uzrokovane nesavršenošću poda i nesigurnošću odometrije.



Slika 5.1. Model mobilnog robota i kamere s odgovarajućim koordinatnim sustavima.

Tijekom gibanja mobilnog robota je nesigurnost *trenutnog* položaja kamere u odnosu na *prethodni* položaj kamere uzrokovana u najvećoj mjeri nesavršenošću poda i nesigurnošću odometrije. Pojmovi *trenutni* i *prethodni* položaji odnose se na trenutke kada su snimljene slike tijekom gibanja. Na slici 5.2 prikazani su referentni koordinatni sustavi kamere C_s i $C_{\tilde{s}}$, mobilnog robota A_s i $A_{\tilde{s}}$ te pomoćni koordinatni sustavi mobilnog robota B_s i $B_{\tilde{s}}$ u trenutnom i prethodnom položaju (prethodni položaj je označen viticom na indeksu). P_1 , P_2 i P_3 predstavljaju dodirne točke kotača mobilnog robota s površinom poda. Nesavršenost površine poda se može modelirati pretpostavljajući da su z-koordinate točaka P_1 , P_2 i P_3 slučajne varijable s Gaussovom razdiobom sa srednjom vrijednošću nula i varijancom σ_f^2 . Nesigurnost odometrije se također modelira 3D Gaussovom razdiobom sa srednjom vrijednošću nula i matricom kovarijance $\mathbf{C}_{A_s \rightarrow A_{\tilde{s}}}$ koja opisuje nesigurnost x- i y-koordinate koordinatnog sustava A_s u odnosu na $A_{\tilde{s}}$ i kuta između x-osi i y-osi tih koordinatnih sustava.



Slika 5.2. Referentni koordinatni sustavi kamere i mobilnog robota u trenutnom i prethodnom položaju.

Matrica kovarijance $\mathbf{C}_{A_S \rightarrow A_{\tilde{S}}}$ opisana je izrazom

$$\mathbf{C}_{A_S \rightarrow A_{\tilde{S}}} = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} \sigma_{\varphi_A}^2 & \sigma_{t_{x,A}}^2 & \sigma_{t_{y,A}}^2 \end{bmatrix}^T \right), \quad (5.1)$$

gdje je $\sigma_{\varphi_A}^2$ varijanca koja opisuje nesigurnost kuta između x-osi i y-osi koordinatnih sustava A_S i $A_{\tilde{S}}$ i opisana je izrazom

$$\sigma_{\varphi_A}^2 = k_{11}\Delta d + k_{12}\Delta\alpha, \quad (5.2)$$

$\sigma_{t_{x,A}}^2$, odnosno $\sigma_{t_{y,A}}^2$ predstavljaju varijance koje opisuju nesigurnost x- i y-koordinate A_S u odnosu na $A_{\tilde{S}}$ i opisane su izrazom

$$\sigma_{t_{x,A}}^2 = \sigma_{t_{y,A}}^2 = k_{21}\Delta d + k_{22}\Delta\alpha. \quad (5.3)$$

k_{11} , k_{12} , k_{21} i k_{22} su konstante koje je potrebno eksperimentalno odrediti, dok Δd i $\Delta\alpha$ predstavljaju apsolutne promjene u pomaku, odnosno kutu.

Također je prepostavljeno da su z-osi koordinatnih sustava A_S i $A_{\tilde{S}}$ paralelne te da je z-koordinata koordinatnog sustava A_S u odnosu na $A_{\tilde{S}}$ jednaka nuli. Svi ovi uzroci nesigurnosti predstavljeni su vektorom odstupanja δ prikazanim izrazom (5.4)

$$\delta = \begin{bmatrix} d\varphi_A, & dt_{x,A}, & dt_{y,A}, & z_1, & z_2, & z_3, & \tilde{z}_1, & \tilde{z}_2, & \tilde{z}_3 \end{bmatrix}^T, \quad (5.4)$$

gdje su

- $d\varphi_A$ - pogreška u procjeni rotacije pomoću odometrije,
- $dt_{x,A}, dt_{y,A}$ - pogreške u procjeni x i y kooordinate pozicije robota dobivene pomoću odometrije,
- z_1, z_2, z_3 - z-koordinate točaka P_1, P_2 i P_3 u trenutnom položaju,
- $\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \tilde{z}_3$ - z-koordinate točaka P_1, P_2 i P_3 u prethodnom položaju.

Matrica kovarijance vektora odstupanja δ opisana je izrazom

$$\mathbf{C}_{\delta} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{A_S \rightarrow A_{\tilde{S}}} & \mathbf{0}^{3 \times 6} \\ \mathbf{0}^{6 \times 3} & \sigma_f^2 \cdot \mathbf{I}^{6 \times 6} \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Nesigurnost relativnog položaja kamere $C_S^{C_{\tilde{S}}}$ ili \mathbf{w} se može prikazati pomoću vektora nesigurnosti opisanog izrazom (5.6)(vidi prilog P.2)

$$d\mathbf{w} = \begin{bmatrix} d\mathbf{\theta}^T & d\mathbf{t}^T \end{bmatrix}^T, \quad (5.6)$$

gdje $d\mathbf{\theta}$ i $d\mathbf{t}$ opisuju nesigurnost orientacije odnosno pozicije C_S u odnosu na $C_{\tilde{S}}$. Matrica kovarijance relativnog položaja kamere \mathbf{C}_w opisana je izrazom

$$\mathbf{C}_w = {}^w\mathbf{J}_{\delta} \cdot \mathbf{C}_{\delta} \cdot {}^w\mathbf{J}_{\delta}^T, \quad (5.7)$$

gdje je ${}^w\mathbf{J}_{\delta} = \frac{\partial d\mathbf{w}}{\partial \delta}$. Točan prikaz izraza (5.7), kao i izvod, nalaze se u prilogu P.10.

U pokusima opisanim u okviru ovog rada prepostavljena je standardna devijacija od 1° pri pomaku robota od 0,5m i standardna devijacija od 5° pri promjeni kuta od 180° , što daje $k_{11} = 6,09 \cdot 10^{-4}$ i $k_{21} = 2,4 \cdot 10^{-3}$ u izrazu (5.2). Također je prepostavljeno da postoji standardna devijacija od 0,022m pri pomaku od 0,5mm i standardna devijacija od 0mm pri promjeni kuta od 180° , što daje $k_{21} \approx 1$ i $k_{22} = 0$ u izrazu (5.3). Na mobilnom je robotu korištenom u sklopu ovog rada

izmjereno $a = 0,35\text{m}$, $b = 0,185\text{m}$, $c = 0,12\text{m}$, $d = 0,013\text{m}$, $h = 1,21\text{m}$ i $\phi = 20^\circ$ te je pretpostavljeno da je $\sigma_f = 5\text{mm}$.

5.2. Estimacija kretanja robota

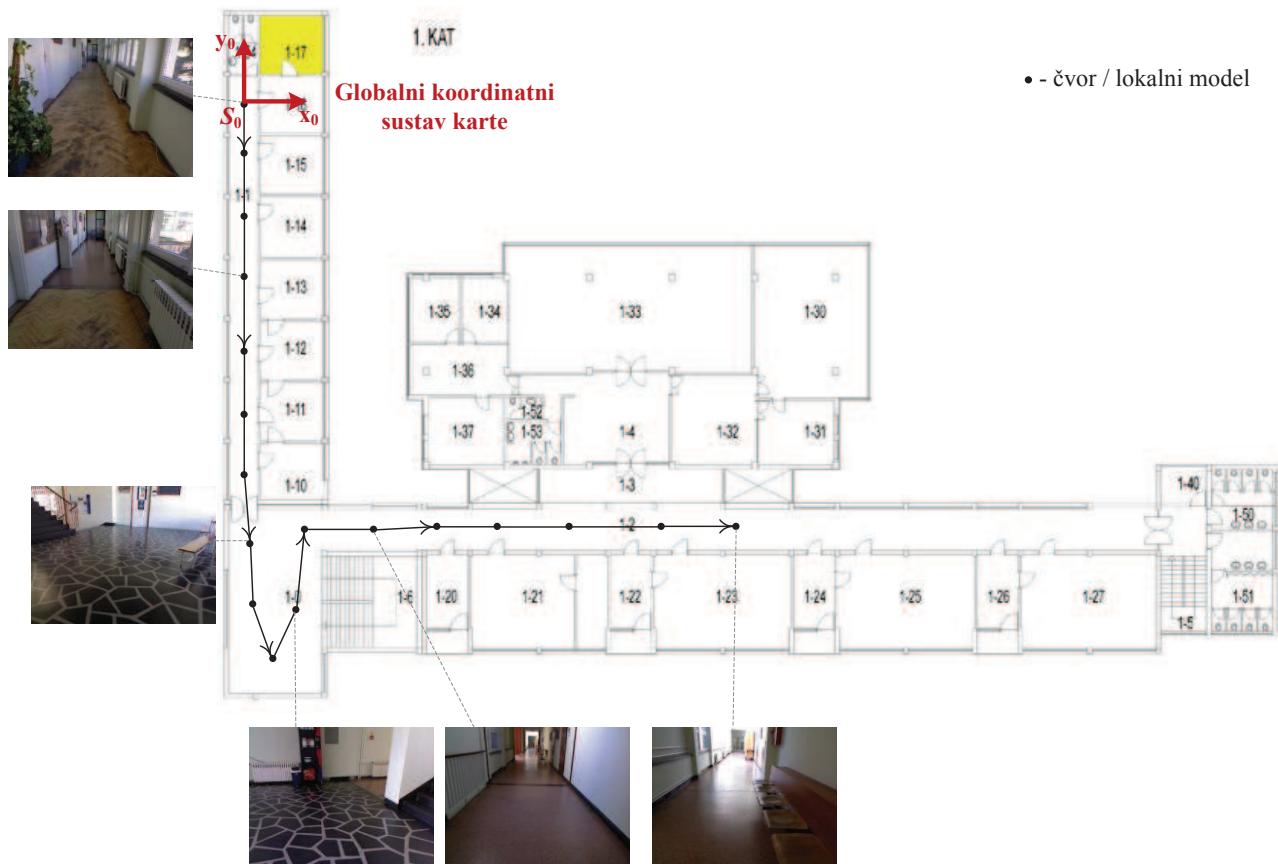
Estimacija kretanja robota je primjer lokalizacije u kojoj robot tijekom kretanja u svakome trenutku na osnovi trenutne slike ili scene određuje svoj relativni položaj u odnosu na prošlu sliku. Ne mora postojati karta niti je bitno da robot zna svoju poziciju na karti. Bitno je samo da robot kroz vrijeme prati svoju poziciju na osnovi relativnog pomaka između dobivenih slika. Kako je kamera postavljena na mobilni robot te se iz položaja kamere u prostoru može jednoznačno odrediti i položaj robota, postupak estimacije kretanja robot će se nadalje u ovom radu nazivati *estimacija kretanja kamere*. Estimacija kretanja kamere predstavlja poseban način primjene postupka registracije opisanog u 4. poglavlju, gdje model predstavlja skup ravninskih segmenata dobiven iz prethodne slike, dok scena predstavlja skup ravninskih segmenata dobiven iz trenutne slike. Početne se estimacije relativnog položaja $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ određuju uz pretpostavku da je $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}} = \mathbf{0}$, dok se pripadajuća nesigurnost \mathbf{P}_{init} određuje u ovisnosti o tome koliko se često snimaju slike, tj. kolika je udaljenost između pozicija snimanja slike. Ova se informacija dobije iz odometrije. $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ i \mathbf{P}_{init} se koriste i u generiranju skupa inicijalnih parova (poglavlje 4.4) i u generiranju hipoteze (poglavlje 4.6).

5.3. Generiranje hibridne metrički-topološke karte

Generirana hibridna metrički-topološka karta se sastoji od topološke karte na globalnoj razini gdje su relativni položaji između čvorova poznati. Svaki čvor predstavlja točku na karti gdje je snimljena slika okoline. Te se slike pohranjuju u bazu i one predstavljaju lokalne modele prostora, odnosno lokalne metričke podkarte. Usporedbom trenutne slike robota i slike snimljene u nekom čvoru, mobilni se robot lokalizira u odnosu na taj čvor, te se položaj robota u prostoru dobije na osnovi informacije o položaju čvora na karti.

U pokusima provedenim u okviru ovog rada, karta je stvorena tako što je ručno vođen mobilni robot s postavljenom 3D kamerom obišao cijeli prostor predviđen za razmatrani pokus. Prije početka kretanja robota, kamerom se snima prva slika i pohranjuje u bazu. Ta slika predstavlja lokalni model za prvi čvor karte, a pozicija robota iz koje je snimljena definira ishodište globalnog koordinatnog sustava karte. Ostale se slike odnosno čvorovi dobiju iterativno automatskim snimanjem slika tijekom kretanja robota. Iz snimljene slike se generira novi čvor karte ako je udaljenost pozicije robota iz koje je slika snimljena od bilo kojeg čvora u karti veća ili jednaka zadanoj vrijednosti g_d , ili ako je razlika u orientaciji robota u odnosu na sve čvorove bliže od

udaljenosti g_d veća ili jednaka zadanoj vrijednosti g_a . U okviru ovog rada za g_d i g_a korištene su vrijednosti 0,5m i 15° . Određivanje relativnog pomaka ili promjene orijentacije između čvorova je ostvareno pomoću odometrije robota koja je na malim udaljenostima dosta točna. Primjer dijela generirane hibridne karte prikazan je na slici 5.3. *Apsolutni* položaj svakog čvora u odnosu na prvi čvor se također određuje za svaki čvor i pohranjuje zajedno sa slikom. *Apsolutni* položaj nekog čvora se odnosi na položaj tog čvora u globalnom koordinatnom sustavu te se određuje na temelju fuzije odometrije i relativnog položaja dobivenog računalnim vidom.



Slika 5.3. Primjer dijela karte s označenim čvorovima odnosno lokalnim modelima predstavljenim slikama.

Ovakva generirana karta predstavlja *model* okoline, dok svaki čvor predstavlja *lokalni model*. Svaki čvor u karti predstavlja 3D model dijela prostora u kojem se robot kretao tijekom postupka izgradnje karte. Dio prostora prikazan jednim čvorom predstavlja neposrednu okolinu robota snimljenu u trenutku kada je robot bio u određenom položaju na karti. Iako ovakva generirana karta ne predstavlja točan metrički model okoline zbog korištenja odometrije radi određivanja međusobnih položaja čvorova, upotrebljiva je u smislu pokazivanja mogućnosti globalne lokalizacije i slijedeća relativnog položaja kamere u modelu.

5.4. Globalna lokalizacija

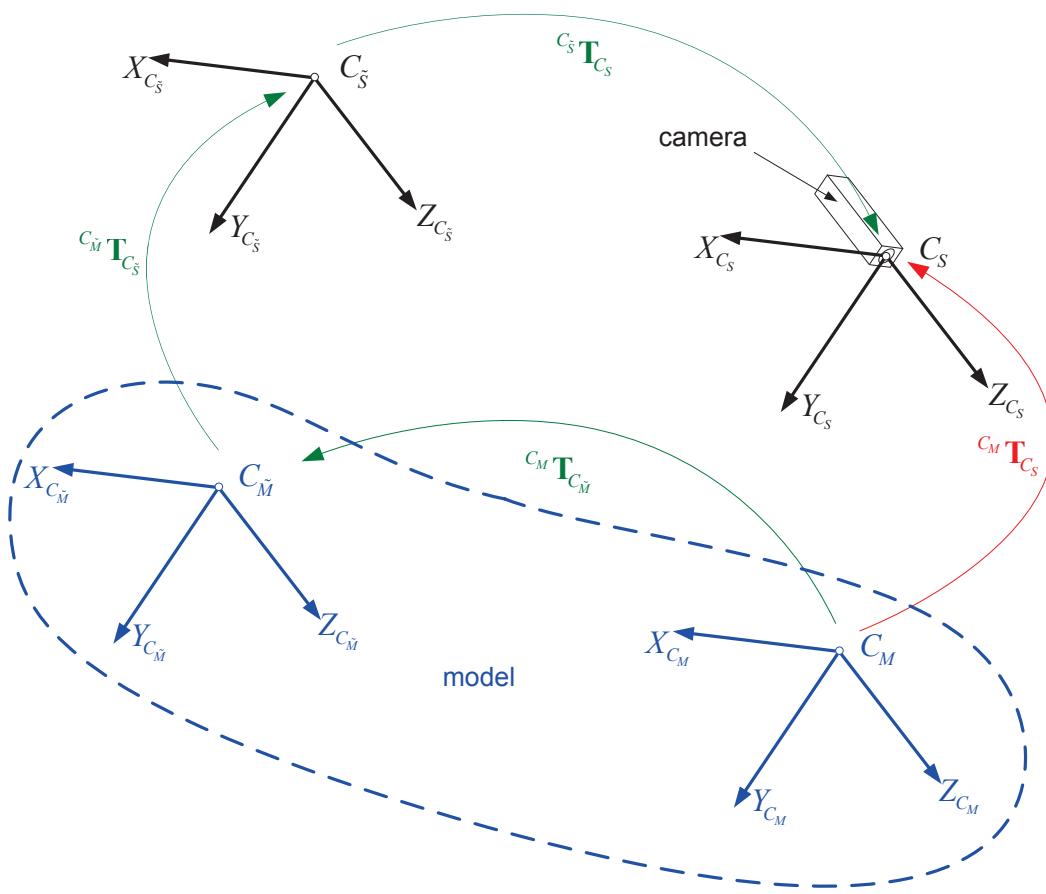
Kod globalne se lokalizacije određuje globalni položaj robota na karti na osnovi trenutne slike odnosno snimke. Sustav uspoređuje trenutnu snimku sa svakim lokalnim modelom na karti. Zadatak sustava je izabrati lokalni model najbliži trenutno snimljenoj sceni te dati relativni položaj te scene u odnosu na najbliži model, čime je određen globalni položaj robota. Kako pri globalnoj lokalizaciji jedina informacija kojom sustav raspolaže je ta da se robot nalazi negdje na karti, pri generiranju hipoteza uobičajno je za početnu estimaciju relativnog položaja \hat{w}_{init} prepostaviti da je $\hat{w}_{init} = \mathbf{0}$ uz pripadajuću jako veliku nesigurnost. Primjena tako velike nesigurnosti pri sparivanju ravninskih segmenata, osim što povećava broj inicijalnih parova, povećava i broj krivih parova, te ako se uzme u obzir da se moraju generirati inicijalni parovi za sve lokalne modele, postupak lokalizacije može biti dugotrajan. Zbog toga se u ovom radu pri globalnoj lokalizaciji primjenjuju dvije različite nesigurnosti. Prva, koja je manja i opisana matricom kovarijance P_{match} , ovisi o međusobnoj udaljenosti između lokalnih modela karte i primjenjuje se pri generiranju skupa inicijalnih parova. Druga, koja je puno veća i opisana je matricom kovarijance P_{init} , definirana je od strane korisnika sustava i primjenjuje se kao nesigurnost početne procjene položaja kod generiranja hipoteza primjenom metode proširenog Kalmanovog filtera, čime se toj početnoj procjeni daje vrlo mala težina. Na taj se način smanjuje veličina skupa inicijalnih parova (i broj krivih parova) pri čemu se ubrzava postupak globalne lokalizacije. Dakle, \hat{w}_{init} i P_{match} se koriste u generiranju skupa inicijalnih parova (poglavlje 4.4), dok se \hat{w}_{init} i P_{init} koriste u generiranju hipoteze (poglavlje 4.6). Pri postupku globalne lokalizacije, generiraju se hipoteze o relativnom položaju trenutne scene u odnosu na sve lokalne modele.

5.5. Slijedenje relativnog položaja kamere u odnosu na model okoline

U ovom potpoglavlju opisan je postupak slijedenja relativnog položaja kamere odnosno robota u odnosu na model okoline predstavljen hibridnom kartom dobivenom na način opisan u potpoglavlju 5.3. Na samome početku se prepostavlja da mobilni robot zna gdje se nalazi na karti, tj. koji mu je čvor ili lokalni model najbliži. To se ostvaruje tako da korisnik definira početni položaj, tj. najbliži model ili se provede postupak globalne lokalizacije. Na osnovi toga robot može naći svoj relativni položaj u odnosu na taj lokalni model. Kako se robot kreće, tako je potrebno korigirati njegov relativni položaj u odnosu na kartu, tj. odrediti njegov položaj u odnosu na najbliži lokalni model na toj karti. To se odvija u koracima. U svakom se koraku vrši predikcija kretanja robota, tj. procjenjivanje njegovog trenutnog položaja na temelju prethodnog položaja i odometrije

nakon koje slijedi korekcija tako procijenjenog položaja registracijom 2.5D slika. Dakle, za uspješno slijedenje relativnog položaja na karti, robot mora u svakome trenutku, na temelju trenutne scene, znati *odrediti* njemu najbliži lokalni model i relativno se lokalizirati u odnosu na taj model. Određivanje najbližeg modela se ostvaruje pretraživanjem karte za lokalni model s absolutnim položajem najbližim procijenjenom absolutnom položaju robota. Pri postupku lokalizacije, generiraju se hipoteze o relativnom položaju trenutne scene u odnosu na najbliži model.

Na slici 5.4 prikazan je primjer slijedenja relativnog položaja kamere u odnosu na model. Koordinatni sustavi C_s i $C_{\tilde{s}}$ predstavljaju trenutni i prethodni položaj kamere tijekom kretanja robota, dok C_m i $C_{\tilde{m}}$ predstavljaju koordinatne sustave trenutnog i prethodnog lokalnog modela tijekom slijedenja relativnog položaja kamere u hibridnoj karti okoline.



Slika 5.4. Primjer slijedenja relativnog položaja kamere u odnosu na model.

Robot se najprije nalazi u položaju $C_{\tilde{s}}$ te, kako je najbliži lokalni model $C_{\tilde{m}}$, određen je relativni položaj između ta dva koordinatna sustava opisan matricom homogene transformacije $c_{\tilde{m}} T_{C_{\tilde{s}}}$. Tijekom gibanja je, u položaju C_s , pomoću absolutnog položaja određen najbliži model

C_M . Na osnovi informacije o relativnom položaju C_S u odnosu na $C_{\tilde{S}}$ dobivene odometrijom i opisane matricom ${}^{C_{\tilde{S}}} \mathbf{T}_{C_S}$, te na temelju informacije o relativnom položaju $C_{\tilde{M}}$ u odnosu na C_M , također dobivene odometrijom i opisane matricom ${}^{C_M} \mathbf{T}_{C_{\tilde{M}}}$, relativni položaj C_S u odnosu na C_M opisan matricom ${}^{C_M} \mathbf{T}_{C_S}$ dan je izrazom

$${}^{C_M} \mathbf{T}_{C_S} = {}^{C_M} \mathbf{T}_{C_{\tilde{M}}} \cdot {}^{C_{\tilde{M}}} \mathbf{T}_{C_{\tilde{S}}} \cdot {}^{C_{\tilde{S}}} \mathbf{T}_{C_S}, \quad (5.8)$$

tj. orijentacija od C_S u odnosu na C_M dana je izrazom

$${}^{C_M} \mathbf{R}_{C_S} = {}^{C_M} \mathbf{R}_{C_M} \cdot {}^{C_M} \mathbf{R}_{C_S} \cdot {}^{C_{\tilde{S}}} \mathbf{R}_{C_S} \quad (5.9)$$

odnosno relativna pozicija od C_S u odnosu na C_M dana je izrazom

$${}^{C_M} \mathbf{t}_{C_S} = {}^{C_{\tilde{M}}} \mathbf{R}_{C_M}^T \cdot \left({}^{C_M} \mathbf{R}_{C_S} \cdot {}^{C_S} \mathbf{t}_{C_S} + {}^{C_{\tilde{M}}} \mathbf{t}_{C_S} - {}^{C_M} \mathbf{t}_{C_M} \right) \quad (5.10)$$

Nesigurnost relativnog položaja C_S u odnosu na C_M opisanog izrazom (5.8) ovisi o nesigurnosti svakog od relativnih položaja danih u istom izrazu i opisana je izrazom (vidi prilog P.12)

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_M} &= {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_M \rightarrow C_{\tilde{M}}} \cdot \mathbf{C}_{C_M \rightarrow C_{\tilde{M}}} \cdot {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_M \rightarrow C_{\tilde{M}}}^T \\ &+ {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}} \cdot \mathbf{C}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}} \cdot {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}}^T \\ &+ {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_S \rightarrow C_{\tilde{S}}} \cdot \mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_{\tilde{S}}} \cdot {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_S \rightarrow C_{\tilde{S}}}^T, \end{aligned} \quad (5.11)$$

gdje

$\mathbf{C}_{m \rightarrow n}$ - označava matricu kovarijance koja opisuje nesigurnost relativnog položaja koordinatnog sustava m u odnosu na n ;

${}^{k \rightarrow l} \mathbf{J}_{m \rightarrow n}$ - Jacobieva matrica koja vrši propagaciju nesigurnosti između relativnog položaja koordinatnih sustava m i n i relativnog položaja koordinatnih sustava k i l .

Matrica kovarijance $\mathbf{C}_{C_M \rightarrow C_{\tilde{M}}}$ opisuje nesigurnost relativnog položaja između lokalnih modela $C_{\tilde{M}}$ i C_M . Kako su lokalni modeli tijekom generiranja karte dobiveni na temelju relativne udaljenosti, odnosno promjene smjera izmjerene odometrijom, $\mathbf{C}_{C_M \rightarrow C_{\tilde{M}}}$ se može opisati izrazom (5.7). Matrica kovarijance $\mathbf{C}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}}$, koja opisuje nesigurnost relativnog položaja između prethodne scene $C_{\tilde{S}}$ i prethodnog modela $C_{\tilde{M}}$, dobivena je postupkom lokalizacije opisanim u poglavljju 4. Matrica

kovarijance $\mathbf{C}_{C_s \rightarrow C_{\bar{s}}}$ opisuje nesigurnost relativnog položaja između trenutne scene C_s i prethodne scene $C_{\bar{s}}$ i dobivena je na temelju odometrije, tj. također pomoću izraza (5.7).

Dobivene vrijednosti za ${}^{C_M} \mathbf{T}_{C_s}$ (izraz (5.8)) i $\mathbf{C}_{C_s \rightarrow C_M}$ (izraz (5.11)) služe kao početne estimacije relativnog položaja $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ i pripadajuće nesigurnosti \mathbf{P}_{init} (potpoglavlje 4.3.1) za generiranje početnog skupa parova (poglavlje 4.4) i u generiranju hipoteze (poglavlje 4.6). Cijeli postupak određivanja početne estimacije relativnog položaja $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ i pripadajuće nesigurnosti \mathbf{P}_{init} predstavlja predikcijski korak proširenog Kalmanovog filtera, dok registracija 2.5D slika predstavlja korekcijski korak. Za razliku od globalne lokalizacije, može se postići velika pouzdanost pri slijedenju relativnog položaja kamere u odnosu na model okoline budući da poznavanje početnog položaja s relativno velikom točnošću omogućuje postavljanje strogih geometrijskih ograničenja na sparivanje ravninskih segmenata, što smanjuje broj krivih parova, a time i vjerojatnost generiranja neistinite hipoteze.

5.6. Višenamjenski algoritam za lokalizaciju

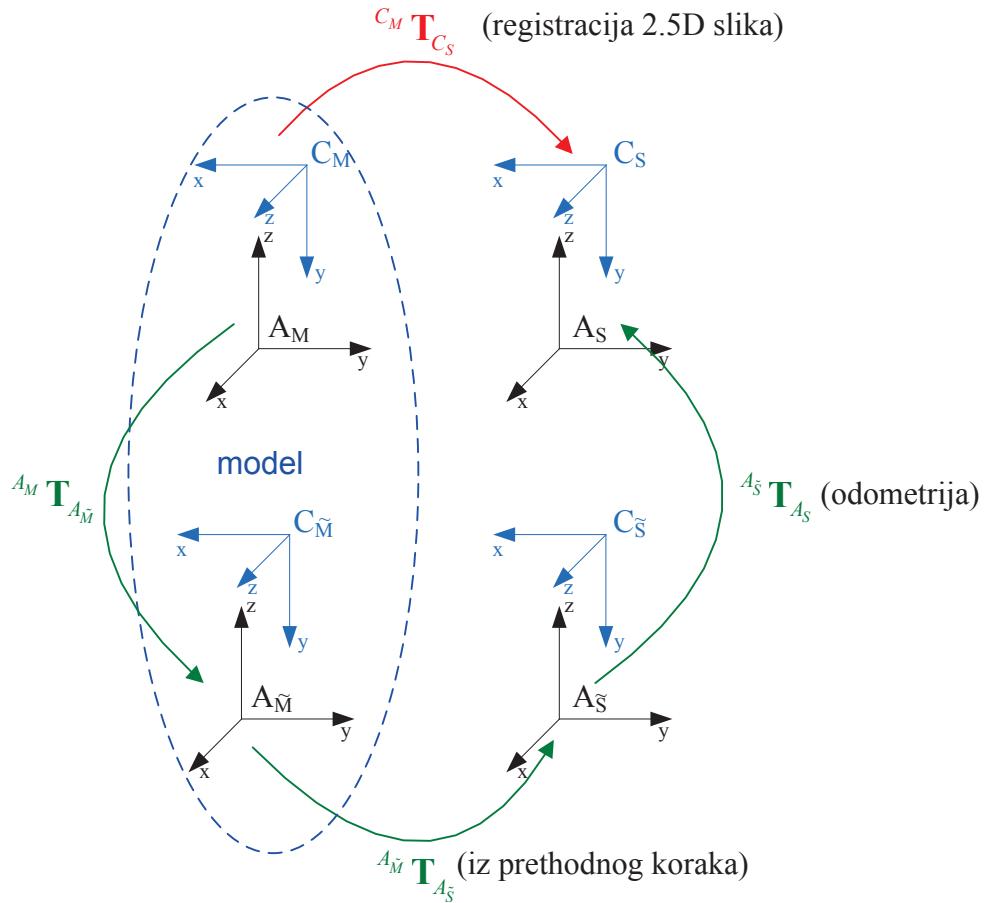
Predložene metode za lokalizaciju mobilnog robota pomoću ravninskih segmenata poslužile su za izgradnju višenamjenskog algoritma, koji se, ovisno o postavkama, može primijeniti na jedan od sljedećih načina:

- estimacija kretanja kamere;
- (istodobno) slijedenje relativnog položaja kamere u modelu i generiranje hibridne metričko-topološke karte;
- globalna lokalizacija.

Implementiran sustav slijedenja relativnog položaja kamere u modelu je takav da omogućuje istodobno generiranje hibridne metričko-topološke karte, kao i proširivanje postojeće karte ili modela okoline s novim lokalnim modelima.

Za testiranje predloženih metoda za lokalizaciju mobilnog robota pomoću ravninskih segmenata upotrijebljen je robotski sustav opisan u poglavlju 6. Tijekom vožnje mobilnog robota, RGB slike i dubinske slike s 3D senzora su snimljene automatski svakih pic_d [m] ili pri promjeni orijentacije robota od pic_a [$^{\circ}$] registriranoj odometrijom robota. Mobilni robot s kotačima pri gibanju na ravnom tlu ima tri stupnja slobode. Kako je kamera postavljena na robotu, moguće je dosta pojednostaviti računske zahtjeve ako se veći dio proračuna obavlja u koordinatnom sustavu robota gdje postoje samo tri stupnja slobode. S druge strane, metoda registracije 2.5D slika opisana

u 4. poglavlju određuje relativni položaj scene u odnosu na model sa svih šest stupnjeva slobode, čime uzima u obzir i nesigurnosti uslijed neravnina na podu te elastičnosti nosača za kameru. Ako se želi ostvariti slijedenje položaja kamere u modelu s 3DOF, tada se položaj scene u odnosu na model dobiven kao rezultat registracije 2.5D slike zajedno s njegovom nesigurnosti mora projicirati iz šestodimenzionalnog prostora (šest stupnjeva slobode gibanja) u trodimenzionalni prostor (tri stupnja slobode gibanja). Slika 5.5 pokazuje primjer slijedenja relativnog položaja kamere u odnosu na model s tri stupnja slobode, pri čemu se koristi projekcija rezultata registracije 2.5D slike iz šestodimenzionalnog u trodimenzionalni prostor.



Slika 5.5. Slijedenje relativnog položaja kamere u modelu u koordinatnom sustavu robota.

Kako se mobilni robot giba, tako trenutno *stanje* postaje, u idućem koraku, prethodno *stanje*. Trenutna scena u idućem koraku postaje prethodna scena ili prethodni lokalni model ukoliko sustav procijeni da ne postoji lokalni model koji je *dovoljno blizu* trenutnoj sceni. Karta se pretražuje za lokalni model s absolutnim položajem najbližim procijenjenom absolutnom položaju robota uz uvjet da Euklidska udaljenost između tih položaja mora biti $< 2g_d$ i razlika u orientaciji između tih položaja mora biti $< 2g_a$ (vidi potpoglavlje 5.3). Ukoliko ne postoji takav lokalni model te ukoliko je uključena opcija za generiranje karte, potrebno je iz trenutne scene generirati novi lokalni model

te na taj način proširivati postojeći model karte. Kako relativni položaji između lokalnih modela moraju biti poznati, relativni položaj novog lokalnog modela, tj. trenutne scene, i prethodnog lokalnog modela se određuje pomoću odometrije te se korigira s informacijom dobivenom lokalizacijom pomoću računalnog vida.

Implementacija višenamjenskog algoritma za lokalizaciju robota pomoću ravninskih segmenata prikazana je u algoritmu 5.1. Radi lakšeg opisa algoritma potrebno je definirati nekoliko konstanti i varijabli primijenjenih u navedenom algoritmu.

Varijable

- $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ - početna estimacija relativnog položaja;
- \mathbf{P}_{init} - početna estimacija matrice kovarijance relativnog položaja kamere koja se koristi za određivanje hipoteze;
- $\mathbf{P}_{\text{match}}$ - estimacija matrice kovarijance relativnog položaja kamere koja se koristi za generiranje početnog skupa parova;
- Map - karta/model okoline predstavljena popisom svih lokalnih modela;
- Ψ - trenutni izabrani lokalni model, odnosno lokalni model najbliži trenutnoj sceni označen koordinatnim sustavom A_M ;
- $\tilde{\Psi}$ - lokalni model izabran u prethodnom koraku označen koordinatnim sustavom $A_{\tilde{M}}$;
- Γ - trenutna scena, odnosno skup ravninskih segmenata trenutne 2.5D slike snimljene iz položaja C_s ;
- $\tilde{\Gamma}$ - prethodna scena, odnosno skup ravninskih segmenata, snimljena iz položaja $C_{\tilde{s}}$.
- i_Ψ - indeks prepoznatog modela.

Konstante

- $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init0}}$ - početna estimacija relativnog položaja koja je jednaka $\mathbf{0}$;
- $\mathbf{T}_0 = \mathbf{I}^{4 \times 4}$ - matrica homogene transformacije dobivena za $\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{0}$.
- \mathbf{P}_{3Dof} - početna nesigurnost koja opisuje početnu estimaciju relativnog položaja koja odgovara izrazu (5.1), gdje je $\sigma_{\varphi_A} = 20^\circ$ i $\sigma_{t_{x,A}} = \sigma_{t_{y,A}} = 1\text{m}$;
- \mathbf{P}_{6Dof} - početna nesigurnost koja opisuje početnu estimaciju relativnog položaja koja je jednaka $\text{diag}\left(\left[\sigma_\alpha^2 \sigma_\beta^2 \sigma_\theta^2 \sigma_x^2 \sigma_y^2 \sigma_z^2\right]^T\right)$ gdje je $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\theta = 20^\circ$ i $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 10\text{m}$.

Algoritam se izvodi ciklički, a svaki se ciklus izvršava u četiri faze. U prvoj fazi (koraci 1 – 45), ovisno o načinu rada, izračunavaju se početni položaj, $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$, i odgovarajuće nesigurnosti za generiranje skupa inicijalnih parova $\mathbf{P}_{\text{match}}$ odnosno za određivanje hipoteze \mathbf{P}_{init} . Ukoliko se radi o estimaciji kretanja kamere, pretpostavljena estimacija relativnog položaja $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}} = \hat{\mathbf{w}}_{\text{init}0}$ i $\mathbf{P}_{\text{init}} = \mathbf{P}_{\text{match}} = \mathbf{P}_{\text{3DOF}}$. Pri globalnoj lokalizaciji je $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}} = \hat{\mathbf{w}}_{\text{init}0}$, $\mathbf{P}_{\text{match}}$ se određuje u ovisnosti o udaljenosti između lokalnih modela karte, dok je $\mathbf{P}_{\text{init}} = \mathbf{P}_{\text{6DOF}}$. Pri slijedećem relativnog položaju kamere u modelu, početna estimacija relativnog položaja $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ i pripadajuća nesigurnost \mathbf{P}_{init} se određuju fuzijom odometrije i informacije iz prethodnog poznatog položaja, te je $\mathbf{P}_{\text{match}} = \mathbf{P}_{\text{init}}$. U drugoj fazi (korak 46), generira se početni skup parova te se pomoću tog skupa generiraju hipoteze. Treća se faza (koraci 47 - 51) sastoji od evaluacije hipoteza i izbora najvjerojatnije hipoteze $\hat{\mathbf{w}}$ prema primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza. Ukoliko se primjenjuje hibridna karta pri lokalizaciji, također se dobije i indeks lokalnog modela, i_{ψ} , u odnosu na koji se sustav lokalizirao. Ovo vrijedi za sve načine lokalizacije osim za estimaciju kretanja kamere. Četvrta, odnosno zadnja faza ciklusa (koraci 52 - 78) sastoji se od pamćenja podataka vezanih za trenutno stanje sustava koji su potrebni za izvođenje narednog ciklusa i, u slučaju da je scena dovoljno udaljena od svih čvorova karte, kreiranja novog lokalnog modela.

Algoritam 5.1 Lokalizacija mobilnog robota pomoću ravninskih segmenata

Način rada, trenutni položaj robota ${}^0\mathbf{T}_{A_s}$ dobiven odometrijom i Γ predstavljaju ulaze u algoritam. Osim tih ulaza, ukoliko se radi o estimaciji kretanja kamere, $\tilde{\Gamma}$ također predstavlja ulaz u algoritam. Ukoliko se primjenjuje hibridna karta pri lokalizaciji, *Map* predstavlja dodatni ulaz u algoritam. Izlazi algoritma su najbolja hipoteza o relativnom položaju $\hat{\mathbf{w}}$ i pripadajuća nesigurnost \mathbf{P}_{iz} , kao i indeks lokalnog modela ukoliko se primjenjuje hibridna karta pri lokalizaciji.

Kako se ovaj algoritam izvodi ciklički, neki se podatci pamte iz prethodnog ciklusa i potrebno ih je inicijalizirati prije početka prvog ciklusa. Ti podatci i odgovarajuće početne vrijednosti su:

${}^0\mathbf{T}_{A_{\tilde{M}}} = \mathbf{T}_0$ - apsolutni položaj prethodnog modela;

${}^0\mathbf{T}_{A_{\tilde{s}}} = \mathbf{T}_0$ - prethodni položaj robota dobiven odometrijom;

${}^{C_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{C_{\tilde{s}}} = \mathbf{T}_0$ - relativni položaj prethodne scene u odnosu na prethodni najbliži model u koordinatnom sustavu kamere;

${}^{A_{\bar{M}}} \mathbf{T}_{A_{\bar{s}}} = \mathbf{T}_0$ - prethodni položaj prethodne scene u odnosu na prethodni najbliži model u koordinatnom sustavu robota.

Korak 1 Ako je način rada = *globalna lokalizacija*

Korak 2 Postaviti ${}^{\bar{s}} \mathbf{T}_{A_s} = \mathbf{T}_0$.

Korak 3 Inače

Korak 4 Postaviti ${}^{\bar{s}} \mathbf{T}_{A_s} = {}^0 \mathbf{T}_{A_{\bar{s}}}^T \cdot {}^0 \mathbf{T}_{A_s}$.

Korak 5 Kraj Ako je

Korak 6 Ako je način rada = *estimacija kretanje kamere*

Korak 7 Postaviti $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}} = \hat{\mathbf{w}}_{\text{init0}}$.

Korak 8 Odrediti $\mathbf{P}_{\text{match}}$ na temelju izraza (5.7) i (5.5), gdje $\mathbf{C}_{A_s \rightarrow A_{\bar{s}}} = \mathbf{P}_{\text{3Dof}}$ u izrazu (5.5).

Korak 9 Inače

Korak 10 Ako je popis *Map* prazan (tj. ne postoji karta)

Korak 11 Postaviti estimaciju relativnog položaja $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ tako da odgovara matrici

homogene transformacije, ${}^{\bar{s}} \mathbf{T}_{C_s}$, koja se određuje na temelju ${}^{\bar{s}} \mathbf{T}_{A_s}$ i pomoću izraza (P.76) i (P.85).

Korak 12 Postaviti $\mathbf{P}_{\text{match}} = \mathbf{C}_w$ (izraz (5.7) i (5.5)) gdje je matrica $\mathbf{C}_{A_s \rightarrow A_{\bar{s}}}$ izračunata prema (5.1) - (5.3).

Korak 13 Inače

Korak 14 Ako je (način rada = *globalna lokalizacija*) ili (način rada = *slijedjenje položaja u modelu* i izvodi se prvi ciklus)

Korak 15 Postaviti $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}} = \hat{\mathbf{w}}_{\text{init0}}$.

Korak 16 Odrediti $\mathbf{P}_{\text{match}}$ na temelju izraza (5.7) i (5.5), gdje $\mathbf{C}_{A_s \rightarrow A_{\bar{s}}} = \mathbf{P}_{\text{3Dof}}$ u izrazu (5.5).

Korak 17 Inače

Korak 18 Odrediti $\mathbf{C}_{A_s \rightarrow A_{\bar{s}}}$ (izrazi (5.1) - (5.3)) na temelju ${}^{\bar{s}} \mathbf{T}_{A_s}$.

Korak 19 Odrediti $\mathbf{C}_{A_{\bar{s}} \rightarrow A_{\bar{M}}}$ (izraz (P.90)) na temelju ${}^{\bar{s}} \mathbf{T}_{C_{\bar{s}}}$ i \mathbf{P}_{iz} (\mathbf{P}_{iz} iz prethodnog ciklusa), gdje je $\mathbf{C}_w = \mathbf{P}_{iz}$.

Korak 20 Odrediti procijenjeni apsolutni položaj trenutne scene

$${}^0\mathbf{T}_{A_S} = {}^0\mathbf{T}_{A_M} \cdot {}^{A_M}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}} \cdot {}^{A_{\tilde{S}}}\mathbf{T}_{A_S}.$$

- Korak 21** Postaviti $\Psi = \text{NULL}$.
- Korak 22** Pretražiti *Map* za lokalni model čiji je apsolutni položaj najbliži procijenjenom apsolutnom položaju trenutne scene, ${}^0\mathbf{T}_{A_S}$, uz uvjet da euklidska udaljenost između tih položaja mora biti $< 2g_d$ i razlika u kutu između tih položaja mora biti $< 2g_\alpha$ (vidi potpoglavlje 5.3). Postaviti Ψ jednak nađenom modelu.
- Korak 23** Ako je $\Psi = \text{NULL}$
- Korak 24** Odrediti ${}^{A_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{A_S} = {}^{A_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}} \cdot {}^{A_{\tilde{S}}}\mathbf{T}_{A_S}$.
- Korak 25** Postaviti estimaciju relativnog položaja $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ tako da odgovara matrici homogene transformacije, ${}^{C_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{C_S}$ koja se određuje na temelju ${}^{A_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{A_S}$ i pomoću izraza (P.76) i (P.85).
- Korak 26** Postaviti $\mathbf{P}_{\text{match}} = \mathbf{C}_w$ (izraz (5.7) i (5.5)).
- Korak 27** Nastaviti s korakom 56 s parametrima: Γ , $\Psi = \tilde{\Psi}$, $\hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{w}}_{\text{init}}$ i ${}^0\mathbf{T}_{A_S}$.
- Korak 28** Inače
- Korak 29** Kako A_M predstavlja koordinatni sustav najbližeg modela, Ψ , izračunati ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_{\tilde{M}}}$ na temelju ${}^0\mathbf{T}_{A_M}$ i ${}^0\mathbf{T}_{A_{\tilde{M}}}$.
- Korak 30** Odrediti $\mathbf{C}_{A_{\tilde{M}} \rightarrow A_M}$ (izraz (5.1)) na temelju ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_{\tilde{M}}}$.
- Korak 31** Odrediti $\mathbf{C}_{A_{\tilde{S}} \rightarrow A_M}$ (primjenom izraza (P.101)) na temelju $\mathbf{C}_{A_{\tilde{M}} \rightarrow A_M}$, $\mathbf{C}_{A_{\tilde{S}} \rightarrow A_{\tilde{M}}}$, ${}^{A_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}}$ i ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_{\tilde{M}}}$.
- Korak 32** Odrediti ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}} = {}^{A_M}\mathbf{T}_{A_{\tilde{M}}} \cdot {}^{A_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}}$.
- Korak 33** Odrediti $\mathbf{C}_{A_S \rightarrow A_M}$ (primjenom izraza (P.102)) na temelju $\mathbf{C}_{A_S \rightarrow A_{\tilde{S}}}$, $\mathbf{C}_{A_{\tilde{S}} \rightarrow A_M}$, ${}^{A_{\tilde{S}}}\mathbf{T}_{A_S}$ i ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}}$.
- Korak 34** Odrediti ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_S} = {}^{A_M}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}} \cdot {}^{A_{\tilde{S}}}\mathbf{T}_{A_S}$.
- Korak 35** Postaviti $\hat{\mathbf{w}}_{\text{init}} = {}^{C_M}\mathbf{T}_{C_S}$ gdje se ${}^{C_M}\mathbf{T}_{C_S}$ određuje na temelju ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_S}$ i pomoću izraza (P.76) i (P.85).
- Korak 36** Postaviti $\mathbf{P}_{\text{match}} = \mathbf{C}_w$ (izraz (5.7) i (5.5)), gdje se umjesto $\mathbf{C}_{A_S \rightarrow A_{\tilde{S}}}$ u

izrazu (5.5) koristi $\mathbf{C}_{A_S \rightarrow A_M}$ izračunat u koraku 34.

Korak 37 Kraj Ako je

Korak 38 Kraj Ako je

Korak 39 Kraj Ako je

Korak 40 Kraj Ako je

Korak 41 Ako je način rada = globalna lokalizacija

Korak 42 Postaviti $\mathbf{P}_{\text{init}} = \mathbf{P}_{6\text{DOF}}$

Korak 43 Inače

Korak 44 Postaviti $\mathbf{P}_{\text{init}} = \mathbf{P}_{\text{match}}$

Korak 45 Kraj Ako je

Korak 46 Pokrenuti postupak generiranja hipoteza o položaju trenutne scene Γ u odnosu na model, gdje se $\hat{\mathbf{W}}_{\text{init}}$ i $\mathbf{P}_{\text{match}}$ koriste u generiranju skupa inicijalnih parova (poglavlje 4.4), dok se $\hat{\mathbf{W}}_{\text{init}}$ i \mathbf{P}_{init} koriste kao početne estimacije u generiranju hipoteza (poglavlje 4.6). Model s kojim se uspoređuje trenutna scena ovisi o načinu rada: ukoliko se radi o estimaciji kretanja kamere, model je prethodna scena $\tilde{\Gamma}$; ukoliko se radi o slijedenju relativnog položaja kamere u modelu, model je Ψ ; dok se pri globalnoj lokalizaciji hipoteze generiraju za sve lokalne modele generirane prilikom kreiranja karte.

Korak 47 Ako je broj generiranih hipoteza > 0

Korak 48 Na temelju generiranih hipoteza odrediti najbolju hipotezu $\hat{\mathbf{w}}$ prema primijenjenoj metodi evaluacije hipoteza (potpoglavlje 4.7.1 i 4.7.2), i pripadajuću nesigurnost \mathbf{P}_{iz} . U slučaju primjene hibridne karte algoritam kao rezultat vraća i indeks pripadajućeg lokalnog modela, i_Ψ .

Korak 49 Inače

Korak 50 Kraj ciklusa/algoritma.

Korak 51 Kraj Ako je

Korak 52 Ako je način rada = estimacija kretanje kamere

Korak 53 Postaviti ${}^0\mathbf{T}_{A_S} = {}^0\mathbf{T}_{A_S}$.

Korak 54 Inače

Korak 55 Postaviti $bAdd = 0$.

Korak 56 Odrediti relativni položaj u koordinatnom sustavu robota ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_S}$ pomoću ${}^{C_M}\mathbf{T}_{C_S}$, tj.

$${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_S} = {}^{A_M}\mathbf{T}_{C_M} \cdot {}^{C_M}\mathbf{T}_{C_S} \cdot {}^{C_S}\mathbf{T}_{A_S},$$
 gdje ${}^{C_S}\mathbf{T}_{A_S} = {}^{C_M}\mathbf{T}_{A_M}$ i ovisi o tome kako je kamera

postavljena na robot, tj. o mehaničkoj konstrukciji robota (vidi potpoglavlje 5.1, odnosno sliku 5.1.).

- Korak 57** **Ako je** popis *Map* prazan (tj. ne postoji karta)
- Korak 58** Iz Γ kreirati novi, tj. *prvi* lokalni model, Ψ , i ubaciti u popis *Map*.
- Korak 59** Apsolutni položaj lokalnog modela, Ψ , definirati kao ishodište karte, tj.
- $${}^0\mathbf{T}_{A_M} = \mathbf{T}_0.$$
- Korak 60** Postaviti $bAdd = 1$.
- Korak 61** **Inače**
- Korak 62** Pomoću ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_S}$ izračunati euklidsku udaljenost između pozicije scene i modela, $|d|_{\hat{w}}$, te razliku u orijentaciji scene i modela, $|\phi|_{\hat{w}}$.
- Korak 63** **Ako je uključena opcija za kreiranje karte i**
 $(|d|_{\hat{w}} > g_d - 0,1\text{m ili } |\phi|_{\hat{w}} > g_\alpha - 1^\circ)$
- Korak 64** Iz Γ kreirati novi lokalni model, Ψ , i ubaciti u popis *Map*.
- Korak 65** Odrediti apsolutni položaj trenutne scene ${}^0\mathbf{T}_{A_S}$ pomoću apsolutnog položaja Ψ , ${}^0\mathbf{T}_{A_M}$ i ${}^{A_M}\mathbf{T}_{A_S}$ tj., ${}^0\mathbf{T}_{A_S} = {}^0\mathbf{T}_{A_M} \cdot {}^{A_M}\mathbf{T}_{A_S}$.
- Korak 66** Postaviti apsolutni položaj novog lokalnog modela jednak ${}^0\mathbf{T}_{A_S}$.
- Korak 67** Postaviti $bAdd = 1$.
- Korak 68** **Kraj Ako je**
- Korak 69** **Kraj Ako je**
- Korak 70** Postaviti $\tilde{\Psi} = \Psi$.
- Korak 71** Postaviti ${}^0\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}} = {}^0\mathbf{T}_{A_S}$.
- Korak 72** Postaviti ${}^{C_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{C_{\tilde{S}}} = {}^{C_M}\mathbf{T}_{C_S}$.
- Korak 73** **Ako je** $bAdd = 1$.
- Korak 74** Postaviti ${}^{A_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}} = \mathbf{T}_0$.
- Korak 75** **Inače**
- Korak 76** Postaviti ${}^{A_{\tilde{M}}}\mathbf{T}_{A_{\tilde{S}}} = {}^{A_M}\mathbf{T}_{A_S}$.
- Korak 77** **Kraj Ako je**
- Korak 78** **Kraj Ako je**

6. Eksperimentalna evaluacija

Eksperimentalnom evaluacijom predložene metode lokalizacije želi se utvrditi sljedeće:

- točnost estimacije kretanja kamere;
- točnost slijedenja relativnog položaja kamere u modelu;
- uspješnost algoritma za generiranje hipoteza, tj. u kolikom postotku slučajeva se među generiranim hipotezama nalazi barem jedna točna hipoteza;
- uspješnost kriterija za evaluaciju hipoteza, tj. da među što manje najviše rangiranih hipoteza bude barem jedna točna.

Jedan od najvećih *problema* kod procjenjivanja kvalitete različitih metoda lokalizacije jest točnost pri lokalizaciji. Ukoliko postoje *točni podatci ili referentni podatci* (engl. *ground truth*) o položaju kamere pri snimanju slike, procjene točnosti lokalizacije se svode na usporedbu dobivenih rezultata s referentnim podatcima. Ukoliko ne postoje referentni podatci, rezultati dobiveni predloženom metodom lokalizacije se tada uspoređuju s rezultatima dobivenim nekom drugom metodom za koju je potvrđeno da daje *zadovoljavajuće* rezultate. Drugim riječima, rezultati dobiveni drugom metodom predstavljaju referentne podatke.

Kao što je i ranije navedeno, pogreška dobivena korištenjem odometrije je *relativno mala* pri malim promjenama udaljenosti ili kuta. Stoga, kod procjene točnosti kod estimacija kretanja kamere, dobiveni relativni položaj kamere između snimljenih scena tijekom gibanja se uspoređuje s relativnim položajem robota dobivenog odometrijom, tj. referentni podatci su relativni položaji robota dobiveni odometrijom. Varijanca pogreške, odnosno razlika između relativnog položaja robota dobivena odometrijom i relativnog položaja dobivenog predloženom metodom, predstavlja konzervativnu procjenu varijance relativnog položaja dobivenog predloženom metodom.

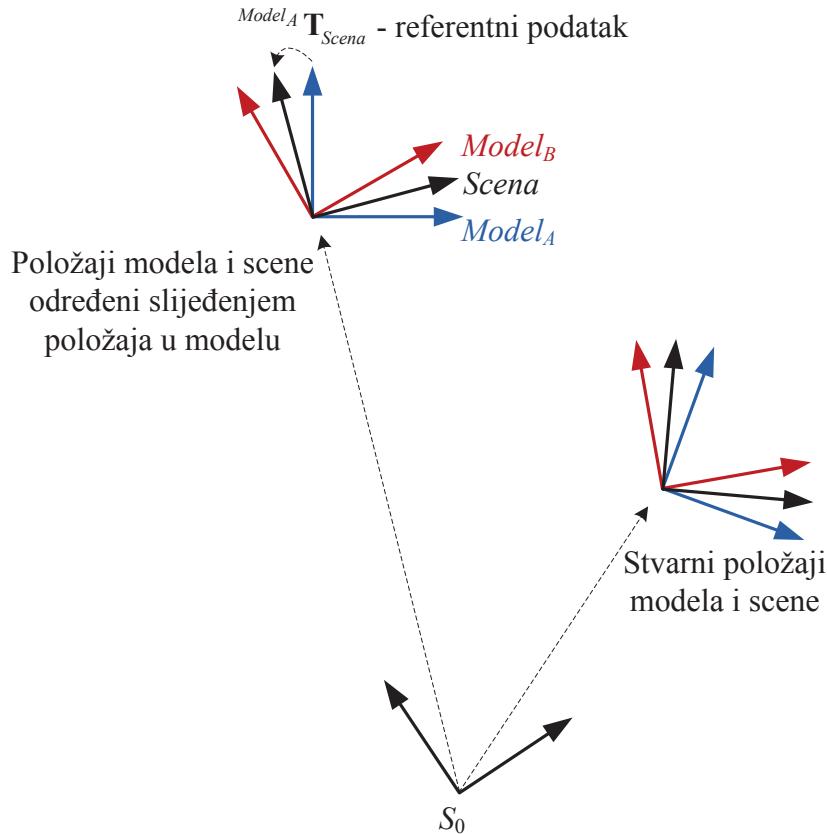
Kod kreiranja hibridne metričko-topološke karte lokalni su modeli generirani svakih $g_d = 0,5\text{m}$ ili pri promjeni kuta od $g_\alpha = 15^\circ$. Slijedenje relativnog položaja kamere u modelu daje kao rezultat relativni položaj kamere trenutne scene u odnosu na neki lokalni model karte. Osnovni uvjet pri pokretanju postupka slijedenja relativnog položaja kamere u modelu jest da se robotu na samome početku definira koji je njemu najbliži lokalni model na karti, što se ostvaruje ili provedbom globalne lokalizacije ili definiranjem početnog položaja od strane korisnika. Na osnovi te informacije, robot se lokalizira u odnosu na taj lokalni model. Nakon toga, pri gibanju robota, robot samo pretražuje kartu za lokalni model s apsolutnim položajem najbližim njemu te se lokalizira u odnosu na njega. U ovome radu, procjena točnosti predložene metode slijedenja

relativnog položaja kamere u modelu ostvarena je usporedbom s rezultatima dobivenim Monte Carlo metodom, tj. referentni podatci su relativni položaji kamere u modelu dobiveni Monte Carlo metodom. Kako se evaluacija provodi u *offline* načinu rada, potrebno je koristiti različit skup slika: jedan za generiranje karte, a drugi za ispitivanje metode slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.

Globalna lokalizacija podrazumijeva situaciju kada robot sam pokušava odrediti svoj položaj na karti samo na temelju trenutne scene i pomoću karte. Jedini je način da usporedi trenutnu scenu sa svim lokalnim modelima kako bi našao najsličniji njemu. U ovome su radu obavljena dva pokusa koja se razlikuje po tome što u jednome postoje podaci o položaju kamere pri snimanju slike dobiveni pomoću Monte-Carlo metode. Stoga, u pokusu gdje postoje takvi podatci, pri procjeni točnosti predložene metode globalne lokalizacije se za referentne podatke koriste oni dobiveni Monte Carlo metodom. U pokusu gdje ne postoje takvi podatci, tj. u slučaju kada nema *referentnih* podataka, predlaže se da se za referentne podatke kod globalne lokalizacije koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Dakle, procjena točnosti globalne lokalizacije se zasniva na pretpostavci dosta točnih rezultata dobivenih slijedenjem relativnog položaja kamere u modelu. Kako su sve slike snimane tijekom vožnje mobilnog robota, te se sekvence koriste u pokusu slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Kao rezultat se dobiju relativni položaji kamere svake slike u odnosu na neki lokalni model. To znači da za svaku sliku, osim podataka o odometriji dobivenih tijekom snimanja (vožnje robota), sada postoji informacija o relativnom položaju u odnosu na određeni lokalni model.

Referentni podatci za evaluaciju globalne lokalizacije mogli bi se formirati tako da se svakoj ispitnoj snimci pridruži indeks njemu najbližeg lokalnog modela u karti. Ako je rezultat algoritma globalne lokalizacije primijenjenog na nekoj ispitnoj snimci hipoteza koja predstavlja relativni položaj iz kojeg je snimljena ta snimka u odnosu na isti lokalni model koji je u referentnim podatcima pridružen toj ispitnoj snimci, tada se točnost hipoteze može vrednovati na temelju točnosti tog relativnog položaja. Međutim, može se dogoditi da hipoteza predstavlja relativni položaj kamere u odnosu na lokalni model koji ne odgovara onome pridruženom snimci u referentnim podatcima, a da je unatoč tome hipoteza ispravna. Pretpostavimo npr. da postoje dva lokalna modela $Model_A$ i $Model_B$ koji se razlikuju samo po orijentaciji od 18° , te da je trenutni položaj robota točno između ta dva lokalna modela (slika 6.1). Kako bi rezultat globalne lokalizacije trebao biti relativni položaj kamere trenutne scene u odnosu na jedan od nekih njemu bližih lokalnih modela, točan rezultat globalne lokalizacije može biti točan relativni položaj kamere u odnosu na $Model_A$ kao i točan relativni položaj kamere u odnosu na $Model_B$. Dakle, bilo koje od ta

dva rješenja predstavlja uspješnu globalnu lokalizaciju. Ako je npr. $Model_A$ pridružen sceni kao najbliži u referentnim podatcima dobivenim slijedeњem položaja u modelu, a globalna lokalizacija izabere $Model_B$, točnost te hipoteze se može potvrditi ako se zna relativni položaj $Model_B$ u odnosu na $Model_A$. Naime, tada se iz relativnog položaja scene u odnosu na $Model_B$ i relativnog položaja tog modela u odnosu na $Model_A$ može izračunati relativni položaj scene u odnosu na $Model_A$, koji se može usporediti s referentnim podatkom. Da bi se takva evaluacija mogla ostvariti, referentni podatci moraju sadržavati informaciju o relativnim položajima svih susjednih lokalnih modela. U ovom radu to je ostvareno tako da referentni podatci svakoj ispitnoj snimci pridružuju njezin apsolutni položaj u odnosu na koordinatni sustav karte s kojim se može usporediti apsolutni položaj dobiven algoritmom globalne lokalizacije.



Slika 6.1. Primjer referentnog podatka dobivenog slijedeњem relativnog položaja kamere u modelu. Iako apsolutni položaji modela $Model_A$ i $Model_B$ u odnosu na S_0 određeni slijedeњem položaja u modelu imaju veliku pogrešku, njihov relativni položaj jednog u odnosu na drugi su prilično točni.

Treba napomenuti da je za očekivati da apsolutni položaj neke snimke, zbog toga što je ona dobivena bez zatvaranja petlje i globalnog optimiranja kakvo se primjenjuje u okviru SLAM pristupa, nakon dužeg prevaljenog puta u odnosu na ishodišnu poziciju ima dosta veliku grešku. Bez obzira na to, relativni položaji susjednih lokalnih modela izračunati iz njihovih apsolutnih

položaja su dovoljno točni, jer sadrže približno istu akumuliranu pogrešku, koja se kod računanja razlike apsolutnih položaja kompenzira, što je ilustrirano slikom 6.1. Služeći se tom pretpostavkom, točnost hipoteze dobivene globalnom lokalizacijom se može provjeriti usporedbom apsolutnog položaja ispitne snimke s apsolutnim položajem nekog lokalnog modela. Budući da su u referentnim podatcima zapisani apsolutni položaji lokalnih modela u globalnom koordinatnom sustavu karte, apsolutni položaj neke ispitne snimke se može odrediti preko njezinog relativnog položaja u odnosu na lokalni model pridružen toj sceni u referentnim podacima. Na taj način rezultati pokusa slijedenja relativnog položaja kamere u modelu služe za dobivanje referentnih podataka o apsolutnom položaju svake ispitne snimke koji se u postupku evaluacije algoritma globalne lokalizacije uspoređuje s apsolutnim položajem te iste ispitne snimke dobivenim globalnom lokalizacijom. Kako sama metrička točnost nije ovdje u fokusu istraživanja, tako činjenica da apsolutni položaji lokalnih modela u karti nisu metrički točni ne umanjuje bitno upotrebljivost slijedenja relativnog položaja kamere u modelu za evaluaciju globalne lokalizacije. Kod evaluacije globalne lokalizacije, najvažnije je ispitati koliko pouzdano i efikasno sustav pronalazi točni lokalni model u velikoj bazi modela, a usporedba apsolutnih položaja ispitnih snimki i lokalnih modela samo daje potvrdu da je prepoznati model stvarno u blizini ispitne snimke (topološka točnost).

Kod globalne lokalizacije se ne može pretpostaviti da je pogreška kod procjene položaja mala te bi zbog toga sustav trebao biti u mogućnosti istovremeno pratiti više različitih hipoteza. Primjeri metoda u kojima se prati više hipoteza su metode zasnovane na čestičnim filterima. Imajući na umu da se hipoteze generiraju za sve lokalne modele na karti, učinkovitost se algoritma globalne lokalizacije ne procjenjuje samo na osnovi točnosti rješenja, nego i na minimalnom broju generiranih hipoteza N_{Hmin} koje se moraju istovremeno pratiti da se dobije rješenje koje je unutar neke tolerancije od referentne vrijednosti. Kako se hipoteze generiraju na način opisan u poglavlju 4.6, cilj je također dokazati da je opisani postupak generiranja hipoteze takav da se vjerojatnije hipoteze generiraju prije onih manje vjerojatnih. Naravno, idealno bi bilo da najviše rangirana hipoteza prema nekom od kriterija evaluacije hipoteza opisanih u poglavlju 4.7 bude ujedno i točno rješenje. Međutim, može se dogoditi da najviše rangirana hipoteza nije i točna. Na osnovi rezultata globalne lokalizacije određene scene, indeks prve točne hipoteze, N_{Hmin_i} , se za tu scenu može odrediti provjeravanjem svih hipoteza iz popisa generiranih hipoteza redoslijedom kako su rangirane na temelju kriterija evaluacije. N_{Hmin_i} predstavlja indeks ili redni broj prve hipoteze koja predstavlja poziciju udaljenu od referentne pozicije za tu scenu manju od G_{Hd} uz orijentaciju koja se od referentne orijentacije za tu scenu razlikuje za vrijednost manju od G_{Ha} . U ovome je radu upotrijebljeno $G_{Hd} = 200\text{mm}$ i $G_{Ha} = 2^\circ$.

Eksperimentalna evaluacija predložene metode lokalizacije provedena je pomoću robotskog sustava prikazanog na slici 6.2. Sastoji se od mobilnog robota, građenog od aluminija, Pioneer 3-DX tvrtke Adept MobileRobots Inc [122]. Robot se upravlja pomoću prijenosnog računala smještenog na robot. Pogon čine dva kotača koji su svaki zasebno pokretani istosmernim motorima koji se mogu okretati u oba smjera. Motori imaju ugrađene enkodere visoke razlučivosti. Robotom se upravlja preko kontrolera kojemu se naredbe šalju serijskim portom s prijenosnog računala. Na robot je postavljeno jedno polje od osam ultrazvučnih senzora koji su spojeni na kontroler robota. Također je postavljena Kinect kamera koja je spojena izravno na prijenosno računalo preko USB sučelja. Za upravljanje robotom preko PC-a proizvođač nudi ARIA (engl. *ActivMedia Robotics Interface for Applications*) razvojni software [121].



Slika 6.2. Robotski sustav korišten u radu.

Tijekom ručno vožnje mobilnog robota, automatski su snimljeni podatci o odometriji robota te RGB i dubinske slike svakih $pic_d = 0,5\text{m}$ ili pri promjeni orijentacije robota od $pic_\alpha = 5^\circ$. Slike i pripadajuća informacija o odometriji u trenutku snimanja su pohranjene na računalo te su služile za offline analizu predložene metode za lokalizaciju. Snimljene RGB i dubinske slike su bile dimenzija 640×480 te su poduzorkovane na 320×240 radi skraćenja vremena obrade. Predložene su metode lokalizacije implementirane u C++ programskom jeziku na računalu s 2GHz Intel Core 2 Duo procesorom sa 4GB RAMa i Windows 7 32-bit operacijskim sustavom. Pri tome je primijenjena i biblioteka funkcija za računalni vid u stvarnom vremenu OpenCV (engl. *Open Source Computer Vision*) [126].

Obavljena su dva pokusa: prvi na Zavodu za automatiku i računalno inženjerstvo, FER, Zagreb, te drugi u zgradbi ETF-a, Osijek. U oba su pokusa upotrijebljeni slični robotski sustavi: *isti* Kinect senzor i *slični* modeli mobilnog robota Pioneer 3DX. Jedina je razlika što je mobilni robot korišten na FER Zagreb opremljen laserskim mjeračem udaljenosti (engl. *laser range finder*) SICK LMS-200 što omogućuje primjenu Monte-Carlo metode za globalnu lokalizaciju na temelju podataka s lasera. Prilikom svakog pokusa je snimljeno više sekvenci slika. U okviru drugog pokusa, robot je provezen više puta iz više početnih točaka i po različitim vremenskim uvjetima, tipovima osvjetljenja i godišnjim dobima. Međutim, za svaki je pokus snimana jedna sekvenca koja je služila za generiranje karte. Ta je sekvenca snimana na način da se robot kreće po cijeloj prostoriji čija se karta željela generirati. Bitno je bilo da je prilikom kretanja robot prešao što veće područje te da su početni i konačni položaji robota bili otprilike isti. Na taj je način dobivena sekvenca slika pomoću koje je moguće zatvoriti petlju za potrebe stvaranja karte prostora mada se problem *zatvaranja petlje* (engl. *loop closing*) ne razmatra u ovom radu. Osim te jedne sekvene, ostale su sekvene upotrijebljene za testiranje predložene metode lokalizacije.

Pri testiranju estimacije kretanja kamere kao ispitna sekvenca je upotrijebljena samo sekvenca za generiranje karte. Ostali pokusi su provedeni pomoću hibridne metričko-topološke karte generirane pomoću sekvenci za generiranje karte. Lokalni modeli prikazani čvorovima u karti međusobno su udaljeni za najmanje $g_d = 0,5\text{m}$ ili se orijentacije robota, iz kojih su snimljeni, razlikuju za kut od najmanje $g_\alpha = 15^\circ$. Kako robotski sustav na FER Zagreb ima ugrađen laserski mjerač udaljenosti, kao referentni podatci za procjenu točnosti predložene metode slijedenja relativnog položaja kamere u modelu koriste se položaji robota na karti dobiveni pomoću Monte-Carlo metode primijenjene na podatcima snimljenim laserskim mjeračem udaljenosti. U svrhu provjere slijedenja relativnog položaja kamere u modelu sve su sekvene, osim sekvene za generiranje karte, služile kao testne sekvene. Međutim, pri testiranju globalne lokalizacije, sve su sekvene, uključujući i sekvencu za generiranje karte, služile kao testne sekvene.

Za prikaz rezultata u sljedećim potpoglavlјima, upotrijebljene su sljedeće oznake/kratice za naziv stupaca ili redaka u tablicama:

- Avg. – Označava srednju vrijednost podataka.
- Std. – Označava standardnu devijaciju podataka.
- Min. – Označava minimalnu vrijednost podataka.
- Max. – Označava maksimalnu vrijednost podataka.
- NC_{99%} – Označava najveću vrijednost među 99% najmanjih vrijednosti podataka.

- e_{OD} – Označava odstupanje odometrije od mjerenja dobivenih Monte-Carlo metodom.
- e_{TR} – Označava absolutnu pogrešku estimacije kretanja kamere.
- e_{INC} – Označava absolutnu pogrešku slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.
- e_{GL} – Označava absolutnu pogrešku globalne lokalizacije.
- t_{SEG} – Označava vrijeme segmentacije, odnosno vrijeme potrebno za segmentaciju 2.5D slike na ravninske segmente (postupak opisan u poglavlju 4.1).
- t_{LOC} – Označava vrijeme lokalizacije, odnosno vrijeme potrebno za estimaciju položaja registracijom skupova ravninskih segmenata (postupci opisani u potpoglavljima 4.3 - 4.7).
- t_{TOT} – Označava ukupno vrijeme, odnosno vrijeme potrebno za cijeli postupak lokalizacije, tj. od početka segmentacije 2.5D slike do određivanja položaja.
- N_{PS} – Predstavlja broj ravninskih segmenata koje je sustav generirao u procesu lokalizacije.
- N_H – Predstavlja broj onih scena za koje je sustav uspio generirati hipotezu.
- $N_{\bar{H}}$ – Predstavlja broj onih scena za koje sustav nije uspio proizvesti nijednu hipotezu.
- $N_{\bar{H}_{LDOF}}$ – Predstavlja broj onih scena za koje sustav nije uspio proizvesti nijednu hipotezu pošto scena nema dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode.
- $N_{\bar{H}_{KF}}$ – Predstavlja broj onih scena za koje sustav nije uspio proizvesti nijednu hipotezu, a scena ima dovoljno informacija u svim razmatranim stupnjevima slobode. Razlog za postojanje takvih slučajeva jest u krivoj procjeni nesigurnosti ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode ili u krivom sparivanju ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode. Kao rezultat, dobivene potencijalne hipoteze na kraju postupka lokalizacije ne zadovoljavaju geometrijska ograničenja (izrazi (4.45) i (4.46)).
- $N_{\bar{H}_{NM}}$ – Predstavlja broj onih scena za koje sustav nije uspio proizvesti nijednu hipotezu, a scena ima dovoljno informacija u svim razmatranim stupnjevima slobode. Razlog za postojanje takvih slučajeva jest da ne postoji lokalni model u karti koji je dovoljno blizu trenutnoj sceni.
- $N_{\bar{H}_{GC}}$ – Predstavlja broj onih scena, pri globalnoj lokalizaciji, za koje sustav nije uspio proizvesti nijednu točnu hipotezu, tj. hipotezu koja zadovoljava uvjete za maksimalno

dopušteno odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti (za $G_{Hd} = 0,2\text{m}$ i $G_{Ha} = 2^\circ$).

- N_{H^-} – Predstavlja broj onih scena za koje je sustav odabrao krvu hipotezu kao najvjerojatniju s obzirom na razmatrani evaluacijski kriterij.
- N_{H^+} – Predstavlja broj onih scena za koje je sustav odabrao ispravnu hipotezu kao najvjerojatniju s obzirom na razmatrani evaluacijski kriterij.
- H – Predstavlja broj hipoteza koje je sustav generirao u procesu lokalizacije.
- I_{BH} – Označava indeks hipoteze u popisu hipoteza generiranih u procesu lokalizacije koja je najviše rangirana prema razmatranoj metodi evaluacije hipoteza.
- I_{FH} – Označava indeks prve točne hipoteze u popisu hipoteza sortiranom prema razmatranom evaluacijskom kriteriju, odnosno prve hipoteze čije je odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti najviše $G_{Hd} = 0,2\text{m}$ i $G_{Ha} = 2^\circ$.
- HE_F – Označava evaluaciju hipoteza na temelju značajki.
- HE_A – Označava evaluaciju hipoteza zasnovanu na pojavnosti.
- REF_{INC} – Predstavlja postupak određivanja indeksa prve točne hipoteze pri globalnoj lokalizaciji kada su referentni podatci dobiveni pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu, pri čemu se pogreška globalne lokalizacije računa pomoću tih referentnih podataka.
- REF_{INC-MC} – Predstavlja postupak određivanja indeksa prve točne hipoteze pri globalnoj lokalizaciji kada su referentni podatci oni dobiveni pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu, a pogreška globalne lokalizacije se računa na temelju odgovarajućih Monte-Carlo podataka.
- REF_{MC} – Predstavlja postupak određivanja indeksa prve točne hipoteze pri globalnoj lokalizaciji kada su referentni podatci oni dobiveni primjenom Monte-Carlo metode, pri čemu se pogreška globalne lokalizacije računa pomoću tih referentnih podataka.

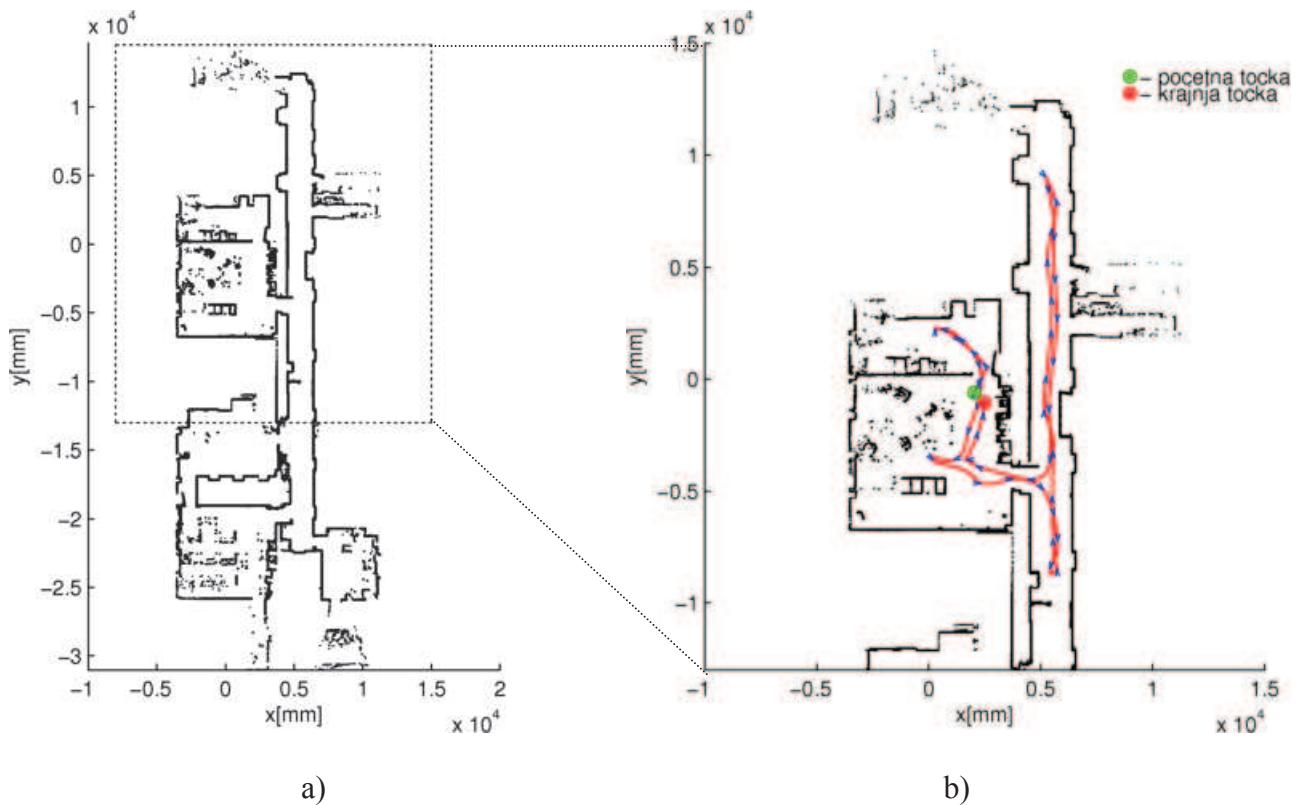
6.1. Pokus 1 (FER, Zagreb)

Robotski sustav Pioneer 3DX na FER Zagreb ima, osim Kinect senzora, i laserski mjerač udaljenosti te implementiranu Monte-Carlo metodu za globalnu lokalizaciju primjenom podataka s lasera. Tijekom ručno vođene vožnje mobilnog robota, osim snimanja RGB slike, dubinske slike i

pripadajuće informacije o odometriji, obavlja se istodobno (engl. *online*) Monte-Carlo lokalizacija te su ti rezultati također snimljeni za svaku sliku. U tablici 6.1 je prikazan broj snimljenih slika po skupinama. Skupina slika FER_{MAP} predstavlja sekvencu snimki upotrijebljenih za generiranje hibridne karte. Na slici 6.3a) prikazana je karta Zavoda za automatiku i računalno inženjerstvo, FER, Zagreb generirana na temelju podataka snimljenih laserom. Na slici 6.3b) je prikazana ucrtana trajektorija robota tijekom snimanja sekvenci FER_{MAP} . Nekoliko primjera slika dobivenih tijekom snimanja tih sekvenci je prikazano na slici 6.4.

Tablica 6.1. Skupine slika snimljene u pokusu 1.

Skupina	Broj slika
FER_{MAP}	444
FER_{TEST}	348



Slika 6.3. Karta Zavoda za automatiku i računalno inženjerstvo, FER, Zagreb i ucrtana trajektorija za sekvencu FER_{MAP} .



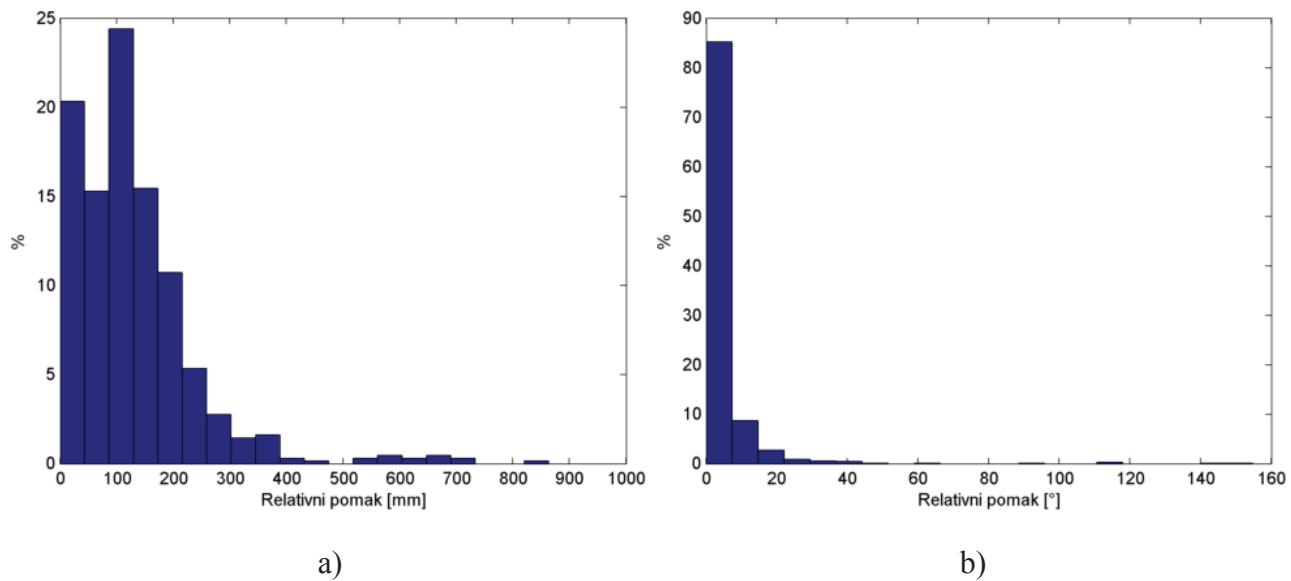
Slika 6.4. Primjeri slika snimljenih tijekom pokusa 1.

6.1.1. Odstupanje odometrije od Monte-Carlo metode pri kretanju mobilnog robota

Kako, osim odometrije, postoje referentni podatci dobiveni Monte-Carlo metodom tijekom kretanja mobilnog robota, napravljena je analiza odstupanja odometrije u svrhu provjere tvrdnje o malim pogreškama odometrije pri malim pomacima. Upotrijebljeni su podatci dobiveni pri izračunu relativnih pomaka između slika snimljenih u sekvenci FER_{MAP} . Na slikama 6.5a) i 6.5b) su, na temelju odometrijskih podataka, prikazane raspodjele relativnog pomaka i promjene u orijentaciji pomoću histograma, dok tablica 6.2 prikazuje odgovarajuće/pripadne statističke podatke.

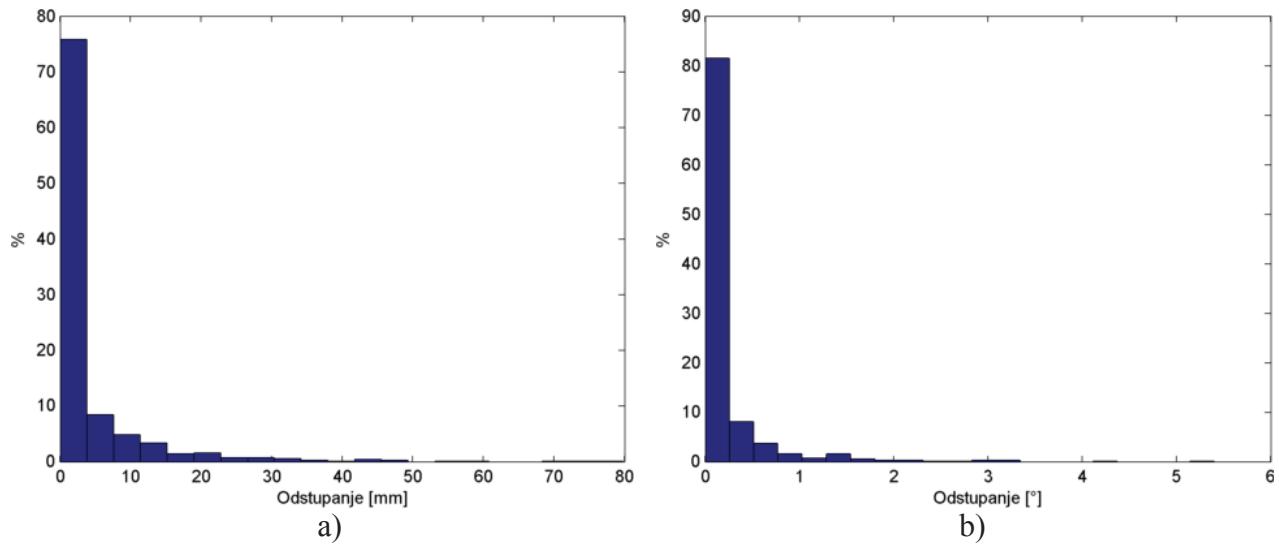
Tablica 6.2. Statistički podatci o relativnom pomaku i promjene u orijentaciji.

Relativni pomak	Avg.	Std.	Min.	Max.
[mm]	129,21	113,57	0	862,50
[°]	4,46	12,63	0	147,32

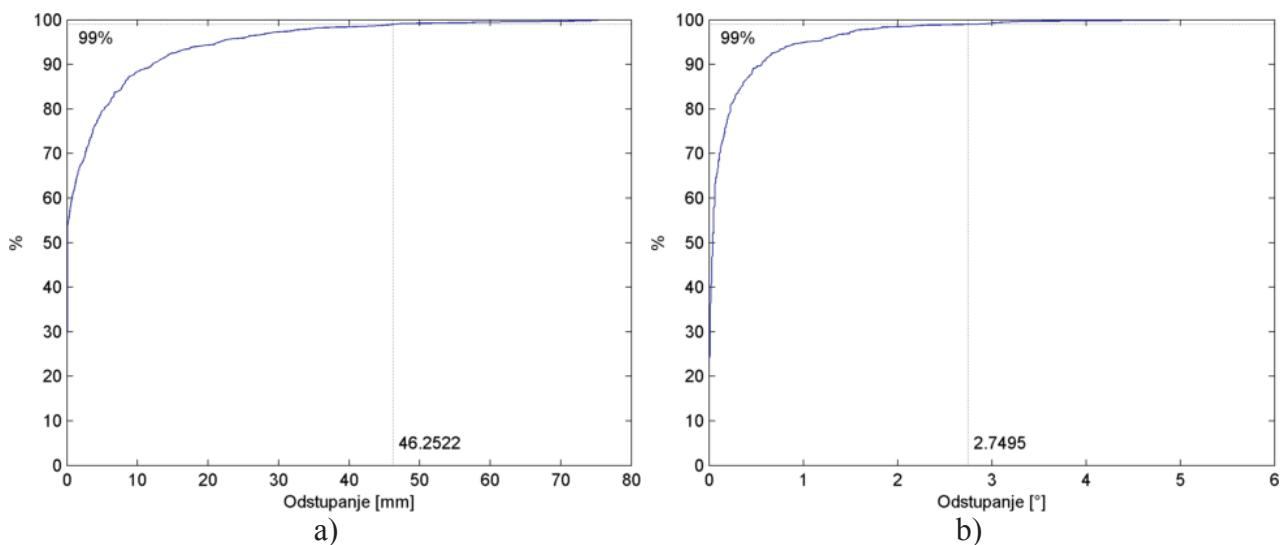


Slika 6.5. Histogram a) relativnog pomaka b) promjene u orijentaciji.

Iz tablice 6.2 i slike 6.5 se može zaključiti da je većina slika snimljena pri relativnoj translaciji robota od najviše 400mm i promjeni orijentacije manjoj od 20° . Odstupanjem odometrije se smatra razlika između relativnog pomaka izmjerenoj odometrijom i vrijednosti izračunate referentnim podatcima dobivenim Monte-Carlo metodom. Izračunata odstupanja odometrije prikazana su pomoću histograma (slike 6.6a) i 6.6b)) i normaliziranih kumulativnih histograma (slike 6.7a) i 6.7b)). Također su u tablici 6.3 prikazani statistički podatci vezani uz odstupanje odometrije.



Slika 6.6. Histogram odstupanja a) pomaka b) u orijentaciji.



Slika 6.7. Normalizirani kumulativni histogram odstupanja a) pomaka b) u orijentaciji.

Tablica 6.3 Statistički podatci o odstupanju odometrije.

e_{OD}	Avg.	Std.	Min.	Max.	$NC_{99\%}$
[mm]	4,03	9,33	0	75,87	46,25
[°]	0,21	0,49	0	5,147	2,75

Iz tablice 6.3 i iz slike 6.6 - 6.7 se može zaključiti da je srednja vrijednost odstupanja pomaka oko 4mm, odnosno da je u 99% slučajeva odstupanje manje od 46,25mm. Slično se može zaključiti da je srednja vrijednost odstupanja u orijentaciji oko $0,21^\circ$, odnosno da je u 99% slučajeva odstupanje u orijentaciji manje od $2,75^\circ$. Ovim se dobivenim rezultatima potvrđuje ranije spomenuta pretpostavka o malim pogreškama odometrije pri malim pomacima odnosno promjenama orijentacije.

6.1.2. Procjena točnosti estimacije kretanja kamere

Kod procjene točnosti estimacije kretanja kamere upotrijebljene su slike iz sekvenci FER_{MAP} . Evaluacija hipoteza je izvršena na temelju značajki, tj. pomoću izraza (4.65). Početna je nesigurnost postavljena na P_{3DOF} (vidi potpoglavlje 5.6). Analiza dobivenih rezultata prikazana je u tablici 6.4.

Tablica 6.4. Uspješnost predložene metode lokalizacije pri estimaciji kretanja kamere na sekvenci FER_{MAP} .

	Ukupno	$N_{\bar{H}}$	N_H	$N_{H'}$	$N_{H''}$
Broj relativnih pomaka	443	8	435	11	424
Postotak (%)	100	1,81	98.19(100)	2,48 (2.53)	95.71 (97.47)

Od ukupno 444 slike, odnosno 443 relativnih pomaka, predložena metoda lokalizacije nije uspjela generirati hipotezu u 8 slučajeva. Od tih slučajeva, u 3 slučaja ili 37,5%, scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota pa razmatrana metoda ne uspijeva u potpunosti generirati hipotezu. U ostalih 5 slučajeva, dobivene potencijalne hipoteze na kraju postupka lokalizacije ne zadovoljavaju geometrijska ograničenja (izrazi (4.45) i (4.46)) zbog jednog od sljedećih razloga:

- krive procjene nesigurnosti ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode (npr. u slučaju kada su dosta daleko);
- kako prije provedbe pokusa nije postavljeno ograničenje na brzinu okretanja i kretanja robota, postoji velika razlika u orijentaciji (veća od 45°) te se javlja problem neprekapanja snimki (4 slučaja).

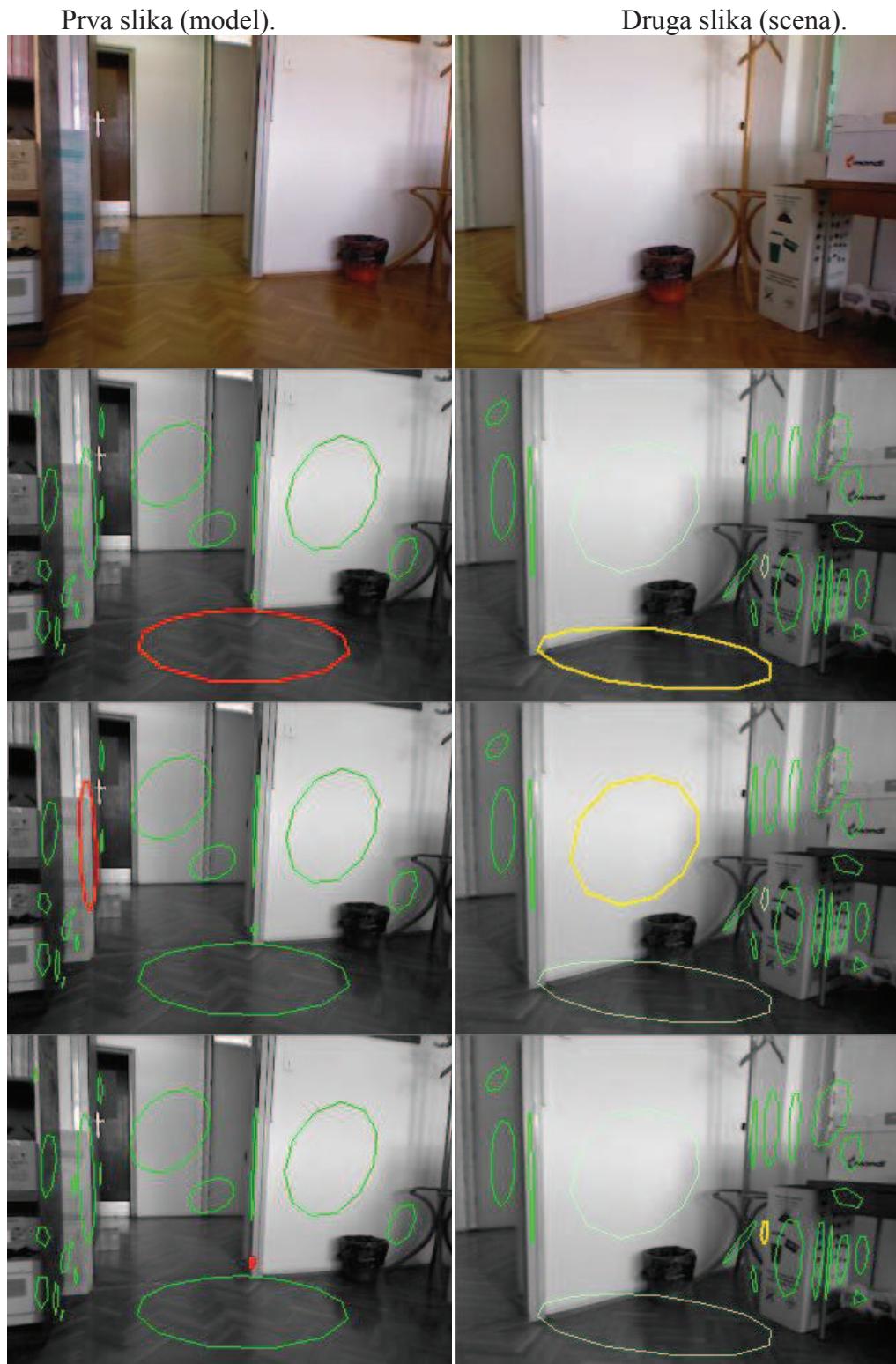
Primjeri ovih slučajeva prikazani su na slici 6.8. Od ostalih 435 slučajeva, u 11 slučajeva su dobivena kriva rješenja. Kod procjene točnosti kod estimacije kretanja kamere, referentni podatci su relativni položaji robota dobiveni odometrijom. Relativni položaj kamere dobiven predloženom metodom lokalizacije se smatra krivim rješenjem ukoliko odstupa od relativnog položaja robota dobivenog odometrijom za minimalno 0,2m ili 20° . Uzroci dobivanja krivog rješenja su:

- nesigurnost odabranog para ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode gibanja robota je relativno velika, te utječe na točnost generiranih hipoteza u 7 slučajeva. Od toga, u 2 slučaja se dogodilo da su među generiranim hipotezama bile i točne hipoteze koje, međutim, nisu bile najviše rangirane hipoteze;
- relativno velika razlika u orijentaciji (veća od 20°) između snimki uslijed koje dolazi do nedovoljnog preklapanja snimki zbog čega se javlja problem krivo sparenih ravninskih segmenata (4 slučajeva). Primjeri takvih scena prikazani su na slikama 6.9. i 6.10;

Može se primjetiti da se predloženi algoritam uspijeva lokalizirati u 98,19% slučajeva, od kojih su 97,47% dobra rješenja.



Slika 6.8. Primjeri dvije uzastopne slike gdje predloženi algoritam nije uspio generirati hipotezu. a) Scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota, b) kut rotacije između slike približno 45° , c) par ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode je dosta daleko (označen crvenom odnosno žutom bojom).



Slika 6.9. Primjer slike gdje se dobije netočan relativni položaj predloženim algoritmom zbog krivo sparenih ravninskih segmenata. Kut rotacije između slike je približno 23° . Zelene elipse označavaju dobivene ravninske segmente. Crvene i žute elipse označavaju par sparenih ravninskih segmenata u modelu odnosno u sceni.

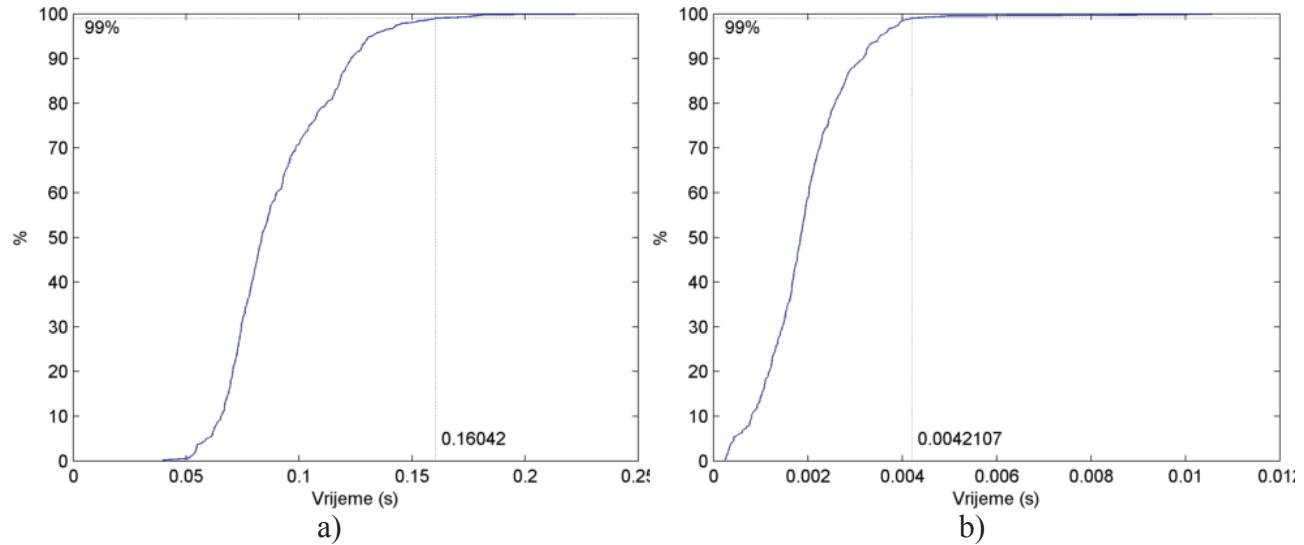


Slika 6.10. Primjer slike gdje se dobije netočan relativni položaj predloženim algoritmom zbog krivo sparenih ravninskih segmenata. Kut rotacije između slike je približno 30° . Zelene elipse označavaju dobivene ravninske segmente. Crvene i žute elipse označavaju par sparenih ravninskih segmenata u modelu odnosno u sceni.

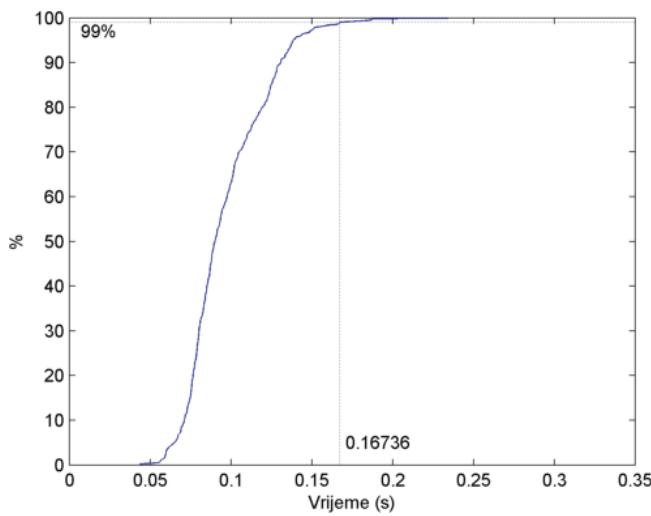
Analiza procjene točnosti napravljena je samo za one 424 scene gdje se robot uspio lokalizirati predloženom metodom, tj. dobivene su ispravne hipoteze. Statistički podatci su dani u tablici 6.5 i prikazani slikama 6.11 – 6.16. Analiza je provedena na način da su relativni položaji kamere između scene tijekom gibanja dobiveni predloženom metodom uspoređivani s relativnim položajem dobivenim odometrijom.

Tablica 6.5. *Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu najbolje hipoteze i pogrešci estimacije kretanja kamere.*

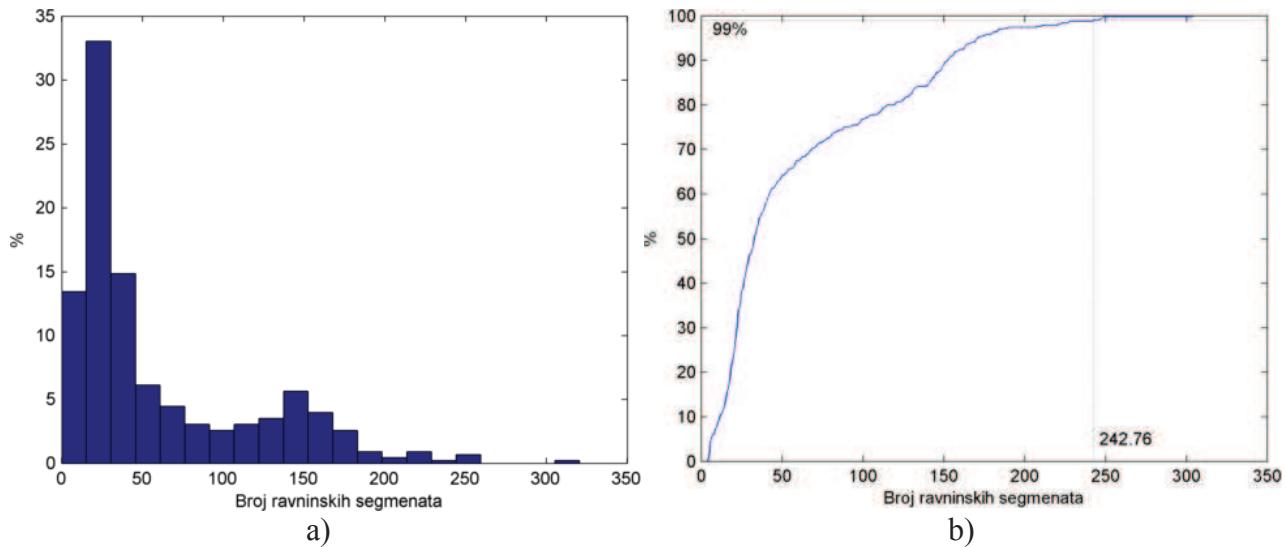
	Avg.	Std	Min.	Max.	NC _{99%}
t _{SEG} [ms]	90,22	24,68	39,62	236,04	160,42
t _{LOC} [ms]	1,94	1,04	0,24	10,84	4,15
t _{TOT} [ms]	96,74	25,34	43,58	250,05	167,36
N _{PS}	60,72	57,952	5	305	242,76
H	7,18	3,20	1	19	14,97
I _{BH}	2,64	2,42	1	16	11,88
e _{TR} [mm]	14,66	17,77	0,06	143,80	88,96
e _{TR} [°]	0,57	0,51	0,002	3,33	2,23



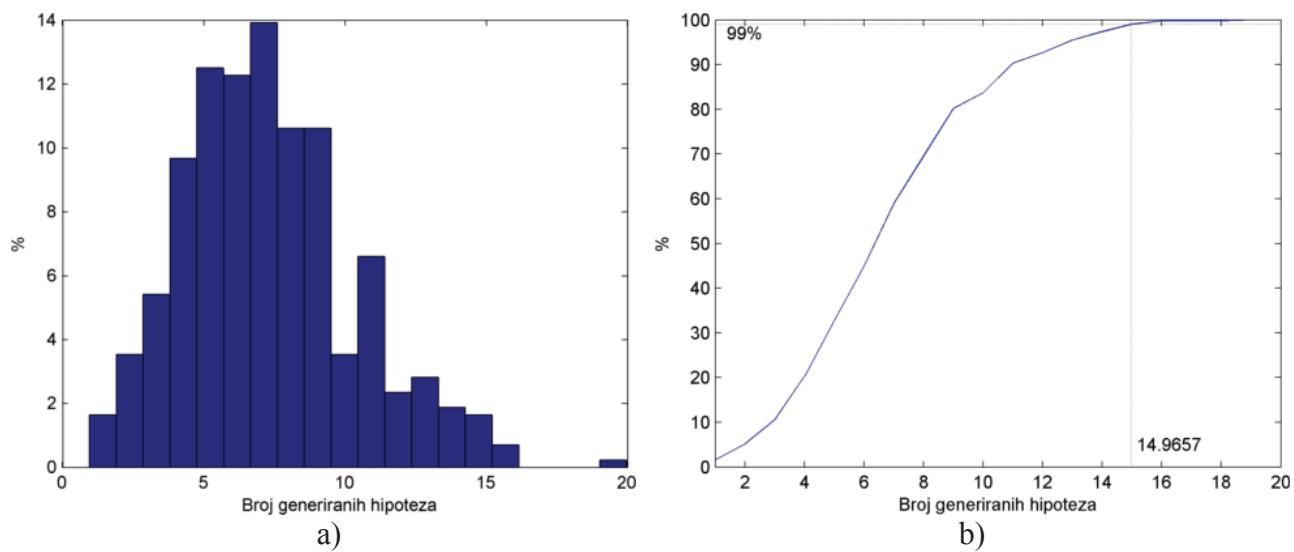
Slika 6.11. Normalizirani kumulativni histogram za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije



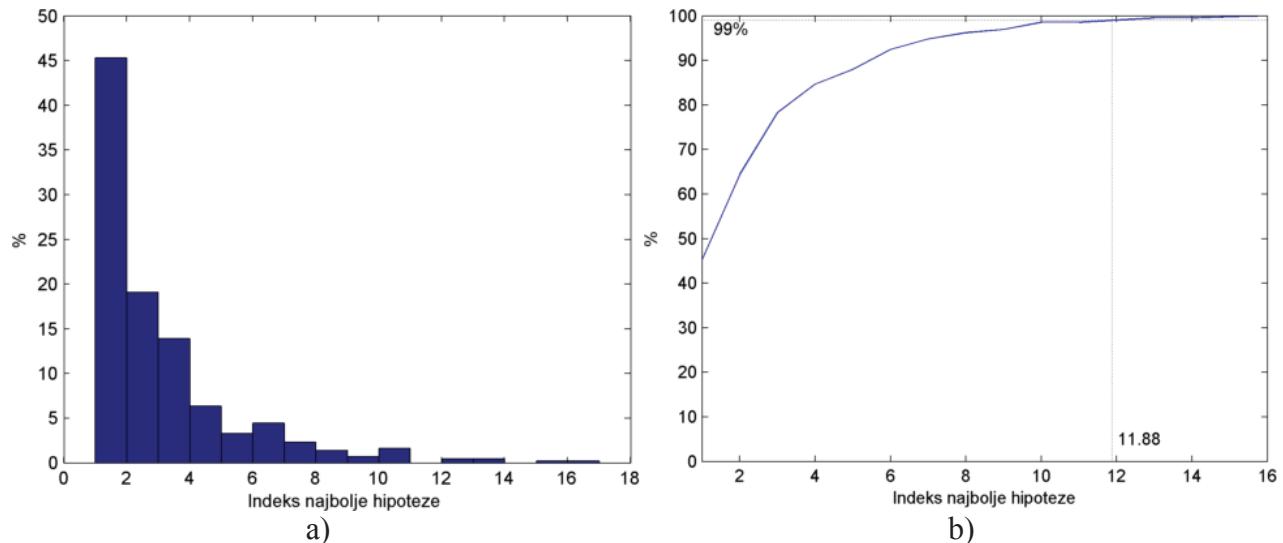
Slika 6.12. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme.



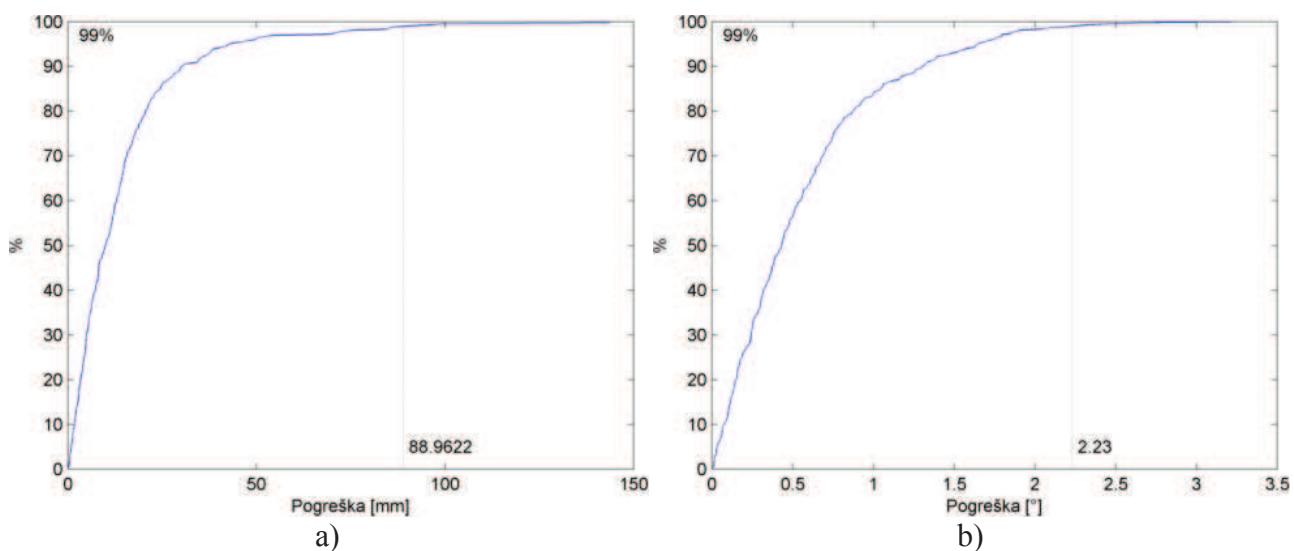
Slika 6.13. Broj dobivenih ravninskih segmenata prikazanih pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.14. Broj generiranih hipoteza prikazanih pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.15. Indeks najbolje hipoteze prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.16. Pogreška relativnog položaja.

Prosječno je potrebno otprilike 90ms za segmentaciju slike, 2ms za lokalizaciju i 97ms za cijeli postupak, odnosno, u 99% slučajeva potrebno je najviše 160ms za segmentaciju slike, 4ms za lokalizaciju i 167ms za cijeli postupak. Pri tome, prosječno se kreira oko 61 ravninski segment, dok se u 99% slučajeva kreira najviše 243. Broj generiranih hipoteza je prosječno 7, dok se u 99% slučajeva generira najviše 15 hipoteza, s time da je, u prosjeku, najviše rangirana hipoteza treća po redu generirana hipoteza, odnosno u 99% slučajeva je najviše dvanaesta po redu. Na osnovi navedenoga se može zaključiti da je pri primjeni predloženog algoritma potrebno svaki puta generirati najviše 12 hipoteza kako bi se u 99% slučajeva dobilo dobro rješenje. Prosječna je pogreška lokalizacije pri estimaciji kretanja kamere 15mm, odnosno 0.6° . U 99% slučajeva je pogreška najviše 89mm i maksimalno 2.3° .

6.1.3. Procjena točnosti slijedenja relativnog položaja kamere u modelu

Slike iz sekvenci FER_{MAP} su upotrijebljene za kreiranje hibridne metričko-topološke karte na način opisan u poglavljju 5.6. Pri tome je generirano 142 lokalna modela. Testne slike FER_{TEST} su korištene pri procjeni točnosti slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Pri pokretanju pokusa slijedenja relativnog položaja kamere u modelu je samo prvoj slici u sekvenci ručno pridružen lokalni model kojem ona odgovara te je definirana početna nesigurnost jednaka P_{3DOF} (vidi potpoglavlje 5.6). Nakon toga, predložena metoda za lokalizaciju bi trebala, sekvencijalno, za svaku sliku odrediti lokalni model kojemu odgovara, kao i relativni položaj u odnosu na taj lokalni model. Dva su pokusa provedena radi usporedbe dvije razmatrane metode evaluacija hipoteza: u jednom je pokusu evaluacija hipoteza izvršena na temelju značajki, tj. pomoću izraza (4.65), dok je u drugome zasnovana na pojavnosti (izraz (4.74)). Analiza dobivenih rezultata prikazana je u tablicama 6.6. i 6.7 za ta dva pokusa.

Tablica 6.6 *Uspješnost predložene metode lokalizacije pri slijedenju relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza.*

		HE_F	HE_A
Broj scena		348	
$N_{\bar{H}}$	$N_{\bar{H}}_{LDOF}$	29	21
	$N_{\bar{H}}_{NM}$	14	15
	$N_{\bar{H}}_{KF}$	2	2
	Ukupno	45	38
	N_H	303	310

Tablica 6.7. *Uspješnost predložene metode lokalizacije pri slijedenju relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza (u postotcima).*

	HE_F	HE_A
$N_{\bar{H}}$	12,93	10,92
N_H	87,07	89,08

Kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki (stupac HE_F), od ukupno 348 slika uspješno su određeni modeli i pripadni relativni položaji za 303 slike, odnosno u 87,07% slučajeva. Predložena metoda za lokalizaciju ne uspijeva generirati hipoteze u 45 slučajeva.

Od tih slučajeva, u 29 slučajeva scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota pa razmatrana metoda ne uspijeva u potpunosti generirati hipotezu. Primjeri ovih slučajeva prikazani su na slici 6.17. Ovakve su scene vrlo česte u unutarnjim prostorima, posebno ako su prostori mali ili skučeni, ako se robot previše približi nekom zidu ili ako se robot nalazi u nekom dugačkom hodniku.

U 14 slučajeva postoji velika razlika između kuta trenutne scene i njemu najbližeg lokalnog modela. Tada algoritam ne uspijeva naći njemu najbliži model te je nemoguće primjenom ove predložene metode generirati hipoteze (vidi potpoglavlje 5.6). Ovaj se problem javlja ako karta nije dobro *popunjena* s lokalnim modelima. Primjeri ovih slučajeva prikazani su na slikama 6.18 i 6.19. Slike 6.18 a) - 6.18 f) prikazuju niz uzastopno snimljenih slika iz sekvence FER_{MAP} . Od toga su, pri kreiranju karte, slike 6.18 a), 6.18 c) i 6.18 e) izabrane kao lokalni modeli. Vidljivo je da nedostaju lokalni modeli između 6.18 c) i 6.18 e). Slike 6.19 a) – 6.19 d) su uzastopno snimljene slike iz jedne sekvene skupine FER_{TEST} . Može se primijetiti da su razlike između kutova gledanja za ove slike i njima najbližih lokalnih modela (slike 6.18c) i 6.18e)) dosta velike, što je razlog da predložena metoda za lokalizaciju ne uspijeva naći njima najbliži model. Treba također napomenuti da

predloženi algoritam (algoritam 5.1) ima implementiranu mogućnost da se postojeći model karte proširi ukoliko se ustanovi da je potrebno generirati novi lokalni model iz trenutne scene. Međutim, dodana je opcija pomoću koje je moguće uključiti odnosno isključiti generiranje i proširivanje karte. U svrhu eksperimentalne analize, ta je opcija uključena prilikom generiranja karte sa sekvencom FER_{MAP} , dok je opcija isključena pri pokusu procjene točnosti slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.

U preostala 2 slučaja kada sustav ne uspijeva generirati hipoteze, dobivene potencijalne hipoteze na kraju postupka lokalizacije ne zadovoljavaju geometrijska ograničenja (izrazi (4.45)-(4.46)) zbog krive procjene nesigurnosti parova ravninskih segmenata izabranih za procjenu zadnjeg stupnja slobode.

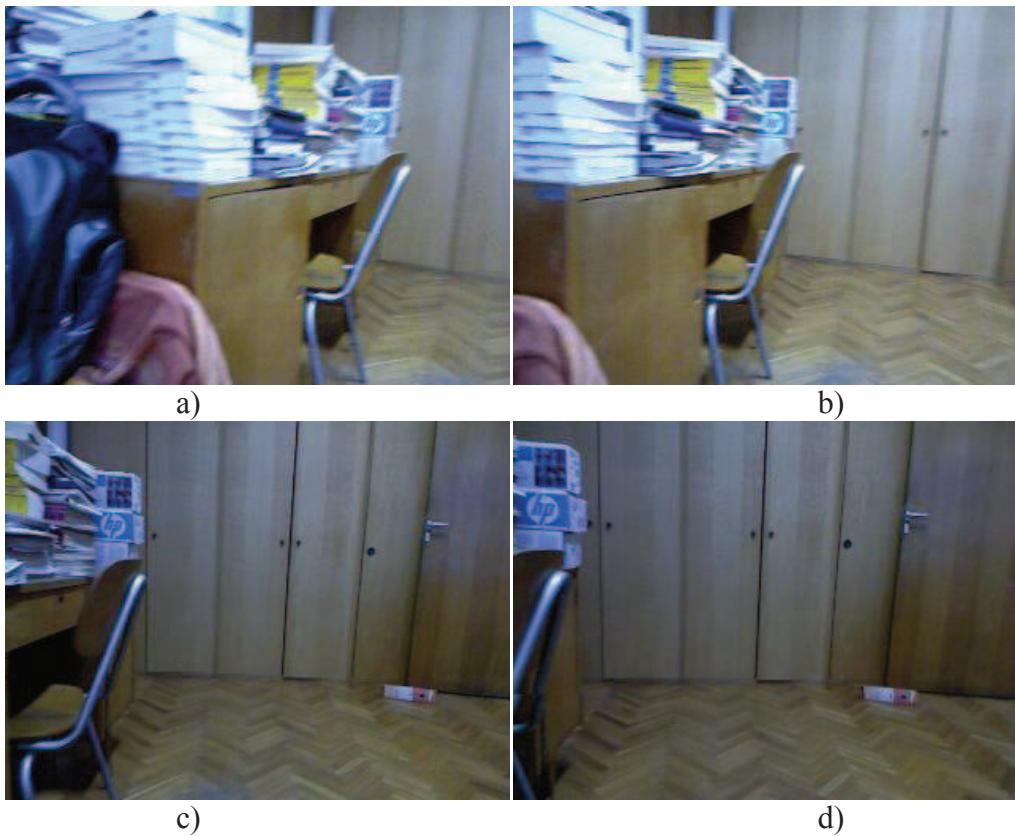
Kada se primjenjuje evaluacija hipoteza zasnovana na pojavnosti (stupac HE_A), od ukupno 348 slika uspješno su određeni modeli i pripadni relativni položaji za 310 slika, odnosno u 89,08% slučajeva. Predložena metoda za lokalizaciju nije uspjela generirati hipoteze u 38 slučajeva. Od tih slučajeva, u 21 slučaju scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota pa razmatrana metoda ne uspijeva u potpunosti generirati hipotezu. U 15 slučajeva algoritam nije uspio naći najbliži model te je nemoguće primjenom ove predložene metode generirati hipoteze. Slično kao i kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki, u ostala 2 slučaja nije moguće dobiti konačnu hipotezu o relativnom položaju zbog krive procjene nesigurnosti parova ravninskih segmenata izabranih za procjenu zadnjeg stupnja slobode.



Slika 6.17. Primjeri slika gdje predloženi algoritam ne uspijeva generirati hipotezu zato što scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota.



Slika 6.18. Niz slika iz sekvence FER_{MAP} upotrijebljenih za generiranje hibridne metričko-topološke karte. Slike a), c) i e) su lokalni modeli u karti.

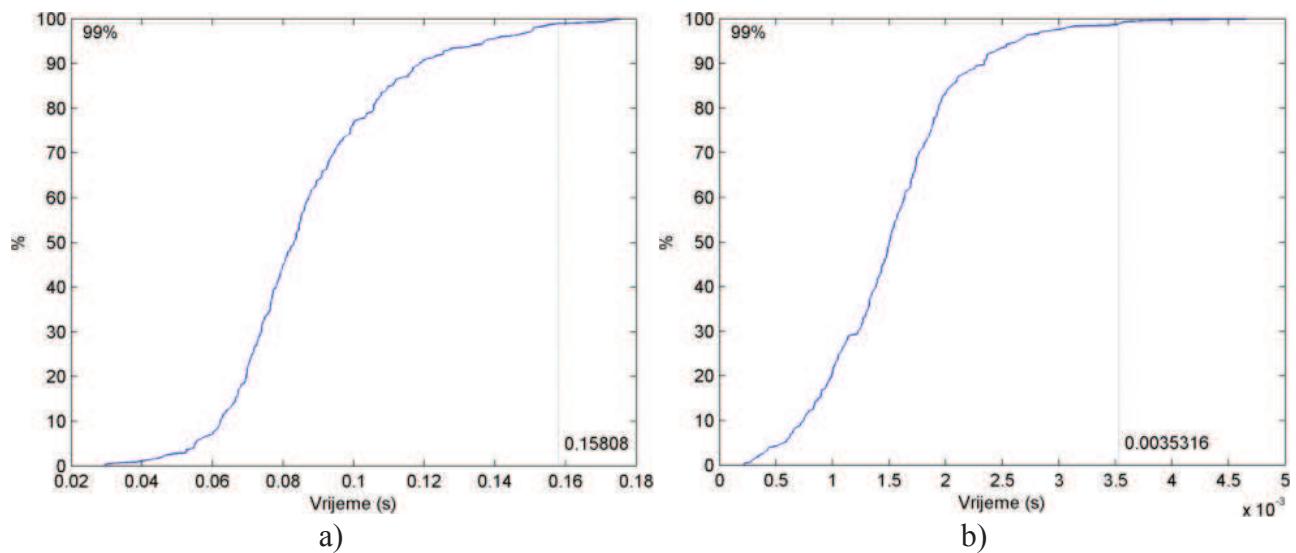


Slika 6.19. Primjer niza slika iz sekvenice FER_{TEST} za koje predložena metoda lokalizacije ne uspijeva generirati hipoteze zbog nedostatka odgovarajućih lokalnih modela u karti.

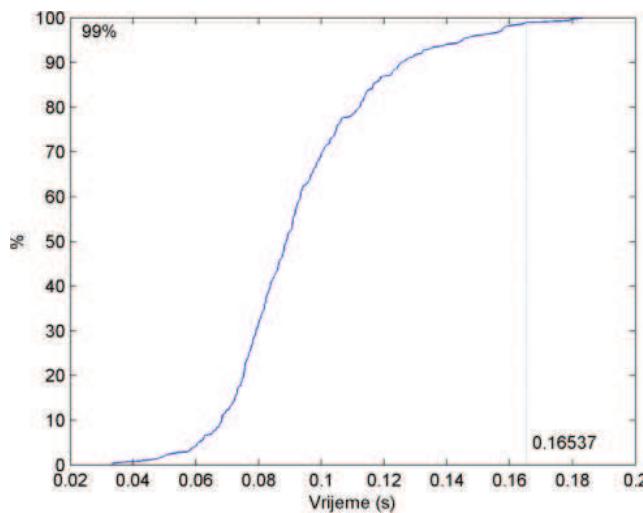
Statistička analiza napravljena je za one 303 scene gdje se robot uspije lokalizirati predloženom metodom. Statistički podatci su dani u tablici 6.8 za obje metode evaluacija hipoteza, dok su podatci za metodu evaluacije na temelju značajki prikazani slikama 6.20 – 6.25. Analiza je provedena tako da su relativni položaji kamere u modelu dobiveni predloženom metodom uspoređivani s onima dobivenim Monte-Carlo metodom.

Tablica 6.8. Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu najbolje hipoteze i pogrešci slijedenja relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacija hipoteza.

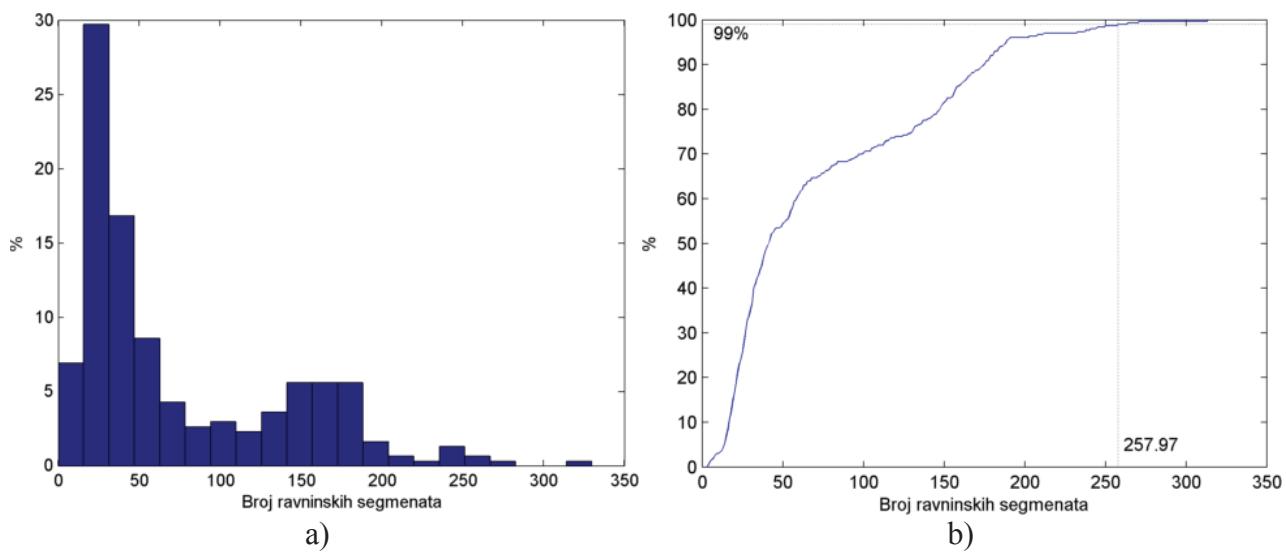
		t _{SEG} [ms]	t _{LOK} [ms]	t _{UK} [ms]	N _{PS}	H	I _{BH}	e _{INC} [mm]	e _{INC} [°]
Avg.	HE _F	87,42	1,53	93,49	74,25	5,97	2,26	31,71	1,01
	HE _A	81,70	3,76	89,77	74,14	6,02	1,91	35,28	0,98
Std.	HE _F	24,42	0,65	24,93	65,47	2,85	1,94	23,39	0,84
	HE _A	22,87	1,62	23,42	65,08	3,02	1,77	26,51	0,85
Min.	HE _F	29,40	0,21	33,24	4	1	1	0,54	0,0005
	HE _A	27,95	0,76	33,30	2	1	1	0,16	0,001
Max.	HE _F	176,26	4,82	184,17	314	20	11	141,00	4,22
	HE _A	173,15	11,01	183,23	314	20	11	124,01	4,98
NC _{99%}	HE _F	158,08	3,53	165,37	257,97	14,49	8,99	98,63	3,65
	HE _A	150,46	9,02	160,37	257,90	15,90	8,90	111,45	4,11



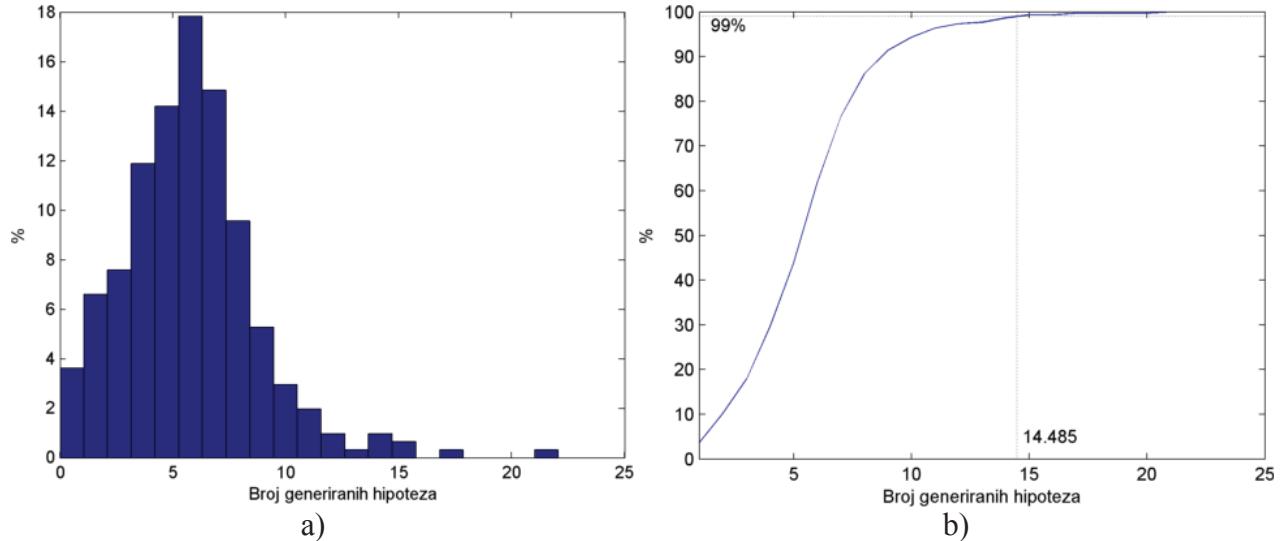
Slika 6.20. Normalizirani kumulativni histogram pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije



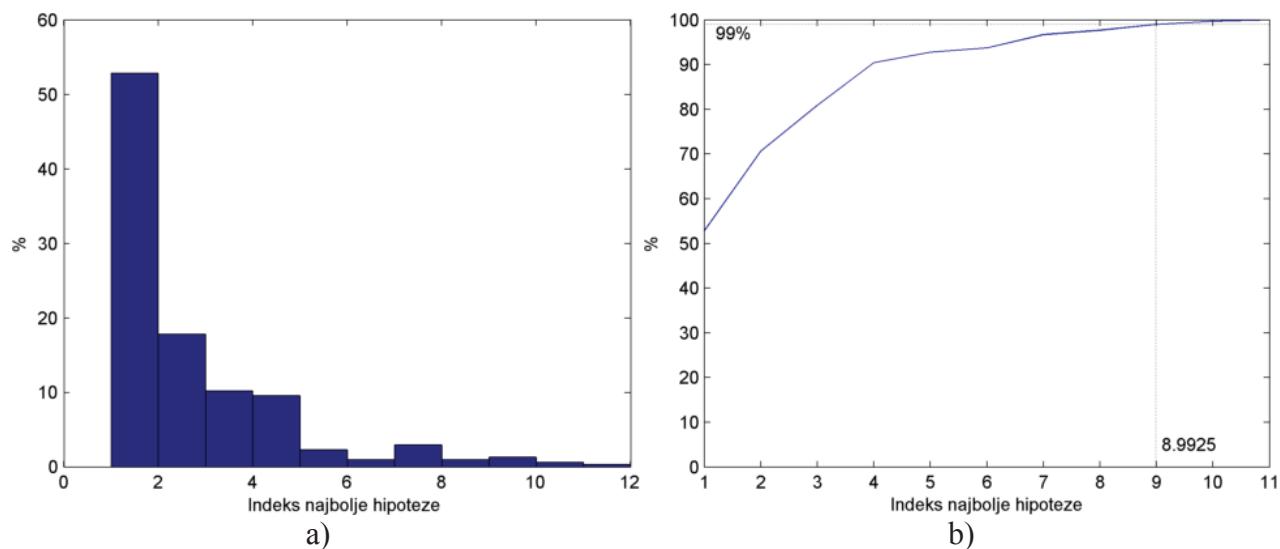
Slika 6.21. Normalizirani kumulativni histogram pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki za ukupno vrijeme.



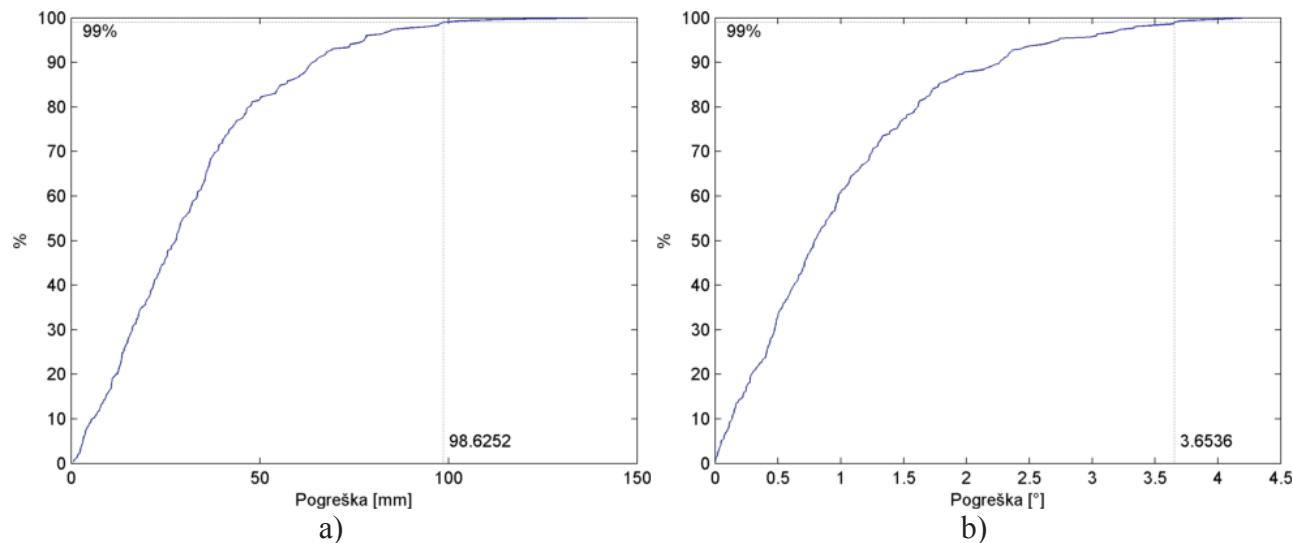
Slika 6.22. Broj detektiranih ravninskih segmenata pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.23. Broj generiranih hipoteza pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.24. Indeks najviše rangirane hipoteze pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.25. Pogreška pri slijedenju relativnog položaja kamere u modelu pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki.

Pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki, u prosjeku je potrebno otprilike 87ms za segmentaciju slike, 1,5ms za lokalizaciju i 93ms za cijeli postupak. Odnosno, u 99% slučajeva potrebno je najviše 158ms za segmentaciju slike, 3,5ms za lokalizaciju i 165ms za cijeli postupak. Ove se vrijednosti otprilike poklapaju s onima dobivenim pri procjeni točnosti estimacija kretanja kamere u prethodnom potpoglavlju 6.1.2. Prosječno se kreira oko 74 ravninska segmenta, dok se u 99% slučajeva kreira najviše 258. Kao što je ranije spomenuto, koristi se samo 20 najviše rangiranih ravninskih segmenata pri generiranju hipoteza (vidi poglavlje 4.6). Broj generiranih hipoteza je

prosječno 6, dok se u 99% slučajeva generira najviše 15 hipoteza. Pri tome je, u prosjeku, najbolja hipoteza druga po redu generirana hipoteza, odnosno u 99% slučajeva je najviše deveta po redu. Na osnovi ovoga se može zaključiti da je pri primjeni predloženog algoritma potrebno svaki puta generirati najviše 9 hipoteza kako bi se u 99% slučajeva dobilo dobro rješenje. Prosječna je pogreška slijedenja relativnog položaja kamere u modelu 32mm, odnosno 1° , što je dvostruko više od vrijednosti dobivene pri procjeni točnosti estimacije kretanja kamere u prethodnom potpoglavlju 6.1.2. U 99% slučajeva je pogreška pri slijedenju relativnog položaja kamere u modelu najviše 99mm i maksimalno $3,7^\circ$.

Statistički podatci pri primjeni evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti su slični onima dobivenim pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki. Jedina je razlika što je vrijeme lokalizacije oko 2,5 puta veće.

6.1.4. Procjena točnosti globalne lokalizacije

Upotrijebljena je hibridna karta kreirana u prethodnom potpoglavlju 6.1.3 koja je generirana sa sekvencom FER_{MAP} i koja se sastoji od 142 lokalna modela. Iako postoje referentni podatci dobiveni Monte Carlo metodom, kako je ranije predloženo (vidi početak poglavlja 6), kod globalne lokalizacije će se za referentne podatke koristiti i rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Usporedba rezultata analize primjenom tih različitih referentnih podataka će poslužiti za potvrdu ispravnosti prijedloga da se za referentne podatke kod globalne lokalizacije koriste rezultati pokusa slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Kod analize globalne lokalizacije smisleno je, osim slike za ispitivanje, koristiti i slike koje su upotrijebljene za izgradnju karte da se ispita pouzdanost i efikasnost pronalaženja neke slike iz velike skupine sličnih slika. Uslijed toga, u svrhu generiranja referentnih podataka, pokus slijedenja relativnog položaja kamere u modelu napravljen je sa sekvencama iz skupine FER_{MAP} i FER_{TEST} . Osim informacije o relativnom položaju u odnosu na određeni lokalni model, rezultati tog pokusa daju za svaku sliku, pomoću odometrije, apsolutni položaj te scene u odnosu na globalni koordinatni sustav karte. Također se svakoj ispitnoj snimci pridružuje i indeks njemu najbližeg lokalnog modela u karti. Kako se hipoteze pri globalnoj lokalizaciji generiraju za sve lokalne modele na karti, a hipoteze daju relativni položaj trenutne scene u odnosu na određeni model, točnim se hipotezama smatraju hipoteze čije je odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti najviše G_{Hd} [m] i G_{Ha} [$^\circ$]. U ovome je radu korištena vrijednost $G_{Hd} = 0,2\text{m}$ i $G_{Ha} = 2^\circ$. Učinkovitost algoritma globalne lokalizacije ne procjenjuje se samo na osnovi točnosti rješenja, nego i na minimalnom broju potrebnih generiranih hipoteza N_{Hmin} da se dobije makar jedna točna hipoteza. Zbog toga, ispitane su dvije predložene metode za evaluaciju hipoteze: evaluacija hipoteza na temelju značajki (4.65) i evaluacija hipoteza zasnovana

na pojavnosti (4.74). U pokusima globalne lokalizacije početna nesigurnost je postavljena na P_{6DOF} (vidi potpoglavlje 5.6).

Radi ispitivanja uspješnosti predložene metode evaluacije hipoteza pri globalnoj lokalizaciji, potrebno je generirati dva skupa referentnih podataka dobivenih različitim pokusima slijedenja relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza. Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza prikazana je u tablicama 6.9 i 6.10.

Tablica 6.9. *Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.*

		HE_F	HE_A
Broj scena		792	
$N_{\bar{H}}$	$N_{\bar{H}_{LDOF}}$	30	23
	$N_{\bar{H}_{NM}}$	14	15
	$N_{\bar{H}_{KF}}$	2	2
	Ukupno	46	40
N_H		746	752

Tablica 6.10. *Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (u postocima).*

	HE_F	HE_A
$N_{\bar{H}}$	5,81	5,05
N_H	94,19	94,95

Neovisno o metodi evaluacije hipoteza, referentni su podatci generirani u otprilike 94% slučajeva. Usporedbom tablica 6.6 i 6.9 može se primijetiti povećanje broja neuspješno lokaliziranih slika za 1, odnosno za 2, ovisno o metodi evaluacija hipoteza. Ovo povećanje je zbog toga što je i skupina FER_{MAP} uključena u postupku generiranja referentnih podataka. Sve 3 nove neuspješne lokalizirane slike su nastale zbog toga što scene ne sadrže dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota.

Tih 746, odnosno 752 slike su upotrijebljene u pokusima globalne lokalizacije ovisno o metodi evaluacija hipoteza. Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o metodi evaluacija hipoteza prikazana je u tablicama 6.11 i 6.12.

Tablica 6.11. Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o primijenjenoj metodi evaluacije hipoteza.

		HE_F	HE_A
Broj scena		746	752
N_{H̄}	N_{H̄_LDOF}	0	1
	N_{H̄_KF}	3	3
	N_{H̄_GC}	12	13
	Ukupno	15	17
N_H		731	735

Tablica 6.12. Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o primijenjenoj metodi evaluacije hipoteza (u postotcima).

	HE_F	HE_A
N_{H̄}	2,01	2,26
N_H	97,99	97,74

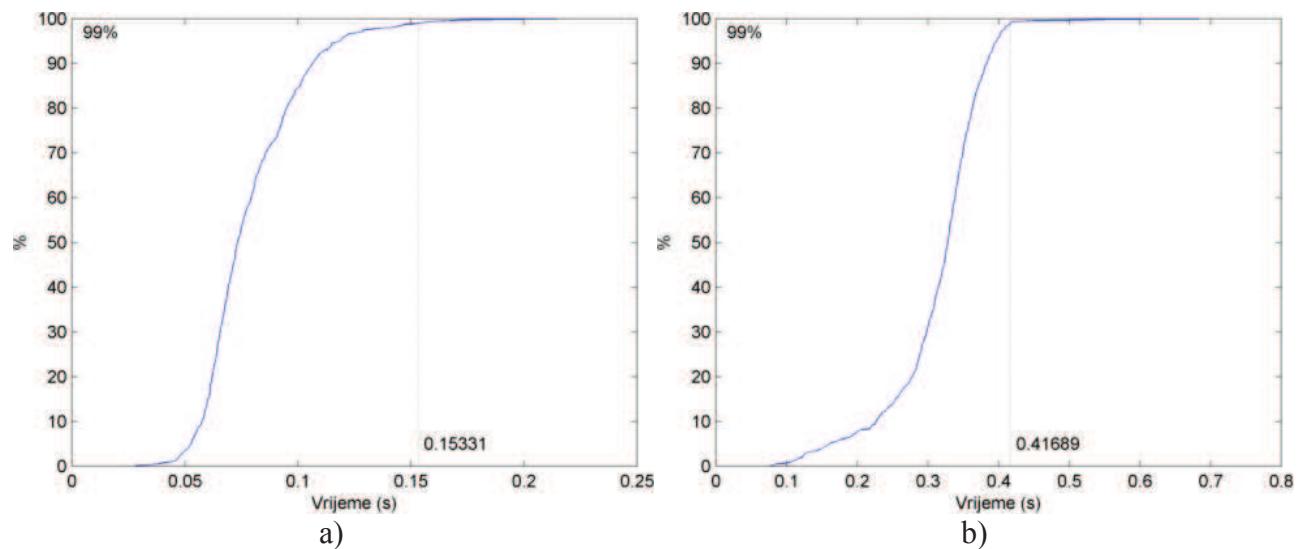
Analizirajući rezultate globalne lokalizacije, sustav je, neovisno o metodi evaluacije hipoteza, uspio generirati hipoteze u otprilike 97%-98% slučajeva. Pri primjeni metode evaluacije hipoteza na temelju značajki, od 746 scena, sustav nije uspio proizvesti hipoteze za 15 slika, od kojih u 12 slučajeva, iako su generirane hipoteze, nijedna hipoteza nije zadovoljila uvjete za maksimalno dopušteno odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti. U ostala 3 slučaja, nesigurnost ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode je bila dosta velika pa dobivene potencijalne hipoteze na kraju postupka lokalizacije nisu zadovoljavale geometrijska ograničenja (izrazi (4.45) i (4.46)). Pri primjeni evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti, od 752 scene, sustav nije uspio proizvesti hipoteze za 17 slika, od kojih u 13 slučajeva, iako su generirane hipoteze, nijedna hipoteza nije zadovoljila uvjete za maksimalno dopušteno odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti. U 3 slučaja, sustav nije mogao generirati nijednu ispravnu pretpostavku položaja i orientacije zbog krive procjene nesigurnosti ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode, dok u jednom slučaju sustav nije generirao nijednu hipotezu zbog nedostatka dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode.

Analiza procjene točnosti napravljena je samo za 731, odnosno 735 slučajeva gdje se robot uspije globalno lokalizirati. Statistički su podaci dani u tablici 6.13 za obje metode evaluacije hipoteza, dok su podatci za metodu evaluacije na temelju značajki prikazani slikama 6.26 – 6.31.

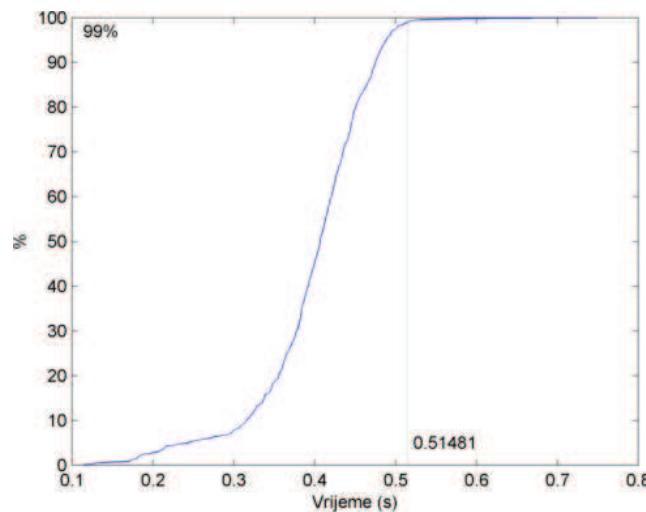
Također su na slikama 6.32 -6.33 prikazane usporedbe ukupnog vremena kao i indeksa prve točne hipoteze za obje metode evaluacije hipoteza.

Tablica 6.13. *Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu prve točne hipoteze i pogrešci globalne lokalizacije u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza.*

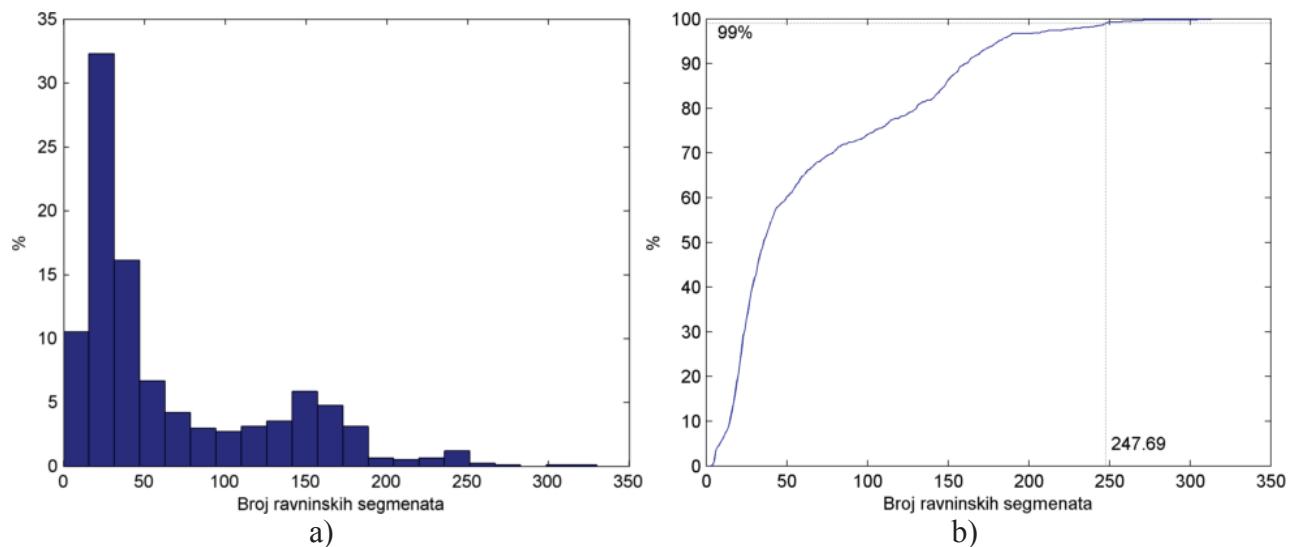
		t_{SEG}[ms]	t_{LOK}[ms]	t_{UK}[ms]	N_{PS}	H	I_{FH}	e_{GL}[mm]	e_{GL} [°]
Avg.	HE_F	78,90	314,56	397,62	66,06	868,47	7,95	33,96	0,55
	HE_A	79,12	639,88	723,22	66,43	871,44	4,01	36,39	0,56
Std.	HE_F	22,03	68,23	72,26	61,35	274,96	45,32	34,18	0,48
	HE_A	22,61	148,44	149,22	61,44	275,65	17,07	34,52	0,51
Min.	HE_F	27,99	77,65	114,66	4	7	1	0	0
	HE_A	28,46	148,49	180,53	4	7	1	0	0
Max.	HE_F	222,40	724,47	791,05	314	1453	503	187,87	1,99
	HE_A	206,51	1262,12	1334,11	314	1473	201	197,30	1,99
NC_{99%}	HE_F	153,31	416,89	514,81	247,69	1390,69	236,69	161,94	1,95
	HE_A	163,28	881,35	962,32	247,65	1391,65	103,65	170,20	1,97



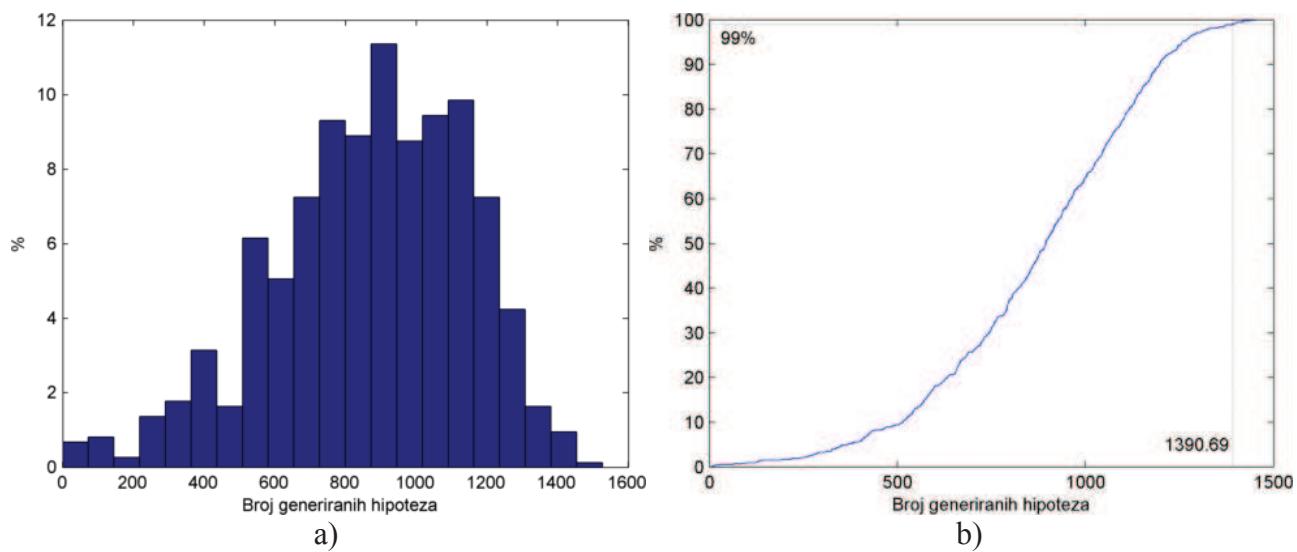
Slika 6.26 *Normalizirani kumulativni histogram pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije*



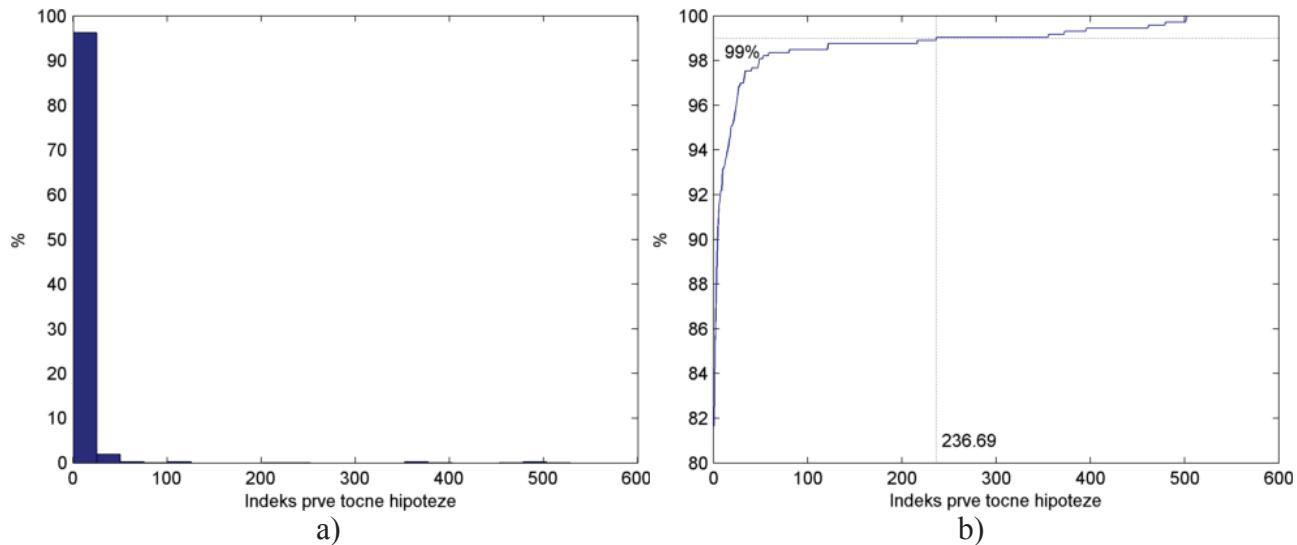
Slika 6.27. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki.



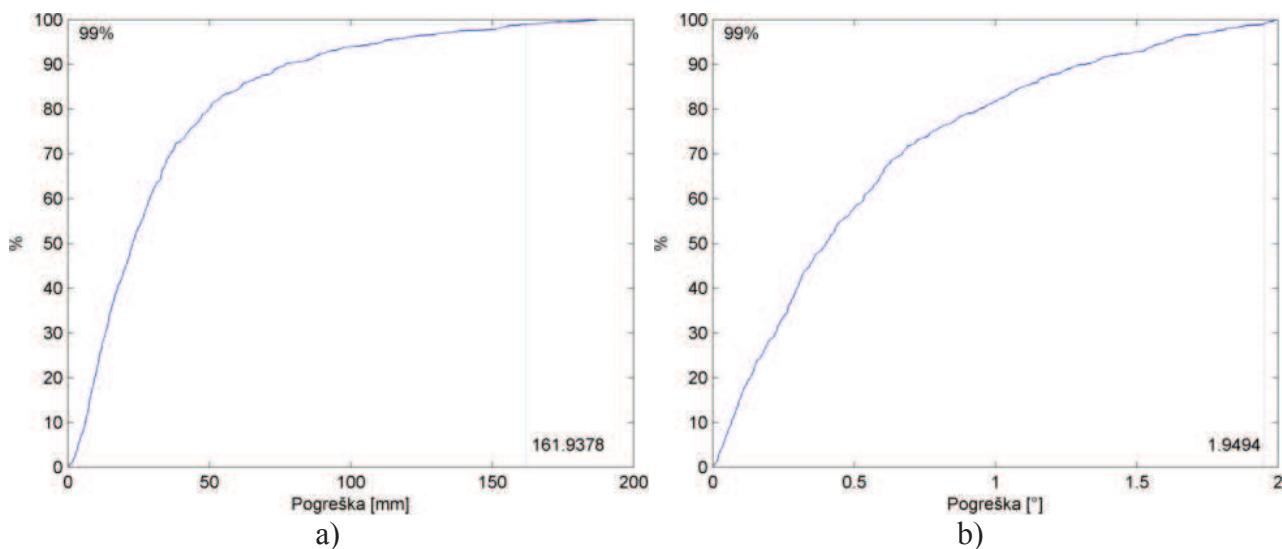
Slika 6.28. Broj dobivenih ravninskih segmenata pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.29. Broj generiranih hipoteza pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.30. Indeks prve točne hipoteze pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



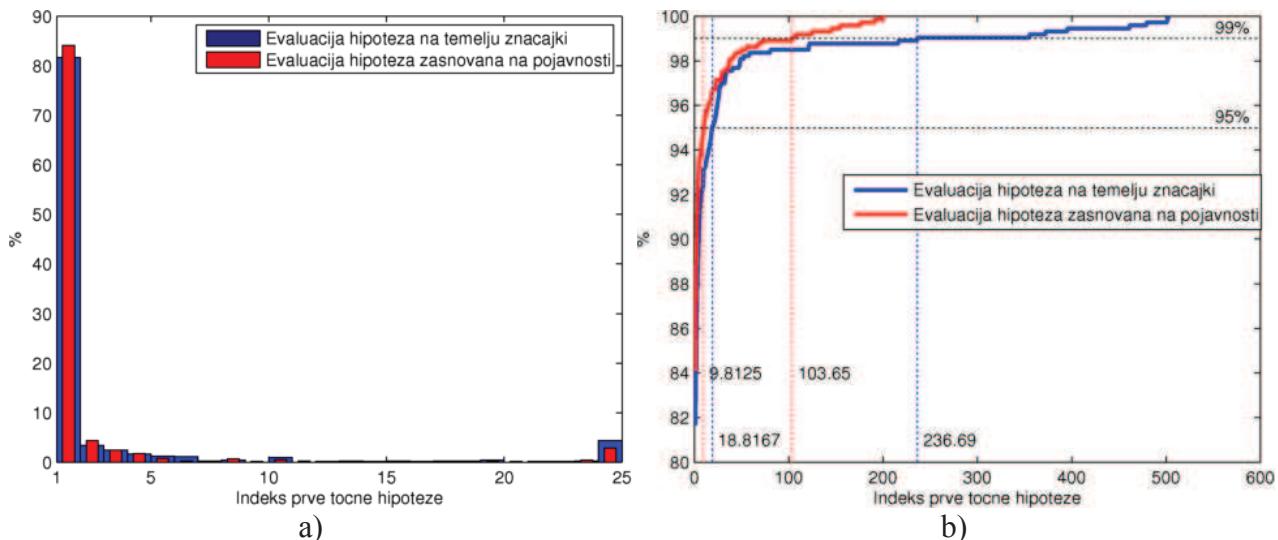
Slika 6.31. Pogreška globalne lokalizacije pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki.

U prosjeku je, pri globalnoj lokalizaciji primjenom evaluacija hipoteza na temelju značajki, potrebno otprilike 79ms za segmentaciju slike, 315ms za lokalizaciju i 398ms za cijeli postupak. U 99% slučajeva potrebno je najviše 153ms za segmentaciju slike, 417ms za lokalizaciju i 515ms za cijeli postupak. Ovo povećanje u vremenu za lokalizaciju i ukupnom vremenu za cijeli postupak je zbog toga što se hipoteze generiraju za sve lokalne modele u karti. Prosječno se kreira oko 66 ravninskih segmenata, dok se u 99% slučajeva kreira najviše 248. Broj generiranih hipoteza je prosječno 868, dok se u 99% slučajeva generira najviše 1391 hipoteza. Pri tom je u prosjeku, prva točna hipoteza je osma prema kriteriju evaluacije hipoteza, odnosno u 99% slučajeva je najviše 237. po redu. Na osnovi ovoga se može zaključiti da je pri primjeni predloženog algoritma u 99% slučajeva $N_{H\min} < 237$, odnosno u 95% slučajeva je $N_{H\min} < 19$ (slika 6.32b)). Također se iz slike 6.32b) može zaključiti da je najviše rangirana hipoteza točna u 81,67% slučajeva. Prosječna je pogreška globalne lokalizacije 34mm, odnosno $0,6^\circ$ dok je u 99% slučajeva pogreška globalne lokalizacije najviše 162mm i maksimalno $1,9^\circ$.

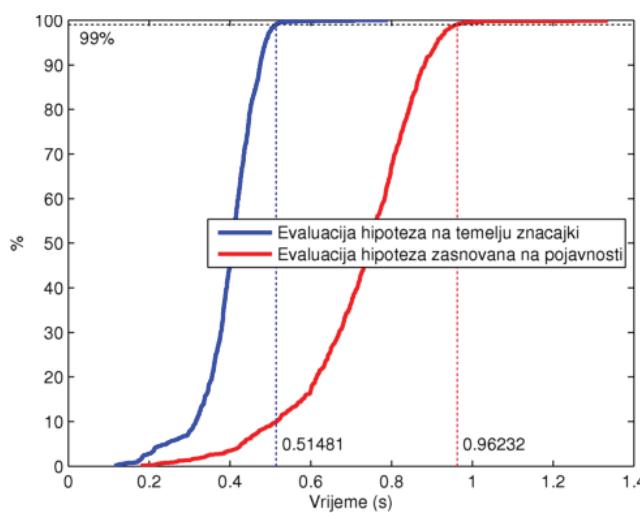
Ukupno vrijeme potrebno za cijeli postupak lokalizacije je u prosjeku, uzimajući u obzir broj čvorova ili lokalnih modela u karti, 2,8ms po čvoru pri globalnoj lokalizaciji primjenom evaluacija hipoteza na temelju značajki, odnosno 5,1ms primjenom evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti.

Statistički podatci pri primjeni evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti su uglavnom slični onima dobivenim pri primjeni evaluacija hipoteza na temelju značajki kada se uzima u obzir vrijeme segmentacije, broj generiranih ravninskih segmenata, broj generiranih hipoteza te apsolutnu pogrešku globalne lokalizacije. Razlike postoje samo u vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu i indeksu prve točne hipoteze. Vrijeme lokalizacije i ukupno vrijeme je u prosjeku 2 puta veće i

iznosi oko 640ms i 723ms, dok je u 99% slučajeva potrebno najviše 882ms i 963ms. Prva točna hipoteza u prosjeku je četvrta po redu generirana hipoteza, dok je u 99% slučajeva najviše 104. po redu odnosno u 95% slučajeva je najviše 10. po redu. Stoga se može zaključiti da je primjenom evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti $N_{Hmin} < 104$ u 99% slučajeva odnosno $N_{Hmin} < 10$ u 95% slučajeva. To znači da je u prosjeku potrebno dva puta veće vrijeme lokalizacije, a pri tome je potrebno *pratiti* dva puta manje hipoteza nego kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki. Međutim, u 84,08% slučajeva je najviše rangirana hipoteza točna (slike 6.32b), što je otprilike isto kao kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki.



Slika 6.32. Indeks prve točne hipoteze u ovisnosti o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza prikazane pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.33. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme globalne lokalizacije hipoteze za dvije primjenjene metode evaluacije hipoteza.

U do sada provedenoj analizi, pogreška estimacije položaja postupkom globalne lokalizacije izračunava se kao odstupanje od referentnog položaja dobivenog postupkom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu za prvu točnu hipotezu. Pri tome je prva točna hipoteza ona čije je odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti najviše $G_{Hd} = 0,2\text{m}$ i $G_{Ha} = 2^\circ$. S ciljem potvrde ispravnosti ovakvog izračunavanja pogreške globalne lokalizacije, napravljena je usporedba tako izračunate pogreške s odstupanjem od referentnog položaja dobivene Monte-Carlo metodom za istu hipotezu. Statistička usporedba pogreške globalne lokalizacije, kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu, odnosno kada se koriste odgovarajući podaci dobiveni Monte-Carlo metodom, prikazana je u tablici 6.14. Pri tome je primjenjena evaluacija hipoteza na temelju značajki.

Tablica 6.14. Usporedba pogreške globalne lokalizacije primjenom evaluacija hipoteza na temelju značajki kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (REF_{INC}), odnosno odgovarajući podaci dobiveni Monte-Carlo metodom ($\text{REF}_{\text{INC-MC}}$) za istu hipotezu.

		$e_{\text{GL}} [\text{mm}]$	$e_{\text{GL}} [{}^\circ]$
Avg.	REF_{INC}	33,96	0,55
	$\text{REF}_{\text{INC-MC}}$	23,89	0,75
Std.	REF_{INC}	34,18	0,48
	$\text{REF}_{\text{INC-MC}}$	30,98	0,8
Min.	REF_{INC}	0	0
	$\text{REF}_{\text{INC-MC}}$	0	0
Max.	REF_{INC}	187,87	1,99
	$\text{REF}_{\text{INC-MC}}$	250,97	5,11
NC_{99%}	REF_{INC}	161,94	1,95
	$\text{REF}_{\text{INC-MC}}$	135,09	3,37

Kada se za referentne podatke koriste odgovarajući podaci dobiveni Monte-Carlo metodom, prosječna je pogreška globalne lokalizacije 24mm, odnosno $0,8^\circ$ dok je u 99% slučajeva pogreška globalne lokalizacije najviše 135mm i maksimalno $3,4^\circ$. Sličnosti dobivenih rezultata pokazuju ispravnost prijedloga da se za referentne podatke kod globalne lokalizacije koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.

Podaci prikazani tablicom 6.14 predstavljaju pogreške prve točne hipoteze određene na temelju referentnih podataka dobivenih postupkom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Ako se za određivanje prve točne hipoteze za referentne podatke primjenjuju oni podaci dobiveni Monte-Carlo metodom, statistička analiza pogreške globalne lokalizacije u tom slučaju pokazuje točnost predložene metode globalne lokalizacije. Usporedba rezultata globalne lokalizacije s obzirom na referentne podatke prikazana je u tablicama 6.15. – 6.16.

Tablica 6.15. Analiza rezultata globalne lokalizacije kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (REF_{INC}), odnosno rezultati dobiveni Monte-Carlo metodom (REF_{MC}).

		REF_{INC}	REF_{MC}
Broj scena		746	746
$N_{\bar{H}}$	$N_{\bar{H}}_{LDOF}$	0	0
	$N_{\bar{H}}_{KF}$	3	3
	$N_{\bar{H}}_{GC}$	12	25
	Ukupno	15	28
N_H		731	718

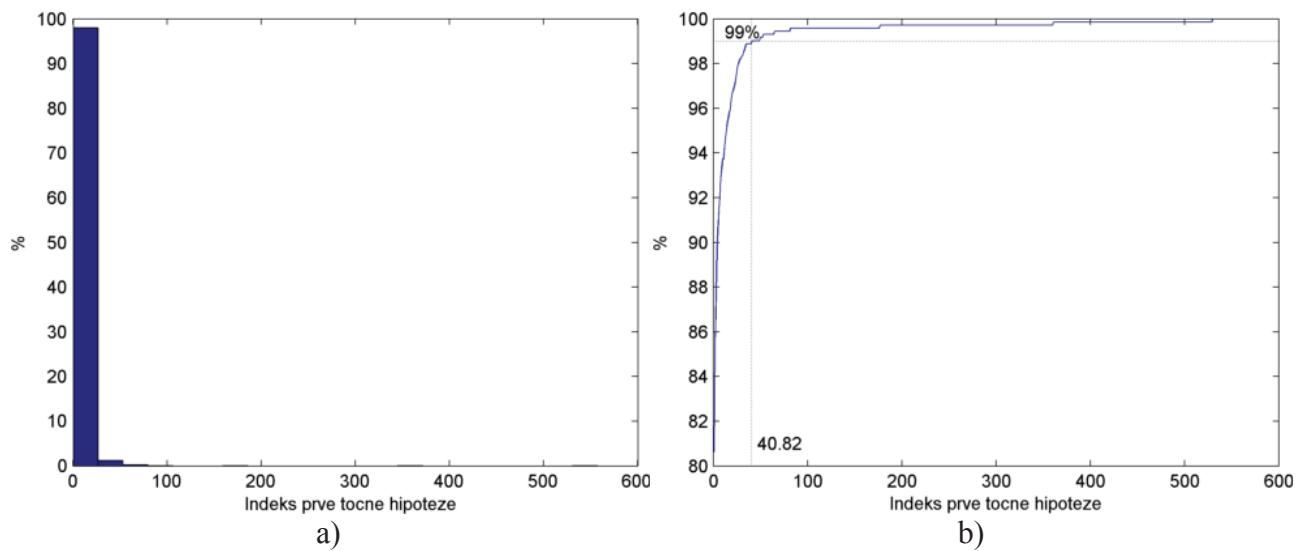
Tablica 6.16. Analiza rezultata globalne lokalizacije kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (REF_{INC}), odnosno rezultati dobiveni Monte-Carlo metodom (REF_{MC}) (u postocima).

	REF_{INC}	REF_{MC}
$N_{\bar{H}}$	2,01	3,75
N_H	97,99	96,25

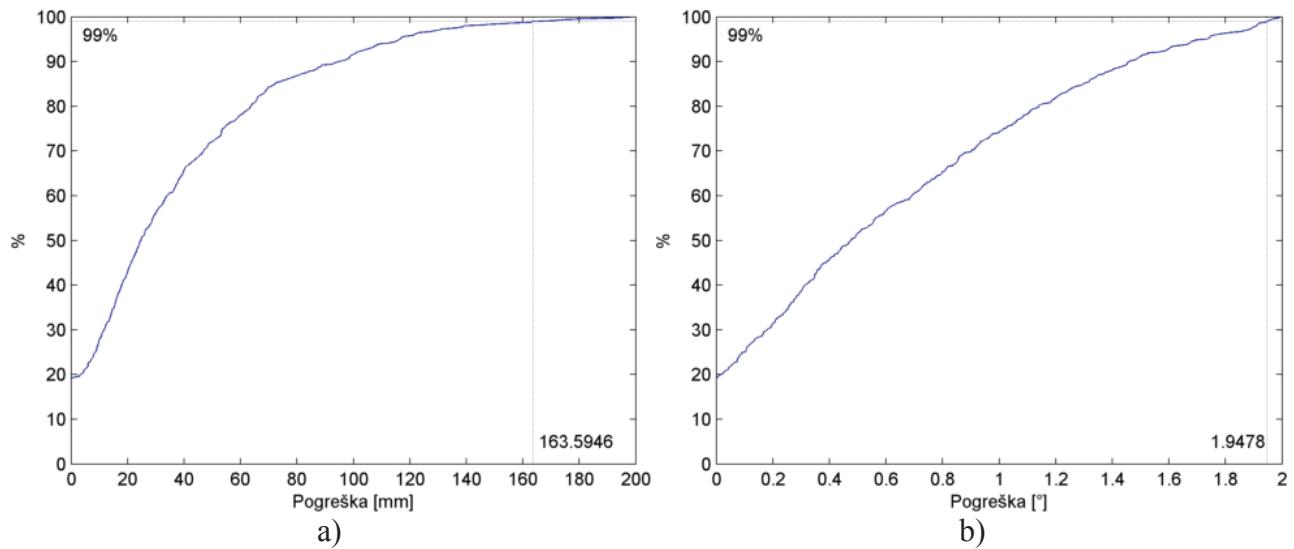
Pri ovoj je usporedbi upotrijebljen skup slika dobivenih pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu primjenom evaluacija hipoteza na temelju značajki. Kada su referentni podatci oni dobiveni Monte-Carlo metodom, primijećeno je povećanje broja onih slučajeva kada su generirane hipoteze od kojih nijedna ne zadovoljava uvjete za maksimalno dopušteno odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti. Statistički podatci o indeksu najbolje hipoteze i pogrešci globalne lokalizacije s obzirom na referentnim podatcima su prikazani u tablici 6.17., dok su podatci za pokus kada su referentni podatci oni dobiveni Monte-Carlo metodom prikazani slikama 6.34. i 6.35.

Tablica 6.17. Usporedba pogreške globalne lokalizacije primjenom evaluacija hipoteza na temelju značajki kada se za referentne podatke koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (REF_{INC}), odnosno podatci dobiveni Monte-Carlo metodom (REF_{MC}).

		I_{FH}	$e_{GL} [\text{mm}]$	$e_{GL} [{}^\circ]$
Avg.	REF_{INC}	7,95	33,96	0,55
	REF_{MC}	4,29	36,83	0,62
Std.	REF_{INC}	45,32	34,18	0,48
	REF_{MC}	25,53	38,22	0,56
Min.	REF_{INC}	1	0	0
	REF_{MC}	1	0	0
Max.	REF_{INC}	503	187,87	1,99
	REF_{MC}	530	199,65	1,99
$NC_{99\%}$	REF_{INC}	236,69	161,94	1,95
	REF_{MC}	40,82	163,59	1,95



Slika 6.34. Indeks prve točne hipoteze prikazane pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma kada su referenti podatci oni dobiveni Monte-Carlo metodom.



Slika 6.35. Pogreška globalne lokalizacije s evaluacijom hipoteza na temelju značajki kada su referenti podatci oni dobiveni Monte-Carlo metodom.

Kada su referentni podatci oni dobiveni Monte-Carlo metodom, u prosjeku je prva točna hipoteza četvrta po redu generirana hipoteza, odnosno u 99% slučajeva je najviše 41. po redu. Na osnovi ovoga moguće je zaključiti da je u 99% slučajeva $N_{H\min} < 41$. U usporedbi sa slučajem kada su referentni podatci oni dobiveni pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu, ove su vrijednosti 2, odnosno 5 puta manje. Prosječna pogreška globalne lokalizacije kada su referentni podatci oni dobiveni Monte-Carlo metodom iznose 37mm odnosno $0,6^\circ$, dok je u 99% slučajeva pogreška globalne lokalizacije najviše 164mm i maksimalno $1,9^\circ$, što je skoro jednako onim

dobivenim kada su referentni podatci dobiveni pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.

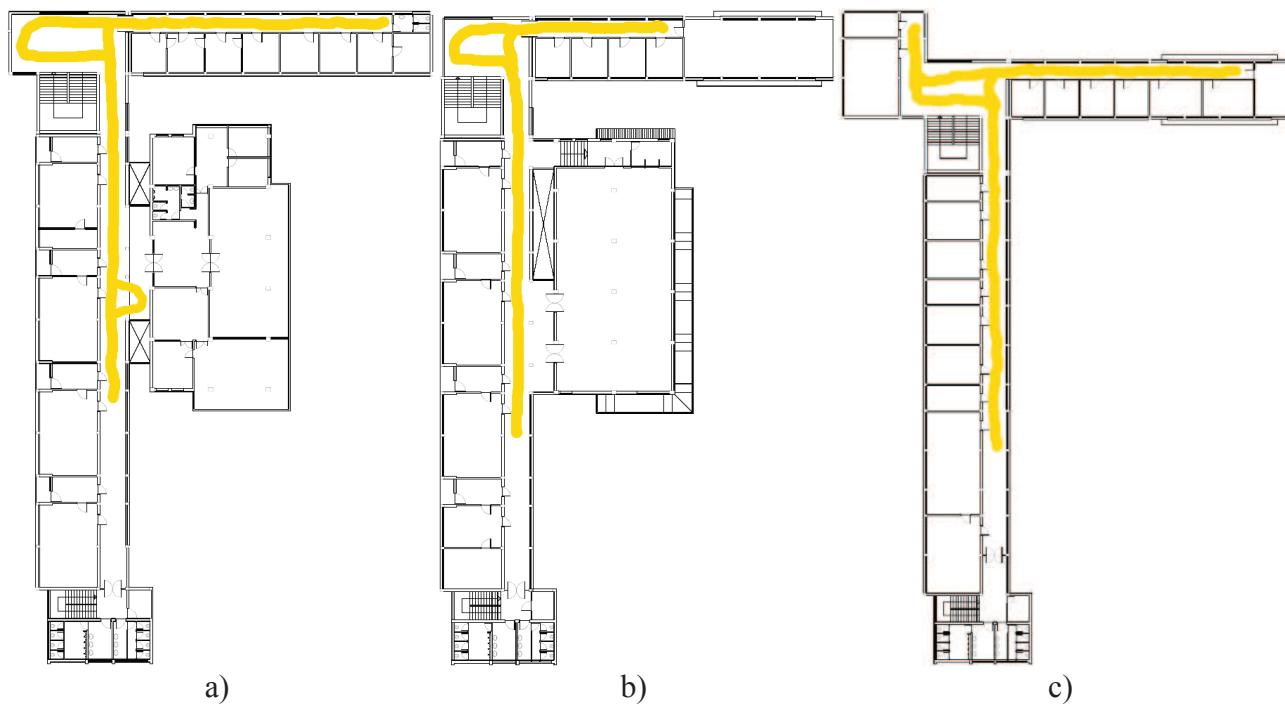
6.2. Pokus 2 (ETF, Osijek)

Robotski sustav upotrijebljen u ovom pokusu nije imao laserski mjerač pa se nije mogla primijeniti Monte-carlo metoda za globalnu lokalizaciju primjenom podataka s lasera. Zbog toga su u ovim pokusima samo napravljene procjena točnosti estimacije kretanje kamere i procjena točnosti globalne lokalizacije, kod koje su referentni podaci dobiveni pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Snimljene su različite sekvence po hodnicima prvog, drugog i trećeg kata zgrade ETF-a, Osijek. Sekvence su grupirane u dvije skupine ovisno o tome jesu li upotrijebljene za generiranje karte ili u testnoj skupini. Detalji o broju sekvenci i ukupnom broju slika dani su u tablici 6.18. Skupina za generiranje karte ETF_{MAP} se sastoji od tri sekvence, jedne po svakom katu. Testna skupina ETF_{TEST} se sastoji od 38 različitih sekvenci gdje je robot provozan više puta iz više početnih točaka i po različitim vremenskim uvjetima, tipovima osvjetljenja i godišnjim dobima.

Tablica 6.18. Skupine slika snimljene u pokusu 2.

Skupina	Broj sekvence	Ukupan broj slika
ETF_{MAP}	3	1564
ETF_{TEST}	38	1306

Zbog uočenih problema pri pokusu obavljenom na FER, Zagreb, brzina robota pri snimanju slika je bila ograničena na 750mm/s, s maksimalnom kutnom brzinom od 15°/s. Slike su također snimljene svakih $pic_d = 500\text{m}$ i $pic_a = 2.5^\circ$. Na slikama 6.36a) - c) su prikazane karte zgrade ETF-a Osijek te je sa žutom bojom označeno područje kretanje robota. Nekoliko primjera slika dobivenih tijekom snimanja tih sekvenci je također prikazano na slici 6.37.



Slika 6.36. Karte a) prvog kata b) drugog kata i c) trećeg kata zgrade ETF-a, Osijek sa žutom bojom označenim područjem kretanja robota.



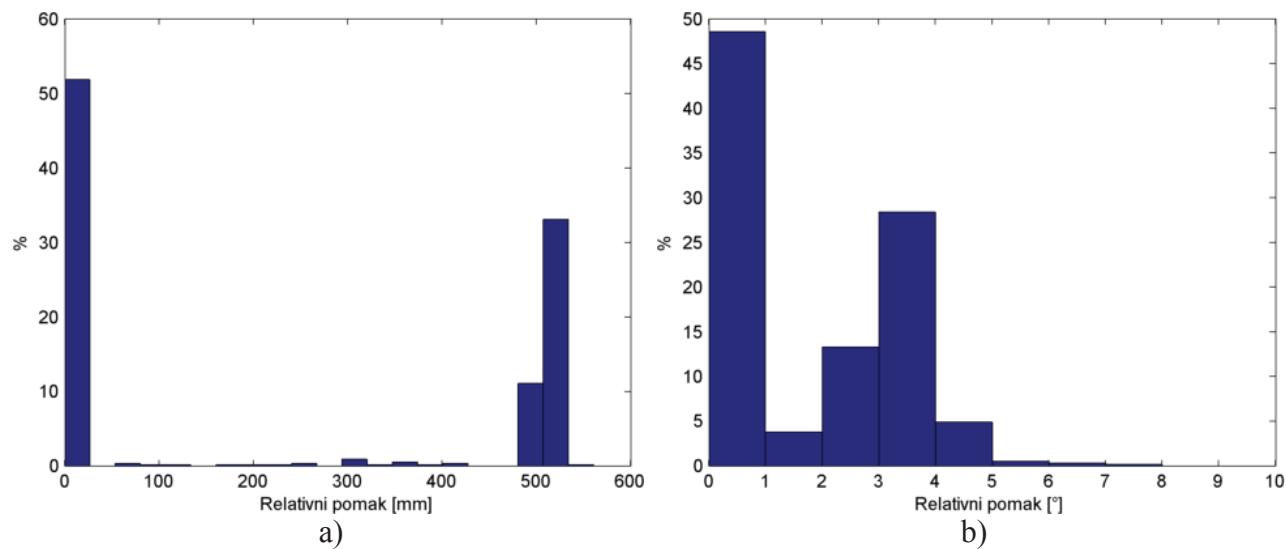
Slika 6.37. Primjeri slika snimljenih tijekom pokusa 2.

6.2.1. Statistička analiza relativnog pomaka između snimljenih slika izmjerenoj odometrijom

Svrha statističke obrade relativnog pomaka izmjerenoj odometrijom između uzastopno snimljenih slika jest pokazati bolju distribuciju relativnog pomaka između snimanja slika u usporedbi s onom snimljenom pri pokusu 1 (FER, Zagreb). Upotrijebljeni su podatci dobiveni pri izračunu relativnih pomaka između slika snimljenih u sekvenci ETF_{MAP} . Raspodjele relativnog pomaka i promjene u orientaciji na temelju odometrijskih podataka prikazane su pomoću histograma na slikama 6.38a) i 6.38b), dok tablica 6.19 prikazuje odgovarajuće statističke detalje.

Tablica 6.19. *Statistički podatci o relativnom pomaku i promjeni u orijentaciji.*

Relativni pomak	Avg.	Std.	Min.	Max.
[mm]	238,96	252,55	0	533,88
[°]	1,73	1,73	0	7,82



Slika 6.38. *Histogram a) relativnog pomaka b) promjene u orijentaciji.*

Ako se ovi rezultati usporedi s rezultatima dobivenim u pokusu 1 i prikazanim u tablici 6.2, odnosno slikama 6.5a) i 6.5b), može se primijetiti da su slike snimljene pri pokusu 2 bolje raspoređene, odnosno više u skladu s načinom snimanja. Prilikom kretanja, najviše su snimljene slike pri relativnom pomaku od 15mm ili oko 500mm, što se vidi na histogramu (slika 6.38a)), odnosno pri promjeni u orijentaciji od 1° odnosno 4°. Ovakva je distribucija pri snimanju slika bila moguća zbog ograničenja postavljenih na gibanje robota.

6.2.2. Procjena točnosti estimacije kretanje kamere

Kod procjene točnosti estimaciji kretanje kamere upotrijebljena je jedna sekvenca iz skupine ETF_{MAP} - sekvenca snimanja prvoga kata. Evaluacija hipoteza je izvršena na temelju značajki, tj. pomoću izraza (4.65). Početna je nesigurnost postavljena na P_{3DOF} (vidi potpoglavlje 5.6). Analiza dobivenih rezultata prikazana je u tablici 6.20.

Tablica 6.20. Uspješnost predložene metode lokalizacije pri estimaciju kretanja kamere na sekvenci ETF_{MAP} .

	Ukupno	$N_{\bar{H}}$	N_H	N_{H^-}	N_{H^+}
Broj relativnih pomaka	550	53	497	15	482
Postotak (%)	100	9,64	90,36(100)	2,73 (3,02)	87,64 (96,98)

Od ukupno 551 slike, odnosno 550 relativnih pomaka, predložena metoda lokalizacije ne uspijeva generirati hipotezu u 53 slučaja. Od tih slučajeva, u 47 slučajeva ili 88,68%, scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota. U ostalih 6 slučajeva, iako scena sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota, dobivene potencijalne hipoteze na kraju postupka lokalizacije ne zadovoljavaju geometrijska ograničenja (izrazi (4.45) i (4.46)) zbog krive procjene nesigurnosti ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode (npr. u slučaju kada su dosta daleko). Razlog povećanja broja slučajeva gdje scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota u odnosu na pokus 1 (tablica 6.4) je ta što većinu scena u pokusu 2 čine scene dugačkih hodnika.

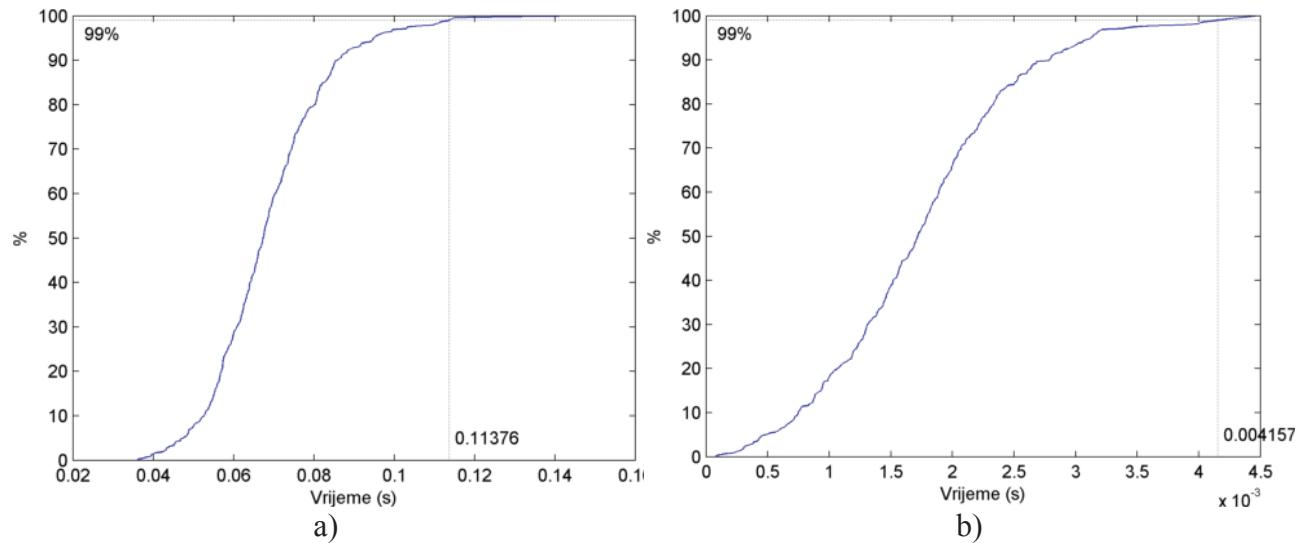
Od ostalih 497 slučajeva, u 15 slučajeva su dobivena kriva rješenja. Kao i u pokusu 1, kod procjene točnosti kod estimacija kretanja kamere, referentni podatci su relativni položaji robota dobiveni odometrijom. Relativni položaj kamere dobiven predloženom metodom lokalizacije se smatra krivim rješenjem ukoliko odstupa od relativnog položaja robota dobivenog odometrijom za minimalno 0,2m ili 20° . Uzrok dobivanja krivih rješenja leži u relativno velikoj nesigurnosti odabranog para ravninskih segmenata upotrijebljenih pri procjeni zadnjeg stupnja slobode gibanja robota, koji utječe na točnost generiranih hipoteza. Pri tome se u 6 slučajeva dogodilo da su među generiranim hipotezama bile i točne hipoteze koje nisu bile najviše rangirane hipoteze. Može se primijetiti da se predloženi algoritam uspijeva lokalizirati u 90,36% slučajeva, od kojih je 96,98% dobro rješenje.

Analiza procjene točnosti napravljena je samo za one 482 scene gdje se robot uspio lokalizirati predloženom metodom, tj. gdje su dobivene ispravne hipoteze. Statistički podatci su

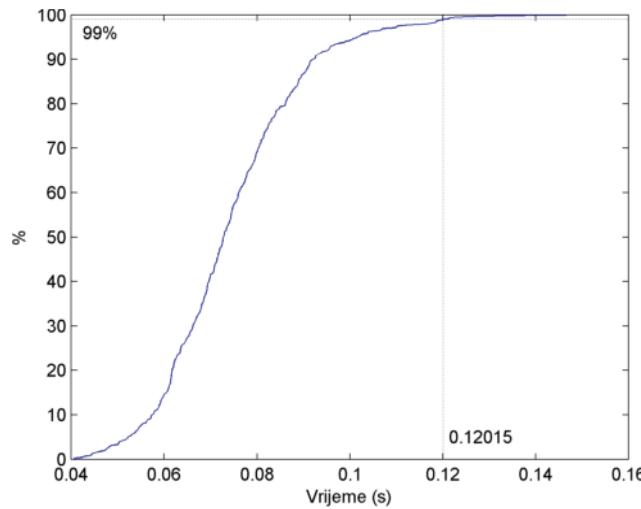
dani u tablici 6.21 i prikazani slikama 6.39 - 6.44. Analiza je provedena usporedbom pomaka tijekom gibanja estimiranih predloženom metodom s podatcima o pomaku dobivenim odometrijom.

Tablica 6.21. *Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu najbolje hipoteze i pogrešci estimacija kretanja kamere.*

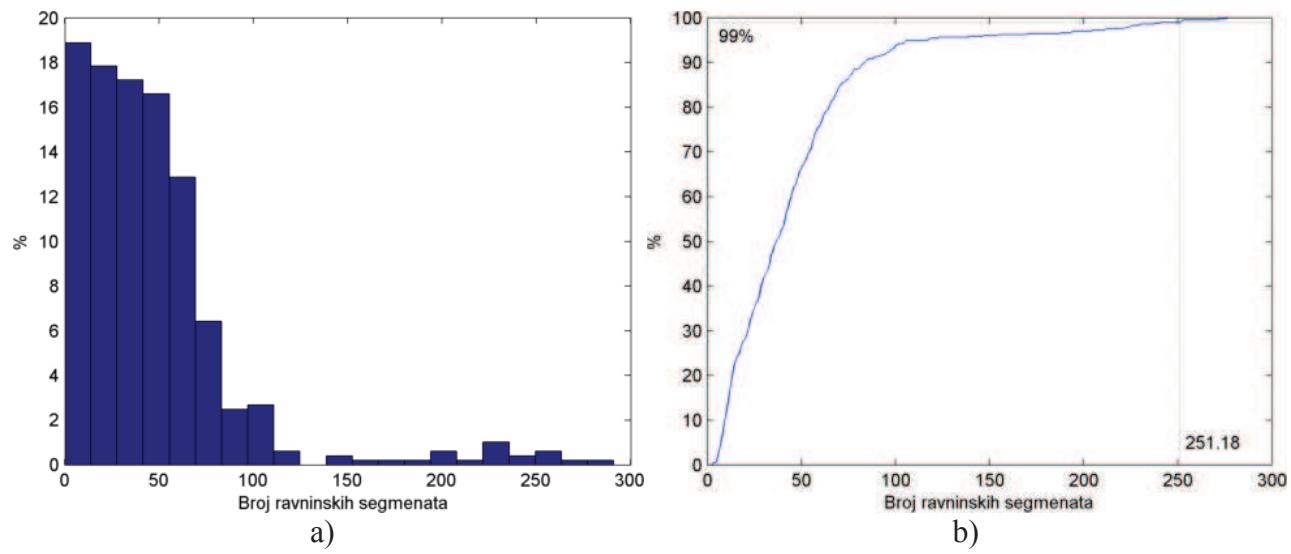
	Avg.	Std	Min.	Max.	NC _{99%}
t _{SEG} [ms]	68,79	14,75	36,04	145,77	113,76
t _{LOC} [ms]	1,75	0,79	0,08	4,48	4,15
t _{TOT} [ms]	74,47	15,26	40,58	151,11	120,15
N _{PS}	46,87	44,54	3	277	251,18
H	7,109	2,829	1	17	15,05
I _{BH}	2,49	2,19	1	14	9,70
e _{TR} [mm]	23,46	27,07	0,12	181,45	125,41
e _{TR} [°]	0,59	0,64	0,0009	6,41	2,70



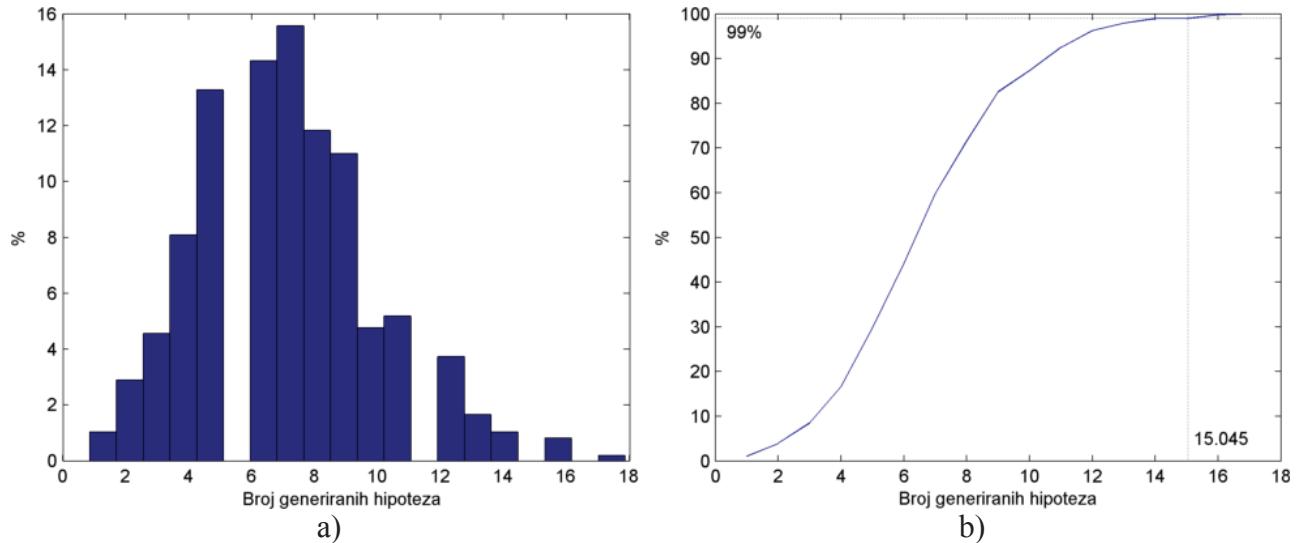
Slika 6.39. Normalizirani kumulativni histogram za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije



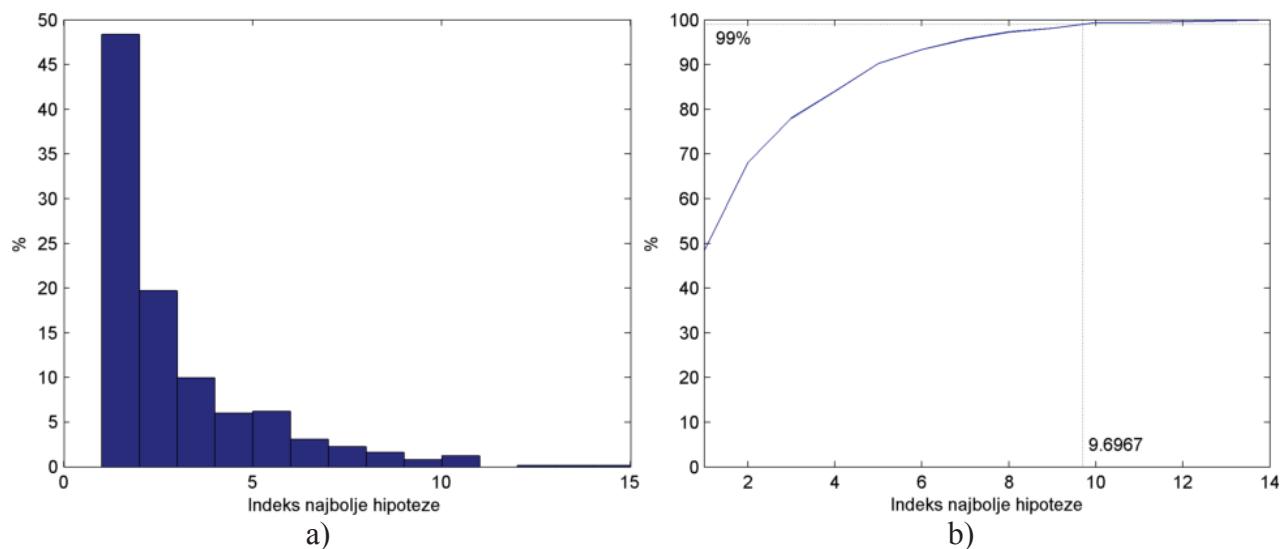
Slika 6.40. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme.



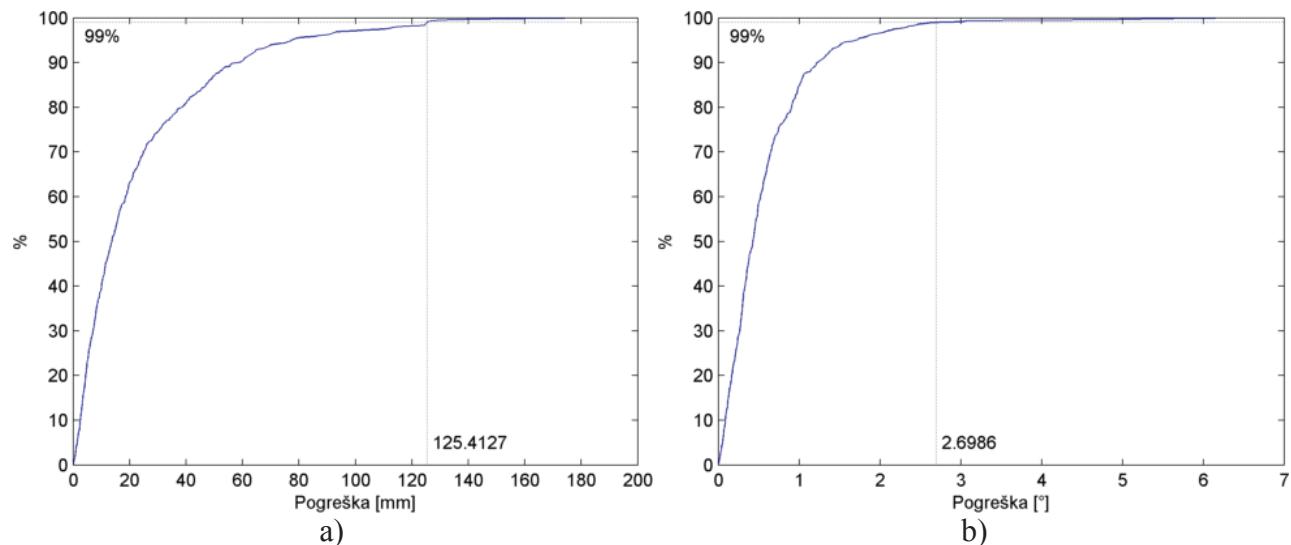
Slika 6.41. Broj dobivenih ravninskih segmenta prikazanih pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.42. Broj generiranih hipoteza prikazanih pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.43. Indeks najbolje hipoteze prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.44. Pogreška relativnog položaja.

Prosječno je potrebno otprilike 69ms za segmentaciju slike, 1,75ms za lokalizaciju i 74ms za cijeli postupak, odnosno u 99% slučajeva potrebno je najviše 114ms za segmentaciju slike, 4,2ms za lokalizaciju i 120,2ms za cijeli postupak. Pri tome, prosječno se kreira oko 47 ravninskih segmenata, dok se u 99% slučajeva kreira najviše 252. Broj generiranih hipoteza je prosječno 7, dok se u 99% slučajeva generira najviše 15 hipoteza. Pri tome je u prosjeku najviše rangirana hipoteza treća po redu generirana hipoteza, odnosno u 99% slučajeva je najviše deseta po redu. To dovodi do zaključka da je pri primjeni predloženog algoritma potrebno svaki put generirati najviše 10 hipoteza da se u 99% slučajeva dobije dobro rješenje. Prosječna je pogreška lokalizacije pri

estimaciji kretanja kamere 23,5mm odnosno 0.6° . U 99% slučajeva je pogreška najviše 125mm i maksimalno 2.7° .

Ovi su rezultati dosta slični onim dobivenim pri procjeni točnosti kretanja kamere u pokusu 1 (potpoglavlje 6.1.2). Mala razlika postoji samo u manjoj prosječnoj pogrešci položaja u pokusu 1 od 15mm, odnosno u 99% slučajeva je ta pogreška najviše 89mm.

6.2.3. Procjena točnosti globalne lokalizacije

Slike iz sekvenci ETF_{MAP} su upotrijebljene za kreiranje hibridne metričko-topološke karte na način opisan u poglavlju 5.6. Pri tome su generirana 854 lokalna modela. Kako je ranije predloženo, za referentne se podatke kod globalne lokalizacije koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Pokus slijedenja relativnog položaja kamere u modelu napravljen je sa sekvencama iz skupine ETF_{MAP} i ETF_{TEST} . Osim informacije o relativnom položaju u odnosu na određeni lokalni model, rezultat tog pokusa daje za svaku sliku, pomoću odometrije, apsolutni položaj te scene u odnosu na globalni koordinatni sustav karte. Na taj način rezultati pokusa slijedenja relativnog položaja kamere u modelu služe kao referentni podatci o apsolutnom položaju svake slike. Kako se hipoteze pri globalnoj lokalizaciji generiraju za sve lokalne modele na karti, slično kao u potpoglavlju 6.1.4, točnom se hipotezom smatra hipoteza čije je odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti najviše $G_{Hd} = 0,2\text{m}$ i $G_{Ha} = 2^\circ$. Također su ispitane dvije predložene metode za evaluaciju hipoteze: evaluacija hipoteza na temelju značajki (4.65) i evaluacija hipoteza zasnovana na pojavnosti (4.74). Pri pokusima globalne lokalizacije početna nesigurnost je postavljena na \mathbf{P}_{6DOF} (vidi potpoglavlje 5.6).

Rezultati analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza prikazani su tablicama 6.22 i 6.23.

Tablica 6.22. Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.

		\mathbf{HE}_F	\mathbf{HE}_A
Broj scena		2817	
$N_{\bar{H}}$	$N_{\bar{H}_LDOF}$	160	158
	$N_{\bar{H}_NM}$	10	6
	$N_{\bar{H}_KF}$	6	3
	Ukupno	176	167
	N_H	2641	2650

Tablica 6.23. Analiza generiranja referentnih podataka pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu (u postotcima).

	HE_F	HE_A
$N_{\bar{H}}$	6,25	5,93
N_H	93,75	94,07

Neovisno o metodi evaluacije hipoteza, referentni su podatci generirani u otprilike 94% slučajeva. Pri primjeni metode evaluacija hipoteza na temelju značajki, od 2817 scena, sustav nije uspio proizvesti hipoteze za 176 slika. Od tih slučajeva, u 160 slučajeva scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota i stoga je nemoguće u potpunosti generirati hipotezu. U 10 slučajeva algoritam ne uspijeva naći najbliži model za trenutnu scenu te je nemoguće primjenom ove predložene metode generirati hipoteze (vidi potpoglavlje 5.6). U ostalih 6 slučeva kada sustav ne uspijeva generirati hipoteze, dobivene potencijalne hipoteze na kraju postupka lokalizacije ne zadovoljavaju geometrijska ograničenja (izrazi (4.45) i (4.46)) zbog krive procjene nesigurnosti izabranih parova ravninskih segmenata za procjenu zadnjeg stupnja slobode. Pri primjeni evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti, od 2817 scena, sustav nije uspio proizvesti hipoteze za 167 slika, od kojih u 158 slučajeva scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota. U 6 slučajeva algoritam ne uspijeva naći najbliži model za trenutnu scenu, dok u 3 slučaja nije moguće dobiti konačnu hipotezu zbog krive procjene nesigurnosti izabranih parova ravninskih segmenata za procjenu zadnjeg stupnja slobode.

Tih 2641 odnosno 2650 slika je upotrijebljeno u pokusima globalne lokalizacije ovisno o metodi evaluacije hipoteza. Analiza rezultata dobivenih pokusima globalne lokalizacije u ovisnosti o metodi evaluacije hipoteza prikazani su tablicama 6.24 i 6.25.

Tablica 6.24. Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza.

		HE_F	HE_A
	Broj scena	2641	2650
$N_{\bar{H}}$	$N_{\bar{H}\text{-LDOF}}$	10	10
	$N_{\bar{H}\text{-KF}}$	3	2
	$N_{\bar{H}\text{-GC}}$	105	110
	Ukupno	118	122
	N_H	2523	2528

Tablica 6.25. Analiza rezultata globalne lokalizacije u ovisnosti o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza (u postotcima).

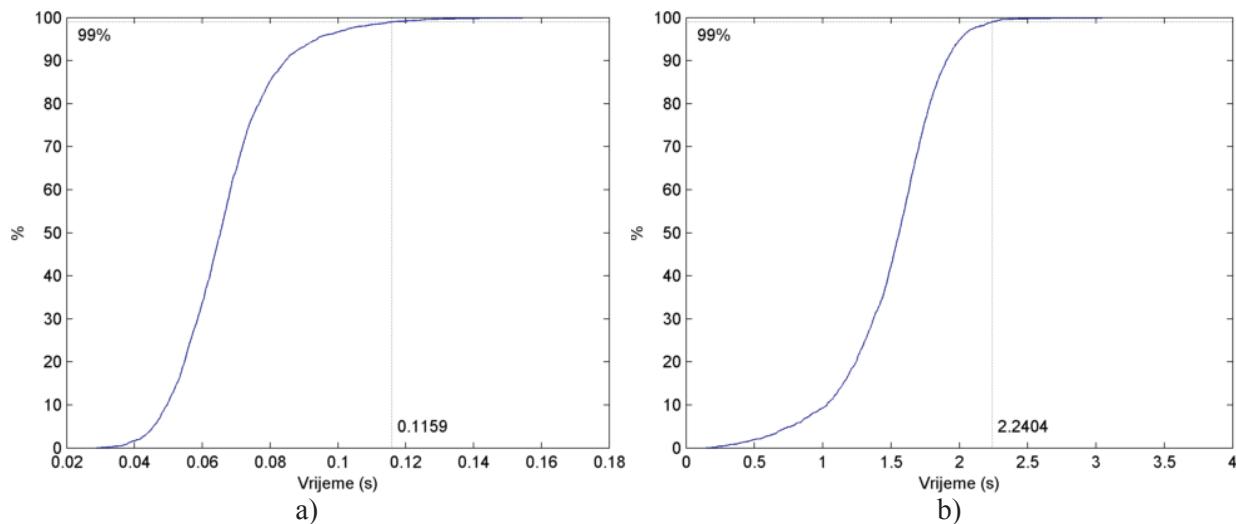
	HE_F	HE_A
$N_{\bar{H}}$	4,47	4,60
N_H	95,53	95,40

Analizirajući rezultate globalne lokalizacije, sustav je, neovisno o metodi evaluacije hipoteza, uspio generirati hipoteze u otprilike 95% slučajeva. Pri primjeni metode evaluacije hipoteza na temelju značajki, od 2641 scene, sustav nije uspio proizvesti hipoteze za 118 slika, od kojih u 105 slučajeva, iako su generirane hipoteze, nijedna hipoteza nije zadovoljila uvjete za maksimalno dopušteno odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti. U 3 slučaja sustav nije generirao nijednu hipotezu zbog krive procjene nesigurnosti ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode, dok u 10 slučajeva sustav nije generirao nijednu hipotezu zbog nedovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode. Pri primjeni evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti, od 2650 scena, sustav nije uspio proizvesti hipoteze za 122 scene, od kojih u 110 slučajeva, iako su generirane hipoteze, nijedna hipoteza nije zadovoljila uvjete za maksimalno dopušteno odstupanje apsolutnog položaja od referentne vrijednosti. U 2 slučaja sustav nije generirao nijednu hipotezu zbog krive procjene nesigurnosti ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode, dok u 10 slučajeva sustav nije generirao nijednu hipotezu zbog toga što nema dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode.

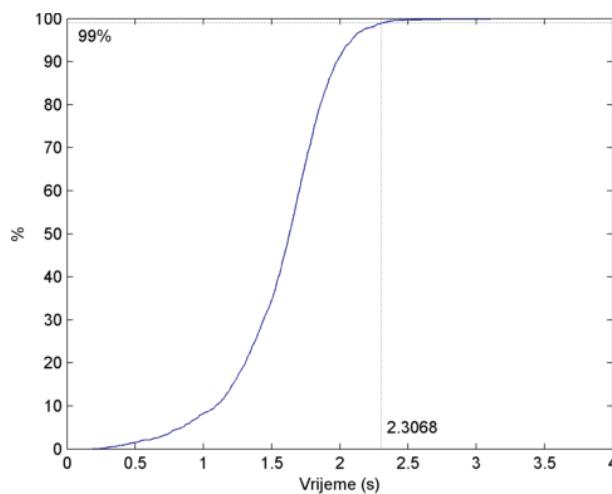
Analiza procjene točnosti napravljena je samo za onih 2523, odnosno 2528 slučajeva gdje se robot uspio globalno lokalizirati. Statistički su podatci dani u tablici 6.26 za obje metode evaluacije hipoteza, dok su podatci za metodu evaluacije na temelju značajki prikazani slikama 6.45 – 6.50. Također su na slikama 6.51-6.52 prikazane usporedbe ukupnog vremena kao i indeksa prve točne hipoteze za obje metode evaluacije hipoteza.

Tablica 6.26. Statistički podatci o vremenu segmentacije, vremenu lokalizacije, ukupnom vremenu, broju ravninskih segmenata, broju generiranih hipoteza, indeksu prve točne hipoteze i pogrešci globalne lokalizacije za dvije razmatrane metode evaluacije hipoteza.

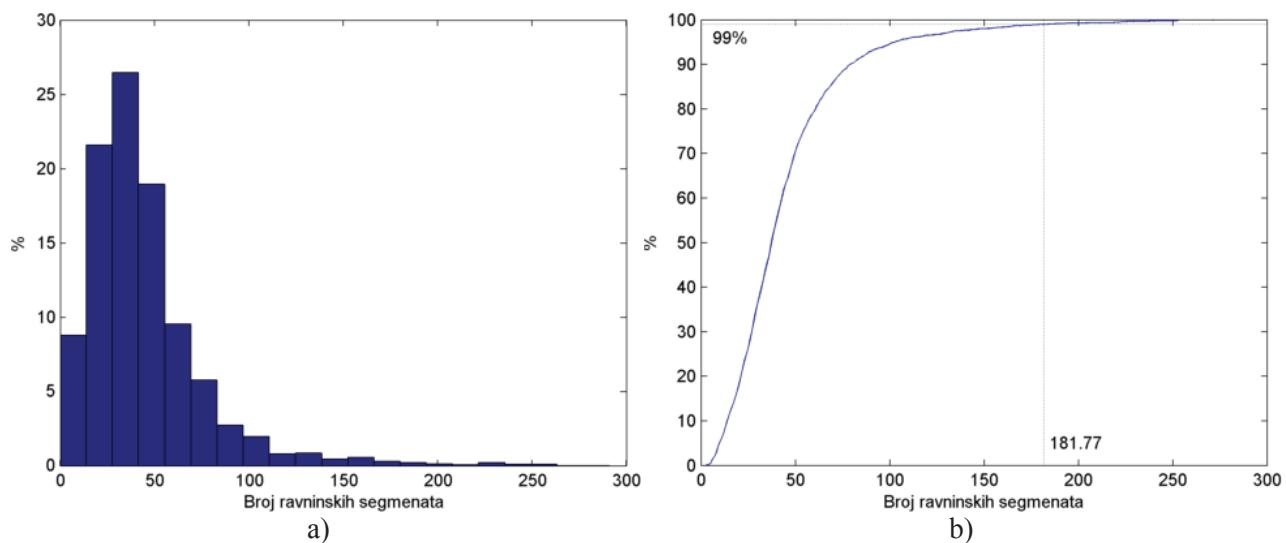
		t_{SEG}[ms]	t_{LOK}[ms]	t_{UK}[ms]	N_{PS}	H	I_{FH}	e_{GL}[mm]	e_{GL} [°]
Avg.	HE_F	66,66	1502,66	1573,11	44,86	3447,40	20,31	42,19	0,46
	HE_A	70,56	3523,99	3598,48	44,91	3450,16	21,70	47,30	0,47
Std.	HE_F	15,22	374,47	377,57	33,06	1563,80	121,23	45,62	0,45
	HE_A	17,65	1188,56	1192,86	32,95	1565,74	145,64	44,95	0,45
Min.	HE_F	28,77	145,80	187,13	3	5	1	0	0
	HE_A	31,02	198,72	254,76	3	7	1	0	0
Max.	HE_F	163,00	3857,54	3927,86	277	7590	2450	199,91	1,97
	HE_A	253,01	6941,47	7016,45	277	7598	3144	199,76	1,99
NC_{99%}	HE_F	115,90	2240,40	2306,80	181,77	6436,77	466,77	187,08	1,85
	HE_A	129,50	5803,70	5887,50	183,72	6434,72	454,72	187,95	1,88



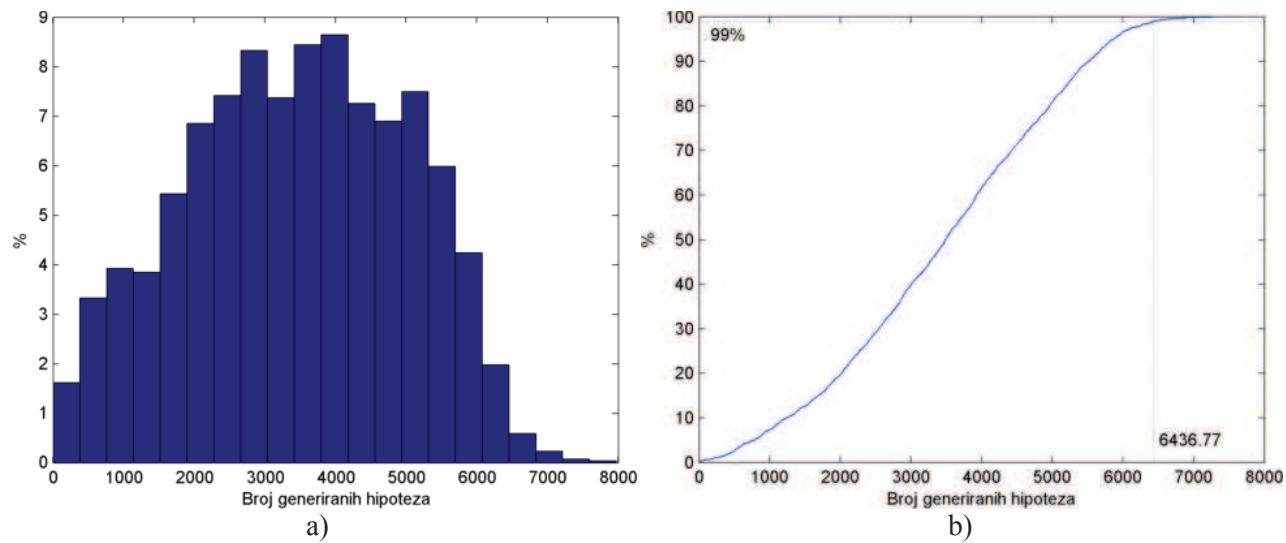
Slika 6.45. Normalizirani kumulativni histogram pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki za a) vrijeme segmentacije b) vrijeme lokalizacije.



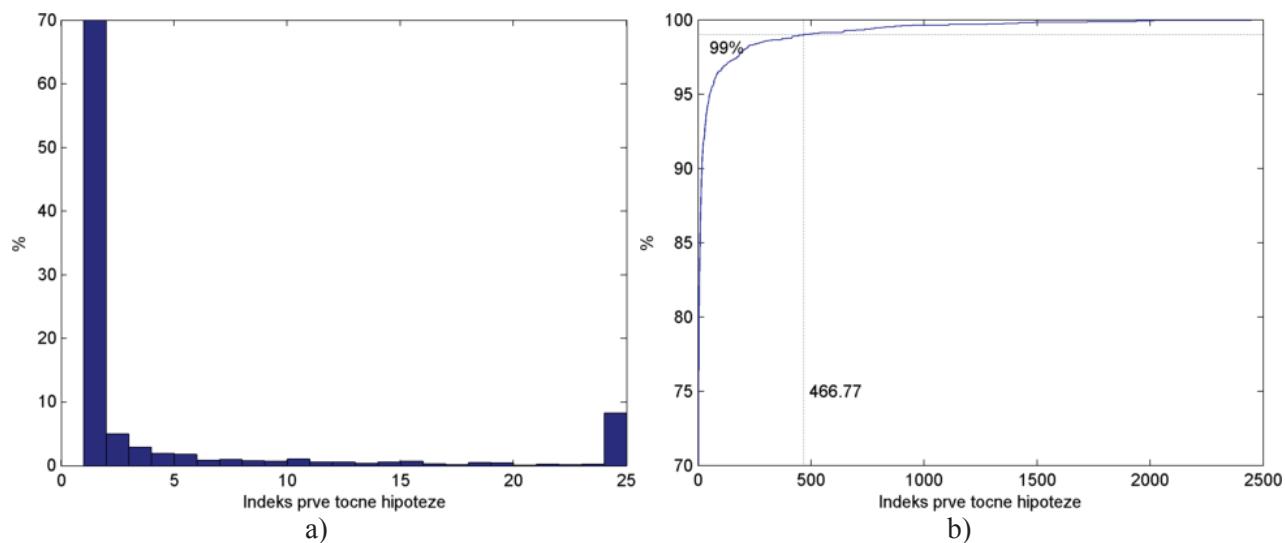
Slika 6.46. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki.



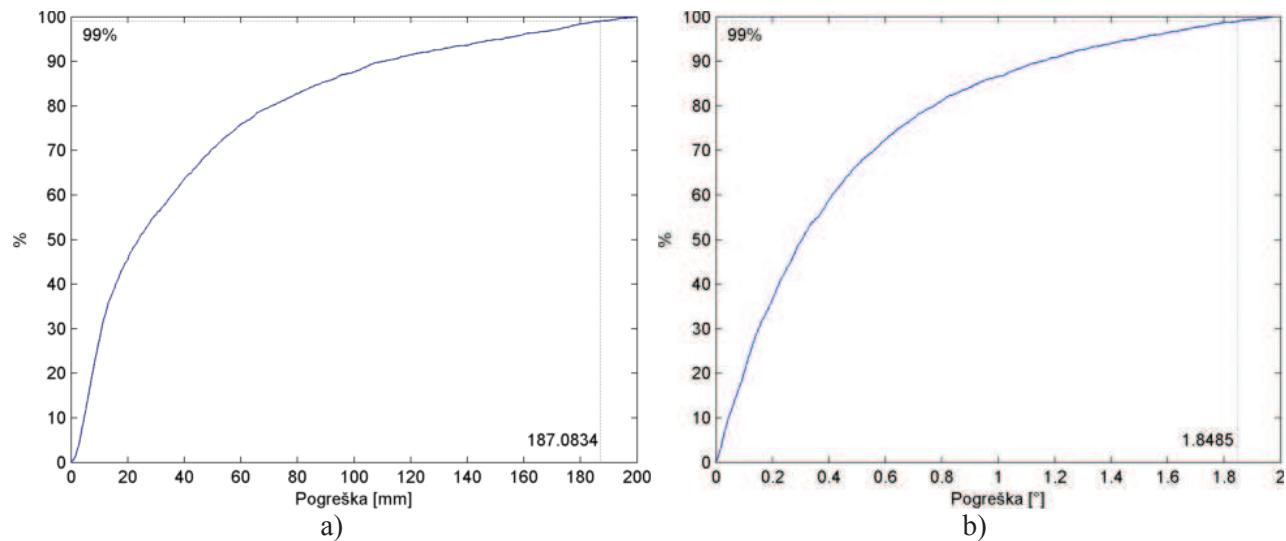
Slika 6.47. Broj dobivenih ravinskih segmenata pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.48. Broj generiranih hipoteza pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.49. Indeks prve točne hipoteze pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



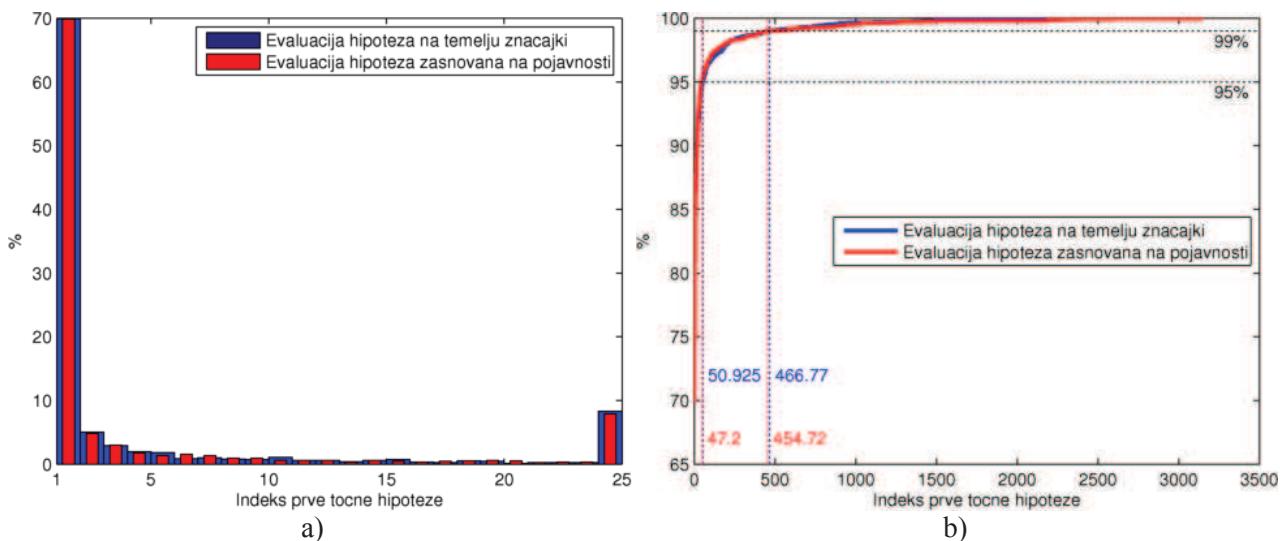
Slika 6.50. Pogreška globalne lokalizacije pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki.

Pri globalnoj lokalizaciji primjenom evaluacije hipoteza na temelju značajki potrebno je u prosjeku otprilike 67ms za segmentaciju slike, 1503ms za lokalizaciju i 1573ms za cijeli postupak, odnosno, u 99% slučajeva potrebno je najviše 115ms za segmentaciju slike, 2241ms za lokalizaciju i 2307ms za cijeli postupak. Ovo povećanje u vremenu za lokalizaciju i ukupnom vremenu za cijeli postupak je zbog toga što se hipoteze generiraju za sve lokalne modele u karti. Prosječno se kreira oko 45 ravninskih segmenata, dok se u 99% slučajeva kreira najviše 182. Broj generiranih hipoteza je prosječno 3447, dok se u 99% slučajeva generira najviše 6437 hipoteza. Pri tome je u prosjeku, prva točna hipoteza 20. prema kriteriju evaluacije hipoteza, odnosno u 99% slučajeva je najviše 467. po redu. Stoga se može zaključiti da je pri primjeni predloženog algoritma u 99% slučajeva

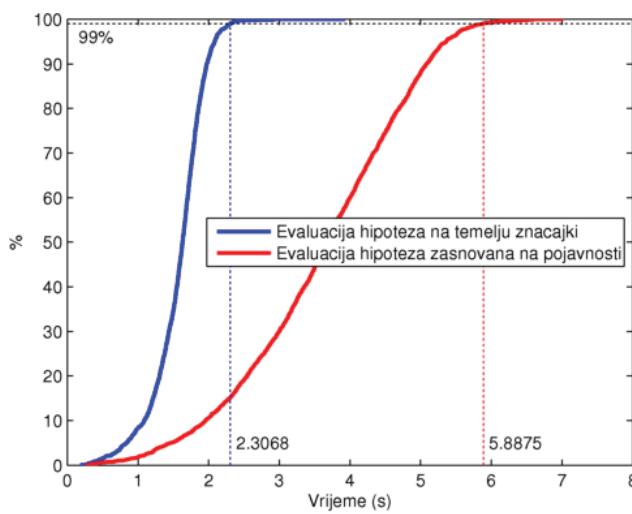
$N_{Hmin} < 467$, odnosno u 95% slučajeva je $N_{Hmin} < 51$ (slika 6.51b)). Također se iz slike 6.51b) može zaključiti da je najviše rangirana hipoteza točna u 69,92% slučajeva. Prosječna je pogreška globalne lokalizacije 42mm odnosno $0,5^\circ$, dok je u 99% slučajeva pogreška globalne lokalizacije najviše 187mm i maksimalno $1,9^\circ$.

Ukupno vrijeme potrebno za cijeli postupak lokalizacije je u prosjeku, uzimajući u obzir broj čvorova ili lokalnih modela u karti, 1,8ms po čvoru pri globalnoj lokalizaciji primjenom evaluacije hipoteza na temelju značajki, odnosno 4,2ms primjenom evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti, što je otprilike slično rezultatima dobivenim u pokusu 1.

Statistički podaci pri primjeni evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti uglavnom su slični onima dobivenima pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju značajki. Razlike postoje samo u vremenu lokalizacije i ukupnom vremenu. Vrijeme lokalizacije i ukupno vrijeme je u prosjeku 2,3 puta veće i iznosi oko 3524ms i 3598ms, dok je u 99% slučajeva potrebno najviše 5804ms i 5888ms. Indeks prve točne hipoteze je u prosjeku 21. prema kriteriju evaluacije hipoteza, odnosno u 99% slučajeva je najviše 455. po redu. Može se zaključiti da pri primjeni evaluacije hipoteza na temelju pojavnosti je u 99% slučajeva $N_{Hmin} < 455$, odnosno u 95% slučajeva je $N_{Hmin} < 48$ (slika 6.51b)), što je neznatno manje nego kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki. Također se iz slike 6.51b) može zaključiti da je najviše rangirana hipoteza točna u 69,85% slučajeva, što je praktički jednako onome dobivenome kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki. Uspoređujući rezultate dobivene u ovom pokusu, može se zaključiti da se dobiju otprilike isti rezultati neovisno o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza, s time da vrijeme lokalizacije primjenom evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti traje oko 2,3 puta duže.



Slika 6.51. Indeks prve točne hipoteze u ovisnosti o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza prikazan pomoću a) histograma i b) normaliziranog kumulativnog histograma.



Slika 6.52. Normalizirani kumulativni histogram za ukupno vrijeme globalne lokalizacije hipoteze za dvije primijenjene metode evaluacije hipoteza.

Usporedbom rezultata dobivenih pokusima slijedenja relativnog položaja kamere u modelu u svrhu generiranja referentnih podataka za procjenu točnosti globalne lokalizacije u pokusima 1 i 2 (potpoglavlje 6.1.4 i 6.2.3), kao i pokusima globalne lokalizacije, uočeno je povećanje broja slučajeva gdje scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota u pokusu 2 u odnosu na pokus 1. Uzimajući u obzir samo situacije kada je evaluacija hipoteza napravljena na temelju značajki, uočeno je da kod generiranja referentnih podataka u pokusu 1 u 5,81% slučajeva nije generirana hipoteza, od kojih u 65,22% je razlog bio taj što scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota (tablica 6.9). Kod generiranja referentnih podataka u pokusu 2, u 6,25% slučajeva nije generirana hipoteza, od kojih u 90,91% je razlog bio taj što scena ne sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota (tablica 6.22). Pri samome pokusu globalne lokalizacije, u pokusu 1, od 2,01% neuspjelih lokalizacija 0% je bio zbog manjka informacije za procjenu zadnjeg stupnja slobode (tablica 6.12). U pokusu 2, od 4,47% neuspjelih lokalizacija, 8,47% je bilo zbog manjka informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode (tablica 6.24). Ovi rezultati potvrđuju činjenicu već iznesenu u potpoglavlju 6.2.2 da većinu scena u pokusu 2 čine scene dugačkih hodnika.

Ako se uzmu u obzir samo pokusi kada je evaluacija hipoteza napravljena na temelju značajki, tada usporedba statističkih podataka dobivenih u pokusima globalne lokalizacije u pokusima 1 i 2 pokazuju da je u 95% slučajeva $N_{Hmin} < 19$ u pokusu 1, dok je $N_{Hmin} < 51$ u pokusu 2. Također je u pokusu 1, u prosjeku prva točna hipoteza 8. prema kriteriju evaluacije hipoteza, dok je 20. po redu u pokusu 2. Najviše rangirana hipoteza u pokusu 1 je točna u 81,67% slučajeva, dok je u pokusu 2 točna u 69,92%. Prosječna je pogreška globalne lokalizacije 34mm, odnosno $0,6^\circ$ u pokusu 1, dok je 42mm odnosno $0,5^\circ$ u pokusu 2.

Ako se uzme u obzir i evaluacija hipoteza zasnovana na pojavnosti, tada je pokusu 1 u prosjeku potrebno dva puta veće vrijeme lokalizacije, a pri tome je potrebno *pratiti* dva puta manje hipoteza nego kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki. U pokusu 2 je, međutim, u prosjeku potrebno dva puta veće vrijeme lokalizacije pri čemu se mora pratiti *isti* broj hipoteza kao kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki, što znači da nema prednosti primjenom evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti.

Postavlja se pitanje utjecaja činjenice što većinu scena u pokusu 2 čine scene dugačkih hodnika. Tada je veća vjerojatnost da izabrani parovi za procjenu zadnjeg stupnja slobode imaju veću nesigurnost što u konačnici može rezultirati manjom preciznosću dobivene točne hipoteze. Međutim, utjecaj te činjenice na primjenu metode evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti bi se trebao još istražiti.

7. Zaključak

U ovoj je disertaciji predložen sustav za lokalizaciju mobilnog robota u unutarnjim prostorima koji primjenjuje ravninske segmente, detektirane na 2.5D slici, kao značajke. Lokalizacija se provodi registracijom ravninskih segmenata detektiranih 3D kamerom s ravninskim segmentima koji sačinjavaju model u odnosu na koji se sustav lokalizira. U slučaju estimacije kretanja, pod modelom se podrazumijeva scena promatrana iz prethodnog položaja robota, dok se kod lokalizacije pomoću hibridne metričko topološke karte sustav lokalizira u odnosu na neki od lokalnih modela okoline koji tvore kartu. Registracija podrazumijeva da se za ravninske segmente detektirane na trenutno promatranoj sceni pronađu njima odgovarajući ravninski segmenti u modelu. Kako ravninski segmenti nemaju definirane deskriptore, to se sparivanje ostvaruje samo na osnovi geometrijskih ograničenja. Međutim, pošto geometrijska ograničenja nisu dovoljno restriktivna za jednoznačno sparivanje ravninskih segmenata, kao rezultat se dobije veliki broj pogrešnih parova. Pošto se može očekivati da među parovima ravninskih segmenata ima netočnih parova, postupak registracije se svodi na generiranje više mogućih hipoteza o relativnom položaju robota u odnosu na model okoline, od kojih su neke netočne. Ako bi se hipoteze generirale za sve moguće kombinacije parova ravninskih segmenata, njihov bi broj bio iznimno velik, što bi postupak registracije učinilo presporim. Stoga je predložena ICHT metoda - postupak s usmjerenim generiranjem hipoteza, koji značajno ubrzava proces registracije na način da se inicialni parovi biraju sekvencijalno uzimajući u obzir koeficijent sadržaja informacije para. Postupak generiranja hipoteze je takav da se vjerojatnije hipoteze generiraju prije onih manje vjerojatnijih, što omogućava ranije zaustavljanje algoritma umjesto generiranja svih mogućih hipoteza, što značajno smanjuje računsko vrijeme. Generirane se hipoteze evaluiraju i rangiraju pomoću dvije predložene metode za procjenu vjerodostojnosti hipoteze tako da najviše rangirana hipoteza ima najveću vjerojatnost ispravnosti. Prva je metoda zasnovana na značjkama, tj. zasniva se na uspoređivanju mjera kvalitete podudaranja ravninskih segmenata, dok je druga metoda zasnovana na pojavnosti, tj. zasniva se na uspoređivanju mjera preklapanja poduzorkovane dubinske slike scene i modela. Opisane su implementacije različitih vrsta lokalizacije mobilnog robota: estimacije kretanja kamere, slijedenja relativnog položaja kamere u odnosu na model okoline i globalne lokalizacija. Također je opisan i postupak generiranja hibridne metričko-topološke karte koja je potrebna za slijedenje relativnog položaja kamere u odnosu na model okoline i globalnu lokalizaciju.

Detekcija ravninskih segmenata na 2.5D slici ostvarena je učinkovitom segmentacijom 2.5D slike primjenom algoritma koji sliku prvo dijeli na trokutaste plohe primjenom rekurzivnog

usitnjavanja Delaunay triangulacije te zatim spaja te trokutaste plohe u ravninske segmente odgovarajućim postupkom hijerarhijskog grupiranja.

Nakon detekcije ravninskih segmenata, dobiveni se segmenti razvrstavaju po koeficijentu sadržaja informacije od najvećeg do najmanjeg. Indeks ravninskog segmenta na tom sortiranom popisu odražava njegovu korisnost u kontekstu estimacije položaja. Slični se postupak primjenjuje i na modelu. Uzimajući u obzir samo prvih 20 segmenata u oba skupa radi ubrzavanja postupka generiranja hipoteza, početni se skup parova generira tako da se pretražuje sve kombinacije parova ravninskih segmenata koje zadovoljavaju dva geometrijska ograničenja: uvjet koplanarnosti i uvjet preklapanja. Ovi se uvjeti provjeravaju primjenom Mahalanobisove udaljenosti u prostoru parametara ravnina. Parovi u početnom skupu su razvrstani uzlazno u ovisnosti o vrijednosti zbroja indeksa ravninskih segmenata koji su u paru. Na taj se način parovi s većim koeficijentom sadržaja informacije nalaze pri vrhu popisa.

Osnovna se ideja kod primjene ICHT metode sastoji u tome da se hipoteze generiraju iterativnim postupkom, gdje se u svakoj iteraciji korigira relativni položaj i smanji njegova nesigurnost primjenom proširenog Kalmanovog filtera čime se postavljaju ograničenja na izbor sljedećeg para na način da se sekvencijalno biraju samo parovi iz sortiranog početnog skupa koji su konzistenti s trenutnim relativnim položajem i pripadajućom nesigurnošću. Dakle, u hipotezu se uključuje jedan po jedan par značajki, pri čemu je izbor sljedećeg para ograničen geometrijom parova već uključenih u hipotezu. Proces generiranja hipoteza koristi stablastu strukturu, gdje svaki čvor stabla, osim korijena stabla, predstavlja par ravninskih segmenata iz sortiranog početnog skupa. Put od nekog čvora stabla do korijena stabla predstavlja jednu hipotezu o relativnom položaju s pripadajućom nesigurnošću koja je dodijeljena tom čvoru. Kako uobičajena scena u unutarnjim prostorima sadrži najmanje dva dominantna ravninska segmenta koja nisu paralelna, pet se stupnjeva slobode može u potpunosti vrlo brzo odrediti pomoću njih. Stoga, zbog efikasnosti, postupak generiranja hipoteze je podijeljen u dvije faze: u prvoj se fazi određuje samo pet stupnjeva slobode gibanja robota (sva tri stupnja slobode vezana za rotaciju i dva stupnja slobode vezana za translaciju), dok se zadnji stupanj slobode određuje u drugoj fazi.

Opisani sustav za lokalizaciju robota je realiziran implementacijom višenamjenskog algoritma koji se, ovisno o postavkama, može primijeniti pri estimaciji kretanja kamere, globalnoj lokalizaciji, te slijedenju relativnog položaja kamere u modelu i generiranju hibridne metričko-topološke karte. Implementirani sustav slijedenja relativnog položaja kamere u modelu je takav da omogućuje istodobno generiranje hibridne metričko-topološke karte, kao i proširivanje postojeće karte ili modela okoline s novim lokalnim modelima. Iako ovakva generirana karta nije najtočnija zbog

korištenja odometrije radi određivanja međusobnih položaja čvorova, upotrebljiva je u smislu pokazivanja mogućnosti globalne lokalizacije i slijedenja relativnog položaja kamere u modelu.

Eksperimentalna evaluacija predloženog postupka estimacije kretanja kamere obavljena je pomoću dva pokusa. Pri tome, procjena točnosti ostvarena je usporedbom s referentnim podatcima dobivenim odometrijom. Evaluacija hipoteza je izvršena na temelju značajki u oba pokusa. U prвome pokusu, sustav je uspio generirati hipoteze u 98% slučajeva, dok je u drugome pokusu bilo oko 90%. Razlog manje uspješnosti u drugom pokusu je ta što su većinu scena u pokusu 2 činile scene dugačkih hodnika, stoga, predložena metoda lokalizacije nije uspjela generirati hipoteze jer scene nisu sadržavale dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota. Drugi razlog neuspjelih lokalizacija, koje se pojavljuju u oba pokusa u daleko manjoj mjeri, iako scena sadrži dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota, je u krivoj procjeni nesigurnosti ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode ili u krivom sparivanju ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode. U oba pokusa, u slučajevima kada je sustav uspio generirati hipoteze, oko 97% slučajeva su bila dobra rješenja. Uzrok dobivanja krivih rješenja leži u relativno velikoj nesigurnosti odabranog para ravninskih segmenata upotrijebljenih pri procjeni zadnjeg stupnja slobode gibanja robota, koji utječe na točnost generiranih hipoteza. Pri tome se u nekoliko slučajeva dogodilo da su među generiranim hipotezama bile i točne hipoteze koje, međutim, nisu bile najviše rangirane hipoteze. Statistička obrada podataka u slučajevima kada su dobivena dobra rješenja je dala dosta slične rezultate u oba pokusa.

Kako predloženi postupak estimacije kretanja kamere uspoređuje trenutnu scenu samo s prethodnom scenom, sustav lokalizacije se može modificirati tako da pamti nekoliko posljednjih slika te, u situacijama kada se robot ne uspije lokalizirati, provesti postupak registracije trenutne scene s tim slikama da bi se lokalizirao.

Eksperimentalna evaluacija predložene metode slijedenja relativnog položaja kamere u modelu obavljena je pomoću jednog pokusa, s time da je procjena točnosti ostvarena usporedbom s referentnim podatcima dobivenim Monte Carlo metodom. Sustav je uspio generirati hipoteze u oko 87% slučajeva. Glavni razlog neuspješnih lokalizacija je taj što scene u tim slučajevima nisu sadržavale dovoljno informacija za procjenu zadnjeg stupnja slobode gibanja robota pa je bilo nemoguće u potpunosti generirati hipotezu. Drugi razlog je bio taj što generirana hibridna karta nije bila dobro popunjena s lokalnim modelima te sustav nije uspijevao naći najbliži model trenutnoj sceni, što je presudno za predloženi postupak lokalizacije. Iako su postojale scene koje, tijekom izvođenja pokusa, sustav nije uspio spariti s lokalnim modelima, to nije imalo bitnog utjecaja na

lokalizaciju, s obzirom da je, tijekom tih kratkih perioda u kojima je izgubljena veza između vida i karte, robot uspješno koristio odometriju te je ta veza ponovno uspostavljena nakon čega je robot nastavio slijediti svoj položaj u karti. Statistička obrada podataka u slučajevima kada se sustav uspio lokalizirati je dala dosta slične rezultate neovisno o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteze. Jedina je razlika pri primjeni evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti što je prosječno ukupno vrijeme lokalizacije bilo oko 2,5 puta veće.

Trenutna izvedba predloženog sustava slijedenja relativnog položaja kamere u modelu radi tako da se pretražuje karta za lokalni model s absolutnim položajem najbližim trenutnoj sceni te se lokalizira u odnosu na njega. Međutim, sustav lokalizacije se može modificirati da bude robusniji tako da pri pretraživanju karte uzima u obzir njemu najbliže modele koji su unutar neke tolerancije.

Za globalnu lokalizaciju, u ovome je radu predloženo da se, u slučaju kada nema referentnih podataka dobivenih nekom drugom metodom za koju je potvrđeno da daje zadovoljavajuće rezultate, kao npr. Monte Carlo metoda, koriste rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. Eksperimentalna evaluacija globalne lokalizacije obavljena je pomoću dva pokusa, s time da su većinu scena u drugom pokusu činile scene dugačkih hodnika. Drugi pokus, zbog toga, predstavlja teži slučaj s obzirom na manjak informacije potrebne za procjenu svih 6 stupnjeva slobode. Za procjenu točnosti globalne lokalizacije, referentni su podatci u oba pokusa bili rezultati dobiveni pokusom slijedenja relativnog položaja kamere u modelu. U oba pokusa, uspješnost globalne lokalizacije je bila otprilike ista, neovisno o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza. Pri pokusima globalne lokalizacije, hipoteza se smatra točnom ako je odstupanje absolutnog položaja od referentne vrijednosti manje od unaprijed definirane vrijednosti. Sustav je uspio generirati hipoteze u oko 98% slučajeva u prvome pokusu, dok je u drugome pokusu uspio u oko 95% slučajeva. U oba pokusa, razlog neuspjelih lokalizacija u većini slučajeva bio taj što nijedna hipoteza nije zadovoljila uvjete za maksimalno dopušteno odstupanje absolutnog položaja od referentne vrijednosti. U manjem je broju slučajeva razlog bio u krivoj procjeni nesigurnosti ravninskih segmenata upotrijebljenih pri određivanju zadnjeg stupnja slobode. Uspoređujući rezultate dobivene ovisno o primjenjenoj metodi evaluacije hipoteza, u prvome je pokusu bilo u prosjeku potrebno dva puta veće vrijeme lokalizacije primjenom metode evaluacije hipoteza zasnovanoj na pojavnosti, a pri tome je indeks prve točne hipoteze bio u prosjeku dva puta manji nego kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki. Međutim, u drugom pokusu, iako je također bilo u prosjeku potrebno dva puta veće vrijeme lokalizacije primjenom metode evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti, prosječni indeks prve točne hipoteze je bio približno isti kao i kod primjene evaluacije hipoteza na temelju značajki.

Kako su u prvome pokusu globalne lokalizacije bili dostupni i referentni podatci dobiveni Monte Carlo metodom, obavljena je i procjena točnosti globalne lokalizacije s tim podatcima. Usporedba tih rezultata s onima dobivenim kada su za referentne podatke upotrijebljeni rezultati slijedenja relativnog položaja kamere u modelu su potvrdili ispravnost prijedloga korištenja rezultata slijedenja relativnog položaja kamere u modelu kao referentnih podataka.

Na temelju se svih ovih rezultata za predloženi sustav lokalizacije može zaključiti sljedeće:

- neovisno o metodi lokalizacije, sustav je uspio generirati hipoteze u 90% do 98% slučajeva, pri tome se lošiji rezultati dobivaju u pokusima gdje scene čine dugački hodnici pa se javlja problem određivanja zadnjeg stupnja slobode robota;
- prosječna pogreška, neovisno o metodi lokalizacije i metodi evaluacije hipoteza, iznosi najviše oko 47mm i 1° ;
- primjenom metoda evaluacija hipoteza na temelju značajki, prosječno vrijeme za provedbu cijelog postupka lokalizacije pri pokusima estimacije kretanja kamere i slijedenja relativnog položaja kamere u modelu iznosi najviše 97ms;
- pri pokusima estimacije kretanja kamere odnosno slijedenja relativnog položaja kamere u modelu, najbolje rangirana hipoteza je u prosjeku druga, odnosno treća po redu generirana hipoteza;
- pri pokusima globalne lokalizacije, neovisno o primijenjenoj metodi evaluacija hipoteza, u 95% slučajeva je u prvome pokusu indeks prve točne hipoteze manji od 19, dok je u drugome pokusu manji od 51;
- pri pokusima globalne lokalizacije, najviše rangirana hipoteza u prvome pokusu je točna u minimalno 81% slučajeva, dok je u drugome pokusu točna u minimalno 70% slučajeva;
- pri pokusima globalne lokalizacije, indeks prve točne hipoteze primjenom metode evaluacije hipoteza zasnovane na pojavnosti može biti do dva puta manji nego kada se primjenjuje evaluacija hipoteza na temelju značajki, što znači da se primjenom ove metode može značajno smanjiti broj hipoteza koje bi se trebale istovremeno pratiti;
- ukupno vrijeme lokalizacije traje otprilike 2 do 2,5 puta više kada se primjenjuje metoda evaluacije hipoteza zasnovana na pojavnosti.

Rezultati provedene analize i iskustva stečena provođenjem opisanih pokusa pokazuju da postoji prostor za daljnja istraživanja u smjeru poboljšanja kriterija evaluacije hipoteza u smislu da se ugradi mogućnost detektiranja situacija kada među generiranim hipotezama nema još dovoljno

dobre hipoteze. Pri globalnoj lokalizaciji, ova bi mogućnost bila posebno prikladna jer bi sustav, prilikom detektiranja takve situacije, automatski povećavao broj hipoteza koje se moraju istovremenu pratiti. Također bi se moglo istražiti mogućnosti primjene nekih standardnih i nestandardnih deskriptora vizualnih obilježja povezani s trodimenzionalnim ravninskim segmentima u svrhu smanjivanja broja krivo sparenih parova u početnom skupu parova što bi moglo značajno ubrzati postupak lokalizacije.

Literatura

- [1] W. Adiprawita, A. Ahmad, J. Sembiring, and B.R. Trilaksono, “A Novel Resampling Method for Particle Filter for Mobile Robot Localization,” *International Journal on Electrical Engineering and Informatics*, vol. 3, 2011, pp. 165–177.
- [2] O.A. Aider, P. Hoppenot, and E. Colle, “A model-based method for indoor mobile robot localization using monocular vision and straight-line correspondences,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 52, Aug. 2005, pp. 229–246.
- [3] H. Andreasson, R. Triebel, and W. Burgard, “Improving Plane Extraction from 3D Data by Fusing Laser Data and Vision,” *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2005, pp. 1289–1294.
- [4] K.O. Arras, J.A. Castellanos, M. Schilt, and R. Siegwart, “Feature-based multi-hypothesis localization and tracking using geometric constraints,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 44, Jul. 2003, pp. 41–53.
- [5] J. Austin, David and P. Jensfelt, “Using multiple Gaussian hypotheses to represent probability distributions for mobile robot localization,” *Internatational Conference on Robotics and Automation ICRA-00*, San Francisco, CA, USA: 2000, pp. 1036–1041.
- [6] N. Ayache and O. Faugeras, “Maintaining Representations of the Environment of a Mobile Robot,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 5, 1989, pp. 804–819.
- [7] H. Badino, D. Huber, Y. Park, and T. Kanade, “Fast and Accurate Computation of Surface Normals from Range Images,” *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2011.
- [8] A. Bartoli, “A random sampling strategy for piecewise planar scene segmentation,” *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 105, Jan. 2007, pp. 42–59.
- [9] H. Bay, A. Ess, T. Tuytelaars, and L. Van Gool, “SURF: Speeded Up Robust Features,” *Computer Vision and Image Understanding (CVIU)*, vol. 110, 2008, pp. 346–359.
- [10] P.J. Besl and H.D. McKay, “A method for registration of 3-D shapes,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 14, 1992, pp. 239–256.

- [11] J. Biswas and M. Veloso, “Depth Camera based Localization and Navigation for Indoor Mobile Robots,” *RGB-D Workshop, Robotics Science and Systems (RSS) Conference*, 2011.
- [12] J. Biswas and M. Veloso, “Fast Sampling Plane Filtering , Polygon Construction and Merging from Depth Images,” *RGB-D Workshop, Robotics Science and Systems (RSS) Conference*, 2011.
- [13] A.M. Bronstein, M.M. Bronstein, and M. Ovsjanikov, “3D features, surface descriptors, and object descriptors,” *3D Imaging, Analysis, and Applications*, 2010.
- [14] W. Burgard, D. Fox, D. Henning, and T. Schmidt, “Estimating the absolute position of a mobile robot using position probability grids,” *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence AAAI-96*, AAAI-96, Portland, Oregon, USA: 1996, pp. 896–901.
- [15] M. Calonder, V. Lepetit, C. Strecha, and P. Fua, “Brief: Binary robust independent elementary features,” *European Conference on Computer Vision*, 2010.
- [16] J. Canny, “A Computational Approach to Edge Detection,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-8, 1986, pp. 679–698.
- [17] B. Charmette, E. Royer, and F. Chausse, “Efficient planar features matching for robot localization using GPU,” *Sixth IEEE Workshop on Embedded Computer Vision*, 2010.
- [18] O. Chum and J. Matas, “Matching with PROSAC — Progressive Sample Consensus,” *2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05)*, 2005, pp. 220–226.
- [19] D. Cobzas, M. Jagersand, and P. Sturm, “3D SSD Tracking with Estimated 3D Planes,” *Journal of Image and Vision Computing*, vol. 27, 2009, pp. 69–79.
- [20] J. Corso, D. Burschka, and G. Hager, “Direct plane tracking in stereo images for mobile navigation,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Taipei, Taiwan: 2003, pp. 875–880.
- [21] I.J. Cox and J.J. Leonard, “Modeling a dynamic environment using a Bayesian multiple hypothesis approach,” *Artificial Intelligence*, vol. 66, Apr. 1994, pp. 311–344.
- [22] R. Cupec, *Mathematics for Robot Vision*, ETF Osijek: 2012.

- [23] R. Cupec, R. Grbić, E.K. Nyarko, K. Sabo, and R. Scitkovski, “Detection of Planar Surfaces Based on RANSAC and LAD Plane Fitting,” *Proceedings of the 4th European Conference on Mobile Robots - ECMR’09*, I. Petrović and A.J. Lilienthal, eds., Mlini/Dubrovnik, Croatia: 2009, pp. 37–42.
- [24] R. Cupec, E.K. Nyarko, and D. Filko, “Fast 2.5D Mesh Segmentation to Approximately Convex Surfaces,” *Proceedings of the 5th European Conference on Mobile Robots*, A. Lilienthal and T. Duckett, eds., Örebro, Sweden: 2011, pp. 127–132.
- [25] R. Cupec, E.K. Nyarko, D. Filko, and I. Petrović, “Fast Pose Tracking Based on Ranked 3D Planar Patch Correspondences,” *10th International IFAC Symposium on Robot Control - (SYROCO’12)*, Dubrovnik, Croatia: 2012.
- [26] R. Cupec, E.K. Nyarko, and R. Grbić, “Detection of Dominant Planar Surfaces in Disparity Images Based on Random Sampling,” *Technical Gazette*, vol. 18, 2011, pp. 301–308.
- [27] R. Cupec, E.K. Nyarko, A. Kitanov, and I. Petrović, “Geometrically Constrained RANSAC for Stereo Image Registration in Presence of High Ambiguity in Feature,” *Proceedings of the 4th European Conference on Mobile Robots - ECMR’09*, I. Petrović and A.J. Lilienthal, eds., Mlini/Dubrovnik, Croatia: 2009, pp. 179–185.
- [28] R. Cupec, E.K. Nyarko, A. Kitanov, and I. Petrović, “RANSAC-Based Stereo Image Registration with Geometrically Constrained Hypothesis Generation,” *Automatika: Journal for Control, Measurement, Electronics, Computing and Communications*, vol. 50, 2009, pp. 195–204.
- [29] P. David, D. DeMenthon, R. Duraiswami, and H. Samet, “Simultaneous pose and correspondence determination using line features,” *2003 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings.*, IEEE Comput. Soc, 2003, pp. II–424–II–431.
- [30] F. Dayoub, T. Duckett, and G. Cielniak, “An Adaptive Spherical View Representation for Navigation in Changing Environments,” *4th European Conference on Mobile Robots ECMR-09*, 2009, pp. 22–25.

-
- [31] S. Deb, "An overview of content-based image retrieval techniques," *18th International Conference on Advanced Information Networking and Applications, 2004. AINA 2004.*, IEEE, 2004, pp. 59–64.
 - [32] F. Dellaert, D. Fox, W. Burgard, and S. Thrun, "Monte Carlo localization for mobile robots," *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 2, 1999, pp. 1322–1328.
 - [33] Y. Deng and X. Lin, "A Fast Line Segment Based Dense Stereo Algorithm Using Tree Dynamic Programming," *European Conference on Computer Vision*, 2006, pp. 1–12.
 - [34] G.N. Desouza and A.C. Kak, "Vision for Mobile Robot Navigation : A Survey," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 24, 2002, pp. 237–267.
 - [35] L. Di Stefano, M. Marchionni, and S. Mattoccia, "A fast area-based stereo matching algorithm," *Image and Vision Computing*, vol. 22, Oct. 2004, pp. 983–1005.
 - [36] P. Elinas and J.J. Little, "σ MCL : Monte-Carlo Localization for Mobile Robots with Stereo Vision," *Proceedings of Robotics: Science and Systems*, 2005.
 - [37] F. Endres, J. Hess, N. Engelhard, J. Sturm, D. Cremers, and W. Burgard, "An evaluation of the RGB-D SLAM system," *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, May. 2012, pp. 1691–1696.
 - [38] M.F. Fallon, H. Johannsson, and J.J. Leonard, "Efficient scene simulation for robust monte carlo localization using an RGB-D camera," *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May. 2012, pp. 1663–1670.
 - [39] T.-J. Fan, G. Medioni, and R. Nevatia, "Recognizing 3-D objects using surface descriptions," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, 1989, pp. 1140–1157.
 - [40] M.A. Fischler and R.C. Bolles, "Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography," *Communications of the ACM*, vol. 24, 1981, pp. 381 – 395.

- [41] R.B. Fisher, “Geometric constraints from planar surface patch matching,” *Image and Vision Computing*, vol. 8, May. 1990, pp. 148–154.
- [42] D. Fox, W. Burgard, and S. Thrun, “Markov localization for mobile robots in dynamic environments,” *Journal of Artificial Intelligence Research*, vol. 11, 1999, pp. 391–427.
- [43] D. Fox, W. Burgard, F. Dellaert, and S. Thrun, “Monte Carlo Localization: Efficient Position Estimation for Mobile Robots,” *Proc. of the Sixteenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'99)*, 1999.
- [44] F. Fraundorfer and D. Scaramuzza, “Visual Odometry: Part II: Matching, Robustness, Optimization, and Applications,” *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 19, Jun. 2012, pp. 78–90.
- [45] O. Gallo, R. Manduchi, and A. Rafii, “CC-RANSAC: Fitting planes in the presence of multiple surfaces in range data,” *Pattern Recognition Letters*, vol. 32, Feb. 2011, pp. 403–410.
- [46] M. Garland, A. Willmott, and P.S. Heckbert, “Hierarchical Face Clustering on Polygonal Surfaces,” *Proceedings of ACM Symposium on Interactive 3D Graphics*, 2001.
- [47] J.-S. Gutmann, W. Burgard, D. Fox, and K. Konolige, “An experimental comparison of localization methods,” *Proceedings. 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Innovations in Theory, Practice and Applications (Cat. No.98CH36190)*, vol. 2, 1998, pp. 736–743.
- [48] J.-S. Gutmann and D. Fox, “An experimental comparison of localization methods continued,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, IEEE, 2002, pp. 454–459.
- [49] C. Harris and M. Stephens, “A Combined Corner and Edge Detection,” *Proceedings of The Fourth Alvey Vision Conference*, 1988, pp. 147–151.
- [50] R. Hartley and A. Zisserman, *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge University Press, 2004.

- [51] W. He, W. Ma, H. Zha, H.P. Zhqihqj, P. Kd, and F.L. V Snx, “Automatic Registration of Range Images Based on Correspondence of Complete Plane Patches,” *Fifth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling (3DIM’05)*, IEEE, 2005, pp. 470–475.
- [52] P. Henry, M. Krainin, E. Herbst, X. Ren, and D. Fox, “RGB-D Mapping : Using Depth Cameras for Dense 3D Modeling of Indoor Environments,” *RGB-D Workshop, Robotics Science and Systems (RSS) Conference*, 2010.
- [53] D. Holz, S. Holzer, R.B. Rusu, and S. Behnke, “Real-Time Plane Segmentation using RGB-D Cameras,” *Proceedings of the 15th RoboCup International Symposium*, Istanbul, Turkey: 2011.
- [54] A. Hoover, G. Jean-Baptiste, X. Jiang, P.J. Flynn, H. Bunke, D.B. Goldgof, K. Bowyer, D.W. Eggert, A. Fitzgibbon, and R.B. Fisher, “An experimental comparison of range image segmentation algorithms,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 18, Jul. 1996, pp. 673–689.
- [55] A.S. Huang, A. Bachrach, P. Henry, M. Krainin, D. Fox, and N. Roy, “Visual Odometry and Mapping for Autonomous Flight Using an RGB-D Camera,” *15th International Symposium on Robotics Research (ISRR)*, 2011, pp. 1–16.
- [56] P. Jensfelt and S. Kristensen, “Active global localization for a mobile robot using multiple hypothesis tracking,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, 2001, pp. 748–760.
- [57] P. Jensfelt, “Approaches to Mobile Robot Localization in Indoor Environments,” Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden, 2001.
- [58] I.T. Jolliffe, *Principal Component Analysis*, New York: Springer- Verlag, 1986.
- [59] R. Kaushik and J. Xiao, “Accelerated patch-based planar clustering of noisy range images in indoor environments for robot mapping,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 60, Apr. 2012, pp. 584–598.
- [60] B. Khaleghi, M. Baklouti, and F.O. Karray, “SILT: Scale-invariant line transform,” *2009 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation - (CIRA)*, Dec. 2009, pp. 78–83.

-
- [61] A. Klaus, M. Sormann, and K. Karner, “Segment-Based Stereo Matching Using Belief Propagation and a Self-Adapting Dissimilarity Measure,” *18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR '06)*, 2006, pp. 15–18.
 - [62] K. Konolige, “Small Vision Systems: Hardware and Implementation,” *8th International Symposium on Robotics Research*, 1997, pp. 111–116.
 - [63] K. Konolige, E. Marder-Eppstein, and B. Marthi, “Navigation in Hybrid Metric – Topological Maps,” *International Conference on Robotics and Automation*, Shanghai, China: 2011.
 - [64] A. Kosaka and A. Kak, “Fast vision-guided mobile robot navigation using model-based reasoning and prediction of uncertainties,” *CVGIP: Image Understanding*, vol. 56, Nov. 1992, pp. 271–329.
 - [65] J. Košecká and W. Zhang, “Extraction, matching, and pose recovery based on dominant rectangular structures,” *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 100, Dec. 2005, pp. 274–293.
 - [66] M. Krainin, K. Konolige, and D. Fox, “Exploiting segmentation for robust 3D object matching,” *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Ieee, 2012, pp. 4399–4405.
 - [67] F. Lafarge, R. Keriven, and M. Brédif, “Insertion of 3-D-primitives in mesh-based representations: towards compact models preserving the details.,” *IEEE transactions on image processing : a publication of the IEEE Signal Processing Society*, vol. 19, Jul. 2010, pp. 1683–94.
 - [68] F. Li, J.M. Brady, I. Reid, and H. Hu, “Parallel Image Processing for Object Tracking Using Disparity Information,” *Second Asian Conference on Computer Vision ACCV '95*, Singapore: 1995, pp. 762–766.
 - [69] B. Lisien, D. Morales, D. Silver, G. Kantor, I. Rekleitis, and H. Choset, “The hierarchical atlas,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, Jun. 2005, pp. 473–481.

- [70] Z. Liu, Z. Shi, M. Zhao, and W. Xu, “Adaptive Dynamic Clustered Particle Filtering for Mobile Robots Global Localization,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 53, May. 2008, pp. 57–85.
- [71] D.G. Lowe, “Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 60, Nov. 2004, pp. 91–110.
- [72] S. Malassiotis and M.G. Strintzis, “Snapshots: A Novel Local Surface Descriptor and Matching Algorithm for Robust 3D Surface Alignment.,” *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 29, Jul. 2007, pp. 1285–90.
- [73] L. Moreno, S. Garrido, and D. Blanco, “Mobile Robot Global Localization using an Evolutionary MAP Filter,” *Journal of Global Optimization*, vol. 37, Jul. 2006, pp. 381–403.
- [74] L. Moreno, M.L. Munoz, S. Garrido, and F. Martin, “Evolutionary Filter for Mobile Robot Global Localization,” *2007 IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing*, IEEE, 2007, pp. 1–6.
- [75] R. Negenborn, “Robot Localization and Kalman Filters,” Copenhagen University (DIKU), Denmark, 2003.
- [76] E.K. Nyarko, R. Cupec, and A. Dželalija, “Detection of Dominant Planar Surfaces in Indoor Environments Using Stereo Vision and Image Segmentation,” *28th International Conference SCIENCE IN PRACTICE Conference Proceedings (SIP 2010)*, G. Mester, ed., Subotica, Serbia : Subotica Tech - College of Applied Sciences: 2010, pp. 107–116.
- [77] K. Okada, S. Kagami, M. Inaba, and H. Inoue, “Plane segment finder: algorithm, implementation and applications,” *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.01CH37164)*, Seoul, Korea: IEEE, 2001, pp. 2120–2125.
- [78] G. Papari and N. Petkov, “Edge and line oriented contour detection: State of the art,” *Image and Vision Computing*, vol. 29, Feb. 2011, pp. 79–103.
- [79] K. Pathak, A. Birk, N. Vaškevičius, and J. Poppinga, “Fast Registration Based on Noisy Planes With Unknown Correspondences for 3-D Mapping,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, Jun. 2010, pp. 424–441.

- [80] J. Poppinga, N. Vaskevicius, A. Birk, and K. Pathak, “Fast Plane Detection and Polygonalization in noisy 3D Range Images,” *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Nice, France: 2008.
- [81] J. Prankl, M. Zillich, B. Leibe, and M. Vincze, “Incremental Model Selection for Detection and Tracking of Planar Surfaces,” *Proceedings of the British Machine Vision Conference 2010*, 2010, pp. 87.1–87.12.
- [82] J. Reuter, “Mobile robot self-localization using PDAB,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA-2000)*, San Francisco, C.A.: 2000.
- [83] E. Rosten and T. Drummond, “Fusing Points and Lines for High Performance Tracking,” *10th IEEE International Conference on Computer Vision*, Beijing, China: Springer, 2005, pp. 1508 – 1515.
- [84] E. Rosten and T. Drummond, “Machine learning for high-speed corner detection,” *European Conference on Computer Vision*, 2006, pp. 1–14.
- [85] S.I. Roumeliotis and G.A. Bekey, “Bayesian estimation and Kalman filtering: a unified framework for mobile robot localization,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2000)*, San Francisco, CA , USA: IEEE, 2000, pp. 2985–2992.
- [86] E. Rublee, V. Rabaud, K. Konolige, and G. Bradski, “ORB: An efficient alternative to SIFT or SURF,” *2011 International Conference on Computer Vision*, IEEE, 2011, pp. 2564–2571.
- [87] J. Salvi, C. Matabosch, D. Fofi, and J. Forest, “A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation,” *Image and Vision Computing*, vol. 25, May. 2007, pp. 578–596.
- [88] J. Santamaría, O. Cordón, and S. Damas, “A comparative study of state-of-the-art evolutionary image registration methods for 3D modeling,” *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 115, Sep. 2011, pp. 1340–1354.
- [89] A.D. Sappa and M. Devy, “Fast range image segmentation by an edge detection strategy,” *Proceedings Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*, 2001, pp. 292–299.

- [90] D. Scaramuzza, R. Siegwart, and A. Martinelli, “A Robust Descriptor for Tracking Vertical Lines in Omnidirectional Images and Its Use in Mobile Robotics,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 28, Feb. 2009, pp. 149–171.
- [91] D. Scaramuzza and F. Fraundorfer, “Visual Odometry [Tutorial] Part I: The First 30 Years and Fundamentals,” *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 18, Dec. 2011, pp. 80–92.
- [92] F. Schmitt and X. Chen, “Fast segmentation of range images into planar regions,” *Proceedings 1991 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1991, pp. 710–711.
- [93] L.A. Schwarz, D. Mateus, J. Lallemand, and N. Navab, “Tracking Planes with Time of Flight Cameras and J-linkage,” *IEEE Workshkop on Motion and Video Computing*, 2011.
- [94] S. Se, D.G. Lowe, and J.J. Little, “Vision-based global localization and mapping for mobile robots,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, Jun. 2005, pp. 364–375.
- [95] S. Se, D. Lowe, and J. Little, “Local and global localization for mobile robots using visual landmarks,” *Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.*, IEEE, 2001, pp. 414–420.
- [96] S. Se, D. Lowe, and J. Little, “Vision-based Mobile Robot Localization And Mapping using Scale-Invariant Features,” *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2001, pp. 2051–2058.
- [97] R. Siegwart and I.R. Nourbakhsh, *Introduction to Autonomous Mobile Robots*, 2004.
- [98] F. Steinbrucker, J. Sturm, and D. Cremers, “Real-time visual odometry from dense RGB-D images,” *2011 IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCV Workshops)*, IEEE, 2011, pp. 719–722.
- [99] C.J. Taylor and A. Cowley, “Fast scene analysis using image and range data,” *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May. 2011, pp. 3562–3567.
- [100] W.B. Thompson, T.C. Henderson, T.L. Colvin, L.B. Dick, and C.M. Valiquette, “Vision-Based Localization,” *Proceedings of the 1993 Image Understanding Workshop*, 1993, pp. 491–498.

- [101] S. Thrun, W. Burgard, and D. Fox, *Probabilistic Robotics*, The MIT Press, 2005.
- [102] S. Thrun, D. Fox, W. Burgard, and F. Dellaert, “Robust Monte Carlo localization for mobile robots,” *Artificial Intelligence*, vol. 128, May. 2001, pp. 99–141.
- [103] N. Tomatis, “Hybrid, Metric - Topological, Mobile Robot Navigation,” Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2001.
- [104] F. Tombari, S. Mattoccia, L. Di Stefano, and E. Addimanda, “Near real-time stereo based on effective cost aggregation,” *2008 19th International Conference on Pattern Recognition*, Dec. 2008, pp. 1–4.
- [105] S. Tully, H. Moon, D. Morales, G. Kantor, and H. Choset, “Hybrid localization using the hierarchical atlas,” *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Oct. 2007, pp. 2857–2864.
- [106] R. Uzwyshyn, “An arbitrage opportunity for image search and retrieval,” *Bulletin of the American Society for Information Science and Technology*, vol. 35, Jun. 2009, pp. 41–44.
- [107] A.R. Vahdat, “Mobile robot global localization using differential evolution and particle swarm optimization,” *2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, IEEE, 2007, pp. 1527–1534.
- [108] L. Wang, J. Cao, and C. Han, “Multidimensional particle swarm optimization-based unsupervised planar segmentation algorithm of unorganized point clouds,” *Pattern Recognition*, vol. 45, Nov. 2012, pp. 4034–4043.
- [109] Z. Wang, F. Wu, and Z. Hu, “MSLD: A robust descriptor for line matching,” *Pattern Recognition*, vol. 42, May. 2009, pp. 941–953.
- [110] Z. Wang and J. Road, “A region based stereo matching algorithm using cooperative optimization,” *2008 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Jun. 2008, pp. 1–8.
- [111] J. Weingarten, “Feature-Based 3D SLAM,” École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2006.

- [112] J. Weingarten and R. Siegwart, “3D SLAM using planar segments,” *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006, pp. 3062–3067.
- [113] J. Wolf, W. Burgard, and H. Burkhardt, “Robust vision-based localization by combining an image-retrieval system with Monte Carlo localization,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, Apr. 2005, pp. 208–216.
- [114] M. V Wyawahare, P.M. Patil, and H.K. Abhyankar, “Image Registration Techniques : An overview,” *International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition*, vol. 2, 2009, pp. 11–28.
- [115] Q. Yang, L. Wang, R. Yang, H. Stewénius, and D. Nistér, “Stereo matching with color-weighted correlation, hierarchical belief propagation, and occlusion handling.,” *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 31, Mar. 2009, pp. 492–504.
- [116] Q. Yang, L. Wang, R. Yang, S. Wang, M. Liao, and D. Nister, “Real-time Global Stereo Matching Using Hierarchical Belief Propagation,” *The British Machine Vision Conference (BMVC)*, 2006, pp. 1–10.
- [117] L. Zhang and R. Koch, “Line Matching Using Appearance Similarities and Geometric Constraints,” *Pattern Recognition Lecture Notes in Computer Science*, vol. 7476, 2012, pp. 236–245.
- [118] Z. Zhang, “Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 13, Oct. 1994, pp. 119–152.
- [119] J. Zhu, N. Zheng, and Z. Yuan, “An improved technique for robot global localization in indoor environments,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 8, 2011, pp. 21–28.
- [120] B. Zitova and J. Flusser, “Image registration methods: a survey,” *Image and Vision Computing*, vol. 21, Oct. 2003, pp. 977–1000.
- [121] “Adept MobileRobots - ARIA Core Library” Available: <http://www.mobilerobots.com/Software/ARIA.aspx>.

- [122] "Adept MobileRobots - Pioneer P3-DX" Available:
<http://www.mobilerobots.com/researchrobots/pioneerp3dx.aspx>.
- [123] "Đuro Đaković - Stroj za razminiranje RM03" Available:
<http://www.ddsv.hr/razminirac3.html>.
- [124] "Libfreenect" Available: <http://openkinect.org/>.
- [125] "Microsoft Xbox Kinect" Available: <http://www.xbox.com/en-US/KINECT>.
- [126] "OpenCV: Open Source Computer Vision Library" Available:
<http://opencv.willowgarage.com/wiki/>.
- [127] "Wikipedia - General Atomics MQ-1 Predator" Available:
http://en.wikipedia.org/wiki/General_Atomics_MQ-1_Predator.
- [128] "Wikipedia - Google driverless car" Available:
http://en.wikipedia.org/wiki/Google_driverless_car.
- [129] "Wikipedia - Industrial robot" Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Industrial_robot.
- [130] "Wikipedia - Robotic vacuum cleaner" Available:
http://en.wikipedia.org/wiki/Robotic_vacuum_cleaner.
- [131] "Wikipedia - Robotska kirurgija" Available: http://hr.wikipedia.org/wiki/Robotska_kirurgija.
- [132] "Wikipedia - Spirit rover" Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Spirit_rover.
- [133] "Wikipedia - Structured-light 3D scanner" Available:
http://en.wikipedia.org/wiki/Structured-light_3D_scanner.

Sažetak

U ovoj je disertaciji predložen sustav za lokalizaciju mobilnog robota u unutarnjim 3D prostorima koji primjenjuje ravninske segmente, detektirane na 2.5D slici, kao značajke. Razmatrana metoda lokalizacije se temelji na registraciji skupa ravninskih segmenata detektiranih na sceni sa skupom ravninskih segmenata modela okoline. Kako ravninski segmenti nemaju definirane deskriptore, registracija se provodi na osnovi geometrijskih ograničenja. Kako geometrijska ograničenja nisu dovoljno restriktivna za jednoznačno sparivanje ravninskih segmenata, u postupku registracije se generira velik broj hipoteza o mogućim položajima robota od kojih su mnoge netočne. Pošto je obrada tako velikog broja hipoteza računski zahtjevna, predložen je postupak s usmjerениm generiranjem hipoteza, koji značajno ubrzava proces registracije na način da se inicijalni parovi biraju sekvencijalno uzimajući u obzir koeficijent sadržaja informacije para. Postupak generiranja hipoteze je takav da se vjerojatnije hipoteze generiraju prije onih manje vjerojatnijih, što omogućava ranije zaustavljanje algoritma umjesto generiranja svih mogućih hipoteza, čime se značajno smanjuje računsko vrijeme. Generirane se hipoteze evaluiraju i rangiraju pomoću dvije predložene metode za procjenu vjerodostojnosti hipoteza, tako da najviše rangirana hipoteza ima najveću vjerojatnost ispravnosti. Prva je metoda zasnovana na značajkama, tj. zasniva se na uspoređivanju mjera kvalitete podudaranja ravninskih segmenata, dok je druga metoda zasnovana na pojavnosti, tj. zasniva se na uspoređivanju mjera preklapanja dubinske slike scene i modela. Opisane su različiti načini primjene razmatrane metode lokalizacije mobilnog robota: estimacija kretanja kamere, slijedenje relativnog položaja kamere u odnosu na model okoline i globalna lokalizacija, kao i postupak generiranja hibridne metričko-topološke karte koja je se koristi za lokalizaciju. Također je opisan postupak eksperimentalne provjere predložene metode lokalizacije. Na temelju toga, provedena je analiza primjenjivosti predloženih metoda pomoću slika i odometrijskih podataka snimljenih tijekom pokusa sa stvarnim mobilnim robotom opremljenim RGB-D kamerom.

Abstract

In this Phd thesis, a mobile robot localization system for indoor spaces is proposed. The system utilizes 3D planar segments, detected using 2.5D images, as features. The proposed method is based on the registration of the set of planar segments detected on the scene with the set of planar segments representing the model of the environment. Since there are no suitable descriptors for planar features, registration is performed using geometric constraints. However, due to ambiguity during the registration process, a large number of false initial matches are generated. Hence, a directed search hypothesis generation procedure is proposed, which significantly speeds up the registration process by sequentially selecting corresponding surfaces taking into account their information content factor. The hypothesis generation procedure is designed to generate more probable hypotheses before the less probable ones, allowing the algorithm to stop long before all possible hypotheses are considered, thus significantly reducing the necessary computational time. Two hypothesis evaluation methods are proposed in which the best ranked hypothesis has the highest probability of being the correct one. The first method is a feature based method which compares the matching quality measure of planar segments, while the second method is an appearance based method which compares the similarity measure of the depth images of the scene and model. The implementation of the proposed localization system in position tracking, hybrid/incremental localization and global localization is provided, and the procedure for the generation of the hybrid map necessary for hybrid/incremental localization and global localization is described. The procedures for the experimental verification of the proposed localization methods are provided as well. Based on these procedures, an analysis of the applicability of the proposed methods is performed using images and odometry data recorded during experiments with an RGB-D camera mounted on a real mobile robot.

Životopis

Emmanuel Karlo Nyarko rođen je 03.09. 1975. u Tamale, Republika Gana. Osnovnu školu završio je 1987. u Koforidui (Gana). Iste se godine upisao u gimnaziju u istom gradu, smjer prirodne znanosti, gdje je maturirao 1994. godine s odličnim uspjehom.

1996. godine upisao je studij elektrotehnike na Elektrotehničkom fakultetu u Osijeku i opredjelio se za smjer Elektronika i automatika nakon druge godine studija te diplomirao u veljači 2001. na temi "Učenje dinamičkih neuronskih mreža genetičkim algoritmom". Dobitnik je stipendije Ministarstva znanosti i tehnologije za akademske godine 1997/98, 1998/99 i 1999/2000. Dva puta je nagrađen Rektorovom nagradom za uspjeh na studiju za drugu i za treću godinu. Također je nagrađen od Lions cluba Osijek i od Vlade južnog Tirola za uspjeh na fakultetu.

1999. godine proveo je dva mjeseca na stručnom usavršavanju u Universidad Politecnica de Madrid u Madridu Španjolskoj, gdje je radio kao član ekipe na razvoju softvera za mobilnu telefoniju. Također se 2000. godine mjesec dana stručno usavršavao u Siemens d.d. Osijek, gdje je radio na ispitivanju softvera.

U ožujku 2001. godine primljen je u status pripravnika, u lipnju 2001. u status znanstvenog novaka, a u studenom 2003. u status mlađeg asistenta na Elektrotehničkom fakultetu u Osijeku. Sudjelovao je u izvođenju laboratorijskih i auditornih vježbi iz grupe predmeta "Automatsko upravljanje", "Arhitektura računala" te "Umjetna inteligencija". Upisao je poslijediplomski studij na Elektrotehničkom fakultetu u Osijeku koji je uspješno završio obranom magistarskog rada na temi "Neuronsko upravljanje složenim nelinearnim sustavima" u travnju 2005. godine.

Od travnja 2005. do prosinca 2007. je zaposlen kao razvojni inženjer u tvrtki Mono d.o.o za projektiranje i dizajniranje web i smart client aplikacija. Sudjelovao je u različitim projektima, od kojih su neki vezani za razvoj skalabilne distribuirane aplikacije za naplatu medicinskih usluga, primjena "spidering/web crawler" tehnologije za traženje i pronalaženje relevantne informacije, razvoj programa za metode automatskog raspoređivanja te primjena data mining tehnologije.

U siječanj 2008. zaposlio se kao asistent na Elektrotehničkom fakultetu u Osijeku (na Zavodu za automatiku i procesno računarstvo kasnije Zavod za industrijska postrojenja i automatizacija), te upisuje poslijediplomski doktorski studij, na kojem mu je mentor prof. dr. sc. Robert Cupec, dipl. ing. Sudjeluje u izvođenju nastave iz predmete "Osnove automatskog upravljanja", "Uvod u robotiku i intelligentno upravljanje", "Osnove robotike", "Robotski vid" i "Meko računarstvo".

Na projektima ministarstva znanosti, obrazovanje i športa sudjeluje kao znanstveni novak na projektu "Procesna automatizacija" glavnog istraživača prof. dr. sc. Nedjeljka Perića (Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb) od 2001. do 2002., a kao istraživač na projektima "Distribuirano računalno upravljanje u transportu i industrijskim pogonima" glavnog istraživača prof. dr. sc. Željka Hocenskog (Elektrotehnički fakultet, Osijek) od 2007. do sada te "Potencijal seizmičke oštetljivosti urbanih područja" glavnog istraživača prof. dr. sc. Dragan Morić (Građevinski fakultet, Osijek) od 2007. do 2009.

Kao (ko)autor je objavio petnaest znanstvenih radova objavljenih na međunarodnim konferencijama i šest znanstvena rada objavljena u časopisima.

Uže područje interesa i istraživanja: upravljanje robotskim sustavima primjenom računalnog vida, meko računarstvo te umjetna inteligencija.

Prilog

P.1. Propagacija nesigurnosti orijentacije

Neka su $S_0, S_1, S_2 \dots S_n$ $n + 1$ različiti koordinatni sustavi. Orijentacija S_n u odnosu na S_0 se može prikazati kao sekvenca relativnih orijentacija između dva uzastopna koordinatna sustava $S_{i-1}, S_i, i = 1, \dots, n$. Uz pretpostavku da su ove relativne orijentacije poznate uz neku nesigurnost, nesigurnost orijentacije S_i u odnosu na S_{i-1} se može prikazati kao diferencijalna rotacija oko jedne od osi koordinatnog sustava S_i za malu promjenu kuta $d\varphi_i$ i opisana je izrazom

$${}^{i-1}\mathbf{R}_i = {}^{i-1}\hat{\mathbf{R}}_i \cdot (\mathbf{I} + d\varphi_i \cdot [\mathbf{a}_i]_x), \quad (\text{P.1})$$

gdje \mathbf{a}_i može biti \mathbf{x} , \mathbf{y} ili \mathbf{z} . Neka je vektor odstupanja $d\boldsymbol{\phi} = [d\varphi_1, d\varphi_2, \dots, d\varphi_n]^T$ slučajni vektor s razdiobom opisanom srednjom vrijednošću $\mathbf{0}$ i matricom kovarijance \mathbf{C}_ϕ .

Neka su S'_1 i S'_2 dva pomoćna koordinatna sustava. Nesigurnost relativnog položaja S_n u odnosu na S_0 , uzrokovana nesigurnostima komponenata $d\boldsymbol{\phi}$, se može prikazati trima diferencijalnim rotacijama oko tri osi, jedne osi od S'_1 , druge od S'_2 i treće od S_n :

$${}^0\mathbf{R}_n = {}^0\mathbf{R}_1 \cdot {}^1\mathbf{R}'_2 \cdot {}^2\mathbf{R}'_3 = {}^0\hat{\mathbf{R}}'_1 \cdot (\mathbf{I} + d\theta_1 \cdot [\mathbf{b}_1]_x) \cdot {}^1\hat{\mathbf{R}}'_2 \cdot (\mathbf{I} + d\theta_2 \cdot [\mathbf{b}_2]_x) \cdot {}^2\hat{\mathbf{R}}'_3 \cdot (\mathbf{I} + d\theta_3 \cdot [\mathbf{b}_3]_x), \quad (\text{P.2})$$

gdje $\mathbf{b}_j, j = 1, 2, 3$ može biti \mathbf{x} , \mathbf{y} ili \mathbf{z} i $S'_3 \equiv S_n$.

Dakle, nesigurnost orijentacije S_n u odnosu na S_0 se može prikazati vektorom $d\boldsymbol{\theta} = [d\theta_1, d\theta_2, d\theta_3]^T$ sa srednjom vrijednošću $\mathbf{0}$ i matricom kovarijance \mathbf{C}_θ , opisanom izrazom

$$\mathbf{C}_\theta = {}^\phi\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_\phi \cdot {}^\phi\mathbf{J}_\phi^T, \quad (\text{P.3})$$

gdje je

$${}^\phi\mathbf{J}_\phi = \frac{\partial d\boldsymbol{\theta}}{\partial d\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{M}, \quad (\text{P.4})$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} {}^3\hat{\mathbf{R}}'_1 \cdot \mathbf{b}_1 & | & {}^3\hat{\mathbf{R}}'_2 \cdot \mathbf{b}_2 & | & \mathbf{b}_3 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.5})$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cdots & | & {}^n\hat{\mathbf{R}}_i \cdot \mathbf{a}_i & | & \cdots \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (\text{P.6})$$

Za posebni slučaj gdje je ${}^0\hat{\mathbf{R}}'_1 = {}^1\hat{\mathbf{R}}'_2 = {}^2\hat{\mathbf{R}}'_3 = \mathbf{I}$, $\mathbf{b}_1 = \mathbf{x}$, $\mathbf{b}_2 = \mathbf{y}$ i $\mathbf{b}_3 = \mathbf{z}$, matrica \mathbf{N} je jedinična matrica.

Također za posebni slučaj gdje je

$$\begin{aligned} & {}^0\hat{\mathbf{R}}_3 \cdot (\mathbf{I} + d\theta_1 \cdot [\mathbf{b}_1]_{\times}) \cdot (\mathbf{I} + d\theta_2 \cdot [\mathbf{b}_2]_{\times}) \cdot (\mathbf{I} + d\theta_3 \cdot [\mathbf{b}_3]_{\times}) = \\ & = {}^0\hat{\mathbf{R}}_1 \cdot {}^1\hat{\mathbf{R}}_2 \cdot (\mathbf{I} + d\varphi_1 \cdot [\mathbf{b}_1]_{\times}) \cdot (\mathbf{I} + d\varphi_2 \cdot [\mathbf{b}_2]_{\times}) \cdot (\mathbf{I} + d\varphi_3 \cdot [\mathbf{b}_3]_{\times}) \cdot {}^2\hat{\mathbf{R}}_3 \end{aligned} \quad (P.7)$$

Dokazi o ovim izrazima mogu se naći u [22].

P.2. Propagacije nesigurnosti relativnog položaja

Neka su $S_0, S_1, S_2 \dots S_n$ $n + 1$ različiti koordinatni sustavi. Relativni položaj S_n u odnosu na S_0 se može prikazati rotacijskom matricom

$${}^0\mathbf{R}_n = {}^0\mathbf{R}_1 \cdot {}^1\mathbf{R}_2 \cdot \dots \cdot {}^{n-1}\mathbf{R}_n, \quad (\text{P.8})$$

i translacijskim vektorom

$${}^0\mathbf{t}_n = {}^0\mathbf{R}_1 \cdot \left({}^1\mathbf{R}_2 \cdot \dots \cdot \left({}^{n-3}\mathbf{R}_{n-2} \cdot \left({}^{n-2}\mathbf{R}_{n-1} \cdot {}^{n-1}\mathbf{t}_n + {}^{n-2}\mathbf{t}_{n-1} \right) + {}^{n-3}\mathbf{t}_{n-2} \right) + \dots \right) + {}^0\mathbf{t}_1. \quad (\text{P.9})$$

Može se pretpostaviti, bez gubitka općenitosti, da je relativna orijentacija dva uzastopna koordinatna sustava $S_{i-1}, S_i, i = 1, \dots, n$, poznata uz neku nesigurnost, prikazana kao diferencijalna rotacija oko jedne od osi od S_i , kao što je prikazano u prilogu P.1. Nadalje, pretpostavlja se da se nesigurnost relativne pozicije između dva uzastopna koordinatna sustava S_{i-1} i S_i može prikazati vektorom odstupanja $d\mathbf{t}_i$ tako da vrijedi

$${}^{i-1}\mathbf{t}_i = {}^{i-1}\hat{\mathbf{t}}_i + d\mathbf{t}_i. \quad (\text{P.10})$$

Neka je vektor $\boldsymbol{\delta} = [d\varphi_1, d\varphi_2, \dots, d\varphi_n \mid dt_1^T \mid dt_2^T \mid \dots \mid dt_n^T]^T$ slučajni vektor s Gaussovom razdiobom i srednjom vrijednošću $\mathbf{0}$ i matricom kovarijance \mathbf{C}_δ opisan izrazom

$$\mathbf{C}_\delta = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\phi & \mathbf{C}_{\phi t} \\ \mathbf{C}_{\phi t}^T & \mathbf{C}_t \end{bmatrix}. \quad (\text{P.11})$$

Nesigurnost relativnog položaja S_n u odnosu na S_0 se onda može prikazati pomoću vektora odstupanja kuta $d\theta = [d\theta_1, d\theta_2, d\theta_3]^T$ opisanog izrazom (P.2) i vektorom odstupanja translacije $d\mathbf{t}$ opisanog izrazom

$${}^0\mathbf{t}_n = {}^0\hat{\mathbf{t}}_n + d\mathbf{t}. \quad (\text{P.12})$$

Uz pretpostavku da je vektor nesigurnosti relativnog položaja $d\mathbf{w} = [d\theta^T \mid d\mathbf{t}^T]^T$ slučajni vektor s Gaussovom razdiobom, nesigurnost relativnog položaja S_n u odnosu na S_0 se onda može opisati matricom kovarijance

$$\mathbf{C}_w = \begin{bmatrix} {}^\phi\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_\phi \cdot {}^\phi\mathbf{J}_\phi^T & {}^\phi\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_\phi \cdot {}^t\mathbf{J}_\phi^T + {}^\phi\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_{\phi t} \cdot {}^t\mathbf{J}_t^T \\ \left({}^\phi\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_\phi \cdot {}^t\mathbf{J}_\phi^T + {}^\phi\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_{\phi t} \cdot {}^t\mathbf{J}_t^T \right)^T & {}^t\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_\phi \cdot {}^t\mathbf{J}_\phi^T + {}^t\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_{\phi t} \cdot {}^t\mathbf{J}_t^T + \left({}^t\mathbf{J}_\phi \cdot \mathbf{C}_{\phi t} \cdot {}^t\mathbf{J}_t^T \right)^T + {}^t\mathbf{J}_t \mathbf{C}_t \cdot {}^t\mathbf{J}_t^T \end{bmatrix}$$

gdje je

$${}^t \mathbf{J}_\phi = \left[\cdots \left| {}^0 \hat{\mathbf{R}}_i \cdot (\mathbf{a}_i \times {}^i \mathbf{t}_n) \right| \cdots \right], i = 1, \dots, n, \quad (\text{P.13})$$

$${}^t \mathbf{J}_t = \left[\cdots \left| {}^0 \hat{\mathbf{R}}_{i-1} \cdot \cdots \right| \cdots \right], i = 1, \dots, n \quad (\text{P.14})$$

i ${}^t \mathbf{J}_\phi$ opisanog izrazom (P.4).

Ako je samo k -ta komponenta vektora $d\mathbf{t}_i$ varijabla, onda izraz (P.14) postaje

$${}^t \mathbf{J}_t = \left[\cdots \left| {}^0 \hat{\mathbf{R}}_{i-1} \cdot \mathbf{c}_k \right| \cdots \right], i = 1, \dots, n \quad (\text{P.15})$$

gdje \mathbf{c}_k jednako \mathbf{x} , \mathbf{y} ili \mathbf{z} za $k = 1, 2$ ili 3 .

Ako se uzima u obzir nesigurnost pozicije S_{i-1} u odnosu na S_i , tj. ako ${}^i \mathbf{t}_{i-1} = {}^i \hat{\mathbf{t}}_{i-1} + d\mathbf{t}_i$ onda

$${}^t \mathbf{J}_t = \left[\cdots \left| -{}^0 \hat{\mathbf{R}}_i \cdot \cdots \right| \cdots \right], i = 1, \dots, n, \quad (\text{P.16})$$

te ako je samo k -ta komponenta $d\mathbf{t}_i$ varijabla, onda vrijedi

$${}^t \mathbf{J}_t = \left[\cdots \left| -{}^0 \hat{\mathbf{R}}_i \cdot \mathbf{c}_k \right| \cdots \right], i = 1, \dots, n. \quad (\text{P.17})$$

Za posebni slučaj gdje je

$$\begin{aligned} & {}^0 \hat{\mathbf{R}}_3 \cdot (\mathbf{I} + d\theta_1 \cdot [\mathbf{b}_1]_\times) \cdot (\mathbf{I} + d\theta_2 \cdot [\mathbf{b}_2]_\times) \cdot (\mathbf{I} + d\theta_3 \cdot [\mathbf{b}_3]_\times) = \\ & = {}^0 \hat{\mathbf{R}}_1 \cdot {}^1 \hat{\mathbf{R}}_2 \cdot (\mathbf{I} + d\varphi_1 \cdot [\mathbf{b}_1]_\times) \cdot (\mathbf{I} + d\varphi_2 \cdot [\mathbf{b}_2]_\times) \cdot (\mathbf{I} + d\varphi_3 \cdot [\mathbf{b}_3]_\times) \cdot {}^2 \hat{\mathbf{R}}_3 \end{aligned} \quad (\text{P.18})$$

i

$${}^0 \hat{\mathbf{t}}_3 + d\mathbf{t} = {}^0 \mathbf{R}_1 \cdot ({}^1 \mathbf{R}_2 \cdot {}^2 \mathbf{t}_3 + {}^1 \hat{\mathbf{t}}_2 + d\mathbf{r}) + {}^0 \mathbf{t}_1 \quad (\text{P.19})$$

vrijedi

$${}^\phi \mathbf{J}_\phi = \frac{\partial d\theta}{\partial d\phi} = {}^3 \hat{\mathbf{R}}_2, \quad (\text{P.20})$$

$${}^t \mathbf{J}_t = \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\mathbf{r}} = {}^0 \hat{\mathbf{R}}_1, \quad (\text{P.21})$$

$${}^t \mathbf{J}_\phi = \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\phi} = -{}^0 \hat{\mathbf{R}}_2 \cdot [{}^2 \hat{\mathbf{t}}_3]_\times. \quad (\text{P.22})$$

Dokazi o ovim izrazima mogu se naći u [22].

P.3. Nesigurnost položaja 3D točke u određenom smjeru

Neka je \mathbf{p} vektor koji opisuje položaj točke P i neka je nesigurnost određivanja \mathbf{p} slučajna varijabla s Gaussovom razdiobom sa srednjom vrijednošću $\hat{\mathbf{p}}$ i matricom kovarijance \mathbf{C}_p . Položaj točke P u smjeru jediničnog vektora \mathbf{n} dan je izrazom

$$a = \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{p}. \quad (\text{P.23})$$

Nesigurnost položaja a dana je matricom kovarijance

$$\mathbf{C}_a = {}^a\mathbf{J}_p \cdot \mathbf{C}_p \cdot {}^a\mathbf{J}_p^T. \quad (\text{P.24})$$

Budući da je ${}^a\mathbf{J}_p = \frac{\partial a}{\partial \mathbf{p}} \Big|_{\mathbf{p}=\hat{\mathbf{p}}} = \mathbf{n}^T$, tada vrijedi

$$\mathbf{C}_a = \mathbf{n}^T \cdot \mathbf{C}_p \cdot \mathbf{n} \quad (\text{P.25})$$

P.4. Određivanje položaja 3D točke iz 2.5D točke dobivene Kinect senzorom

Položaj 3D točke, $\mathbf{x} = [x \ y \ z]^T$, iz 2.5D točke, $\mathbf{p} = [u \ v \ d]^T$ s 2.5D slike dobivene Kinect senzorom može se opisati funkcijom

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{p}) \quad (\text{P.26})$$

gdje je

$$x = (u - u_c) \cdot \frac{z}{f_u}, \quad (\text{P.27})$$

$$y = (v - v_c) \cdot \frac{z}{f_v}, \quad (\text{P.28})$$

$$z = k_1 \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{d}{k_2} + k_3 \right) \approx \frac{k}{d_0 - d}. \quad (\text{P.29})$$

Parametri u_c , v_c , f_u , f_v , k i d_0 predstavljaju parametre Kinect senzora koji su konstante.

- u_c , v_c - koordinate ortogonalne projekcije optičkog centra kamere na sliku izražene u pikselima;
- f_u , f_v - žarišne duljine kamere izražene u pikselima;
- k , d_0 - konstante.

Jacobieva matrica ${}^x\mathbf{J}_{\mathbf{p}}$ funkcije \mathbf{f} određena je izrazom

$${}^x\mathbf{J}_{\mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{p}} \quad (\text{P.30})$$

odnosno

$${}^x\mathbf{J}_{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial d} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial d} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k}{f_u(d_0 - d)} & 0 & -\frac{k(u - u_c)}{f_u(d_0 - d)^2} \\ 0 & \frac{k}{f_v(d_0 - d)} & -\frac{k(v - v_c)}{f_v(d_0 - d)^2} \\ 0 & 0 & -\frac{k}{(d_0 - d)^2} \end{bmatrix}. \quad (\text{P.31})$$

P.5. Kalmanov filter

Kalmanov filter je optimalni rekurzivni estimator koji na osnovi niza mjerena (koja sadržavaju šum) promatranog kroz vrijeme daje procjene vrijednosti varijabli stanja. Razmotrimo linearni proces opisan jednadžbama

$$\mathbf{x}(k) = \Phi \cdot \mathbf{x}(k-1) + \Gamma \cdot \mathbf{u}(k) + \mathbf{V} \cdot \mathbf{z}(k), \quad (\text{P.32})$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (\text{P.33})$$

gdje je

- \mathbf{x} - vektor stanja procesa;
- \mathbf{u} - ulazni ili upravljački vektor;
- \mathbf{z} - vektor odstupanja koji se može modelirati Gaussovim bijelim šumom matematičkog očekivanja $\mathbf{0}$ i kovarijance \mathbf{R}_z ;
- \mathbf{y} - izlazni vektor ili vektor mjernog signala;
- \mathbf{e} - vektor mjernog šuma koji se može modelirati Gaussovim bijelim šumom matematičkog očekivanja $\mathbf{0}$ i kovarijance \mathbf{R}_e ;
- $\Phi, \Gamma, \mathbf{V}, \mathbf{C}$ - matrice.

Također vrijedi

$$\mathbf{P}(k) = \Phi \cdot \mathbf{P}(k-1) \cdot \Phi^T + \mathbf{V} \cdot \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{V}^T \quad (\text{P.34})$$

gdje je \mathbf{P} matrica kovarijance vektora stanja \mathbf{x} .

Općenito svaki ciklus Kalmanovog filtera radi u dva koraka: predikcija i korekcija.

1. Predikcija

Na osnovi posljednjeg poznatog stanja ($k-1$) predviđa se sljedeće stanje (k) sustava primjenom determinističke jednadžbe stanja sustava (P.32). Ova procjena donosi se samo na osnovi vrijednosti *a posteriori* estimacije varijable stanja iz prethodnog koraka (najpreciznija estimacija) i ulaza iz prethodnog koraka. Navedeni korak opisuju jednadžbe

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \Phi \cdot \hat{\mathbf{x}}(k-1) + \Gamma \cdot \mathbf{u}(k-1), \quad (\text{P.35})$$

$$\mathbf{P}^-(k) = \Phi \cdot \mathbf{P}(k-1) \cdot \Phi^T + \mathbf{V} \cdot \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{V}^T, \quad (\text{P.36})$$

gdje su

-
- $\hat{\mathbf{x}}^-$ - predikcija (*a priori*) varijable stanja \mathbf{x} ;
- $\hat{\mathbf{x}}$ - *a posteriori* estimacija varijable stanja \mathbf{x} ;
- \mathbf{P}^- - predikcija (*a priori*) procjene matrice kovarijance \mathbf{P} .

2. Korekcija

Drugi se korak algoritma svodi na korekciju estimacije na temelju izvedenog mjerjenja. Mjerenje, u ovom slučaju, ima ulogu povratne veze. Ovaj korak opisuju jednadžbe

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}^-(k) \cdot \mathbf{C}^T \cdot (\mathbf{C} \cdot \mathbf{P}^-(k) \cdot \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_e)^{-1}, \quad (\text{P.37})$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{K}(k) \cdot (\mathbf{y}(k) - \mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}}^-(k)), \quad (\text{P.38})$$

$$\mathbf{P}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}^-(k), \quad (\text{P.39})$$

gdje je \mathbf{K} Kalmanovo pojačanje.

Jednadžbe (P.35) – (P.39) opisuju *Kalmanov filter*.

P.6. Prošireni Kalmanov filter

Razmotrimo nelinearni model procesa opisan jednadžbama

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1), \mathbf{z}(k-1)), \quad (\text{P.40})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{e}. \quad (\text{P.41})$$

Ukoliko se želi estimirati stanja \mathbf{x} primjenom Kalmanovog filtera (vidi prilog P.5), jednadžbe modela (P.40) i (P.41) se moraju linearizirati. Linearizacijom u nekoj radnoj točki dobiva se model prema (P.32) i (P.33), gdje je

$$\Phi = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_0, \quad \mathbf{V} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}} \right|_0, \quad \mathbf{C} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_0.$$

Ukoliko se za radnu točku uzme trenutno stanje i trenutne vrijednosti ulaznih signala, matrice Φ , \mathbf{V} i \mathbf{C} postaju vremenski promjenjive. Na toj se aproksimaciji zasniva prošireni Kalmanov filter (engl. *Extended Kalman Filter – EKF*) opisan sljedećim jednadžbama

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(k-1), \mathbf{u}(k-1), \mathbf{0}), \quad (\text{P.42})$$

$$\mathbf{P}^-(k) = \Phi(k) \cdot \mathbf{P}(k-1) \cdot \Phi^T(k) + \mathbf{V}(k) \cdot \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{V}^T(k), \quad (\text{P.43})$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}^-(k) \cdot \mathbf{C}^T(k) \cdot \left(\mathbf{C}(k) \cdot \mathbf{P}^-(k) \cdot \mathbf{C}^T(k) + \mathbf{R}_e \right)^{-1}, \quad (\text{P.44})$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{K}(k) \cdot \left(\mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^-(k)) \right), \quad (\text{P.45})$$

$$\mathbf{P}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \cdot \mathbf{C}(k)) \cdot \mathbf{P}^-(k), \quad (\text{P.46})$$

$$\Phi(k) = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k-1), \mathbf{u}(k-1), \mathbf{0}}, \quad (\text{P.47})$$

$$\mathbf{V}(k) = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k-1), \mathbf{u}(k-1), \mathbf{0}}, \quad (\text{P.48})$$

$$\mathbf{C}(k) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}^-(k)}. \quad (\text{P.49})$$

Općenitija varijanta proširenog Kalmanovog filtera dozvoljava implicitni oblik jednadžbe mjerena, tj. kada je umjesto jednadžbe oblika (P.41) relacija između mjerena i vektora stanja prikazana jednadžbom

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{e}) = \mathbf{0}.$$

U tom se slučaju, umjesto izraza (P.44) i (P.45), koriste izrazi [6]:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}^-(k)\mathbf{C}^T(k)\mathbf{Q}^{-1}(k), \quad (\text{P.50})$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) - \mathbf{K}(k)\mathbf{h}\left(\hat{\mathbf{x}}^-(k), \mathbf{y}(k), \mathbf{0}\right), \quad (\text{P.51})$$

gdje je

$$\mathbf{Q}(k) = \mathbf{C}(k) \cdot \mathbf{P}^-(k) \mathbf{C}^T(k) + \mathbf{E}(k) \cdot \mathbf{R}_e \cdot \mathbf{E}^T(k), \quad (\text{P.52})$$

$$\mathbf{E}(k) = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{y}}\left(\hat{\mathbf{x}}^-(k), \mathbf{y}(k), \mathbf{0}\right). \quad (\text{P.53})$$

P.7. Registracija skupa 3D ravninskih segmenata

Uzimajući u obzir (4.23) i (4.24), jednadžbe (4.25) i (4.26) se mogu napisati u obliku

$${}^A \mathbf{n} = {}^A \mathbf{R}_F \cdot \frac{\mathbf{z} + [\mathbf{x} \mid \mathbf{y}] \cdot \mathbf{s}}{\|\mathbf{z} + [\mathbf{x} \mid \mathbf{y}] \cdot \mathbf{s}\|} = \frac{{}^A \mathbf{z}_F + [{}^A \mathbf{x}_F \mid {}^A \mathbf{y}_F] \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}}, \quad (\text{P.54})$$

$${}^A \rho = r + {}^A \mathbf{t}_F^T \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + [{}^A \mathbf{x}_F \mid {}^A \mathbf{y}_F] \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}}. \quad (\text{P.55})$$

${}^A \mathbf{R}_F$ i ${}^A \mathbf{t}_F$ predstavljaju srednju vrijednost estimiranog položaja ravninskog segmenta R_F u odnosu na S_A , dok su parametri r i \mathbf{s} slučajne varijable koje predstavljaju nesigurnost mjerena. Na sličan se način može definirati položaj ravninskog segmenta $R_{F'}$ u odnosu na S_B

$$\begin{aligned} {}^B \mathbf{n}' &= \frac{{}^B \mathbf{z}_{F'} + [{}^B \mathbf{x}_{F'} \mid {}^B \mathbf{y}_{F'}] \cdot \mathbf{s}'}{\sqrt{1 + \mathbf{s}'^T \cdot \mathbf{s}'}}, \\ {}^B \rho' &= r' + {}^B \mathbf{t}_{F'}^T \cdot \frac{{}^B \mathbf{z}_{F'} + [{}^B \mathbf{x}_{F'} \mid {}^B \mathbf{y}_{F'}] \cdot \mathbf{s}'}{\sqrt{1 + \mathbf{s}'^T \cdot \mathbf{s}'}}, \end{aligned} \quad (\text{P.56})$$

$$\mathbf{q}' = [\mathbf{s}'^T \mid r']^T.$$

Uvrštanjem (P.54) i (P.55) u (4.27) i (4.28) dobije se

$${}^B \mathbf{n} = \mathbf{R}(\phi) \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + [{}^A \mathbf{x}_F \mid {}^A \mathbf{y}_F] \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}}, \quad (\text{P.57})$$

$${}^B \rho = r + ({}^A \mathbf{t}_F^T + \mathbf{t}^T \cdot \mathbf{R}(\phi)) \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + [{}^A \mathbf{x}_F \mid {}^A \mathbf{y}_F] \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}}. \quad (\text{P.58})$$

Uvrštanjem (P.57) u (4.29) dobije se

$${}^{F'} \mathbf{n} = {}^B \mathbf{R}_{F'}^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + [{}^A \mathbf{x}_F \mid {}^A \mathbf{y}_F] \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}}. \quad (\text{P.59})$$

Iz (4.23), (P.59) i (4.31) slijedi

$${}^B \mathbf{R}_{F'}^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \cdot \frac{{}^A \mathbf{z}_F + [{}^A \mathbf{x}_F \mid {}^A \mathbf{y}_F] \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} = \frac{\mathbf{z} + [\mathbf{x} \mid \mathbf{y}] \cdot \mathbf{s}'}{\sqrt{1 + \mathbf{s}'^T \cdot \mathbf{s}'}}. \quad (\text{P.60})$$

Projekcija normale transformiranog R_F na x i y-osi koordinatnog sustava $S_{F'}$, kao i projekcija normale R_F na x i y-osi koordinatnog sustava $S_{F'}$, nastaje množenjem obje strane jednadžbe (P.60) s

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \\ \dots \\ \mathbf{y}^T \end{bmatrix}$$

što daje

$$\begin{bmatrix} {}^B\mathbf{x}_{F'}^T \\ \dots \\ {}^B\mathbf{y}_{F'}^T \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}(\phi) \cdot \frac{{}^A\mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{x}_F & | & {}^A\mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1+\mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} = \frac{\mathbf{s}'}{\sqrt{1+\mathbf{s}'^T \cdot \mathbf{s}'}}. \quad (\text{P.61})$$

Slično, iz (P.58), (4.30) i (P.59) slijedi

$${}^{F'}\rho = r + \left({}^A\mathbf{t}_F^T - ({}^B\mathbf{t}_{F'} - \mathbf{t})^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \right) \cdot \frac{{}^A\mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{x}_F & | & {}^A\mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1+\mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} \quad (\text{P.62})$$

Iz (4.24),(P.62) i (4.32) slijedi

$$r + \left({}^A\mathbf{t}_F^T - ({}^B\mathbf{t}_{F'} - \mathbf{t})^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \right) \cdot \frac{{}^A\mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{x}_F & | & {}^A\mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1+\mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} = r', \quad (\text{P.63})$$

što predstavlja pomak transformiranog ravninskog segmenta R_F u koordinatnom sustavu $S_{F'}$, odnosno pomak ravninskog segmenta $R_{F'}$ u koordinatnom sustavu $S_{F'}$.

P.8. Procjena zadnjeg stupnja slobode potencijalne hipoteze

Ljeva strana jednadžbe (4.34), odnosno (P.63), predstavlja pomak transformiranog ravninskog segmenta R_F u koordinatnom sustavu $S_{F'}$, dok desna strana iste jednadžbe predstavlja pomak ravninskog segmenta $R_{F'}$ u koordinatnom sustavu $S_{F'}$, koji bi u idealnim uvjetima trebali biti jednak. Uz pretpostavku da je u potpunosti definirano pet stupnjeva slobode relativnog položaja \mathbf{w} : tri stupnja slobode vezana za orijentaciju i dva stupnja slobode vezana za translaciju, tada se jednadžba (4.34) može napisati kao

$$r + \left({}^A\mathbf{t}_F^T - \left({}^B\mathbf{t}_{F'}^T - \hat{d} \cdot \tilde{\mathbf{t}} \right)^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \right) \cdot \frac{{}^A\mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{x}_F & | & {}^A\mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} = r' \quad (\text{P.64})$$

gdje je

$\tilde{\mathbf{t}}$ - jedinični vektor deficitarnog smjera,

\hat{d} - stvarna vrijednost zadnjeg stupnja slobode.

Iz (P.64) slijedi

$$\hat{d} = \frac{r' - r + \left({}^B\mathbf{t}_{F'}^T \cdot \mathbf{R}(\phi) - {}^A\mathbf{t}_F^T \right) \cdot \frac{{}^A\mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{x}_F & | & {}^A\mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}} }{ {}^A\mathbf{z}_F + \begin{bmatrix} {}^A\mathbf{x}_F & | & {}^A\mathbf{y}_F \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s} } \quad (\text{P.65})$$

Za $\mathbf{s} = 0$ i $r = r' = 0$ dobiva se procijenjena vrijednost zadnjeg stupnja slobode

$$d = \frac{\left({}^B\mathbf{t}_{F'}^T \cdot \mathbf{R}(\phi) - {}^A\mathbf{t}_F^T \right) \cdot {}^A\mathbf{z}_F}{\tilde{\mathbf{t}}^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \cdot {}^A\mathbf{z}_F}, \quad (\text{P.66})$$

Uz zanemarenje odstupanja normale ravninskog segmenta od njezinog procijenjenog smjera, tj. za $\mathbf{s} = 0$, ukupna varijanca procijenjene vrijednosti zadnjeg stupnja slobode σ_d^2 ovisi o varijancama parametara r' i r tj., $\sigma_{r'}^2$ i σ_r^2 , i definirana je izrazom (P.67)

$$\sigma_d^2 = \left[\frac{\partial \hat{d}}{\partial r'} \Big|_{\mathbf{s}=0} \quad \frac{\partial \hat{d}}{\partial r} \Big|_{\mathbf{s}=0} \right] \cdot \text{diag} \left(\begin{bmatrix} \sigma_{r'}^2 & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \right) \cdot \left[\frac{\partial \hat{d}}{\partial r'} \Big|_{\mathbf{s}=0} \quad \frac{\partial \hat{d}}{\partial r} \Big|_{\mathbf{s}=0} \right]^T, \quad (\text{P.67})$$

gdje je

$$\frac{\partial \hat{d}}{\partial r'} \Big|_{\mathbf{s}=0} = - \frac{\partial \hat{d}}{\partial r} \Big|_{\mathbf{s}=0} = \frac{1}{\tilde{\mathbf{t}}^T \cdot \mathbf{R}(\phi) \cdot {}^A\mathbf{z}_F}, \quad (\text{P.68})$$

Varijance $\sigma_r^2 = \sigma^2$ definirane su izrazom (4.18).

P.9. Određivanje nesigurnosti kuta između normale površine i deficitarnog smjera

Kosinus kuta, v' , između deficitarnog smjera ${}^B\mathbf{z}_\Lambda$ definiranog u koordinatnom sustavu S_B i normale $R_{F'}$, određen je izrazom (4.54). Uvrštavanjem za ${}^B\mathbf{n}'$ iz (P.56) u (4.54) dobije se

$$v' = {}^B\mathbf{z}_\Lambda^T \cdot \frac{{}^B\mathbf{z}_{F'} + \left[{}^B\mathbf{x}_{F'} \mid {}^B\mathbf{y}_{F'} \right] \cdot \mathbf{s}'}{\sqrt{1 + \mathbf{s}'^T \cdot \mathbf{s}'}} \quad (\text{P.69})$$

Ako je nesigurnost normale ${}^B\mathbf{n}'$ opisana matricom kovarijance $\mathbf{C}_{q',n}$, tada je nesigurnost od v' definirana izrazom

$$\mathbf{C}_{v'} = \left(\frac{\partial v'}{\partial \mathbf{s}'} \right) \cdot \mathbf{C}_{q',n} \cdot \left(\frac{\partial v'}{\partial \mathbf{s}'} \right)^T \quad (\text{P.70})$$

gdje je

$$\mathbf{C}_{q',n} = \text{diag} \left(\left[\sigma_{s',1}^2 \ \sigma_{s',2}^2 \right] \right), \quad (\text{P.71})$$

$$\frac{\partial v'}{\partial \mathbf{s}'} \Big|_{\mathbf{s}'=0} = {}^B\mathbf{z}_\Lambda^T \cdot \left[{}^B\mathbf{x}_{F'} \mid {}^B\mathbf{y}_{F'} \right] \quad (\text{P.72})$$

Elementi na dijagonalni matrice $\mathbf{C}_{q',n}$ jednaki su onima u matrici $\mathbf{C}_{q'}$ (izraz (4.14)).

Uvrštavanjem (P.71) i (P.72) u (P.70) dobije se

$$\mathbf{C}_{v'} = \sigma_{v'}^2 = \left({}^B\mathbf{z}_\Lambda^T \cdot \left[{}^B\mathbf{x}_{F'} \mid {}^B\mathbf{y}_{F'} \right] \right) \cdot \text{diag} \left(\left[\sigma_{s',1}^2 \ \sigma_{s',2}^2 \right] \right) \cdot \left({}^B\mathbf{z}_\Lambda^T \cdot \left[{}^B\mathbf{x}_{F'} \mid {}^B\mathbf{y}_{F'} \right] \right)^T \quad (\text{P.73})$$

Slično, kosinus kuta, v , između ${}^B\mathbf{z}_\Lambda$ i normale R_F transformirane u koordinatnom sustavu o S_B određen je izrazom (4.55). Uvrštavanjem za ${}^A\mathbf{n}$ iz (P.54) u (4.54) dobije se

$$v = {}^B\mathbf{z}_\Lambda^T \cdot \mathbf{R}(\hat{\phi}) \cdot \frac{{}^A\mathbf{z}_F + \left[{}^A\mathbf{x}_F \mid {}^A\mathbf{y}_F \right] \cdot \mathbf{s}}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s}}}. \quad (\text{P.74})$$

Nesigurnost od v , opisana matricom kovarijance \mathbf{C}_v , se onda definira izrazom

$$\mathbf{C}_v = \sigma_v^2 = \left({}^A\mathbf{z}_\Lambda^T \cdot \left[{}^A\mathbf{x}_F \mid {}^A\mathbf{y}_F \right] \right) \cdot \text{diag} \left(\left[\sigma_{s,1}^2 \ \sigma_{s,2}^2 \ 0 \right] \right) \cdot \left({}^A\mathbf{z}_\Lambda^T \cdot \left[{}^A\mathbf{x}_F \mid {}^A\mathbf{y}_F \right] \right)^T. \quad (\text{P.75})$$

P.10. Određivanje nesigurnosti relativnog položaja kamere postavljene na mobilnom robotu

Tijekom gibanja mobilnog robota, kao što je objašnjeno u potpoglavlju 5.1 i prikazano na slici 5.2, nesigurnost trenutnog položaja kamere u odnosu na položaj kamere uzrokovana je nesavršenošću poda i nesigurnošću odometrije. Ti su uzroci predstavljeni vektorom odstupanja δ prikazanim izrazom (5.4) s pripadnom matricom kovarijance \mathbf{C}_δ opisanom izrazom (5.5).

Orijentacija koordinatnog sustava C_s u odnosu na $C_{\tilde{s}}$ se može računati izrazom

$${}^{C_{\tilde{s}}}\mathbf{R}_{C_s} = {}^{B_s}\mathbf{R}_{C_s}^T \cdot {}^{A_{\tilde{s}}}\mathbf{R}_{B_{\tilde{s}}}^T \cdot \mathbf{R}_z(\Delta\varphi_A) \cdot {}^{A_s}\mathbf{R}_{B_s} \cdot {}^{B_s}\mathbf{R}_{C_s}, \quad (\text{P.76})$$

gdje je

- ${}^{B_s}\mathbf{R}_{C_s}$ - orijentacija koordinatnog sustava C_s u odnosu na B_s , koja je određena mehaničkom konstrukcijom robota te za koju se pretpostavlja da je točno poznata,
- $\mathbf{R}_z(\Delta\varphi_A)$ - predstavlja orijentaciju A_s u odnosu na $A_{\tilde{s}}$ koja se dobije rotacijom $A_{\tilde{s}}$ oko njezine z-osi za kut $\Delta\varphi_A$.

Nesigurnost od ${}^{A_s}\mathbf{R}_{B_s}$, ${}^{A_{\tilde{s}}}\mathbf{R}_{B_{\tilde{s}}}$ i kuta $\Delta\varphi_A$ se može opisati vektorom odstupanja

$$d\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} d\varphi_A, & d\varphi_{x,B_s}, & d\varphi_{z,B_s}, & d\varphi_{x,B_{\tilde{s}}}, & d\varphi_{z,B_{\tilde{s}}} \end{bmatrix}^T, \quad (\text{P.77})$$

gdje je

$${}^{A_s}\mathbf{R}_{B_s} = {}^A\hat{\mathbf{R}}_B \cdot \left(\mathbf{I} + d\varphi_{x,B_s} \cdot [\mathbf{x}]_\times \right) \cdot \left(\mathbf{I} + d\varphi_{z,B_s} \cdot [\mathbf{z}]_\times \right), \quad (\text{P.78})$$

$${}^{A_{\tilde{s}}}\mathbf{R}_{B_{\tilde{s}}} = {}^A\hat{\mathbf{R}}_B \cdot \left(\mathbf{I} + d\varphi_{x,B_{\tilde{s}}} \cdot [\mathbf{x}]_\times \right) \cdot \left(\mathbf{I} + d\varphi_{z,B_{\tilde{s}}} \cdot [\mathbf{z}]_\times \right), \quad (\text{P.79})$$

$${}^A\hat{\mathbf{R}}_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.80})$$

$$\mathbf{R}_z(\Delta\varphi_A) = \mathbf{R}_z(\Delta\hat{\varphi}_A) \cdot \left(\mathbf{I} + d\varphi_A \cdot [\mathbf{z}]_\times \right), \quad (\text{P.81})$$

kao što je objašnjeno u prilogu P.1. Oznaka $\hat{\cdot}$ označava izmjerenu veličinu. Komponente vektora $d\boldsymbol{\phi}$ se mogu izračunati pomoću izraza

$$d\varphi_{x,B_S} = -\arcsin \frac{z_3 - \frac{z_1 - z_2}{2}}{b}, \quad (\text{P.82})$$

$$d\varphi_{z,B_S} = \arcsin \frac{z_1 - z_2}{a}, \quad (\text{P.83})$$

gdje z_1, z_2 i z_3 z-koordinate predstavljaju dodirne točke kotača mobilnog robota s površinom poda P_1, P_2 i P_3 .

Uvrštavanjem (P.78) - (P.81) u (P.76) dobije se

$$\begin{aligned} {}^{C_{\tilde{S}}} \mathbf{R}_{C_S} &= {}^{B_S} \mathbf{R}_{C_S}^T \cdot \left(\mathbf{I} - d\varphi_{z,B_{\tilde{S}}} \cdot [\mathbf{z}]_\times \right) \cdot \left(\mathbf{I} - d\varphi_{x,B_{\tilde{S}}} \cdot [\mathbf{x}]_\times \right) \cdot {}^A \hat{\mathbf{R}}_B^T \cdot \mathbf{R}_z(\Delta\hat{\varphi}_A) \cdot \left(\mathbf{I} + d\varphi_A \cdot [\mathbf{z}]_\times \right) \cdot \\ &\quad \cdot {}^A \hat{\mathbf{R}}_B \cdot \left(\mathbf{I} + d\varphi_{x,B_S} \cdot [\mathbf{x}]_\times \right) \cdot \left(\mathbf{I} + d\varphi_{z,B_S} \cdot [\mathbf{z}]_\times \right) \cdot {}^{B_S} \mathbf{R}_{C_S}. \end{aligned} \quad (\text{P.84})$$

Relativna pozicija C_S u odnosu na $C_{\tilde{S}}$ definirana je izrazom

$${}^{C_{\tilde{S}}} \mathbf{t}_{C_S} = {}^{B_S} \mathbf{R}_{C_S}^T \cdot \left({}^{B_S} \mathbf{R}_{A_{\tilde{S}}} \cdot \left(\mathbf{R}_z(\Delta\varphi_A) \cdot \left({}^A \mathbf{R}_{B_S} \cdot {}^{B_S} \mathbf{t}_{C_S} + {}^A \mathbf{t}_{B_S} \right) + {}^A \mathbf{t}_{A_S} \right) + {}^{B_{\tilde{S}}} \mathbf{t}_{A_S} - {}^{B_S} \mathbf{t}_{C_S} \right), \quad (\text{P.85})$$

gdje je ${}^{B_S} \mathbf{t}_{C_S}$ pozicija koordinatnog sustava C_S u odnosu na B_S , za koju se pretpostavlja da se točno zna. Uz pretpostavku da vrijedi ${}^A \hat{\mathbf{t}}_{B_S} = {}^A \hat{\mathbf{t}}_{B_{\tilde{S}}} = \mathbf{0}$, ${}^A x_{B_S} \approx 0$, ${}^A x_{B_{\tilde{S}}} \approx 0$, ${}^A y_{B_S} \approx 0$ i ${}^A y_{B_{\tilde{S}}} \approx 0$ nesigurnost od ${}^A \mathbf{t}_{A_S}$, ${}^A \mathbf{t}_{B_S}$ i ${}^{B_{\tilde{S}}} \mathbf{t}_{A_S}$ se može opisati vektorom odstupanja

$$d\mathbf{r} = \begin{bmatrix} dt_{x,A_S}, & dt_{y,A_S}, & dt_{z,B_S} & dt_{z,B_{\tilde{S}}} \end{bmatrix}^T, \quad (\text{P.86})$$

gdje je

$${}^A \mathbf{t}_{A_S} = {}^A \hat{\mathbf{t}}_{A_S} + \begin{bmatrix} dt_{x,A_S}, & dt_{y,A_S}, & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$${}^A \mathbf{t}_{B_S} = \begin{bmatrix} 0, & 0, & dt_{z,B_S} \end{bmatrix}^T,$$

$${}^A \mathbf{t}_{B_{\tilde{S}}} = \begin{bmatrix} 0, & 0, & dt_{z,B_{\tilde{S}}} \end{bmatrix}^T.$$

Odstupanja dt_{z,B_S} i $dt_{z,B_{\tilde{S}}}$ se mogu računati izrazima

$$dt_{z,B_S} \approx \frac{z_1 + z_2}{2}, \quad dt_{z,B_{\tilde{S}}} \approx \frac{z'_1 + z'_2}{2}.$$

Prema prilogu P.2, nesigurnost relativnog položaja kamere ${}^{C_{\tilde{s}}}\mathbf{w}_{C_s}$ se može prikazati pomoću vektora nesigurnosti opisanog izrazom (5.6). Nesigurnost orijentacije C_s u odnosu na $C_{\tilde{s}}$, koja je opisana izrazom $d\boldsymbol{\theta} = [d\theta_1, d\theta_2, d\theta_3]^T$, definirana je izrazom

$${}^{C_{\tilde{s}}}\mathbf{R}_{C_s} = \mathbf{I} + d\theta_1 \cdot [\mathbf{x}]_x + d\theta_2 \cdot [\mathbf{y}]_x + d\theta_3 \cdot [\mathbf{z}]_x \quad (\text{P.87})$$

dok je nesigurnost pozicije, opisana vektorom odstupanja $d\mathbf{t}$, definirana izrazom

$${}^{C_{\tilde{s}}}\mathbf{t}_{C_s} = {}^{C_{\tilde{s}}}\hat{\mathbf{t}}_{C_s} + d\mathbf{t}. \quad (\text{P.88})$$

Matrica kovarijance relativnog položaja kamere \mathbf{C}_w opisana je izrazom (5.7), tj.

$$\mathbf{C}_w = {}^w\mathbf{J}_{\delta} \cdot \mathbf{C}_{\delta} \cdot {}^w\mathbf{J}_{\delta}^T \quad (\text{P.89})$$

gdje je Jacobieva matrica

$${}^w\mathbf{J}_{\delta} = \frac{\partial d\mathbf{w}}{\partial \delta},$$

odnosno

$${}^w\mathbf{J}_{\delta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d\boldsymbol{\theta}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial \delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d\boldsymbol{\theta}}{\partial d\phi} \cdot \frac{\partial d\phi}{\partial \delta} \\ \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\phi} \cdot \frac{\partial d\phi}{\partial \delta} + \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial d\mathbf{r}}{\partial \delta} \end{bmatrix}.$$

Prema prilogu P.1 vrijedi

$$\frac{\partial d\boldsymbol{\theta}}{\partial d\phi} = \left[{}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{A_s} \cdot \mathbf{z} \quad {}^{C_s}\mathbf{R}_{B_s} \cdot \mathbf{x} \quad {}^{C_s}\mathbf{R}_{B_s} \cdot \mathbf{z} \quad - {}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{B_{\tilde{s}}} \cdot \mathbf{x} \quad - {}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{B_{\tilde{s}}} \cdot \mathbf{z} \right],$$

$$\frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial \phi} = \left[{}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{A_s} \cdot (\mathbf{z} \times {}^{A_s}\mathbf{t}_{C_s}) \quad {}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{B_s} \cdot (\mathbf{x} \times {}^{B_s}\mathbf{t}_{C_s}) \quad {}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{B_s} \cdot (\mathbf{z} \times {}^{B_s}\mathbf{t}_{C_s}) \quad - {}^{B_s}\mathbf{R}_{C_s}^T \cdot (\mathbf{x} \times {}^{B_s}\mathbf{t}_{C_s}) \quad - {}^{B_s}\mathbf{R}_{C_s}^T \cdot (\mathbf{z} \times {}^{B_s}\mathbf{t}_{C_s}) \right]$$

$$\frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial \mathbf{r}} = \left[{}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{A_s} \cdot \mathbf{x} \quad {}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{A_s} \cdot \mathbf{y} \quad {}^{C_{\tilde{s}}}\hat{\mathbf{R}}_{A_s} \cdot \mathbf{z} \quad - {}^{C_s}\hat{\mathbf{R}}_{A_s} \cdot \mathbf{z} \right].$$

Također vrijedi

$$\frac{\partial d\boldsymbol{\phi}}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2b & 1/2b & -1/b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/a & -1/a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2b & 1/2b & -1/b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/a & -1/a & 0 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial d\mathbf{r}}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}.$$

P.11. Određivanje nesigurnosti relativnog položaja mobilnog robota iz relativnog položaja kamere

Ako je poznata nesigurnost relativnog položaja kamere \mathbf{C}_w postavljene na mobilnom robotu između dva položaja C_S i C_M , onda se pripadna nesigurnost relativnog položaja mobilnog robota može odrediti izrazima

$$\mathbf{C}_{A_S \rightarrow A_{\tilde{S}}} = {}^o\mathbf{J}_w \cdot \mathbf{C}_w \cdot {}^o\mathbf{J}_w^T, \quad (\text{P.90})$$

$${}^o\mathbf{J}_w = \begin{bmatrix} {}^{C_S} \hat{\mathbf{z}}_{A_S}^T & \mathbf{0}^{1 \times 3} \\ \cdots & \cdots \\ -\left[{}^{C_S} \hat{\mathbf{x}}_{A_{\tilde{S}}} \mid {}^{C_S} \hat{\mathbf{y}}_{A_{\tilde{S}}} \right]^T \cdot \left[{}^{C_S} \mathbf{t}_{A_S} \right]_x & \left[{}^{C_S} \hat{\mathbf{x}}_{A_S} \mid {}^{C_S} \hat{\mathbf{y}}_{A_S} \right]^T \end{bmatrix}. \quad (\text{P.91})$$

P.12. Slijedenje relativnog položaja kamere u modelu

Prema slici 5.4 relativni položaj C_S u odnosu na C_M , opisan matricom ${}^{C_M} \mathbf{T}_{C_S}$, dan je izrazom

$${}^{C_M} \mathbf{T}_{C_S} = {}^{C_M} \mathbf{T}_{C_{\bar{M}}} \cdot {}^{C_M} \mathbf{T}_{C_{\bar{S}}} \cdot {}^{C_{\bar{S}}} \mathbf{T}_{C_S}, \quad (\text{P.92})$$

tj. orijentacija od C_S u odnosu na C_M dana je izrazom

$${}^{C_M} \mathbf{R}_{C_S} = {}^{C_M} \mathbf{R}_{C_M} \cdot {}^{C_M} \mathbf{R}_{C_{\bar{S}}} \cdot {}^{C_{\bar{S}}} \mathbf{R}_{C_S} \quad (\text{P.93})$$

odnosno relativna pozicija od C_S u odnosu na C_M dana je izrazom

$${}^{C_M} \mathbf{t}_{C_S} = {}^{C_{\bar{M}}} \mathbf{R}_{C_M}^T \cdot \left({}^{C_{\bar{M}}} \mathbf{R}_{C_{\bar{S}}} \cdot {}^{C_{\bar{S}}} \mathbf{t}_{C_S} + {}^{C_{\bar{M}}} \mathbf{t}_{C_{\bar{S}}} - {}^{C_{\bar{M}}} \mathbf{t}_{C_M} \right) \quad (\text{P.94})$$

Izraz (P.93) se može napisati kao

$${}^{C_M} \hat{\mathbf{R}}_{C_S} \cdot (\mathbf{I} + d\mathbf{R}) = (\mathbf{I} - d\mathbf{R}_{C_M}) \cdot {}^{C_{\bar{M}}} \hat{\mathbf{R}}_{C_M}^T \cdot {}^{C_{\bar{M}}} \hat{\mathbf{R}}_{C_{\bar{S}}} \cdot (\mathbf{I} + d\mathbf{R}_{C_{\bar{S}}}) \cdot {}^{C_{\bar{S}}} \hat{\mathbf{R}}_{C_S} \cdot (\mathbf{I} + d\mathbf{R}_{C_S}), \quad (\text{P.95})$$

gdje oznaka $\hat{\cdot}$ označava izmjerenu veličinu. Slično, izraz (P.94) se može prikazati kao

$${}^{C_M} \hat{\mathbf{t}}_{C_S} + d\mathbf{t} = {}^{C_{\bar{M}}} \mathbf{R}_{C_M}^T \cdot \left({}^{C_{\bar{M}}} \mathbf{R}_{C_{\bar{S}}} \cdot \left({}^{C_{\bar{S}}} \mathbf{t}_{C_S} + d\mathbf{t}_{C_S} \right) + \left({}^{C_{\bar{M}}} \hat{\mathbf{t}}_{C_{\bar{S}}} + d\mathbf{t}_{C_{\bar{S}}} \right) - \left({}^{C_M} \hat{\mathbf{t}}_{C_M} + d\mathbf{t}_{C_M} \right) \right). \quad (\text{P.96})$$

Nesigurnost relativnog položaja C_S u odnosu na C_M , opisana izrazom (P.92), ovisi o nesigurnosti svakog od relativnih položaja danih u istom izrazu i opisana je izrazom

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_M} &= {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_M \rightarrow C_{\bar{M}}} \cdot \mathbf{C}_{C_M \rightarrow C_{\bar{M}}} \cdot {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_M \rightarrow C_{\bar{M}}}^T \\ &+ {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\bar{S}} \rightarrow C_{\bar{M}}} \cdot \mathbf{C}_{C_{\bar{S}} \rightarrow C_{\bar{M}}} \cdot {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\bar{S}} \rightarrow C_{\bar{M}}}^T \\ &+ {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_S \rightarrow C_{\bar{S}}} \cdot \mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_{\bar{S}}} \cdot {}^{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_S \rightarrow C_{\bar{S}}}^T, \end{aligned} \quad (\text{P.97})$$

gdje

- $\mathbf{C}_{m \rightarrow n}$ - označava matricu kovarijance koja opisuje nesigurnost relativnog položaja koordinatnog sustava m u odnosu na n ;
- ${}^{k \rightarrow l} \mathbf{J}_{m \rightarrow n}$ - Jacobieva matrica koja vrši propagaciju nesigurnosti između relativnog položaja koordinatnih sustava m i n i relativnog položaja koordinatnih sustava k i l .

Uzimajući u obzir priloge P.1 i P.2, usporedbu izraza (P.95) s posebnim slučajem (P.18) odnosno (P.96) s (P.19), te izraze (P.20) - (P.22) dobije se da je

$${}_{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_M \rightarrow C_{\tilde{M}}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d\boldsymbol{\theta}}{\partial d\boldsymbol{\phi}_{C_M}} & \mathbf{0}^{3 \times 3} \\ \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\mathbf{t}_{C_M}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -{}_{C_S} \hat{\mathbf{R}}_{C_M} & \mathbf{0}^{3 \times 3} \\ [{}_{C_M} \hat{\mathbf{t}}_{C_S}]_{\times} & -{}_{C_M} \hat{\mathbf{R}}_{C_M}^T \end{bmatrix}, \quad (\text{P.98})$$

$${}_{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d\boldsymbol{\theta}}{\partial d\boldsymbol{\phi}_{C_{\tilde{S}}}} & \mathbf{0}^{3 \times 3} \\ \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\mathbf{t}_{C_{\tilde{S}}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_{C_S} \hat{\mathbf{R}}_{C_{\tilde{S}}} & \mathbf{0}^{3 \times 3} \\ -{}_{C_M} \hat{\mathbf{R}}_{C_{\tilde{S}}} \cdot [{}_{C_S} \hat{\mathbf{t}}_{C_S}]_{\times} & {}_{C_M} \hat{\mathbf{R}}_{C_M}^T \end{bmatrix}, \quad (\text{P.99})$$

$${}_{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_S \rightarrow C_{\tilde{S}}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d\boldsymbol{\theta}}{\partial d\boldsymbol{\phi}_{C_S}} & \mathbf{0}^{3 \times 3} \\ \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial d\mathbf{t}}{\partial d\mathbf{t}_{C_S}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{3 \times 3} & \mathbf{0}^{3 \times 3} \\ \mathbf{0}^{3 \times 3} & {}_{C_M} \hat{\mathbf{R}}_{C_{\tilde{S}}} \end{bmatrix}. \quad (\text{P.100})$$

Primjenjujući postupak sličan predikcijskom koraku proširenog Kalmanovog filtera (prilog P.6) za procjenu matrice kovarijance, matrica kovarijance $\mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_M}$ se može odrediti iterativno u dva koraka.

U prvom međukoraku se određuje $\mathbf{C}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M}$ na temelju $\mathbf{C}_{C_{\tilde{M}} \rightarrow C_M}$ i $\mathbf{C}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}}$,

$$\mathbf{C}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M} = {}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{M}} \rightarrow C_M} \cdot \mathbf{C}_{C_{\tilde{M}} \rightarrow C_M} \cdot {}_{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{M}} \rightarrow C_M}^T + {}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}} \cdot \mathbf{C}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}} \cdot {}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_{\tilde{M}}}^T, \quad (\text{P.101})$$

i konačno $\mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_M}$ na temelju $\mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_{\tilde{S}}}$ i $\mathbf{C}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M}$

$$\mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_M} = {}_{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M} \cdot \mathbf{C}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M} \cdot {}_{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_{\tilde{S}} \rightarrow C_M}^T + {}_{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_S \rightarrow C_{\tilde{S}}} \cdot \mathbf{C}_{C_S \rightarrow C_{\tilde{S}}} \cdot {}_{C_S \rightarrow C_M} \mathbf{J}_{C_S \rightarrow C_{\tilde{S}}}^T. \quad (\text{P.102})$$