

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
GEOLOŠKI ODSJEK

SEMINAR 2

**Odabir najprimjerenijeg kartiranja za prikaz ležišnih svojstava i geološke
evolucije gornjomiocenskih stijena u sjevernom dijelu Bjelovarske
subdepresije**

Doktorandica:
Ivana Mesić Kiš, dipl.ing.

Voditeljica kroz studij:
izv.prof.dr.sc. Gordana Medunić

Mentor seminarske teme:
izv.prof. dr.sc. Tomislav Malvić

Povjerenstvo:
izv.prof.dr.sc. Gordana Medunić, viša znanstvena suradnica
izv.prof. dr.sc. Tomislav Malvić, znanstveni savjetnik
izv.prof.dr.sc. Jasenka Sremac, viša znanstvena suradnica

Akademska godina: 2014./2015.

SADRŽAJ

1. UVOD	5
2. TEORIJSKI PREGLED ZNAČENJA I ODABRANIH METODA INTERPOLACIJE ...	7
2.1. Metoda Thiessenovih poligona.....	9
2.1.1. <i>Voronoiov dijagram</i>	11
2.1.2. <i>Metoda najbližeg susjedstva s težinskim koeficijentima</i>	13
2.2. Mogućnost prostorne interpolacije	15
2.3. Metoda kriginga.....	16
3. PREGLED GEOLOŠKE EVOLUCIJE KARTIRANOG PROSTORA TIJEKOM NEOGENA I KVARTARA	18
3.1. Taložne stijene gornjega panona – formacija Ivanić-Grad.....	19
3.2. Taložne stijene donjega ponta – formacija Kloštar-Ivanić	21
3.3. Primjer palinspastičke rekonstrukcije u prostoru bliskom istraživanom (struktura Kloštar) te osvrt na regionalni razvoj struktura.....	24
4. PRIMJERI DVAJU PRISTUPA INTERPOLACIJI	28
4.1. Primjena poligonalne metode na području Bjelovarske subdepresije	28
4.2. Primjena kriginga na istraživanom području Bjelovarske subdepresije.....	29
4.3. Usporedba metoda postupkom krosvalidacije	30
4.3.1. <i>Karta dobivena metodom poligona za varijablu „dubina“ na primjeru polja Šandrovac</i>	32
4.3.2. <i>Karta dobivena krigingom za varijablu „dubina“ u polju Šandrovac</i>	33
5. PROBLEMI IZVORA NESIGURNOSTI	34
6. REZULTATI I ZAKLJUČCI.....	36
7. HRVATSKO-HRVATSKI RJEČNIK NOVIH POJMOVA UVEDENIH OVIM RADOM U GEOMATEMATIČKO NAZIVLJE (DODATAK).....	38
8. LITERATURA	45
8.1. Objavljeni radovi	45
8.2. Internetski izvori.....	46
8.3. Radovi prihvaćeni za tisak.....	47
8.4. Neobjavljeni radovi:	47

Popis slika:

<i>Slika 1. Strukturna karta Bjelovarske subdepresije dobivena iz bušotinskih i seizmičkih podataka ručnom interpolacijom i ucrtavanjem rasjeda</i>	6
<i>Slika 2. Primjer izrade okomite simetrale između dvije susjedne točke</i>	10
<i>Slika 3. Izgled Thiessenovih poligona i elemenata potrebnih za njihovo definiranje</i>	11
<i>Slika 4. Voronoi fraktal dobiven podjelom s 10.....</i>	12
<i>Slika 5. Primjer interpolacije najbližeg susjedstva ili proksimalne interpolacije - obojeni 2D Voronoiov dijagram</i>	13
<i>Slika 6. Primjer metode najbližeg susjedstva s težinskim koeficijentima na temelju 1000 uzoraka.....</i>	14
<i>Slika 7. Primjer različitih metoda interpolacije na pravilnoj mreži.....</i>	15
<i>Slika 8. Litostratigrafske jedinice Dravske subdepresije.....</i>	18
<i>Slika 9. Karta debljina formacije Ivanić-Grad dobivena isključivo iz bušotinskih podataka tehnikom običnoga kriginga i neusmjerenim variogramskim modelom</i>	19
<i>Slika 10. Strukturna karta Bjelovarske subdepresije formacije Ivanić-Grad dobivena iz bušotinskih i seizmičkih podataka ručnom interpolacijom i ucrtavanjem rasjeda</i>	20
<i>Slika 11. Karta debljina formacije Kloštar-Ivanić dobivena isključivo iz bušotinskih podataka tehnikom običnoga kriginga i neusmjerenim variogramskim modelom</i>	22
<i>Slika 12. Strukturna karta Bjelovarske subdepresije formacije Kloštar-Ivanić dobivena iz bušotinskih i seizmičkih podataka ručnom interpolacijom i ucrtavanjem rasjeda</i>	23
<i>Slika 13. Palinspastički profil Bjelovarske subdepresije pružanja zapad/sjeverozapad-istok/jugoistok.....</i>	25
<i>Slika 14. Palinspastička rekonstrukcija tektonike neogenskih i kvartarnih sedimentata u Kloštar polju.....</i>	26
<i>Slika 15. Thiessenovi poligoni unutar Bjelovarske subdepresije prikazani bojama koje odgovaraju vrijednosti dubine u određenim točkama</i>	28
<i>Slika 16. Karta dobivena krigingom za varijablu „dubina“ na području Bjelovarske subdepresije.....</i>	29
<i>Slika 17. Strukturna karta Bjelovarske subdepresije po plohi EK-markera Z' i položaj polja Šandrovac.....</i>	31
<i>Slika 18. Thiessenovi poligoni unutar polja Šandrovac prikazani bojama koje odgovaraju vrijednosti dubine u određenim točkama</i>	32
<i>Slika 19. Karta dobivena krigingom za varijablu „dubina“ u polju Šandrovac</i>	33

1. UVOD

Bjelovarska subdepresija smjestila se na najistočnijem dijelu Središnje Hrvatske te predstavlja jugozapadni dio Dravske depresije koja pripada Hrvatskom dijelu Panonskog bazenskog sustava (HPBS-u). HPBS je dio Panonskog bazenskog sustava (PBS-a) gdje se odvijala neogensko-kvartarna sedimentacija i tektonika u rubnim depresijama smještenim unutar većeg bazenskog sustava. Klastična sedimentacija se nastavila krajem miocena kroz prijelaz iz morskog u slatkovodni okoliš uzrokovan smanjenjem taložnog prostora (Malvić, 2012).

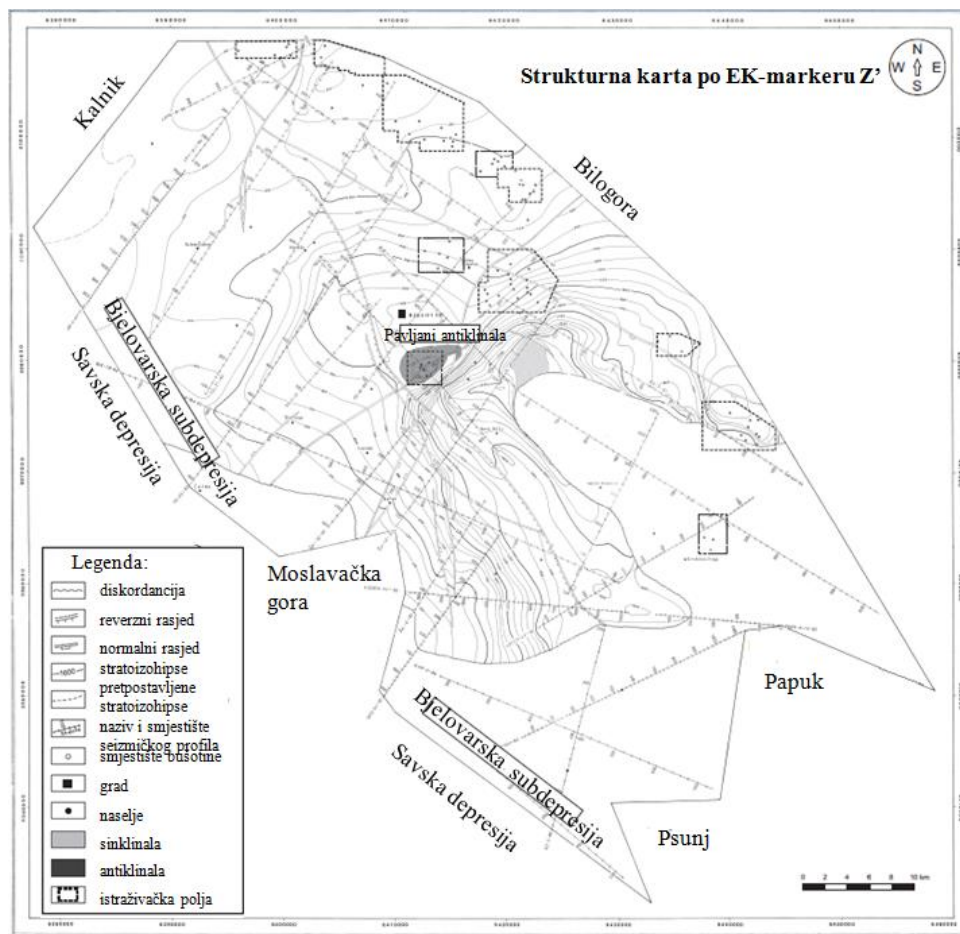
Otvaranje prostora Bjelovarske subdepresije posljedica je aktivnosti glavnog transkurentnog rasjednog sustava, zajedno s ostalim rasjednim sustavima koji su poprečni ili dijagonalni na smjer središnjeg dravskog rasjeda.

Današnje debljine neogensko-kvartarnih naslaga Bjelovarske subdepresije rijetko prelaze 3000 m, za razliku od 7000 m u glavnoj dravskoj depresijskoj zoni. To je posljedica toga što Bjelovarska subdepresija nije bila na putu glavnog prijenosa materijala, posebno tijekom 2. transtenzije (gornji miocen) zbog čega je donos sedimenata bio značajno manji. U tih 3000 m starije dijelove čine sin-transtenzijski sedimenti poput breča, konglomerata i krupnozrnatih pješčenjaka. Vapnenci i lapori najvećim dijelom obilježavaju prijelazno razdoblje između ekstenzije i postekstenzije. Monotona izmjena pješčenjaka i lapora u različitim omjerima odvijala se u postekstenzijsko vrijeme. Tim vremenskim slijedom je ujedno i taložna sredina prešla iz marinske u riječno-jezersku (Malvić, 2003).

Markeri ili ključni slojevi bili su najvažniji odrazi taložnoga paleookoliša uporabljeni u tumačenju geološke evolucije Bjelovarske subdepresije. Marker je sloj koji ima obilježja granice između dviju taložnih ili magmatsko-metamorfničkih jedinica u krovini i podini. Reper je erozijska granica (a ne sloj) koji dijeli litološki dvije prepoznatljive skupine stijena, ponovno u krovini i podini. Prefiks „elektrokarotažni“ (EK) znači da su prepoznatljiva svojstva markera ili repera opažena na krivuljama električne karotaže. U Dravskoj depresiji su izdvojeni sljedeći EK-markeri:

- Rs7: dijeli članove Mosti i Križevci unutar formacije Moslavačka gora, tj. naslage sarmata i panona,
- Rs5: dijeli formacije Moslavačka gora i Ivanić-Grad (donji i gornji panon),
- Z': dijeli formacije Ivanić-grad i Kloštar-Ivanić (gornji panon i donji pont),
- Δ: približno dijeli formacije Kloštar-Ivanić i Bilogora (donji i gornji pont),
- α': dijeli formacije Bilogora i Lonja (gornji pont i dacij, romanij te pleistocen i holocen).

Strukturalna karta po EK-markeru Z' odabrana je kao analitički izvor podataka za ovaj rad (slika 1). Razlog je kronostratigrafski i litološki položaj ovog markera. Predstavlja granicu između gornjega panona i donjega pona koji su klasičan primjer jezerskog taloženja u HPBS-u. Tektonski definira razdoblje 2. transtenzije kada su ogromne količine klastita transportirane iz Istočnih Alpi u HPBS (npr. Malvić, 2003, 2012; Malvić i Velić, 2011) što je rezultiralo taloženjem brojnih i debljih pješčenjačkih jedinica. Neke od njih su kasnije izdignute u antiklinale zasićene ugljikovodicima.



Slika 1. Strukturalna karta Bjelovarske subdepresije dobivena iz bušotinskih i seizmičkih podataka ručnom interpolacijom i ucrtavanjem rasjeda (Malvić, 2011)

Postoje razne interpolacijske metode koje su mogu upotrijebiti za prostornu analizu podataka ili u ovom slučaju prikaz vrijednosti za varijablu dubina. Ovisno o broju raspoloživih podataka, njihovom rasporedu i samom načinu prikaza znanstvenici odabiru najbolje odgovarajuću metodu. U nastavku slijedi teorijski opis interpolacijskih metoda s naglaskom na odabranim metodama korištenim u ovom Seminaru na području Bjelovarske subdepresije.

2. TEORIJSKI PREGLED ZNAČENJA I ODABRANIH METODA INTERPOLACIJE

Interpolacija predstavlja procjenu vrijednosti varijabli na mjestima na kojima one nisu izmjerene. Može se temeljiti na sličnim vrijednostima promatrane primarne varijable (autokorelacija), ali i korištenju jedne ili više sekundarnih varijabli na istom području, uz uvjet da su one korelirane s primarnom varijablom (npr. **Husanović i Malvić, 2014**).

U matematičkom polju numeričke analize, interpolacija je metoda izrade novih točkastih podataka unutar raspona određenog skupa poznatih točaka podataka. U inženjerstvu i znanosti općenito, često raspoložemo s određenim brojem točkastih podataka dobivenim uzorkovanjem ili eksperimentiranjem koji predstavljaju vrijednosti funkcije za ograničeni broj vrijednosti nezavisne varijable. Često je potrebno interpolirati, odnosno procijeniti vrijednost te funkcije za srednju vrijednost nezavisne varijable što se može postići regresijskom analizom ili prilagodbom krivulje. Interpolacija je specifični slučaj prilagodbe krivulje u kojem funkcija mora točno prolaziti točkama podataka (**izvor 1**).

Aproksimacija složene funkcije jednostavnom funkcijom predstavlja drugi problem blisko povezan s interpolacijom. Ako pretpostavimo da je funkcija previše složena za učinkovitu procjenu, odnosno idealno objašnjava samo jedan problem pa nema opće aproksimacijsko rješenje za niz problema, tada se može izabrati nekoliko poznatih točaka podataka iz složene funkcije, zatim izraditi pregledna tablica i pokušati interpolirati te točke podataka radi konstrukcije jednostavnije funkcije. Međutim, korištenjem jednostavne funkcije za izračun novih točaka podataka obično se ne dobije isti rezultat kao korištenjem izvorne funkcije, već se ovisno o problemskoj domeni i interpolacijskoj metodi korištenoj za dobivanje jednostavnosti pojavljuje pogreška.

Postoje brojne metode interpolacije od kojih mnoge uključuju prilagođavanje nekakve vrste funkcije podacima i zatim procjenu vrijednosti te funkcije na željenoj točki. Ovo ne isključuje ostale načine poput statističkih metoda izračuna interpoliranih podataka.

Neke od češćih načina interpolacije su: lokalna konstantna interpolacija ili proksimalna interpolacija, po dijelovima linearna interpolacija, polinomijalna i *spline* interpolacija (**izvor 1**). U geologiji također postoji skup češćih metoda koje se koriste u geološkom kartiranju računalnim paketima. Tako **Balić i sur. (2008)** u kartiranju pješčenjačkih ležišta izdvajaju metodu najbližeg susjedstva, inverzne udaljenosti, pokretne sredine i kriginga. **Malvić (2008)** detaljno opisuje uporabu krigina, kokriginga i simulacija kao čestih alata u geologiji. Takvih

primjera ima niz. **Mesić Kiš i Malvić (2014)** po prvi put kod nas detaljno opisuju primjenu Thiessenovih poligona u geološkom kartiranju.

2.1. Metoda Thiessenovih poligona

Metoda najbližeg susjedstva (poznata i kao proksimalna interpolacija, metoda Thiessenovih poligona, zonalna interpolacija, poligonalna interpolacija) je jednostavna metoda multivarijantne interpolacije u jednoj ili više dimenzija. Metoda dodjeljuje vrijednost najbliže točke svakom čvoru mreže tj. prikazuje zonalne raspodjele vrijednosti (**izvor 2**).

Metoda Thiessenovih poligona (engl. *polygonal method*) uz metodu deklasterizacije putem ćelija (engl. *cell-declustering method*) predstavlja glavnu deklasterizacijsku metodu u geostatistici. S obzirom na raspored podataka, deklasterizacija pridodaje težinske faktore raspoloživom skupu podataka te predstavlja prvi korak pri donošenju zaključaka u prepoznavanju klastera.

Klasteriziranim podacima su dodijeljeni manji težinski faktori, a raspršeni podatci imaju veće vrijednosti. Vrijednosti podataka ostaju nepromijenjene, samo im je dodan veći ili manji utjecaj na temelju njihovog rasporeda u analiziranom prostoru (**Oy Leuangthong et al., 2008**). Međutim, u tehnici kriginga (osim jednostavnog kriginga) zbroj svih težinskih faktora jednak je 1.

U poligonalnoj metodi, svaki uzorak je pridružen poligonu utjecaja (poznat kao i *Thiessenov* ili *Voronioiv* poligon), koji je konstruiran na takav način da će njegova geometrija uključivati sve točkaste podatke (engl. *data points*) koje su bliže uzorku u odnosu na bilo koja druga mjerenja. Kao rezultat toga, procjenjena globalna sredina (engl. *estimated global mean*), izražena funkcijom $F(x)$ skupa podataka definirana je prema (**1**):

$$F(x) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \times x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (1)$$

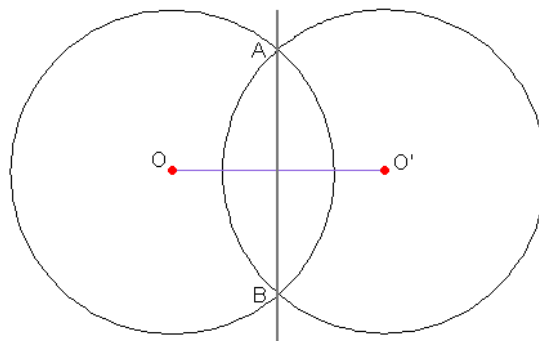
gdje su težine w_i definirane površinom poligona (**Isaaks i Srivastava, 1989**). Jasno, izolirane točke imat će veće poligone nego točke okupljene u klasteru (engl. *clustered points*).

Zanimljivo, to može biti uspoređeno s dodjeljivanjem težinskih koeficijenata kod krigiranja. Tamo će također „samostalne“ točke imati tu vrijednost veću, negoli one okupljene u klasteru. Tako veličina poligona, poput vrijednosti koeficijenta, može neizravno naglasiti „snagu“ utjecaja pojedine točke promatrano u cijelom skupu.

Nadalje, podrazumijeva se kako su vanjske granice poligona često konveksne, a u suprotnom postoje korektivne tehnike, koje se na primjer rabe u slučaju političkih granica koje određuju mrežu uzorkovanja. Također, programi pod nazivom geografski informacijski sustavi (GIS)

omogućuju korištenje dodatnih informacija te posljedično bolje određivanje rubova kartiranog područja.

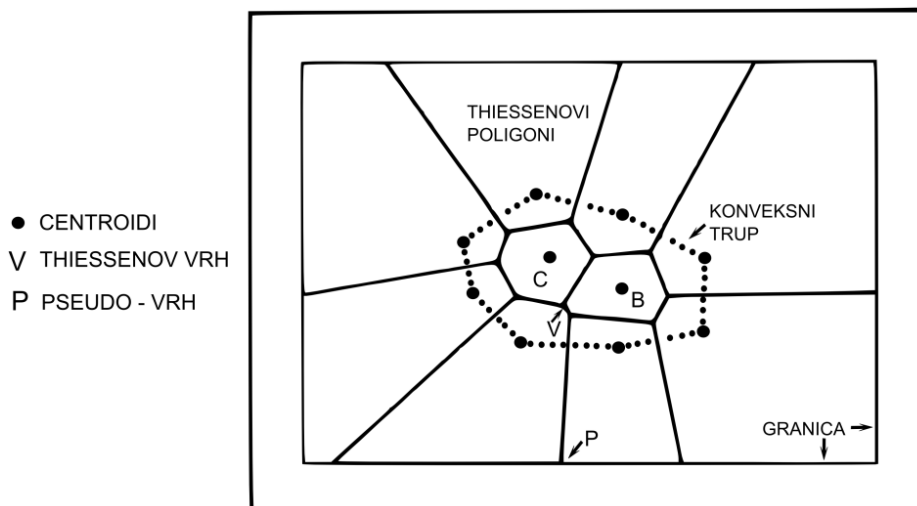
Mreža svih Thiessenovih poligona definiranih skupinom točaka naziva se Thiessenov dijagram, ili alternativno Voronoioiv dijagram, Wigner-Seitzove stanice ili Dirichletovo popločenje. Predložen je i više opisan te nepristran termin "proksimalan" poligon. Uobičajeno su proksimalni poligoni napravljeni pomoću okomite simetrale između svih susjednih točaka u skupu (**slika 2**). Glavni problem je definirati susjede svake točke skupa.



***Slika 2.** Primjer izrade okomite simetrale između dvije susjedne točke. Točke se spoje dužinom te se načine kružnice radijusa većeg od polovice njihove udaljenosti. Sjecište kružnica predstavlja okomitu simetralu koja će u konačnici predstavljati stranicu poligona.*

Skupovi N od n točaka zovu se centroidi, a nalaze se u ravnini (**slika 3**). Potrebno je naći skup točaka V u ravnini tako da je svaki $V_i \in V$ jednako udaljen i najbliži najmanje tri centroida.

Te točke nazvane su Thiessenovim vrhovima (engl. *vertices*). Thiessenov rub (engl. *edge*) može biti razdvojen s dva vrha ili neograničen u jednom smjeru. Predstavlja mjesto svih ravnomjernih točaka koje su najbliže dva centroida. Sam Thiessenov poligon definiran je kao položaj svih točaka bliže centroidu $C \in N$ nego bilo kojem drugom centroidu (**slika 3**). Ova definicija upućuje da su Thiessenovi poligoni konveksni. Skup centroida N određuje skup Thiessenovih poligona n . Skup svih poligona naziva se Thiessenov dijagram (**Brassel & Reif, 1979**).



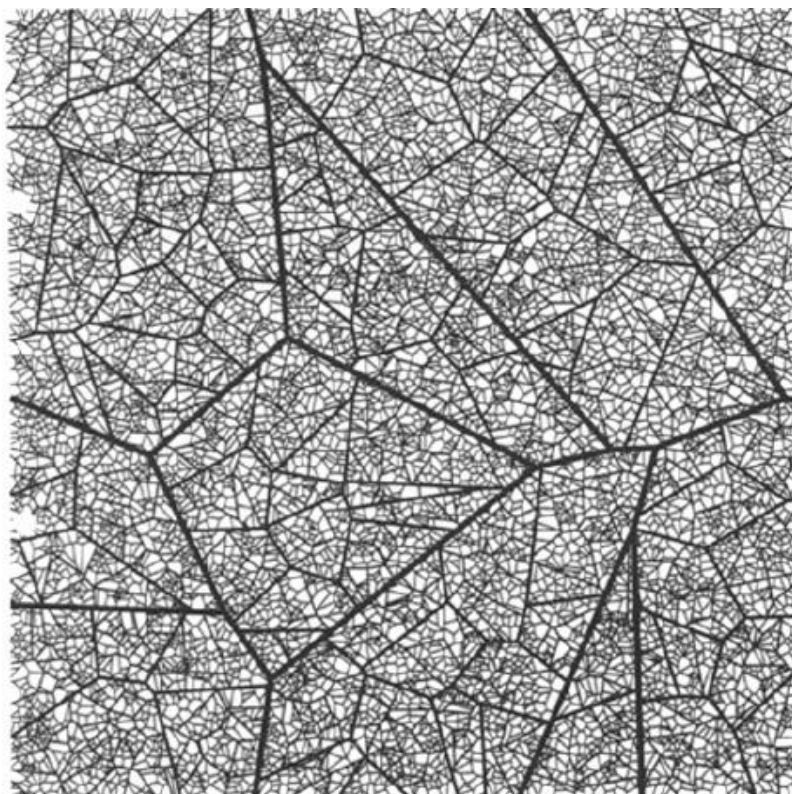
Slika 3. Izgled Thiessenovih poligona i elemenata potrebnih za njihovo definiranje (Brassel & Reif, 1979)

2.1.1. Voronoiov dijagram

Za dani skup točaka u prostoru, Voronoiov dijagram predstavlja razdvajanje prostora na ćelije, po jednu za svaku točku tako da je bilo gdje u prostoru najbliža točka unutar ćelije.

To je ekvivalentno metodi najbližeg susjedstva budući da se dodjeljuje vrijednost funkcije na određenoj točki na svim točkama unutar ćelije.

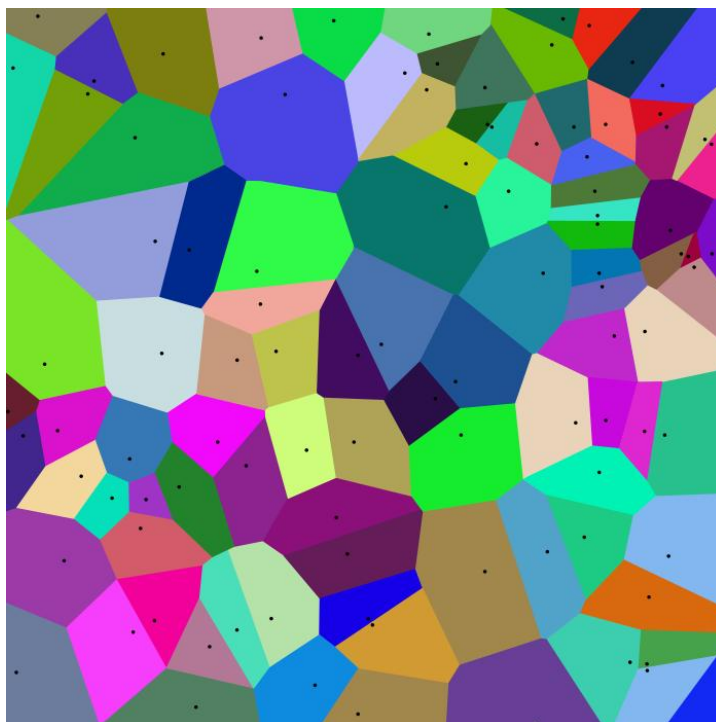
Shirrif (1993) je opisao kako proizvesti fraktalne uzorke rekurzivno stvarajući Voronoiove dijagrame na skupu podataka. Ovaj pristup je koristan u slučaju velikog broja podataka. Kreće se s malim skupom podataka na temelju kojeg se napravi Voronoiov dijagram. Potom se koristi gušći skup podataka kako bi se napravio novi dijagram unutar svakog područja prvog dijagrama. **Slika 4** prikazuje postupak koristeći 10, 100, 1000 i 10000 točaka tako da je svaki poligon u prosjeku podijeljen na 10 pod-poligona. Debljina linije je upola manja na svakoj sljedećoj rekurzivnoj razini kako bi se naglasile podjele.



Slika 4. Voronoi fraktal dobiven podjelom s 10. Četiri razine postupka imaju 10, 100, 1000 i 10000 točaka (Shirriff, 1993)

U GIS-u (geografski informacijski sustav, engl. *geographic information system*) postojeće mogućnosti za stvaranje Thiessenovog ili Voronoiovog dijagrama uobičajeno se usredotočuju na normalne točke (kojima nisu dodijeljeni težinski koeficijenti). Međutim, težinski dijagrami za linije i područja su korisniji u geoznanostima. Na primjer, određena područja mineraloškog istraživanja mogu se ocrtati ovisno o veličini alteracijskih zona (Dong, 2008).

Najjednostavnija interpolacijska metoda je smještanje najbliže vrijednosti podataka i pridruživanje iste vrijednosti, odnosno metoda Thiessenovih poligona. Kod jedne dimenzije rijetki su dobri razlozi za izbor ove vrste interpolacije umjesto linearne. No kod viših dimenzija, u multivarijantnoj interpolaciji, proksimalna interpolacija je prikladan izbor zbog svoje brzine i jednostavnosti. Primjer interpolacije najbližeg susjedstva nasumičnih točaka u 2D dan je na **slici 5**. Karakterizira je kolorni prikaz vrijednosti svakog područja/ćelije u kojima su točkasti podatci predstavljeni crnim točkama u ćelijama.



Slika 5. *Primjer interpolacije najbližeg susjedstva ili proksimalne interpolacije - obojeni 2D Voronoiov dijagram (izvor 2)*

2.1.2. *Metoda najbližeg susjedstva s težinskim koeficijentima*

Prethodno opisana metoda Thiessenovih poligona, odnosno metoda najbližeg susjedstva ili proksimalna interpolacija može biti i numerički pretvorena u „izjednačeni prikaz“ (engl. *smoothing view*) u tri dimenzije.

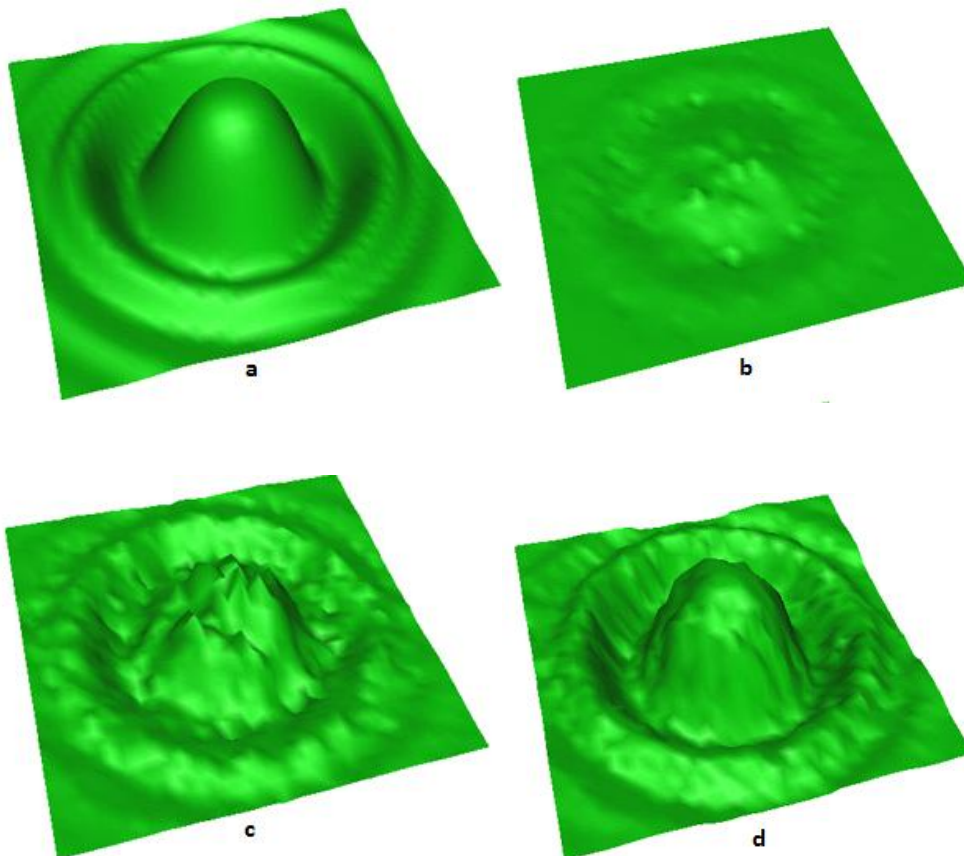
Metoda najbližeg susjedstva s težinskim koeficijentima predstavlja najjednostavniju metodu izjednačene (engl. *smoothly*) aproksimacije visinskih vrijednosti površine za određeni skup nasumično raspoređenih uzoraka (**izvor 3**).

Ako uzmemo da je N visina uzorka, tada imamo trostruki $N (x_i, y_i, z_i)$. Potrebno je procijeniti visinu z prema položaju na površini (x, y) . Ova metoda se ponekad naziva i metodom inverzne udaljenosti jer je procjena od z dana sljedećim izrazom (2):

$$z = \begin{cases} \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{z_i}{[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]^{p/2}}}{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]^{p/2}}} & x_i \neq x \text{ ili } y_i \neq y \\ z_i & x_i = x \text{ i } y_i = y \end{cases} \quad (2)$$

gdje vrijednost p određuje relativni utjecaj udaljenih uzoraka. Nazivnik određuje koliko je blizu točka koja se procjenjuje od ostalih uzoraka. Naravno, ukoliko je uzorak blizu, tada ima veći utjecaj na procjenu nego da je udaljen (**izvor 3**).

Sljedeći primjer prikazuje rekonstrukciju površine na temelju 1000 uzoraka. Procjena je detaljnija s većim vrijednostima p (**slika 6**) što vidimo usporedbom s originalnom površinom.

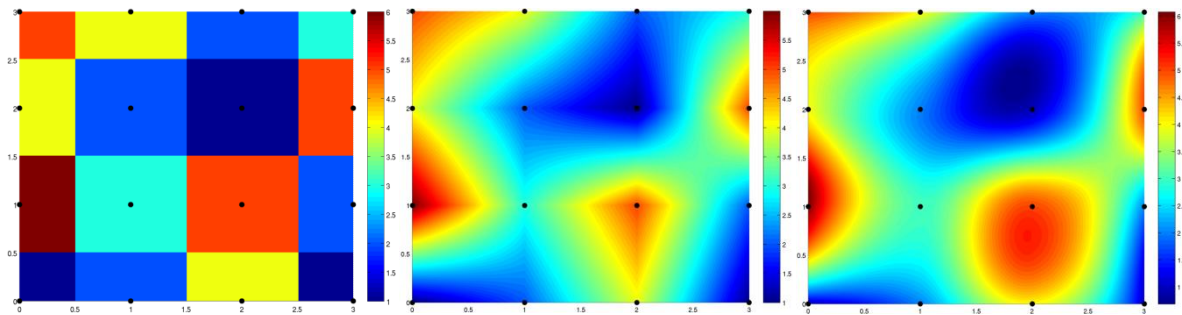


Slika 6. Primjer metode najbližeg susjedstva s težinskim koeficijentima na temelju 1000 uzoraka. Povećanjem vrijednosti p dobije se detaljnija procjena: a) originalna površina; b) izgled površine za $p = 1$; c) izgled površine za $p = 2$; d) izgled površine za $p = 6$ (**izvor 3**).

2.2. Mogućnost prostorne interpolacije

Funkcija koja se interpolira poznata je na određenim točkama (x_i, y_i, z_i, \dots) , a interpolacijski problem čini određivanje vrijednosti na proizvoljnim točkama (x, y, z, \dots) .

Prethodno opisana metoda najbližeg susjedstva može se koristiti za funkcije u pravilnoj mreži (s prethodno definiranim, ne nužno ujednačenim razmakom) u bilo kojoj dimenziji. Za 2D multivarijantu interpolaciju na pravilnoj mreži koriste se brojne metode od kojih su najpoznatije: Barnesova interpolacija, bilinearna interpolacija (s dvije linije), bikubična interpolacija (**slika 7**), metoda inverzne udaljenosti, kriging te već spomenuta proksimalna interpolacija (**izvor 4**).



*Slika 7. Primjer različitih metoda interpolacije na pravilnoj mreži. S lijeva na desno prikazane su sljedeće metode: metoda najbližeg susjedstva, bilinearna interpolacija te naposljetku bikubična interpolacija (**izvor 4**).*

Od navednih vrsta interpolacije u slučaju nepravilne mreže (raspršenih podataka) mogu se koristiti tri posljednje navedene metode interpolacije: proksimalna, inverzna udaljenost te kriging.

U ovom seminaru na području Bjelovarske subdepresije bit će korištena metoda najbližeg susjedstva te kriging koji je detaljnije opisan u sljedećem potpoglavlju.

2.3. Metoda kriginga

Metoda kriginga predstavlja naprednu statističku metode procjene kojom se procjenjuju vrijednosti regionalizirane varijable u odabranim točkama mreže. Prethodi joj određivanje prostorne zavisnosti, odnosno variogramska analiza. Regionalizirana varijabla često je i slučajna varijabla, jer mreža točkastih uzoraka za bilo koju varijablu nikada ne može sa sigurnošću predstavljati statistički potpuno reprezentativni uzorak za neki volumen (npr. stijene) koji se analizira.

Kriging i njegove izvedenice (kokriging i stohastičke simulacije) zajednički su određene kao „najbolji linearni nepristrani procjenitelji“ (engl. *best linear unbiased estimators* – BLUE). Linearnost procjene dana je izrazom (3) koji se kasnije raspisuje u obliku matričnih jednadžbi.

$$Z_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i \times Z_i \quad (3)$$

Vrijednosti varijable na odabranoj lokaciji (Z_k) procjenjuju se na temelju postojećih okolnih vrijednosti (Z_i). Svakom podatku pridružen je i odgovarajući težinski koeficijent (λ) kojim se opisuje utjecaj tog mjerenog podatka na vrijednost varijable koja se procjenjuje (3). Što je vrijednost λ veća, točka je prostorno bliža točki procjene i jače utječe na nju. Zbroj svih težinskih koeficijenata jednak je 1 (osim kod tehnike jednostavnog kriginga).

Metoda kriginga obuhvaća brojne tehnike koje se razlikuju po obliku matričnih jednadžbi, tj. prema vrsti i području podataka na koje se primjenjuju. To su, kao možda najčešće tehnike: jednostavni kriging (engl. *Simple Kriging*), obični kriging (engl. *Ordinary Kriging*), indikatorski kriging (engl. *Indicator Kriging*), univerzalni kriging (engl. *Universal Kriging*) i disjunktivni kriging (engl. *Disjunctive Kriging*). Kod jednostavnog kriginga, kao osnovne tehnike, matrična jednadžba (4) glasi:

$$\begin{pmatrix} \gamma(Z_1 - Z_1) & \gamma(Z_1 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_1 - Z_n) \\ \gamma(Z_2 - Z_1) & \gamma(Z_2 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_2 - Z_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma(Z_n - Z_1) & \gamma(Z_n - Z_2) & \dots & \gamma(Z_n - Z_n) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(X_1 - X) \\ \gamma(X_2 - X) \\ \vdots \\ \gamma(X_n - X) \end{pmatrix} \quad (4)$$

gdje su:

γ - vrijednost semivariograma na udaljenosti dviju točaka;

λ - težinski koeficijent za lokaciju 'i';

$Z_1 \dots Z_n$ - mjerene vrijednosti u točkama.

Međutim, kod jednostavnog kriginga nije ispunjen uvjet da je procjena nepristrana (engl. „*unbiased*”). Sve ostale tehnike kriginga imaju dodane neke „faktore ograničenja” (engl. *constraint*) čime je u potpunosti zadovoljen uvjet jednadžbi kriginga nazvan BLUE (engl. *Best Linear Unbiased Estimator*).

Tehnika kriginga korištena u ovome radu je obični kriging. To je najčešće upotrebljavana tehnika kriginga. Vrijedi pretpostavka da lokalna srednja vrijednost nije jednaka ili približna srednjoj vrijednosti svih podataka (Malvić i sur., 2008). Prilikom procjene koristi se lokalna varijanca samo onih podataka unutar elipsoida pretraživanja, što je korisno u slučaju manjeg broja ulaznih podataka (oko 15 ili 20). Tada globalna varijanca često ne ocrta lokalne promjene pa odstupanja procjene i srednje vrijednosti mogu biti velike. U tehnici običnog kriginga minimiziran je iznos varijance kriginga pomoću linearnog vanjskog parametra, nazvanog Lagrangeov faktor (μ). Faktor ograničenja minimizira pogrešku pa procjena postaje nepristrana. Uvjet prilikom procjene tehnikom običnog kriginga je da je zbroj svih težinskih koeficijenata jednak 1 (Malvić i sur., 2008). Matrična jednadžba tehnike običnog kriginga glasi (5):

$$\begin{bmatrix} \gamma(Z_1 - Z_1) & \gamma(Z_1 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_1 - Z_n) & 1 \\ \gamma(Z_2 - Z_1) & \gamma(Z_2 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_2 - Z_n) & 1 \\ & & & & 1 \\ \gamma(Z_n - Z_1) & \gamma(Z_n - Z_2) & \dots & \gamma(Z_n - Z_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(X_1 - X) \\ \gamma(X_2 - X) \\ \dots \\ \gamma(X_n - X) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdje su:

γ - vrijednost variograma;

$z_1 \dots z_n$ - stvarna vrijednost na lokaciji 1 do n;

x - lokacija u kojoj se procjenjuje nova vrijednost;

μ - Lagrangeov faktor.

Prema izrazu (5) procijenjena vrijednost je zbroj svih točaka otežanih odgovarajućim koeficijentom (Malvić i sur., 2008).

Metoda običnog kriginga potvrđena je brojnim radovima kao najbolja metoda prikaza prostorne distribucije ležišnih varijabli (npr. Malvić i Đureković, 2003; Balić i sur., 2008; Malvić, 2008).

3. PREGLED GEOLOŠKE EVOLUCIJE KARTIRANOG PROSTORA TIJEKOM NEOGENA I KVARTARA

Na području Bjelovarske subdepresije stijene su podijeljene u dvije različite skupine. Prva skupina obuhvaća mlađe sedimente neogensko-kvartarne starosti dok druga skupina obuhvaća starije stijene paleozoika i mezozoika. Te dvije skupine se osim po starosti razlikuju i po litologiji. Mlađe neogensko-kvartarne naslage su klastične dok stariju skupinu stijena u njihovoj podini izgrađuju mezozojski karbonati ili paleozojski magmatiti i metamorfiti. Kronostratigrafska podjela te dvije skupine stijena unutar Dravske depresije prikazana je na slici 8 (Malvić, 2003), uz navođenje litostratigrafije važeće na neogensko-kvartarni slijed. U nastavku slijedi detaljniji opis gornjomiocenskih sedimenata.

STAROST	LITOSTRATIGRAFSKE JEDINICE DRAVSKE POTONINE		Regionalni EK markeri			
K E N O Z O I K	KVARTAR	PLIOCEN DACEI FORMACIJA	D'			
		FORMACIJA LONJA				
	NEOGEN	Q. FONT FORMACIJA	BILOGORA			
		MIOCEN	FORMACIJA KLOŠTAR-IVANIĆ	cabunski član	cabunski lapor	Δ ₁
				pepelarski pješčenjaci		D ₂
				graberski čl.	graberski lap.	D ₃
				poljanski pješčenjaci		R ₄ D ₄
		lepsički lapor		Z'		
		OČENI PANON	FORMACIJA IVANIĆ-GRAD	zagrebački član		R ₄
				ckolski pješčenjaci		R ₅ D ₅
D. PANON	FORMACIJA MOSLAVAČKA GORA	koprivnički pješčenjaci	križevački član	R ₅		
		član Mosti	čeralijski član	R ₇		
MEZOZOIK I PALEOZOIK	STIJENE U PODLOZI TERCIJARNOG SISTEMA			Pt/Tg		

Slika 8. Litostratigrafske jedinice Dravske subdepresije (Šimon, 1968, preneseno iz Malvić, 2003)

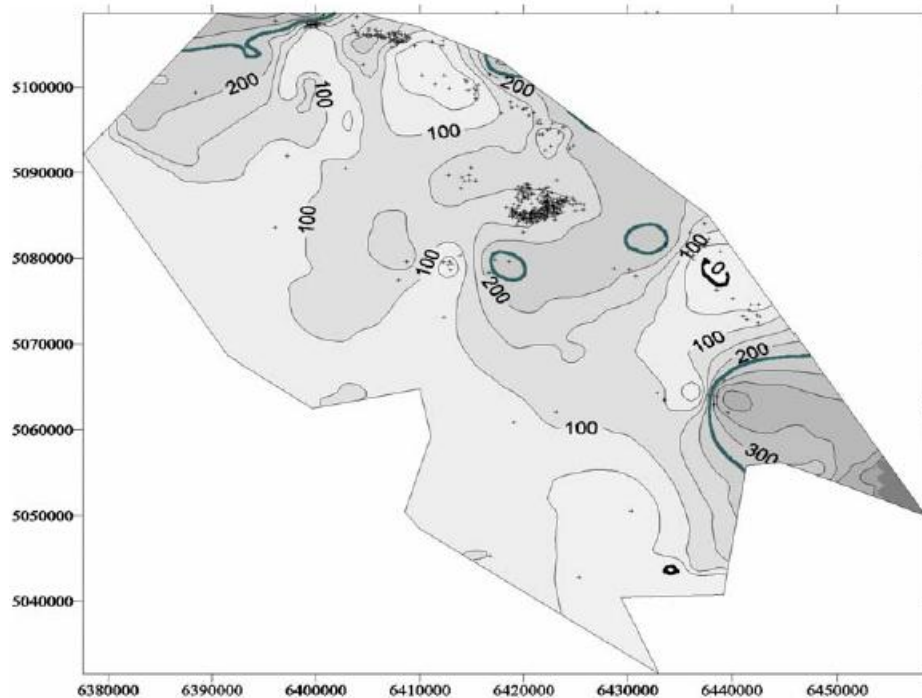
3.1. Taložne stijene gornjega panona – formacija Ivanić-Grad

Sedimenti formacije Ivanić-grad prema vremenu taloženja odgovaraju gornjem panonu. U starijim bušotinama često su označeni kao *Banatica-naslage* prema fosilnom školjkašu *Congeria banatica*. EK-marker Rs5 predstavlja granicu u podini prema formaciji Moslavačka gora, a EK-marker Z' prema formaciji Kloštar-Ivanić u krovini (Malvić, 2003).

Formacija započinje lipovačkim laporom, a nastavlja se zagrebačkim članom ili njegovim bočnim ekvivalentom okolskim pješčenjacima (Šimon, 1968). Prema Vrbancu (1996) u vrijeme gornjeg panona područja Panonskog bazenskog sustava u kojima se odvijalo taloženje prekrivala je slatka voda različite dubine.

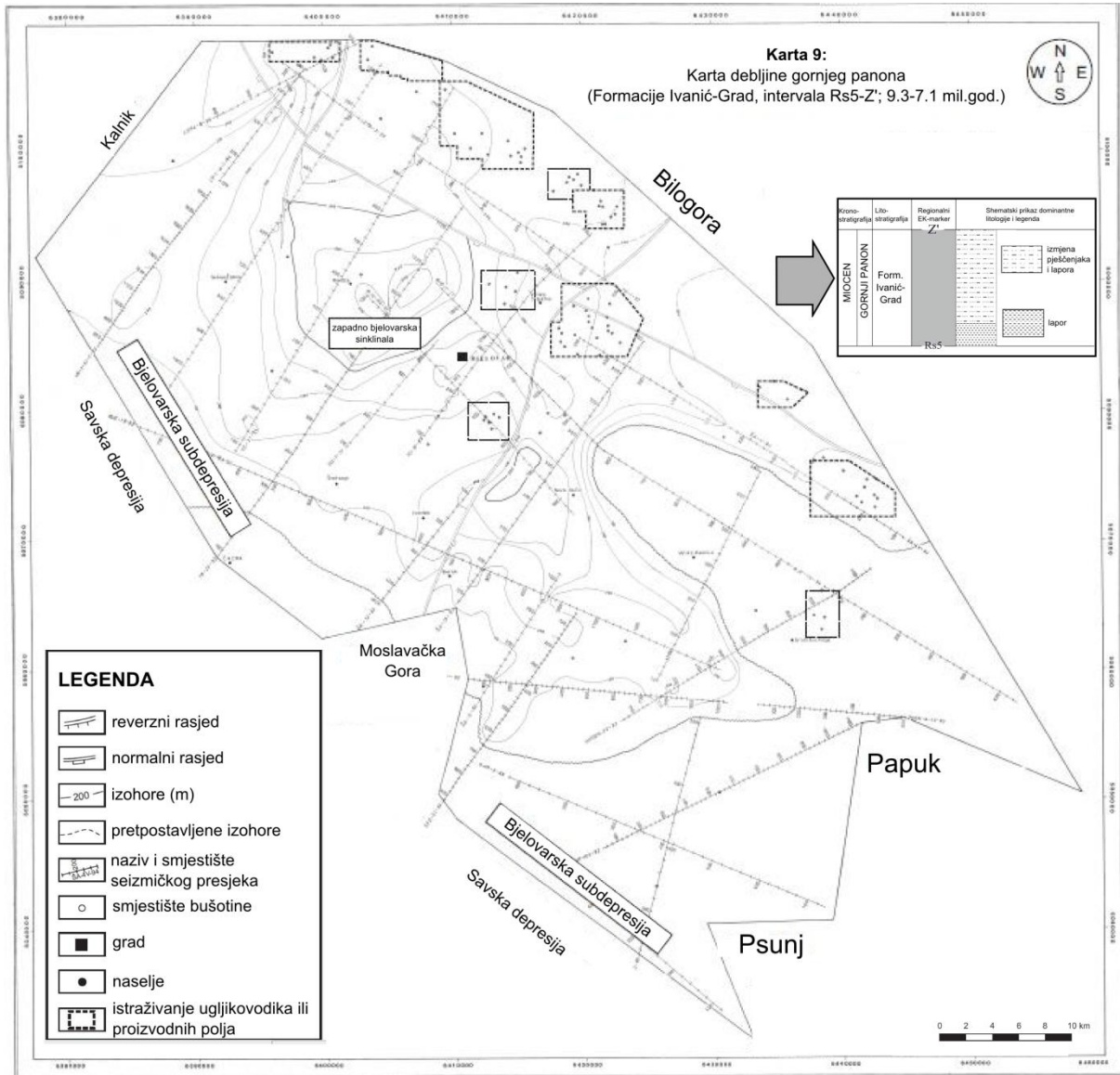
Na mnogim mjestima je bilo teško odvojiti pojedine članove te odrediti granicu posebno prema formaciji Moslavačka gora zbog slabo očuvanih, oskudnih i neprovodnih fosilnih ostataka. Gornjopanonska starost određena je uglavnom na temelju rodova ostrakoda, silikoplacentina i foraminifera.

Središnji dijelovi subdepresije ponovno su izronili kao kopno pa npr. na strukturi Pavljani nedostaje lipovački lapor. U drugim dijelovima subdepresije nastavljena je neprekinuta sedimentacija kroz cijeli gornji panon (Malvić, 2003). Debljine formacije Ivanić-Grad prikazane su na slici 9.



Slika 9. Karta debljina formacije Ivanić-Grad dobivena isključivo iz bušotinskih podataka tehnikom običnoga kriginga i neusmjerenim variogramskim modelom (Malvić, 2003)

Karta debljina Ivanić-Grad formacije načinjena ručno prikazana je **slikom 10**. Uz bušotine ima i seizmičke profile kao ulaz. Sadrži veliku diskordanciju na istoku. Glavni normalni rasjedi uzrokovali su značajne promjene debljina sa maksimumom (>800 m) unutar zapadno-bjelovarske sinklinale.

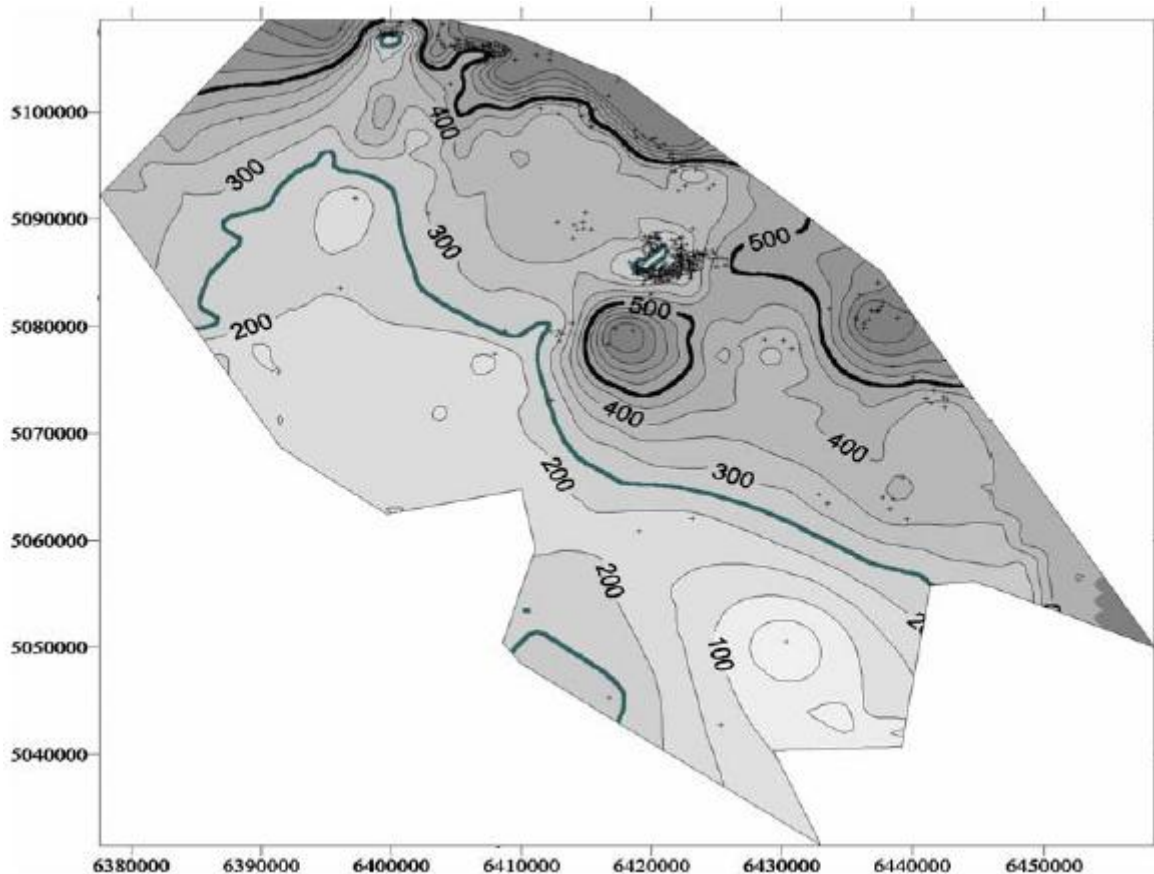


Slika 10. Strukturna karta Bjelovarske subdepresije formacije Ivanić-Grad dobivena iz bušotinskih i seizmičkih podataka ručnom interpolacijom i ucrtavanjem rasjeda (Malvić, 2011)

3.2. Taložne stijene donjega pontu – formacija Kloštar-Ivanić

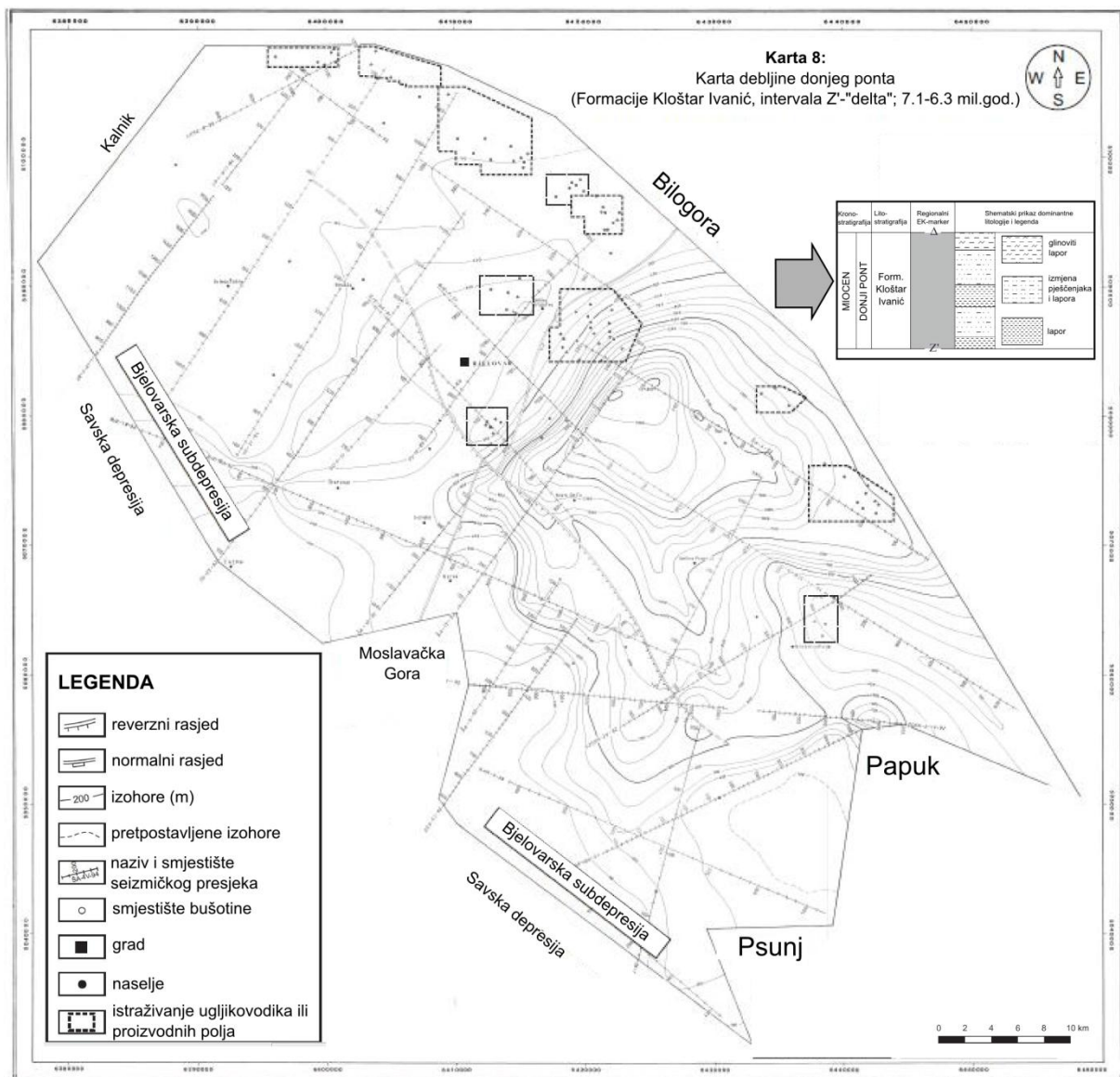
Sedimenti formacije Kloštar-Ivanić često se nazivaju naslagama *Abichi* prema fosilnom školjkašu *Paradacna abichi*. Vrijeme taloženja približno odgovara donjem pontu. Najstarije naslage pripadaju lepsićkom laporu, a zatim slijede poljanski pješčenjaci, graberski lapor, pepelanski pješčenjaci i cabunski lapor. Kod izrazite dominacije nepropusnih sedimenata svi ti članovi prelaze u jedan, nazvan lapor Kloštar-Ivanić (**Šimon, 1968**). Ek-marker Z' predstavlja granicu prema formaciji Ivanić-Grad u podini, a EK-marker Δ granicu s formacijom Bilogora u krovini. Litotologiju karakterizira izmjena različitih tipova pješčenjaka i lapora. Laporoviti članovi pretežito su litološki homogeni, a izuzetak je povećanje pješčane komponente pri vrhu lepsićkog lapora. U najmlađem članu, cabunskom laporu, prevladava glinovita komponenta. Pješčenjački članovi nisu homogeni i često sadrže proslojke lapora. Prema jugu i jugoistoku subdepresije pješčenjak gotovo potpuno nestaje (**Malvić, 2003**).

U najdubljim dijelovima prostora nalazi se velik udio propusnih sedimenata gdje su ih donijele turbiditne struje (**Malvić 2003, 2012**). Mali dio moguće potječe s uzdignutih, rubnih područja (**Novak Zelenika i sur., 2013**). Glavnina pješčanog detritusa su prema **Roydenu (1988)** bile Istočne Alpe. U razdoblju između aktivnosti dviju turbiditnih struja većinom je taložen lapor. Cijeli prostor je za vrijeme donjeg pontu bio prekriven vodom budući da su svugdje zabilježeni svi članovi. **Vrbanac (1996)** navodi da se u donjem pontu stvara veza između Panonskog i Dacijskog bazena, pa voda postaje „kaspibrakična“, a fauna slična. Fosili ukazuju na nastavak oslađivanja prema mlađim naslagama, što upućuje da taložna sredina prelazi iz brakične u slatkovodnu. Debljine formacije Kloštar-Ivanić ocrtane su na karti na **slici 11**.



Slika 11. Karta debljina formacije Kloštar-Ivanić dobivena isključivo iz bušotinskih podataka tehnikom običnoga kriginga i neusmjerenim variogramskim modelom (Malvić, 2003)

Karta debljina donjeg pontona pokazuje na diskordanciju na istoku i jugu (**slika 12**). Učrtani su glavni normalni i reverzni rasdjed. Najveće debljine (više od 2000 m) nalaze se na sjeveroistoku, a najmanje (manje od 100 m) na sjeverozapadu i jugu.



Slika 12. Strukturna karta Bjelovarske subdepresije formacije Kloštar-Ivanić dobivena iz bušotinskih i seizmičkih podataka ručnom interpolacijom i ucrtavanjem rasjeda (Malvić, 2011)

3.3. Primjer palinspastičke rekonstrukcije u prostoru bliskom istraživanom (struktura Kloštar) te osvrt na regionalni razvoj struktura

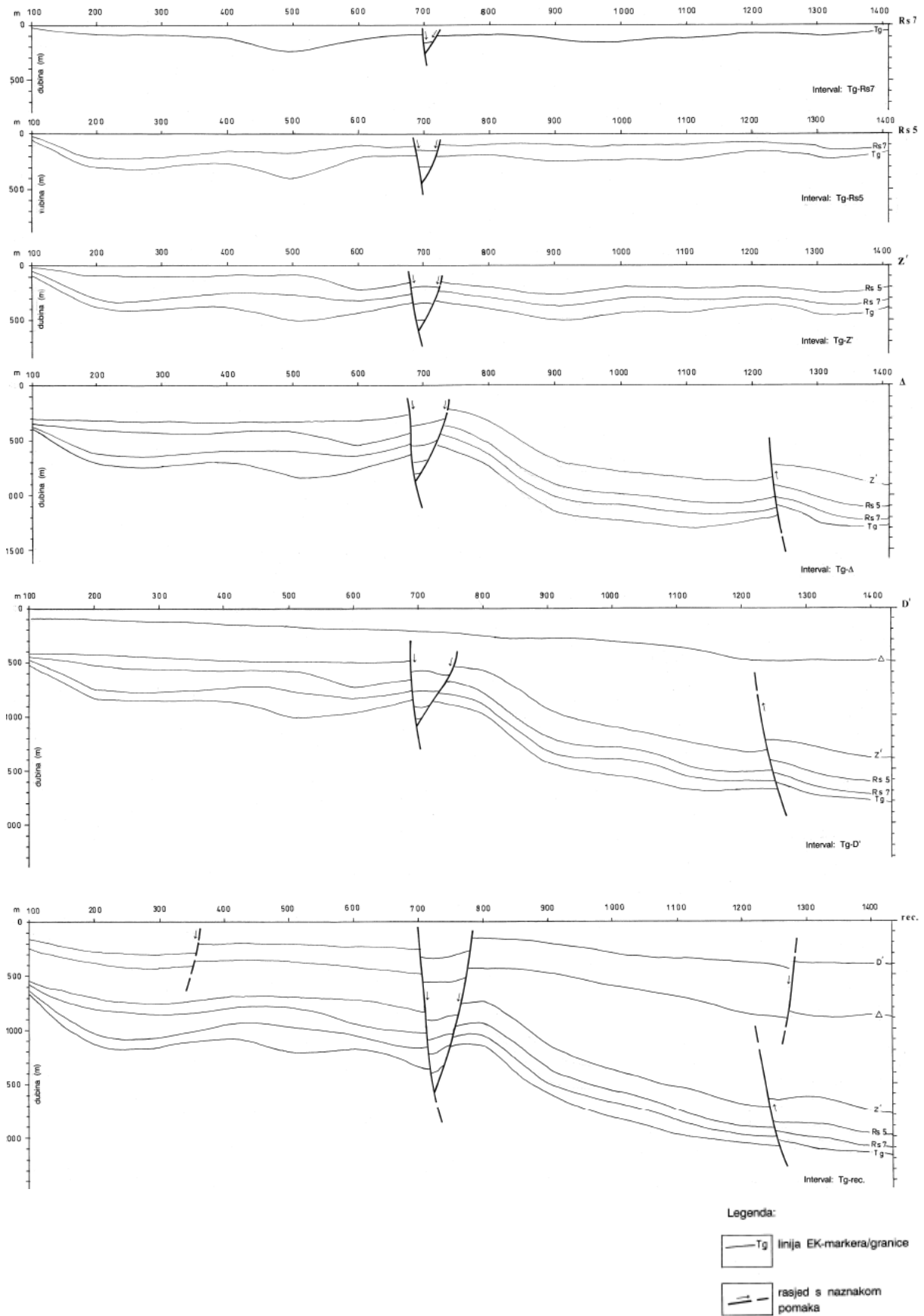
Izraz „palinspastički“ prvi je uveo **Kay (1937)** za paleogeografsku i/ili paleotektonsku kartu na kojoj su prikazani oblici postavljeni u prijašnji položaj koji najviše odgovara njihovim originalnim smjestaštima. Maksimalan broj paleostrukturnih karti koje je moguće načiniti za neki skup kartiranih površina definiran je **jednadžbom 6** (npr. **Hernitz i Jurak, 1973**):

$$N = \frac{(n^2 + n)}{2}, \quad (6)$$

gdje je vrijednost N ukupni broj karata, a n broj kartiranih jedinica. Na području Bjelovarske subdepresije kartirano je 5 EK-markera (D' , Δ , Z' , $Rs5$, $Rs7$) i jedna granica (Pt/Tg), znači da je ukupno moguće načiniti 21 paleostrukturu kartu, odnosno 21 kartu debljina i strukturu kartu (**Malvić, 2003**).

U disertaciji (**Malvić, 2003**) je izrađeno ukupno 5 karti debljina: formacija Bilogora (intervala $D' - \Delta$); formacija Kloštar-Ivanić (intervala $\Delta - Z'$); formacija Ivanić-Grad (intervala $Z' - Rs5$); član Križevci, formacija Moslavačka gora (intervala $Rs5 - Rs7$) i član Mosti, formacija Moslavačka gora (intervala $Rs7 - Pt/Tg$). Iz njih je izrađen palinspastički profil na **slici 13**. Na njemu se vidi razvoj struktura, uz obradu interpretacije kako takva rekonstrukcija podrazumijeva da su današnje debljine ujedno i cjelovite i nisu smanjivane, osim neznatno kompakcijom, nakon taloženja. Takva aproksimacija se za analizirani prostor Bjelovarske subdepresije može prihvatiti, jer je unutar nje jedino istočni dio prošao veliku regionalnu eroziju/izostanak taloženja, danas izraženu diskordancijom.

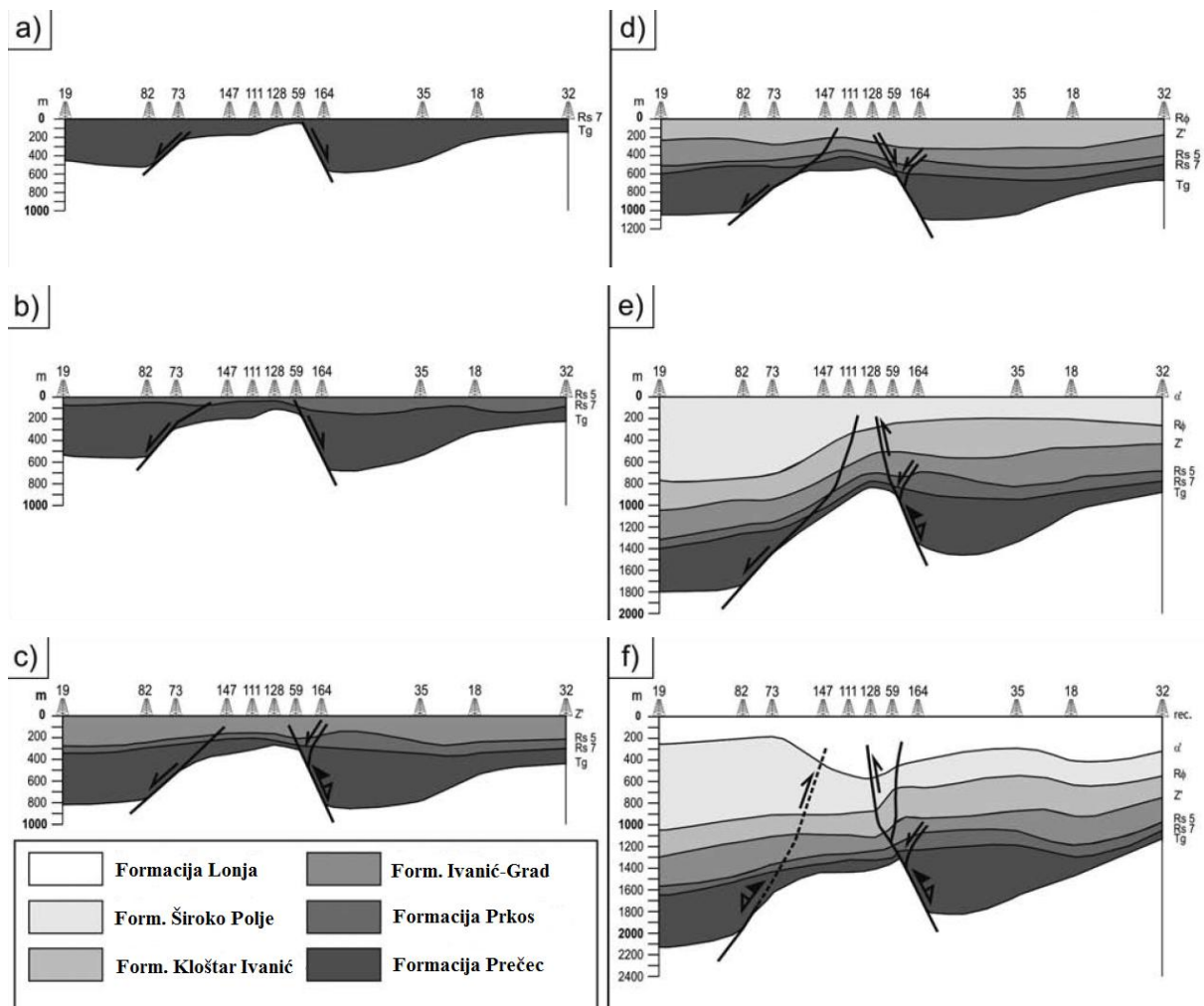
Slika 13 odgovara pružanju profila BJE-19A-92. Uzdužan je na pružanje bjelovarske subdepresije. Pružanja je zapad/sjeverozapad-istok/jugoistok. Nalazi se u južnom dijelu subdepresije i prelazi preko sjevernih obronaka Moslavačke gore te ide dalje u dublji, istočni dio prostora. U tom dubljem dijelu granica Tg nalazi se na dubini od blizu 2000 m. Rasjedi koji su zabilježeni na opisanom prilogu su *glavni* i *sporedni normalni rasjedi uleknine* te *glavni reverzni rasjed uleknine*. Normalni rasjedi oblikovali su prostor između njih kao *inverznu cvjetnu strukturu* imenovanu *struktura Berek*. Na istoku je paraklaza reverznog rasjeda položena vrlo strmo, gotovo pod kutom od 85° , ali to je uglavnom posljedica toga što je profil presjekao trasu rasjeda pod relativno blagim kutom od 40° (**Malvić, 2003**).



Slika 13. Palinspastički profil Bjelovarske subdepresije pružanja zapad/sjeverozapad-istok/jugoistok (Malvić, 2003)

Dominacija aktivnosti normalnih rasjeda je povezana s ekstenzijskim razdobljem koje je svoj maksimum (ali i završetak) imalo otprilike krajem srednjega miocena, dok je aktivnost reverznih rasjeda vezana uglavnom za gornji miocen i mlađa razdoblja (Malvić, 2003).

Slična palinspastička rekonstrukcija neogenskih i kvartarnih sedimentata načinjena je i u polju Kloštar (slika 14), strukturi relativno zemljopisno bliskoj istraživanom prostoru (Velić i sur., 2009).



Slika 14. Palinspastička rekonstrukcija tektonike neogenskih i kvartarnih sedimentata u Kloštar polju (Velić i sur., 2009)

Normalno rasjedanje se može promatrati na slici 14a-d. Debljina i vertikalni oblik najstarije formacije Prečec je najviše bio pod utjecajem paleoreljefa (slika 14a). Formacija Prkos (slika 14b) starosti donji panon je nešto tanja u odnosu na formaciju Prečec, a i mlađe formacije. To je rezultat 1. transpresijske faze u HPBS-u koja je bila aktivna tijekom sarmata, a očito i ovdje tijekom donjeg panona.

Formacije Ivanić-Grad (**slika 14c**) i Kloštar Ivanić taložene su za vrijeme 2. transtenzije, odnosno tijekom taloženja velikih količina pijeska i silta u brakični jezerski okoliš. Turbiditne struje su predstavljale glavni transportni mehanizam takvog detritusa (**Malvić i Jović, 2012**). Formacija Kloštar Ivanić taložena je bez mnogo tektonskog utjecaja (**slika 14d**). To je razdoblje tektonskog smirivanja i promjene glavnog tipa pomicanja. Debljina najmlađih formacija (Široko Polje i Lonja) je mnogo veća od debljine najstarije formacije Prečec. To osobito vrijedi za južni dio formacije Široko Polje (**slika 14e**), odnosno glavno područje taloženja se premjestilo na jugozapad kao što se vidi na presjeku (**Velić i sur., 2009**). Najmlađe formacije (Široko Polje i Lonja) su ujedno i najdeblje zbog lokalnog taloženja. Normalno rasjedanje više nije dominantno, a glavni normalni rasjed (na sjeveroistočnoj strani velike izdignute središnje strukture) je reaktiviran kao reversni rasjed što upućuje na prijelaz u transpresijsku fazu. Na **slici 14f** može se vidjeti inverzija strukture u formaciji Lonja. Zbog toga je cijeli središnji dio strukture postupno tonuo (iako je opažena transpresijska tektonika). Talozenje na cijelom području Kloštar polja najviše je bilo pod utjecajem najvećih rasjednih područja. To je bilo područje sjevernog rubnog transverzalnog rasjeda Savske depresije sa smjerom nagiba SI – JZ. Karakter rasjeda mijenja se uzduž smjera nagiba, od normalnog na sjeveru do reverznog na jugu. Vertikalni pomak duž granica formacija iznosi u prosjeku do 50 m s maksimumom u donjem pontu kada dugotrajna transtenzija postupno prelazi u transpresijsko razdoblje. Taj rasjed je bio uzrokom što je cijela struktura predstavljala plitak (do 200 m dubine) taložni jezerski okoliš tijekom gornjeg miocena. Također je odigrao važnu ulogu u kasnijoj sedimentaciji i konačnoj emerziji u kvartaru (**Velić i sur., 2009**).

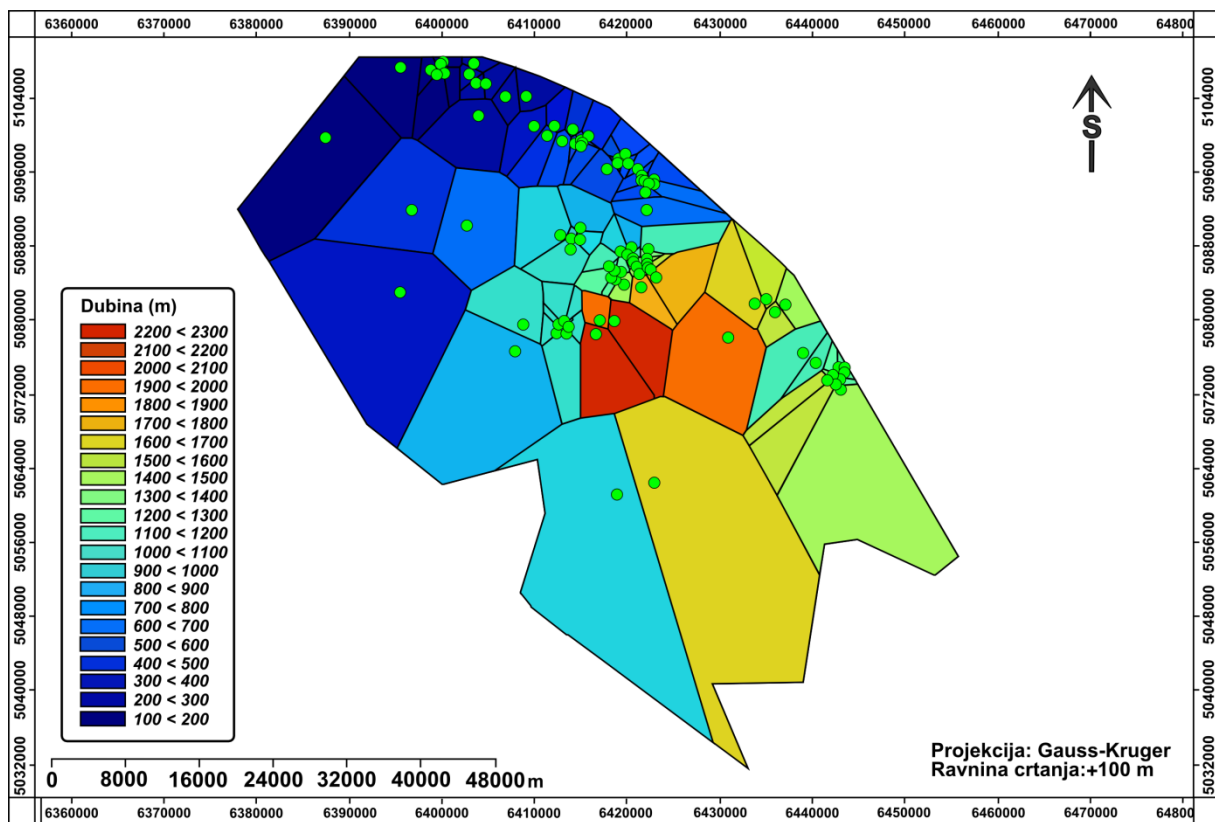
4. PRIMJERI DVAJU PRISTUPA INTERPOLACIJI

Metode primjenjene u ovome radu odnose se na procjenu vrijednosti dubina metodom Thiessenovih poligona i običnim krigingom na području Bjelovarske subdepresije temeljene na postojećim bušotinskim podacima iz **Malvić, 2003**.

Istraživano područje Bjelovarske subdepresije ograničeno je poligonom čiji su vrhovi na sljedećim Gauss-Krügerovim koordinatama (X,Y): 6377800 – 5091900, 6390900 – 5108400, 6404000 – 5108400, 6409800 – 5106600, 6418000 – 5102800, 6437800 – 5085000, 6458100 – 5050400, 6444600 – 5056200, 6441200 – 5055800, 6439000 – 5040900, 6429100 – 5040600, 6433000 – 5031500, 6409900 – 5048600, 6408400 – 5050500, 6411000 – 5059300, 6410200 – 5064900, 6400000 – 5062300, 6392000 – 5068500.

4.1. Primjena poligonalne metode na području Bjelovarske subdepresije

Karta Thiessenovih poligona Bjelovarske subdepresije izrađena je u programu SAGA GIS 2.1.0. (slika 15).

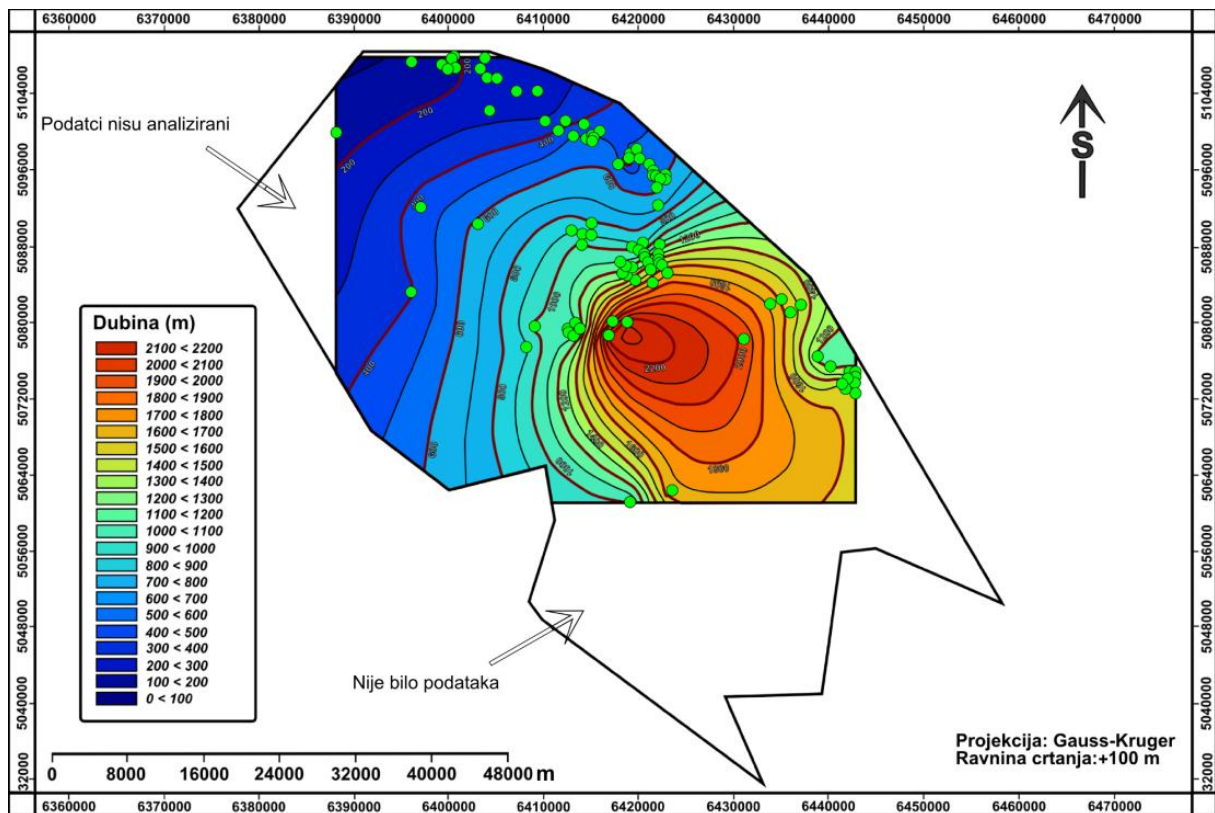


Slika 15. Thiessenovi poligoni unutar Bjelovarske subdepresije prikazani bojama koje odgovaraju vrijednosti dubine u određenim točkama

Broj točkastih podataka dubina izravno očitanih sa strukturne karte EK-markera Z' iznosi 96. Izrađena karta daje kolorni prikaz vrijednosti dubine, odnosno svaki je poligon poprimio boju koja odgovara dubini točke koja se u njemu nalazi. Podatci nisu ravnomjerno raspoređeni, većinom su grupirani u sjevernom i središnjem dijelu subdepresije. Budući da ova metoda daje zonalnu procjenu i područja za koje nemamo podatke, procijenjene su vrijednosti dubina i za južni i jugoistočni dio polja (na karti po EK-markeru Z' taj dio je odvojen diskordancijom). Najveće vrijednosti dubina nalaze se u središnjem dijelu polja, dok su najmanje na sjeverozapadnom dijelu.

4.2. Primjena kriginga na istraživanom području Bjelovarske subdepresije

Karta kriginga Bjelovarske subdepresije izrađena je u programu SAGA GIS 2.1.0. (slika 16). Prvo što se može zamijetiti je da cijela subdepresija nije analizirana, odnosno nisu načinjene procjene dubina u zapadnom i južnom dijelu polja koji se nalaze dalje od krajnjih raspoloživih bušotinskih podataka. Međutim, metoda kriginga dala je detaljniju procjenu dubina gdje se vidi postupno povećanje dubine od sjevernog prema središnjem dijelu subdepresije.



Slika 16. Karta dobivena krigingom za varijablu „dubina“ na području Bjelovarske subdepresije

4.3. Usporedba metoda postupkom krosvalidacije

Pouzdanost napravljene karte može se odrediti numeričkim metodama od kojih je najpoznatija metoda krosvalidacije (engl. *cross-validation*) ili numerička procjena pogriješke. Predstavlja jednostavnu numeričku metodu koja se upotrebljava za provjeru uspješnosti procjene određenom interpolacijskom metodom ili tehnikom (npr. **Husanović i Malvić, 2014**). Temelji se na uklanjanju vrijednosti mjerene na odabranome mjestu i određivanju nove vrijednosti na istome mjestu, uzevši u obzir preostale podatke. Uspoređuje se razlika izvorne i procijenjene vrijednosti na istoj lokaciji te se računa njen kvadrat.

Na kraju se zbrajaju kvadrati razlika sa svih postojećih lokacija i dobije konačan rezultat krosvalidacije (7), poznat i kao numerička pogriješka procjene ili srednja kvadratna pogriješka procjene (engl. *mean square error – MSE*). Jednadžba krosvalidacije glasi:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\text{izmjerena vrijednost} - \text{procjena})_i^2 \quad (7)$$

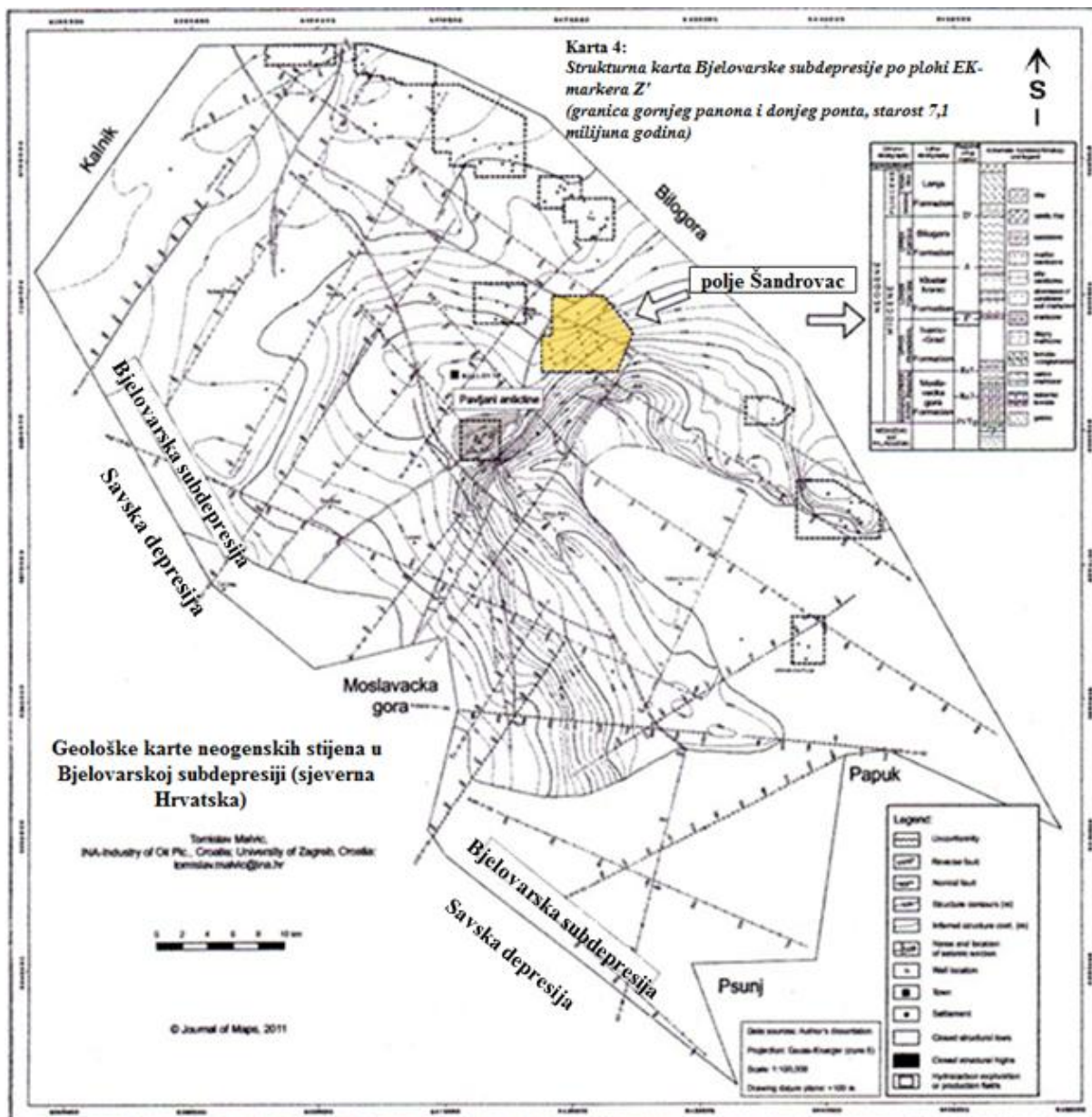
gdje je:

MSE = srednja kvadratna pogriješka (kros-validacija) procjene odabrane metode,
izmjerena vrijednost = izmjerena vrijednost odabrane varijable na bušotini „i“,
procjena = procijenjena vrijednost odabrane varijable na bušotini „i“.

Ne postoji okvirna vrijednost krosvalidacije koja određenu metodu definira kao pouzdanu ili prihvatljivu jer je metoda neosjetljiva na usporedbu rezultata s različitim brojem analiziranih lokacija. No, moguća je usporedba takvih vrijednosti za isti skup ulaznih podataka uporabljenih u dvije interpolacijske metode (npr. **Malvić, 2008**). Tada metoda procjene koja ima nižu vrijednost krosvalidacije predstavlja metodu s manjom pogriješkom, odnosno bolju metodu za pojedinačni slučaj.

Metoda krosvalidacije primijenjena je u ovome radu na primjeru polja Šandrovac površine oko 38 km² koje je smješteno u sjeveroistočnom dijelu Bjelovarske subdepresije (**slika 17**). Predstavlja tipičnu izdignutu strukturu HPBS-a, a današnja topografija većinom je pod djelovanjem Bilogore koja je izdignuta u pliocenu, pleistocenu i holocenu.

Bušotinski podatci polja Šandrovac izravno su očitani sa strukturne karte EK-markera Z' gdje se unutar polja nalazi 18 točaka. Točkasti podatci su interpolirani SAGA GIS programom.



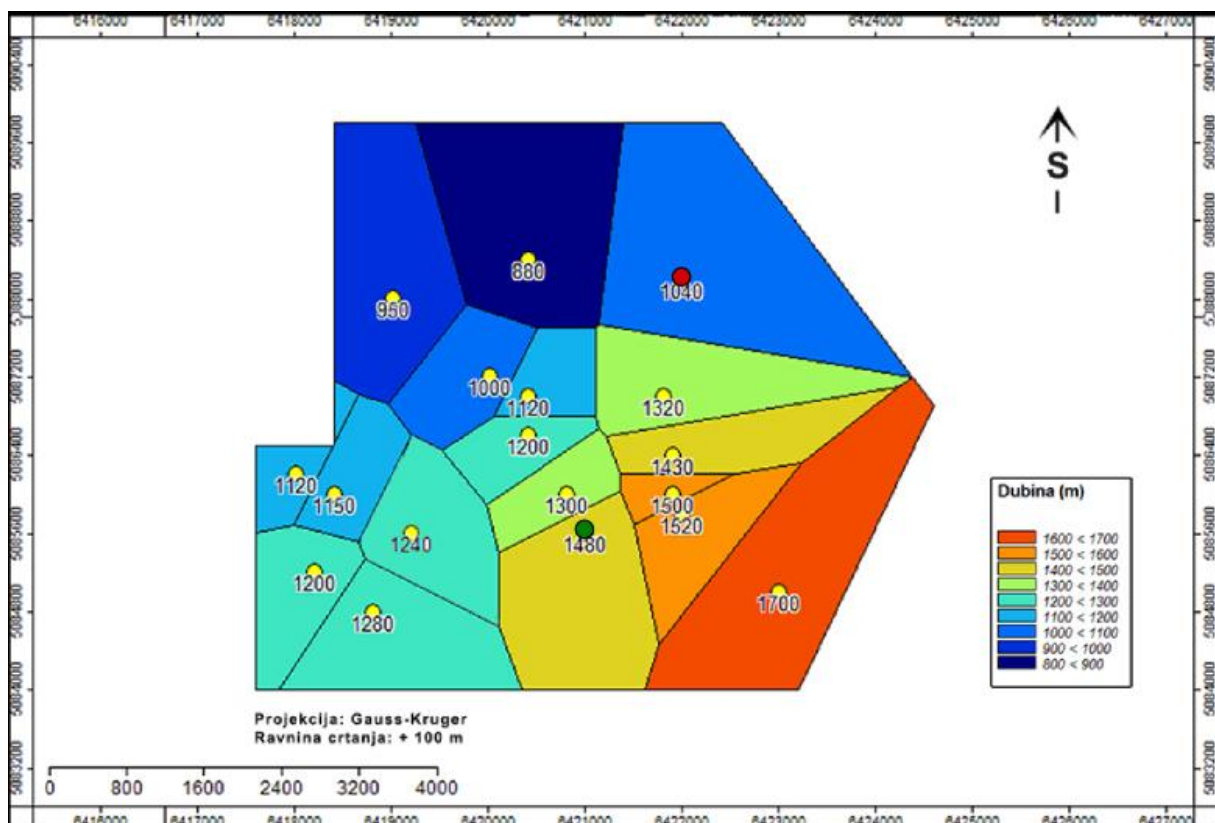
Slika 17. Strukturna karta Bjelovarske subdepresije po plohi EK-markera Z' (Malvić, 2011) i položaj polja Šandrovac

4.3.1. Karta dobivena metodom poligona za varijablu „dubina“ na primjeru polja Šandrovac

Na temelju ulaznih podataka metodom Thiessenovih poligona izrađena je karta dubina u polju Šandrovac (slika 18). Metodom krosvalidacije izračunata je kvadratna pogreška procjene (MSE) te dan najpodcjenjeniji (engl. *most under-estimated data*) te najprecjenjeniji (engl. *most over-estimated data*) podatak, izdvojeni tijekom krosvalidacije.

Rezultati krosvalidacije su:

- kvadratna pogreška varijable „dubine“ 14040,28;
- korijen srednje kvadratne pogreške varijable „dubine“ 118,49;
- najpodcjenjeniji podatak nalazi se na X=6421000, Y=5085600 gdje je izmjerena vrijednost varijable „dubine“ I=1480, a procijenjena vrijednost varijable „dubine“ P=1300;
- najprecjenjeniji podatak nalazi se na X=6422000, Y=5088200, gdje je izvorna vrijednost varijable „dubine“ I=1040, a procijenjena vrijednost varijable „dubine“ P=1320.



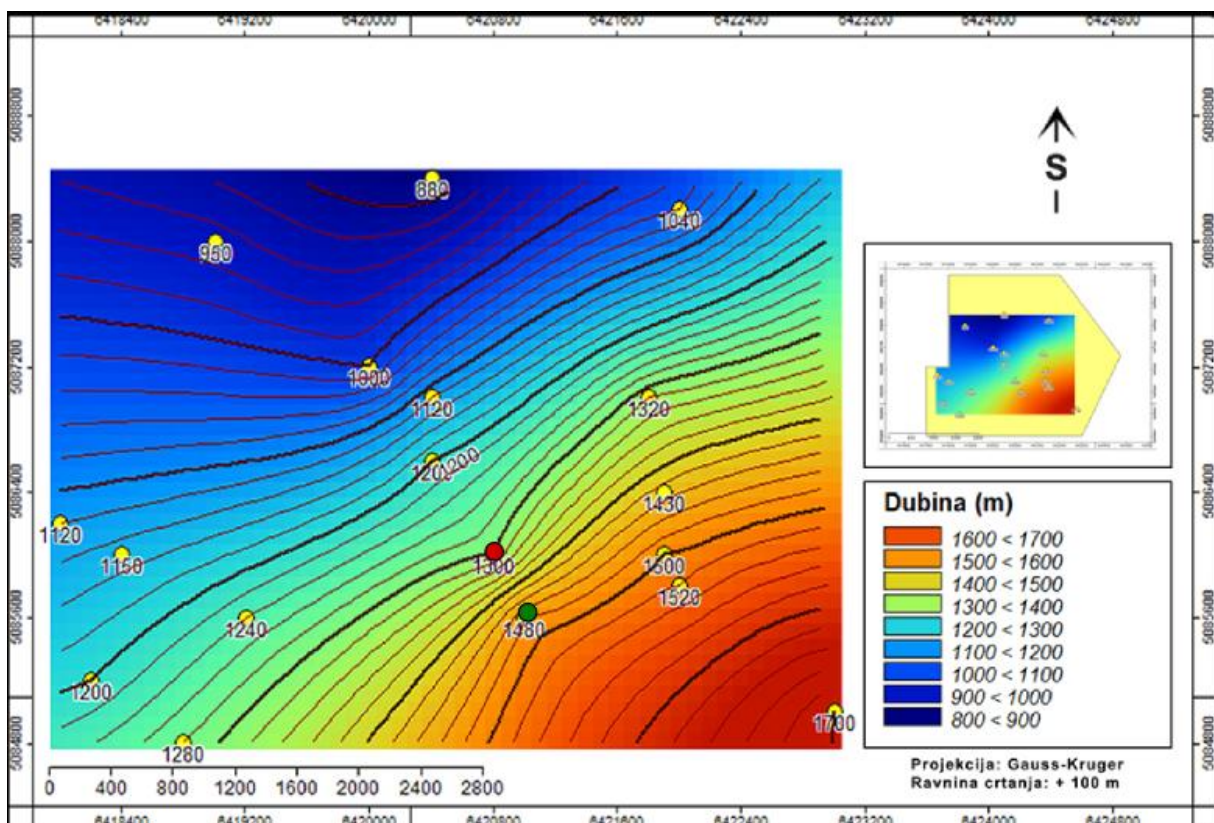
Slika 18. Thiessenovi poligoni unutar polja Šandrovac prikazani bojama koje odgovaraju vrijednosti dubine u određenim točkama. Zelenom bojom označen je najpodcjenjeniji podatak krosvalidacije, a crvenom najprecjenjeniji.

4.3.2. Karta dobivena krigingom za varijablu „dubina“ u polju Šandrovac

Na temelju ulaznih podataka metodom kriginga izrađena je karta dubina u polju Šandrovac (slika 19). Metodom krosvalidacije izračunata je kvadratna pogriješka procjene (MSE) te ponovno najpodcjenjeniji i najprecjenjeniji podatak.

Rezultati krosvalidacije su:

- kvadratna pogriješka varijable „dubine“ 1631,75;
- korijen srednje kvadratne pogriješke varijable „dubine“ 40,39;
- najpodcjenjeniji podatak nalazi se na istim koordinatama kao i u slučaju Thiessenovih poligona ($X=6421000$, $Y=5085600$) gdje je izmjerena vrijednost varijable „dubine“ $I=1480$, dok se procijenjena vrijednost varijable „dubine“ razlikuje te iznosi $P=1399$;
- najprecjenjeniji podatak nalazi se na $X=6420800$, $Y=5068000$, gdje je izmjerena vrijednost varijable „dubine“ $I=1300$, a procijenjena vrijednost varijable „dubine“ $P=1378$.



Slika 19. Karta dobivena krigingom za varijablu „dubina“ u polju Šandrovac. Zelenom bojom označen je najpodcjenjeniji podatak korsvalidacije, a crvenom najprecjenjeniji.

5. PROBLEMI IZVORA NESIGURNOSTI

Metoda Thiessenovih poligona u pravilu prikazuje zonalne raspodjele vrijednosti budući da dodjeljuje vrijednost najbliže točke svakom čvoru mreže. Najbolje ju je koristiti u slučaju malog skupa podataka (recimo manje od 10) kada se bilo koja druga deterministička metoda ne može primijeniti sa sigurnošću. Preporučljivo ju je koristiti i u slučaju velikog broja podataka (npr. više od 100) te kada su podatci neravnomjerno raspodijeljeni. Glavna prednost poligonalne procjene je jednostavnost i brzina za izraditi te primijenjivost na relativno velike zone u kojima nema podataka, a potrebno ih je shematski kartirati. Nedostatak je što nema prijelazne procjene između podataka te što se smatra da su mjerenja homogena unutar poligona i da mijenjaju vrijednosti jedino na granicama. Dobivena karta ne predstavlja pouzdan prikaz, ali se putem zona može odrediti približna raspodjela vrijednosti varijabli u analiziranom području.

Interpolacija krigingom daje vrlo preciznu procjenu vrijednosti varijabli te je uglavnom najprecizniji interpolacijski deterministički algoritam. Nedostatak je što zahtijeva pouzdan variogramski model te poznavanje algoritma. Variogram služi za utvrđivanje važnosti ili utjecaja susjednih točaka na procjenu u odabranoj lokaciji. Kako bi bio pouzdan, potrebno je imati skup od 15 ili više podataka budući da manji skupovi onemogućavaju anizotropno variogramsko modeliranje. Variogrami se rade uz pomoć računalnih programa koji zbog interpretacije eksperimentalnih krivulja sadrže određenu nesigurnost. Druga nesigurnost odnosi se na jednadžbe običnoga kriginga koje uzimaju u obzir udaljenost točaka od mjesta procjene te tzv. lokalnu varijancu. Međutim, kriging najčešće uspješno minimizira varijancu kriginga, što znači da je razlika između očekivanih i procijenjenih vrijednosti minimalna.

Izbor između najbolje odgovarajućih metoda najbolje je načiniti postupkom krosvalidacije. U primjeru obrađenom u ovome radu, očito je da metoda kriginga pruža bolju procjenu dubina unutar kartiranog područja. Međutim, problem se javlja u dijelovima polja gdje ne postoje bušotinski podatci. Jedino u tome slučaju metoda Thiessenovih poligona ima prednost budući da pruža zonalnu procjenu dubine unutar cijele subdepresije. Postupak krosvalidacije izrađen je pomoću SAGA GIS 2.1.0. programa. Pri većoj vrijednosti ekvidistancije teže je očitati točnu vrijednost varijable pa je i pogreška veća. Stoga je ekvidistancija postavljena na 1 m.

Na kraju, treba napomenuti kako se u daljnjem istraživanju prikazanog prostora i usporedbi kvaliteta procjene geoloških varijabli daljnje analize trebaju usmjeriti na variogramski model. Njega treba detaljno analizirati preko nekoliko mogućih oblika i vrijednosti. Tada, ponovno

uporabom krosvalidacije te očitavanjem vrijednosti kvadrata najmanje pogreške kod postupka aproksimacije eksperimentalnog variograma teorijskim, odabrat će se najbolji takav model.

6. REZULTATI I ZAKLJUČCI

U ovome radu načinjena je rekonstrukcija vrijednosti dubina na granici gornjega panona i donjega ponta u sjevernom dijelu prostora Bjelovarske subdepresije. Kao izvor podataka poslužila je postojeća strukturna karta EK-markera Z'. Glavne korištene metode detaljno su opisane u drugom poglavlju gdje je objašnjena metodologija. Dan je litostratigrafski prikaz gornjomiocenskih stijena istraživanog prostora te je objašnjena geološka evolucija kartiranog prostora tijekom neogena i kvartara.

Ukupan broj točkastih podataka, odnosno smjestašta bušotina na strukturnoj karti EK-markera Z' iznosi 96. Na području polja Šandrovac nalazi se ukupno 18 smjestašta bušotina te se kao takav skup podataka smatra prihvatljivim čija je statistika ulaznih vrijednosti reprezentativna. Procijenjena vrijednost dubina temeljila se na rezultatima metode Thiessenovih poligona i kriginga.

Metoda Thiessenovih poligona je kao zonalna procjena vrijednosti dubina, u ovom slučaju, dala brzu procjenu. Svaki poligon poprimio je vrijednost točke u njoj tako da izrađene karte ne predstavljaju postupnu interpolaciju nizom izolinija (engl. *smoothing interpolation*), već su granice oštre. Dobiveni poligoni su različitih veličina i oblika, ovisno o tome koliko su točke udaljene jedne od druge. Budući da je osnovni poligon predstavljao dio Bjelovarske subdepresije, procijenjene su vrijednosti dubina neuzorkovanih područja. Takva područja predstavljaju otvorene Thiessenove poligone. Karta dobivena metodom običnog kriginga daje detaljniju procjenu dubina dijela Bjelovarske subdepresije što je vidljivo iz same vizualne usporedbe izrađenih karata. Međutim, u ovom slučaju nisu procijenjene vrijednosti dubina neuzorkovanih područja. Nedostatak kriginga je što zahtijeva pouzdan variogramski model. U ovome radu korišten je neusmjereni variogramski model s automatski postavljenim vrijednostima u korištenom programu SAGA GIS.

Metodom krosvalidacije uspoređene su navedene metode na primjeru polja Šandrovac te je prva, vizualna pretpostavka, potkrijepljena. Karta izrađena metodom kriginga dala je precizniju procjenu vrijednosti dubina. Krosvalidacija računa srednju kvadratnu pogrešku, a zanimljivo je da je u obje metoda najprecizniji vrijednost dubine bila na istim smjestaštima bušotina.

Kvadratna pogreška varijable „dubine“ na primjeru polja Šandrovac poligonalnom metodom iznosila je 14040,28. Razlika najpodcjenjenijeg podatka iznosila je 180, a najpreciznijeg podatka 280. Manja vrijednost krosvalidacije od 1631,75 dobivena je metodom kriginga po

čemu ta metoda predstavlja primjereniju tehniku kartiranja. Razlika između najpodcjenjenijeg podatka iznosila je 81, a najprecjenjenijeg 78. Najpodcjenjeniji podatak se u obje metode nalazi na koordinatama $X=6421000$, $Y=5085600$ gdje je izmjerena vrijednost varijable dubine $I=1480$.

Unatoč boljoj procjeni interpolacijske metode kriginga, zonalna procjena metode Thiessenovih poligona je korisna za procjenu neuzorkovanih područja, za brzu procjenu vrijednosti analizirane varijable te kao pokazatelj strukturnih oblika i područja gdje se nalaze ekstremi pa je navedene metode preporučljivo koristiti usporedno u kartiranju HPBS-a.

7. HRVATSKO-HRVATSKI RJEČNIK NOVIH POJMOVA UVEDENIH OVIM RADOM U GEOMATEMATIČKO NAZIVLJE (DODATAK)

Broj hrvatskih stručnih rječnika u području geomatematike prilično je skroman. Često se prilikom prevođenja stručne literature možemo naći u nezahvalnoj situaciji kada ne možemo sa sigurnošću prevesti određeni pojam. Prvi iskorak u tome području bio je *Geomatematički rječnik* (Malvić i sur., 2008) s nizom prijevoda i objašnjenja u toj geoznanstvenoj grani. Slijedi *Geomatematički pojmovnik* (Malvić i Vrbanac, 2013) u kojem je detaljno opisano 377 izraza koji predstavljaju natuknice na engleskom i hrvatskom jeziku. Nazivlje iz područja geomatematike uneseno je u Strunu 2013. godine i temelji se na grani preuzetoj iz Geomatematičkoga rječnika objavljenoga 2008. godine. Tijekom siječnja 2014. nadopunjeno je geomatematičko nazivlje u Struni u sklopu istraživanja i popularizacije geomatematike, a kao izvor za popunjavanje nazivlja upotrijebljen je *Hrvatski rječnik odabranih geostatističkih pojmova* (Malvić i Novak Zelenika, 2013).

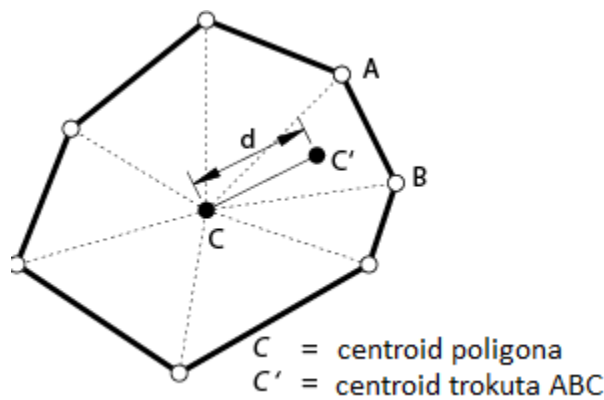
U ovome radu, osobito u poglavlju 2, spomenuti su brojni geomatematički pojmovi. Mnogi od njih već imaju objašnjenja u navedenim rječnicima, dok su ostali pojmovi opisani u nastavku po abecednom redu.

centroid – skup N od n točaka u ravnini, poznat i kao centar gravitacije ili mase. U matematici i fizici je opisan kao geometrijski centar 2D područja gdje predstavlja aritmetičku sredinu (prosjeak) položaja svih točaka unutar određenog područja. Položaj centroida zatvorenog poligona definiranog s n vrhova $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1})$ je točka (C_x, C_y) :

$$C_x = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{i+1}) (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$

$$C_y = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{n-1} (y_i + y_{i+1}) (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$

Primjer:



Engl. *centroid*

Njem. *schwerpunkt*

Franc. *centre de gravité*

deklasterizacija – geostatistička metoda koja pridodaje težinske faktore raspoloživom skupu podataka te predstavlja prvi korak pri donošenju zaključaka u prepoznavanju klastera.

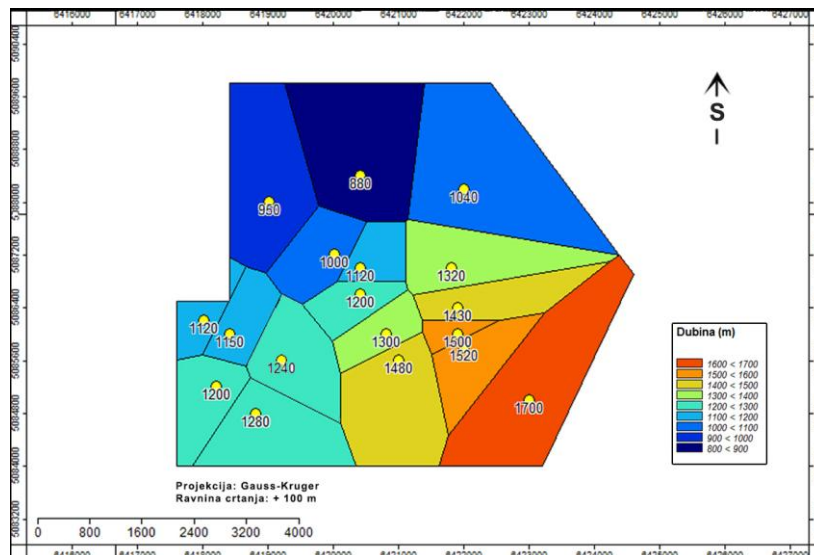
Engl. *declustering*

Njem. *Declustering*

Franc. *declustering*

kolorni prikaz vrijednosti – prikaz vrijednosti određene varijable ljestvicom boja. Uobičajeno se koristi u metodi Thiessenovih poligona gdje svaka boja odgovara vrijednosti točke unutar poligona.

Primjer:



konveksni trup – najmanji konveksni poligon koji zatvara sve centroide. Svi centriodi na granici konveksnog trupa imaju otvorene Thiessenove poligone, a svi unutarnji centriodi imaju zatvorene poligone.

Vidi: poligon; centroid; Thiessenov poligon

Engl. *convex hull*

Njem. *konvexe Hülle*

Franc. *coque convexe*

metoda najbližeg susjedstva – interpolacijska metoda koja dodjeljuje vrijednost najbliže točke svakom čvoru mreže. Poznata i kao proksimalna interpolacija ili metoda Thiessenovih poligona.

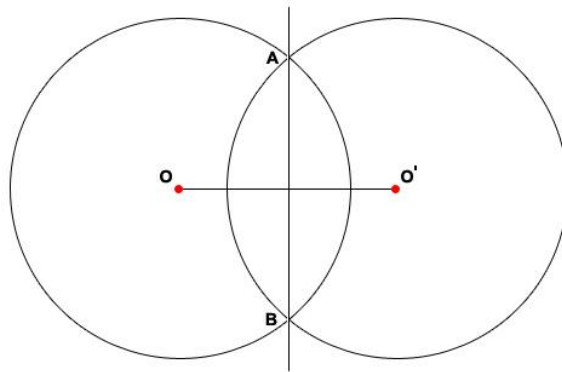
Engl. *nearest neighbor*

Njem. *nächster Nachbar interpolation*

Franc. *plus proche voisin interpolation*

okomita simetrala / simetrala kružnice – stranica poligona u poligonalnoj metodi. Točke se spoje dužinom te se načine kružnice radijusa većeg od polovice njihove udaljenosti. Sjecište kružnica predstavlja okomitu simetralu.

Primjer:



Engl. *perpendicular bisector*

Njem. *senkrechte*

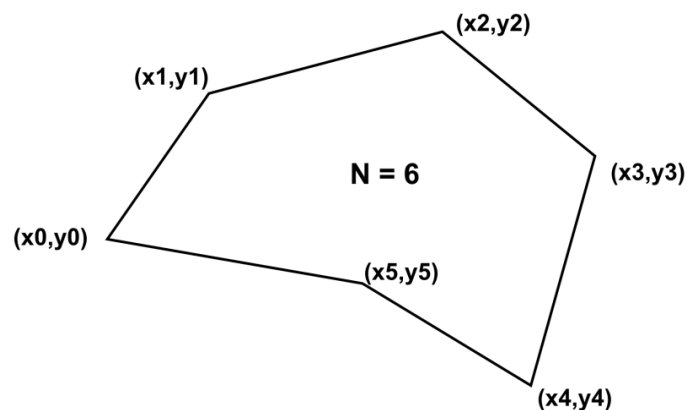
Franc. *médiatrice*

poligon – geometrijski oblik ograničen konačnim nizom ravnih linijskih dijelova koji zatvaraju petlju te formiraju zatvoreni krug. Ti ravni linijski dijelovi nazivaju se rubovima, a točke gdje se rubovi spajaju nazivaju se vrhovima.

Primjer:

Poligon sastavljen od ravnih linijskih dijelova između N vrhova (x_i, y_i) , $i = 0$ do $N-1$. Za posljednji vrh (x_N, y_N) se uzima da je isti kao i prvi, odnosno poligon je zatvoren. Tada je površina područja poligona dana je izrazom:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$



Engl. *polygon*

Njem. *Vieleck*

Franc. *polygone*

proksimalna interpolacija – vidi metodu najbližeg susjedstva.

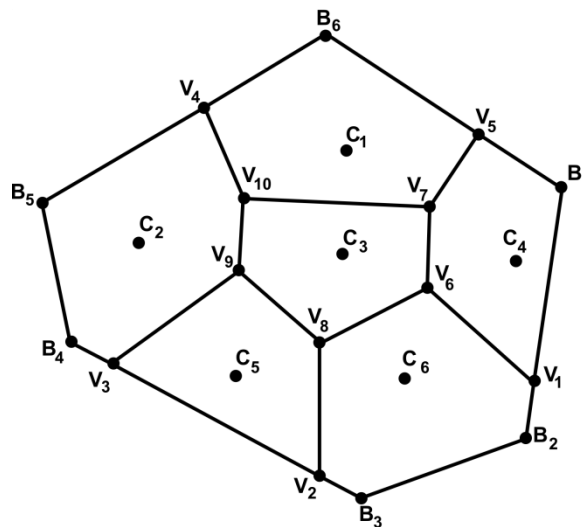
Engl. *proximal interpolation*

Njem. *proximale Interpolation*

Franc. *interpolation proximale*

Thiessenov dijagram – mreža svih Thiessenovih poligona definiranih grupom točaka. Poznat i kao Voronoiov dijagram, Wigner-Setzove ćelije i Dirichletovo popločenje.

Primjer:



Engl. *Thiessen diagram*

Njem. *Thiessen Diagramm*

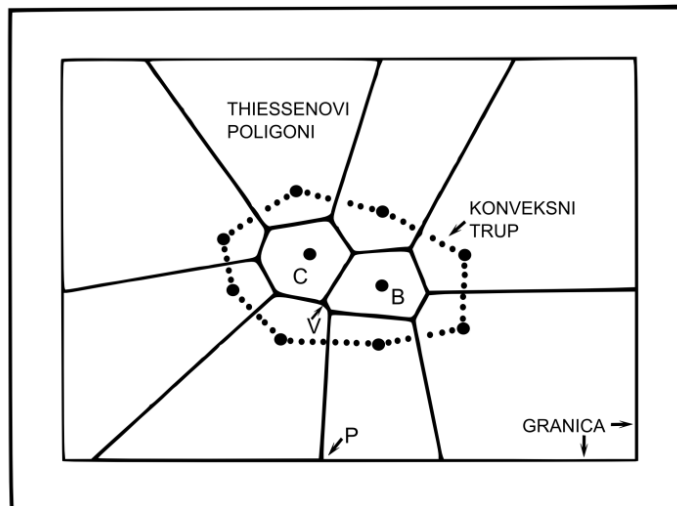
Franc. *Thiessen diagramme*

Thiessenov poligon – područja (geometrijski likovi) stvorena oko točkastih objekata koji čine međusobno nepreklapajuća susjedstva objekata, a cjelokupni sadržaj jednog Thiessenova poligona nalazi se najbliže upravo onoj točki na temelju koje je taj poligon nastao.

Primjer:

Thiessenov poligon definiran je kao položaj svih točaka bliže centroidu $C \in N$ nego bilo kojem drugom centroidu.

- CENTROIDI
- V THIESSENOV VRH
- P PSEUDO - VRH



Engl. *Thiessen polygon*

Njem. *Thiessen Polygone*

Franc. *Thiessen polygone*

Thiessenov rub – mjesto svih ravnomjernih točaka koje su najbliže dva centroida. Svaki dio konveksne granice koji je povezan s dva Thiessenova vrha naziva se Thiessenov rub.

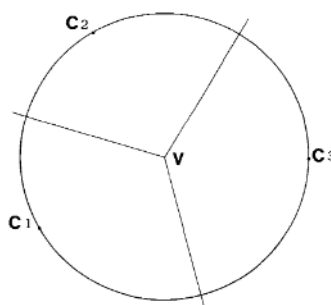
Engl. *Thiessen edge*

Njem. *Thiessen Kanten*

Franc. *Thiessen bord*

Thiessenov vrh – vrh Thiessenovog poligona. Predstavlja spojište duž opsega lokalnih poligona gdje proizvedeni centroidi mijenjaju vrijednost susjednih centroida.

Primjer:



Engl. *Thiessen vertex*

Njem. *Thiessen Knoten*

Franc. *Thiessen sommet*

Voronoiov dijagram – podjela ravnine na plohe temeljene na blizini točaka određenom podskupu ravnine.

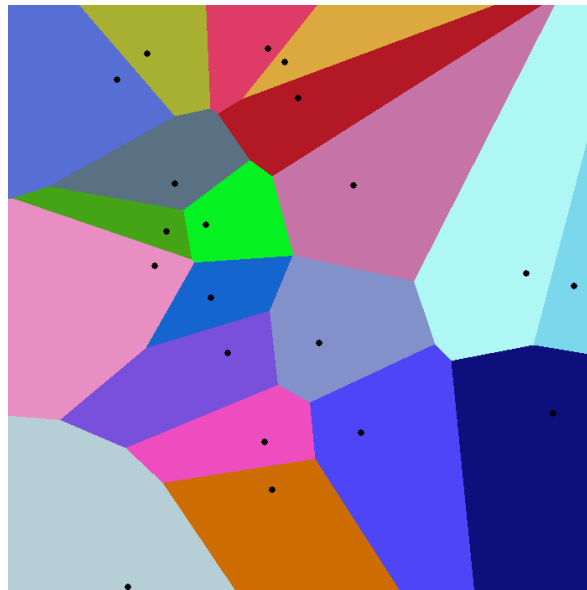
Napomena: Za svaku točku postoji odgovarajuća regija koja se sastoji od svih točaka bliže toj točki negoli kojoj drugoj. Te regije se nazivaju Voronoiovim ćelijama.

U najjednostavnijem i najpoznatijem slučaju dan je konačni skup točaka (p_1, \dots, p_n) u euklidskoj ravnini. U ovom slučaju svaki položaj p_k je točka, a odgovarajuća Voronoiova ćelija R_k sastoji se od svake točke čija je udaljenost p_k manja ili jednaka udaljenosti prema svakom drugom položaju. Svaka takava ćelija dobiva se presjecištem pola prostora pa stoga čini konveksni poligon. Dijelovi Voronoiova dijagrama su sve točke u ravnini koje su ekvidistantne prema dva najbliža položaja. Voronoiovi vrhovi su točke ekvidistantne tri (ili više) položaja.

Voronoiovi dijagrami koji se koriste u geofizici i meteorologiji za analizu prostorno raspoređenih podataka nazivaju se Thiessenovim dijagramima.

Vidi: Thiessenov dijagram

Primjer:



Engl. *Voronoi diagram*

Njem. *Voronoi Diagramm*

Franc. *Voronoi diagramme*

8. LITERATURA

8.1. Objavljeni radovi

1. **Balić, D., Velić, J. i Malvić, T. (2008):** *Selection of the most appropriate interpolation method for sandstone reservoirs in the Kloštar oil and gas field*, *Geologica Croatica*, 61 (1), 23 – 75.
2. **Brassel, K.E. i Reif, D. (1979):** *A Procedure to Generate Thiessen Polygons*, *Geographical Analysis*, 11(3), str. 289 – 303.
3. **Dong, P. (2008):** *Generating and updating multiplicatively weighted Voronoi diagrams for point, line and polygon features in GIS*, *Computers and Geosciences*, 34, 411 – 421.
4. **Hernitz, Z. i Jurak, V. (1973):** *Application of paleostructural and statistical analysis of Late Tertiary sediments in the Ivanić-Grad area (Northern Croatia)*, *Nafta*, 24 (7–8), 343–367, Zagreb (Croatian Nat. Comm., World Petroleum Council).
5. **Husanović, E. i Malvić, T. (2014):** *Pregled dosadašnjih determinističkih geostatističkih kartiranja ležišta ugljikovodika u Republici Hrvatskoj te prednosti takvoga pristupa*, *Nafta*, 65(1), 64 – 68
6. **Isaaks, E. i Srivastava, R. (1989):** *An Introduction to Applied Geostatistics*, Oxford University Press Inc., 243 – 247, New York.
7. **Kay, M. (1937):** *Stratigraphy of the Trenton Group*, *American Assoc. Petroleum Geol., Bull.*, 48: 233–302, Tulsa (American Assoc. Petroleum Geol.).
8. **Malvić, T. (2003):** *Naftogeološki odnosi i vjerojatnost pronalaska novih zaliha ugljikovodika u Bjelovarskoj ulknini*, Doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, 123 str.
9. **Malvić, T. (2008):** *Primjena geostatistike u analizi geoloških podataka*, INA, SD Istraživanje i proizvodnja nafte i plina, Grupa za tiskarske i grafičke poslove, 105 str., Zagreb.
10. **Malvić, T. (2011):** *Geological maps of Neogen sediments in the Bjelovar Subdepression (northern Croatia)*, *Journal of Maps*, 304 – 317.
11. **Malvić, T. i Đureković, M. (2003):** *Application of the methods: Inverse distance weighting, ordinary kriging and collocated cokriging in porosity evaluation, and comparison of results on the Beničanci and Stari Gradac fields in Croatia*, *Nafta*, 54 (9), 331 – 340.

12. Malvić, T. i Jović, G. (2012): *Thickness maps of Neogene and Quaternary sediments in the Kloštar Field(Sava Depression, Croatia)*, Journal of Maps, 1 – 7.
13. Malvić, T. i Vrbanac, B. (2013): *Geomatematički pojmovnik*, Hrvatski matematički elektronički časopis, 23, 1 – 49
14. Malvić, T. i Velić, J. Neogene tectonics in Croatian part of the Pannonian Basin and reflectance in hydrocarbon accumulations. In: *New Frontiers in Tectonic Research: at the Midst of Plate Convergence* (ed. U. Schattner), Rijeka, 2011, 215–238
15. Malvić, T., Cvetković, M. i Balić, D. (2008): *Geomatematički rječnik*, HGD, 77 str., Zagreb.
16. Malvić, T. i Novak Zelenika, K. (2013): *Hrvatski rječnik odabranih geostatističkih pojmova*, Rudarsko-geološko-naftni zbornik, 26, 1 – 9
17. Novak Zelenika, K., Velić, J. i Malvić, T. (2013): *Local sediment sources and palaeoflow directions in Upper Miocene turbidites of the Pannonian Basin System (Croatian part), based on mapping of reservoir properties*, Geological quarterly. 57 (1), 17 – 30
18. Oy Leuangthong, Khan, D.K, i Deutsch, C.V. (2008): *Solved Problems in Geostatistics*, John Wiley & Sons, Inc., 208 pp, New Jersey.
19. Shirriff, K. (1993): *Generating fractals from Voronoi diagrams*, Comput. & Graphics, 17(2), 165 – 167.
20. Vrbanac, B. (1996): *Paleostrukturalne i sedimentološke analize gornjopanonskih naslaga formacije Ivanić grad u Savskoj depresiji*, Doktorska disertacija, Prirodoslovno matematički fakultet, Geološki odsjek, Sveučilište u Zagrebu, str. 303

8.2. Internetski izvori

(1) Interpolacija

<https://en.wikipedia.org/wiki/Interpolation> (30. 10. 2014.)

(2) Metoda najbližeg susjedstva

https://en.wikipedia.org/wiki/Nearest-neighbor_interpolation (3. 11. 2014.)

(3) Metode interpolacije

<http://paulbourke.net/miscellaneous/interpolation/> (10. 11. 2014.)

(4) Multivarijantna interpolacija

https://en.wikipedia.org/wiki/Multivariate_interpolation (10. 11. 2014.)

8.3. Radovi prihvaćeni za tisak

1. **Mesić Kiš, I. i Malvić, T. (2014):** *Zonal estimation and interpolation as simultaneous approaches in the case of small input data set (Šandrovac Field, Northern Croatia)*, RGN Zbornik

8.4. Neobjavljeni radovi:

1. **Šimon, J. (1968):** *Informativne litostratigrafske jedinice tercijarnog kompleksa u profilima dubokih bušotina na području Dravske potoline*. Fond struč. dok., INA-Industrija nafte d.d., Zagreb