

Neven Vidaković¹

UDK 339.565

336.274

Teorija racionalnih očekivanja i mikroekonomija zaduženja

Sažetak

Ovaj rad istražuje odnos i interakciju između kućanstava i financijskih institucija. Rad postavlja rekurzivan model koji se bazira na teoriji racionalnih očekivanja i ekvilibrijskih modela. Model razvija ponašanje kućanstava kroz vrijeme, zatim se razvija ponašanje financijskih institucija kroz vrijeme. Model dalje postavlja intertemporalnu interakciju između kućanstava i financijskih institucija. Matematičke metode koje se upotrebljavaju u modelu rekurzivne su metode koje se baziraju na matematici optimalne kontrole i racionalnih očekivanja. Pozornost se pridaje kreiranju očekivanja i tomu kako se očekivanja razlikuju između kućanstava koja posjeduju nesavršenu informaciju i financijskih institucija koje posjeduju savršenu informaciju. Središnja je tema rada razvoj dugovanja kroz vrijeme i utjecaj procesa dugovanja na racionalne agente koji nastoje planirati svoje ekonomsko ponašanje kroz vrijeme.

Ključne riječi: racionalna očekivanja, Bellmanova jednačba, financijske institucije, optimalno ponašanje, maksimizacija, zaduženje

¹ Neven Vidaković, B.Art of Economics and Mathematics, PBZ, Zagreb

I. Uvod

Problem interakcije bankarskoga sustava i kućanstava jedan je od osnovnih ekonomskih problema. Kompleksnost odnosa proizlazi direktno iz matematičke kompleksnosti problema. Kao što će biti prikazano u radu, nije samo potrebno upotrebljavati matematičke, nego i statističke metode. U radu se jasno pokazuje interakcija stohastičnih procesa s procesima očekivanja ekonomskih participanata.

Jasno je da u tržišnoj ekonomiji postoje financijske institucije koje služe kao financijski posrednici i kućanstva koja su temelj ekonomije. Postavlja se temeljeno pitanje toga odnosa: Koji je to mehanizam koji kućanstva upotrebljavaju kako bi bila u stanju optimizirati potrošnju kroz vrijeme?

Rješenje stohastičnih procesa u fizici se može postići preko oruđa optimalne kontrole. Nakon što se utvrdi kretanje procesa, potrebno je uklopiti ograničenja u sustav i izvesti problem dinamičnoga programiranja. Na žalost, problem s ekonomijom jest taj što se ograničenja sustava mijenjaju, i kako se mijenjaju “ekonomska pravila”, mijenjaju se i očekivanja participanata. Robert Lucas (1975) taj je problem jasno definirao i prikazao ga kao temelj pogrešne specifikacije u ekonomiji. Radi jasnije predodžbe o problemu, pogledajte Sargent i Hansen (2004) “Certainty Equivalence” and “Model Uncertainty”

Jedna od prvih dinamičnih teorija jest teorija adaptivnih očekivanja (Friedman, 1977). Po toj teoriji kućanstva stvaraju očekivanja na temelju dostupnih informacija, s naglaskom na novije informacije kojima se pridaje veća težina od informacija iz dalje prošlosti.

Malo kompleksnija teorija jest teorija racionalnih očekivanja (Muth, 1961), no prava upotrebljiva teorija očekivanja jest ona koju donosi Lucas (1972), odnosno Lucas i Sargent (1981). U njoj susrećemo matematičke modele koji u sebi jasno sadrže očekivanja. U modelima racionalnih očekivanja, očekivanja nisu samo ulazne varijable u modelu, nego su i izlazne varijable modela.

No, problem s teorijom racionalnih očekivanja jest upravo njezino najmoćnije oružje, a to je da i osoba koja donosi odlike (ekonometričar) i participant u ekonomiji (kućanstvo) imaju isti model. O problemima očekivanja ekstenzivno su pisali Sims (2003), Sargent (1993), Mankiew i Reise (2002).

Ovaj se rad ne bavi problemima stvaranja očekivanja, nego samo modeliranjem odnosa financijskih institucija i kućanstava.

Principijelan problem s kojim se susrećemo u hrvatskoj ekonomskoj znanosti jest taj što se teoretski modeli ne rade. O problemima se raspravlja ili se upotrebljavaju jednostavne matematičke metode kako bi se neka pojava pokušala objasniti. Ovaj je rad istinski teoretski model koji upotrebljava ekvilibrij racionalnih očekivanja kako bi prikazao interakciju kućanstava i financijskih institucija.

Osnovna premisa matematike racionalnih očekivanja jest takozvana restrikcija preko svih jednadžbi (cross restrictional equation). Evo objašnjenja te restrikcije: u ekonomiji imamo dva skupa agenata – kućanstva i institucije – koji donose ekonomske odluke. I kućanstva i institucije posjeduju informacije na temelju kojih donose odluke. Iako se količina informacija u pojedinim skupinama možda razlikuje, obje skupine upotrebljavaju iste modele koji u sebi sadrže princip optimalnosti. Odluke koje donose kućanstva i institucije transliraju se na ekonomsko okruženje.

Uzmimo neki vektor y , neka je y_s . Neka t označava povijest od t do s .

U ovome sustavu neka imamo zakon prijenosa $y = \begin{bmatrix} x_t \\ z_t \end{bmatrix}$, a neka je zakon tranzicije

$$z_{t+1} = f(z_t, \varepsilon_{t+1})$$

gdje je ε niz šokova s neodređenom distribucijom. Komponenta x koju ima ekonomski agent djelomično je pod utjecajem ekonomskoga okruženja koje nije u njegovoj moći odlučivanja, ali racionalni agent nastoji napraviti distribuciju mogućih stanja i stvara racionalna očekivanja na temelju te distribucije. Utjecaj ekonomske okoline označit ćemo sa u . Sada imamo:

$$x_{t+1} = g(x_t, z_t, u_t)$$

Ekonomske odluke u neka se razvijaju po jednadžbi kretanja

$$u_t = h(x_t, z_t)$$

Iz gornjih jednadžbi jasno je da imamo matematičku tautologiju. Ekonomski agenti nastoje optimizirati ponašanje s obzirom na procese koji se događaju oko njih, a institucije koje upravljaju tim procesima nastoje optimizirati ekonomske odluke na temelju ponašanja agenata. Rješenje toga problema jest rješenje standardnoga Stackelbergova problema.

Problem se može riješiti tako da se preko min-max Bellmanove jednadžbe riješi problem i dobije Stackelbergov ekvilibrij.

No, nama je interesantno nešto drugo. Iz tih jednadžbi jasno se vidi da postoji veza između onih koji donose ekonomske odluke i onih koji žive s time odlukama. Racionalni agenti analizirat će sve moguće odluke i onda stvoriti očekivanja preko njih: to je osnova “restrikcije preko svih jednadžbi”.

Iz jednostavnoga gornjega primjera jasno je zašto bilo kakva računica i donošenje ekonomskih odluka na temelju modela koji u sebi se NE sadrži očekivanja ekonomskih participanata i NE sadrži vremensku dinamiku, nije utemeljena. Ekonomske odluke moraju biti koncipirane na “matematičkoj tautologiji” koja je gore predstavljena potpomognuta očekivanjima.

Ovaj rad kreira model koji u sebi jasno sadrži sve gore navedene uvjete. Očekivanja su kreirana na temelju informacija koje ekonomski participanti posjeduju, a izračuni su dobiveni preko Bellmanovih jednadžbi kako bi jasno predstavili optimalno kretanje kroz vrijeme.

Moć je ove matematike u tome što se očekivanja ostvaruju sve dok institucije igraju po određenim pravilima, kada institucije promjene pravila, nužno se mijenjaju i očekivanja participanata. Ta je rečenica temelj Lucasove Kritike (1975) i nama će poslužiti za objašnjavanje stanja kada se kućanstva zadužuju bez prestanka.

Ovaj rad upotrebljava upravo gore navedenu matematiku racionalnih očekivanja kako bi mogao vjerodostojno pokazati interakciju između kućanstava i financijskih institucija. Posebna pozornost posvetit će se zaduženju kućanstava i gornjoj granici mogućega duga u ekonomiji.

II. Kućanstvo

Kućanstvo je osnovna ekonomska jedinica. Ekonomija koju predstavljam sastoji se od jako puno sličnih kućanstava. Uzet ćemo jedno reprezentativno kućanstvo i analizirati ga.

Pretpostavit ćemo da kućanstva žive vječno. To je važna postavka, ali čitatelj će moći vidjeti da se model može lako premodelirati po uzoru na Leitnera (1979, 1985) tako da se dobije model gdje kućanstva žive dva doba. Nakon drugoga doba umru i pojavljuje se novo kućanstvo koje je predvođeno nasljednicima.

Vrijeme ćemo podijeliti na beskonačno puno vremenskih jedinica. Vremenske jedinice označit ćemo sa t . Sve vremenske jedinice jednako traju i za vrijeme svake jedinice kućanstvo može birati između rada i odmora.

Osnovni problem s kojim se susreće kućanstvo jest sljedeći:

$$1. \max \int_0^{\infty} \beta u(c, l) dt$$

s obzirom na w .

Gdje je $l(t)=w$ ili nadnica za rad u vremenskoj jedinici t .

Kretanje prihoda kroz vrijeme označit ćemo sa:

$$\dot{w} = \delta w_{t-1} + \varepsilon_t$$

w je nadnica kroz vrijeme, a ε je stohastično $N(0, \mu^2)$ šok.

Potrošnja je u svakome razdoblju $c=w-s$, užitak dolazi samo iz potrošnje.

Funkciju rada definiram na sljedeći način:

$$l(t_m) = w_m$$

$$2. \frac{\partial l}{\partial t} = \dot{w} = \delta w_{t-1} + \varepsilon$$

Kućanstvo u nekome vremenskome razdoblju m prima nadnicu w koja je karakteristična za to razdoblje i za toga radnika.

Funkcija užitka jest takozvana funkcija separabilnoga užitka. Ona se sastoji od potrošnje koja se generira prihodima ili zaduženjem i negativnim užitkom koji dolazi od vremena koje mora provesti radeći. Funkciju užitka prikazat ćemo na sljedeći način:

$$u(c, n) = \lambda f(c) + (1 - \lambda) f(n) = \lambda \left(\frac{c}{1 - \gamma} \right)^{1 - \lambda} + (1 - \lambda) \left(\frac{n}{1 - \nu} \right)^{1 - \nu}$$

U ekonomiji postoje i nezaposlena kućanstva. Marginalni prinos na rad jest nadnica koju kućanstvo prima po jedinici rada i možemo je označiti na sljedeći način:

$$3. \frac{\partial l}{\partial (vt)} = w_{n,vt}.$$

Marginalni prinos na neki fragment v vremenske jedinice t mora biti nadnica w koja je karakteristična za radnika n koji dobiva nadnicu za rad u količini vt .

Da bi osoba koja nije participant radne snage ušla u radnu snagu, mora imati sljedeći uvjet:

$$4. w_{n,vt} > \frac{\partial f(u)}{\partial vt}$$

Nadnica (marginalni prinos po jedinici rada) koju će radnik dobiti mora biti veća nego količina užitka koju radnik može ostvariti u istom vremenskom razdoblju potrošnjom koju financira zaduženjem.

Ukoliko kućanstvo u jednome trenutku odluči krenuti u potragu za zaposlenjem, morat će se odreći potrošnje u radno vrijeme. No, radnik se susreće sa sljedećim problemom: prije nego što krene tražiti posao on nema točnu informaciju o tome koliku će nadnicu dobiti. Radnik će, dakle, svoju odluku temeljiti na očekivanjima nadnice. Tako da prijašnju jednadžbu možemo prepisati na sljedeći način:

$$5. E[w_{n,vt}] > \frac{\partial f(u)}{\partial vt},$$

gdje $E[w_{n,vt}]$ predstavlja očekivanu nadnicu. To je nadnica koju radnik očekuje da bi je mogao dobiti ako se zaposli.

Očekivanja se temelje na nekome skupu informacija koje možemo označiti kao

$$6. f \rightarrow \Delta,$$

f je skup svih informacija o ekonomiji koje postoje. No, prosječnom radniku nisu dostupne sve informacije. Stoga prosječan radnik ili prosječno kućanstvo donosi odluke temeljene na sljedećem skupu informacija:

$$7. f_n \rightarrow \delta$$

Tu je δ podskup Δ . Sada možemo proširiti jednadžbu na sljedeći način:

$$8. E[w_{n,vt} | f \rightarrow \delta] > \frac{\partial f(u)}{\partial vt}$$

Objašnjenje jednadžbe: radnik će ući u radnu snagu kada je očekivana nadnica (očekivanja su uvjetovana skupom informacija o ekonomiji kojim radnik raspolaže) veća od užitka koji radnik može ostvariti u toj vremenskoj jedinici ne radeći, a financirajući potrošnju zaduženjem.

Sljedeći taj primjer i daljnjom matematičkom razradom možemo doći do krivulje ponude radne snage u ekonomiji. Formula za ponudu radne snage jest:

$$9. N^s = N^s(W/E[P]) = \psi w^e + u_t.$$

W je nominalna nadnica, $E(P)$ je očekivana razina cijena. U funkciji w je očekivana realna nadnica, a u šok.

Ponuda radne snage bit će funkcija realne očekivane nadnice, a realna očekivana nadnica jest nadnica koja je diskontirana očekivanim indeksom cijena. Kućanstvo ne zna kolike će cijene biti, ali na temelju informacija stvara očekivanja razine cijena i to koristi da bi dobilo realnu nadnicu u nekome vremenskom razdoblju.

Sada smo definirali da za jedan fragment vremena (označit ćemo ga sa v) vremenske jedinice t u toj jedinici vremena kućanstvo dobiva

nadnicu w . Zbroj svih fragmenata v u kojima kućanstvo prima nadnicu w dat će nam ukupan prihod kućanstva u razdoblju t .

$$10. \quad \sum_0^n w_i = Q_t$$

Iz te jednadžbe zaključujemo da je ukupna nadnica koju kućanstvo prima u razdoblju t jednaka nekoj vrijednosti Q .

Prihode koje ima, kućanstvo dijeli na dva načina. Prvi je način da se ti prihodi potroše na neka dobra, a drugi da se štede. Ovdje treba naglasiti da pod štednjom razumijevam investicijsku djelatnost kojoj je svrha oplemenjivanje novca radi neke buduće potrošnje. Iako bi matematički štednja trebala biti isto što i otplata duga, naglasio bih da ovaj model razlikuje štednju i otplatu duga. Dugovi će biti kasnije introducirani i otplata duga bit će definirana kao posebna varijabla. Matematički raspodjelu prihoda možemo prikazati na sljedeći način:

$$11. \quad Q_t = c_t + s_t .$$

S obzirom na to da svako kućanstvo zna da će živjeti neograničeni broj razdoblja i da je ovo dinamičan model, ono se u svakom razdoblju t susreće i sa sljedećim problemom:

$$12. \quad E[Q_{t+n} | \delta] = E[c_{t+x}] + E[s_{t+x}] .$$

Jednadžba 15 prikazuje problem optimizacije potrošnje.

Odluka o potrošnji u nekome budućem razdoblju donosi se na temelju postojećih informacija iz skupa informacija kojim raspolaže kućanstvo, a koji smo već prije označili kao δ .

Problem je što je jednadžba 10 jednadžba iz prošlosti, a mi nastojimo napraviti model čiji se ekvilibrij bazira na budućnosti. U tome slučaju jednadžbu 12 moramo prepisati u sljedeći oblik:

$$13. \quad Q_t = aQ_{t+1} + b\varepsilon_t; a < 1.$$

Upotrebljavajući restrikciju preko svih jednadžbi u ekvilibriju očekivanja, koji matematički označavamo sa

$\lim_{\beta \rightarrow 1} \beta^i E(\varepsilon_{t+1} | f \rightarrow \delta) = 0$ za sve $\beta < 1$ za sva vremenska razdoblja t , dobivamo da je rješenje jednadžbe unaprijed:

$$14. \quad Q^* = b \sum_{i=0}^{\infty} a^i E(z_{t+1} | f \rightarrow \delta)$$

Q^* predstavlja sadašnju vrijednost svih budućih primanja koja kućanstva očekuju po matematici racionalnih očekivanja.

S obzirom na poznavanje Q^* koji svako kućanstvo ima, sada možemo postaviti stohastični dinamični problem preko Bellmanove jednadžbe, funkcija vrijednosti je:

$$15. \quad V(Q^*, \psi) = \max_{Q^* \in \Gamma(Q^*, \psi)} u(Q^*, Q^*, \psi) + \beta E_{\psi' | \psi} V(Q^*, \psi'),$$

gdje je Q^* sadašnja vrijednost budućih prihoda iz jednadžbe 14, a ψ predstavlja nasumce generirane šokove iz normalne distribucije. Šokovi se kreću po Markovljevov lancu koji imitira AR(1) proces.

Ovdje treba naglasiti da je Q^* direktni proizvod očekivanja potrošača jer je jednadžba 14 riješena unaprijed, a ne unazad. Poslije ćemo vidjeti važnost činjenice da je Q^* generiran očekivanjima.

Jednadžba 15 daje nam vrijednosti optimalne potrošnje koju kućanstva nastoje realizirati kroz vrijeme, a bazira se na očekivanjima prihoda. Sada kad razumijemo optimalno kretanje kroz vrijeme, možemo analizirati i interakciju kućanstava i financijskih institucija. Jednadžba 15 optimalni je raspored potrošnje. Ako primanja nisu u skladu sa željenim optimalnim rasporedom potrošnje, kućanstva mogu financirati svoje potrebe na dva načina: likvidiranjem štednje i zaduženjem. Matematički:

$$16. \quad c_t^* = w_t - s w_t - \phi_t + \Phi_t.$$

Jednadžba 16 jest diferentna jednadžba potrošnje u razdoblju t , s je stopa štednje, w je nadnica u razdoblju t , Φ je novo zaduženje u razdoblju t , a ϕ je otplata duga u razdoblju t .

Jednadžba 16 može se gledati i kao raspored potrošnje u pojedinim razdobljima, dok je jednadžba 15 rješenje problema potrošnje kroz sva razdoblja. Iako je ovdje predstavljen problem potrošnje koji se djelomično financira zaduženjem, sada moramo predstaviti isti problem i iz perspektive financijskih institucija.

III. Financijske institucije

U ovome dijelu definirat ću financijske institucije u ekonomiji. S obzirom na to da je ekonomija mala otvorena ekonomija, financijske institucije koje u njoj djeluju ovise o protoku kapitala. Kamatnu stopu koja prevladava već sam prije definirao (Vidaković, 2005) i označio kao CM ili krivulja protoka kapitala.

Treba naglasiti da slobodan protok kapitala ne znači da se financijskim institucijama nameće kamatna stopa. One su slobodne same definirati kamatnu stopu, ali ako se njihova kamatna stopa znatno razlikuje od one koja prevladava u ostatku svijeta, financijske institucije zbog arbitražnoga pritiska neće moći jako dugo održati svoju kamatnu stopu i postupno će konvergirati ka kamatnoj stopi koju im nameće svijet.

Prije prikaza modela spomenut ću nekoliko pretpostavki. U ekonomiji postoji ograničen broj financijskih institucija, tržište kapitalom efektivno je pokriveno oligopolom. Financijske institucije razlikuju se po veličini, ali broj usluga koje pružaju isti je i sve obavljaju usluge istom kvalitetom. Pretpostavit ćemo da financijske institucije osim kamatnih troškova i prihoda nemaju drugih protoka novca. Kod financijskih institucija, kao i kod kućanstava, imat ćemo reprezentativnoga agenta kojega ćemo analizirati.

Financijske institucije primarno imaju dvije osnovne jednadžbe s kojima se susreću u svakome razdoblju t . To su jednadžbe ulaza i izlaza novca $I(m)$, $O(m)$:

$$17. \quad I_t(m) = \alpha + \beta s + \chi \phi$$

$$18. \quad O_t(m) = \varphi + \gamma d + \eta \Phi$$

$$19. \quad f_t(d) = d_{t-1} * r^*_{t-1}$$

$$20. \quad f_t(\phi) = \Phi_{t-1} * r_{t-1}.$$

Financijske institucije imaju u svakome razdoblju priljev i odljev novca. Priljev novca dan je prvom jednadžbom $I(m)$, dok je odljev novca dan drugom jednadžbom $O(m)$. U priljev novca ulazi nova štednja kućanstava, koja je dana s oznakom s , i povrat duga, koji je prikazan sa ϕ . Odljev novca jesu povučeni depoziti, koji su označeni sa d , i novo zaduživanje kućanstava Φ . Također su dane u funkcije troškova depozita i priljeva otplate duga.

Iz jednadžbe se vidi da postoje dvije različite kamatne stope: r i r^* . Kamatna stopa r^* jest kamatna stopa koju financijska institucija plaća na depozite, dok je r kamatna stopa koju njoj plaćaju kućanstva.

Kada spojimo jednadžbe 13-16, dobivamo sljedeće:

$$21. \quad I_t(m) = \alpha + \beta s + \chi \phi$$

$$22. \quad O_t(m) = \varphi + \gamma(d_{t-1} * r^*_{t-1}) + \eta(\Phi_{t-1} * r_{t-1}).$$

Da bismo mogli formalno riješiti te dvije jednadžbe, moramo ih preformulirati tako da postanu diferentna jednadžba koja nam daje problem protoka novca u financijskoj instituciji:

23.

$$M_t = I_t - O_t = (\alpha + \beta s + \chi \phi) - (\varphi + \gamma(d_{t-1} * r^*_{t-1}) + \eta(\Phi_{t-1} * r_{t-1}))$$

Reformulirajući gornju jednadžbu, dobivamo:

$$24. \quad M_t = \pi M_{t-1} + \vartheta \sum_{j=0}^{\infty} \kappa^j E_t(m_{t+1}).$$

Gornja jednadžba govori nam sljedeće: sadašnja količina novca u financijskoj instituciji jednaka je prošlomu stanju i očekivanomu budućem stanju (malo m) diskontirano faktorom vremenske preference koji je dan sa κ .

Osnovna moć matematike racionalnih očekivanja jest da gornju jednadžbu može riješiti unaprijed upotrebljavajući sljedeće

pretpostavke. Definirat ćemo $m_t \equiv e^T z_t$, gdje je e vektor sa 1 u prvome redu i nulama u ostalim vrijednostima, a m neka bude prvi element (vektor) od z . U našem slučaju z predstavlja vektor svih sadašnjih i prošlih varijabli koje financijska institucija uzima u

obzir kada pravi predviđanje protoka novca. $E_t(m_{t+1})$ predstavlja očekivanja banke o protoku novca u budućem razdoblju.

No, jednadžbu 24 nismo u stanju riješiti dok ne riješimo pitanje kretanja z kroz vrijeme. Da bismo to dobili, moramo upotrijebiti sljedeću jednadžbu:

$$z_{t+1} = Az_t,$$

gdje se matrica A slaže sa z . Ukoliko financijska institucija razumije proces kretanja z kroz vrijeme, a po teoriji racionalnih očekivanja financijska institucija mora razumjeti kretanja z kroz vrijeme (cross equational restriction), onda je najbolje moguće predviđanje

$m_{t+1} = e^T A^j z_t$. Upotrebljavajući racionalna očekivanja, tako da su očekivanja jednaka najboljem mogućem predviđanju koje financijska institucija može proizvesti svojim modelima, dobivamo da je rješenje protoka novca financijske institucije:

$$25. \quad M_{t+1} = \pi M_{t-1} + \mathcal{G}e^T (I - \kappa A)^{-1} z_t.$$

I je identična matrica.

Jednadžbu 25 lako možemo preformulirati da nam daje profit financijske institucije tako da umjesto protoka novca imamo protok prihoda i rashoda. Transformacijom jednadžbe 25, zamjenjujući M (protok novca) sa Π , dobivamo:

$$26. \quad \Pi_{t+1} = \pi \Pi_{t-1} + \mathcal{G}e^T (I - \kappa A)^{-1} z_t.$$

Jednadžba 26 daje nam protok dobiti u financijskoj instituciji. Integrirajući očekivane buduće vrijednosti dobiti, možemo dobiti sadašnju vrijednost svih budućih očekivanih prihoda financijske institucije:

$$27. \quad \Psi = \int_0^\infty \beta^t E(\Pi_t) dt,$$

s time da je $\beta = \frac{1}{(1+r)}$, a r je diskontna stopa koju financijska institucija upotrebljava.

Financijske institucije također imaju funkciju užitka, ali je ona definirana samo profitom, a ne i odmorom. Za funkciju užitka upotrijebit ćemo funkciju s konstantnom elastičnošću zato što s takvim funkcionalnim oblikom možemo lako definirati sklonost riziku:

$$28. \quad u(\Pi) = \left(\frac{\Pi - 1}{1 - \iota} \right)^{\frac{\iota}{1-\iota}}.$$

S obzirom na to da financijske institucije, isto kao i kućanstva, žive vječno dinamičan problem s kojim su financijske institucije suočene,

može se prikazati Bellmanovom jednadžbom. Kao kontrolnu funkciju upotrebljavat ćemo funkciju danu jednadžbom 28, a profit je već dan funkcijom 27. Sada nam je funkcija vrijednosti:

$$29. \quad V(\psi) = \max_{\psi' \in [0, \psi]} u(\Psi - \Psi') + \beta V(\Psi') .$$

Treba primijetiti da funkcija 29 nije stohastična Bellmanova jednadžba, štoviše dana je u diskretnom obliku, jer financijska institucija gleda pojedina razdoblja, a ne kontinuirane procese.

Promotrimo sada interakciju između kućanstava i financijskih institucija. Kreditiranje je matematički lako prikazati. Radi se o procesu koji ima posebnu graničnu stopu ostvarivosti. Kada očekivani postotak povrata prijeđe određenu granicu, financijska institucija odluči odobriti kredit, ili u formalnome zapisu:

$$30. \quad E_u [\Phi | u(\phi)] > \Lambda .$$

Jednadžba 30 predstavlja kondicional novoga kreditiranja. Količina plasmana koje financijska institucija ima ovisi o tome koliko užitka (profita) ostvaruje s povratom toga duga. Faktor Λ predstavlja količinu rizika koji je financijska institucija voljna preuzeti. Da bi financijska institucija odobrila kreditiranja, faktor očekivanoga užitka (profita) od kreditiranja mora biti veći od individualnoga faktora rizika.

Jednadžba 29 predstavlja kretanje dobiti financijske institucije kroz vrijeme. Sada moramo definirati nastajanje kamatne stope. U jednadžbama 13-16 vidimo da postoje dvije kamatne stope: aktivne i pasivne, označene sa r i r^* . Proces nastajanja kamatnih stopa može se izvesti iz očekivanja. Jasno je da sama nominalna vrijednost kamatnih stopa i nije toliko važna, nego je važna razlika između aktivnih i pasivnih stopa.

Diferentnu funkciju između kamatnih stopa možemo prikazati ovako:

$$31. \quad (1 - \lambda L)R_t = bz_t .$$

$$0 < \lambda < 1$$

R neka je matrica neto kamatnih stopa, L je takozvani "lag" operator, a z je matrica koju smo upotrijebili u jednadžbi 21. Jasno je da z

mora biti isti kada se upotrebljava u kreiranju očekivanoga priljeva novca i kada se radi o određivanju kamatnih stopa.

Upravo je stabilnost matrice z moć matematike racionalnih očekivanja jer smo u stanju izračunati ne samo buduće vrijednosti varijabli, nego i buduće stanje očekivanja zbog promjene sustava, kao što je to naglašeno u uvodu ovog rada.

Za 31 upotrebljavamo standardno rješenje kakvo je predložio Sargent (1989):

$$32. \quad R_t = -b \sum_0^{\infty} \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{-t} z_{t+1} + c \lambda^T$$

C je tu samo konstanta integracije.

Ovdje smo prikazali mehanizam očekivanih kamatnih stopa i proces nastajanja kamatnih stopa u ekonomiji.

Do sada smo riješili dinamično ponašanje kućanstava i finansijskih institucija. Sada trebamo kompjuterski simulirati model.

IV. Linearni i dinamični prikaz duga

Nakon što sam predstavio kućanstva i finansijske institucije, u ovome ću dijelu definirati njihovu međusobnu interakciju. Interakcija će biti pokazana u dva dijela. Prvi je dio linearni odnos. Linearni odnos ovdje je upotrijebljen samo kao ilustrativni primjer. Poslije, kada budemo riješili model upotrebljavajući dinamični pristup, čitatelju će biti jasno kako dinamični prikazi ekonomije imaju nevjerovatnu moć nad linearnom analizom.

Na početku razdoblja t kućanstva primaju plaću i onda se suoče sa sljedećom funkcijom determinacije potrošnje (funkcija 16). S obzirom na to da kućanstva primaju plaću post festum, nakon što su već obavili rad, funkcija potrošnje bit će stvorena za razdoblje t u razdoblju $t-1$. To matematički možemo prikazati na sljedeći način:

$$33. \quad c = E \left[Q^e \mid f_n \rightarrow \delta \right] + (-s) + E \left[\Phi \mid f(u) \right] \quad .$$

Potrošnja će biti definirana na temelju očekivanja budućih prihoda, likvidiranja štednje, što je označeno sa $(-s)$ i nove varijable koja nam

sada pokazuje zaduženje. $E[\Phi|f(u)]$ jest funkcija zaduženja koju građani ostvaraju. Ovdje treba primijetiti da je količina zaduženja kondicionalna o užitku koje to zaduženje donosi kućanstvu. Jednadžba 30 konstantna je i apsolutna jednadžba te predstavlja jednakost s kojom se susreće kućanstvo. Rješenje jednadžbe 33 za svako razdoblje dano je jednadžbom 16.

U jednadžbu jednoga razdoblja sada treba uvesti funkciju zaduženja:

$$34. \quad Q_t = c_t + s_t - E[\phi_t | \Phi_{t-1}].$$

Jednadžba 14 sada je prerađena i u nju je ugrađena funkcija dugovanja koju kućanstva ostvaruju prema financijskim institucijama. $E[\emptyset|\Phi]$ ovdje predstavlja povrat duga (kamata i/ili glavnice) koji kućanstva ostvaruju prema financijskim institucijama. Čitatelj treba obratiti pozornost na to da je podskript na $\emptyset$ t, dok je podskript na Φ t-1. Sada smo dobili multitemporalni model gdje imamo rekursivni odnos između otplate duga i duga koji je ostvaren u prijašnjemu vremenskom razdoblju.

Prvo ćemo razmotriti linearni primjer bez kamatne stope. U tome primjeru nema kamatne stope. Radi jednostavnosti, prije nego što krenemo na dinamičnu razradu modela, pretpostavit ćemo da je kamata koju financijske institucije naplaćuju prema kućanstvu 0. Tako da se kućanstva u razdoblju t zaduže i u razdoblju t+1 vrate dug koji je jednak zaduženju. Treba naglasiti da radi jednostavnosti građani se zadužuju u razdoblju t i sav dug otplaćuju u razdoblju t+1. S obzirom na to da građani žive vječno, ta pretpostavka ne predstavlja problem za model.

Građani se susreću s tri slučaja

$$C^* < Q^*$$

$$C^* = Q^*$$

$$C^* > Q^*.$$

U ovome radu baviti ćemo se samo trećim slučajem: kada je $C^* > Q^*$ iz očiglednih razloga.

S obzirom na to da građani imaju veću potrošnju nego prihod, moraju to nadoknaditi zaduženjem. Iz toga dobivamo sljedeću jednakost:

$c = Q + \Phi$. Budući da u ovome jednostavnom primjeru nemamo kamatnu stopu, $\Phi = \phi$. Funkcija zaduženja kroz razdoblja je

$$35. \quad \Phi(n) = (c - Q)n.$$

Ovdje n predstavlja broj vremenskog razdoblja. Gledajući jednadžbu 35, jasno je zašto je autor toliko naglašavao dinamičnu, a ne statičnu analizu. Iz jednadžbe 35 ne možemo ništa zaključiti. Vidimo da dug raste ako je potrošnja veća od prihoda, ali nemamo objašnjenje zašto se to događa, ni koji je proces vremenske transmisije.

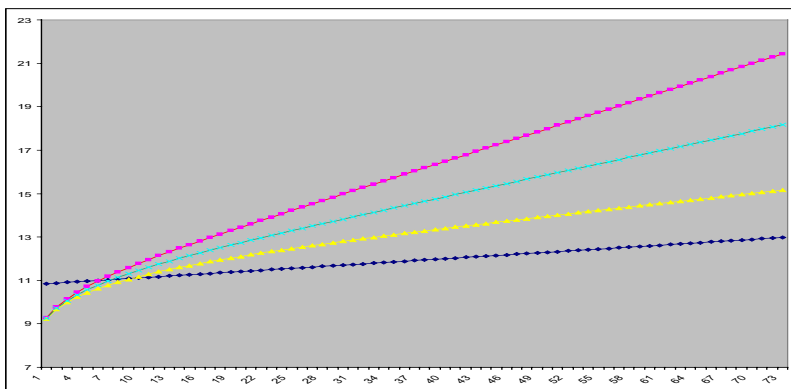
Nakon ovoga linearnog modela uvest ćemo dinamički multitemporalni model.

U uvodu smo pretpostavili da nema kamatne stope, sada idemo u dinamiziranje modela i u jednadžbu 35 uvodimo kamatnu stopu na dugovanja tako da je jednadžba:

$$36. \quad \Phi(\phi_{n-1}) = (c * -Q_t * \frac{w}{w}) + \phi_{n-1} * e^r,$$

gdje je n broj vremenskoga razdoblja nakon inicijalnoga zaduženja, a r je kamatna stopa na zaduženja iz prijašnjeg razdoblja koju sada kućanstvo mora platiti u razdoblju n . Jednadžba 36 rekurzivna je jednadžba koja predstavlja kretanje duga kroz vrijeme.

Sada možemo prikazati grafičke simulacije kroz vrijeme. Simulacije se odvija s tri kamatne stope: 5% (žuta linija), 10% (zelena linija) i 15% (crvena linija), a plava je linija kretanje prihoda kućanstava kroz vrijeme. Rast prihoda kućanstava kroz vrijeme iznosi 3%.



Paradoks koji ovdje susrećemo jest da postoji jasna točka prijeloma, kada potražnje financijskih institucija premaše potrošnju kućanstava, odnosno kućanstva nisu više u stanju servisirati dugove. Model predviđa da ukoliko rast prihoda nije jednak ili veći od kamatnih stopa koje financijske institucije naplaćuju nužno dolazi do točke prijeloma.

Može li do takve situacije doći u stvarnome svijetu? Model koji smo ovdje postavili jest model racionalnih očekivanja, ali je ipak model koji u sebi dopušta ograničenu informaciju. Tako da je moguće da ponašanje kućanstva zbog nepotpune informacije samo po sebi vodi u dužničku krizu. Možda bi bilo točnije naglasiti da očekivanja postaju preoptimistična.

U modelu je moguće da očekivanja postanu konstantna, odnosno da kućanstva očekuju da će dugoročno njihovi prihodi rasti, iako kratkoročno stanje može biti jako loše. Takvo zakašnjenje u prilagodbi očekivanja naziva se nepažnja i jasno je opisuju Mankiew i Reis (2002) te, naravno, Sims (2003).

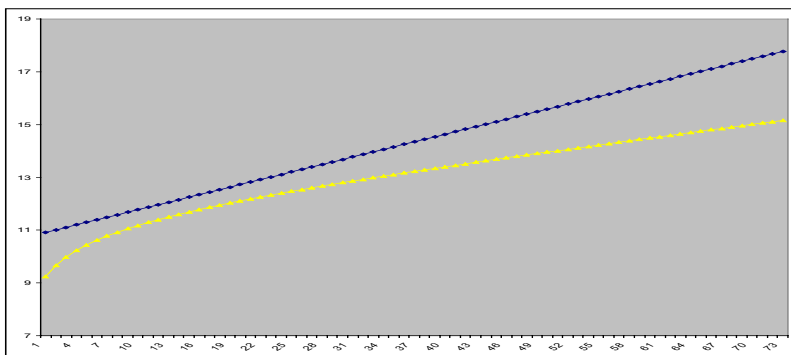
Što se tiče modela koji smo napravili, slučaj povećane nepažnje agenata nužno vodi do povećanja entropije modela.

Naravno, ovdje treba naglasiti da je dio modela koji je testiran sam po sebi najgori mogući slučaj. Da smo u model stavili stope rasta prihoda kućanstva koje su puno veće od kamatnih stopa financijskih institucija, dobili bismo sasvim drugačiju i puno optimističniju sliku ekonomije.

Da bismo našli načine kako izbjeći najgori mogući scenarij, krenimo sada na drugi dio analize. Posebno ćemo se fokusirati na jednadžbu 36.

Jednadžba 36 imperativ je pravilne monetarne i fiskalne politike. Ta bi jednadžba svakome tko odlučuje trebala služiti kao pokazatelj i definicija pravilnoga vođenja gospodarstva. Najveći problem leži u w/w koji je dan stohastično i potrebne su dugoročne mjere kako bi w/w bila sustavno zadovoljavajuće veličine.

U primjeru koji je riješen w/w je dan sa 10%, a kamata 5%. Sada možemo riješiti model u obrnutome slučaju, kada je rast prihoda puno veći nego rast dugovanja. Vidimo da se potrošnja uopće ne nadoknađuje zaduženjem.



Štoviše, takav slučaj vodi do toga da je jednadžba 36 negativna, odnosno da štednja u ekonomiji raste, jer zaduženja nema, a rashodi c^* manji su od prihoda Q .

V. Zaključak

Ovo je rad koji uvodi teoriju racionalnih očekivanja i odnose kućanstava i financijskih institucija. Putem teorije racionalnih očekivanja definirana su kućanstva i ponašanje kućanstava kroz vrijeme. Nakon toga definirane su financijske institucije i interakcija između kućanstava i financijskih institucija.

Rad prikazuje stvaranja potrošnje i odluka o potrošnji svakoga kućanstva. U dijelu o financijskome sektoru rad prikazuje i stvaranje odluka o kamatnim stopama. Proces odluke o kamatnoj stopi rekurzivan je i oslanja se na dvije različite skupine informacija. Prva se skupina tiče odnosa sadašnjih ekonomskih podataka i prošlih očekivanja. Druga se tiče odnosa sadašnjih očekivanja prema budućim ekonomskim podacima. Novitet rada upravo je u ovome rekurzivnom odnosu i donošenju odluka na temelju očekivanja.

U analizi je dan rezultat modela. Posebna pozornost posvećena je problemu prevelikoga duga koji, iako daje veću potrošnju, ultimativno vodi prema manjem standardu i rizičnoj izloženosti financijskih institucija prema subjektima koji su prezaduženi.

Posebna pozornost pridaje se procesu optimizacije i interakciji stvaranja očekivanja. Treba naglasiti da zbog neusklađenosti očekivanja model predviđa slučaj u kojemu, iako se kućanstva ponašaju racionalno, dolazi do prevelikoga zaduženja.

Summary

This paper centers on exploration of interaction between households and financial institutions. The paper sets us a recursive model based on equilibrium models and rational expectations models. The model develops the behavior of households and financial institutions through time. After that the model pursues the inter temporal interaction between the households and the financial institutions. The mathematical methods used to develop the model are recursive methods based on the mathematics of optimal control and rational expectations. Special attention is focused on the development of expectations and the difference in expectations between the households that have imperfect information and financial institutions that have perfect information. Central theme of this work is the development of debt through time and the way the indebtedness process affects the rational agents who develop their economic behavior through time.

Key words: rational expectations, bellman equation, financial institutions, optimal behavior, maximization, debt

Literatura

Friedman, M. (1963), Money and the Business Cycles, The Review of Economics and Statistics, Vol. 45, No. 1, Part 2, Supplement. (Feb., 1963), pp. 32-64.

Friedman, M. (1959), The Demand for Money: Some theoretical and empirical results, The Journal of Political Economy, Vol. 67, No. 4. (Aug., 1959), pp. 327-351.

Friedman, M. (1961), The Lag in Effect of Monetary Policy, The Journal of Political Economy, Vol. 69, No. 5. (Oct., 1961), pp. 447-466.

Friedman, M. (1968), The Role of Monetary Policy: Presidential Address to AEA, The American Economic Review, Vol. 58, No. 1. (Mar., 1968), pp. 1-17.

Friedman, M. (1977), Inflation and Unemployment: Nobel lecture, The Journal of Political Economy, Vol. 85, No. 3. (Jun., 1977), pp. 451-472.

Kimball, M. (1995), The Quantitative Analytics of the Basic Neomonetarist Model, Journal of Money, Credit, and Banking, 27(4), Part 2, pp. 1241-1277.

Laiter, J. (1979), Household Bequest Behavior and the National Distribution of Wealth, *Review of Economic Studies*, 46, No. 3 (July 1979), pp. 467-483.

Lainter, J. (1985), Stationary Equilibrium Transition Rules for an Overlapping Generations Model with Uncertainty, *Journal of Economic Theory*, 35, No. 1 (February 1985), pp. 83-108.

Mankiw, G. N.; Reis, R. (2002), Sticky Information Versus Sticky Prices: A Proposal to Replace the New Keynesian Phillips Curve, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 117 (4), pp. 1295-1328.

Mankiw, G. N.; Romer, D.; Ball, L. (1988), New Keynesian Economics and the Output-Inflation Trade-Off, *Brookings Papers on Economic Activity*, Volume 1988, Issue 1, pp. 1-65.

Sims, Ch. (2003), Implications of Rational Inattention, *Journal of Monetary Economics*, 50(3), April 2003.

Vidaković, N. (2005), Application of the Mundell-Fleming Model on a Small Open Economy, *Ekonomija*, 11(3), pp. 392-424.

Zbornici radova

Friedman, M. (1956), The Quantity Theory of Money: A restatement, in Friedman, editor, *Studies in Quantity Theory*.

Friedman, M. (1969), The Optimum Quantity of Money, in Milton Friedman (ed.), *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Chicago: Aldine.

Lucas, R. E. Jr. (1981), Expectations and the Neutrality of Money, *Studies in business-cycle theory*, Cambridge, Mass. : MIT Press.

Lucas, R. (1981), Econometric policy evaluation – a critique, *Studies in business-cycle theory*, Cambridge, Mass. : MIT Press.

Lucas, R. E. Jr.; Sargent, T. J. (1981), *After Keynesian Economics, Rational expectations and econometric practice* / edited by Robert E. Lucas, Jr. and Thomas J. Sargent, Minneapolis : University of Minnesota Press.

Sargent, T.; Hansen, L. P. (2005), Certainty Equivalence and Model Uncertainty, *Models and Monetary Policy: Research in the Tradition of Dale Henderson, Richard Porter, and Peter Tinsley*, edited by Jon Faust, Athanasios Orphanides, and David Reifschneider, Board of Governors, Federal Reserve System.

Bellman, R. (1957), *Dynamic Programming*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Friedman, M. (1956), *A Theory of the Consumption Function*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Kimball, M.; Weil, P., *Macroeconomics and Finance: a dynamic and stochastic control approach*, an unpublished manuscript.

Sargent, T. (1987a), *Macroeconomic Theory*,. 2nd ed. New York: Academic Press.

Sargent, T. (1993), *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford University Press, Oxford.