

Proporcionalnost D'Hondtove metode i izborni sustav u Hrvatskoj

Tvrtko Tadić¹

Sažetak

D'Hondtova metoda jedna je od najkorištenijih metoda za raspodjelu osvojenih mesta političkim strankama na izborima. O samoj metodi nema puno literature dostupne široj stručnoj javnosti. Iz prakse se zna, da daje prednost listama koje su osvojile najviše glasova na izborima. U ovom članku analiziramo koliko D'Hondtova metoda (ne) odstupa od proporcionalnosti te kako se to održava na izbore u Hrvatskoj.

1. Uvod

Na izborima za predstavnička tijela obično više (koalicijskih, stranačkih, nezavisnih) lista se natječe za određen broj mesta u tom predstavničkom tijelu. Ideja je da proporcionalno broju dobivenih glasova liste podijele mesta u predstavničkom tijelu.

Problem je kako *pravedno* raspodijeliti mesta u predstavničkom tijelu - broj mesta koje neka lista dobije mora biti **cijeli broj**, a ponovo mora odražavati **proporcionalnost** glasova koje je pojedina lista dobila. Kroz povijest u upotrebi je bilo više metoda, koje su u praksi otkrile da unatoč tome što su naizgled poštene, dovode do različitih paradoksa. (O tome više u [6].)

Od svih tih metoda, zbog svojih osobina, najprihvaćenija je postala **D'Hondtova metoda**. Ova metoda pokušava proporcionalno rasporediti broj mesta u predstavničkom tijelu pritom dajući prednost listama koje su osvojile najviše mandata.

D'Hondtova metoda često u praksi dovodi do jednostavnijeg (poslijeizbornog) formiranja većine u predstavničkom tijelu. U ovom članku ćemo predstaviti D'Hondtovu metodu i napraviti analizu nekih njenih svojstava.

¹ dr. sc. Tvrtko Tadić, PMF-Matematički odsjek, Zagreb i Microsoft Corporation, Redmond, tvrtko@math.hr, <http://web.math.hr/~tvrtko>

Ključne riječi i izrazi: Izbori, D'Hondtova metoda, izborni paradoksi, proporcionalnost, izborni sustav u Hrvatskoj

2. Uvodni primjer

Na izborima za Grad Metković 2014. godine sljedeće liste prešle su izborni prag i ušle u diobu 17 mjesta za gradsko vijeće. Podaci preuzeti iz [7]:

lista	broj glasova	idealni broj mjesta
MOST	4197	8.49
HSS	2468	4.98
HDZ i partneri	1746	3.53

Pod idealnim brojem mjesta za pojedinu listu podrazumijevamo idući broj

$$\frac{\text{broj glasova liste}}{\text{zbroj glasova ostalih lista}} \cdot \text{broj mjesta za diobu} \quad (1)$$

Nekoliko napomena vezano uz rezultate ovih izbora:

- MOST ima tek nešto manje od 50% glasova koji su ušli u diobu.
- Ostale liste imaju veće decimalne ostatke u idealnom broju mjesta.

Međutim službeni rezultati su:

MOST	HSS	HDZ i partneri
9	5	3

Treba uočiti da je MOST dobio preko 50% mjesta unatoč gornjim napomenama. Ovo je rezultat primjene D'Hondtove metode raspodijele mjesta koju ćemo predstaviti u daljem tekstu.

2.1. Dioba mandata

Mandate dijelimo po sljedećem postupku:

- Označimo glasove koje je dobila j -ta lista s g_j , tj. u ovom slučaju imamo

$$(g_1, g_2, g_3) = (4197, 2468, 1746)$$

- 1. mandat ide stranci koja je dobila najviše glasova te umjesto njenog broja glasova stavljamo $g_1/2$:

$$\left(\frac{g_1}{2}, g_2, g_3\right) = (2098.5, 2468, 1746)$$

- Sada u tako novodobivenoj trojci $(g_1/2, g_2, g_3)$ tražimo j -to mjesto s najvećim brojem te j -toj stranci dajemo 2. mandat, a broj na j -tom mjestu zamjenjujemo s

$$\frac{\text{broj glasova koje je lista dobila}}{\text{broj mandata koje trenutno ima} + 1}$$

- Tako u našem slučaju ide trojka $\left(\frac{g_1}{2}, \frac{g_2}{2}, g_3\right) = (2098.5, 1234, 1746)$, te se ponovo traži najveći broj u toj trojci...

- Ako su dva člana trojke jednaka, onda prednost ima onaj koji ima **više glasova**. Postupak se nastavlja sve dok se ne podijele svi dani mandati.

To bi u danom primjeru izgledalo ovako:

$g_1/(m_1+1)$	$g_2/(m_2+1)$	$g_3/(m_3+1)$	m_1	m_2	m_3	$M - m_1 - m_2 - m_3$
4197	2468	1746	0	0	0	17
2098.5	2468	1746	1	0	0	16
2098.5	1234	1746	1	1	0	15
1399	1234	1746	2	1	0	14
1399	1234	873	2	1	1	13
1049.25	1234	873	3	1	1	12
1049.25	822.67	873	3	2	1	11
839.4	822.67	873	4	2	1	10
839.4	822.67	582	4	2	2	9
699.5	822.67	582	5	2	2	8
699.5	617	582	5	3	2	7
599.57	617	582	6	3	2	6
599.57	493.6	582	6	4	2	5
524.62	493.6	582	7	4	2	4
524.62	493.6	436.5	7	4	3	3
466.33	493.6	436.5	8	4	3	2
466.33	411.33	436.5	8	5	3	1
419.7	411.33	436.5	9	5	3	0

3. D'Hondtova metoda

Pogledajmo ovu metodu općenito. Pretpostavimo da:

- n listi se natječe na izborima;
- M mjesta u predstavničkom tijelu;
- za $j = 1 \dots n$: j -ta lista osvojila je g_j glasova;
- $s = g_1 + g_2 + \dots + g_n$ je ukupan broj izlašlih birača.

Općeniti postupak se može zapisati algoritamski na sljedeći način:

ulaz: $glasovi$ [vektor s n pozitivnih brojeva], $mjesta$ [broj mjesta] $obrada = glasovi$; $mandati = [0, \dots, 0]$; [nul-vektor duljine n]

dok $mjesta > 0$ **radi**

nađi sve i između 1 i n takve da je $obrada[i] == \max_{j=1 \dots n} obrada[j]$;

ako ima više takvih i među tim i -jevima odaberite onaj za koji je $glasovi[i]$ najveći;

$mandati[i] = mandati[i] + 1$; [dodijeli mandat listi i]

$obrada[i] = glasovi[i] / (mandati[i] + 1)$;

$mjesta = mjesta - 1$;

izlaz: $mandati$ [broj mjesta koje je osvojila pojedina lista]

Napomena. Implementacija ovog algoritma se efikasno provodi pomoću tzv. strukture **prioritetnog reda** ili **hrpe**. Mi u implementacijske detalje nećemo ulaziti, a zainteresirani čitatelj o toj strukturi više može naći u [2]. Uočimo također da bi ovaj algoritam ne bi radio ukoliko neke dvije liste imaju isti broj glasova. Mi ćemo u daljem tekstu prepostaviti da se to nije dogodilo.

Broj mesta $mandati[j]$ u predstavničkom tijelu koje je osvojila j -ta lista označavat ćeemo u daljem tekstu s m_j .

4. Matematička svojstva D'Hondtove metode

4.1. Monotonost

Prilikom podjele mesta u predstavničkom tijelu za očekivati je da će metoda dati više mandata stranci koja je osvojila više glasova. To će se dogoditi prilikom primjene D'Hondtove metode.

Teorem A. Ako je $g_j > g_k$ tada je $m_j \geq m_k$, tj. lista j s više glasova dobit će bar onoliko mesta u predstavničkom tijelu koliko i lista k s manje glasova.

Dokaz. Tvrđnja slijedi indukcijom po M . Za $M = 1$ tvrđnja je očita jer u tom slučaju $(m_j, m_k) \in \{(0,0), (1,0)\}$. Pretpostavimo da tvrđnja vrijedi za $M = m \geq 1$. Dokažimo tvrđnju za $M = m + 1$. Nakon podjele prvih m mesta bit će u situaciji kao u slučaju $M = m$, u tom trenutku j -ta i k -ta lista imat će m_j^m i m_k^m mesta ($m_j^m \geq m_k^m$). Ako je $m_j^m = m_k^m$ tada ili j -ta lista dobiva još jedno mjesto ili neka druga lista (ni j ni k) dobiva $m + 1$ -vo mjesto. Ako je $m_j^m > m_k^m$ onda tko god dobije $m + 1$ -vo mjesto vrijedit će $m_j^{m+1} \geq m_k^{m+1}$. \square

4.2. Proporcionalnost

D'Hondtova metoda teži proporcionalnosti, međutim kao što ćemo vidjeti uz odredbena odstupanja u korist lista s najvećim brojem glasova.

Teorem B. Neka je m_1, m_2, \dots, m_n rasподjela M mesta po D'Hondtovoj metodi za liste koje su redom osvojile g_1, g_2, \dots, g_n glasova. Tada je

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = M,$$

$$\left\lfloor M \cdot \frac{g_j}{s} \right\rfloor \leq m_j. \quad (B)$$

Napomena. $\lfloor x \rfloor$ označava najveći cijeli broj manji ili jednak x . Primjerice, $\lfloor 2.3 \rfloor = 2$, $\lfloor 3.9 \rfloor = 3$, ... (za više o svojstvima ove funkcije vidi [5]).

Dokaz. U zadnjem koraku algoritma vektor *obrada* izgleda

$$\left(\frac{g_1}{m_1+1}, \dots, \frac{g_n}{m_n+1} \right).$$

Neka je $t = \max \left\{ \frac{g_1}{m_1+1}, \dots, \frac{g_n}{m_n+1} \right\}$ i nije teško vidjeti da je $t \leq \frac{g_k}{m_k}$ za sve $k = 1, 2, \dots, n$.

Sada za proizvoljni $j \in \{1, \dots, n\}$:

$$\frac{g_j}{m_j + 1} \leq \frac{g_k}{m_k} \Leftrightarrow m_k \frac{g_j}{m_j + 1} \leq g_k.$$

Zbrajanjem zadnje nejednakosti po k slijedi

$$M \frac{g_j}{m_j + 1} < s.$$

(Zadnja nejednakost je stroga zbog slučaja $k = j$.) Dobivamo

$$m_j + 1 > M \frac{g_j}{s} \geq \left\lfloor M \frac{g_j}{s} \right\rfloor.$$

(B) slijedi jer imao strogu nejednakost s cijelim brojevima na obje strane. \square

Teorem B nam daje određene garancije da D'Hondtova metoda koja daje prednost dobitnicima većeg broja glasova, istovremeno je i do neke mjeru proporcionalna. Možemo izvesti ove zaključke iz teorema B.

Posljedica C. Za D'Hondtovu metodu vrijedi

(a) Ako se mandati daju proporcionalno podijeliti, tj. $M \cdot \frac{g_j}{s}$ je cijeli broj za sve j , D'Hondtova metoda će ih tako i podijeliti.

(b) Za velike M i mali broj stranaka n rasподjela mandata će težiti proporcionalnosti. Tj. $\frac{m_j}{M} \approx \frac{g_j}{s}$.

Dokaz. (a) Ako je $M \cdot \frac{g_j}{s}$ cijeli broj za sve j , onda jer je $M \cdot \frac{g_1}{s} + \dots + M \cdot \frac{g_n}{s} = 1$, jednakost vrijedi za sve j u (B).

(b) *Skica dokaza.* Za velike M vrijedi² da je $\frac{1}{M} \left\lfloor M \cdot \frac{g_j}{s} \right\rfloor$ približno $\frac{g_j}{s}$. Zbog ograničenja da je $\frac{m_1 + \dots + m_n}{M} = 1$ vrijednost m_j/M ne može previše odstupati od $\frac{g_j}{s}$. \square

Napomena. Precizan iskaz i potpuni dokaz posljedice C čitatelj može naći u [1] (vidi §2.1., točnije propoziciju 2.3.).

Moguće odstupanje od proporcionalnosti

Ako bi idealan broj mandata (vidi (1)) trebao biti 41.67, razumno bi bilo očekivati da ta lista dobije 41 ili 42 mjesta u predstavničkom tijelu.

Sljedeći primjer za

$$n = 7, \quad M = 100, \quad s = 1200$$

će pokazati da to ne mora biti tako u slučaju D'Hondtove metode.

² Za $x \geq 0$ vrijedi $\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\lfloor Mx \rfloor}{M} = x$. Stoga je za velike M , $\frac{\lfloor Mx \rfloor}{M} \approx x$.

j	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{g_j}{M \cdot \frac{g_j}{s}}$	500 41	300 25	200 16	100 8	50 4	30 2	20 1
m_j (D'Hondt)	43	25	17	8	4	2	1
$\left\lfloor M \cdot \frac{g_j}{s} \right\rfloor + 1$	42	26	17	9	5	3	2

U članku [4] istraživalo se pitanje odstupanja raznih metoda od idealnog broja mesta. Na temelju nekih izračuna i simulacija autori su došli do zaključka (slutnje) da u slučaju D'Hondtove metode u prosjeku dolazi do odstupanja veličine $\frac{1}{2} \ln n$ u korist vodeće liste. Zainteresirani čitatelj može naći slutnje za sve rangirane liste u istom članku.

Ovo nije ništa čudno, naime možemo umjetno konstruirati sljedeći (ekstremni) primjer:

- Broj mesta u predstavnicičkom tijelu $M = 10$, za koje se natječe $n = 10000$ lista;
- Lista 1 je dobila $g_1 = 11$ glasova, dok su ostale liste doatile po 1 glas ($g_k = 1$ za $k = 2 \dots 10000$).

D'Hondtova metoda će u ovom slučaju dati sva mesta u predstavnicičkom tijelu listi 1, makar ta lista ima samo 0.109% ukupnih glasova.

4.3. Očuvanje većine

Brojne metode podjele mesta u predstavnicičkim tijelima jamče proporcionalnost, ali se zna dogoditi da ne jamče da lista koja dobije natpolovičnu većinu glasova dobije i natpolovičan broj mesta u predstavnicičkom tijelu.

Za D'Hondtovu metodu vrijedi iduća tvrdnja.

Teorem D. Neka je $g_1 > g_2 + \dots + g_n$, tada je

$$m_1 \geq m_2 + \dots + m_n.$$

Nadalje, ako je broj mandata M neparan onda je $m_1 > m_2 + \dots + m_n$.

Dokaz. Ponovo koristimo istu ideju (kao u dokazu teorema B). Vrijedi $\frac{g_1}{m_1+1} \leq \frac{g_j}{m_j}$ za sve j , odnosno

$$\frac{m_j}{m_1+1} \leq \frac{g_j}{g_1}.$$

Zbrajanjem zadnje nejednakosti po svim $j > 1$ dobivamo

$$\frac{m_2 + \dots + m_n}{m_1+1} \leq \frac{g_2 + \dots + g_n}{g_1}.$$

Dobili smo $m_2 + \dots + m_n < m_1 + 1$, te kako imamo prirodne brojeve na obje strane tvrdnja slijedi. \square

Drugim riječima ako lista osvoji **više glasova** nego sve druge stranke zajedno, D'Hondtova metoda će joj dati i **više mesta** nego svim drugim listama zajedno.

5. Isplati li se koalirati?

Iz načina na koji definirana, D'Hondtova metoda daje prednost listama s većim brojem glasova. Mnogi će to protumačiti kao poticaj da se liste sa sličnim programom udruže.

Koliko je to u praksi tako? Napraviti ćemo pokus simulacijom. Pretpostavimo da imamo $n = 4$ liste koje se bore za $M = 51$ mjesto u predstavničkom tijelu.³ Pretpostavimo:

- Lista broj 1 i 2 imaju podršku između 30% do 20% birača.
- Lista broj 3 i 4 imaju podršku između 20% do 10% birača.
- Ostali birači neće izaći na izbore.
- Lista 1 ima sličan program kao lista 3 i formirat će vlast zajedno ako će imati većinu. Listu 1 i 3 zvati ćemo **neparni blok**. Ukoliko se odluče formirati jedinstvenu listu za izbore koristit ćemo oznaku 1&3.
- Lista 2 ima sličan program kao lista 4 i formirat će vlast zajedno ako će imati većinu. Listu 2 i 4 zvati ćemo **parni blok**. Ukoliko se odluče formirati jedinstvenu listu za izbore koristit ćemo oznaku 2&4.

Postavlja se pitanje ima *isplati* li se listama 1 i 3, kao i listama 2 i 4 udružiti u koaliciju prije izbora ili će iste rezultate postići ako izađu samostalno?

Prvo uočimo da će jedan od ovih blokova dobiti više glasova na izborima i taj blok ćemo zvati **većinski blok**, dok blok koji dobije manje glasova zovemo **manjinski**.

Pitanje isplativosti koalicija se može formulirati na više načina:

- Kolika je vjerojatnost da liste većinskog bloka osvoje većinu u predstavničkom tijelu ako izađu samostalno na izbore?
- Dobivaju li stranke većinskog bloka više mandata ako izađu u koaliciji?
- Dobivaju li stranke manjinskog bloka više mandata ako izađu u koaliciji?

Matematički preciznog odgovora nema. Odgovor na ovo pitanje će nam dati **simulacije**.

Opis simulacije

Simulaciju provodimo na idući način:

- g_1 i g_2 su simulirani kao slučajno odabrani brojevi iz intervala [0.2,0.3];
- g_3 i g_4 su simulirani kao slučajno odabrani brojevi iz intervala [0.1,0.2].

U jednoj od simulacija dobili smo idući rezultat:

³ Npr. Skupština Grada Zagreba ima 51 zastupnika.

j	1	3	2	4
g_j	27.16%	11.42%	25.36%	18.82%

Lista 1 dobila je najviše glasova birača (27.16%), no parni blok (liste 2 i 4) zajedno ima 44.18% dok neparni blok (liste 1 i 3) ima 38.57% potpore. Iduća tablica daje pregled kako bi moguće koalicije prošle:

liste	m_{13}	m_1	m_3	m_{24}	m_2	m_4
1, 2, 3, 4	24	17	7	27	16	11
1&3, 2&4	24	-	-	27	-	-
1, 2, 2&4	24	17	7	27	-	-
1&3, 2, 4	24	-	-	27	16	11

Uočimo da blokovi (kao i pojedine liste kad su isle samostalno) bez obzira na koalicijske kombinacije nisu nimalo promijenile odnose u predstavničkom tijelu.

Rezultati simulacija

Pobjeda većinskog bloka

Simulacije smo proveli na računalu 1000000 puta i usporedili tri scenarija:

- (1) stranke većinskog bloka izlaze u koaliciji;
- (2) stranke većinskog bloka izlaze samostalno, stranke manjinskog bloka izlaze u koaliciji;
- (3) sve stranke izlaze samostalno.

Za očekivati je da u većini slučajeva bez obzira na koalicijske kombinacije većinu (bar 26 mesta) dobije većinski blok.

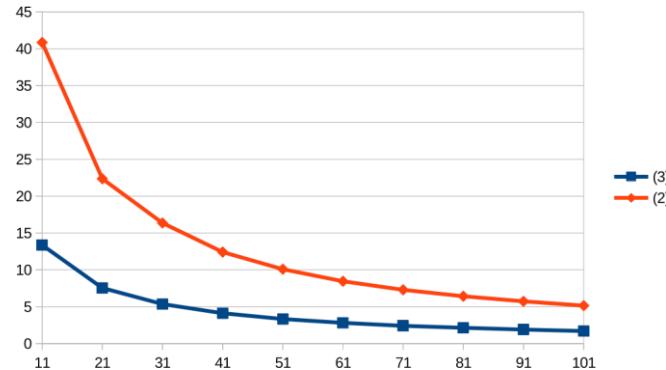
Rezultati simulacija u sljedećoj tablici pokazuju da postoji određena mogućnost da manjinski blok stekne većinu u predstavničkom tijelu bez dobivene većine glasova na izborima.

scenarij	(1)	(2)	(3)
pobjeda većinskog bloka	100%	89.91%	96.66%
pobjeda manjinskog bloka	0%	10.09%	3.34%

Ishod scenarija (1) je posljedica teorema D. Tj. većinski blok će u koaliciji uvijek pobjediti.

Vidimo također u scenariju (2), manjinski blok može pobjediti u otprilike 10% ako stranke većinskog bloka izadu samostalno.

Rezultati simulacija za scenarij (3) pokazuju da će D'Hondtova metoda većinskom bloku dati većinu ako sve stranke izadu samostalno u otprilike 96% slučajeva.



Slika 1: Vjerojatnost pobjede manjinskog bloka u scenarijima (2) i (3) za $M = 11, 21, 31, \dots, 101$.

Interesantni su rezultati simulacija za različite vrijednosti M . Naime, što je M veći to je proporcionalnost metode veća i prema tome su manji izgledi da manjinski blok stekne većinu. Kao što je ilustrirano na slici 1:

- za $M = 11$: u scenariju (2) manjinski blok može pobijediti čak u preko 40% slučajeva, a u scenariju (3) u 13%;
- za $M = 101$: manjinski blok u scenariju (2) poobjeđuje u tek 5%, a u scenariju (3) u tek 1% slučajeva.

Razlika u broju mandata

Jedno od važnih pitanja kod formiranja koalicija je hoće li stranke udružene dobiti više mandata nego da su izašle samostalno na izbore? Mi ćemo ponovo ovo pitanje proučiti u okviru iduća dva scenarija:

- (1) Stranke manjinskog bloka izlaze samostalno. Koliko mandata više dobivaju stranke većinskog bloka u koaliciji nego u slučaju samostalnog izlaska?
- (2) Većinski blok izlazi u koaliciji na izbore. Koliko mandata više će stranke manjinskog bloka dobiti nego u slučaju samostalnog izlaska?

Ponovo smo napravili 1000000 simulacija i dobili iduće rezultate:

mandata više/scenarij	(1)	(2)
0	77.33%	76.91%
1	22.67%	23.09%

Vidimo da koalicija dviju stranaka može u nešto više od 20% slučajeva osigurati **do jednog mandata više** udruženim strankama nego da su izašle samostalno na izbore.

6. Kako je u Hrvatskoj

Izborna pravila podložna su promjenama, tako da ovdje navedena pravila se odnose na stanje iz 2014. godine.

6.1. Lokalni izbori

Na lokalnim izborima za gradske vijeća i županijske skupštine primjenjivala se D'Hondtova metoda s time da je dodan uvjet izbornog praga od 5%. U praksi to izgleda ovako:

- U predstavničko tijelo lokalne samouprave bira se M predstavnika.
- Za M mandata natječe se n lista.
- Lista j dobiva g_j glasova na izborima. ($j = 1 \dots n$)
- Mandati se dijele D'Hondtovom metodom između svih listi koje su dobine bar 5% važećih glasova. (Tj. da bi lista broj j sudjelovala u diobi mandata mora biti $\frac{g_j}{g_1 + \dots + g_n} \geq 5\%$.)

6.2. Izbori za Sabor RH

Na parlamentarnim izborima Hrvatska 2000., 2003., 2007. i 2011. je bila podijeljena na 12 izbornih jedinica:

- 10 velikih izbornih jedinica u kojima se bira po 14 zastupnika;
- jedna izborna jedinica za dijasporu (građane RH koji imaju prebivalište izvan države);
- jedna izborna jedinica za nacionalne manjine.



Slika 2: Izborne jedinice u RH (stanje 2010. godine)

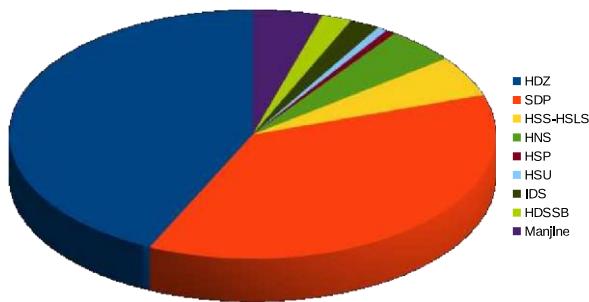
Podjela mandata u 10 *velikih* izbornih jedinica i jedinici za dijasporu obavlja se po D'Hondtovoj metodi među listama koje su dobine bar 5% važećih glasova. Dok se izbori za manjinske predstavnike provode po drukčijim pravilima.

7. Parlamentarni izbori 2007.

Sva naša izlaganja, kao i utjecaj koalicija i izbornog praga, poručit ćemo na primjeru izbora za Sabor RH 2007. godine.

Na izbore je izašlo više lista, a Sabor su ušle sljedeće stranke:

- *Hrvatska demokratska zajednica* - HDZ sa 65 mandata;
- *Socijaldemokratska partija Hrvatske* - SDP sa 56 mandata;
- *Hrvatska seljačka stranka* - HSS, *Hrvatska socijalno liberalna stranka* - HSLS (zajednička lista) sa 8 mandata;



Slika 3: Sastav Sabor-a RH nakon izbora 2007. godine

- *Hrvatska narodna stranka - liberalni demokrati* - HNS sa 7 mandata;
- *Istarski demokratski sabor* - IDS sa 3 mandata;
- *Hrvatski demokratski savez Slavonije i Baranje* - HDSSB sa 3 mandata;
- *Hrvatska stranka prava* - HSP sa 1 mandatom;
- *Hrvatska stranka umirovljenika* - HSU sa 1 mandatom;
- Stranke i liste nacionalnih manjina sa 7 mandata.

Na izbore u tim izbornim jedinicama je izašlo 2,519,560 birača (od toga 2,429,597 u prvih 10 izbornih jedinica).

Rezultati u prvih 10 izbornih jedinica

Mi ćemo se usredotočiti na 10 teritorijalnih izbornih jedinica koje daju 140 od 151 zastupnika. Pravila raspodjele i broj mandata u njima su ista, za razliku od XI i XII izborne jedinice gdje su pravila i broj mandata različiti. Sljedeća tablica daje pregled rezultata u tim izbornim jedinicama:

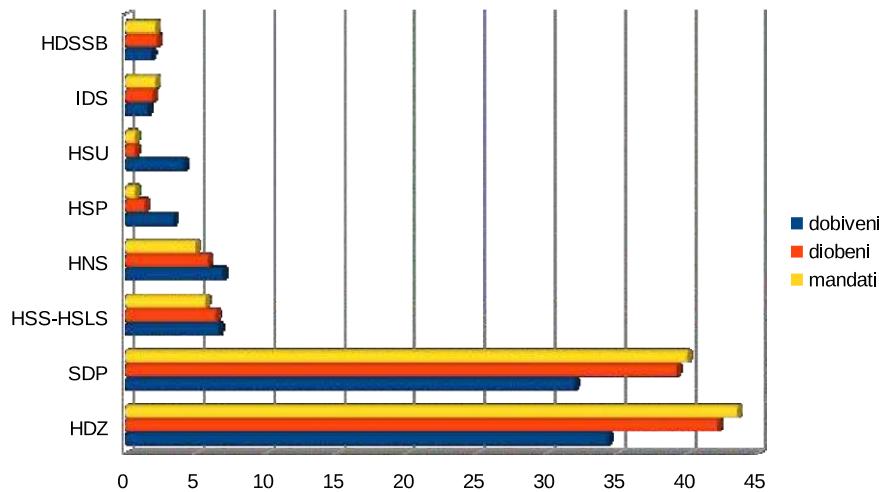
•	HDZ	SDP	HSS-HSLS	HNS	HSP	HSU	IDS	HDSSB
I	74.71	101.25	10.54	15.47	5.77	11.72	-	-
II	79.78	83.52	41.41	11.19	7.34	10.74	-	-
III	58.44	75.45	24.39	62.09	4.09	8.64	-	-
IV	65.11	55.93	8.42	9.68	16.65	10.20	-	31.79
V	90.82	56.72	11.76	9.16	11.02	7.87	-	12.75
VI	75.72	79.81	18.29	11.99	7.61	9.82	-	-
VII	91.38	95.95	16.87	14.35	8.46	11.78	-	-
VIII	50.07	96.97	6.93	12.31	4.27	13.84	38.26	-
IX	132.49	57.63	8.35	9.63	8.70	8.57	-	-
X	115.74	73.41	14.80	12.53	9.05	7.86	-	-
Σ	834.29	776.6	161.81	168.44	83.00	101.09	38.26	44.55
%	34.34	31.97	6.66	6.93	3.42	4.16	1.58	1.83
Σ	834.29	776.69	127.55	116.23	27.67	13.84	38.26	44.55
%	42.16	39.24	6.45	5.87	1.40	0.70	1.93	2.25
m	61	56	8	7	1	1	3	3
%	43.57	40.00	5.71	5.00	0.71	0.71	2.14	2.14

brojevi glasova u tisućama; **podebljani** brojevi označavaju da je stranka prešla izborni prag, tj.
 dobila bar 5% glasova u toj izbornoj jedinici; Σ zbroj glasova koje je lista dobila; Σ zbroj glasova koje
 je lista dobila u izbornim jedinicama gdje je prešla izborni prag (tj.
 glasovi koji ulaze u diobu mandata); m broj mandata koje je dobila lista;

Zanimljivosti rezultata izbora

Prvo što možemo uočiti su razlike u postotcima između ukupno osvojenih glasova pojedine liste i zastupljenosti u broju mandata.

- Velike stranke HDZ sa 34.34% i SDP sa 30.19% dobile su 43.57% i 40% mandata.
- Sve ostale manje stranke (izuzev regionalnih stranaka IDS-a i HDSSB-a) dobile su manji postotak mandata nego glasova na izborima.
- HNS unatoč tome što je dobio više glasova od liste HSS-HSLS je dobio manje mandata.
- Unatoč što je prešao izborni prag u dvije izborne jedinice HSP je dobio samo jedan mandat (u IV jedinici). Ovo je posljedica razlike u tzv. nominalnom i prirodnom izbornom pragu. (Za više vidi §2.2 u [1].)



Slika 4: Dobiveni postotak glasova, postotak glasova koji je sudjelovao u diobi i postotak osvojenih mandata na izborima 2007.

Razlozi disproportionalnosti

Glavni razlog disproportionalnosti uočenih u tablici i prikazanim grafom na slici 4 leži u izbornom pragu. Naime, velike stranke (s puno više od 5%) preći će izborni prag, u pravilu, u **svim** izbornim jedinicama. S druge strane, male stranke (koje su blizu 5% podrške birača) preći će izborni prag samo u **nekim** izbornim jedinicama.

Kako se glasovi u izbornim jedinicama gdje su prešle izborni prag ne računaju ovo očito vodi do disproportionalnosti u korist velikih stranaka. Ovo je i bila namjera zakonodavca - očuvati proporcionalnost glasova, ali i omogućiti stabilno formiranje većine nakon izbora.

Uočimo još:

- Sve stranke su otprilike dobile proporcionalan broj mandata broju glasova u izbornim jedinicama gdje su prešle prag.

Zadnja primjedba je realizacija posljedice C, tj. činjenice da D'Hondtova metoda teži proporcionalnosti.

Rezultati i koalicijske kombinacije

Sad ćemo proučiti koliko su rezultati ovog izbornog podložni promjenama u raznim koalicijskim kombinacijama.

Nakon izbora, mnogi kažu kako bi neke stranke ostvarile bolje rezultate da su izašle zajedno. Međutim, nitko sa sigurnošću ne može reći bi li tim potezom **zadržale svoje birače**. Mi ćemo teoretski to prepostaviti kako bi smo vidjeli

koliko rezultati variraju. Računalnom implementacijom D'Hondtove metode u tri scenarija dobivamo iduće rezultate na nivou svih 10 izbornih jedinica.

Prvi scenarij

U ovom scenariju pretpostaviti će se da zajedno na izbore 2007. izlaze HDZ, HSS i HSLS te SDP, HNS i HSU, a ostale stranke kao na izborima 2007.

lista	broj osvojenih mandata (promjena)	% glasova
HDZ-HSS-HSLS	66 (-2)	41.00
SDP-HNS-HSU	68 (+3)	43.06
HSP	1 (0)	3.41
IDS	2 (-1)	1.57
HDSSB	3 (0)	1.83

U ovom scenariju rezultati su se promijenili u iznimno neodlučne.

Drugi scenarij

U ovom scenariju rezultati izbora će se promijeniti do neprepoznatljivosti. Pretpostavljamo da je na izbore izašla ista kombinacija stranaka kao 2011. godine.

lista	broj osvojenih mandata (promjena)	% glasova
HDZ	54 (-7)	36.33
SDP-HNS-HSU-IDS	76 (+9)	44.63
HSS-HSLS	6 (-2)	6.66
HSP	1 (0)	3.41
HDSSB	3 (0)	1.83

U ovom scenariju došlo je do promjene odnosa snaga.

Treći scenarij

Pretpostavimo da su zajednički na izbore izašli HDS, HSS, HSLS i HSP.

lista	broj osvojenih mandata (promjena)	% glasova
HDZ-HSS-HSLS-HSP	76 (+6)	44.42
SDP	53 (-3)	31.97
HNS	5 (-2)	6.93
HSU	1 (0)	4.16
IDS	2 (-1)	1.57
HDSSB	3 (0)	1.83

U ovom scenariju je ponovo došlo do značajne promjene odnosa snaga.

8. Zaključak

D'Hondtova metoda teži proporcionalnoj raspodijeli mesta u predstavničkom tijelu, tako da prednost daje listama koje imaju više glasova i jamči da dobitnik

Nerecenzirana i ne lektorirana verzija clanca za CROSBI

natpolovične većine glasova stekne i natpolovičnu većinu mjesta u predstavničkom tijelu.

Kako D'Hondtova metoda teži proporcionalnosti, koalicije ne mogu izazvati velike promjene u rezultatima izbora u jednoj izbornoj jedinici. No, kao što smo vidjeli u §5. kod izbora u kojima dva bloka imaju približno isti broj glasova, postoji nezanemariva vjerojatnost da koaliranje promjeni ishod.

Također, u §7 smo vidjeli da koalicije u sustavima s više izbornih jedinica i izbornim pragom, mogu promijeniti puno više zbog akumuliranog efekta promjena u svakoj pojedinoj izbornoj jedinici. Promjena ishoda u tom će slučaju biti kombinacija aktiviranja glasova lista koje su bile ispod izbornog praga i činjenice da je došlo do promjene u poretku listi po broju glasova.

Poznati su mnogi paradoksi kod izbora pojedinca za neku dužnost i o tome su napisane mnoge knjige (npr. [3]), tako da nas ne treba čuditi da su paradoksi mogući kod proporcionalnih sustava.

Literatura

- [1] Hatzivelkos A., *Parametri optimalne reprezentabilnosti D'Hondtove metode*, Poučak 48, HMD i Profil d.o.o., 2011.
- [2] Manger R., *Strukture podataka i algoritmi*, Element, Zagreb, 2014.
- [3] Saari D.G., *A Mathematician Looks at Voting*, AMS, 2001.
- [4] Schuster K., Pukelsheim F., Drton M., Draper N.R., *Seat biases of apportionment methods for proportional representation*, Electoral Studies 22 (2003), 651-676.
- [5] Tadić T., *Najveće cijelo $\lfloor x \rfloor$ i njegovi prijatelji*, PlayMath 4 (2004), V.gimnazija
- [6] *Apportionment paradox*, Wikipedia : The Free Encyclopedia, pristupljeno 18:00, 6.9.2015.
- [7] *Državno izborno povjerenstvo RH*, <http://www.izbori.hr>