

# Multimedijsko učenje i vrednovanje matematičkih panoa na primjeru GeoGebre

Mirela Tolić\*

Renata Jukić\*\*

Vesna Josipović\*\*\*

## SAŽETAK

*Pod utjecajem naglog razvoja Interneta te različitih programa, posebice interaktivnih matematičkih računalnih softvera, mijenjale su se i metode uključivanja računala u obrazovni proces. Na primjerima izrade matematičkih panoa iz nastavnih cjelina linearne funkcije, kvadratne funkcije, eksponencijalne i logaritamske funkcije, potrošačkog kredita i kalkulacije prikazana je metoda učenja i vrednovanja učeničkih radova uz pomoć multimedije. U istraživanju je sudjelovalo 420 učenika početnih razreda srednje strukovne škole Splitsko-dalmatinske županije. Eksperimentalno je istraživanje pokazalo da višekratna upotreba računalnih strategija i pragmatična upotreba multimedijske didaktike može značajno utjecati na odgojno-obrazovni proces učenja. Rezultati istraživanja prikazuju kako je primjenom matematičkog programa GeoGebra, alata za e-učenje na praktičnim zadacima kroz istraživanje i kreativno prikazivanje rezultata, olakšano usvajanje gradiva. Time se povećava motivacija za učenje matematike, ali i razvoj digitalnih kompetencija kod učenika i nastavnika.*

Ključne riječi: GeoGebra, kreativni rad, matematički panoi, multimedijska didaktika, multimedijsko učenje

---

\* dr. sc. Mirela Tolić, doc., Odsjek za pedagogiju, Filozofski fakultet Sveučilišta u Osijeku, mtolic@ffos.hr

\*\* dr. sc. Renata Jukić, doc., Odsjek za pedagogiju, Filozofski fakultet Sveučilišta u Osijeku, rjukic@ffos.hr

\*\*\* mr. sc. Vesna Josipović, Savjetnica za matematiku, Splitsko-dalmatinske županije, Vesna.josipovi50@gmail.com

## Uvod

*Svi ljudi uče – svjesno i nesvjesno – cijelog svog života... I imaju opravdanu potrebu da njihovo učenje u svim oblicima i na svim mjestima bude priznato i podržano. (Dohmen 2001)*

Pod utjecajem globalizacijskih procesa, osobito s pojavom novih medija, bitno se mijenjanju ponašanja učenika i nastavnika, ali i motivacija u učenju. Imperativ suvremenog društva i škole, uz stručnost u profesionalnoj sferi, svakako su kreativnost, inovativnost, kritičko-reflektivan stav, metakognitivna znanja i vještine te motivacija za usvajanje znanja i vještina (Rychen, Salganik, 2000). Već od razvoja knjige, radija, televizije i elektroničkih medija postoji velika diskusija među stručnjacima o tome kako mediji doprinose razvoju motivacije u učenju, posebice u učenju pojedinih nastavnih jedinica matematike. Najaktualnija znanja dostupna su putem Interneta, treba ih znati koristiti, stalno se stručno usavršavati i praktično ih primjenjivati. Škole prate razvoj obrazovne i nastavne tehnologije. Učenici i nastavnici često su suočeni s brzinom razvoja inovativnih medija te s njihovom pravilnom i praktičnom primjenom (Adomeit, 1997). Didaktičko-metodička, kurikulumska promišljanja i praćenja aktualnih pitanja i problema suvremene nastave od iznimne su važnosti za učinkovito kretanje k planiranim obrazovnim ishodima, odnosno stjecanju potrebnih učeničkih kompetencija (instrumentalnih, interpersonalnih, sistemskih i specifičnih – predmetnih) (Ashauer, 2004).

Učenici su tijekom nastave matematike često pasivni i nezainteresirani za sadržaje koji se obrađuju, ne zanima ih puko pamćenje činjenica i rješavanje šablonskih zadataka. Povezivanje sadržaja učenja sa stvarnim životom daje nastavi smisao, potiče znatiželju, aktivira učenika. Od nastavnika se očekuje da kod učenika razvija znanja, sposobnosti, vještine te kritičko razmišljanje koje se danas traži u informatičkom društvu, temeljenom na primjeni informacijsko-komunikacijske tehnologije. No, često se nastavnik nađe u situaciji da su učenici informatički pismeniji pa češće koriste računalo kao zabavu, a manje za rješavanje školskih zadataka (Miliša; Tolić; Vertovšek, 2010). Polazeći od toga, pedagoški problem postaje pitanje kako računalo ugraditi u nastavni proces te kako uz pomoć računala nastavni proces učiniti što učinkovitijim. No, prilikom praktične primjene računala u nastavi treba se usvajati i digitalna kompetencija koja ima više sastavnica:

- tehničku kompetentnost (temeljne kulturne tehnike - rad na računalu);
- znakovnu kompetentnost (razumijevanje i kombiniranje podataka zajedno, npr. tekst i slika, tekst i ton);
- kulturnu kompetentnost (opisivanje sposobnosti da se tehnički stečene informacije smisleno spajaju s komunikacijskim procesima školske klime) (Issing, 1975: 106).

Sve navedene sastavnice podrazumijevaju i razumijevanje moderne obrazovne i nastavne tehnologije koja potiče stalno i neprekidno samoobrazovanje nastavnika. Nastavnici koji prihvaćaju i upotrebljavaju nove medije u nastavi, mišljenja su da novi mediji više motiviraju i aktiviraju učenike zbog svoje atraktivnosti, a manje su povjerljivi prema ostalim kategorijama nastavnog procesa, kao što su znanje, stjecanje predodžbi, pojmova, vrijednosnih orijentacija, stajališta i dr. (Papotnik, 2007).

Kod upotrebe računalne strategije postavlja se nekoliko temeljnih pitanja:

- Koji se nastavni ciljevi žele postići?
- Kakva znanja, iskustva, sposobnosti, razinu digitalne kompetencije imaju učenici?
- Koje su psihofizičke osobine učenika (motivacija, volja za učenjem i sl.)?
- Koje medije učenici već poznaju i kakav je odaziv na njih? (Papotnik, 2007)

Medijska pedagogija kao zasebna, mlada disciplina bavi se pitanjem na koji način integrirati nove medije u nastavi i kako poticati multimedijsko učenje kod učenika (Flehsig, 1973). Multimedijska didaktika u korelacijskoj vezi s medijskom pedagogijom nudi odgovore na pitanje kako pedagoški i didaktički oblikovati medije s ciljem poboljšanja kvalitete učenja. Za bolje iskorištavanje potencijala učenika korespondirati moraju program, metode učenja i poučavanja te vrednovanje obrazovnih i odgojnih postignuća. U kreativno-inovativnoj školi današnjice učenje počiva na kognitivno-konstruktivističkoj i kritičko-emancipacijskoj paradigmi s vrijednosnom orijentacijom, a učenje karakteriziraju traženje, otkrivanje, rješavanje, kreiranje, inoviranje, anticipiranje te kritičko vrednovanje (Matijević, Radovanović, 2011). Proces učenja učinkovitiji je kada su učenici uključeni u rješavanje zadataka povezanih sa životom, kada je postojeće znanje temelj za novostečeno, kada se spoznaje predstave i učine učenicima dostupnima, kada učenici samostalno primjenjuju novostečeno znanje i kada ga integriraju u vlastiti svijet (Pivac, 2009). Novi mediji u tome imaju veliku ulogu.

## **Mediji u nastavi i didaktička značajnost GeoGebre**

Mediji su nezaobilazni dio svakodnevice, ali i nastavnog procesa. O medijima u didaktičkom smislu možemo govoriti tek kad reprodukcijaska sredstva i materijalni nosioci postanu u određenoj didaktičkoj vezi nosioci i posrednici informacija, kada su tehnologija i prijenos informacija umreženi u didaktičkoj funkciji (Dohmen, 1976). Mediji se u nastavi javljaju u nekoliko oblika. Upotrebljavaju se kao radno i pomoćno sredstvo, kao alat, a mogu biti i nastavna tema. Pritom se podrazumijeva učenje uz pomoć medija, pojedinačno ili u skupinama (pomoćno sredstvo), priprema

nastavnoga medijskog materijala, samostalno stvaralaštvo učenika i učitelja koji proizvode medijski obrazovni proizvod (alat). Neizostavno je učenje o medijima, posebice novim, pri čemu nužno treba tematizirati digitalnu logiku i algoritamsko mišljenje (mediji kao nastavna tema) (Dohmen, 2001). No, bitno je težiti odgovoru na pitanje kako osposobiti nastavnika za rad s novim medijima i kako osposobiti učenike za primjenu nove tehnologije u obrazovne svrhe. U obrazovanju budućih stručnjaka, koji bi radili s različitim računalnim programima kao digitalnim alatima za pospješivanje nastavnog procesa, trebaju biti zastupljena barem tri područja koja će obuhvatiti medije i informacijske tehnologije u odgoju, obrazovanju i nastavi (Moser, 2007). Moser (2007) navodi ih nekoliko:

*a) opća medijska kompetencija*

- teorija medija i informacijskih tehnologija;
- izbor i primjena medija i informacijsko-tehničkih sustava;
- stvaranje medijskih softvera;
- društveno značenje medija pri izmjeni informacija;
- medijska estetika, medijska etika i medijsko pravo (Moser, 2007: 69)

*b) (multi)medijsko-didaktička kompetencija*

- temelji primjene medija i informacijskih tehnologija u nastavi;
- značenje medija u nastavi;
- upotreba medija i informacijskih tehnologija u predmetnoj nastavi;
- primjena medija i informacijskih tehnologija u izvannastavnom radu s djecom i mladeži;
- analiza i procjena vrijednosti trenutačne medijske ponude;
- društveni i institucionalni uvjeti za medijsku produkciju;
- medijsko obrazovanje i vrijednosni sudovi;
- koncepcija, implementacija i evaluacija medijskih obrazovnih modula u suradnji sa školom i ostalim odgojno-obrazovnim institucijama (Moser, 2007: 70)

*c) kompetencija u području medijskoga odgoja*

- odgojni-obrazovni ciljevi i zadaće u području medija i informacijskih tehnologija;
- medijski odgoj (klasični mediji, informacijsko-komunikacijske tehnologije u nastavi i radu s mladima u izvannastavnim sadržajima);
- suradnja na razvijanju i proizvodnji medijski obrazovnih standarda (Moser, 2007: 71).

Navedena tri područja zajednički vode prema sljedećim ciljevima:

- a) poučavanje o medijima
- b) primjena medija u nastavi
- c) izrada medijskih sadržaja
- d) praktični rad s djecom i mladima u području medijske kulture (od izrade webinara, kreativnih panoa do mrežnih stranica škole, razreda, nastavnih predmeta i sl.).

Dakle, medije ne treba primarno promatrati kao tehničko sredstvo, nego kao estetski i simbolički materijal za samoizražavanje i komunikaciju (Tolić, 2010: 54.). Premda se znanju, posredovanom i usvojenom elektroničkim medijima, prigovara da mu nedostaje sustavnost i homogenost te da nije trajno, učenje na taj način privlačno je učenicima i oni mu se rado okreću. Razlozi su jednostavni: atraktivna vizualna informacija, dinamične forme, aktivna i interaktivna komunikacija s informacijama.

Podemo li od kurikulumskeg polazišta, razmišljanja o povezanosti ciljeva i ishoda učenja, od iznimne je važnosti planirati i sustavno se kretati k ostvarivanju planiranih, promišljenih, i za vrijeme u kojem živimo (i budućnost!), bitnih kompetencija učenika. Ishode učenja u nastavnom procesu (kompetencije učenika) možemo promatrati unutar danog predmeta, ali i sagledati ih iz perspektive kompetencija koje su prijeko potrebne u suvremenom svijetu, a obuhvaćaju međupredmetna područja. Program GeoGebra pruža mogućnost upravo takvog pristupa. Osim usvajanja matematičkih znanja i vještina, učenicima pomaže u stjecanju digitalnih kompetencija koje podupire i Europski kompetencijski okvir (2006) te hrvatski Nacionalni okvirni kurikulum (2011).

GeoGebra jedan je od značajnih matematičkih računalnih programa koji povezuje geometriju, algebru i analizu. Razvio ju je Markus Hohenwarter i međunarodni tim programera za poučavanje matematike u školama (Hohenwarter, 2009). GeoGebra ima tri različita načina promatranja matematičkih objekata: grafički prikaz, algebarski prikaz i tablični prikaz. Oni omogućuju predstavljanje matematičkih objekata na tri različita načina: grafički (npr. točka, graf funkcije), algebarski (npr. koordinate točaka, jednadžba) ili u ćelijama tabličnog prikaza. Svi prikazi jednog objekta dinamički su povezani i automatski će se promijeniti ako se promijeni bilo koji prikaz, bez obzira na koji je način objekt izvorno stvoren. U višim razredima osnovne škole GeoGebra se najčešće koristi kao algebarski prikaz, traka za unos, koordinatna os i koordinatni sustav. U srednjim školama također se koristi algebarski unos kako bi se učenike uvelo u algebru, analitičku geometriju i analizu (Hohenwarter, 2009). Upotrebom GeoGebre učenici se upoznaju s tehničkim sredstvima, tehnologijom, organizacijom rada, kreativnošću i ekonomikom te istovremeno usvajaju digitalne kompetencije (Flehsig, 1973). Kao didaktički alat, GeoGebra

osigurava pouzdanu i kritičku upotrebu digitalnih medija za rad, komunikaciju i zabavu. Zasnovan je na kritičkom i logičkom razmišljanju, razvoju vještina za kreativni rad i samostalno učenje. Istovremeno služi za obradu informacija s kojima se razvijaju digitalne komunikacijske vještine (Hochenwarter, 2009). U današnjem nepredvidivom, nesigurnom i promjenjivom vremenu učenici se moraju osposobiti za prilagođavanje uvjetima koji ih okružuju. Kreativnost je nužan preduvjet ne samo uspjeha, nego i opstanka u takvim uvjetima. Nastavni proces pruža niz mogućnosti kojima je moguće stimulirati perceptivne sposobnosti, jačati znatiželju i fleksibilnost, poticati divergentno mišljenje i suradnički rad te postoji niz didaktičko-metodičkih rješenja kojima se potiče razvoj kreativnih sposobnosti. GeoGebra prati pet ključnih oblika ponašanja koja optimiziraju kreativni proces: udruživanje (stvaranje veza među pitanjima, problemima ili idejama iz različitih područja), propitivanje (postavljanje upita koji predstavljaju izazov), promatranje (ne samo gledanje) svijeta oko sebe, umrežavanje (upoznavanje ljudi s različitim idejama i perspektivama) te eksperimentiranje (izgradnja interaktivnih iskustava i provociranje neortodoksnih, mnogostrukih odgovora) (Dyer i sur., 2011). Kreativnost je, prema suvremenim istraživanjima, opća ljudska sposobnost na koju se može utjecati u procesu razvitka i učenja (suprotno "mitu" prema kojem se rađamo kao nekreativni ili kreativni pojedinci).

Zbog mogućnosti dinamičnog prikaza te interaktivnosti matematičkih objekata, GeoGebra se kao kognitivni alat u nastavi može koristiti u tri različite situacije:

1. pri objašnjavanju matematičkih koncepata i njihovih međusobnih odnosa,
2. za istraživanje matematičkih koncepata i odnosa,
3. za modeliranje.

Stoga su Karadag i McDougall sva tri modela razradili u obliku tablice, slijedeći Polyina načela heurističkog pristupa učenju. Ukratko, GeoGebra je matematički alat za demonstraciju, istraživanje i dokazivanje. Nguyen (2012) naglašava kako GeoGebra može pomoći u procesu dokazivanja, posebno na prijelazu od abduktivne argumentacije (engl. Abductive argumentation) do deduktivnog dokaza. Osim na abduktivnoj argumentaciji, njegov se model za dokazivanje u GeoGebri temelji i na interaktivnom sustavu pomoći (HLP, engl. Interactive help system). Zanimljivo je da se Nguyen, kao i Karadag i McDougall (2009), vodi heurističkim pitanjima Georga Polye (Mathematics and plausible reasoning, 1954), kako bi učenike doveo do uspješnog rješavanja matematičkih zadataka i uz pomoć kojeg se lako mogu izraditi interaktivne web stranice. Interaktivni aplet izrađen u GeoGebri jednostavno se izvozi u HTML datoteku koju je moguće dodatno uređivati i dopunjavati odgovarajućim tekstom. Na gotovim apletima učenici eksperimentiraju, izvode zaključke i na taj način stječu osobno iskustvo, razvijaju kreativno mišljenje i izgrađuju vlastito znanje (Dauber, 2009).

Bez obzira na pedagoška načela, različite nastavne metode i oblike rada, kvaliteta nastave ovisi najviše o nastavniku i učenikovoј motivaciji. Potrebno je koristiti različite metode učenja i poučavanja kako bi sposobnosti učenika došle do punog izražaja, kako bi svaki učenik imao mogućnosti i prilike za napredovanje (europska tradicija obrazovanja odavno se vodi premisom utemeljenoј na „pedagogiji uspjeha za sve“). Mediji učenicima nude složene zadatke i materijale koji ih motiviraju za istraživačke projekte i kreativno rješavanje problema te im pomažu u otkrivanju zanimljivih i alternativnih načina učenja. Takvo učenje nastojalo se postići izradom matematičkih panoa uz pomoć didaktičkog alata GeoGebre u jednoј srednjoj strukovnoj školi Splitske-dalmatinske županije. Zadatke iz različitih nastavnih cjelina učenici su samostalno, radeći svojim tempom (pri čemu su promatrali, čitali, isprobavali, koristili medije), kreativno prezentirali na panou formata A4. Ti su zadaci potom bili istaknuti na velikom panou u matematičkoј učionici. Tijekom aktivnosti, nastavnici su ih, putem individualiziranog pristupa, ohrabivali i hvalili s ciljem razvijanja samopouzdanja. Svi su učenici imali različite zadatke koji su bazirani na jednakom postupku rada. Međusobno su se dogovarali i na taj način razvijali suradničke odnose. Ovakva izrada matematičkih panoa pridonosi zornosti matematičkih sadržaja, razvija znanja, sposobnosti, kreativnost te divergentno mišljenje i kritičnost učenika.

Sve navedeno potiče nas na razmišljanje o budućim ishodima učenja za multimedijско učenje:

- Mediji trebaju imati afirmativnu funkciju. Mediji su tu za korist djece i odraslih, a ne obratno. U odnosu između škole i medija mora postojati intenzivniji razvoj medijskog odgoja.
- Moraju se postaviti jasni odgojno-obrazovni ciljevi.
- Bitan je razvoj refleksivno-kritičkog stava kod učenika, ali i stručno osposobljavanje djelatnika škole.
- Nužno je razvijati komunikaciju o medijskim sadržajima unutar škole i u obitelji.
- Nužna je pedagoška analiza načina korištenja medija kod učenika, ali i odgovor na pitanje o namjeni određenih medija (npr. za rješavanje domaćih i radnih zadataka i sl.).
- Nužno je razlučiti sve medije prema vrsti i svrsi (tiskani mediji, audiovizualni, elektronički i dr.).
- Nužan je razvoj timskog rada i integracija medijskih radionica gdje bi se, zajedno s djecom, roditelji pozvali na sudjelovanje u određenim radionicama.



- Treba osvijestiti da se odnos između škole i medija može promijeniti primjenom određenih medijskih sadržaja.
- Nužno je integrirati unaprijed u školi utvrđene ishoda učenja za razvoj medijskog odgoja.

### *Obrazovni standardi GeoGebre*

Uvođenje i korištenje GeoGebre u nastavnom procesu podupire i konstruktivistički pristup učenju i poučavanju. Konstruktivizam je teorija učenja, teorija stvaranja znanja i pristupa obrazovanju. Kao pristup učenju (i poučavanju) zasnovan je na pretpostavci da je spoznaja rezultat “mentalne konstrukcije”, tj. učenici uče spajajući nove informacije s onim što već znaju i pronalaze smisao stvaranjem individualnih konstrukata. U odgojno-obrazovnom procesu konstruktivizam počiva na sljedećim epistemološkim načelima: znanje je rezultat aktivnosti pojedinca, spoznaja je adaptivni proces, pri spoznavanju pojedinac organizira i sistematizira vlastita iskustva u kontekstu kojeg se poučava sastavni sadržaj (Glaserfeld, 1997). Teorija konstruktivizma nastoji dokazati da osobe uče ili stječu nova saznanja putem složene interakcije postojećeg znanja i vrijednosti s novim idejama, događajima i aktivnostima u koje su uključeni. Postojeće spoznajne strukture, prema tumačenju konstruktivista, djeluju kao filtri i poticatelji novih ideja i iskustva, a one se mogu izmijeniti tijekom učenja. U konstruktivističkom diskursu aktivnosti učenja odlikuje se aktivan stav osobe koja uči - uključenost u ono što se uči, istraživačke aktivnosti, rješavanje problema i suradnja s drugima (Murphy, 1997, Richardson, 1997, Vrasidas, 2000), na čemu počiva i korištenje GeoGebre. Znanja se stječu uz pomoć sudjelovanja sa sadržajem, umjesto oponašanjem ili ponavljanjem (Kroll, LaBosky, 1996). U radu s računalnim programima, kakav je i GeoGebra, nastavnik je vodič i moderator, što je još jedna od temeljnih postavki konstruktivizma (Glaserfeld, 1997).

Nadalje, problem “tromog znanja”, koji vrlo često prepoznajemo i zamjeramo našem obrazovnom sustavu, ne možemo riješiti klasičnim, zastarjelim i učenicima dosadnim metodama i oblicima rada. Postoji nekoliko IB (International Baccalaureate - [www.ibo.org](http://www.ibo.org)) škola u Hrvatskoj koje provode iznimno kvalitetne obrazovne programe u nastavi. Učenje se prema IB-u naslanja na konstruktivističku teoriju učenja, koja je objašnjena u ovome radu. IB Learner Profile priložen je ovoj recenziji, na znanje autorima, kao dodatan napitak u slučaju da s njim nisu upoznati. U IB školama nastavnici se ne rukovode predmetnim udžbenicima kao takvima jer ne postoje, već nizom koncepata i smjernica za evaluaciju koje su linearno i vertikalno povezani periodom učenja i interdisciplinarno, različitim predmetima. Ocjenjivanje se temelji na ‘deskriptorima’ i razinama postignuća, što se opet može ocijeniti formativno i sumativno.



Međunarodni Bakalaureat, program za učenike od 3. do 19. godine, temelji se na sljedećem:

Proces učenja biti će učinkovitiji kada su učenici uključeni u rješavanje zadataka povezanih sa životom, kada je postojeće znanje temelj za novostečeno, kada se spoznaje demonstriraju i učine dostupnima učenicima, kada učenici samostalno primjenjuju novostečeno znanje i kada ga integriraju u vlastiti svijet.

Digitalni su mediji učenicima zanimljivi i bliski po “načinu razmišljanja”; današnji učenici su “digitalni domoroci”, tečni “govornici” i korisnici digitalne tehnologije (Issing, 1975: 9). Mediji mogu biti izvrstan alat za kretanje k “višim” razinama znanja – razumijevanju, primjeni, analizi, sintezi i vrednovanju (samovrednovanju).

Tablica 1. Obrazovni standardi GeoGebre (Karadag, Z. & McDougall, D., 2009)

Table 1. Educational GeoGebra standards

Obrazovni standardi:	Objasniti (explaining) (ishodi učenja)	Istražiti (exploring)	Modelirati (modelling)
1. Razumijevanje problema matematičkih zadataka	- opisati zadane podatke, utvrditi što je nepoznato	- osigurati radni materijal za učenike, navesti učenike da istraže problem, voditi učenike da utvrde što je nepoznato	- ponuditi poučak kojeg treba istražiti, utvrditi zadane podatke, opisati nepoznato
2. Stvaranje plana	- utvrditi postoji li veza među varijablama, izložiti strategiju	- pitati učenike za vezu među varijablama, voditi učenike u stvaranju strategije	- osmisliti matematičke objekte, analizirati veze među objektima
3. Izvođenje plana	- sakupiti nove podatke manipulirajući matematičkim objektima kako bi se došlo do rješenja, postaviti vođena pitanja	- voditi učenike kroz interakciju matematičkih objekata da prikupe dovoljno podataka, voditi učenike da uoče zakonitosti na temelju prikupljenih podataka	- manipulirati objektima kako bi provjerili valjanost konstrukcije, postaviti pretpostavku, testirati pretpostavku
4. Osvrt	- ponoviti postupak, postaviti pitanja: što-ako?	- poticati učenike da mijenjaju početni problem, poticati učenike da postavljaju što-ako pitanja	- promijeniti varijable, osmisliti problem koji opisuje trenutno stanje, postaviti novi problem

GeoGebra učenicima pruža i mogućnost evaluacije vlastitog rada. Elementi su samoregulirajućeg učenja planiranje, praćenje i kontrola vlastitog učenja te refleksija - vrednovanje vlastitog učinka nakon učenja (Zimmerman, Kitsantas, 2005; prema Bezinović i sur., 2010). Procesom samovrednovanja učenik gubi pasivnu ulogu u odgojno-obrazovnom procesu i brzo ostvaruje samostalnost u usvajanju novih sadržaja (Short, 1985). GeoGebra nudi kritičke i kreativne obrazovne standarde koji su prikazani u Tablici 1. prema modelu učenja Lester, 2011. (Lester, J. Designing interactive mathematics. <http://oldweb.cecm.sfu.ca/~jalester/DesignIntMath.pdf>;franzosisch-deutsch-modell).

Uz navedene ishode učenja usvajaju se razine digitalne kompetencije koje su nužne za pravilnu upotrebu novih tehnologija, njihovog sadržaja i razvoja kritičke svijesti. Wechtersbach (2007) definirao je digitalnu kompetenciju kao sposobnost korištenja znanja i vještina te razumijevanje potrebe za cjeloživotnim učenjem. Prema kompetencijskom okviru Vijeća EU za znanost, još je 2007. godine usvajanje i razvijanje sposobnosti za pravilnu upotrebu informacijsko-komunikacijske tehnologije definirano kao nužno (Moser, 2007).

Upotreba računala u nekim fazama nastavnog procesa dijeli se na dva glavna pristupa: monomedijski i multimedijijski. Problem istraživanja ovog rada isključivo je baziran na multimedijijskom pristupu, odnosno na matematičkim panoima kao načinu prikazivanja i vrednovanja učeničkih radova i njihovoj povezanosti s obrazovnim ishodima multimedijijskog učenja (Moser, 2007). Stoga je cilj rada bio utvrditi utjecaj programa dinamičke geometrije GeoGebra, kao postupka multimedijijskog učenja i kao e-alata za poboljšanje kvalitete učenja, motiviranje učenika za rješavanje matematičkih zadataka (izrade matematičkih panoa) te razvoja učeničke kreativnosti i povećanja uspjeha iz predmeta matematike. Umjesto klasičnog vrednovanja školskih zadataka, učenici su izrađivali matematičke panoe kao način prikazivanja i vrednovanja usvojenog i/ili naučenog.

U istraživanju se krenulo od sljedećih pretpostavki:

- očekuje se da će učenici, koristeći multimedijijski računalni program GeoGebra, biti motiviraniji u izradi školskih i domaćih zadataka u odnosu na klasičan način izvršenja zadataka;
- očekuje se da će učenici upotrebom GeoGebre imati bolju interakciju na relaciji učenik-nastavnik i učenik-učenik;
- očekuje se da će učenici postići bolje rezultate u izradi matematičkih panoa i vrednovanju učeničkih zadataka u odnosu na klasičan način vrednovanja;
- očekuje se da će učenici steći određene faze digitalne kompetencije, posebice usvajanje refleksivno-kritičkog stava te razvoj selektivnog odabira računalnih alata pri izradi matematičkih zadataka;

- proces učenja biti će učinkovitiji kada su učenici uključeni u rješavanje zadataka povezanih sa životom, kada je postojeće znanje temelj za novostečeno, kada se spoznaje demonstriraju i učine dostupnima učenicima, kada učenici samostalno primjenjuju novostečeno znanje i kada ga integriraju u vlastiti svijet.

## Metoda

### *Sudionici i postupak istraživanja*

U istraživanju je sudjelovalo 420 učenika početnih razreda srednje strukovne škole, tri smjera: hotelijersko-turistički smjer, elektrotehničari i elektromehaničarski smjer na području Splitsko-dalmatinske županije. U uzorku je zastupljeno više sudionika ženskog, nego muškog spola (Nž=211, Nm=209). Istraživanje je provedeno grupno, na satu matematike, u školskoj godini 2012./2013. i 2013./2014. Na početku istraživanja učenicima su date konkretne upute o instaliranju GeoGebre softvera, upute za rad te su podijeljeni matematički zadaci, ovisno o nastavnoj jedinici pojedinog smjera strukovne škole. Nastavne jedinice odnosile su se na kvadratnu i linearnu funkciju, eksponencijalnu i logaritamsku funkciju, potrošački kredit i kalkulacije. Sudjelovanje je bilo dobrovoljno. Tijekom dvije školske godine učenici su aktivno sudjelovali u rješavanju matematičkih zadataka i izradi matematičkih panoa. Na kraju svake školske godine učenici su ispunili Upitnik stavova (Battistichisur, 2004 i Moser, 2004) o ovom obliku (multimedijskog) učenja matematike. Upitnik originalno sadrži 8 skala koje su namijenjene ispitivanju stavova učenika o nizu varijabli vezanih za novo multimedijsko učenje.

U ovom istraživanju primijenjeno je pet skala, koje se odnose na:

- zadovoljstvo u izradi matematičkih panoa te uspješnost izrade;
- zadovoljstvo u shvaćanju matematičkih zadataka;
- zadovoljstvo sa suradnjom nastavnik-učenik;
- zadovoljstvo s motivacijom za učenje matematičkog gradiva;
- zadovoljstvo timskog rada.

Uz svaku tvrdnju korištena je originalna skala Likertovog tipa sa sidrištima: 1 – potpuno slaganje; 2 – djelomično slaganje; 3 – djelomično neslaganje; 4 – potpuno neslaganje. Niži rezultati na skalama upućuju na veće zadovoljstvo, veće povjerenje u didaktički online alat GeoGebra, veće povjerenje u nastavnika i zadovoljstvo s rezultatima rada, veću motiviranost u učenju matematičkog gradiva i poboljšanje ocjene. Većina je skala pokazala zadovoljavajuću pouzdanost na relaciji zadovoljstva novog oblika multimedijskog učenja (relacija učenik-nastavnik) te poboljšanju

ocjene iz matematike. Koeficijenti pouzdanosti i druge varijable prikazane su u rezultatima istraživanja (vidjeti Tablicu 3.)

Od postupka deskriptivne statistike primijenjeni su: izračunavanje frekvencija, postotka, Hi-kvadrat ( $\chi^2$ ) i koeficijent korelacije (Cramerov  $V(\rho_c)$  koeficijent).

### *Ciljevi*

Zadatak škole nije samo stjecanje znanja, već poticanje znatiželje i razvijanje želje za stalnim učenjem i napredovanjem. Izradom matematičkog panoa ostvaruju se odgojno-obrazovni ciljevi nastave matematike:

- stjecanje znanja (iz područja izrade panoa);
- približavanje matematike učeniku, razvijanje pozitivnih stavova učenika prema predmetu i rušenje predrasude da je „matematika teška i nerazumljiva“;
- rješavanje zanimljivih zadataka iz života (korelacija s drugim nastavnim predmetima);
- korištenje računala, Interneta i mobilnih telefona (pretraživanje, filtriranje informacija, međusobna komunikacija i suradnja);
- korištenje matematičkog programa GeoGebra;
- poticanje razmišljanja učenika o ulozi suvremenih medija;
- razvijanje pozitivnih svojstava učenikove osobnosti;
- kritičnost spram korištenja suvremenih tehnologija (Tolić, 2010: 56.).

Učenici razvijaju digitalne vještine koje imaju primjenu u svakodnevnom životu:

- spremnost za rad, otvorenost za promjene, kreativna sposobnost, spremnost za učenje, disciplina, osjećaj odgovornosti, razvoj odgovornosti i empatičnosti, savjesnost, suradnja i sposobnost komuniciranja, poticaj drugima i spremnost za pomoć, humor, optimizam, odlučnost, upornost, dosljednost, marljivost, organizacijske sposobnosti.

### **Primjeri uspješnih učeničkih izrada matematičkih zadataka i matematičkih panoa**

#### *1. Primjer: Linearna funkcija*

Linearna funkcija ima primjenu u različitim situacijama iz svakodnevnog života, a zornim prikazom (u GeoGebri i prikazom ranijih radova učenika) učenici se motiviraju. Uz to, demonstrira im se rad u GeoGebri i daju upute za izradu panoa.

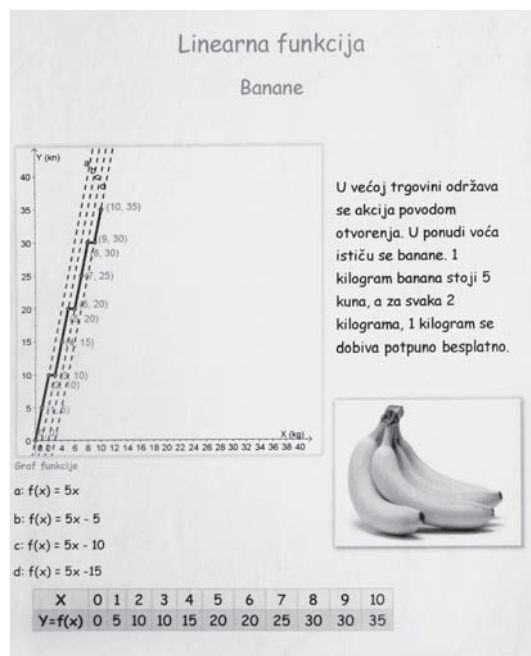
Upute za učenike:

1. Odaberite temu (različitu od drugih učenika ili s različitim zadatkom).
2. Potražite sadržaj vezan uz vašu temu u udžbeniku, novinama, časopisima, knjigama ili pretražite na Internetu (zabilježite izvor podataka).
3. Postavite zadatak. Podatke prikažite tabelarno, formulom i grafički (primjenom matematičkog programa GeoGebra).
4. Prikažite rad na panou formata A4. Sadržaj panoa: naslov, slika povezana uz sadržaj, zadatak i rješenje zadatka.

Prijedlog tema:

Cijene proizvoda, vožnja taksijem, cijene usluga kućnog majstora, cijena struje, potrošnja lož ulja, poštarina, cijene brzoglasa, nagib ceste, iznajmljivanje automobila, telefonska pretplata, mjenjačnica, cijene fotostudija, visina (muškarca, žene) na temelju *humerusa* (kosti nadlaktice), troškovi i usporedbe troškova, red vožnje (vlakova, autobusa), povoljnija ponuda.<sup>1</sup>

Prikaz 1. Pano Banane (kupovina banana na akciji – primjer linearne funkcije po dijelovima)



## 2. Primjer: Kvadratna funkcija

Osvrnemo li se oko sebe možemo uočiti mnoštvo predmeta u obliku parabole. Radi li se uistinu o grafu kvadratne funkcije, možemo utvrditi određivanjem jednadžbe, a u tu će nam svrhu pomoći GeoGebra. Na satu se demonstrira kako se određuju koeficijenti i jednadžba kvadratne funkcije.

*Zadaci za učenike:*

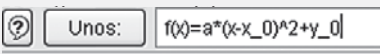
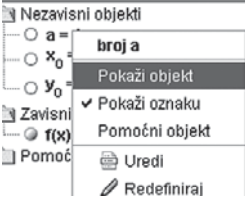

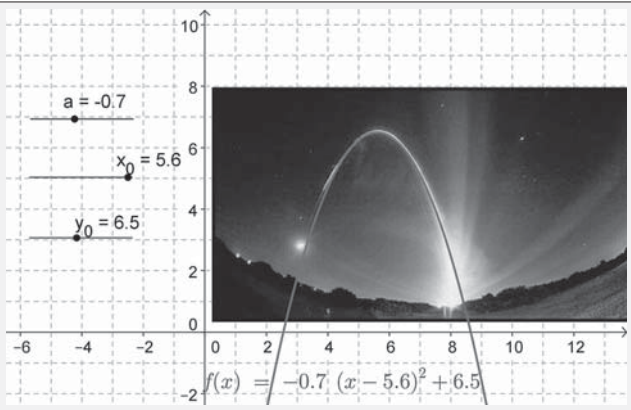
1. Uočite sliku nekog predmeta u obliku parabole, spremite je na svom računalu. Uz pomoć matematičkog programa GeoGebra pokažite da se radi o grafu kvadratne funkcije, odredite koeficijente i jednadžbu parabole.
2. Rad prikažite na panou formata A4. Sadržaj panoa: naslov, slika, koeficijenti, jednadžba (izvor podataka).

Učenicima su dane konkretne didaktičke upute za rad u GeoGebri.

Tablica 2. Didaktičke upute za rad u GeoGebri:

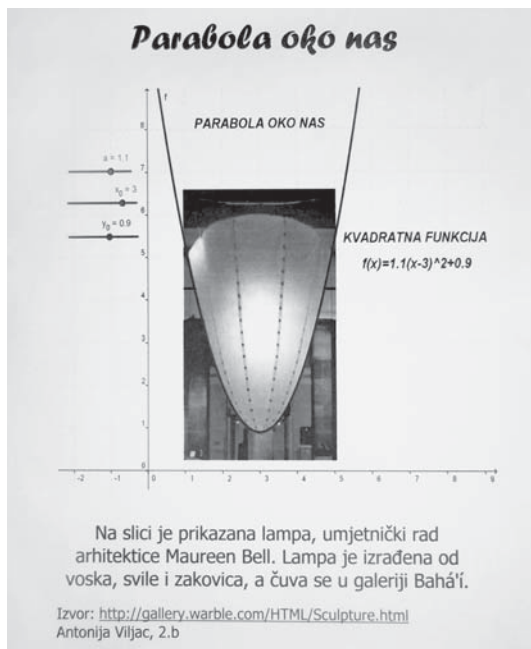
Table 2. Didactic instructions for work in GeoGebra

	Zadaci:	Upute:
1.	Prikažite koordinatni sustav	Desni klik bilo gdje na grafičkom prikazu, uključite opciju <i>Koordinatna mreža</i> → Enter
2.	Umetnite sliku	<p>Umetnite sliku pomoću alata za umetanje slike:</p> <p>Klikom smjestite sliku na neku točku crtaće plohe, pronađite mapu u kojoj se nalazi slika, odaberite sliku (npr. Komet.jpg) → <i>Open</i></p>
3.	Definirajte koeficijente: a $x_0$ $y_0$	<p>U polje za unos upišite vrijednosti koeficijenata, npr.:</p> <p>→ Enter</p> <p>→ Enter</p> <p>→ Enter</p>

4.	Definirajte funkciju $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$	
5.	Definirajte klizawe za koeficijente $a$ $x_0$ $y_0$	<p>Desni klik miša na <b>a</b> -&gt; <i>Pokažite objekt</i> -&gt; Enter</p>  <p>Ponovite postupak na <math>x_0</math> i <math>y_0</math></p>
6.	Uredite koeficijente: boju, interval (min, max), korak povećanja po vlastitoj želji	<p>Desni klik miša na <b>a</b> → <i>Svojstva</i> (napravi izmjene i potvrdi) → <i>U redu</i> Ponovite postupak za preostale koeficijente</p>
7.	Odredite koeficijente (što preciznije)	<p>Odaberite način pomicanja </p> <p>Pomičite klizawe i promatrajte kako se mijenja graf ...</p>
8.	Prikažite formulu funkcije	<p>Desni klik miša na graf → <i>Svojstva</i> uključite opciju <i>Pokaži oznaku</i> te odaberi <i>Naziv i vrijednost</i></p>
9.	Spremite kao sliku	<p>Isključite prikaz algebarskog prozora i polja za unos: <i>Pogled</i> → <i>Algebra</i> <i>Pogled</i> → <i>Traka za unos</i> Pomicanjem rubova odluči se za područje koje želiš spremi kao sliku i spremi: <i>Datoteka</i> → <i>Izvoz</i> -&gt; <i>Grafički prikaz kao slika</i> Odaberite naziv i mapu na svom računalu te spremite</p>
10.	Vaš rezultat bi trebao biti poput ovog	



Prikaz 2. Pano Kvadratna funkcija



### 3. Primjer: Eksponecijalna i logaritamska funkcija

Eksponecijalna i logaritamska funkcija imaju brojne primjene.

- Koliko će godina doživjeti neki čovjek?

Neobično, ali istinito: očekivanje raste s godinama. Za žene je ono dano formulom  $f(x) = 78.5 \cdot 1.001^x$ , a za muškarce  $f(x) = 72.2 \cdot 1.002^x$ , gdje je  $x$  sadašnji broj godina neke osobe.

Koliki životni vijek može očekivati žena kojoj je sada 25 godina? Koliki životni vijek može očekivati muškarac kojem je 60 godina?

- Koliko će divljih svinja biti u nekoj šumi ako ih je na početku promatranja bilo 3200? Populacija divljih svinja u toj šumi može se opisati formulom  $f(x) = 3200 + 525 \cdot \ln(x+1)$ , gdje je  $x$  vrijeme u godinama od početka promatranja.

### 4. Primjer: Kvarenje hrane

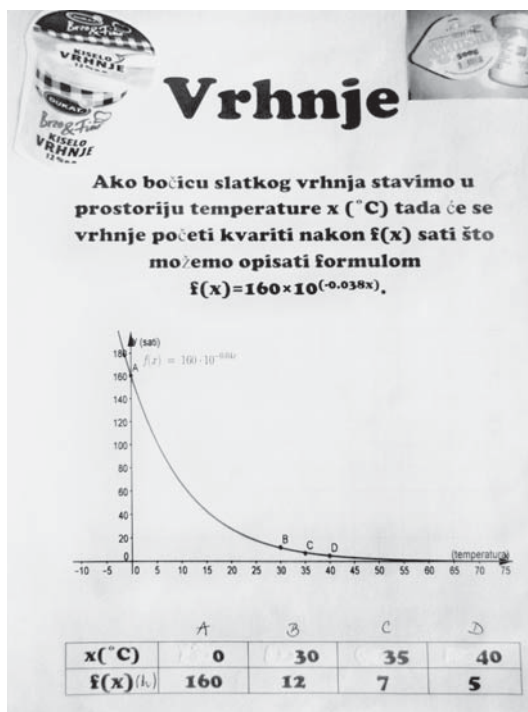
Ako bočicu slatkog vrhnja ostavimo u prostoru temperature  $x^\circ\text{C}$ , tada će se vrhnje početi kvariti nakon  $f(x) = 160 \cdot 10^{-0.038x}$  sati. Izračunajte:

- Nakon koliko vremena će se vrhnje početi kvariti ako se nalazi u hladnjaku na temperaturi 0°C ?
- Ostavimo li bočicu s vrhnjem u prostoriji temperature 30°C, 35°C, 40°C, koliko će dugo izdržati?

Prikažite grafički (u GeoGebri) odnos temperature i vremena kvarenja. Očitajte istaknute točke - vrijednosti i prikazite tablično.

Rad prikazite na panou formata A4. Sadržaj panoa: naslov, slika, zadatak, graf i tablica. <sup>2</sup>

Prikaz 3. Pano Kvarenje vrhnja



### 5. Primjer: Potrošački kredit

Kod nas se, kao i u mnogim zemljama svijeta, razvio osobit način prodaje određenih vrsta proizvoda – prodaja na otplatu, odnosno prodaja uz potrošački kredit. Potrošački kredit predstavlja primjenu aritmetičkog niza u svakodnevnom životu.

Zadatak:

- Što biste željeli kupiti kao potrošački kredit?

Promotrite ponude, aktualne kamatne stope, rokove otplate, cijene...

3. Rad prikazite na panou formata A4. Sadržaj panoa: naslov, slika, zadatak, rješenje (prikažite: odobreni iznos potrošačkog kredita, učešće, iznos stvarnog kredita, anticipativni kamatni koeficijent, ukupne kamate, ukupno dugovanje, mjesečne rate).<sup>3</sup>

Prikaz 4. Pano Potrošački kredit  
(kupnja automobila)

Odobren je potrošački kredit od 80 000kn za auto Nissan Qimgru na 5 godina uz 14% godišnjih anticipativnih kamata. Učešće je 20% od kreditnog iznosa. Izračunajte ukupne kamate i mjesečne rate.

C=80 000kn  
m=5 g=60mj  
q=14  
p=20

Učešće  $U = \frac{C \cdot p}{100} = \frac{80\,000 \cdot 20}{100} = 16\,000$  kn

Iznos stvarnog kredita  $C1 = C - U = 80\,000 - 16\,000 = 64\,000$  kn


Anticipativni kamatni koeficijent  $k = \frac{q \cdot (m+1)}{24} = \frac{14 \cdot (60+1)}{24} = \frac{14 \cdot 61}{24} = 35.58333333$

Ukupne kamate  $K = \frac{C1 \cdot k}{100} = \frac{64\,000 \cdot 35.58333333}{100} = 22\,773.33$  kn

Ukupno dugovanje  $C2 = C1 + K = 64\,000 + 22\,773 = 86\,773.33$ kn

Mjesečna rata  $R = \frac{C2}{m} = \frac{86\,773.33}{60} = 1446.22$ kn

$R1 = 1446 + 0.22 \cdot 60 = 1446 + 13.2 = 1\,459.2$ kn



Ukupne kamate su 22773.33 kn, prva rata iznosi 1459.2kn, a ostale rate 1446kn.

6. Primjer: Kalkulacije

Kalkulacija je postupak izračunavanja cijene proizvoda ili usluge.

Kalkulacija u sustavu PDV-a:

Nabavna cijena	
+ marža ( p % )	
Prodajna cijena	
+ PDV ( 25 % )	
Prodajna cijena s PDV-om	


U ugostiteljstvu, za standardnu pripremu jela i pića, postoje normativi materijala. Normativ je unaprijed utvrđena vrsta i količina namirnica (ili pića) potrebna za pripremanje određenog jela (ili pića) prema propisanom receptu.

*Zadatak:*

1. Napravite po volji jednu kalkulaciju (jela ili pića). Normative možete pronaći u udžbeniku, knjigama ili na Internetu. Uz aktualne cijene, maržu određujete sami, a dobivena prodajna cijena s porezom treba biti realna (poput postojećih cijena u ugostiteljskim objektima). Sve kalkulacije trebaju biti različite i zato se radi popis prijavljenih radova.
2. Rad prikazite na panou formata A4. Sadržaj panoa: naslov, slika, izračun nabavne cijene prema normativu s jediničnim cijenama (za određeni broj obroka), kalkulacija.<sup>4</sup>

Prikaz 5. Pano Kalkulacija (kup Banana split)


*Kup Banana split*



Namirnica	Jedinica mjere	Potrebna količina	Jedinična cijena	Cijena utroška
sladoled	l	0.200	15.00 kn	3.00 kn
šlag	kg	0.015	23.00 kn	0.34 kn
banana	kg	0.150	7.50 kn	1.13 kn
čokoladni preljev	kg	0.015	21.00 kn	0.32 kn
ukras	komad	po potrebi		3.00 kn
<b>Ukupno</b>				<b>7.79 kn</b>

Nabavna cijena	7.79 kn
+ marža (280%)	21.81 kn
Prodajna cijena	29.60 kn
+ PDV (25%)	7.40 kn
Prodajna cijena s porezom	37.00 kn



### 3. Rezultati

Nakon ispitivanja spolnih i dobnih razlika te razlika među razrednim smjerovima strukovne škole, možemo zaključiti da su učenici hotelijersko-turističkog smjera bili motiviraniji u izradi matematičkih panoa, kao i ispitanici ženskog spola. No uspješni matematički panoi, prema varijabli brzine i lakše razumljivosti zadataka, bili su smjerovi elektrotehničara i elektromehaničara ( $M=0,48$ ,  $sd=0,51$ ). Rezultati su prikazani u Tablici 3.

Tablica 3. Prikaz podataka ispitanika muškog spola: smjer elektrotehničari i elektromehaničari

Table 3. Data overview of male examinees: electrotechnicians and electromechanics

Red.br.	Ime čestice	M	Min	Max	SD.
1.	Potpuno su zadovoljni	0.48	0	1	0.50
2.	Uglavnom su zadovoljni	0.51	0	1	0.51
3.	Uglavnom nisu zadovoljni	0.36	0	1	0.48
4.	Uopće nisu zadovoljni	0.40	0	1	0.49

Kako bi se ispitale spolne i dobne razlike na skalama namijenjene ispitivanju stavova učenika o nizu varijabli vezanih za novo multimedijско učenje, proveden je niz dvosmjernih analiza varijance s razredom i spolom kao nezavisnim varijablama. Rezultati tih analiza prikazani su u Tablici 4. Iz dobivenih rezultata vidi se da učenice, u odnosu na učenike, općenito iskazuju veću motiviranost u izradi školskih i domaćih zadataka naspram klasičnom načinu izvršenja zadataka. Nisu utvrđene značajne razlike između učenika i učenica na skalama razvoja. Dobivena je statistički značajna razlika u čestici uglavnom zadovoljni ( $\chi^2=990.58$ ,  $df=3$ ,  $p<.05$ ), gdje učenice u više od 60% slučajeva navode kako su motiviranije u korištenju GeoGebre, dok učenici u manje od 38% navode isto.

Tablica 3.1. ukazuje na podatak da su učenici hotelijersko-turističkog smjera, u odnosu na elektrotehničare, bili motiviraniji u izradi matematičkih panoa, u čestici

Tablica 3.1. Prikaz podataka ispitanika muškog spola: hotelijersko-turistički tehničari i elektrotehničari<sup>5</sup>

Table 3.1. Data overview of male examinees: hotel and tourism technicians and electrotechnicians

Red.br.	Ime čestice	M	Min	Max	SD.
1.	Potpuno su zadovoljni	0.47	0	1	0.54
2.	Uglavnom su zadovoljni	0.54	0	1	0.44
3.	Uglavnom nisu zadovoljni	0.42	0	1	0.47
4.	Uopće nisu zadovoljni	0.36	0	1	0.49

potpuno zadovoljni ( $M=0.47$ ,  $SD=0.54$ ). Kada se usporede podaci s Tablicom 3. između grupe elektrotehničara i elektromehaničara, rezultati ukazuju na podatak da su učenici iz smjera hotelijersko-turističkog tehničara bili potpuno zadovoljni u izradi matematičkih zadataka u odnosu na prethodnu grupu. Također, utvrđena je statistički značajna razlika te neznatna povezanost između ispitanika muškog spola kod smjera elektromehaničara i ispitanika ženskog spola hotelijersko-turističkog tehničara kod veće motivacije izrade matematičkih panoa uz pomoć GeoGebre ( $\chi^2=139,12$ ,  $df=2$ ,  $p<.05$ , Cramers  $V=.19$ ).

Tablica 3.2. Prikaz podataka ispitanika muškog spola: hotelijersko-turistički tehničari i elektromehaničari

Table 3.2. *Data overview of male examinees: hotel and tourism technicians and electromechanics*

Red. br.	Ime čestice	M	Min	Max	SD.
1.	Potpuno su zadovoljni	0.64	0	1	0.52
2.	Uglavnom su zadovoljni	0.63	0	1	0.59
3.	Uglavnom nisu zadovoljni	0.36	0	1	0.44
4.	Uopće nisu zadovoljni	0.48	0	1	0.49

Tablica 3.2. ukazuje na podatak da su učenici muškog spola hotelijersko-turističkog smjera i elektromehaničara jednako bili motivirani u izradi matematičkih zadataka u odnosu na prethodnu grupu (vidjeti Tablicu 3. 1.). Također, utvrđena je statistički značajna razlika te neznatna povezanost između ispitanika muškog i ženskog spola oba smjera u zadovoljstvu korištenja GeoGebre u nastavi ( $\chi^2=129,12$ ,  $df=2$ ,  $p<.05$ , Cramers  $V=.14$ ).

Utvrđena je korelacija među učenicima muškog spola hotelijersko-turističkog smjera i elektromehaničara u većoj upoznatosti s programom GeoGebre ( $r=.41$ ,  $p\leq.05$ ), u odnosu na grupe iz Tablice 3. i 3. 1.

Izračunate korelacije pokazale su da postoji statistički značajna povezanost motivacije za novi oblik učenja uz pomoć multimedije i uspješnosti u razvoju komunikacije nastavnik-učenik ( $r=1.61$ ,  $p\leq.05$ ) i učenik-učenik ( $r=3.16$ ,  $p\leq.05$ ), kao i povezanost u uspješnosti rješavanja, odnosno boljeg shvaćanja matematičkih zadataka i dobivene ocjene ( $r=0,46$ ). Također treba istaknuti sljedeće: iako su učenici strukovne škole smjera elektrotehničara i elektromehaničara uspješnije obavljali svoje matematičke zadatke ( $M=209$ ,  $sd=2,47$ ) i izrađivali panoe uz pomoć GeoGebre softvera, učenici hotelijersko-turističkog smjera motiviraniji su za noviji oblik učenja uz pomoć multimedije ( $M=118$ ,  $sd=2.64$ ). Među ciljnim orijentacijama očekivano najznačajnije utvrđene povezanosti pokazale su se između motivacije za multimedijско učenje i razvoja socijalnih odnosa te između orijentacije na izvedbu

Tablica 4. Rezultati dvosmjernih analiza varijance za utvrđivanje efekata spola i dobi na ispitivanju stavova učenika o nizu varijabli vezanih za novo multimedijско učenje.

Table 4. Results of two-way analysis of the variance for the determination of the effect of gender and age on the questioning of students' standpoints regarding a series of variables related to the new multimedia learning

		N	M	sd	F	p	$\eta^2$	
Zadovoljstvo GeoGebrom	spol	Učenici	209	2,47	0,75	6,67	0,010	0,02
		Učenice	211	2,74	0,63	(1,413)		
	razred	1. razred	228	2,12	0,74	0,44	0,510	
		2. razred	192	2,85	0,67	(1,413)		
	interakcija	učenici, 1. razred	118	2,64	0,73	2,38	0,120	
		učenice, 1. razred	111	2,41	0,74	(1,413)		
		učenici, 2. razred	92	2,26	0,76			
		učenice, 2. razred	99	2,71	0,69			
Povjerenje u GeoGebru	spol	Učenici	209	2,36	0,68	4,54	0,305	0,01
		Učenice	211	2,74	0,66	(1,413)		
	razred	1. razred	228	2,95	0,67	14,77	0,000	0,03
		2. razred	192	2,42	0,69	(1,413)		
	interakcija	učenici, 1. razred	118	2,44	0,67	0,00	0,993	
		učenice, 1. razred	111	2,36	0,67	(1,412)		
		učenici, 1. razred	92	2,44	0,64			
		učenice, 1. razred	99	2,71	0,61			
Interakcija učenik - nastavnik	spol	Učenici	209	2,42	0,74	1,61	0,200	
		Učenice	211	2,69	0,74	(1,413)		
	razred	1. razred	228	2,74	0,71	8,15	0,009	0,02
		2. razred	192	2,48	0,72	(1,413)		
	interakcija	učenici, 1. razred	118	2,89	0,74	0,34	0,551	
		učenice, 1. razred	111	2,77	0,74	(1,413)		
		učenici, 2. razred	92	2,39	0,72			
		učenice, 2. razred	99	2,47	0,73			
Učenik - učenik	spol	Učenici	209	3,48	0,45	0,06	0,815	
		Učenice	211	3,12	0,44	(1,411)		
	razred	1. razred	228	3,69	0,46	3,16	0,074	
		2. razred	192	3,74	0,54	(1,413)		
	interakcija	učenici, 1. razred	11	3,36	0,42	0,54	0,461	
		učenice, 1. razred	111	3,15	0,44	(1,412)		
		učenici, 2. razred	92	3,15	0,55			
		učenice, 2. razred	99	3,82	0,54			



te nagrade i pohvale. Rezultati su prikazani u Tablici 5. te ostale matrice među drugim smjerovima u Tablici 5. 1. i 5. 2.

Navedeni rezultati pokazuju da je, prije svega, za vrijeme rada na računalu, izrade matematičkog panoa uz pomoć GeoGebre i pri rješavanju matematičkih zadataka među svim učenicima prevladavalo zadovoljstvo u rješavanju, povjerenje u didaktički e-alat GeoGebra, poboljšanje socijalne interakcije i komunikacije u odnosu nastavnik-učenik, dobivene pohvale i nagrade od strane nastavnika te usvajanje određenih

Tablica 5. Matrica korelacija ispitanih varijabli za učenike elektrotehničkog i elektromehaničarskog smjera

Table 5. Matrix of the correlations of tested variables for students in electrotechnician and electromechanic training

<b>Varijable</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
1. Zadovoljstvo u rješavanju uspješnosti matematičkih zadataka	0,89	0,45	0,49	0,88	0,99	<b>1,00</b>	-0,42	0,25
2. Povjerenje u GeoGebra -didaktički alat	0,55	0,97	-0,18	0,35	0,23	0,13	1,00	-0,41
3. Interakcija učenik-nastavnik	<b>1,00</b>	0,41	0,25	0,41	0,36	0,44	0,14	0,12
4. Znanje i izvedba: uspješnost rješavanja	0,14	0,14	0,41	0,43	0,44	0,01	-0,47	<b>1,00</b>
5. Pohvale i nagrade	0,22	0,52	0,36	<b>1,00</b>	0,25	0,63	0,41	-0,23
6. Usvajanje stručnih digitalnih kompetencija	0,56	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	0,45	0,23	0,36	0,45	0,23

( $p \leq 0,05$ ;  $p \leq 0,01$ -)

Tablica 5.1. Matrica korelacija ispitanih varijabli za učenike elektrotehničkog i hotelijersko-turističkog smjera

Table 5.1. Matrix of the correlations of tested variables for students in electrotechnic and hotel and tourism training

<b>Varijable</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
1. Zadovoljstvo u rješavanju uspješnosti matematičkih zadataka	0,49	0,35	0,29	0,88	0,99	<b>1,00</b>	-0,42	0,15
2. Povjerenje u GeoGebra -didaktički alat	0,15	0,37	-0,38	0,35	0,23	0,23	1,00	-0,31
3. Interakcija učenik-nastavnik	<b>1,00</b>	0,41	0,35	0,61	0,46	0,54	0,14	0,12
4. Znanje i izvedba: uspješnost rješavanja	0,24	0,24	0,41	0,23	0,44	0,01	-0,47	<b>1,00</b>
5. Pohvale i nagrade	0,22	0,32	0,36	<b>1,00</b>	0,25	0,43	0,21	-0,23
6. Usvajanje stručnih digitalnih kompetencija	0,56	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	0,45	0,23	0,16	0,35	0,23

( $p \leq 0,05$ ;  $p \leq 0,01$ -)

Tablica 5.2. Matrica korelacija ispitanih varijabli za učenike elektromehaničkog i hotelijersko-turističkog smjera

Table 5.2. Matrix of the correlations of tested variables for students in electromechanic and hotel and tourism training

Varijable	1	2	3	4	5	6	7	8
1. Zadovoljstvo u rješavanju uspješnosti matematičkih zadataka	0,39	0,35	0,29	0,88	0,99	<b>1,00</b>	-0,62	0,35
2. Povjerenje u GeoGebru -didaktički alat	0,25	0,57	-0,38	0,35	0,23	0,23	1,00	-0,41
3. Interakcija učenik-nastavnik	<b>1,00</b>	0,91	0,35	0,41	0,36	0,24	0,24	0,62
4. Znanje i izvedba: uspješnost rješavanja	0,34	0,64	0,41	0,23	0,44	0,01	-0,47	<b>1,00</b>
5. Pohvale i nagrade	0,62	0,12	0,36	<b>1,00</b>	0,25	0,43	0,21	-0,23
6. Usvajanje stručnih digitalnih kompetencija	0,76	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	0,45	0,23	0,16	0,35	0,53

( $p \leq 0,05$ ;  $p \leq 0,01$ -)

dimenzija digitalnih kompetencija. Rad svakako nudi i medijsko-didaktičku analizu kao smjernice za nastavnike u radu s GeoGebrom i ostalim novim e-alatima. Izračunate korelacije pokazale su da postoji povezanost između već usvojenih razina digitalne kompetencije i motivacije za učenje s GeoGebrom ( $r=0,88$ ,  $p \leq 0,05$ ). Kod učenika nije utvrđen niti jedan značajni korelat motivacije i razine usvojene digitalne kompetencije, dok kod učenica pri učenju s GeoGebrom koreliraju i zadovoljstvo i motivacija ( $r=0,43$ ,  $p \leq 0,05$ ) (Tablica 6.). Također treba istaknuti da su u zadovoljstvu u učenju s GeoGebrom očekivano najznačajnije povezanosti utvrđene između orijentacije na znanje i interakcije odnosa učenik-učenik ( $r=0,36$ ,  $p \leq 0,05$ ).

Rezultati istraživanja pokazali su da učenice u odnosu na učenike iskazuju veće zadovoljstvo i motivaciju, kao i veće povjerenje u rad s GeoGebrom. No, učenici uglavnom imaju pozitivno mišljenje o izradi panoa i korištenju GeoGebre te iznose sljedeće prednosti (iz ankete):

- najpozitivnija je stvar što možemo dobiti dobru ocjenu;
- GeoGebra potiče na razmišljanje, razvija kreativnost i snalažljivost;
- upisivanje formule jednostavno je i može se brzo doći do rezultata;
- dobro dođe malo zabave i opuštanja nakon teških zadataka;
- da bi se napravilo nešto dobro, potrebno je puno vremena, a mi ga najčešće imamo malo.

U ispitivanju povezanosti slaganja s pojedinim tvrdnjama sa svrhom i učestalošću korištenja GeoGebre u nastavi, napravljena je korelacijska analiza i pojedinačni  $\chi^2$ -testovi. U navedenoj tablici (Tablica 7.) jasne su visoke povezanosti ( $r=.78$ ,

Tablica 6. Prikaz zadovoljstva u učenju GeoGebre

Table 6. Overview of satisfaction with learning with GeoGebra

	1	2	3	4	5	6	7	8	
							Učenici		
1	Zadovoljstvo u učenju	1,00	0,30*	0,40*	0,19*	0,50*	0,06	0,31*	0,03
2	Povjerenje u GeoGebra	0,49*	1,00	0,66*	0,18*	0,35*	-0,11	0,35*	-0,07
3	Interakcija: učenik- nastavnik	0,37*	0,61*	1,00	0,19*	0,35*	0,04	0,41*	-0,03
4	Motivacija	0,02	0,04	0,06	1,00	0,44*	-0,11	0,36*	0,06
5	Znanje	0,44*	0,45*	0,32*	0,09	1,00	0,11	0,54*	0,27*
6	Izvedba	0,21*	-0,06	0,03	-0,24*	0,17*	1,00	0,06	0,34*
7	učenik-učenik	0,04	0,22*	0,11	0,28*	0,41*	-0,09	1,00	0,11*

\*p < 0,01

Tablica 7. Povezanost između slaganja učenika oba spola pojedinih tvrdnji sa svrhom i učestalošću korištenja GeoGebre u nastavi (iz ankete)

Table 7. Connection between the agreement of both genders on certain statements and the purpose and frequency of using GeoGebra in class (from the questionnaire)

Tvrdnje	Korelacija	Hi-kvadrat	Učestalost i svrha korištenja
1. Najpozitivnija je stvar što možemo dobiti dobru ocjenu;	.364569	4.951; p≤.05	1. u prezentaciji i rješavanju rezultata i zadataka
2. GeoGebra potiče na razmišljanje, razvija kreativnost i snalažljivost;	.787852	5.911; p≤.05	2. u poboljšavanju ishoda učenja
3. Upisivanje formule jednostavno je i može se brzo doći do rezultata;	.7459357	3.251; p≤.05	3. u omogućavanju vrednovanja ishoda učenja
4. Dobro dođe malo zabave i opuštanja nakon teških zadataka;	.634512	6.521; p≤.05	4. u omogućavanju metodičkih promjena nastave
5. Da bi se napravilo nešto dobro, potrebno je puno vremena, a mi ga najčešće imamo malo.	.413423	4.521; p≤.05	5. u impliciranju novog okruženja učenja i izradi kreativnih zadataka

p≤.05) između tvrdnje da *GeoGebra potiče na razmišljanje, razvija kreativnost i snalažljivost* (tvrdnja 2.) s česticom poboljšanja ishoda učenja. Odnosno, oni ispitanici koji smatraju da mediji imaju ambivalentnu ulogu najčešće koriste medije u poboljšavanju ishoda učenja. Također, visoka povezanost (r=.74, p≤.05) dobivena je između tvrdnje *upisivanje formule jednostavno je i može se brzo doći do rezultata*

(tvrđnja 3.) te svrha korištenja suvremenih tehnologija koja se odnosi na *omogućavanje vrednovanja ishoda učenja*. Odnosno, ispitanici koji smatraju da GeoGebra omogućava vrednovanje ishoda učenja najčešće su mišljenja da se s GeoGebrom brzo može doći do rezultata.

## 5. Zaključci

S obzirom na dobne razlike u motivaciji učenja GeoGebrom, pokazalo se da su učenici prvih razreda strukovne školske motiviraniji za noviji oblik učenja pomoću multimedije. Oni imaju veće povjerenje u drugačiji način vrednovanja znanja matematičkih zadataka od učenika drugih razreda srednje škole. Time je potvrđena hipoteza da su učenici, koristeći multimedijnsko računalni program GeoGebra, motiviraniji u izradi školskih i domaćih zadataka u odnosu na klasičan način izvršenja zadataka. Također su potvrđene hipoteze da učenici upotrebom GeoGebre imaju bolju interakciju na relaciji učenik-nastavnik i učenik-učenik. Potvrđeno je i to da su učenici postigli bolje rezultate u izradi matematičkih panoa i vrednovanju učeničkih zadataka u odnosu na klasičan način vrednovanja. Također se pokazalo ispravim da su učenici istovremeno usvajali reflektivno-kritički stav, odnosno selektivni odabir računalnih alata pri izradi matematičkih zadataka. Matematički su panoi utvrdili kako se matematika može povezati sa životom. Učenici hotelijersko-turističkog smjera bili su motiviraniji u izradi matematičkih panoa, kao i učenice. No, uspješni matematički panoi, prema varijabli brzine i lakše razumljivosti zadataka, bili su smjerovi elektrotehničara i elektromehaničara ( $M=0,48$ ,  $sd=0,51$ ). Dobivena je statistički značajna razlika u čestici uglavnom zadovoljni ( $\chi^2=990,58$ ,  $df=3$ ,  $p<.05$ ), gdje učenice u više od 60% slučajeva navode kako su motiviranije u korištenju GeoGebre, dok učenici u manje od 38% navode isto. Utvrđena je statistički značajna razlika te neznatna povezanost između ispitanika muškog spola kod smjera elektromehaničara i ispitanika ženskog spola hotelijersko-turističkog tehničara kod veće motivacije izrade matematičkih panoa uz pomoć GeoGebre ( $\chi^2=139,12$ ,  $df=2$ ,  $p<.05$ , Cramers  $V=.19$ ). Iskazana je statistički značajna razlika te neznatna povezanost između ispitanika muškog i ženskog spola oba smjera u zadovoljstvu korištenja GeoGebre u nastavi ( $\chi^2=129,12$ ,  $df=2$ ,  $p<.05$ , Cramers  $V=.14$ ). Utvrđena je korelacija veza među učenicima muškog spola hotelijersko-turističkog smjera i elektromehaničara u većoj upoznatosti s programom GeoGebre ( $r=.41$ ,  $p\leq.05$ ) u odnosu na ostalu grupu (elektrotehničara i elektromehaničara). Istraživanje je pokazalo da su izračunate korelacije pokazale da postoji statistički značajna povezanost motivacije za novi oblik učenja uz pomoć multimedije i uspješnosti u razvoju komunikacije nastavnik-učenik ( $r=1.61$ ,  $p\leq.05$ ) i učenik-učenik ( $r=3.16$ ,  $p\leq.05$ ), kao i povezanost u uspješnosti rješavanja, odnosno boljeg shvaćanja matematičkih zadataka i dobivene ocjene ( $r=0,46$ ). Uz to, postoji i povezanost između već usvojenih razina digitalne kompetencije i motivacije za učenje

s GeoGebreom ( $r=0,88$ ,  $p\leq 0,05$ ). Rezultati istraživanja također ukazuju na podatak da u ispitivanju postoji povezanost između slaganja s pojedinim tvrdnjama sa svrhom i učestalošću korištenja GeoGebre u nastavi. Napravljena je korelacijska analiza i pojedinačni  $\chi^2$ -testovi. Jasne su visoke povezanosti ( $r=0,78$ ,  $p\leq 0,05$ ) između tvrdnje da *GeoGebra potiče na razmišljanje, razvija kreativnost i snalažljivost sa česticom poboljšanja ishoda učenja*. Rezultati dobiveni korištenjem GeoGebre u izradi matematičkih panoa dokazuju primjereniji način prikazivanja i vrednovanja naučenog. Konstruktivistička paradigma obrazovanja zato itekako može zaživjeti u praksi, posebice ako su nastavnici osposobljeni i motivirani za rad s multimedijskom tehnologijom koja je ipak antipod razvoju kako medijske socijalizacije, tako i novim ishodima učenja.

---

## ENDNOTES

- <sup>1</sup> Dakić, B. & Elezović, N. (2008) Matematika 1, 2. dio, udžbenik i zbirka zadataka za 1. razred tehničkih škola: Linenarna funkcija, Zagreb: Element, str. 13-24.
  - <sup>2</sup> Dakić, B. & Elezović, N. (2008) Matematika 1, 2. dio, udžbenik i zbirka zadataka za 1. razred tehničkih škola: Linenarna funkcija, Zagreb: Element, str. 47-58.
  - <sup>3</sup> Erceg, V. & Varošaneć, S. (2009) Matematika 4, udžbenik i zbirka zadataka za 4. razred ugostiteljsko-turističkih škola: Potrošački kredit, Zagreb: Element, str. 17-27.
  - <sup>4</sup> Erceg, V. & Varošaneć, S. (2009) Matematika 4, udžbenik i zbirka zadataka za 4. razred ugostiteljsko-turističkih škola: Kalkulacije, Zagreb: Element, str. 79-101.
  - <sup>5</sup> U analizi je uzet muški spol jer u smjerovima elektrotehničara i elektromehaničara prednjači za 99,9%, u odnosu na ženski spol.
- 

## LITERATURA

- Adomeit, K. (1997) Hochschulreform und was nun? – Berichte – Glossen Perspektiven. Berlin: Ullstein Buch.
- Ashauer, G. (2004) Handbuch des audio-visuellen Lehrens und Lernens. Stuttgart: Deutscher Sparkassenverlag.
- Bezinović, P., Marušić, I., Ristić-Dedić, Z. (2010) „Razvoj kratke ljestvice iskustava s učenjem i nastavom“, *Odgojne znanosti*, 12 (1), 29-44.
- Dauber, H. (2009) Freiheit zum lernen - alternativen zur lebenslänglichen verchulung. Etienne Verne (Hg.): Rowohlt.
- Dakić, B. & Elezović, N. (2008) Matematika 1, udžbenik i zbirka zadataka za 1. razred tehničkih škola. Zagreb: Element.
- Dakić, B. & Elezović, N. (2008) Matematika 2, udžbenik i zbirka zadataka za 2. razred tehničkih škola. Zagreb: Element.

- Dohmen, G. (Hrsg) (1976) FIM-Glossar. Tübingen: Institut für Ferstudium.
- Dohmen, G. (2001) Informelles Lernen – Die internationale Erschließung einer bisher vernachlässigten Grundform menschlichen Lernens für das lebenslange Lernen aller. Bonn: BMBF.
- Erceg, V. & Varošaneć, S. (2009) Matematika 4, udžbenik i zbirka zadataka za 4. razred ugostiteljsko-turističkih škola. Zagreb: Element.
- Erceg, V. (2004) Gospodarska matematika 3, metodički priručnik za nastavnike. Pula: HoReBa.
- Flehsig, K. (1973) Kriterien in der Curriculumkonstruktion. Offsetdruck: Betz Verlag.
- Glaserfeld, E. (1997) Radikaler Konstruktivismus: Ideen, Ergebnisse, Probleme. Frankfurt a. M.
- Issing, L. (1975) Individualisierung des Unterrichts mit modernen Lernmitteln. Berlin: DIDACTA.
- Karadag, Z. & McDougall, D. (2009) „Dynamic worksheets: visual learning with guidance of Polya“, *MSOR Connections*, 9 (2).
- Matijević, M. & Radovanović, D. (2011) Nastava usmjerena na učenika. Zagreb: Školske novine.
- Miliša, Z.; Tolić, M.; Vertovšek, N. (2010) Mediji i mladi - prevencija ovisnosti o medijskim manipulacijama. Zagreb: Sveučilišna knjižara.
- Moser, H. (2000) Einführung in die Medienpädagogik: Aufwachsen im Medienzeitalter. Opladen: Leske und Budrich.
- Moser, H. (2007) Einführung in die Medienpädagogik: Aufwachsen im Medienzeitalter. Opladen: Leske und Budrich: Opladen.
- Moser, H. (2007) „Standards für die Medienbildung. Schweizer Erfahrungen mit der Entwicklung von Standards“, *Computer+Unterricht*, Mannheim, 63, 16-18.
- Murphy, E. (1997) Constructivism: From Philosophy to Practice. Education Resource Information Center (ERIC): ED 444 966.
- Pivac, J. (2009) Izazovi školi. Zagreb: Školska knjiga i Odsjek za pedagogiju Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.
- Richardson, V. (1997) „Constructivist teaching and teacher education: Theory and practice“, *Constructivist teacher education: building new understandings*, Washington, DC, Falmer Press, 3-14.
- Rychen, D. S. & Salganik, L. H. (2000) „Definition and selection of key competencies“, *Fourth General Assembly of the OECD Education Indicators Programme*, Japan, Tokyo, 61-75.
- Vrasidas, C. (2000) „Constructivism Versus Objectivism: Implications for Interaction, Course Design, and Evaluation in Distance Education“, *International Journal of Educational Telecommunications*, 6 (4), 339-362.

# **Multimedia Learning and Evaluating Mathematical Billboard on the Example of GeoGebra**

**Mirela Tolić**

**Renata Jukić**

**Vesna Josipović**

## **SUMMARY**

Under the influence of the rapid development of the Internet and various programs, especially of the interactive mathematical computer software, the methods of integration of computers in the educational process have changed too. On the example of developing mathematical boards of teaching units: linear functions, quadratic functions, exponential and logarithmic functions, consumer credit and calculations, the different methods of teaching and evaluation with the help of multimedia are shown. The study included 287 students of initial and final grades of secondary vocational schools in Split-Dalmatia County. Experimental research has shown that repeated use of computer strategies and pragmatic use of multimedia didactics can significantly affect the educational process of learning. The paper argues that the application of the mathematical program GeoGebra as a tool of e-learning, on practical tasks, through research and creative presentation of the results, alleviates the adoption of the material, which increases the motivation to learn mathematics but also the development of digital competences in students and teachers.

Keywords: GeoGebra, multimedia didactics, multimedia learning, mathematical boards, creative work



