

ФАКУЛТЕТ ПЕДАГОШКИХ НАУКА
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ
Посебна издања
Научни скупови, књ. 19

МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ
НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ
III

Јагодина, 2015.

МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ
НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ
III

Зборник радова са трећег међународног научног скупа одржаног 14–15. јуна
2014. године на Факултету педагошких наука Универзитета у Крагујевцу

Штампање Зборника радова финансирало је Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике
Србије

Издавач

Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу
Милана Мијалковића 14, 35000 Јагодина

За издавача: проф. др Виолета Јовановић

Главни и одговорни уредник: доц. др Александра Михајловић
Технички уредник: доц. др Александра Михајловић

Дизајн корица: Далибор Видовић
Обрада на рачунару: Радомир Ивановић

Рецензенти

Проф. др Милана Егерић, проф. др Aslanbek Naziev, проф. др Јасмина Милинковић, доц. др Оливера Токић,
доц. др Сања Маричић, доц. др Александра Михајловић, ас. др Владимир Ристић, ас. др Верица Милутиновић,
ас. др Бранка Арсовић

Лектура и коректура

Проф. др Илијана Чутура, доц. др Снежана Марковић, ас. др Бранко Илић, ас. др Маја Димитријевић, мср
Марија Ђорђевић, ас. др Јелена Спасић, ас. др Нина Марковић

Превод на енглески језик: др Вера Савић, др Ивана Ђирковић-Миладиновић, мср Марија Ђорђевић

Штампа: NAIS-PRINT, Ниш

Тираж: 300

Програмски одбор

Проф. Dirk De Bock, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, проф. др Aslanbek Naziev, Ryazan State University,
Ryazan, Russian Federation, проф. др Даниел А. Романо, Педагошки факултет у Бијељини, Универзитет у
Источном Сарајеву, доц. др Веселин Мићановић, Филозофски факултет у Никшићу, Универзитет Црне Горе,
Црна Гора; проф. др Милана Егерић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија; проф.
др Бранислав Поповић, Природно-математички факултет у Крагујевцу, Универзитет у Крагујевцу, Србија;
доц. др Ненад Вуловић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија; доц. др Александра
Михајловић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија; ас. др Верица Милутиновић,
Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија. ас. др Владимир Ристић, Факултет педагошких
наука Универзитета у Крагујевцу, Србија.

Организациони одбор

Проф. др Милана Егерић, доц. др Ненад Вуловић, доц. др Александра Михајловић,
ас. др Верица Милутиновић, ас. др Владимир Ристић, ас. др Милан Миликић.

ISBN 978-86-7604-141-1



Improving educational effectiveness of primary schools 538992-LLP-1-2013-1-RS-COMENIUS-CMP. This project
has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author,
and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Ivan Budimir

Sveučilište u Zagrebu, Grafički fakultet, Hrvatska
budimir.ivan1@gmail.com

GEOMETRIJSKE OPTIČKE ILUZIJE

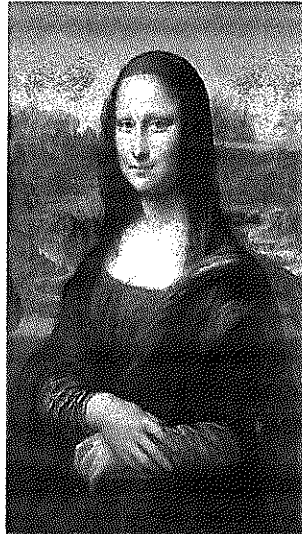
Apstrakt. Geometrijske optičke iluzije su vrste iluzija u kojima čovjekov vizualni sustav netočno interpretira geometrijska svojstva geometrijskih tijela, ploha i ostalih geometrijskih objekata. Postoje raznovrsne geometrijske optičke iluzije u kojima dolazi do različite percepcije geometrijskih likova, veličine i oblika, položaja i oblika linija promatranog objekta ili više interpretacija identične geometrijske strukture. U radu je napravljen pregled koji sadrži izbor najvažnijih geometrijskih optičkih iluzija. Dana je podjela geometrijskih optičkih iluzija prema neurološkim vizualnim mehanizmima koje ih uzrokuju. Objašnjene su neke najvažnije matematičke optičke iluzije poput Muller-Lyerove iluzije, horizontalno-vertikalne iluzije, Penrosinog trokuta, Shepardovih stolova, Akiyoshinih rotirajućih zmija i druge. Geometrijske optičke iluzije koriste se u likovnoj umjetnosti, fotografiji, arhitekturi i grafičkom i modnom dizajnu. Javljaju se u djelima drevnih kineskih slikara poput Gu Hongzhonga, renesansnog slikara Leonarda Da Vincija, kao i suvremenog umjetnika M. C. Eschera i brojnih drugih.

Кljučне riječi. geometrijske optičke iluzije, percepcija, geometrijska svojstva, umjetnost.

Uvod

Geometrijske optičke iluzije su perceptivne varke koje su uzrokovane nesavršenošću čovjekovog vizualnog sustava. Pritom iluzija može biti uzrokovana perceptivnim mehanizmima u oku koje prikuplja vizualne informacije ili djelovanjem mozga koji obrađuje dane informacije stvarajući predodžbu koja se ne podudara s realnošću (Luckiesh, 1965). Geometrijske optičke iluzije su vrste iluzija u kojima vizualni sustav netočno interpretira geometrijska svojstva geometrijskih tijela, ploha i ostalih geometrijskih objekata. Postoje raznovrsne geometrijske optičke iluzije u kojima dolazi do različite percepcije geometrijskih likova, veličine i oblika, položaja i oblika linija promatranog objekta ili više interpretacija identične geometrijske strukture.

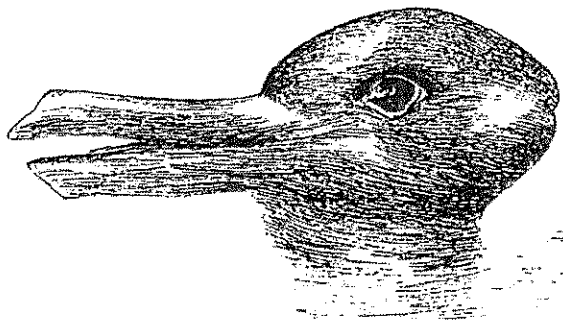
Geometrijske optičke iluzije pojavljuju se u likovnoj umjetnosti, fotografiji, arhitekturi i grafičkom i modnom dizajnu. Najpoznatija umjetnička optička iluzija je osmjeh da Vincijeve Mona Lise (Bohrn i sar., 2010). Mona Lisa skriva osmjeh ako se gleda njeno cijelo lice. Međutim, ako se promatrač usredotoči na Monalisine oči, na njenim ustima pojavljuje se osmjeh (Slika 1).



Slika 1. Na slici Leonarda da Vincija Mona Lisa se smije ako se gleda u njene oči

Svaki dvodimenzionalni prikaz trodimenzionalnog vanjskog svijeta temelji se na iluziji trodimenzionalnosti prostora. Dizajner ne može stvoriti trodimenzionalan prikaz na dvodimenzionalnoj površini. Stoga nastoji prikazati dubinu i volumen predmeta koristeći se iluzijom koju postiže vještom upotrebom boja i linija.

Čovjekov mozak nastoji vizualne podražaje interpretirati kao smislene cjeline. To postiže uočavanjem poznatih oblika i zaključivanjem u skladu s njima. No, postoje oblici koji mogu biti interpretirani kao više različitih poznatih predmeta, poput patke i zeca na poznatoj iluziji Josepha Jastrowa (Slika 2). U ovom slučaju, lijevi dio objekta može podsjećati na zečje uši ili patkin kljun. Ostatak slike je napravljen tako da se zapravo pomoću obje verzije mogu percipirati smislene cjeline.



Slika 2. Patka-zec iluzija Josepha Jastrowa

Od sredine 19. stoljeća do danas osmišljen je veliki broj geometrijskih optičkih iluzija. Brojni znanstvenici, umjetnici i dizajneri svakodnevno konstruiraju nove optičke iluzije. U poznatim svjetskim muzejima organiziraju se izložbe autora optič-

kih iluzija. Na temu optičkih iluzija na internetu je izložen veliki broj radova suvremenih umjetnika.

U ovom poglavlju napravljen je pregled koji sadrži izbor samo nekih najvažnijih geometrijskih optičkih iluzija. Same iluzije klasificirane su u tri skupine koje sačinjavaju sadržaj potpoglavlja. Podjela geometrijskih optičkih iluzija napravljena je prema neurološkim vizualnim mehanizmima koje ih uzrokuju.

Uzroci nastanka vizualnih iluzija povezani su s načinom funkcioniranja cjelokupnog vizualnog sustava (Gibson, 1950). Stoga, neuroznanstvenici vrlo intenzivno proučavaju geometrijske optičke iluzije istražujući njihove uzroke. Na taj način dobivaju nova saznanja o načinu na koji čovjekov mozak tumači podatke pristigle iz vanjskog svijeta, koje prima putem organa vida.

Većina neuroznanstvenika smatra da čovjekov sustav percepcije ima svrhu pružiti čovjeku informacije na temelju kojih svijet može doživljavati kao smislenu, organiziranu cjelinu (Ross & Plug, 1998; Gillam, 2000; Carlson, 2010). Da bi ta zadaća bila postignuta, vizualni sustav ne interpretira podatke potpuno identično njihovim realnim svojstvima. Nije teško zaključiti da to nije ni moguće, s obzirom da se vanjski svijet neprestano mijenja. Primjerice, automobili, ljudi i životinje i brojni drugi predmeti vanjskog svijeta su u neprestanom kretanju. Oni se približavaju ili udaljavaju u odnosu na vidno polje promatrača. Time u promatračevom oku percipirana slika povećava ili smanjuje. Međutim, to ne znači da će vizualni sustav približavanje ili udaljšavanje nekog objekta protumačiti povećavanjem ili smanjivanjem tog istog objekta. Bez obzira nalazio se određeni predmet u blizini ili daleko od promatrača, veličina promatranog objekta percipira se konstantnom.

Vizualni sustav ne funkcionira na principu jednostavnog zbrajanja svih vizualnih podražaja. Takav način percepcije ne bi adekvatno ispunjavao čovjekove osnovne potrebe jer bi čovjekov mozak bio pretrpan informacijama. U tom slučaju čovjekovo snalaženje u svijetu bilo bi ograničeno. Stoga, mozak selekciju podataka koje prima putem osjetila.

Postoje neurološki mehanizmi koji osiguravaju konstantnost vizualne percepcije geometrijskih oblika. Spomenuti mehanizmi mogu se podijeliti na:

- a) mehanizam koji uzrokuje konstantnost veličine;
- b) mehanizam konstantnosti oblika.

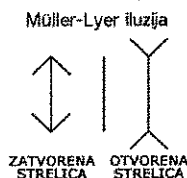
Mehanizmi konstantnosti veličine i konstantnosti oblika uzrokuju pojavljivanje brojnih geometrijskih optičkih iluzija (Bence, 2009).

Također, određene vizualne strukture mogu inducirati privid kretanja iako je sama struktura statična.

Konstantnost veličine

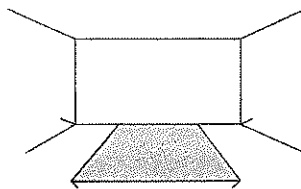
Mehanizam konstantnosti veličine je sklonost vizualnog sustava da poznate objekte percipira u skladu s njihovom realnom veličinom, neovisno o njihovoj udaljenosti od promatrača.

Pomoću opisanog mehanizma konstantnosti vizualne percepcije mogu se protumačiti brojne vizualne iluzije, poput Muller-Lyerove iluzije (Howe & Purves, 2005). Na slici 3 prikazana je spomenuta iluzija.



Slika 3. Muller-Lyerova iluzija

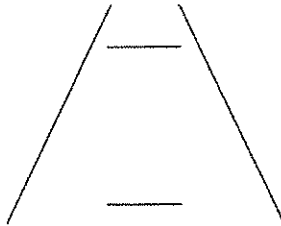
Muller-Lyerova iluzija jedna je od najstarijih geometrijskih optičkih iluzija. Konstruirana je 1889. godine. Na slici se dužina omeđena zatvorenim strelicama percipira kraćom od svoje realne vrijednosti. S druge strane, dužina omeđena otvorenim strelicama doima se duljom nego što jest. Richard Gregory tumači uzroke ove iluzije kao pogrešku koja nastaje usljed pogrešne primjene principa konstantnosti veličine (Gregory, 1997). Zbog nepostojanja treće dimenzije mozak konstruira prostor oko figure. Gregory zastupa mišljenje da čovjekov vizualni sustav nastoji sačuvati konstantnost veličine objekata na 2D slici, koristeći pritom 3D princip konstantnosti veličine. Naime, strelice kojima je omeđena dužina naš vizualni sustav percipira kao kutove trodimenzionalnih objekata, usljed čega dolazi do pogrešne interpretacije duljina dužina. Na sljedećoj slici zorno je predložen opisani princip (Slika 4).



Slika 4. Muller-Lyerova iluzija u 3D

U perspektivi na slici 4, vizualni mehanizam nastojeći sačuvati konstantnost veličine, percipira liniju koja je udaljena od promatrača dužom od linije koja je bliže promatraču.

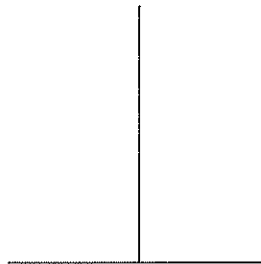
Ponzova iluzija prikazuje dvije jednake dužine koje su omeđene pravcima (Slika 5). Gornja dužina se čini dužom od donje dužine. Ovu iluziju prvi je pronašao talijanski psiholog Mario Ponzo 1911. godine (Shiraeve & Levy, 2007).



Slika 5. Ponzova iluzija

Ponzo je postavio hipotezu da čovjekova percepcija ovisi o pozadini na kojoj se predmeti nalaze. Dvije okomite linije vizualni sustav interpretira kao paralelne linije koje se u nastavku produžavaju. Slično željezničkoj pruzi koja je usmjerena u daljinu. Stoga se gornja vodoravna dužina čini udaljenijom od donje dužine. Na taj način je vizualni sustav, s ciljem sačuvanja konstantnosti veličine, percipira dužom od donje linije.

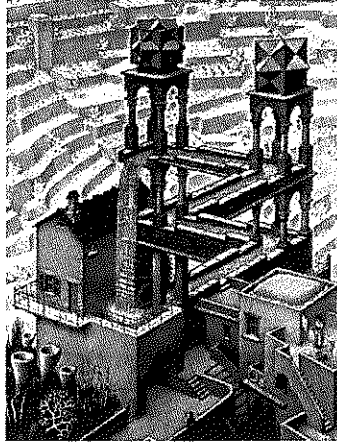
Njemački psiholog Adolf Fick proučavao je načine na koji čovjek percipira jednostavna geometrijska svojstva. Prvi je uočio i opisao horizontalno-vertikalnu iluziju u svojoj doktorskoj disertaciji objavljenoj 1851. godine (Finger & Spelt, 1947). Na slici 6 koja prikazuje horizontalno-vertikalnu iluziju prikazane su dvije dužine jednakih duljina. Dužina koja je postavljena vertikalno percipira se duljom od dužine koja je položena horizontalno.



Slika 6. Horizontalno-vertikalna iluzija

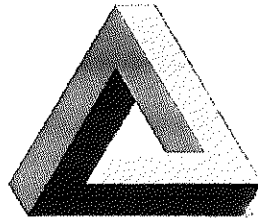
Von Colani dokazao je da je horizontalno-vertikalna iluzija uzrokovana mehanizmom konstantnosti veličine (Von Collani, 1985).

Suvremeni nizozemski slikar M. C. Escher često koristi geometrijske optičke iluzije u svojim radovima (Al Seckel, 2004). Primjerice, u litografiji Vodopad iz 1961. godine (Slika 7) prikazano je kako voda istječe iz podnožja vodopada. Escher iluziju temelji na optičkoj iluziji koju uzrokuje mehanizam konstantnosti veličine, koja se postiže vještom konstrukcijom odnosa dubine i širine pozadine. Da bi postigao spomenuti odnos, Escher koristi proturječne proporcije koje u konačnici stvaraju dojam vizualnog paradoksa.



Slika 7.. Litografija Vodopad M. C. Eschera, 1961.

Escherov Vodopad nadahnut je optičkom iluzijom poznatom kao Penrosin trokut (Slika 8), koji je prvi osmislio švedski umjetnik Oscar Reutersvard, 1934. (Penrose & Penrose, 1958). Matematičar Roger Penrose istu iluziju samostalno je osmislio i popularizirao 1950. Penrosin trokut prikazuje tri grede, koje se sijeku pod pravim kutom ali još uvijek tvore trokut. Opisana konstrukcija krši nekoliko zakona geometrije. Primjerice, za Penrosin trokut ne vrijedi da je njegov zbroj kuteva 180° .

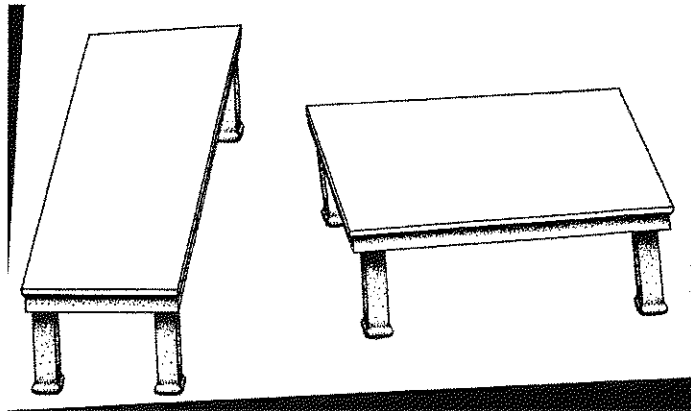


Slika 8. Penrosin trokut

Konstantnost oblika

Sklonost vizualnog sustava da percipira oblike neovisno o kutu pod kojim se objekt nalazi u vidnom polju promatrača naziva se mehanizmom konstantnosti oblika.

Jedna od najpoznatijih optičkih iluzija koja se temelji na mehanizmu konstantnosti oblika je iluzija Shepardovih stolova (Slika 9) prvi je opisao Roger Shepard 1990. godine (Shepard, 1990).



Slika 9. Shepardovi stolovi

Na slici 9 prezentirana su dva stola čije plohe su potpuno identičnih dimenzija. Duljina i širina ploha predočenih stolova su jednake duljine. Međutim, drugi stol percipira se znatno kraćim ali istovremeno i širim od prvog stola. Iluzija nastaje usljed težnje vizualnog sustava da sačuva konstantnost oblika trodimenzionalnih objekata koji su prikazani u dvodimenzionalnom prostoru.

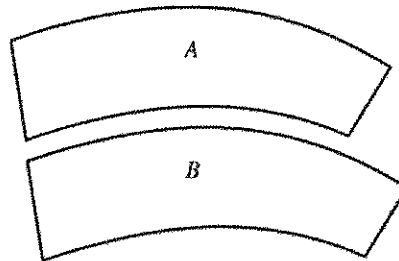
Iluzija Shepardovih stolova može se i drugačije protumačiti pomoću teorije Adolfa Ficka prema kojoj vizualni sustav ima tendenciju da vertikalne linije percipira dužim od istovjetnih horizontalnih linija.

W. Tyler pronašao je i druge paradoksalne elemente koji su povezani s Shepardovom iluzijom, poput nagiba ploče, nedostatak percepcije dubine i percepcije zadnje noge od stola (Tyler, 2011). Isti autor pronalazi slične vizualne elemente u kineskom slikarstvu starom više od 1000 godina (Tyler, 2011). Kineski slikar Gu Hongzhong iz razdoblja koje je poznato po nazivu Pet dinastija i deset kraljevstava (907–960) koristi geometrijsku strukturu Shepardovih stolova u klasičnom djelu „Večernji banket Han Xi-zai-a“, koje je izloženo u Palace muzeju u Bejingu (Slika 10).



Slika 10. Gu Hongzhong : Večernji banket Han Xi-zai-a

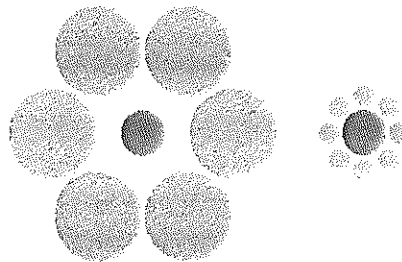
Jastrow iluzija prikazuje dvije potpuno identične figure (Slika 11). Jastrow iluziju osmislio je Robert Jastrow 1889. godine (Jastrow, 1892; George, 1998).



Slika 11. Donja B figura doima se većom od gornje A figure iako su obje jednake veličine.

Jastrow pojavu iluzije pripisuje činjenici da gornja strana donje figure B leži u blizini donje strane gornje figure A. S obzirom da je gornja strana figure B duža od donje strane figure A, figura B čini se dužom. Prethodno tumačenje temelji se na pretpostavci lokalne usporedbe veličina, koja se nastoji interpretirati globalno. Kod ove iluzije oblik jednog objekta utječe na percepciju drugog objekta.

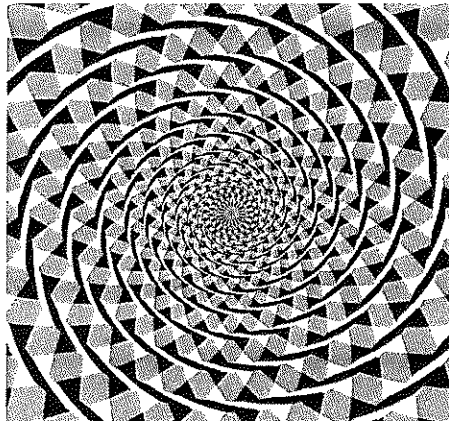
Ebbinghausova ili Titchnerova iluzija primjer je iluzije u kojoj dolazi do izražaja relativnost percepcije veličine. Otkrio je njemački psiholog Hermann Ebbinghaus. Ovu iluziju je popularizirao Edward Titchner 1901 (Roberts i sur., 2005).



Slika 12. Ebbinghausova iluzija

Na slici 12 lijevi i desni narančasti krugovi identične su veličine. Lijevi narančasti krug koji je okružen velikim plavim krugovima percipira se znatno manjim od identičnog desnog narančastog kruga koji je okružen malim plavim krugovima. Iluzija dokazuje da percepcija veličine predmeta ovisi o okruženju u kojem se predmet nalazi. Efekt je znatno slabijeg intenziteta kod djece mlađe od 10 godina (Doherty i sar.).

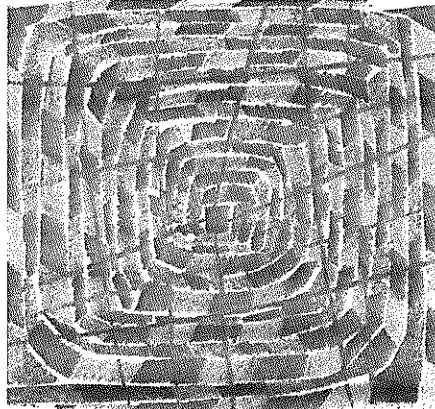
Fraserovu spiralu (Slika 13) prvi je opisao britanski psiholog James Fraser 1908. godine (Fraser, 1908). Iako se čini da lukovi koji se preklapaju spirale koje idu u beskonačnost, to je samo niz koncentričnih kružnica.



Slika 13. Fraserova spirala

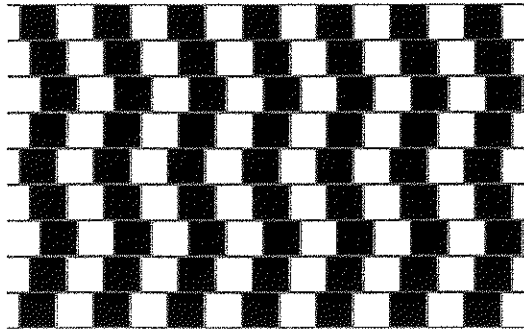
Ovaj efekt uzrokuju mali koso postavljeni paralelogrami različitih svjetlina i dimenzija koji se pravilno ponavljaju (Poppo & Sagi, 2000).

Fraserova spirala predstavljala je inspiraciju brojnim umjetnicima poput Jonathana Gibbsa. On koristi jednostavne spiralne oblike poput Fraserove spirale i ribe u kombinaciji s linearnim unakrsnim linijama (Slika 14).



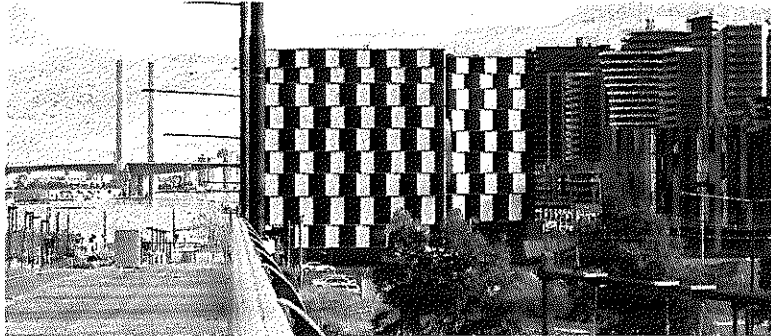
Slika 14. Jonathan Gibbs, Jellow Fish Spiral

Na istom principu kao i Fraserova spirala zasniva se i tzv. *caffè wall* iluzija (Slika 15). Iluzija je prvi put opisana 1898. godine kao „iluzija dječjeg vrtića“ (Pierce, 1898). Ponovo je otkrio Richard Gregory 1973. godine (Gregory & Heard, 1979). Prema Gregoryju ovaj efekt nalazio se na zidu jednog briselskog kafića koji je posjećivao član njegovog laboratorija. Kompozicija ove iluzije sastoji se od paralelnih linija koje su odijeljene crnim i bijelim kvadratima koji se pravilno ponavljaju. Spomenuti crno-bijeli kvadrati uzrokuju pogrešnu percepciju paralelnih ravnih linija koje se percipiraju kao iskrivljene.



Slika 15. Caffe-Wall iluzija

Zgrada u Melbourneu (Slika 16) kao i brojna druga arhitektonska ostvarenja inspirirana su ovom iluzijom.



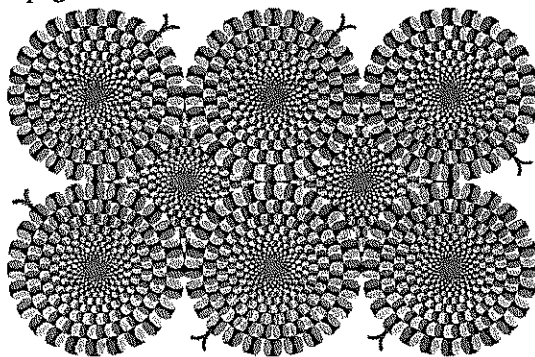
Slika 16. Zgrada u Melbourneu inspirirana caffe-wall iluzijom

Iluzije kretanja

Iluzije kretanja javljaju se u situacijama u kojima promatračev vizualni sustav percipira prividno kretanje promatranjem statičnog stimulusa. U ovim situacijama pomak se percipira iako nema gibanja slike po retini oka. Ova vrsta geometrijske optičke iluzije iznimno je složena te može biti uzrokovana različitim parametrima, poput različitih vremena procesiranja određenih karakteristika stimulusa u mozgu, periferna retinalna percepcija, lateralna inhibicija, neregistrirane karakteristike stimulusa, dinamička kromatska aberacija, krivo interpretirane karakteristike (Faubert & Herbert, 1999; Backus & Oruç, 2005; Conway i sar., 2005).

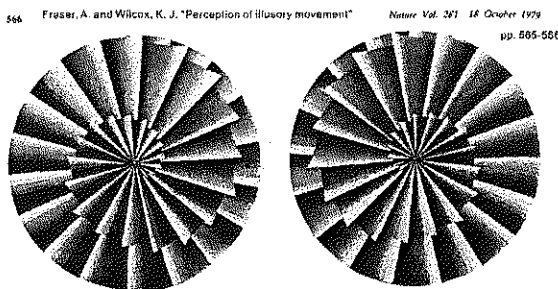
Japanski znanstvenik Akiyoshi Kitaoka autor je brojnih efekata koji induciraju iluziju kretanja (Kitaoka, 2002; Kitaoka & Ashida, 2003). Djelo „Rotirajuće zmije“ najpoznatija je Kitaokina optička iluzija (Slika 17). Prezentirana je 2003. godine kao dio Kitaokine Op-Art umjetnosti. Iluziju kretanja rotirajućih zmija uzrokuje učestalo ponavljanje kružne strukture geometrijskih oblika i kontrast upotrebljenih boja. Boje povećavaju intenzitet efekta iako se iluzija kretanja postiže i korištenjem akromatske

sive. Efekt se najsnažnije doživljava kada se slika promatra u cjelini. Fokusiranjem pogleda na pojedinačni krug unutar slike, iluzija kretanja prestaje te se slika doživljava statičnom. Brojni Akiyoshini radovi prezentirani su u internetskoj galeriji „Akiyoshi's illusion pages“.



Slika 17. Kitoakine Rotirajuće zmijske

Rotirajuće zmijske dio su vizualnih efekata kretanja koji nastaju na periferiji vidnog polja. Efekti ovog tipa poznati su pod nazivom periferni pomak (Peripheral drift). Fraser i Wilcox prvi su konstruirali i protumačili vizualni efekt perifernog pomicanja 1979. godine (Slika 18) (Fraser & Wilcox, 1979).

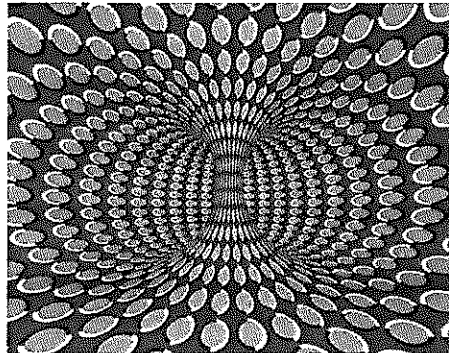


Slika 18. Efekt perifernog pomicanja Fräsera i Wilcoxa

Backus i Oruc istraživali su ovu klasu efekata 2005. godine (Backus & Oruç, 2005). Pokazali su da iluzija nastaje usljed adaptacije oka na kontrast i svjetlinu na različitim dijelovima slike. Signali koji generiraju doživljaj kretanja kod receptora pokreta, generiraju se usljed brojnih ponavljanja statičnih asimetričnih elemenata. Pritom dolazi do brzih promjena aktivnosti kod receptora pokreta. Conway i niz drugih autora dopunili su rezultate vezane uz promatrani efekt. Njihova istraživanja potvrdila su hipotezu da brzina i smjer efekta najviše ovisi o odnosu osvjjetljenosti pojedinih statičnih elemenata promatranog objekta (Conway i sar., 2005).

Deeley Beau osmislio je 2012. iluziju „Spinning vortex“ koja je uzrokovana orijentacijom pojedinih elemenata stimulusa (Slika 19). Kao posljedica orijentacije,

promatrana slika percipira se kao kružni vrtlog koji se giba s lijeva prema desno iako su svi elementi slike statični.



Slika 19. Kružni vrtlog (spinning vortex) Deeleyja Beaua

Zaključak

Sve grane matematike povezane su s problemima koji se javljaju u „realnom svijetu“. Matematička znanja uspješno se primjenjuju u mnogim područjima ljudskih djelatnosti. Geometrijske optičke iluzije su vizualni fenomeni u kojima se geometrija povezuje s likovnom umjetnošću i dizajnom. Umjetnici i dizajneri koji konstruiraju geometrijske optičke iluzije u svojim radovima koriste znanja iz geometrije. S druge strane, optičke iluzije ukazuju i na složenu prirodu vizualne percepcije geometrijskih svojstava objekata. Stoga je geometrijske optičke iluzije korisno implementirati u sadržaj nastave matematike kako bi se polaznici upoznali sa opisanim sadržajem. Navedena problematika ima posebnu vrijednost za nastavu matematike na svim obrazovnim ustanovama koje su svojim programom usmjerene prema likovnoj umjetnosti, dizajnu ili arhitekturi.

Literatura

- Backus, B. T. & Oruç, İ. (2005). Illusory motion from change over time in the response to contrast and luminance. *Journal of Vision*, Vol. 5, No. 11, 1055–1069.
- Nanay, B. (2009). Shape constancy, not size constancy: a (partial) explanation for the Müller-Lyer illusion. In: Taatgen, N. A. & Van Rijn, H. (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Cognitive Science Society (CogSci 2009)*. pp. 579–584. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bohrn, I., Carbon C. C. & Hutzler F. (2010). Mona Lisa's Smile—Perception or Deception? *Psychological Science*, Vol. 21, No. 3, 378–380.
- Von Collani, G. (1985). Retinal projection or size constancy as determinants of the horizontal-vertical illusion? *Percept Mot Skills*, Vol. 61, No. 2, 547–557.
- Conway, B. R., Kitaoka, A., Yazdanbakhsh, A., Pack, C.C. & Livingstone, M.S. (2005). Neural basis for a powerful static motion illusion. *Journal of Neuroscience*, Vol. 25, No. 23, 5651–5656.

- Doherty, M. J., Campbell, N. M., Tsuji, H. & Phillips, W. A. (2010). The Ebbinghaus illusion deceives adults but not young children. *Developmental Science*, Vol. 13, No. 5, 714–721.
- Faubert, J. & Herbert, A. M. (1999). The peripheral drift illusion: A motion illusion in the visual periphery. *Perception*, Vol. 28, No. 5, 617–622.
- Fick, A. (1851). *De errone quodam optic asymmetria bulbi effecto*. Marburg: Koch.
- Finger, F. W. & Spelt, D. K. (1947). The illustration of the horizontal-vertical illusion. *Journal of Experimental Psychology*, Vol. 37, No.3, 243–250.
- Francis, G. (1988). *A topological picturebook*. New York: Springer Verlag.
- Fraser, A., Wilcox, K. J. (1979). Perception of illusory movement. *Nature*, Vol. 281, 565–566.
- Fraser, J. (1908). A New Visual Illusion of Direction. *British Journal of Psychology*, Vol. 2, No. 3, 307–320.
- Gibson, J. J. (1950). *The Perception of the Visual World*. Boston: Houghton Mifflin.
- Gillam, B. (2000). Perceptual Constancy, In: Kazdin, A. E. (Ed.) *Encyclopedia of psychology* 6. pp. 89–93. American Psychological Association and Oxford University Press.
- Gregory, R. L. (1997). *Eye and Brain*. 5th ed., Princeton University Press.
- Gregory, R. L., Heard, P. (1979). Border locking and the Cafe Wall illusion. *Perception*. Vol. 8, No. 4, 365–380.
- Howe, C. Q. & Purves, D. (2005). *Perceiving Geometry: Geometrical Illusions Explained by Natural Scene Statistics*, New York: Springer Science.
- Jastrow, J. (1892). Studies from the laboratory of experimental psychology of the University of Wisconsin – II. *Am J Psychol*, Vol. 4, No. 3, 381–428.
- Kitaoka, A. (2002) *Classification of anomalous motion illusions, Visual Localization in Space-Time*, (poster publication) University of Sussex, Brighton, UK.
- Kitaoka, A. & Ashida, H. (2003). Phenomenal Characteristic of the Peripheral Drift Illusions, *Vision*, Vol. 15., No. 4., 261–262.
- Luckiesh, M. (1965). *Visual Illusions; Their Causes, Characteristics, and Applications*. Toronto: Dover Publications.
- Neil, C. (2010). *Psychology the Science of Behavior*. [4th Canadian ed.] Toronto: Pearson Canada Inc., 188.
- Pentak, S., Roth, R. & Lauer, D. (2013). *Design Basics: 2D and 3D*, 8-th Ed. Cengage Learning.
- Penrose, L. S. & Penrose, R. (1958). Impossible objects: A special type of visual illusion. *British Journal of Psychology*, Vol. 49, No. 1, 31–33.
- Popple, A. V. & Sagi, D. A. (2000). Fraser Illusion Without Local Cues? *Vision Research*., Vol. 40, No. 8, 873–878.
- Pierce, A. H. (1898). The illusions of the kindergarten patterns. *Psych. Review*, Vol. 5, No. 3, 233–253.
- Roberts, B., Harris, M. G. & Yates, T. A. (2005). The roles of inducer size and distance in the Ebbinghaus illusion (Titchener circles). *Perception*, Vol. 34, No. 7, 847–856.
- Ross, H. F.S.E. & Plug, C. The history of size constancy and size illusions. In: Walsh, V. & Kuliowski, J. (Eds.), (1998). *Perceptual constancy: Why things look as they do*. pp. 499–528. New York: Cambridge University Press.
- Al Seckel. (2004). *Masters of Deception: Escher, Dalí & the Artists of Optical Illusion*. New York: Sterling Publishing Co. Inc.
- Shepard, R. N. (1990). *Mind Sights: Original Visual Illusions, Ambiguities, and other Anomalies*, New York: WH Freeman and Company.
- Shiraev, E. & Levy D. (2007). *Cross-Cultural Psychology*. 3rd ed., Pearson Education.

- Tyler, C. W. (2011). Paradoxical perception of surfaces in the Shepard tabletop. *i-Perception*, Vol. 2, No.2, 137–141.
- Tyler, C. W. (2011). Chinese perspective as a rational system and its relationship to Panofsky's symbolic form, *Chinese Journal of Psychology*, Vol. 53, No. 4, 371–391.

Internetske stranice

<http://arts.cultural-china.com/en/23Arts11374.html>
<http://www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/index-e.html>

GEOMETRIC OPTICAL ILLUSIONS

Summary. Geometric optical illusions are a form of illusions in which a person's visual system incorrectly interprets geometric features of geometric shapes, surfaces and other geometric objects. There are different geometric optical illusions in which different perception of geometric shapes, size and forms, position and line form of the observed object or more interpretations of the identic geometric structure occurs. This paper presents the overview of the choice of the most important geometric optical illusions. It contains the division of geometric optical illusions according to neurological visual mechanisms which cause the illusions. Furthermore, it contains the explanations for some of the most important mathematical optical illusions such as Muller-Lyer illusion, vertical-horizontal illusion, Penrose triangle, Shepard's tables, Akiyoshi's rotating snakes and other. Geometric optical illusions are used in visual arts, photography, architecture as well as graphic and fashion design. They appear in the works of ancient Chinese painters such as Gu Hongzhong, Renaissance painter Leonardo Da Vinci as well as in the works of modern artist M. C. Escher and many others.

Key words: geometric optical illusions, perception, geometric properties, art.