

STUDIJA UTJECAJA NEVERTIKALNOSTI KRUTOG BLOKA NA PERIODIČNOST NE-GLATKOG DINAMIČKOG PONAŠANJA PRI HARMONIJSKOJ POBUDI

Čeh, N & Bićanić, N

Sažetak: U radu se promatra ponašanje ne-glatkog dinamičkog sustava – odziva krutog bloka na podlozi, uz pretpostavku da je trenje između baze bloka i podloge dovoljno veliko da je spriječeno klizanje bloka po podlozi. Na blok djeluje dinamička pobuda harmonijskog ubrzanja podloge.

Numerička integracija jednadžbe kretanja je provedena Newmarkovom metodom prosječnog ubrzanja ($\beta=1/4$, $\gamma=1/2$), a gubitak energije pri sudaru baze bloka i podloge je uzet u obzir pomoću koeficijenta restitucije.

Rezultati su prikazani u obliku grafova zaokreta, kutne brzine i kutnog ubrzanja u vremenu, te u faznoj ravnini. Promatrana je periodičnost dinamičkog ponašanja i simetričnost, odnosno nesimetričnost, orbita u faznoj ravnini. Analizirana je osjetljivost orbita u faznoj ravnini na male perturbacije početnih uvjeta vertikalnosti bloka.

Simulacije ne-glatkog dinamičkog ponašanja krutih blokova pokazuju postojanje periodičnosti, ovisno o parametrima sustava (geometriji bloka, koeficijentu restitucije i funkciji ubrzanja podloge) te početnim uvjetima nagnutosti bloka. Uočena je nesimetričnost orbita pri određenim perturbacijama početnih uvjeta i, kao posljedica, manja amplituda funkcije ubrzanja podloge potrebna za prevrtanje bloka.

Ključne riječi: *dinamički odziv, kruta tijela, fazna ravnina, prevrtanje bloka*

1 UVOD

Dinamička analiza krutih tijela je jedan od osnovnih problema ne-linearne mehanike. Kruta tijela koja nisu povezana niti međusobno niti s podlogom predstavljaju model koji opisuje dinamičko ponašanje konstrukcija različite složenosti - spomenika, grafitnih jezgri u nuklearnim elektranama ili zidanih elemenata.

Osnovni model krutog bloka koji se slobodno oslonjen nalazi na podlozi, uz uvjet da je trenje između bloka i podloge dovoljno veliko da je spriječeno klizanje bloka po podlozi, je prikazan na Slici 1 [1-3].

Dinamički model je najjednostavnije opisan jednadžbom gibanja [1, 2]:

$$I_0 \ddot{\theta} = -WR \sin[\text{sign}(\theta)\alpha - \theta] - mR\ddot{u} \cos[\text{sign}(\theta)\alpha - \theta], \quad (1)$$

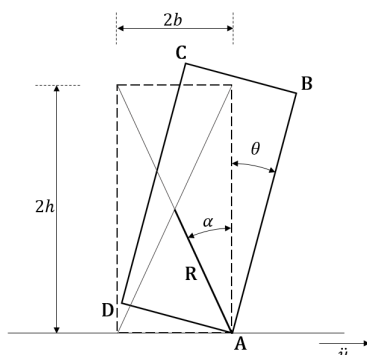
gdje je I_0 moment inercije pravokutnog bloka s obzirom na jedan od njegovih donjih vrhova, m i W masa, odnosno, težina bloka, R udaljenost bilo kojeg vrha bloka od njegovog težišta, α kut vitkosti bloka, \ddot{u} funkcija ubrzanja podloge, $\theta, \ddot{\theta}$ rotacija,

odnosno, kutno ubrzanje bloka, a funkcija $sign(\theta)$ je definirana kao 1, 0 ili -1 za $\theta > 0$, $\theta = 0$ i $\theta < 0$, respektivno.

Funkcija ubrzanja podloge je harmonijska funkcija [1-3, 7]:

$$\ddot{u} = a_0 \sin(\omega t + \psi), \quad (2)$$

gdje je a_0 amplituda funkcije ubrzanja podloge, ω kružna frekvencija funkcije ubrzanja podloge, t vrijeme i ψ fazni pomak funkcije ubrzanja podloge (u nastavku rada jednak nuli).



Slika 1. Dinamički model krutog bloka s jednim stupnjem slobode

2 NUMERIČKA INTEGRACIJA JEDNADŽBE KRETANJA, PROBLEM NE-GLATKOSTI I PRIKAZI REZULTATA

Provedena je numerička analiza dinamičkog ponašanja u programskom jeziku Matlab. Jednadžba kretanja (1) je linearizirana i riješena za svaki vremenski korak Newmarkovom metodom za direktnu integraciju. Korištena je Newmarkova metoda prosječnog ubrzanja s parametrima $\beta = 1/4$ i $\gamma = 1/2$.

Osnovni izvor ne-glatkosti dinamičkog problema je u opisu dinamičkih parametara. Budući da je rotacija bloka, θ , definirana u odnosu na vertikalni položaj bloka, kutna brzina i kutno ubrzanje su također definirani ovisno o smjeru rotacije bloka u odnosu na vertikalni položaj. Pri prijelazu iz rotacije oko vrha A u rotaciju oko vrha D u funkciji koja opisuje brzinu bloka u vremenu se javlja diskontinuitet, dok se u funkciji koja opisuje ubrzanje bloka u vremenu javlja skok.

Osim toga, pri svakom prijelazu rotacije iz negativne u pozitivnu vrijednost i obrnuto blok se sudara s bazom. Pri sudaru dva tijela gubi se određena količina energije u sustavu, gdje se pretpostavlja da se uslijed toga brzina trenutno smanjuje. Trenutno smanjenje brzine predstavlja skok u funkciji koja opisuje brzinu bloka u vremenu i diskontinuitet u funkciji koja opisuje rotaciju bloka u vremenu.

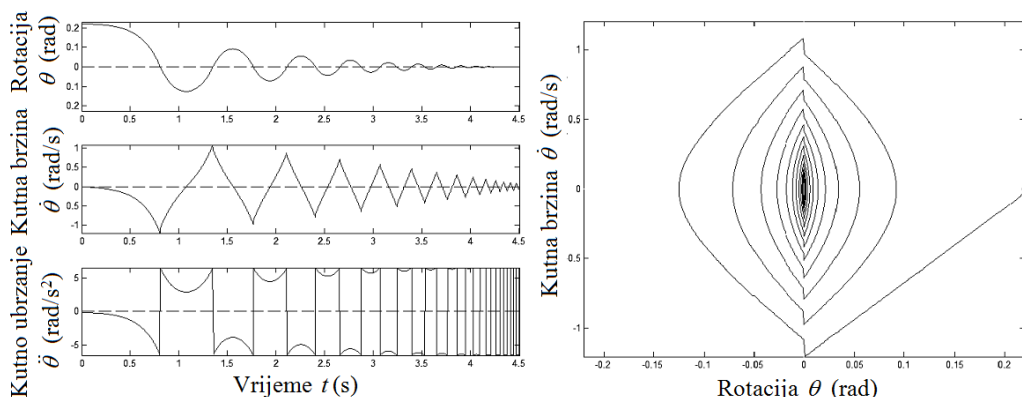
Gubitak energije pri sudaru bloka s bazom je u numeričkoj analizi uzet u obzir uvođenjem dodatnog parametra – koeficijenta restitucije – u jednadžbu kretanja. Koeficijent restitucije opisuje odnos kutne brzine bloka neposredno prije i neposredno nakon sudara s bazom, odnosno [1, 3-6]:

$$\eta = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1}. \quad (3)$$

Koeficijent restitucije ovisi o materijalu od kojeg su sačinjeni blok i podloga, a njegovu vrijednost treba dobiti eksperimentalno za određenu kombinaciju materijala.

U nastavku je analiziran blok dimenzija 0.115/0.5 m, mase 6.329 kg, a uzet je koeficijent restitucije $\eta = 0.9$.

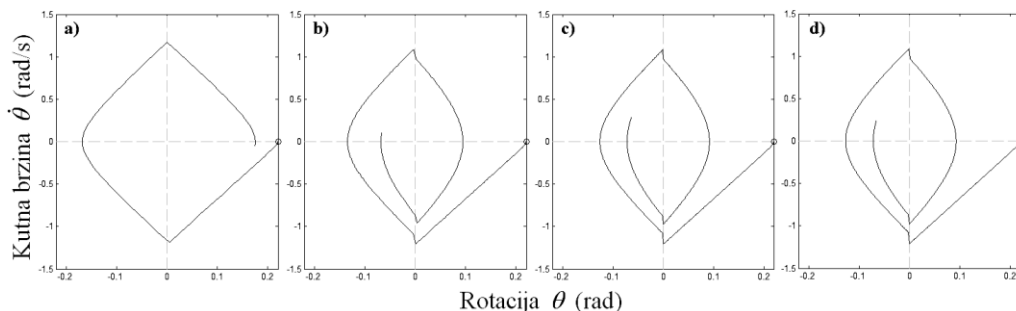
Kao rezultat numeričke analize dinamičkog ponašanja dobiveni su grafovi rotacije, brzine i ubrzanja u vremenu za blok na nepomičnoj podlozi ispušten iz početnog nagnutog položaja od $\theta_0 = 0.22$ rad (Slika 2, lijevo).



Slika 2. Grafovi rotacije, kutne brzine i kutnog ubrzanja u vremenu te trag u faznoj ravnini kod dinamičke analize bloka na nepomičnoj podlozi ispuštenog iz početnog nagnutog položaja od 0.22 rad

Na grafovima u vremenu moguće je vidjeti neke karakteristike dinamičkog ponašanja bloka, no mnoge pojave se mogu previdjeti. Drugi način da se prikažu vrijednosti dobivene u dinamičkoj analizi je prikaz rezultata u faznoj ravnini. Fazna ravnina predstavlja ravninu omeđenu horizontalnom osi koja predstavlja rotaciju i vertikalnom osi koja predstavlja kutnu brzinu bloka u jednom trenutku [3-6]. Ukoliko se sve fazne ravnine od početka do kraja dinamičke analize „poslože“ jedna za drugom, rezultat je prostorna krivulja koja prikazuje odnos rotacije i kutne brzine od početka do kraja analize (Slika 2, desno).

Veličina vremenskog koraka utječe na točnost prikaza dinamičkog ponašanja bloka u faznoj ravnini. Rezultati četiri numeričke analize s veličinama vremenskog koraka od 0.02, 0.004, 0.001 i 0.0005 sekundi su prikazani na Slikama 3.a, 3.b, 3.c i 3.d, respektivno.



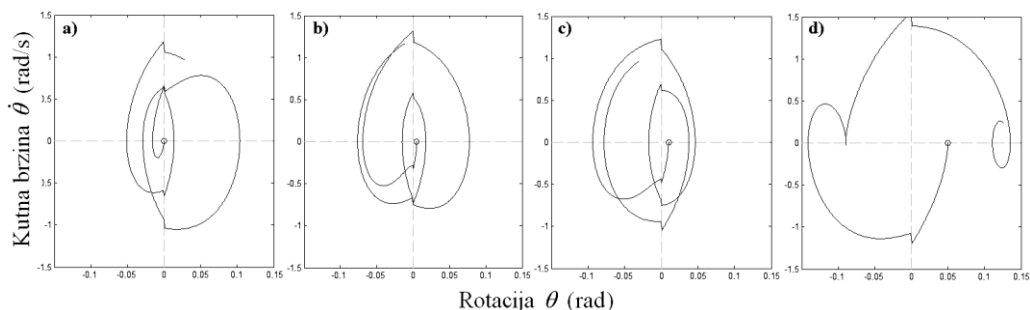
Slika 3. Fazne ravnine prve dvije sekunde dinamičke analize bloka pri slobodnom ljuľljanju dobivene upotrebom vremenskog koraka od 0.02 (a), 0.004 (b), 0.001 (c) i 0.0005 sekundi (d)

Numeriĉke analize dinamiĉkog ponašanja bloka pri djelovanju harmonijske funkcije ubrzanja podloge su potvrdile da veliĉina vremenskog koraka pri korištenju Newmarkove metode integracije uvelike utjeĉe na toĉnost rezultata pa je potrebno odabrati dovoljno mali vremenski korak da se izbjegne umjetno povećanje perioda i da se mogu promatrati pojave vezane za najveće frekvencije funkcije ubrzanja podloge.

3 OSJETLJIVOST DINAMIĉKOG PONAŠANJA NA MALE PERTURBACIJE POĀETNE VERTIKALNOSTI BLOKA

Većina analiza dinamiĉkog ponašanja krutog bloka (analitiĉka rješenja i numeričke analize) dostupnih u literaturi je provedeno s pretpostavkom da je blok u početku u stanju mirovanja i idealno vertikalnom poloŹaju [1, 2, 7]. Prethodne pretpostavke idealiziraju stvarno stanje u kojem se mogu naći kruti blokovi, posebice zato Źto idealna vertikalnost rijetko moŹe biti osigurana, kako kod stvarnih konstrukcija, tako i kod provođenja eksperimenata.

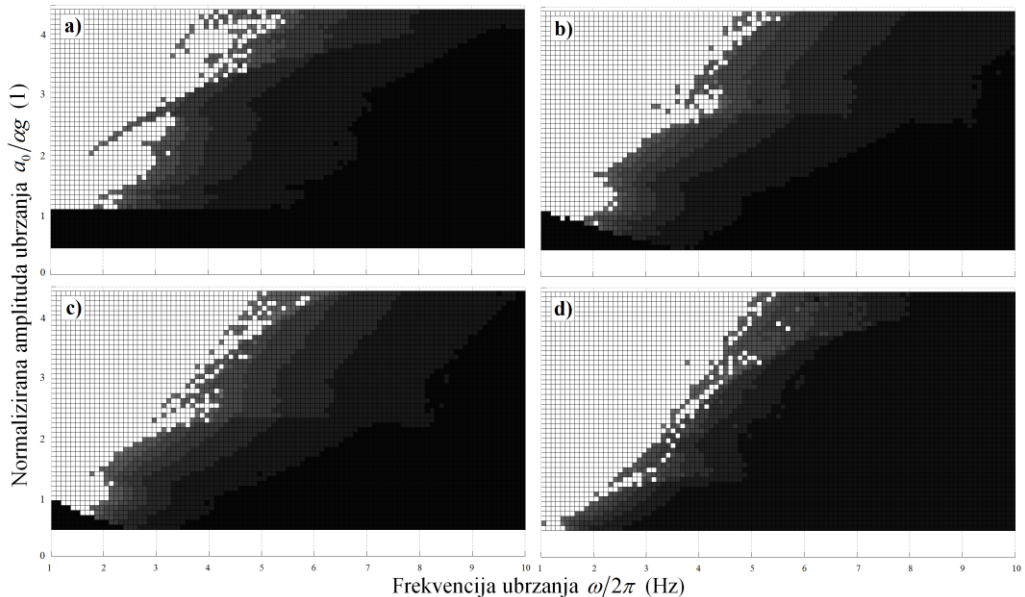
S ciljem procjene utjecaja malih perturbacija (nevertikalnosti) poĀetnog poloŹaja bloka, provedena je studija s nizom analiza dinamiĉkog ponašanja bloka kroz 10 sekundi pri neprestanoj pobudi u obliku harmonijske funkcije ubrzanja podloge (Slike 4.a, 4.b, 4.c i 4.d).



Slika 4. Fazne ravnine prve sekunde dinamiĉke analize bloka pri harmonijskoj pobudi s amplitudom od 1.5g i kruŹnom frekvencijom od 6π s poĀetnom rotacijom od 0 rad (a), 0.005 rad (b), 0.01 rad (c) i 0.05 rad (d)

Dodatni niz analiza s razliĉitim parametrima funkcije ubrzanja podloge, odnosno, razliĉitim amplitudama funkcije, a_0 , u rasponu od 0.1g do 1g i kruŹnim frekvencijama

funkcije ubrzanja, ω , u rasponu od 2π do 20π , je pokazao da male perturbacije znatno utječu na dinamičko ponašanje i moguće prevrtanje krutih blokova. Funkcije rotacije, kutne brzine i kutnog ubrzanja su različite, no i kvantitativno su primjećene razlike u najvećim rotacijama koje blok doživi tijekom analize (Slike 5).



Slika 5. Grafovi s najvećim rotacijama bloka tijekom 10 sekundi dinamičke analize u ovisnosti o amplitudi i frekvenciji harmonijske funkcije ubrzanja podloge za blok koji je u početku idealno vertikalnan (a) te zarotiran za 0.005 rad (b), 0.01 rad (c) i 0.05 rad (d); bijela boja predstavlja prevrtanje bloka, a najtamnija nijansa sive blok u mirovanju

Područje u kojem se blokovi prevrnu u 10 sekundi dinamičke pobude se ne širi u smjeru većih frekvencija funkcije ubrzanja, ali se širi u smjeru manjih amplituda. U slučaju idealne vertikalnosti bloka na početku, područje prevrtanja je omeđeno linijom koja odgovara amplitudi od $g\alpha$, dok je pri malim perturbacijama početne vertikalnosti dovoljna manja amplituda za prevrtanje bloka.

4 ZAKLJUČAK

Početna vertikalnost bloka, kao jedna od osnovnih pretpostavki s kojima su provedene gotovo sve dinamičke analize u literaturi, je idealizacija stvarnog stanja konstrukcije ili modela. U radu je pokazano da vrlo male perturbacije početnog položaja bloka utječu na dinamički odziv bloka i mogućnost prevrtanja. Perturbacije do veličine početne rotacije od 0.05 rad (ili približno 2.86°) ne samo da utječu na prirodu dinamičkog odziva već i potpuno eliminiraju područje u kojem blok teoretski ne dostiže ljuljanje. Dakle, mnogo manje amplitude od onih potrebnih da blok pokrenu u ljuljanje mogu izazvati prevrtanje bloka ukoliko blok na samom početku nije u idealno vertikalnom položaju.

Navedeni zaključci ujedno predstavljaju važan problem u laboratorijskim ispitivanjima dinamičkog ponašanja krutih blokova zbog osjetljivosti osiguranja ponovljivosti eksperimenata.

Literatura:

- [1] Dimitrakopoulos, E.G i DeJong, M.J., “Revisiting the Rocking Block: Closed-form Solutions and Similarity Laws”, Proceedings of the Royal Society A, 2012.
- [2] Housner, G.W., “The Behavior of Inverted Pendulum Structures During Earthquakes”, Bulletin the Seismological Society of America, Vol. 53, No. 2, 1963, str. 403-417.
- [3] Hogan, S.J., “On the Dynamics of Rigid-block Motion under Harmonic Forcing”, Proceedings of the Royal Society London A 452, 1989, str. 441-476.
- [4] Hogan, S.J., “Slender Rigid Block motion”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, No. 1, 1994, str. 11-24.
- [5] Hogan, S.J., “The Many Steady State Responses of a Rigid Block under Harmonic Forcing”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 19, 1990, str. 1057-1071.
- [6] Hogan, S.J., “On the Dynamics of Rigid Block Motion under Harmonic Forcing”, Tenth World Conference on Earthquake Engineering, 1992, Rotterdam.
- [7] Makris, N. i Rousses, Y., “Rocking Response and Overturning of Equipment under Horizontal Pulse-Type Motions”, Report PEER 1998.

ZAHVALA

Istraživanje je provedeno u okviru Unity Through Knowledge znanstvenog projekta 3/13 *Evidence Based Characterisation of Dynamic Sensitivity of Multiblock Structures – Numerical Simulation and Experimental Validation*.

Autori:

Nina Čeh, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, Rijeka, tel. 051/265-956, e-mail: nina.ceb@gradri.uniri.hr

Nenad Bićanić, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, Rijeka, tel. 051/265-954, e-mail: nenad.bicanic@gradri.uniri.hr