



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK
Poslijediplomski specijalistički studij aktuarske matematike

Dušan Mundar

**PROCJENA IZNOSA MIROVINSKIH ISPLATA IZ
DRUGOG STUPA MIROVINSKOG OSIGURANJA
U REPUBLICI HRVATSKOJ**

Završni rad

Voditelj završnog rada: Prof.dr.sc. Damir Bakić

ZAGREB, 2014

Sadržaj

1	UVOD	5
2	DEMOGRAFSKE PROMJENE	6
2.1	Projekcija broja stanovnika i popis stanovništva	6
2.2	Projekcije broja stanovnika i povezane informacije	8
2.3	Hrvatski mirovinski sustav	11
3	OČEKIVANO TRAJANJE ŽIVOTA	13
4	TABLICE SMRTNOSTI	15
5	CIJENA MIROVINE	18
5.1	Sadašnja vrijednost mirovine	18
5.2	Model s inflacijom	19
5.3	Cijena mirovine u RMOD-u	20
6	OČEKIVANA MIROVINA IZ DRUGOG STUPA	23
6.1	Očekivana mirovina od dosadašnje štednje	23
6.2	Očekivana mirovina od budućeg rada	25
6.2.1	Tržišta rada i plaće	25
6.2.2	Opis modela	28
6.2.3	Provedba modela	29
7	ZAKLJUČAK	32
8	SAŽETAK	33
9	SUMMARY	35
	DODACI	37

DODATAK 1: Tablice smrtnosti	37
DODATAK 2: Dokaz leme 9.1	39
BIBLIOGRAFIJA	40
ŽIVOTOPIS	42

Popis slika

2.1	Usporedba projekcije broja stanovnika u RH i rezultata popisa stanovništva za godinu 2011.	7
2.2	Dobna struktura stanovništva RH u 2014. godini	8
2.3	Broj osoba i omjer broja osoba u dobnim skupinama: 65+,16–64.	9
2.4	Kretanja broja osamnaest-godišnjaka do 2051.	10
2.5	Piramidalni prikaz strukture stanovništva prema spolu i dobi u godinama 2014. i 2051.	11
4.1	Utjecaj smanjenja vjerojatnosti smrti na očekivano trajanje života pri dobi 65.	16
6.1	Raspodjela realne vrijednosti mirovine od štednje na temelju budućeg rada za osobu dobi 25	31

Popis tablica

2.1	Udio dobnih skupina u populaciji (relativni udjeli u %)	9
2.2	Udio dobnih skupina u populaciji (apsolutne vrijednosti - u tis.)	9
3.1	Očekivano preostalo trajanje života, izvor: DZS	14
4.1	Očekivano trajanje života uz različita smanjenja smrtnosti	16
4.2	Smanjenje vjerojatnosti smrti do 2050. – 2052.	16
5.1	Cijene mirovina za različite kamatne stope	20
5.2	Osjetljivost cijene mirovine na stopu povrata i rast potrošačkih cijena	21
5.3	Cijena mirovine prema RMOD-u i prema modelu	22
6.1	Promjena indeksa potrošačkih cijena, izvor: DZS	24
6.2	Iznos mirovine na temelju štednje iznosa 10 000 kn	25
6.3	Prosječne neto i bruto plaće po godinama, izvor: DZS	26
6.4	Uvjetna vjerojatnost trajanja nezaposlenosti pri zaposlenju, izvor: HZZO	27
6.5	Raspodjela nezaposlenih osoba prema trajanju nezaposlenosti	29
6.6	Vjerojatnost pronalaska posla u mjesec dana u ovisnosti o trajanju nezaposlenosti	29
6.7	Štednja, nominalni i realni iznos mirovine od budućeg rada	30

Poglavlje 1

UVOD

U radu analiziramo mirovinski sustav iz perspektive pojedinca s ciljem procjene očekivanja mjesečnih prihoda u trenutku umirovljenja ostvarenih na temelju minulog rada. Promjena demografske strukture i visoke stope nezaposlenosti povećavaju nesigurnost adekvatnosti mirovinskih prihoda pojedinca za željeni životni standard u trenutku umirovljenja. Hrvatski mirovinski sustav baziran je na mješanom sustavu temeljenom na generacijskoj solidarnosti, koji se oslanja na demografski ekvilibrij, i individualnoj kapitaliziranoj štednji s definiranim doprinosima pri kojoj je iznos individualne štednje vezan uz primanja osobe i ne garantira točan ili minimalni iznos isplate.

Analiza provedena u radu temeljena je na javno dostupnim podacima na stranicama Hrvatskog zavoda za mirovinsko osiguranje, Državnog zavoda za statistiku, Hrvatskog zavoda za zapošljavanje i Raiffeisen mirovinskog osiguravajućeg društva. Glavni podaci su: Projekcija stanovništva Republike Hrvatske 2010. – 2061., Tablice mortaliteta Republike Hrvatske 2000. – 2002., Rezultati popisa stanovništva 2011., Izvješće o radu i poslovanju Hrvatskog zavoda za mirovinsko osiguranje.

Poglavlje 2

DEMOGRAFSKE PROMJENE

U posljednjih nekoliko desetljeća stanovništvo Republike Hrvatske, kao i kod većine zemalja razvijenog svijeta nalazi se u demografskoj tranziciji. Demografska tranzicija uključuje starenje stanovništva. Glavni uzroci starenja stanovništva su: smanjenje stope fertiliteta i produljenje očekivanog trajanja života.

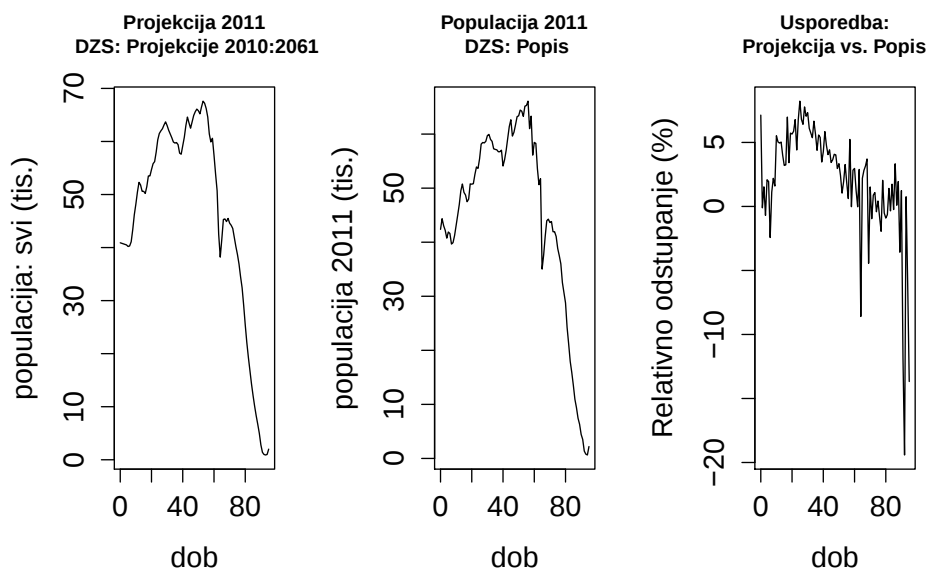
Prema projekcijama stanovništva Državnog zavoda za statistiku (dalje u tekstu: DZS)[5] u Republici Hrvatskoj će u 2061., uz scenarij srednje stope fertiliteta (povećanje od 1,45 na 1,60) i uz srednju razinu migracije (pozitivna neto migracija od približno 260 000), živjeti 3,849 milijuna stanovnika. Nepovoljan omjer radno sposobnog stanovništva (15 do 64 godina starosti) naspram ostalom stanovništvu iznositi će 58 : 42. To je dodatno pogoršanje sadašnjeg omjera koji iznosi 68 : 32. Promjene u strukturi stanovništva dovode do značajnih promjena u odnosima u društvu te imaju utjecaj na ekonomiju zemlje.

2.1 Projekcija broja stanovnika i popis stanovništva

Posljednji popis stanovništva u Republici Hrvatskoj bio je 2011. godine. Projekcije kretanja broja stanovnika izrađene su za godine 2010.-2061. i objavljene 2011. godine. Postavlja se pitanje jesu li navedene projekcije

u skladu s rezultatima popisa stanovništva i treba li ažurirati projekcije kretanja broja stanovnika.

Prvi dio slike 2.1 prikazuje dobnu strukturu stanovništva u 2011. godini prema projekciji DZS objavljene 2011. godine. Drugi dio iste slike prikazuje dobnu strukturu stanovništva u 2011. godini prema analizi popisa stanovništva provedenog 2011. godine. Treći dio slike prikazuje relativna odstupanja (omjer razlike vrijednosti projekcija i popisa sa rezultatima popisa izražen u postotcima) za 2011. godinu. Za pojedine dobi relativne pogreške prognoziranja poprimaju veliku vrijednost. Primjetno je sustavno precjenjivanje procjena broja osoba srednje dobi (u prognozama je veći broj osoba srednje dobi), a podcjenjivanje procjena broja osoba veće starosti (u prognozama je manji broj osoba starijih od 60 godina). U 30 dobnih stupina odstupanje je veće od 5%, prosječno apsolutno odstupanje je 3,8%, a najveće odstupanje je 19,4%. Zaključujemo da bi dobro došle ažurnije projekcije kretanja broja stanovnika.



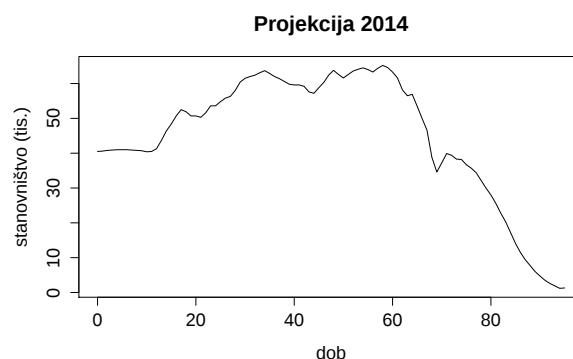
Slika 2.1: Usporedba projekcije broja stanovnika u RH i rezultata popisa stanovništva za godinu 2011.

2.2 Projekcije broja stanovnika i povezane informacije

Jedna od najznačajnijih promjena u strukturi stanovništva Republike Hrvatske je povećanje prosječne starosti stanovništva. Povećanje relativnog udjela starijeg stanovništva u ukupnoj populaciji stvara promjene u odnosima u društvu. Primjerice, povećanje potrebe za zdravstvenom skrbi i povećanje mirovinskih troškova.

Državni zavod za statistiku je 2011. godine objavio tri različite varijante projekcija kretanja broja stanovnika: srednja projekcija (srednji fertilitet sa srednjom migracijom, visoka varijanta (visoki fertilitet i visoka migracija) te niska projekcija (niski fertilitet i niska migracija). Projekcije kretanja broja stanovnika izrađene su za godine od 2010. do 2061.

Slika 2.2 prikazuje dobnu strukturu stanovništva Republike Hrvatske u 2014. godini na temelju podataka Projekcija.



Slika 2.2: Dobna struktura stanovništva RH u 2014. godini

Analizirajući srednju varijantu projekcije broja stanovnika primjećujemo smanjenje relativnog udjela mlađe populacije te povećanje relativnog udjela starije populacije. Navedeno utječe na smanjenje radno sposobne populacije i povećanje populacije potencijalnih korisnika mirovina te će imati utjecaja na ponudu domaće radne snage.

Tablica 2.2, tablica 2.2 i slika 2.3 prikazuju strukturu stanovništva prema dobnim skupinama. Treći dio slike 2.3 prikazuje omjer broja stanovnika starosti 65 ili više i broja stanovnika starosti od 16 do 64. Iz slike je vidljivo da

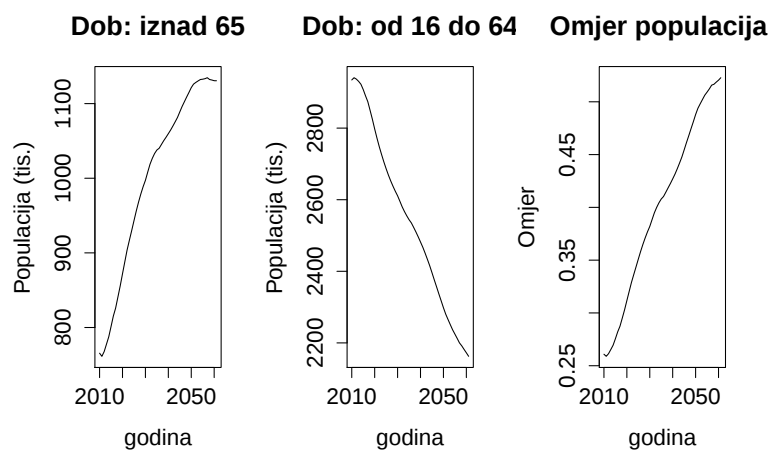
će 2050. godine taj omjer biti približno 0,5.

Godina	0-14	0-24	25-64	65+
2010	15.25	27.47	55.23	17.30
2061	13.48	23.37	47.26	29.37

Tablica 2.1: Udio dobnih skupina u populaciji (relativni udjeli u %)

Godina	0-14	0-24	25-64	65+
2010	674.80	1215.50	2444.10	765.60
2061	518.80	899.40	1818.90	1130.60

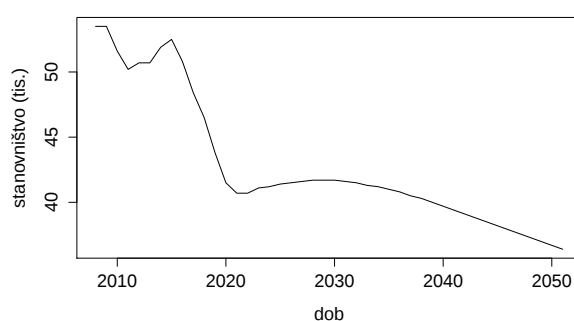
Tablica 2.2: Udio dobnih skupina u populaciji (apsolutne vrijednosti - u tis.)



Slika 2.3: Broj osoba i omjer broja osoba u dobnim skupinama: 65+, 16 – 64.

Udio stanovništva starijeg od 62 na tržištu rada se povećao zadnjih desetljeća, a u budućnosti će biti potreba za dodatnim povećanjem. Smanjenje dobi uključenja u tržište rada je poželjno iz aspekta očuvanja stabilnosti ekonomije, ali je u oprečnosti sa željom povećanja udjela visokoobrazovanog stanovništva u populaciji.

Slika 2.4 prikazuje kretanje broja 18-godišnjaka u Republici Hrvatskoj na temelju podataka Projekcija.



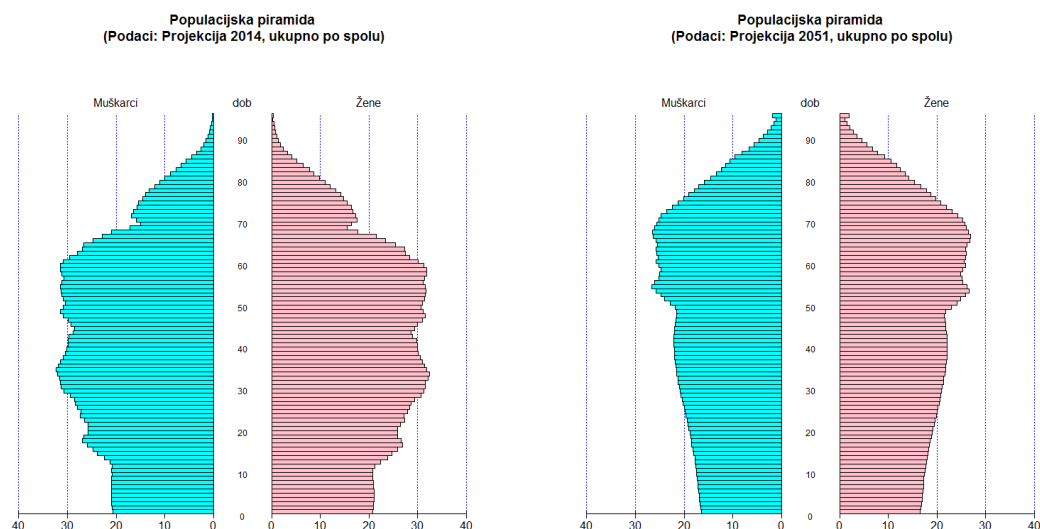
Slika 2.4: Kretanja broja osamnaest-godišnjaka do 2051.

Na temelju grafičkog prikaza vidljivo je očekivano smanjenje broja 18-godišnjaka što bi moglo imati značajni utjecaj na visoko obrazovanje u Republici Hrvatskoj.

Slika 2.5 prikazuje strukturu stanovništva u dvije različite godine, 2014. i 2051. Pojedini pravokutnik na slikama ukazuje na broj stanovnika pojedine dobi (vertikalna os) i spola (lijevo: muškarci, desno: žene) izražen u tisućama.

Iako je dulje trajanje života velik uspjeh društva u cjelini, jedan od potencijalnih problema koji posljedično mogu nastati je siromaštvo u starosti.

Zemlje članice Europske unije i OECD-a prepoznale su dolazak promjena i pokreću sve više inicijativa za analizu posljedica promjena.



Slika 2.5: Piramidalni prikaz strukture stanovništva prema spolu i dobi u godinama 2014. i 2051.

2.3 Hrvatski mirovinski sustav

Mirovinski sustavi poprimaju sve veću pažnju i postaju od interesa cijelom društvu, a uslijed demografskih promjena dolazi do potrebe prilagodbi mirovinskih sustava ili reformi.

Reforma Hrvatskog mirovinskog sustava započela je 1999. godine donošenjem Zakona o mirovinskom osiguranju (NN 102/98) kojim je uveden trosstupni mirovinski sustav.

Prema, tadašnjem i trenutno važećem Zakonu o mirovinskom osiguranju (NN 157/13) sustav mirovinskog osiguranja u Republici Hrvatskoj čine:

- 1) Obvezno mirovinsko osiguranje na temelju generacijske solidarnosti,
- 2) Obvezno mirovinsko osiguranje za starost na temelju individualne kapitalizirane štednje,
- 3) Dobrovoljno mirovinsko osiguranje na temelju individualne kapitalizirane štednje.

U ovom radu razmatramo obvezno mirovinsko osiguranje za starost na temelju individualne kapitalizirane štednje.

Zakon o obveznim mirovinskim fondovima (NN 19/14) i Zakon o mirovinskim osiguravajućim društvima (NN 22/14) dodatno opisuju djelovanje i isplate iz drugog stupa mirovinskog sustava. Na temelju tih zakona ustrojena su mirovinska društva koja upravljaju mirovinskim fondovima. Osiguranici mirovinskog osiguranja (zaposleni) uplaćuju 5% bruto plaće na osobne račune u mirovinskim fondovima na temelju kojih će se pri umirovljenju isplaćivati mirovina. Osiguranici mirovinskog sustava primat će također mirovinu iz prvog stupa - osnovnu mirovinu. Mirovinu iz drugog i trećeg stupa isplaćuju mirovinska osiguravajuća društva na temelju ostvarene štednje prenesene iz mirovinskih fondova. U ovom trenutku (rujan 2014.) na tržištu Republike Hrvatske postoji samo jedno mirovinsko osiguravajuće društvo, koje djeluje pod nazivom Raiffeisen mirovinsko osiguravajuće društvo (dalje u tekstu: RMOD).

Cilj je prikazati izračun mirovine iz drugog stupa, usporediti rezultate s cijenama RMOD-a te provesti procjenu realne vrijednosti iznosa mirovinskih isplata pri umirovljenju.

Poglavlje 3

OČEKIVANO TRAJANJE ŽIVOTA

Uslijed različitih aspekata napretka društva očekivano trajanje života iz godine u godinu se povećava. Prema Tablicama aktuarske matematike (NN 17/2013) očekivano trajanje života pri rođenju za muškarce iznosi 71,39, a za žene 78,49. Prema podacima DZS-a [5] očekivano trajanje života pri rođenju 2008. – 2010. godine za muškarce je iznosilo 72,61, a za žene 79,43. U odnosu na 2000. – 2002. očekivano trajanje života povećano je za 1,26 godina za muškarce, odnosno 0,9 godina za žene [6]. Za isplatu mirovina bitnije je očekivano preostalo trajanje života pri umirovljenju. Pošto će po isteku razdoblja prilagodbe za žene dob (2030.) za pristup punoj mirovini biti 65 godina za oba spola navodimo promjenu očekivanog preostalog trajanja života osobe starosti 65 godina 2008. – 2010. i 2060. – 2062.. 2008. – 2010. za muškarce je iznosilo 14,05, a za žene 17,42, dok se očekuje da će 2060. – 2062. iznositi 19,56 za muškarce, odnosno 22,18 za žene. Prema tome osoba koja će približno 2060. biti starosti 65 godina i u toj dobi želi u mirovinu mora biti svjesna da će od svoje ušteđevine trebati financirati približno pet godina dodatnog mirovinskog života. Kako iznos mirovine ne bi bio značajno manji od iznosa mirovine koju primaju današnji umirovljenici mogu se izabrati dva načina djelovanja: odgoda odlaska u mirovinu ili dodatna štednja tijekom radnog vijeka. U nastavku rada procijenjujemo iznos realnih vrijednosti mirovinskih isplata s obzirom na razne parametre, među kojima će biti i smanjenje smrtnosti i posljedično produljenje trajanja života.

U tablici 3.1 prikazani su podaci o čekivanom trajanju života objavljeni od strane DZS-a [5, 6] prema spolu. Očekivano trajanje života za cjelokupno stanovništvo procijenjeno je korištenjem težinskog prosjeka, gdje su težine jednake kao kod tablica smrtnosti 2000 – 2002 [6]. (Prema znanju autora to je jedini izvor objavljenog očekivanog trajanja života cjelokupnog stanovništva.) Računajući takav prosjek pretpostavljamo da se relativni omjer muškog i ženskog stanovništva pri dobi 0, odnosno pri dobi 65 neće promijeniti.

godine	$e_0(M)$	$e_0(F)$	$e_0^*(svi)$	$e_{65}(M)$	$e_{65}(F)$	$e_{65}(svi)^*$
2000 – 2002	71,35	78,52	74,95	13,53	16,93	15,45
2008 – 2010	72,60	79,43	76,03	14,05	17,42	15,95
2020 – 2022	74,50	80,88	77,70	15,20	18,46	17,04
2030 – 2032	76,40	82,23	79,33	16,33	19,45	18,09
2040 – 2042	78,10	83,48	80,80	17,42	20,39	19,10
2050 – 2052	79,70	84,63	82,18	18,47	21,27	20,05
2060 – 2062	81,30	85,80	83,56	19,56	22,18	21,04

Tablica 3.1: Očekivano preostalo trajanje života, izvor: DZS

Prema [13], u zemljama OECD-a dob za punu starosnu mirovinu se povećava i očekuje se da će u 2050. godini prosječno iznositi 64,6 za muškarce, odnosno 64,4 za žene. Zemlje OECD-a u kojima se prema sadašnjim zakonima očekuje razlika u pristupnoj dobi žena i muškaraca su Poljska (65M; 60Ž), Švicarska (65M; 64Ž) i Turska (62,3M; 60,8Ž). Danska je odlučila da će od 2027. vezati pristupnu dob umirovljenja s očekivanim preostalim trajanjem života. Zemlje koje su definirale najveću pristupnu dob umirovljenja u 2050. su Velika Britanija (68), Australija (67), Danska (67), Island (67) i Norveška (67). U nekim zemljama OECD-a mirovinska dob (na primjer Francuska, Italija, Novi Zeland, Turska) prije dva desetljeća se prvo smanjivala da bi poslije bila povećana.

Poglavlje 4

TABLICE SMRTNOSTI

Državni zavod za statistiku 2007. godine objavio je Tablice mortaliteta Republike Hrvatske 2000. – 2002. Prema navedenim tablicama napravljene su i Aktuarske tablice (NN 17/2013) koje se službeno se koriste kod izračuna premije i pričuva u životnim osiguranjima te za isplatu mirovina iz mirovinskih osiguravajućih društava. U Dodatku I priložene su tablice smrtnosti za ukupno stanovništvo. Koristeći tablice smrtnosti procjenjujemo za koliko se trebaju smanjiti vjerojatnosti smrti (u određenom postotku u pojedinoj godini) da bi dobili očekivano trajanje života pri rođenju, odnosno pri dobi 65 koje očekuje DZS za godine 2050 – 2052. Povećanje navedenih vrijednosti svakako će utjecati na iznos mirovina koje će isplaćivati MOD-ovi na temelju obavezne i dobrovoljne mirovinske štednje.

Najvažnije veličine koje nam služe za ostale izračune su vjerojatnosti smrti q_x i vjerojatnosti doživljenja $p_x = 1 - q_x$ starosti $x + 1$ za osobu dobi x . U izračunima se uvodi hipotetska populacija od 100 000 na koju primjenjujemo vjerojatnosti smrti, odnosno doživljenja kako bi mjerili promjenu veličine te populacije. Sa l_x ćemo prikazivati očekivanu veličinu populacije dobi x . d_x označava broj osoba starosti x koje umiru prije nego li dostignu starost $x + 1$ godina. Funkcija $\bar{l}_x$ (srednji broj živih) definirana je kao $\bar{l}_x = (l_x + l_{x+1})/2$ i označava broj živih u starosti od x do $x + 1$ godina. Očekivano preostalo trajanje života e_x definirano je kao

$$e_x = \sum_{k \geq x} \bar{l}_k / l_x$$

Koristeći tablice smrtnosti promatramo utjecaj različitih relativnih smanjenja vjerojatnosti smrti ($q'_x = k_x q_x, k_x \in [0, 1]$) na očekivano preostalo trajanje života e_x . U tablici 4.1 je prikaz rezultata.

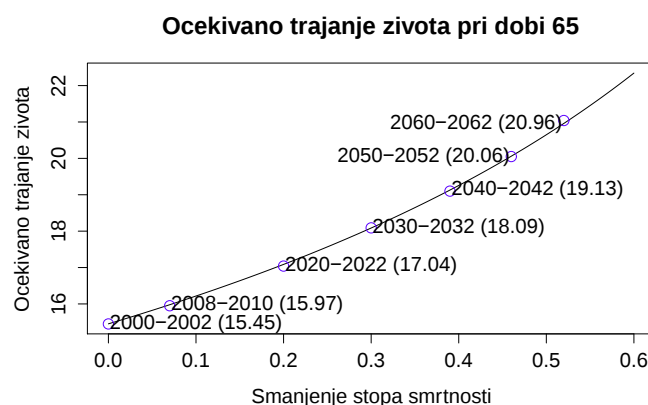
dob	Scenarij 1 ($k_x = 0\%$)	Scenarij 2 ($k_x = 20\%$)	Scenarij 3 ($k_x = 40\%$)
e_0	74, 95	77, 35	80, 39
e_{65}	15, 45	17, 09	19, 26

Tablica 4.1: Očekivano trajanje života uz različita smanjenja smrtnosti

Iz tablice 3.1, očekivano trajanje života u 2050–2052 pri rođenju bi trebalo biti 82, 18, a očekivano preostalo trajanje života pri dobi 65 20, 05. Smanjenje smrtnosti koje bi dalo slične rezultate očekivanog trajanja života pri rođenju i očekivanog preostalog trajanja života pri dobi 65 iznosi 48, 31%, a na Slici 4.1 je prikazano poklapanje procjene DZS-a i procijenjenog smanjenja smrtnosti. Primjerice, točka 2040 – 2042 (19, 13) ostvaruje se za smanjenje smrtnosti od približno 0, 4, što bi značilo da relativno smanjanje smrtnosti od 40% daje očekivano preostalo trajanje života pri dobi 65 u iznosu od 19, 13, a što se prema DZS očekuje u godinama 2040 – 2042.

dob x	0 – 19	20 – 59	60 – 64	65 – 79	80 – 89	90 – 99
smanjenje k_x	57%	57%	57%	46%	46%	46%

Tablica 4.2: Smanjenje vjerojatnosti smrti do 2050. – 2052.



Slika 4.1: Utjecaj smanjenja vjerojatnosti smrti na očekivano trajanje života pri dobi 65.

U nastavku rada prezentiramo procjenu smanjenja vjerojatnosti smrti koje koristi RMOD pri izračunu mirovina na temelju individualne kapitalizirane štednje. Važno je naglasiti da se radi o procjenama jer nismo upoznati s troškovima, procjenama stopa rasta potrošačkih cijena, nominalnom stopom povrata koju RMOD očekuje.

Poglavlje 5

CIJENA MIROVINE

Da bi izračunali sadašnju vrijednost mirovine potrebno je izračunati očekivanu sadašnju vrijednost svih isplata. Pošto isplate nisu istog iznosa kroz cijelo trajanje isplata (ovise o rastu potrošačkih cijena) njih ćemo trebati uvećavati kroz vrijeme. U prvom koraku ćemo pretpostaviti da iznos isplata nije varijabilan, a kasnije ćemo rezultat poopćiti. Nadalje, cijeli račun provodimo na mjesečnoj razini. Samim time potrebno je vjerojatnosti smrti svesti na mjesečne vrijednosti. Vjerojatnost smrti u jednom mjesecu osobe starosti x , u oznaci ${}_{\frac{1}{12}}q_x$, računat ćemo pomoću formule ${}_{\frac{1}{12}}q_x = 1 - (1 - q_x)^{\frac{1}{12}}$. U Dodatku II dokazujemo da se populacija veličine ${}_{\frac{1}{12}}l_x$ dvanaest mjeseci utjecaja mjesečne smrtnosti ${}_{\frac{1}{12}}q_x$ smanji na jednaku veličinu populacije dobi $x + 1$ kao što se smanji jednokratnim djelovanjem godišnje smrtnosti q_x . Drugim riječima, populacije l_{x+1} dobivene na oba načina su jednake.

5.1 Sadašnja vrijednost mirovine

Pretpostavimo da osoba koja je upravo napunila dob x godina odluči kupiti mirovinu mjesečnog iznosa P . Jednokratna uplata trebala bi biti suma svih očekivanih isplata mirovina. Dakle,

$$C = P \sum v^k {}_k p_x,$$

gdje je $v^k = \frac{1}{(1+p_m)^k}$. p_m je mjesečna stopa povrata. Mjesečnu stopu povrata dobijemo iz godišnje stope povrata kao njoj pripadajuću mjesečnu konformnu stopu formulom $p_m = (1+p)^{\frac{1}{12}} - 1$. (Kamatna stopa zadana je u postotnom iznosu). ${}_k p_x$ je vjerojatnost da osoba dobi x doživi k mjeseci. ${}_k p_x$ dobije se kao umnožak vjerojatnosti vjerojatnosti doživljenja k uzastopnih mjeseci.

$${}_k p_x = \begin{cases} \frac{1}{12} p_x^k & \text{ako } k \leq 12; \\ \prod_{t=x}^{x+n-1} p_t \frac{1}{12} p_{x+n}^{k-12 \cdot n} & \text{ako } k > 12. \end{cases}$$

n je najveći cijeli broj manji od kvocijenta brojeva k i 12.

U tablici 5.1 je prikaz cijene mirovinske isplate iznosa 1 000 uz različite godišnje kamatne stope u ovisnosti o pristupnoj dobi x , za x između 55 i 75 godina, bez dodatnih troškova koristeći tablice smrtnosti 2000 – 2002.

5.2 Model s inflacijom

Prema Zakonu o MOD-ovima mirovina koju isplaćuje MOD na temelju obvezne mirovinske štednje obvezno se usklađuje prema stopi promjene troškova života najmanje dva puta godišnje.

U modelu navedeno uvećanje provodimo na način da isplate svakih pola godine uvećamo za stopu $i_{0,5}$, gdje je $i_{0,5} = (1+i)^{\frac{1}{2}}$ pri čemu je i procjena godišnjeg rasta (relativno u postotnom iznosu) potrošačkih cijena. Iako model dopušta unos promjenjive stope, u modelu ćemo koristiti konstantnu stopu. Utjecaj stope rasta potrošačkih cijena na cijenu mirovine iznosa 1 000 pri dobi 65 prikazan je u tablici 5.2. Prepotpostavit ćemo iste stope povrata kao i prije, a stope promjena cijena će biti 0%, 1%, 2% i 3%.

Rezultati prikazani u tablici pokazuju da cijene ostaju prilično slične za istu razliku kamatne stope i stope rasta potrošačkih cijena. Navedeno razmatranje koristit ćemo u nastavku rada pri procjeni stope povrata i kretanju potrošačkih cijena RMOD-a. Dakle, da ne bi procjenjivali obje stope procji-

dob/k.s.	4,0%	3,0%	2,0%	1,0%
55	171.728,65	190.996,84	214.077,18	241.963,89
56	167.822,16	186.156,98	208.024,25	234.321,19
57	163.848,88	181.266,30	201.949,67	226.706,50
58	159.810,04	176.327,02	195.856,57	219.123,34
59	155.707,75	171.342,36	189.749,07	211.576,32
60	151.534,85	166.305,30	183.620,05	204.057,50
61	147.307,59	161.234,57	177.490,73	196.590,38
62	143.034,86	156.140,55	171.372,83	189.187,56
63	138.725,15	151.033,01	165.277,22	181.860,48
64	134.408,98	145.945,41	159.240,33	174.648,26
65	130.080,51	140.871,44	153.254,77	167.541,55
66	125.744,15	135.815,86	147.325,31	160.544,39
67	121.391,41	130.769,60	141.441,71	153.644,47
68	117.048,99	125.761,35	135.634,49	146.873,73
69	112.732,68	120.807,69	129.920,66	140.248,92
70	108.432,44	115.897,41	124.287,20	133.754,29
71	104.147,25	111.029,04	118.731,70	127.385,73
72	99.872,69	106.197,58	113.248,05	121.135,24
73	95.603,97	101.397,69	107.829,91	114.994,74
74	91.340,83	96.628,91	102.476,17	108.961,84
75	87.089,05	9.1897,18	97.192,52	103.041,39

Tablica 5.1: Cijene mirovina za različite kamatne stope

jenit ćemo razliku jer je primjetno da razlika dosta dobro opisuje utjecaj na cijenu.

5.3 Cijena mirovine u RMOD-u

U tablici 5.3 su prikazane cijene mirovina u iznosu 1 000 mjesečno koje je odredio RMOD i cijene koje određuje model.

Podaci su dobiveni na stranicama Raiffeisen mirovinskog osiguravajućeg društva (www.rmod.hr) unošenjem u kalkulator Izračuna pojedinačne doživotne starosne odnosno prijevremene starosne mirovine različite dobi i željeni mjesečni iznos mirovine u iznosu 1 000 kn.

i	0%	0%	0%	0%
p	1%	2%	3%	4%
cijena	167.541,55	153.254,77	140.871,44	130.080,51
i	1%	1%	1%	1%
p	1%	2%	3%	4%
cijena	183.735,22	167.346,98	153.200,65	140.922,98
i	2%	2%	2%	2%
p	1%	2%	3%	4%
cijena	202.211,33	183.359,36	167.153,47	153.145,10
i	3%	3%	3%	3%
p	1%	2%	3%	4%
cijena	223.351,16	201.605,02	182.988,26	166.961,04

Tablica 5.2: Osjetljivost cijene mirovine na stopu povrata i rast potrošačkih cijena

U modelu koristimo procijenjenu konstantnu realnu stopu (razliku stope povrata i stope rasta cijena). RMOD ima u mogućnosti koristiti razne pretpostavke koje nama nisu poznate, a možda nisu ni konstantne kroz vrijeme. Koristeći tablice smrtnosti, smrtnost smanjujemo za svaku dobnu skupinu u istom postotku, što također ne mora biti slučaj u RMOD-u.

Jedan od načina ocjene modela je usporedba s jednostavnim linearnim modelom za koji se ispostavlja da je dobar jer je pripadni koeficijent determinacije $R^2 = 0,9991$. Linearni model opisuje cijenu mirovine jednadžbom $y = -8\,649,76x + 804\,452,81$. Modelom se dodatno eliminira 84,3% sume kvadrata grešaka linearnog modela. Prednost modela je u mogućnosti analize osjetljivosti cijene na parametre korištene kod izračuna.

Parametri modela na temelju kojih su dobiveni izračuni Cijena (model) navedeni u Tablici 5.3 su: jednokratni troškovi u iznosu od 5% uplate, realna stopa povrata 0,685% i smanjenje smrtnosti za 51,5%.

Koristeći smanjenje smrtnosti od 51,5% za dobi veće ili jednake od 65 dobijemo procjenu očekivanog trajanja života za dob 65 od 20,88, a koristeći isto smanjenje smrtnosti za sve dobne skupine očekivano trajanje života bilo bi 82,56. Iz navedenog je zaključujemo da tablice smrtnosti koje koristi RMOD imaju čekivano trajanje života približno jednako očekivanom trajanju života, prema procjenama DZS-a, u 2040. godini.

Dob	Cijena (RMOD)	Cijena (model)	Relativna greška
55	331345.26	331009.48	-0.10%
56	321957.50	321924.99	-0.01%
57	312695.43	312853.19	0.05%
58	303398.06	303797.17	0.13%
59	294290.76	294760.86	0.16%
60	285144.00	285739.87	0.21%
61	276090.56	276751.03	0.24%
62	267094.02	267803.98	0.27%
63	258197.78	258907.72	0.27%
64	249314.39	250090.21	0.31%
65	240558.09	241346.40	0.33%
66	231857.18	232680.44	0.36%
67	223264.12	224085.36	0.37%
68	214730.51	215584.93	0.40%
69	206355.76	207192.36	0.41%
70	198098.26	198898.12	0.40%
71	190005.70	190700.92	0.37%
72	182083.03	182596.77	0.28%
73	174276.75	174581.79	0.18%
74	166638.89	166656.34	0.01%
75	159184.97	158826.16	-0.23%

Tablica 5.3: Cijena mirovine prema RMOD-u i prema modelu

Poglavlje 6

OČEKIVANA MIROVINA IZ DRUGOG STUPA

Za procjenu iznosa mirovine koju osoba može očekivati iz drugog stupa mirovinskog osiguranja potrebno je procijeniti koliko će iznositi ukupna vrijednost štednje pri umirovljenju. Ukupnu vrijednost štednje možemo podijeliti na dva dijela: ukupna vrijednost štednje pri umirovljenju od do sada ostvarene štednje i očekivana vrijednost štednje od budućeg rada. U prvom dijelu ćemo razmatrati očekivanu mirovinu od dosadašnje štednje, a u drugom dijelu očekivanu mirovinu od budućeg rada.

6.1 Očekivana mirovina od dosadašnje štednje

Procjenu zarađene mirovine iz drugog stupa moguće je napraviti ukoliko pretpostavimo povrat koji će mirovinski fondovi ostvariti u budućnosti. Prosječni godišnji prinos koji su mirovinski fondovi ostvarili u razdoblju od 30.4.2002 do 31.5.2014. iznosi $p = 5,65\%$ (izvor: Hanfa, Mjesečno izvješće - svibanj 2014.). Iznos dostupan za kupnju mirovine S koju možemo očekivati od dosadašnje štednje P iznosi $S = P \cdot (1 + p)^{\frac{n}{12}}$ gdje je n broj mjeseci do umirovljenja. Pretvaranje te štednje u mirovinu (prema sadašnjem cjeniku RMOD-a) možemo izvršiti formulom $a = 1000 \cdot \frac{S}{C_x}$, gdje je C_x cijena mirovine iznosa 1000 za osobu starosti x . Primjerice, osoba koja je upravo napunila 30 godina i na osobnom računu u mirovinskom fondu ima 10 000 kuna te

planira odlazak u mirovinu čim napuni 65 godina, uz navedene pretpostavke imala bi u trenutku umirovljenja na štednji imati 68.459,31. Tim iznosom mogla bi kupiti mjesečnu mirovinu od $a = 1000 \cdot \frac{68.459,31}{240.558,10} = 284,59$. Navedeni izračun proveden je u nominalnim iznosima. Pošto potrošačke cijene rastu, svjesni smo da navedenim iznosom osoba neće biti u mogućnosti kupiti jednaku količinu dobara i usluga kao danas.

U tablici 6.1 prikazano je godišnja promjena indeksa potrošačkih cijena. Jedinstvena godišnja promjena koja bi dovela do istog povećanja cijena u tih 10 godina je 2,89%. Pretpostavljajući povećanje cijena po istoj stopi do trenutka umirovljenja realna vrijednost do sada zarađene mirovine iz drugog stupa pada na 104,99 kuna.

Pokazatelj	2004	2005	2006	2007	2008
Promjena indeksa	2,1%	3,3%	3,2%	2,9%	6,1%
Godina	2009	2010	2011	2012	2013
Promjena indeksa	2,4%	1,1%	2,3%	3,4%	2,2%

Tablica 6.1: Promjena indeksa potrošačkih cijena, izvor: DZS

U tablici 6.2 prikazan je iznos realne vrijednosti mirovine koju osoba može očekivati od sadašnje štednje iznosa 10 000 kuna uz različite scenarije prosječnog prinosa i rasta potrošačkih cijena te godina do dobi umirovljenja, pri čemu pretpostavljamo da je starost pri umirovljenju 65 godina. Možemo primjetiti da iznosi ostaju približno isti za jednaku razliku nominalne godišnje stope povrata i stope rasta cijena.

i	p	starost (godine)								
		20	25	30	35	40	45	50	55	60
2.89	5.65	136.81	119.85	104.99	91.98	80.57	70.58	61.83	54.17	47.45
0.00	1.00	65.05	61.89	58.89	56.03	53.31	50.72	48.26	45.92	43.69
0.00	2.00	101.34	91.79	83.14	75.30	68.20	61.77	55.95	50.67	45.90
0.00	3.00	157.20	135.60	116.97	100.90	87.04	75.08	64.76	55.87	48.19
0.00	4.00	242.82	199.58	164.04	134.83	110.82	91.08	74.87	61.53	50.58
1.00	1.00	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57
1.00	2.00	64.76	61.65	58.69	55.87	53.18	50.62	48.19	45.87	43.67
1.00	3.00	100.46	91.08	82.57	74.86	67.87	61.53	55.79	50.58	45.85
1.00	4.00	155.17	134.05	115.80	100.03	86.41	74.65	64.49	55.71	48.12
2.00	1.00	26.68	28.03	29.45	30.93	32.49	34.14	35.86	37.67	39.57
2.00	2.00	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57
2.00	3.00	64.48	61.41	58.49	55.70	53.05	50.53	48.12	45.83	43.65
2.00	4.00	99.60	90.39	82.02	74.43	67.55	61.30	55.63	50.48	45.81
3.00	1.00	17.20	18.97	20.93	23.08	25.46	28.08	30.98	34.17	37.69
3.00	2.00	26.80	28.14	29.54	31.02	32.57	34.20	35.91	37.71	39.59
3.00	3.00	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57	41.57
3.00	4.00	64.21	61.18	58.30	55.55	52.93	50.43	48.05	45.79	43.63

Tablica 6.2: Iznos mirovine na temelju štednje iznosa 10 000 kn

6.2 Očekivana mirovina od budućeg rada

Da bi analizirali mirovinu od budućeg rada postaviti ćemo jednostavan model tržišta rada. Prije opisa modela navodimo neke osnovne pokazatelje stanja tržišta rada.

6.2.1 Tržišta rada i plaće

Prema podacima DZS-a u travnju 2014. prosječna neto plaća iznosila je 5 497 kuna, a prosječna bruto plaća iznosila je 7 919 kuna. U tablici 6.3 prikazane su prosječne isplaćene plaće u pojedinim godinama.

Godina	Prosječna neto plaća	Prosječna bruto plaća
2000	3 326	4 869
2001	3 541	5 061
2002	3 720	5 366
2003	3 940	5 623
2004	4 173	5 985
2005	4 376	6 248
2006	4 603	6 634
2007	4 841	7 047
2008	5 178	7 544
2009	5 311	7 711
2010	5 343	7 679
2011	5 441	7 796
2012	5 478	7 875
2013	5 515	7 939

Tablica 6.3: Prosječne neto i bruto plaće po godinama, izvor: DZS

Uzimajući navedene podatke za procjenu godišnje stope rasta plaće dolazimo do procjene da neto plaće u nominalnom iznosu rastu po stopi od 3,97%, a bruto plaće po stopi od 3,83%. Stopu rasta bruto plaća koristit ćemo za projekciju rasta plaća u budućnosti. Stopa rasta bruto plaća važnija je za naša razmatranja jer uplate u obvezni mirovinski fond iznose 5% bruto plaća.

Pri analizi plaća, pa ni mirovina, prosječna plaća nije uvijek dobar pokazatelj stanja društva u cjelini. Zbog nesimetričnosti raspodjele plaća više od 50% radnika prima plaću manju od prosječne plaće. Prema znanju autora, distribucija plaća u Hrvatskoj nije poznata. Prema podacima OECD-a (2011) [13] prosjek dijela prosječne plaće koju dobiva 50% zaposlenih u zemljama OECD-a je 81,2% (podaci za 2008. godinu). Tako primjerice u Mađarskoj 50% zaposlenih osoba prima plaću manju od 74,3% prosječne plaće u državi. Ako pogledamo donji i gornji decil (10% zaposlenih osoba s najmanjom, odnosno najvećom plaćom) prosjek u OECD-u je 48% i 166,2%. Drugim riječima 10% zaposlenih osoba prima plaću manju od pola prosječne plaće, a 10% najvećih plaća iznosi više od 166,2% prosječne plaće. Pretpostavljajući da isti postotci vrijede za Hrvatsku dobijemo da 10% zaposlenih ima plaću manju od 2 638,56, 50% ima plaću manju od 4 463,56 dok je 10% najvećih plaća veće od 9 136,01. Nejednakosti su vjerojatno veće jer visoko razvijene zemlje, primjerice Kanada (89,1%), Danska (89,0%), Finska (89,5%), Island (95,5%), Norveška (88,9%), Švedska (89,8%), značajno popravljaju prosjek.

Na buduća primanja radno aktivnog stanovništva značajno utječe stopa nezaposlenosti. Gledano iz perspektive stabilnosti prihoda u starosti za cjelokupno stanovništvo značajna je i stopa aktivnosti, odnosno zainteresiranosti za rad. Financiranje troškova neaktivnih osoba u starosti je vrlo neizvjesno. Prihodi od postojeće imovine i financijski transferi od osoba s većim primanjima su mogući izvori.

Prema podacima Hrvatskog zavoda za zapošljavanje u svibnju 2014. godine Hrvatska je imala 1 681 800 aktivnih stanovnika, od toga je 1 327 351 bilo zaposlenih osoba. Stopa registrirane nezaposlenosti u svibnju 2014. iznosila je 21,1% (naspram stopi od 17,4% prosječne stope nezaposlenosti u 2010. godini). Prošle godine izlazak iz evidencije nezaposlenih na temelju radnog odnosa i drugih poslovnih aktivnosti ostvarilo je 333.081, što bi značilo da je prosječno mjesečno zaposleno 28 173 osoba. Uvjetna vjerojatnost trajanja nezaposlenosti pri zaposlenju prikazana je u tablici 6.4, a procijenjena je kao omjer novozaposlenih s tim trajanjem nezaposlenosti i ukupnog broja novozaposlenih osoba. Primjerice, ukoliko se neka osoba zaposlila vjerojatnost da je prije samog zaposlenja bila nezaposlena 6 do 9 mjeseci iznosi 6,9%.

Trajanje nezaposlenosti	Uvjetna vjerojatnost trajanja nezaposlenosti pri zaposlenju
Do 3 mjeseca (< 3 mjeseca)	26,0%
3 – 6 mjeseci	15,3%
6 – 9 mjeseci	6,9%
9 – 12 mjeseci	6,3%
1 – 2 godine	18,2%
2 – 3 godine	9,2%
Više od 3 godina	18,1%

Tablica 6.4: Uvjetna vjerojatnost trajanja nezaposlenosti pri zaposlenju, izvor: HZZO

6.2.2 Opis modela

Za potrebe rada, procjene štednje od budućeg rada, izrađuje se prilično jednostavan model. Za dobivanje preciznijih prognoza bilo bi potrebno uvesti i druge parametre vezane uz fuktuacije na tržištu rada, primjerice sektor zaposlenja, razinu obrazovanja, dob i sl. U modelu pretpostavljamo da svaka osoba iz radnoaktivnog stanovništva ima namjeru raditi, ali zbog okolnosti nije uvijek u mogućnosti ostvariti zaposlenje. Samim time ta osoba ne ostvaruje ni štednju za mirovinu pa time ne može ni očekivati pravo na mirovinu za razdoblje nezaposlenosti. Izračune provodimo za jednu od zaposlenih osoba (1 327 351 zaposlenih) koja je dio skupine aktivnih stanovnika (1 681 800). (svibanj 2014.) Pretpostavljamo da se veličina aktivnog stanovništva ne mijenja. Mogu postojati izlasci osoba i ulasci novih osoba u tržište rada, ali je njihov broj jednak. Stopa nezaposlenosti se ne mijenja i u modelu iznosi 21%. Promjene u radno aktivnom stanovništvu su na mjesečnoj razini te svaki mjesec 28 200 osoba ostaje bez zaposlenja, a isto toliko se zaposli iz skupine nazaposlenih osoba. Nadalje, za svaku osobu jednaka je vjerojatnost da ostane bez posla i iznosi $\frac{28\,200}{1\,327\,351}$, tj. 2,12%. Osoba koja ostaje bez posla zaposli se slučajno neki od idućih mjeseci, pri čemu vjerojatnost zaposlenja ovisi o duljini trajanja nezaposlenosti. Vjerojatnosti zaposlenja računamo pomoću uvjetnih vjerojatnosti.

$$P(\text{Zaposlenje}|\text{Trajanje}) = \frac{P(\text{Trajanje}|\text{Zaposlenje})P(\text{Zaposlenje})}{P(\text{Trajanje})},$$

Zaposlenje u formuli predstavlja pronalazak posla, *Trajanje* označava pripasnost jednoj od skupina nezaposlenih (skupine prema trajanju nezaposlenosti). Skupine nezaposlenih jednake su onima navedenima u tablici 6.4. Vjerojatnost pripadnosti skupini nezaposlenih po trajanju jednaka je relativnom udjelu skupine u cjelokupnoj populaciji aktivnih nezaposlenih osoba. Relativni udjeli nisu dio standardnih publikacija HZZ-a. Za potrebe rada napravljene su procjene i prikazane su u tablici 6.5. U tablici 6.6 prikazane su vjerojatnosti zaposlenja osobe u narednih mjesec dana u ovisnosti o trajanju evidentirane nezaposlenosti.

Trajanje nezaposlenosti	Uvjetna vjerojatnost zaposlenja
Do 3 mjeseca (< 3 mjeseca)	20,00%
3 – 6 mjeseci	15,00%
6 – 9 mjeseci	11,00%
9 – 12 mjeseci	10,00%
1 – 2 godine	10,00%
2 – 3 godine	10,00%
3 – 5 godina	10,00%
Više od 5 godina	10,00%

Tablica 6.5: Raspodjela nezaposlenih osoba prema trajanju nezaposlenosti

Trajanje nezaposlenosti	Vjerojatnost zaposlenja
Do 3 mjeseca (< 3 mjeseca)	7,39%
3 – 6 mjeseci	6,81%
6 – 9 mjeseci	6,51%
9 – 12 mjeseci	4,21%
1 – 2 godine	3,06%
2 – 3 godine	0,80%
3 – 5 godina	0,84%
više od 5 godina	0,89%

Tablica 6.6: Vjerojatnost pronalaska posla u mjesec dana u ovisnosti o trajanju nezaposlenosti

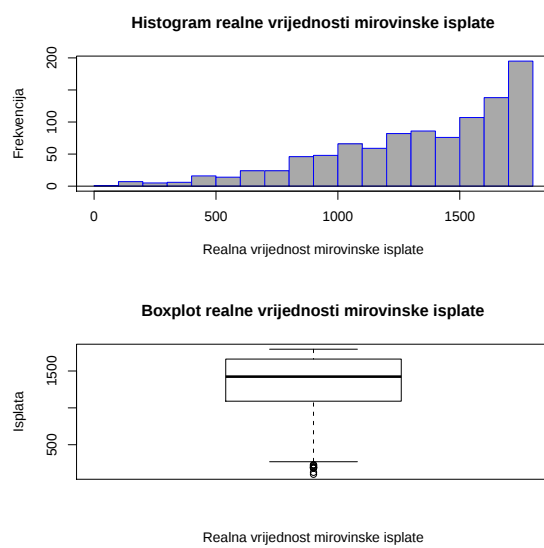
6.2.3 Provedba modela

Za zaposlenu osobu dobi x provodimo 1000 simulacija slučajnih prolaska kroz život do dobi umirovljenja. Za svaku simulaciju provodimo izračune štednje pri umirovljenju, nominalnog iznosa mirovine i realnog iznosa mirovine. U simulaciji osoba za svaki mjesec zaposlenosti dobiva prosječnu bruto plaću, od kojih 5% prosljeđuje u mirovinsku štednju. Ukoliko u nekom trenutku zaposlena osoba ostane bez posla, aktivno traži novi posao. Vjerojatnost pronalaska ovisi o trajanju nezaposlenosti. Za vrijeme nezaposlenosti nema prihode koji utječu na štednju u obveznom mirovinskom fondu. Na sredstva u fondu ostvaruje se prinos od 5,49%. Stopa rasta cijena je 2,81%, a rast plaće ostvaruje se svakih 12 mjeseci u iznosu od 4,66% (prosječne vrijednosti za nekoliko posljednjih godina prema službenim podacima).

U tablici 6.7 prikazani su prosječni iznosi štednje pri dobi 65, nominalnog iznosa mirovine (prema cjenik RMOD-a) i realne vrijednosti mirovine za osobe različite sadašnje dobi x . Osim prosječnih vrijednosti navedena su i standardna odstupanja od prosjeka. Na Slici 6.1 prikazana je distribucija realnih iznosa mirovinskih isplata za osobu starosti 25 godina koja kroz cijeli radni vijek ostvaruje prosječnu bruto plaću.

Dob		Štednja	Nominalni iznos	Realni iznos
20	prosjeck	1.441.027,01	5.798,14	1.666,09
	odstupanje	392.106,71	1.577,69	453,35
25	prosjeck	1.009.186,99	4.060,58	1.340,21
	odstupanje	284.598,34	1.145,11	377,95
30	prosjeck	694.011,86	2.792,44	1.058,63
	odstupanje	200.971,31	808,63	306,56
35	prosjeck	467.161,34	1.879,68	818,51
	odstupanje	140.398,36	564,91	245,99
40	prosjeck	306.001,72	1.231,23	615,82
	odstupanje	94.246,88	379,21	189,67
45	prosjeck	195.418,40	786,29	451,73
	odstupanje	62.534,02	251,61	144,55
50	prosjeck	118.223,56	475,69	313,90
	odstupanje	36.905,63	148,49	97,99
55	prosjeck	63.795,11	256,69	194,56
	odstupanje	18.625,98	74,94	56,80
60	prosjeck	26.477,00	106,53	92,75
	odstupanje	6.366,71	25,62	22,30

Tablica 6.7: Štednja, nominalni i realni iznos mirovine od budućeg rada



Slika 6.1: Raspodjela realne vrijednosti mirovine od štednje na temelju budućeg rada za osobu dobi 25

Poglavlje 7

ZAKLJUČAK

Radom se pokazao način izračuna očekivanih prihoda u trenutku umirovljenja. Uslijed povećanja očekivanog trajanja života i smanjenih stopa fertiliteta demografska struktura sanovništva se razvija u nepovoljnom smjeru. Demografske promjene imat će posljedice na mirovinski sustav i primanja u mirovini.

Štednja koju osoba ostvaruje na temelju obveznog izdvajanja ne raste dovoljno brzo da bi se mogla formirati dovoljna količina kapitala iz koje bi se u razdoblju mirovine primala adekvatna primanja.

Visoka stopa nezaposlenosti, a samim time i smanjena vjerojatnost ostvarenja radne aktivnosti tijekom cijelog radnog vijeka također utječu na smanjenje iznosa štednje u trenutku umirovljenja, a samim time i prihoda u mirovini.

Cijena doživotnih renti u trenutku mirovljenja, koja ovise o očekivanom trajanju života u trenutku umirovljenja, djeluje dosta nepovoljno te su u radu procijenjeni sastavni dijelovi te cijene.

Poglavlje 8

SAŽETAK

Rad je imao nekoliko ciljeva:

- povećati svjesnost o demografskim promjenama u Republici Hrvatskoj,
- prepoznati utjecaj demografskih promjena na primanja za vrijeme mirovine,
- motivirati preraspodjelu prihoda, formiranjem povećane štednje, kako bi primanja za kroz cijeni život bila adekvatna,
- prikazati metodu izračuna očekivane štednje u trenutku umirovljenja
- prikazati metodu izračuna očekivanih prihoda u trenutku umirovljenja na temelju ostvarene štednje.

U prvom dijelu rada osvrćemo se na prikaz demografske strukture stanovništva te komentiramo nepovoljan utjecaj na mirovinski sustav.

U drugom dijelu osvrćemo se na jedan najvećih uspjeha modernog društva - povećanje očekivanog trajanja života te procijenjujemo smanjenje smrtnosti koje predviđa Državni zavod za statistiku na stanovništvo Republike Hrvatske.

Analizirajući cjenik Raiffeisen mirovinskog osiguranja, trenutno jedinog mirovinskog osiguravajućeg društva, procjenjujemo smrtnost i troškove koje uključuju u troškovnik.

Na kraju rada izrađujemo model procjene mirovinskih isplata od do sada ostvarene štednje te mirovinskih isplata iz štednje ostvarene na temelju procjenjenog budućeg rada.

Rezultati provedenog rada upozoravaju da možemo očekivati niske prihode na temelju obvezne mirovinske štednje te da je potrebno planirati dodatnu štednju kako bi ostvarili zadovoljavajuće prihode u razdoblju umirovljenja.

Poglavlje 9

SUMMARY

The thesis has a few objectives

- increase awareness about demographic changes in Republic of Croatia,
- recognize influence of demographic changes on income during retirement period,
- motivate redistribution of income, by forming increased savings, to establish adequate income during whole life,
- demonstrate a method for calculation expected savings in the moment of retirement,
- demonstrate a method for calculation future expected income during retirement period based on established savings.

In the first part of the thesis demographic structure of Croatian population is shown and it's negative influence on pension system is commented.

In the second part one of the major accomplishment of the modern society is analysed - increase of expected duration of human life (life expectancy). Reduction of mortality which influence the same increase of life expectancy, as forecasted by DZS, is assessed.

By analyzing the price list of Reiffeisen pension insurance company, permanently the only insurance company in RH, we assess mortality and costs which are included in price list.

In the end of the thesis we demonstrate the model of assessment of pension income from current saving amount and pension income from saving income from assessed future work.

Results of this work indicate that we can expect low level of income on the basis of obligated pension saving and that it is highly recommended to plan additional savings to secure adequate income in retirement period.

Dodatak I

2. TABLICE MORTALITETA REPUBLIKE HRVATSKE, 2000. – 2002.

Starost	Skupine živih	Skupine umrlih	Sirove vjerojatnosti smrti	Izgladene vjerojatnosti smrti	Vjerojatnosti doživljenja	Broj živih	Broj mrtvih	Zbroj brojeva živih	Očekivano trajanje života
	V_x	M_x	q'_x	q_x	p_x	l_x	d_x	N_x	e_x^0
Ukupno									
0	84 739	294	0,003469	0,003469	0,996531	100 000	347	7 544 556	74,95
1	90 966	39	0,000429	0,000429	0,999571	99 653	43	7 444 556	74,20
2	93 968	27	0,000287	0,000255	0,999745	99 610	25	7 344 903	73,24
3	98 610	23	0,000233	0,000233	0,999767	99 585	23	7 245 293	72,25
4	102 051	21	0,000206	0,000202	0,999798	99 562	20	7 145 708	71,27
5	100 970	19	0,000188	0,000190	0,999810	99 542	19	7 046 146	70,29
6	98 626	18	0,000183	0,000179	0,999821	99 523	18	6 946 605	69,30
7	98 724	18	0,000182	0,000142	0,999858	99 505	14	6 847 082	68,31
8	97 846	14	0,000143	0,000142	0,999858	99 491	14	6 747 577	67,32
9	100 488	14	0,000139	0,000112	0,999888	99 477	11	6 648 087	66,33
10	104 419	11	0,000105	0,000110	0,999890	99 465	11	6 548 610	65,34
11	104 578	11	0,000105	0,000103	0,999897	99 454	10	6 449 145	64,35
12	107 061	13	0,000121	0,000120	0,999880	99 444	12	6 349 690	63,35
13	109 309	17	0,000156	0,000175	0,999825	99 432	17	6 250 246	62,36
14	110 295	32	0,000290	0,000236	0,999764	99 415	23	6 150 814	61,37
15	113 690	34	0,000299	0,000303	0,999697	99 391	30	6 051 399	60,38
16	118 265	41	0,000347	0,000393	0,999607	99 361	39	5 952 008	59,40
17	120 432	70	0,000581	0,000517	0,999483	99 322	51	5 852 646	58,43
18	121 184	86	0,000710	0,000592	0,999408	99 271	59	5 753 324	57,46
19	121 824	90	0,000739	0,000657	0,999343	99 212	65	5 654 053	56,49
20	123 242	94	0,000763	0,000708	0,999292	99 147	70	5 554 841	55,53
21	124 468	92	0,000739	0,000717	0,999283	99 077	71	5 455 694	54,57
22	123 155	80	0,000650	0,000736	0,999264	99 006	73	5 356 617	53,60
23	121 593	108	0,000888	0,000775	0,999225	98 933	77	5 257 611	52,64
24	120 428	107	0,000888	0,000775	0,999225	98 856	77	5 158 679	51,68
25	119 048	88	0,000739	0,000765	0,999235	98 780	76	5 059 822	50,72
26	117 690	80	0,000680	0,000709	0,999291	98 704	70	4 961 043	49,76
27	117 460	88	0,000749	0,000713	0,999287	98 634	70	4 862 339	48,80
28	117 668	87	0,000739	0,000724	0,999276	98 564	71	4 763 705	47,83
29	116 958	82	0,000701	0,000743	0,999257	98 492	73	4 665 141	46,87
30	114 040	97	0,000851	0,000795	0,999205	98 419	78	4 566 649	45,90
31	113 588	98	0,000863	0,000827	0,999173	98 341	81	4 468 230	44,94
32	116 990	126	0,001077	0,000870	0,999130	98 260	86	4 369 889	43,97
33	120 258	92	0,000765	0,000866	0,999134	98 174	85	4 271 629	43,01
34	124 843	110	0,000881	0,000896	0,999104	98 089	88	4 173 455	42,05
35	128 176	140	0,001092	0,001062	0,998938	98 001	104	4 075 366	41,08
36	126 042	163	0,001293	0,001189	0,998811	97 897	116	3 977 365	40,13
37	124 416	161	0,001294	0,001318	0,998682	97 781	129	3 879 467	39,18
38	127 256	190	0,001493	0,001463	0,998537	97 652	143	3 781 687	38,23
39	129 911	209	0,001609	0,001634	0,998366	97 509	159	3 684 035	37,28
40	131 731	244	0,001852	0,001833	0,998167	97 350	178	3 586 526	36,34
41	133 179	279	0,002095	0,002049	0,997951	97 171	199	3 489 176	35,41
42	133 127	302	0,002269	0,002284	0,997716	96 972	222	3 392 005	34,48
43	132 467	341	0,002574	0,002526	0,997474	96 751	244	3 295 033	33,56
44	135 682	374	0,002756	0,002896	0,997104	96 506	279	3 198 282	32,64
45	138 364	484	0,003498	0,003233	0,996767	96 227	311	3 101 776	31,73
46	138 204	517	0,003741	0,003586	0,996414	95 916	344	3 005 549	30,84
47	136 477	544	0,003986	0,003965	0,996035	95 572	379	2 909 634	29,94
48	133 874	557	0,004161	0,004262	0,995738	95 193	406	2 814 062	29,06
49	127 769	616	0,004821	0,004743	0,995257	94 787	450	2 718 869	28,18

Izvor: Državni zavod za statistiku-Tablice mortaliteta 2000-2002

2. TABLICE MORTALITETA REPUBLIKE HRVATSKE, 2000. – 2002.

(nastavak)

Starost	Skupine živih	Skupine umrlih	Sirove vjerojatnosti smrti	Izgladene vjerojatnosti smrti	Vjerojatnosti doživljenja	Broj živih	Broj mrtvih	Zbroj brojeva živih	Očekivano trajanje života
	V_x	M_x	q'_x	q_x	p_x	l_x	d_x	N_x	e_x^0
Ukupno									
50	125 426	660	0,005262	0,005290	0,994710	94 338	499	2 624 082	27,32
51	127 513	760	0,005960	0,005805	0,994195	93 838	545	2 529 745	26,46
52	121 277	780	0,006432	0,006350	0,993650	93 294	592	2 435 906	25,61
53	114 836	796	0,006932	0,006888	0,993112	92 701	639	2 342 613	24,77
54	108 627	799	0,007355	0,007484	0,992516	92 063	689	2 249 911	23,94
55	91 654	767	0,008368	0,008215	0,991785	91 374	751	2 157 848	23,12
56	83 161	774	0,009307	0,008928	0,991072	90 623	809	2 066 475	22,30
57	91 442	910	0,009952	0,009701	0,990299	89 814	871	1 975 851	21,50
58	100 696	1 053	0,010457	0,010552	0,989448	88 943	939	1 886 037	20,71
59	102 012	1 166	0,011430	0,011409	0,988591	88 004	1 004	1 797 095	19,92
60	102 347	1 279	0,012497	0,012445	0,987555	87 000	1 083	1 709 090	19,14
61	105 598	1 437	0,013608	0,013619	0,986381	85 918	1 170	1 622 090	18,38
62	105 294	1 588	0,015082	0,014921	0,985079	84 747	1 265	1 536 173	17,63
63	106 698	1 724	0,016158	0,016554	0,983446	83 483	1 382	1 451 425	16,89
64	107 819	2 035	0,018874	0,018243	0,981757	82 101	1 498	1 367 942	16,16
65	106 209	2 156	0,020300	0,020091	0,979909	80 603	1 619	1 285 841	15,45
66	104 795	2 296	0,021909	0,021978	0,978022	78 984	1 736	1 205 238	14,76
67	104 004	2 493	0,023970	0,024223	0,975777	77 248	1 871	1 126 254	14,08
68	102 449	2 792	0,027253	0,026774	0,973226	75 377	2 018	1 049 006	13,42
69	99 477	2 936	0,029514	0,029408	0,970592	73 359	2 157	973 630	12,77
70	97 228	3 107	0,031956	0,032229	0,967771	71 201	2 295	900 271	12,14
71	91 653	3 304	0,036049	0,035226	0,964774	68 906	2 427	829 070	11,53
72	84 075	3 352	0,039869	0,038416	0,961584	66 479	2 554	760 164	10,93
73	77 428	3 191	0,041212	0,041870	0,958130	63 925	2 677	693 684	10,35
74	72 375	3 356	0,046370	0,045688	0,954312	61 249	2 798	629 759	9,78
75	67 892	3 463	0,051007	0,049954	0,950046	58 450	2 920	568 510	9,23
76	62 503	3 411	0,054573	0,054665	0,945335	55 531	3 036	510 060	8,69
77	58 175	3 550	0,061023	0,059730	0,940270	52 495	3 136	454 529	8,16
78	53 237	3 524	0,066195	0,065311	0,934689	49 359	3 224	402 034	7,65
79	48 917	3 651	0,074637	0,071291	0,928709	46 136	3 289	352 675	7,14
80	43 702	3 298	0,075466	0,076649	0,923351	42 847	3 284	306 539	6,65
81	36 680	3 054	0,083261	0,086036	0,913964	39 562	3 404	263 693	6,17
82	23 418	2 405	0,102699	0,096573	0,903427	36 159	3 492	224 130	5,70
83	13 370	1 534	0,114734	0,108401	0,891599	32 667	3 541	187 971	5,25
84	11 802	1 607	0,136163	0,121677	0,878323	29 126	3 544	155 305	4,83
85	12 614	1 801	0,142778	0,136579	0,863421	25 582	3 494	126 179	4,43
86	16 001	2 070	0,129367	0,153306	0,846694	22 088	3 386	100 597	4,05
87	16 132	2 509	0,155529	0,172082	0,827918	18 702	3 218	78 510	3,70
88	13 319	2 183	0,163901	0,193157	0,806843	15 483	2 991	59 808	3,36
89	10 609	1 896	0,178716	0,216813	0,783187	12 493	2 709	44 325	3,05
90	8 059	1 544	0,191587	0,243367	0,756633	9 784	2 381	31 832	2,75
91	6 371	1 328	0,208445	0,273172	0,726828	7 403	2 022	22 048	2,48
92	4 667	1 018	0,218127	0,306628	0,693372	5 381	1 650	14 645	2,22
93	3 327	803	0,241359	0,344182	0,655818	3 731	1 284	9 264	1,98
94	2 340	580	0,247863	0,386334	0,613666	2 447	945	5 533	1,76
95	1 532	415	0,270888	0,433650	0,566350	1 501	651	3 087	1,56
96	924	247	0,267316	0,486759	0,513241	850	414	1 585	1,36
97	597	183	0,306533	0,546374	0,453626	436	238	735	1,18
98	361	97	0,268698	0,613289	0,386711	198	121	298	1,01
99	213	62	0,291080	0,688400	0,311600	77	53	100	0,81
100	...	...	...	1,000000	0,000000	24	24	24	0,50

Izvor: Državni zavod za statistiku-Tablice mortaliteta 2000-2002

Dodatak II

Lema 9.1. *Broj osoba dobi x , l_x jednokratnim korištenjem stope q_x za godinu dana daje jednak broj osoba dvanaestrukim smanjenjem stope $\frac{1}{12}q_x$. Populacija se smanji na isti broj l_{x+1} . Tvrdnja vrijedi za svaki x između 0 i 99.*

Dokaz. Neka je $x \in \{0, 99\}$. Tada je $l_{x+1} = l_x - d_x = l_x - l_x q_x = l_x(1 - q_x)$. S druge strane, neka je $\frac{1}{12}l_x$ veličina populacija l_x nakon mjesec dana. Taj iznos neka je jednak $\frac{1}{12}l_x = l_x - \frac{1}{12}d_x = l_x - l_x \frac{1}{12}q_x = l_x(1 - \frac{1}{12}q_x)$. Dobivena populacija u narednih mjesec dana smanji se na $\frac{2}{12}l_x = l_x(1 - \frac{1}{12}q_x)^2$. Tvrdnja se dokaže analognim raspisivanjem. Induktivno slijedi da je populacija nakon 12 mjeseci smanjena na $l_x(1 - \frac{1}{12}q_x)^{12} = l_x(1 - (1 - (1 - q_x)^{\frac{1}{12}}))^12 = l_x((1 - q_x)^{\frac{1}{12}})^{12} = l_x(1 - q_x) = l_{x+1}$. $\square$

Bibliografija

- [1] Bakić, D., *Mirovinsko osiguranje- skripta*, PMF-matematički odjel, Zagreb, 2007.
- [2] Bowers, N.L.JR. et al, *Actuarial Mathematics*, the Society of Actuaries, Itasca, Illinois, 1986.
- [3] Disney R., *Reforming our Pension System - Declining public pensions in an era of demographic ageing: will private provision fill the gap?*, European Economic Review 44, p. 957 – 973, 2000.
- [4] DZS, *Projekcije stanovništva Republike Hrvatske 2004. – 2051.*, Državni zavod za statistiku Republike Hrvatske, Zagreb 2006.
- [5] DZS, *Projekcije stanovništva Republike Hrvatske od 2010. do 2061.*, Državni zavod za statistiku Republike Hrvatske, Zagreb, 2011.
- [6] DZS, *Tablice mortaliteta Republike Hrvatske od 2000. do 2002.*, Državni zavod za statistiku Republike Hrvatske, Zagreb, 2007.
- [7] Hammond, J.S., Keeney, R.L., Raiffa, H., *Smart Choices: a practical guide to making better life decisions*, Broadway Books, New York, 1999.
- [8] HZMO, *Izvešće o radu i poslovanju Hrvatskog zavoda za mirovinsko osiguranje za 2013.*, Zagreb, 2014. dostupno na **www.hzmo.hr** na dan 01.7.2014.
- [9] Lou, B., Mitchell, O.S., Piggot. J. *Nacional defined contribution pensions with public reserve funds in ageing economies: An application to Japan*, Intenational Social Security Review, Vol 61,4/2008.
- [10] Narodne novine, *Zakon o mirovinskom osiguranju* (NN 157/13) dostupno na **www.nn.hr** na dan 01.9.2014.

- [11] Narodne novine, *Zakon o obveznim mirovinskim fondovima* (NN 19/14) dostupno na **www.nn.hr** na dan 01.9.2014.
- [12] Narodne novine, *Zakon o mirovinskim osiguravajućim društvima* (NN 22/14) dostupno na **www.nn.hr** na dan 01.9.2014.
- [13] OECD, *Pensions at a Glance 2011: Retirement-income Systems in OECD and G20 Countries*, OECD Publishing, 2011.
- [14] UMFO, *Mirovinska reforma u Republici Hrvatskoj*, Udruženje društava za upravljanje mirovinskim fondovima i mirovinskih osiguravajućih društava, Zagreb, 2011.

ŽIVOTOPIS

Rođen sam 6. veljače 1982. godine u Čakovcu. Osnovnu školu završio sam u Vratišincu, Međimurska županija. Matematičku gimnaziju završio sam u Gimnaziji Čakovec 2000. godine.

Od 2000. do 2006. godine studirao sam u Zagrebu na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu, Matematičkom odjelu i završio smjer Matematička statistika i računarstvo i stekao titulu diplomirani inženjer matematike. Pri kraju studija zaposlio sam se u Allianz Zagreb osiguravajućem društvu kao aktuar te sam na navedenom radnom mjestu bio godinu i pol. Nakon toga služio sam vojni rok, a 2007. godine zaposlio sam se na Fakultetu organizacije i informatike kao asistent na Katedri za kvantitativne metode.

Odmah nakon završetka diplomskog studija upisao sam poslijediplomski specijalistički studij aktuarske matematike, a nakon zaposlenja na Fakultetu organizacije još i specijalistički sveučilišni studij menadžmenta poslovnih sustava te doktorski studij iz informacijskih znanosti. Radim na završetku navedenih studija.

Od dodatnog angažmana izdvojio bih prema područjima nekoliko dodatnih obrazovanja/usavršavanja i rezultata aktivnosti. Vezano uz područje upravljanja projektima istaknuo bih nekoliko edukacija na europskim sveučilištima (Njemačka, Slovačka, Austrija), napisano poglavlje u knjizi Projektni ciklusi u znanosti i razvoju te sudjelovanje pri izradi dviju studija predizvodljivosti s naglaskom na financijsku i ekonomsku analizu isplativosti te analizu rizika. Uz područje vezano uz financije izdvojio bih certifikate za brokera i investicijskog savjetnika te upravitelja MOD-ovima, vezano uz područje obrazovanja rad u visokom obrazovanju, jednogodišnji certificirani program iz e-učenja u organizaciji CARNet-a te dvije nagrade za najbolje izveden kolegij primjenom sustava za elektroničko učenje. U području javne nabave certifikat za specijalista i trenera u sustavu javne nabave te niz održanih predavanja na vezane teme.