

Usporedba modela materijala u opisu ravninske anizotropije lima Al5754-H22

Kovačić, M.¹, Cvitanić, V.² i Krstulović-Opara, L.³

Sažetak

U ovom radu, na temelju rezultata pokusa jednoosnog rastezanja uzoraka lima različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja određene su plastične karakteristike lima aluminijske legure Al5754-H22. Za ispitivane uzorke određene su vrijednosti naprezanja tečenja koje odgovaraju početnoj plastičnoj deformaciji i konstantne vrijednosti Lankfordova parametra za određeni interval uzdužne deformacije. U predviđanju ravninske plastične anizotropije razmatranog materijala analizirani su modeli koji se temelje na ortotropnoj Karafillis-Boyce funkciji naprezanja ili ortotropnoj Yld2000-2d funkciji naprezanja i pretpostavci o pridruženom odnosno nepridruženom pravilu tečenja. Prikazana je usporedba predviđanja orijentacijskih ovisnosti omjera naprezanja tečenja i Lankfordova parametra dobivenih navedenim modelima.

Ključne riječi: ravninska plastična anizotropija, pridruženo/nepridruženo pravilo tečenja, Karafillis-Boyce funkcija naprezanja, Yld2000-2d funkcija naprezanja

¹ **Maja Kovačić, mag. ing.**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Zavod za strojarstvo i brodogradnju, Ruđera Boškovića 32, 21000 Split, e-mail: majkovac@fesb.hr

² **Izv. prof. dr. sc. Vedrana Cvitanić**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Zavod za strojarstvo i brodogradnju, Ruđera Boškovića 32, 21000 Split, e-mail: vcvit@fesb.hr

³ **Prof. dr. sc. Lovre Krstulović-Opara**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Zavod za strojarstvo i brodogradnju, Ruđera Boškovića 32, 21000 Split, e-mail: Lovre.Krstulovic-Opara@fesb.hr

1 Uvod

Važnost opisa plastične anizotropije kod predviđanja postupaka oblikovanja metalnih limova prepoznata je kroz dugi niz godina. U literaturi postoji mnogo fenomenoloških elasto-plastičnih modela koji se temelje na anizotropnim funkcijama tečenja kojima se može opisati ravninska plastična anizotropija odnosno orijentacijska ovisnost plastičnih karakteristika metalnih limova. Ako se koristi pretpostavka o pridruženom pravilu tečenja funkcija tečenja ista je kao plastični potencijal odnosno funkcija koja opisuje plastični tok, dok su prema pretpostavci o nepridruženom pravilu tečenja to dvije različite funkcije. Anizotropni parametri funkcije tečenja/plastičnog potencijala koji se koriste za opis anizotropnog plastičnog ponašanja limova određuju se na temelju vrijednosti naprezanja tečenja i/ili Lankfordova parametra koji se dobiju u pokusima jednoosnog rastezanja uzoraka lima različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja. Lankfordov parametar r predstavlja mjeru plastičnog toka a definira se kao omjer prirasta plastične deformacije na pravcu širine i na pravcu debljine uzorka u pokusu rastezanja.

U 2. poglavlju ovog rada prikazani su rezultati pokusa rastezanja uzoraka lima različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja, aluminijske legure Al5754-H22. Za ispitivane uzorke određeni su omjeri naprezanja tečenja i konstantne vrijednosti Lankfordova parametra. U svrhu opisa orijentacijske ovisnosti omjera naprezanja tečenja i Lankfordova parametra razmatraju se dvije ortotropne funkcije naprezanja, Karafillis-Boyce funkcija (1) i složenija Yld2000-2d funkcija (2), uz pretpostavku o pridruženom odnosno nepridruženom pravilu tečenja. Korištene ortotropne funkcije naprezanja opisane su u poglavlju 3. U poglavlju 4 prikazana je usporedba predviđanja orijentacijskih ovisnosti naprezanja tečenja i Lankfordova parametra dobivenih navedenim modelima te su na samom kraju izneseni zaključci.

2 Pokusi jednoosnog rastezanja uzoraka lima Al5754-H22

Pokusi jednoosnog rastezanja provedeni su na uzorcima lima aluminijske legure Al5754-H22 orijentacija 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° i 90° u odnosu na pravac valjanja. Za svaku navedenu orijentaciju pokusi su provedeni za 3 uzorka, odnosno ukupno je ispitan 21 uzorak. Geometrija uzoraka debljine 1,0 mm, s mjernim dijelom duljine 50 mm i širine 12,5 mm, odabrana je u skladu s ISO10113:2006 standardom. Pokusi rastezanja izvršeni su na INSTRON 8801 kidalici pri čemu je produljenje odnosno suženje mjernog dijela uzorka mjereno istovremeno s dva ekstenzometra (uzdužni ekstenzometar EPSILON 3542 i poprečni ekstenzometar EPSILON 3575AVG-ST). Uzorci su razvlačeni brzinom 0,02 mm/s. Na temelju rezultata mjerenja i usvojenih konstanti elastičnosti za sve uzorke (Youngov modul elastičnosti $E=69$ GPa i Poissonov koeficijent $\nu=0.33$) dobiveni su dijagrami prikazani na slikama 1.a) i 1.b). Na slici 1.a) prikazana je ovisnost stvarnog naprezanja o stvarnoj uzdužnoj plastičnoj deformaciji, dok je na slici 1.b) prikazana ovisnost stvarne poprečne plastične deformacije i stvarne uzdužne plastične deformacije za jednu seriju uzoraka ispitivanih orijentacija. Aproksimacija ovisnosti naprezanje-deformacija prikazana na slici 1.a) provedena je korištenjem kombiniranog Swift-Voce zakona očvršćivanja

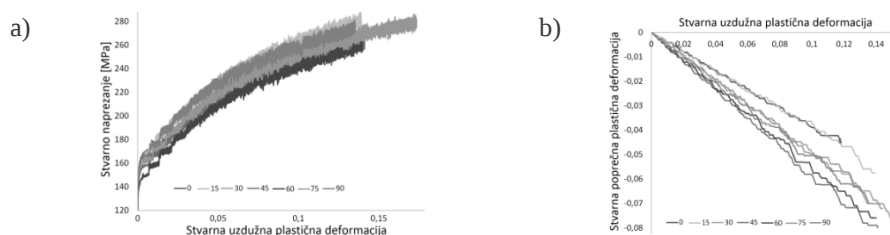
$$\sigma = c' (k(\bar{\varepsilon}_0^p + \varepsilon_{11}^p)^n) + (1 - c')(R + Q(1 - e^{-b\varepsilon_{11}^p})) \quad (1)$$

gdje su $\bar{\varepsilon}_0^p, R, Q, n, b$ i k parametri očvršćivanja, c' težinski faktor udjela funkcija, σ stvarno naprezanje a ε_{11}^p stvarna uzdužna plastična deformacija. Ovisnost stvarna poprečna-stvarna

uzdužna plastična deformacija prikazana na slici 1.b) aproksimirana je linearnom funkcijom prema $\varepsilon_{22}^p = a\varepsilon_{11}^p$, gdje je ε_{22}^p stvarna poprečna plastična deformacija a parametar a predstavlja nagib pravca aproksimacije koji prolazi kroz ishodište. Ako se Lankfordov parametar r razmatra kao nepromjenjiva veličina na određenom intervalu deformacije, uz korištenje uvjeta plastične inkompresibilnosti ($d\varepsilon_{11}^p + d\varepsilon_{22}^p + d\varepsilon_{33}^p = 0$) slijedi da se može izračunati na temelju nagiba pravca usvojene aproksimacije

$$r = \frac{d\varepsilon_{22}^p}{d\varepsilon_{33}^p} = \frac{d\varepsilon_{22}^p}{-(d\varepsilon_{11}^p + d\varepsilon_{22}^p)} = \frac{-a}{1+a} \quad (2)$$

U izrazu (2) $d\varepsilon_{11}^p$, $d\varepsilon_{22}^p$ i $d\varepsilon_{33}^p$ predstavljaju inkremente stvarne plastične deformacije na pravcu duljine, širine odnosno debljine uzorka. Nakon provedenih jednoosnih pokusa rastezanja određene su konstantne vrijednosti Lankfordova parametra prema izrazu (2) za sve ispitivane uzorke. Koristeći kombinirani Swift-Voce zakon očvršćivanja prema izrazu (1), izračunate su vrijednosti naprezanja tečenja za vrijednost stvarne uzdužne plastične deformacije $\varepsilon_{11}^p = 0.001$ za sve uzorke. Usporedbom vrijednosti Lankfordova parametra za 3 uzorka pojedine orijentacije, odbačeni su uzorci s ekstremnom vrijednosti ovog parametra. Konačno, za Lankfordov parametar pojedine orijentacije usvojena je srednja vrijednost Lankfordova parametra preostalih dvaju uzoraka. Slično, kao vrijednost naprezanja tečenja pojedine orijentacije usvojena je srednja vrijednost naprezanja tečenja preostalih uzoraka. Usvojene reprezentativne vrijednosti početnog naprezanja tečenja i konstantnog Lankfordova parametra za sve ispitivane orijentacije prikazane su u tablici 1. Na temelju prikazanih rezultata može se zaključiti da se vrijednosti naprezanja tečenja za različite orijentacije malo razlikuju dok Lankfordov parametar pokazuje izraženu orijentacijsku ovisnost.



Slika 1. a) Naprezanje-deformacija; b) Uzdužna-poprečna deformacija. Legura Al5754-H22.

Tablica 1. Vrijednosti naprezanja tečenja i Lankfordova parametra. Legura Al5754-H22.

	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
σ_y [MPa]	157.69	158.85	153.42	154.03	147.39	151.28	151.80
r	0.625	0.645	1.009	1.368	1.251	0.981	0.980

3 Analizirane funkcije naprezanja

3.1 Karafillis-Boyce funkcija naprezanja

Ortotropna Karafillis-Boyce funkcija naprezanja (1) je linearna kombinacija dviju konveksnih nekvaldratičnih funkcija naprezanja

$$f_y = \left[\frac{(1-c)}{2} (|\tilde{s}_1 - \tilde{s}_2|^m + |\tilde{s}_2 - \tilde{s}_3|^m + |\tilde{s}_3 - \tilde{s}_1|^m) + c \frac{3^m}{2(2^{m-1} + 1)} (|\tilde{s}_1|^m + |\tilde{s}_2|^m + |\tilde{s}_3|^m) \right]^{1/m} \quad (3)$$

gdje su $\tilde{s}_1, \tilde{s}_2$ i $\tilde{s}_3$ glavna naprezanja ekvivalentnog tenzora naprezanja, c je faktor udjela funkcija a m eksponent koji se može dovesti u vezu s kristalografskom strukturom materijala. Vrijednosti eksponenta $m=6$ odnosno $m=8$ prikladni su za materijale s prostorno odnosno plošno centriranom kubnom rešetkom. Za ravninsko stanje naprezanja, komponente ekvivalentnog tenzora naprezanja definiraju se kao

$$\begin{Bmatrix} \tilde{s}_{xx} \\ \tilde{s}_{yy} \\ \tilde{s}_{zz} \\ \tilde{s}_{xy} \end{Bmatrix} = C \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 & \beta_3 & 0 \\ \beta_1 & \alpha_1 & \beta_3 & 0 \\ \beta_2 & \beta_3 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ 0 \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

gdje je $\beta_1 = (\alpha_2 - \alpha_1 - 1)/2$, $\beta_1 = (\alpha_1 - \alpha_2 - 1)/2$ i $\beta_3 = (1 - \alpha_1 - \alpha_2)/2$. Glavna naprezanja ekvivalentnog tenzora naprezanja $\tilde{s}$ jednaka su

$$\tilde{s}_{1,2} = (\tilde{s}_{xx} + \tilde{s}_{yy})/2 \pm \sqrt{((\tilde{s}_{xx} - \tilde{s}_{yy})/2)^2 + (\tilde{s}_{xy})^2}; \quad \tilde{s}_3 = \tilde{s}_{zz} \quad (5)$$

U gornjim izrazima četiri parametra $\alpha_1, \alpha_2, \gamma_3$ i C opisuju anizotropno ponašanje materijala. Za izotropan materijal, parametri iznose $C = 2/3$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ te $\gamma_3 = 3/2$. Uz pretpostavku o nepridruženom pravilu tečenja, parametri funkcije tečenja mogu se odrediti na temelju vrijednosti naprezanja tečenja za uzorke orijentacije 0° , 45° i 90° te vrijednosti ujednačenog dvoosnog naprezanja tečenja σ_b ($\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$), a parametri funkcije plastičnog potencijala mogu se odrediti na temelju vrijednosti Lankfordova parametra za orijentacije 0° , 45° i 90° i vrijednosti naprezanja tečenja za pravac valjanja ($\sigma_0, r_0, r_{45}, r_{90}$). U ovom radu pretpostavljena je vrijednost $\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90})/2$. Ako se koristi pridruženo pravilo tečenja, parametri funkcije tečenja/plastičnog potencijala mogu biti određeni na temelju vrijednosti $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}$ i σ_b ili na temelju vrijednosti σ_0, r_0, r_{45} i r_{90} . Kalibracija parametara svodi se na rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi nekim od iterativnih postupaka. U ovom radu korišten je Newton-Raphsonov iterativni postupak.

3.2 Yld2000-2d funkcija naprezanja

Nekvadratična Yld2000-2d funkcija naprezanja (2) temelji se na dvije konveksne funkcije φ' i φ'' koje su funkcije komponenti linearno transformiranih tenzora naprezanja. Za ravninsko stanje naprezanja funkcija Yld2000-2d glasi

$$f_y = \left[0.5 * ((X'_1 - X'_2)^m + (2X''_2 + X''_1)^m + (2X''_1 + X''_2)^m) \right]^{1/m} \quad (6)$$

gdje su $X'_{1,2}$ i $X''_{1,2}$ glavna naprezanja linearno transformiranih tenzora naprezanja $\tilde{\mathbf{s}}' = \mathbf{L}' \cdot \boldsymbol{\sigma}$ odnosno $\tilde{\mathbf{s}}'' = \mathbf{L}'' \cdot \boldsymbol{\sigma}$ gdje za $\mathbf{L}'$ i $\mathbf{L}''$ vrijedi

$$\begin{Bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{Bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Glavna naprezanja $X'_{1,2}$ i $X''_{1,2}$ računaju se prema

$$X'_{1,2} = (\tilde{s}'_{xx} + \tilde{s}'_{yy})/2 \pm \sqrt{((\tilde{s}'_{xx} - \tilde{s}'_{yy})/2)^2 + \tilde{s}'_{xy}{}^2}; \quad X''_{1,2} = (\tilde{s}''_{xx} + \tilde{s}''_{yy})/2 \pm \sqrt{((\tilde{s}''_{xx} - \tilde{s}''_{yy})/2)^2 + \tilde{s}''_{xy}{}^2} \quad (8)$$

U gornjim izrazima osam parametara $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ i α_8 opisuju anizotropno ponašanje materijala. Ako se koristi pretpostavka o pridruženom pravilu tečenja, anizotropni parametri Yld2000-2d funkcije tečenja/plastičnog potencijala mogu se odrediti na temelju vrijednosti naprezanja tečenja i Lankfordova parametra za orijentacije 0° , 45° i 90° i za ujednačeno dvoosno stanje naprezanja σ_b i r_b ($\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b, r_0, r_{45}, r_{90}, r_b$). U ovom radu usvojene su vrijednosti $r_b \cong r_0$ te $\sigma_b = (\sigma_0 + \sigma_{90})/2$. Ako se pretpostavi nepridruženo pravilo tečenja, parametri Yld2000-2d funkcije tečenja računaju se na temelju 8 eksperimentalnih vrijednosti naprezanja tečenja ($\sigma_0, \sigma_{15}, \sigma_{30}, \sigma_{45}, \sigma_{60}, \sigma_{75}, \sigma_{90}, \sigma_b$), dok se parametri Yld2000-2d plastičnog potencijala računaju na temelju 8 eksperimentalnih vrijednosti Lankfordova parametra ($r_0, r_{15}, r_{30}, r_{45}, r_{60}, r_{75}, r_{90}, r_b$), odnosno u postupku kalibracije potrebno je poznavati 16 eksperimentalnih podataka. Kalibracija parametara svodi se na rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi nekim od iterativnih postupaka. U ovom radu za određivanje parametara korištena je *fminsearch* funkcija programskog paketa MATLAB.

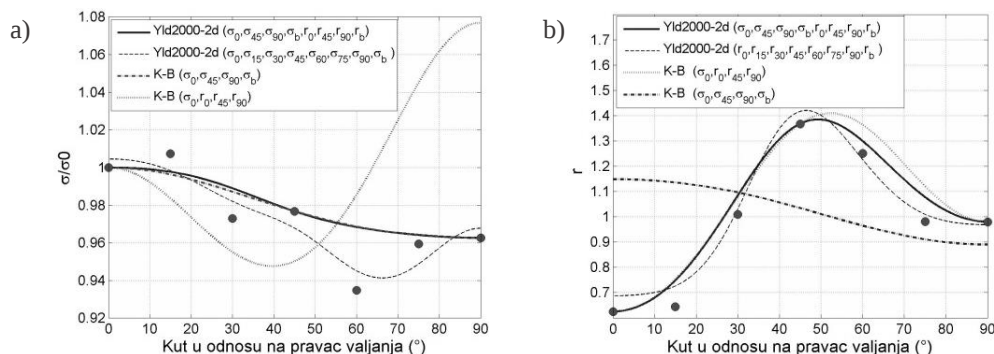
4 Predviđanje ravninske anizotropije lima Al5754-H22

Parametri anizotropije različito kalibriranih analiziranih funkcija naprezanja za aluminijsku leguru Al5754-H22 prikazani su u tablici 2. U ovom radu, korištena vrijednost parametra m iznosi 8. Predviđanja orijentacijske ovisnosti omjera naprezanja tečenja i Lankfordova parametra dobivena Karafillis-Boyce/Yld2000-2d funkcijom naprezanja uz pretpostavku o pridruženom/nepridruženom pravilu tečenja prikazana su na slici 2.a) i na slici 2.b).

Na slikama 2.a) i 2.b) može se uočiti da ako se koristi pridruženo pravilo, 4-parametarska Karafillis-Boyce funkcija kalibrirana na temelju naprezanja tečenja slabo predviđa orijentacijsku ovisnost Lankfordova parametra. Slično, Karafillis-Boyce funkcija kalibrirana na temelju Lankfordovih parametara slabo predviđa orijentacijsku ovisnost naprezanja tečenja. Očekivano, bolja predviđanja orijentacijske ovisnosti obje veličine uz postavku o pridruženom pravilu dobivena su složenijom 8-parametarskom Yld2000-2d funkcijom kalibriranoj na temelju vrijednosti naprezanja i Lankfordovih parametara. Nadalje, može se uočiti da Karafillis-Boyce funkcija tečenja/plastični potencijal daje bolja predviđanja omjera naprezanja tečenja odnosno Lankfordovih parametara ako se koristi pretpostavka o nepridruženom pravilu tečenja kao što je pokazano i u radu (3). Predviđanja dobivena Karafillis-Boyce funkcijom tečenja/plastičnim potencijalom uz pretpostavku o nepridruženom pravilu gotovo se preklapaju s predviđanjima dobivenim Yld2000-2d funkcijom uz pretpostavku o pridruženom pravilu. Uz postavku o nepridruženom pravilu, Yld2000-2d funkcija kalibrirana na temelju 8 vrijednosti naprezanja koristi se kao funkcija tečenja, a Yld2000-2d funkcija kalibrirana na temelju 8 vrijednosti Lankfordovih parametara kao plastični potencijal. Može se uočiti da ovako kalibrirane funkcije ne prolaze kroz sve vrijednosti naprezanja/Lankfordovih parametara na temelju kojih su određene. Ovakva odstupanja uočena su i u drugim radovima (4), a uvjetovana su postavkama iterativnog postupka korištenog pri proračunu parametara. Konačno, na temelju prikazanih rezultata može se zaključiti da se najbolja predviđanja analiziranih orijentacijskih ovisnosti dobiju nepridruženim modelom koji koristi Yld2000-2d funkciju.

Tablica 2. Vrijednosti anizotropnih parametara. Legura Al5754-H22.

Karafillis-Boyce	C		α_1		α_2		γ_3	
$\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}$	0.667		1.039		1.019		1.538	
$\sigma_0, r_0, r_{45}, r_{90}$	0.665		0.930		1.003		1.605	
Yld2000-2d	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
$\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b, r_0, r_{45}, r_{90}, r_b$	0.888	1.114	0.907	1.006	1.042	1.079	1.044	0.986
$\sigma_0, \sigma_{15}, \sigma_{30}, \sigma_{45}, \sigma_{60}, \sigma_{75}, \sigma_{90}, \sigma_b$	2.086	-1.063	-0.719	0.665	0.850	1.242	0.849	1.480
$r_0, r_{15}, r_{30}, r_{45}, r_{60}, r_{75}, r_{90}, r_b$	-0.069	1.473	0.010	0.910	0.876	0.235	1.012	1.654



Slika 2. Predviđanja orijentacijske ovisnosti a) omjera naprezanja tečenja; b) Lankfordova parametra. Legura Al5754-H22.

5 Zaključak

U ovom radu, na temelju rezultata pokusa rastezanja uzoraka različitih orijentacija u odnosu na pravac valjanja određene su plastične karakteristike za lim aluminijske legure Al5754-H22. Prikazana je usporedba predviđanja orijentacijske ovisnosti početnog naprezanja tečenja i konstantnog Lankfordova parametra koja se dobiju korištenjem 4 parametarske ortotropne Karafillis-Boyce funkcije naprezanja ili 8 parametarske ortotropne Yld2000-2d funkcije naprezanja, uz pretpostavku o pridruženom odnosno nepridruženom pravilu tečenja. Najbolje predviđanje eksperimentalnih orijentacijskih ovisnosti navedenih veličina dobiveno je modelom koji koristi složeniju Yld2000-2d funkciju naprezanja uz pretpostavku o nepridruženom pravilu tečenja.

Literatura

1. Karafillis AP, Boyce MC. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *J Mech Phys Solids*. 1993;41(12):1859–86.
2. Barlat F, Brem JC, Yoon JW, Chung K, Dick RE, Lege DJ, et al. Plane stress yield function for aluminum alloy sheets - Part 1: Theory. *Int J Plast*. 2003;19(9):1297–319.
3. Cvitanić V, Vlák F, Lozina Ž. A finite element formulation based on non-associated plasticity for sheet metal forming. *Int J Plast*. 2008;24(4):646–87.
4. Safaei M, Lee MG, Zang SL, De Waele W. An evolutionary anisotropic model for sheet metals based on non-associated flow rule approach. *Comput Mater Sci*. 2014;81:15–29.