

MAJA ĐEKIĆ

AMRA SALČINOVIC FETIĆ

PRAKTIKUM IZ ATOMSKE  
FIZIKE

SARAJEVO, 2017.





## **PRAKTIKUM IZ ATOMSKE FIZIKE**

### **Autori:**

Maja Đekić i Amra Salčinović Fetić

### **Recenzenti:**

dr. Damir Starešinić

viši znanstveni suradnik Instituta za fiziku u Zagrebu, Republika Hrvatska

prof. dr. Vanes Mešić,

vanredni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Sarajevu

### **Izdavač:**

Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Sarajevu

### **Adresa izdavača:**

Zmaja od Bosne 33-35, Sarajevo

### **Godina izdanja:**

2017

### **Izdanje:**

elektronsko

CIP - Katalogizacija u publikaciji

Nacionalna i univerzitetska biblioteka Bosne i Hercegovine, Sarajevo

539.1(075.8)

ĐEKIĆ, Maja

Praktikum iz atomske fizike [Elektronski izvor] / Maja Đekić, Amra Salčinović Fetić. - El. knjiga. - Sarajevo : Prirodno-matematički fakultet, 2017. - 57 str.

Način dostupa (URL): [http://www.pmf.unsa.ba/fizika/images/udzbenici/praktikum\\_iz\\_atomske\\_fizike.pdf](http://www.pmf.unsa.ba/fizika/images/udzbenici/praktikum_iz_atomske_fizike.pdf) - Nasl. s nasl. ekrana. - Izvor opisan dana 12.9.2017.

ISBN 978-9958-592-95-9

1. Salčinović Fetić, Amra

COBISS.BH-ID 24345350

## *Sadržaj*

1	<i>Provjera Stefan-Boltzmannovog zakona</i>	9
2	<i>Određivanje specifičnog naboja elektrona</i>	17
3	<i>Millikanov eksperiment</i>	23
4	<i>Difrakcija elektrona</i>	29
5	<i>Interferencija mikrovalova</i>	35
6	<i>Fotoelektrični efekat</i>	41
7	<i>Atomski spektri</i>	47
8	<i>Radioaktivnost</i>	53
	<i>Fizikalne konstante</i>	59
	<i>Bibliografija</i>	61



# *Popis slika*

1.1 Josef Stefan (1835-1893).	9
1.2 Ludwig Boltzmann (1844-1906).	9
1.3 Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887).	10
1.4 Max Planck (1858-1947).	11
1.5 Eksperimentalni uređaj za provjeru Stefan-Boltzmanovog zakona.	12
1.6 Shema električnog kola za mjerenje otpora niti na sobnoj temperaturi.	13
2.1 Sir Joseph John Thomson (1856-1840).	17
2.2 Katodna cijev.	18
2.3 Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928).	18
2.4 Shema Helmholtzovih kalemova.	19
2.5 Magnetna indukcija strujnog elementa proizvoljnog provodnika.	19
2.6 Magnetna indukcija strujnog elementa kružnog provodnika.	20
2.7 Ukupna magnetna indukcija kružnog provodnika.	20
2.8 Dva kružna provodnika.	20
2.9 Eksperimentalni uredaj za mjerenje specifičnog naboja elektrona.	21
2.10 Shema elektronske cijevi u električnom kolu.	21
2.11 Shema Helmholtzovih kalemova u električnom kolu.	21
3.1 Robert Andrews Millikan (1868-1953).	23
3.2 Električno polje između ploča kondenzatora.	24
3.3 Sile koje djeluju na kapljicu bez električnog polja i sa električnim poljem.	24
3.5 Eksperimentalni uređaj za određivanje elementarnog naboja.	25
3.4 Atomizer za raspršivanje kapljica ulja.	25
3.6 Žica za fokusiranje.	26
3.7 Kapljice ulja u vidnom polju.	26
4.1 Louis de Broglie (1892-1987).	29
4.2 William Henry Bragg (1862-1942).	29
4.3 Braggova difrakcija na kristalu.	30
4.4 Razlika između a) monokristala i b) polikristala.	30

4.5 Pojavljivanje interferentnih prstenova na ekranu kod polikristalnih uzoraka.	30
4.6 Kristalna struktura grafta.	30
4.8 Eksperimentalni uredaj za difrakciju elektrona.	31
4.7 Sloj grafta sa dva seta difrakcionih ravnina.	31
4.9 Shema elektronske cijevi.	31
4.10 Pojavljivanje interferentnih prstenova zbog refleksije od dva seta ravnina u sloju grafta.	32
5.1 Konstruktivna interferencija valova.	35
5.2 Destruktivna interferencija valova.	35
5.3 Albert Abraham Michelson (1852-1931).	36
5.4 Eksperimentalni uredaj za mjerjenje refleksije mikrovalova na metalnoj ploči.	37
5.5 Shema refleksije mikrovalova na metalnoj ploči.	37
5.6 Michelsonov interferometar.	38
5.7 Shema Michelsonovog interferometra.	38
6.1 Svjetlost obasjava katodu fotoćelije, a na galvanometru se očitava struja.	42
6.2 Zavisnost napona kočenja od frekvencije.	42
6.3 Albert Einstein (1879-1955).	43
6.4 Eksperimentalni uredaj za mjerjenje fotoefekta.	45
7.1 Niels Bohr (1885-1962).	47
7.2 Bohrov model atoma.	48
7.3 Spektralne lampe i goniometar.	49
7.4 Emisioni spektar žive.	49
7.5 Emisioni spektri različitih hemijskih elemenata.	50
8.1 Antoine Henri Becquerel (1852-1908).	53
8.2 Ernest Rutherford (1871-1937).	54
8.3 Eksperimentalni uredaj za mjerjenje aktivnosti.	55

## *Predgovor*

Ovaj rukopis je primarno namijenjen studentima Odsjeka za fiziku Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Sarajevu i to kao osnovna literatura na predmetu Fizikalni praktikum V. Praktikum obuhvata osam vježbi iz oblasti atomske i nuklearne fizike. U okviru svake vježbe dat je teorijski uvod nakon kojeg je opisana procedura mjerena i eksperimentalni zadaci. Manje sheme i slike kao i neke primjedbe i zanimljivosti date su iza desne margine glavnog teksta. Knjiga može poslužiti i kao dodatna literatura za studente drugih fakulteta koji se susreću sa praktičnim vježbama iz oblasti atomske i nuklearne fizike.

Sarajevo, juni 2017. godine

Autorice



# Vježba 1

## Provjera Stefan-Boltzmannovog zakona

Zadaci:

1. Odrediti otpor volframove niti na sobnoj temperaturi grafičkim putem.
2. Izračunati temperaturu niti  $T$  i grafički provjeriti Stefan-Boltzmannov zakon.

### 1.1 Uvod

Toplotno zračenje je elektromagnetno zračenje koje nastaje uslijed nasumičnog kretanja nanelektrisanih čestica u materiji. Ovo zračenje emituju sva tijela na temperaturama koje su različite od absolutne nule. Svako tijelo istovremeno i emituje i apsorbuje zračenje koje na njega dolazi iz okoline.

Kada je energija koju tijelo emitiše jednaka energiji koju tijelo apsorbuje tada kažemo da je zračenje ravnotežno. Eksperimenti pokazuju da je toplotno zračenje jedini oblik zračenja koji može da se nalazi u ravnoteži sa tijelom, dok su svi ostali oblici zračenja neravnotežni.

Kada elektromagnetno zračenje pada na neko tijelo, jedan njegov dio se reflektuje sa granične površine tijela, a ostatak prodire u tijelo. Pri tome se dio energije koja prodire u unutrašnjost tijela djelimično apsorbuje prelazeći u toplotu, a djelimično poslije jednostrukih i višestrukih refleksija u unutrašnjosti tijela izlazi vani. Da bismo kvantitativno opisali toplotno zračenje, definisaćemo u nastavku neke veličine bitne za razmatrani problem.

Odnos dijela upadne energije u datom intervalu valnih dužina koji ostaje u tijelu i pretvara se u toplotu i ukupne upadne energije naziva se *spektralna apsorpciona moć* za datu valnu dužinu. Energija koja se emituje sa jedinice površine tijela u jedinici vremena u jedinični interval valnih dužina naziva se *spektralna emisiona moć* i predstavlja osnovnu



Slika 1.1: Josef Stefan (1835-1893).



Slika 1.2: Ludwig Boltzmann (1844-1906).

kvantitativnu veličinu za opisivanje toplotnog zračenja. Spektralna emisija moć je data sa

$$e_{\lambda,T} = \frac{\Delta W}{\Delta S \Delta t \Delta \lambda}, \quad (1.1)$$

gdje je  $\Delta W$  energija koju tijelo emituje sa površine  $\Delta S$  za vrijeme  $\Delta t$  po intervalu valnih dužina  $\Delta \lambda$ . Između emisione i apsorpcione moći tijela postoji određena veza. Pretpostavimo da imamo dva tijela koja se nalaze unutar zatvorenog omotača koji je na stalnoj temperaturi  $T$ . Šupljina unutar omotača je evakuisana tako da je izmjena energije između tijela i omotača i između tijela međusobno moguća samo putem emisije i apsorpcije elektromagnetskog zračenja. Takav sistem će nakon nekog vremena dospjeti u stanje toplotne ravnoteže i oba tijela će imati istu temperaturu. Tijelo koje ima veću emisionu moć će gubiti više energije sa jedinične površine u jedinici vremena nego tijelo koje ima manju emisionu moć. Kako se pri tome temperatura tijela ne mijenja, tijelo koje emituje više energije morat će i apsorbovati više energije. To znači da što je veća emisiona moć tijela, veća mu je i apsorpciona moć. Prema tome za naša tijela možemo napisati da je

$$\left( \frac{e_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right)_1 = \left( \frac{e_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right)_2, \quad (1.2)$$

gdje je  $a_{\lambda,T}$  spektralna apsorpciona moć tijela. Na osnovu ovog razmatranja njemački fizičar Gustav Robert Kirchhoff formulisao je zakon: *Odnos spektralne emisione i apsorpcione moći na temperaturi  $T$ , za određenu valnu dužinu  $\lambda$  jednak je za sva tijela i univerzalna je funkcija valne dužine i temperature*, tj. vrijedi

$$\left( \frac{e_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right) = E(\lambda, T). \quad (1.3)$$

Veličina  $E(\lambda, T)$  naziva se *univerzalna Kirchhoffova funkcija*. Tijelo koje apsorbuje cijelokupno zračenje koje na njega padne tj. za koje vrijedi da mu je spektralna apsorpciona moć jednaka jedinici naziva se *apsolutno crno tijelo*. Prema tome, iz gornje relacije slijedi da univerzalna Kirchhoffova funkcija nije ništa drugo nego spektralna emisiona moć absolutno crnog tijela:

$$e_{\lambda,T} = E(\lambda, T). \quad (1.4)$$

Za sva druga tijela je  $e_{\lambda,T} < E(\lambda, T)$  što znači da apsolutno crno tijelo najintenzivnije zrači. To se odnosi na zračenje bilo koje valne dužine kao i na ukupno zračenje.

Ukupna emisiona moć apsolutno crnog tijela može se naći integriranjem po svim valnim dužinama:

$$E_T = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda. \quad (1.5)$$



Slika 1.3: Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887).

Slovenački fizičar Jožef Stefan i austrijski fizičar Ludwig Boltzmann su u periodu od 1879. godine do 1884. godine proučavali zračenje crnog tijela i došli do zaključka da je

$$E_T = \sigma T^4. \quad (1.6)$$

Ovaj zakon je poznat kao *Stefan-Boltzmannov zakon*. U gornjoj jednačini  $\sigma$  je Stefan-Boltzmannova konstanta koja je određena eksperimentalno i iznosi  $5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$ .

Poznavanjem funkcije  $E(\lambda, T)$  i korištenjem relacije (1.5) moguće je teorijski izračunati  $E_T$ . Međutim, početkom 20. vijeka u vrijeme ovih razmatranja fizika nije uspjela dati zadovoljavajući oblik ove funkcije. Pokušaji objašnjenja zakona zračenja crnog tijela na temelju klasične fizike i elektrodinamike bili su neuspješni ili samo djelimično uspješni. Njemački fizičar Wilhelm Wien je prvi djelimično uspješno dao oblik funkcije  $E(\lambda, T)$ . Iako je Wienova funkcija bila nepotpuna, iz nje se mogao naslutiti Stefan-Boltzmannov zakon. Nekoliko godina kasnije britanski fizičari Lord Rayleigh i James Jeans su dali detaljan oblik funkcije  $E(\lambda, T)$  na osnovu teoreme klasične statističke fizike o ravnomjernoj raspodjeli energije po stepenima slobode. Dobili su dobro slaganje sa eksperimentom u području velikih valnih dužina, međutim njihova funkcija raspodjele se drastično razlikovala od eksperimentalnih rezultata u ultra-violetnom području. To je bio signal da je za opisivanje zračenja crnog tijela potrebno uvesti neke nove pretpostavke, potpuno različite od onog što je dotadašnja fizika poznavala. Njemački fizičar Max Planck je 1900. godine uspio dati oblik funkcije  $E(\lambda, T)$  koja u cijelom području valnih dužina ima dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima. On je pretpostavio da atomi crnog tijela ne emituju energiju kontinuirano kako se do tada mislilo, već u vidu malih, odvojenih paketa energije-kvanata. Energija takvog kvanta zračenja (koji je kasnije nazvan foton) je proporcionalna frekvenciji zračenja  $\nu$ :

$$E = h\nu, \quad (1.7)$$

gdje je  $h$  Planckova konstanta. Prema Plancku, spektralna emisiona moć na temperaturi  $T$  za valnu dužinu  $\lambda$  je

$$E(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5(e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1)}, \quad (1.8)$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti, a  $k$  Boltzmanova konstanta. Integracijom izraza (1.8) po svim valnim dužinama, dobijemo integralnu emisionu moć  $E_T$ :

$$E_T = \int_0^\infty E(\lambda, T) d\lambda = \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5(e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1)} d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4. \quad (1.9)$$

Lord Rayleigh je plemićko ime britanskog fizičara John William Strutta.

Iako je ideja o kvantizaciji energije uspješno primjenjena za objašnjenje zračenja crnog tijela te drugih eksperimenta, i sam Planck je u početku sumnjavao u nju jer je bila toliko različita od svega što je dotadašnja fizika poznavala.



Slika 1.4: Max Planck (1858-1947).



Slika 1.5: Eksperimentalni uredaj za provjeru Stefan-Boltzmanovog zakona.

Izračunajmo konstantu ispred  $T^4$  u relaciji (1.9) i označimo je sa  $\sigma$ . Dobijamo da je

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}. \quad (1.10)$$

Ovo je u potpunoj saglasnosti sa eksperimentalno dobijenom vrijednošću Stefan-Boltzmannove konstante. Iz ovog zaključujemo da je Planck uvođenjem pretpostavke o kvantiziranosti elektromagnetskog zračenja uspješno teorijski proračunao Stefan-Boltzmannov zakon koji je dobijen eksperimentalnim mjerjenjima. Za svoj rad na uspostavljanju i razvoju teorije o postojanju elementarnih kvanata dobio je Nobelovu nagradu 1918. godine. Proporcionalnost  $E_T \sim T^4$  važi i za siva tijela. Koeficijent apsorpcije za siva tijela je manji od jedinice i ne zavisi od valne dužine. Stefan-Boltzmannov zakon provjerit ćemo mjerenjem emisione moći volframove niti u sijalici za različite jačine struje kroz nit.

## 1.2 Izvođenje mjerjenja i mjerni uredaj

*Pribor: Izvor napona (naizmjenični i istosmjerni), sijalica, optička klupa, Moll piranometar sa univerzalnim pojačalom, dva voltmetra, ampermetar.*

Eksperimentalni uredaj za provjeru Stefan-Boltzmannovog zakona prikazan je na slici 1.5. Sijalica s volframovom niti koristi se kao izvor toplotnog zračenja. Izvor napona služi za zagrijavanje niti, a voltmeter i ampermetar omogućavaju mjerjenje otpora niti preko kojeg se može izračunati i njena temperatura. Moll piranometar mjeri fluks elektromagnetske energije u smjeru osi pirometra. Energetski fluks zagrijava termopar u piranometru tako da je termoelektromotorna sila  $U_T$  proporcionalna aposorbovanoj energiji u jedinici vremena. Podešavanjem jačine struje zagrijava se volframova nit sijalice (sivo tijelo). Za stalnu udaljenost između niti i piranometra, energetski fluks  $\Phi$  koji grijе ter-

mopar je proporcionalan sa  $E_T$ :

$$\Phi \sim E_T. \quad (1.11)$$

Pošto je termoelektromotorna sila  $U_T$  proporcionalna fluksu, može se pisati da je

$$U_T = \text{const} \cdot T^4, \quad (1.12)$$

gdje je  $T$  temperatura volframove niti. Logaritmiranjem izraza (1.12) dobivamo da je:

$$\log U_T = 4 \log T + \log \text{const}. \quad (1.13)$$

Apsolutna temperatura volframove niti je  $T = (273,15 + t)$  K gdje je  $t$  temperatura niti u stepenima °C. Ona se može izračunati iz izmijerenog otpora niti  $R$ . Otpor volframove niti na temperaturi  $t$  računa se pomoću

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2) \quad (1.14)$$

gdje je  $R_0$  otpor niti na temperaturi 0°C,  $\alpha = 4,8210^{-3}\text{K}^{-1}$ , a  $\beta = 6,7610^{-7}\text{K}^{-2}$ . Prema tome,  $R_0$  možemo izračunati kao

$$R_0 = \frac{R(t_S)}{1 + \alpha t + \beta t^2}, \quad (1.15)$$

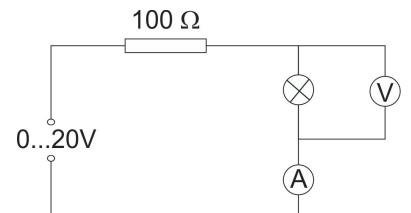
gdje je  $t_S$  sobna temperatura u stepenima °C. Ako je temperatura viša od sobne, temperaturu  $T$  možemo izračunati iz otpora  $R(t)$  na osnovu izraza

$$T = 273 + \frac{1}{2\beta} \left( \sqrt{\alpha^2 + 4\beta} \left( \frac{R(t)}{R_0} - 1 \right) - \alpha \right). \quad (1.16)$$

Vrijednosti  $R(t)$  i  $R(t_S)$  se računaju iz Ohmovog zakona, mjeranjem vrijednosti jačine struje  $I$  i pada napona  $U$ . Dakle, prvo je potrebno izmjeriti otpor niti sijalice na sobnoj temperaturi  $R(t_S)$ . U tu svrhu treba spojiti kolo kao na slici 1.6.

Otpornik od  $100 \Omega$  vezan je u seriju sa sijalicom da bi se postiglo fino podešavanje struje. Za vrijednosti jačine struje od 20 do 150 mA (najmanje 10 mjeranja) očitavamo napon, crtamo grafik zavisnosti napona od jačine struje kroz nit sijalice i iz nagiba pravca određujemo otpor na sobnoj temperaturi. Intenzitet struje je dovoljno mali da zanemarujemo efekte grijanja. Nakon mjerena  $R(t_S)$  otpornik od  $100 \Omega$  se isključi i uključi se naizmjenična elektromotorna sila (AC), kao što je prikazano na slici 1.5. Voltmetar je paralelno vezan u grani sa niti i naizmjenični napon se povećava u koracima od 1 V do maksimuma od 5 V i za svaki napon grijanja se očitava odgovarajuća struja grijanja (maksimalna struja je 4,5 A)<sup>1</sup>. U početku se na sijalicu primjeni napon od 1 V. Osa cilindrične niti treba biti okomita na osu optičke kluge. Moll

Termopar se veoma često koristi kao temperaturni senzor. Sastoji se od spoja dva različita metala i radi na principu termoelektričnog efekta.



Slika 1.6: Shema električnog kola za mjerjenje otpora niti na sobnoj temperaturi.

<sup>1</sup> Primjedba: Maksimalan napon usijane niti može biti 5 V AC.

piranometar treba postaviti na udaljenosti od 30 cm od niti sijalice. Zatim treba okretati piranometar (fiksiran na klizećem držaču) na desno i na lijevo sve dok termoelektrička sila ne pokaže maksimum. Pošto je  $U_T$  reda veličine nekoliko milivolti, mora se koristiti pojačalo radi tačnog očitanja. Faktor pojačanja treba biti  $10^2$  ili  $10^3$  kad koristimo voltmetar vezan na pojačalo u oblasti 10 V. Prije očitavanja  $U_T$ , mora se podešiti nula. Ovo se uradi tako da se ukloni sijalica, zajedno sa držačem sa klupe na nekoliko minuta. Pojačalo se koristi u LOW DRIFT modu ( $10^4 \Omega$ ) sa vremenskom konstantom od 1 s. Pošto je sijalica vraćena na klupu, očitanje može biti uzeto ako Moll termopar dostigne ravnotežu, što traje oko jedne minute. Mora se paziti da okolno zračenje ne remeti mjerjenje. Odgovarajuće struje grijanja čitamo za svaki napon grijanja i računamo odgovarajući otpor niti.

### 1.3 Obrada podataka

1. Odrediti otpor volframove niti na sobnoj temperaturi grafičkim putem.

Nacrtati grafik zavisnosti  $U(I)$  i iz nagiba pravca odrediti  $R(t_S)$ .

Zatim odrediti otpor niti na  $0^\circ\text{C}$  prema relaciji (1.15).

Br. mjerena	$I$ (mA)	$U$ (V)
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

Tabela 1.1: Određivanje otpora niti sijalice na sobnoj temperaturi.

2. Izračunati temperaturu niti  $T$  i provjeriti Stefan-Boltzmanov zakon.

Pomoću Ohmovog zakona odrediti otpor niti  $R(T)$ . Zatim izračunati temperaturu  $T$  prema relaciji (1.16) te nacrtati grafik zavisnosti  $\log U_T$  od  $\log T$ . Izračunati relativnu grešku dobivenog koeficijenta pravca u odnosu na teorijsku vrijednost iz relacije (1.13).

Br. mjerena	$I$ (A)	$U$ (V)	$U_T$ (mV)	$T$ (K)
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				
9.				
10.				

Tabela 1.2: Određivanje temperature niti sijalice u zavisnosti od dovedenog napona.



# Vježba 2

## Određivanje specifičnog naboja elektrona

Zadaci:

1. Izračunati specifični naboј elektrona numeričkim i grafičkim putem.

### 2.1 Uvod

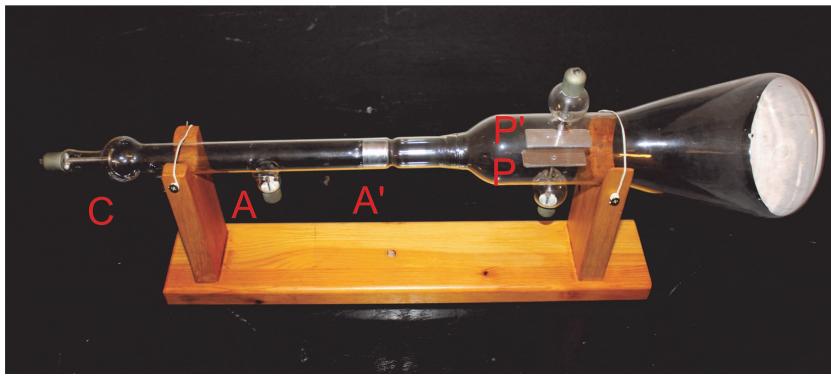
Ideje o atomiziranosti susptance postojale su još u antičko doba, a krajem 19. i početkom 20. vijeka u fizici su se razvile prve teorije atoma. Bile su bazirane na idejama o atomiziranosti supstance, kvantizaciji energije i diskretnosti nanelektrisanja. Faradeyevi zakoni elektrolize dali su naslutiti da je električni naboј diskretan tj. da postoji neka minimalna količina naboja koja se ne može dalje dijeliti. Mi danas znamo da taj minimalni naboј  $e$  odgovara naboju jednog elektrona. Odnos elementarnog naboja  $e$  i njegove mase  $m$  naziva se specifični naboј elektrona.

Godine 1897. engleski fizičar Sir Joseph John Thomson je prvi eksperimentalno izmjerio ovaj odnos. Njegov eksperiment je urađen uz korištenje karakteristika električnog pražnjenja u gasovima. Za svoj rad je 1906. godine dobio Nobelovu nagradu. Koristio je katodnu (elektronsku) cijev iz koje je bio gotovo sasvim izvučen vazduh, a koja je prikazana na slici 2.2.

Zagrijavanjem negativno nanelektrisane katode **C** dolazilo je do emisije do tada nepoznatog snopa čestica sa njene površine. Pošto je emitovan sa katode, ovaj snop čestica je dobio naziv *katodne zrake*. Pod uticajem razlike potencijala od nekoliko hiljada volti dolazilo je do ubrzavanja snopa čestica prema anodi **A** koja je bila na pozitivnom potencijalu. Snop se fokusirao pomoću otvora **A'**, prolazio između otklonskih pločica **P** i **P'** i padaо na ekran premazan fluorescentnim materijalom. Na mjestu udara snopa u ekran vidjela se svjetla fluorescentna tačka. Priklučivanjem otklonskih pločica na neku razliku potencijala, dolazilo je do skretanja katodnih zraka sa njihove prvobitne putanje prema pločici koja je bila na pozitivnom potencijalu. Na osnovu toga je Thomson



Slika 2.1: Sir Joseph John Thomson (1856-1840).



Slika 2.2: Katodna cijev.

zaključio da se katodne zrake sastoje od snopa negativno nanelektrisanih čestica koje su kasnije nazvane elektronii.

Stavljanjem cijevi u magnetno polje mlaz elektrona se takođe mogao skrenuti sa njihove prvobitne putanje. Opisat ćemo metodu pomoću koje se može izmjeriti specični naboj elektrona mjerenjem poluprečnika kružne putanje elektrona u magnetnom polju indukcije  $\vec{B}$  koja je normalna na brzinu elektrona  $\vec{v}$ . Na elektron u magnetnom polju djeluje Lorentzova sila:

$$\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (2.1)$$

gdje su  $e$  elementarni naboj,  $\vec{v}$  brzina elektrona, a  $\vec{B}$  vektor magnetne indukcije. U našem slučaju je brzina okomita na magnetnu indukciju pa je intenzitet Lorentzove sile jednak

$$F = evB. \quad (2.2)$$

Pod uticajem ove sile elektron opisuje kružnu putanju poluprečnika  $r$ . Pošto se radi o centripetalnoj sili možemo pisati

$$F = \frac{mv^2}{r}. \quad (2.3)$$

Iz (2.2) i (2.3) imamo:

$$evB = \frac{mv^2}{r}, \quad (2.4)$$

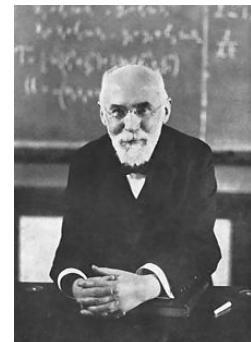
odakle je

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br}. \quad (2.5)$$

Brzinu elektrona možemo izračunati iz razlike potencijala  $U$  koja ubrzava elektron do brzine  $v$ . Kinetička energija elektrona jednaka je radu električnog polja:

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \quad (2.6)$$

Elektron je prva otkrivena subatomska čestica.



Slika 2.3: Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928).

odakle slijedi da je

$$v^2 = \frac{2eU}{m}. \quad (2.7)$$

Jednačina (2.5) može se napisati u obliku:

$$\left(\frac{e}{m}\right)^2 = \frac{v^2}{B^2 r^2}, \quad (2.8)$$

pa kad se izraz (2.7) uvrsti (2.8) dobijamo

$$\left(\frac{e}{m}\right)^2 = \frac{1}{B^2 r^2} \frac{2eU}{m}, \quad (2.9)$$

odnosno

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2}. \quad (2.10)$$

Za mjerenje nam je potrebno što uniformnije magnetno polje da bi vektor magnetne indukcije ostao konstantan pa zato koristimo tzv. *Helmholtzove kalemove*.

Helmholtzovi kalemovi su dva prstenasta kalema žice jednakih poluprečnika  $R$  i na međusobnom rastojanju  $R$  postavljena tako da im se centri nalaze na zajedničkoj osi simetrije (slika 2.4). Ravnine kalemova su paralelne i svaki kalem ima  $n$  navoja. Kad ih uključimo u strujno kolo serijski ih povezujemo sa izvorom.

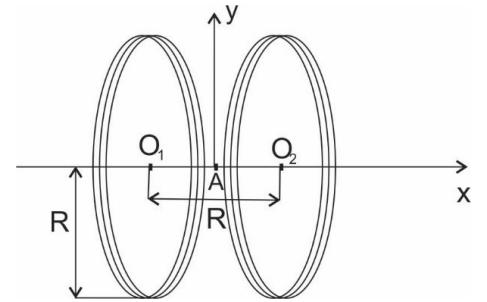
Razmotrimo u nastavku kako se može izračunati magnetna indukcija Helmholtzovih kalemova  $B$ . Prvo ćemo se podsjetiti izraza za magnetnu indukciju proizvoljnog provodnika. Prema Biot-Savart-Laplaceovom zakonu u nekoj tački na izvjesnom rastojanju od provodnika kroz koji teče električna struja, magnetna indukcija je proporcionalna jačini struje, a obrnuto proporcionalna kvadratu normalnog rastojanja od provodnika. Za magnetnu indukciju polja koje stvara element struje  $d\vec{l}$  dužine  $d\vec{l}$  u proizvoljnoj tački  $A$  (slika 2.5) vrijedi da je

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (2.11)$$

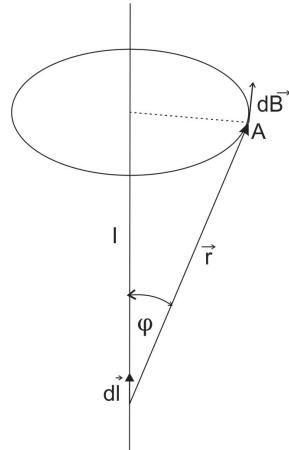
Intenzitet ovog vektora je

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \varphi}{r^2}, \quad (2.12)$$

gdje su  $I$  jačina struje,  $d\vec{l}$  vektor koji se podudara sa elementom struje i ima smjer kao i struja,  $\vec{r}$  vektor povučen od elementa struje do tačke  $A$  u kojoj se određuje  $d\vec{B}$ ,  $\mu_0$  permeabilnost vakuuma i  $\varphi$  ugao između vektora  $d\vec{l}$  i  $\vec{r}$ . Biot-Savart-Laplaceov zakon dat je u diferencijalnom obliku pa se indukcija magnetnog polja proizvoljnog provodnika sa strujom dobiva integriranjem datog izraza uz zadane uslove. Pošto se svaki od Helmholtzovih kalemova sastoji od  $n$  kružnih provodnika, izračunat



Slika 2.4: Shema Helmholtzovih kalemova.



Slika 2.5: Magnetna indukcija strujnog elementa proizvoljnog provodnika.

ćemo prvo magnetnu indukciju  $B$  jednog kružnog provodnika radijusa  $R$  kroz koji teče struja  $I$  (slika 2.6).

Potražimo vrijednost indukcije magnetnog polja  $B$  u tački A koja se nalazi na osi kružnog provodnika na udaljenosti  $d$ . U posmatranom slučaju je  $\vec{r} \perp d\vec{l}$  tj.  $\varphi = 90^\circ$ . Vektori  $d\vec{B}$  moraju biti normalni na ravnine koje su određene odgovarajućim  $d\vec{l}$  i  $\vec{r}$ .

Prema tome oni čine simetričnu konusnu lepezu (slika 2.7). Svaki vektor  $d\vec{B}$  doprinosi konačnom rezultatu samo svojom horizontalnom komponentom  $d\vec{B}_1$  (slika 2.6) jer se vertikalne komponente poništavaju, s obzirom na osnu simetriju. Prema tome, rezultujući vektor  $\vec{B}$  bit će usmjeren duž ose simetrije kružnog provodnika. Apsolutna vrijednost vektora  $d\vec{B}_1$  određena je sa

$$dB_1 = dB \sin \beta = dB \frac{R}{r}. \quad (2.13)$$

Prema Biot-Savart-Laplaceovom zakonu iz (2.12) dobijamo

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} R = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IRdl}{r^3}, \quad (2.14)$$

gdje smo uvažili da je  $\varphi = 90^\circ$ . Integriranjem po cijeloj konturi dobijamo

$$B = \oint dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \mu_0 \frac{IR^2}{2r^3}. \quad (2.15)$$

Prema slici 2.6 vidimo da je  $r = \sqrt{R^2 + d^2}$  pa imamo da je

$$B = \mu_0 \frac{IR^2}{2(R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.16)$$

Razmotrimo sada dva kružna provodnika čiji se centri  $O_1$  i  $O_2$  nalaze na međusobnom rastojanju  $R$  i odaberimo tačku A koja se nalazi na sredini rastojanja između  $O_1$  i  $O_2$  (slika 2.8). Sa slike vidimo da je

$$r = \left[ R^2 + \left( \frac{R}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{5}{4} \right)^{\frac{1}{2}} R. \quad (2.17)$$

Uvrštavanjem u jednačinu (2.15) dobijamo

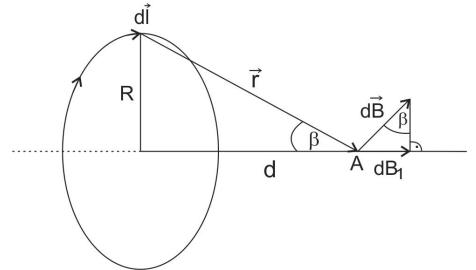
$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \left( \frac{5}{4} \right)^{\frac{3}{2}} R}. \quad (2.18)$$

Dobijeni izraz (2.18) predstavlja magnetnu indukciju u tački A od jednog kružnog provodnika. Pošto u slučaju Helmoltzovih kalemova imamo dva kalema sa  $n$  navoja odgovarajuća jednačina će biti

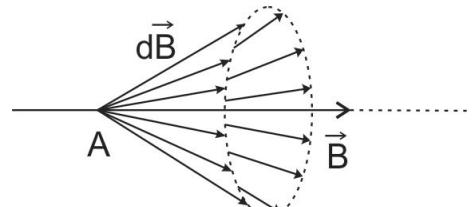
$$B = 2n \frac{\mu_0 I}{2 \left( \frac{5}{4} \right)^{\frac{3}{2}} R} = \left( \frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \mu_0 \frac{nI}{R}. \quad (2.19)$$

Uvrštavanjem ove jednačine u (2.10) dobijamo

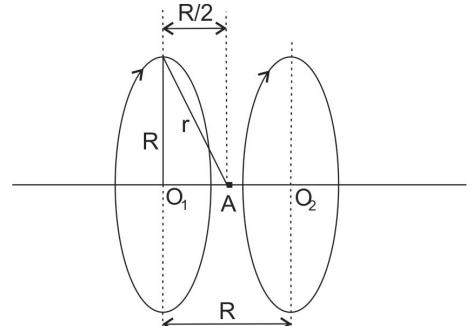
$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2 I^2} \left( \frac{5}{4} \right)^3. \quad (2.20)$$



Slika 2.6: Magnetna indukcija strujnog elementa kružnog provodnika.



Slika 2.7: Ukupna magnetna indukcija kružnog provodnika.



Slika 2.8: Dva kružna provodnika.



Slika 2.9: Eksperimentalni uredaj za mjerjenje specifičnog naboja elektrona.

## 2.2 Izvođenje mjerena i mjerni uređaj

Pribor: Elektronska cijev, Helmholtzovi kalemovi, dva izvora napona, ampermeter, voltmeter

Mjerni uređaj prikazan na slici 2.9 sastoji se od elektronske cijevi koja se nalazi u magnetnom polju Helmholtzovih kalemova. Povoljnim odabirom napona u elektronskoj cijevi i struje u Helmholtzovim kalemovima moguće je opaziti kružno kretanje elektrona po putanjama različitog radiusa.

Prvo treba spojiti električno kolo sa elektronskom cijevi prema shemi na slici (2.10).

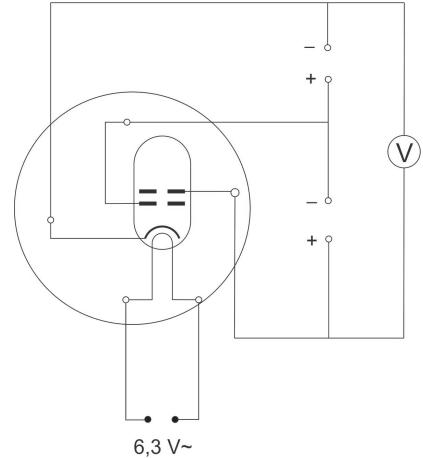
Pri tome treba paziti da rešetka i anoda budu na potencijalu jednakom 0 V, tj. da dva izvora 0...50 V i 0....250 V budu na nuli. Time se sprečava da se površina katode ošteti za vrijeme grijanja. Helmholtzovi kalemovi se spajaju serijski prema šemai dатој na slici 2.11.

Polaritet treba odabrati tako da se polja kalemova sabiraju. Potrebno je sačekati da se katoda grije najmanje 1 minutu. Odabiranjem vrijednosti ubrzavajućeg napona podešava se elektronski mlaz u cijevi. Proštanjem struje kroz Helmholtzove kalemove (najveća dozvoljena vrijednost je 5 A) potrebno je podesiti da putanje elektrona budu kružnice radijusa 2, 3, 4 i 5 cm. U cijevi se nalazi aksijalno postavljena skala u obliku ljestava što omogućava određivanje dijametra trajektorije elektrona. Za naše kalemove su poznati slijedeći podaci  $n = 154$ , a  $R = 0,2$  m.

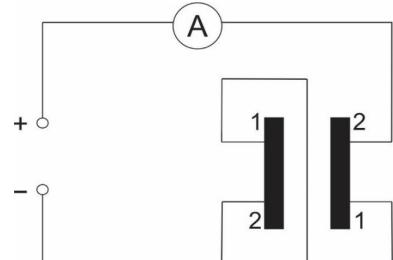
## 2.3 Obrada podataka

- Izračunati specifični naboj elektrona numeričkim i grafičkim putem.

Koristeći jednačinu (2.20) nacrtati grafik zavisnosti  $I^2 - U$  za svaki radijus putanje elektrona  $r$ . Iz dobijenih koeficijenata pravca za



Slika 2.10: Shema elektronske cijevi u električnom kolu.



Slika 2.11: Shema Helmholtzovih kalemova u električnom kolu.

svaki radijus putanje elektrona  $r$  naći  $\frac{e}{m}$ . Naći srednju vrijednost  $\frac{e}{m}$  i izračunati relativnu grešku u odnosu na tabličnu vrijednost.

Br. mjerena	$I$ (A)	$U$ (V)	$I^2$ (A <sup>2</sup> )	$\frac{e}{m}$ (C/kg)
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

Tabela 2.1: Kružna staza elektrona radijusa  $r = 2$  cm.

Br. mjerena	$I$ (A)	$U$ (V)	$I^2$ (A <sup>2</sup> )	$\frac{e}{m}$ (C/kg)
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

Tabela 2.2: Kružna staza elektrona radijusa  $r = 3$  cm.

Br. mjerena	$I$ (A)	$U$ (V)	$I^2$ (A <sup>2</sup> )	$\frac{e}{m}$ (C/kg)
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

Tabela 2.3: Kružna staza elektrona radijusa  $r = 4$  cm.

Br. mjerena	$I$ (A)	$U$ (V)	$I^2$ (A <sup>2</sup> )	$\frac{e}{m}$ (C/kg)
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

Tabela 2.4: Kružna staza elektrona radijusa  $r = 5$  cm.

# Vježba 3

## Millikanov eksperiment

Zadaci:

1. Odrediti vrijednost elementarnog naboja.

### 3.1 Uvod

Jedan u nizu epohalnih eksperimenata koji su doveli do fundamentalnih otkrića i određivanja osnovnih prirodnih konstanti jeste i eksperiment koji je izvršio američki fizičar Robert Andrews Millikan. On je posmatrao kretanje ionizovanih kapljica ulja u prostoru sa i bez električnog polja i nakon dugotrajnih mjerena pokazao je da razlika u nabojima između kapljica uvijek iznosi neki cjelobrojni umnožak naboja koji je kasnije nazvan elementarni naboј i za koji se danas obično koristi vrijednost  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C.

Prve rezultate svog eksperimenta Millikan je objavio 1911. godine da bi dvije godine kasnije objavio i poboljšane rezultate koje je dobio korištenjem unaprijeđene aparature. Za određivanje elementarnog naboja elektrona i eksperimentalni rad na fotoelektričnom efektu dobio je Nobelovu nagradu 1923. godine.

U nastavku su predstavljene fizikalne osnove ovog eksperimenta. Na svaku kuglicu malih dimenzija koja se kreće kroz fluid djeluje Stokesova sila trenja koja je jednaka

$$F_S = 6\pi\eta rv, \quad (3.1)$$

gdje je  $\eta$  koeficijent viskoznosti fluida,  $r$  poluprečnik kuglice i  $v$  brzina kuglice. Kada se kuglica (u Millikanovom ogledu je kapljica ulja sfernog oblika poluprečnika  $r$ ) kreće između ploča kondenzatora na koji nije priključen električni napon, na nju djeluje samo Stokesova sila otpora i sila teže. Kada su ove sile u ravnoteži, kuglica se kreće stalnom brzinom i uslov ravnoteže daje

$$mg = 6\pi\eta rv_1, \quad (3.2)$$



Slika 3.1: Robert Andrews Millikan (1868-1953).

gdje je  $m$  masa kapljice,  $r$  njen poluprečnik i  $v_1$  brzina kojom se kreće. Posmatrajući kapljicu kao sferu, masa kapljice  $m$  se može izraziti preko gustine  $\rho$  i zapremine, odnosno poluprečnika  $r$  kao

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3. \quad (3.3)$$

Kombinujući jednačine (3.2) i (3.3) za poluprečnik kapljice dobija se

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_1}{2g\rho}}. \quad (3.4)$$

Pošto su dimenzije kapljica ulja koje se koriste u Millikanovom eksperimentu uporedive sa dužinom slobodnog puta molekula fluida kroz koji se one kreću, prilikom proračuna obavezno se koristi korekcija viskoznosti vazduha prema relaciji:

$$\eta_{ef} = \eta \frac{1}{1 + \frac{b}{pr}}, \quad (3.5)$$

gdje su  $b = 8,210^{-3}$  mPa,  $p$  atmosferski pritisak i  $r$  poluprečnik kapljice dobiven iz jednačine (3.4). Uvrštavanjem jednačine (3.5) u (3.4) dobija se

$$r = \sqrt{\frac{9v_1}{2g\rho} \eta \frac{pr}{pr + b}}, \quad (3.6)$$

Sređivanjem se dobije konačan izraz za računanje poluprečnika kapljica ulja koje se koriste u eksperimentu:

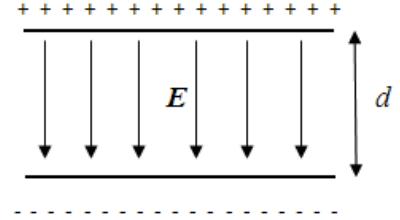
$$r = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_1}{2g\rho}} - \frac{b}{2p}. \quad (3.7)$$

Ako se ploče kondenzatora čija je međusobna udaljenost  $d$  priključe na napon  $U$ , između njih se formira homogeno električno polje jačine  $E = \frac{U}{d}$  koje je okomito na ploče kondenzatora, a smjer mu zavisi od polariteta ploča (pogledati sliku (3.2)). Naelektrisana čestica u električnom polju se kreće pri čemu smjer kretanja zavisi od nakelektrisanja čestice i smjera električnog polja. Pretpostavimo da se negativno nanelektrisana čestica nalazi u prostoru između ploča kondenzatora u kojem vlada električno polje kao na slici (3.2). Čestica će se kretati prema pozitivno nanelektrisanoj ploči (prema gore) koja je privlači silom električnog polja (slika (3.3)). U tom slučaju uslov ravnoteže daje:

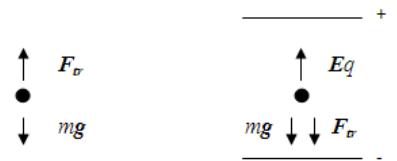
$$mg + qE = 6\pi\eta rv_2. \quad (3.8)$$

Kombinujući jednačine (3.2), (3.3) i (3.8) slijedi:

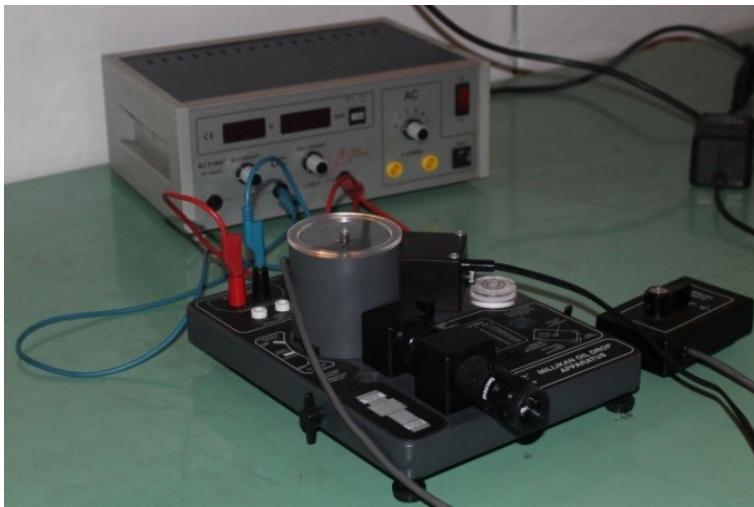
$$q = \frac{mg(v_1 + v_2)}{Ev_1} = \frac{4}{3}\pi\rho gr^3 \frac{v_1 + v_2}{Ev_1}, \quad (3.9)$$



Slika 3.2: Električno polje između ploča kondenzatora.



Slika 3.3: Sile koje djeluju na kapljicu bez električnog polja i sa električnim poljem.



Slika 3.5: Eksperimentalni uredaj za određivanje elementarnog naboja.

kada se kapljica kreće prema gore, odnosno:

$$q = \frac{mg(v_1 - v_2)}{Ev_1} = \frac{4}{3}\pi\rho gr^3 \frac{v_1 - v_2}{Ev_1}, \quad (3.10)$$

kada se kapljica kreće prema dole. Naelektrisanje kapljice  $q$  se može pisati kao  $Q = Ne$ , gdje je  $N$  broj elektrona, a  $e$  elementarni naboј.

### 3.2 Izvođenje mjerena i mjerni uređaj

Pribor: platforma, 12 V DC adapter, ulje, atomizer.

Mjerenje se vrši pomoću eksperimentalnog seta prikazanog na slici 3.5. Na platformi koja je prikazana na slici nalazi se komora za posmatranje kapljica, mikroskop, lampa, žica za fokusiranje, priključci za napon, priključci za termistor koji se nalazi montiran na dnu platforme, tabela termistora, libela, poluga i izvor jonizacije i prekidač za promjenu polariteta kondenzatora. Atomizer pomoću kojeg se ulje ubacuje u komoru prikazan je na slici 3.4.

Mjerenje je neophodno izvršiti u zamračenoj prostoriji. Prije početka mjerena obavezno uređaj postaviti u horizontalni položaj pomoću libele koja se nalazi na platformi. Mjerenja bilježiti u tabelu 3.1. Procedura mjerena je slijedeća:

- Koristeći nonijus izmjeriti udaljenost između ploča kondenzatora.
- Žicu za fokusiranje prikazanu na slici 3.6 postaviti u otvor u centru gornje ploče kondenzatora.
- Termistor spojiti na multimetar.
- Uključiti halogenu lampu.



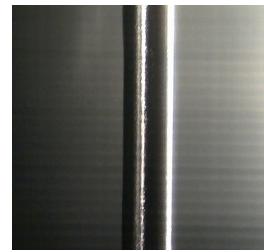
Slika 3.4: Atomizer za raspršivanje kapljica ulja.

- e) Postaviti skalu u fokus.
- f) Pronaći i izoštriti sliku žice za fokusiranje.
- g) Spojiti izvor DC napona na platformu i dovesti napon od 500 V.
- h) Očitati otpor termistora na multimetru i korištenjem podataka iz tabele 3.1 odrediti temperaturu vazduha između ploča kondenzatora.
- i) Pomoću atomizera u kojem se nalazi ulje, „ubaciti“ kapljice u prostor između ploča. Podešavanjem osvjetljenja postići da se kroz mikroskop vide kapljice ulja kao na slici 3.7. Od kapljica koje se vide, odabrati onu koja se kreće sporo ( $0,02\text{--}0,05$  mm/s) kada je isključen napon na pločama kondenzatora i fokusirati je.
- j) Mjeriti vrijeme podizanja (ploče kondenzatora nanelektrisane) i pada-nja (ploče nanelektrisane i nenanelektrisane) obilježene kapljice između dvije glavne linije na mikroskopu (0,5 mm) po tri puta u oba smjera kretanja. Upravlјati kapljicom koristeći prekidač za promjenu pola-riteta ploča kondenzatora.
- k) Proračunati poluprečnik i naboј kapljice koristeći relacije (3.7), (3.9) i (3.10). Ukoliko je naboј veći od  $5e$ , izvor jonizacije staviti u poziciju ON 5 sekundi, te izabrati sporiju kapljicu.
- l) Ponoviti korake (j) i (k).
- m) Ukoliko je moguće, pokušati promijeniti naboј kapljice uključiva-njem izvora jonizacije i napraviti još jedno mjerjenje.
- n) Zabilježiti napon na pločama, gustoću ulja, viskoznost vazduha, tem-perature komore i barometarski pritisak za svaki set mjerjenja.

Viskoznost vazduha računati iz formule (3.5) gdje je  $\eta = (1,71 + 0,0067t - 0,00004t^2)10^{-5}$  u Pas, a  $t$  temperatura vazduha izražena u stepenima  $^{\circ}\text{C}$ . Brzine se dobivaju eksperimentalno tako što se podijeli pređeni put kapljice i odgovarajuće vrijeme kretanja. Nanelektrisanje kapljice se dobiva iz formule (3.9) odnosno (3.10) kada se kapljica kreće prema gore odnosno dolje. Proračun izvršiti za oba smjera kretanja i srednju vrijednost upisati u tabelu 3.1. Srednje vrijednosti dobivenih nanelektri-sanja poredati po veličini i izračunati razlike između pojedinih stanja, što predstavlja nanelektrisanje elektrona.

### 3.3 Obrada podataka

1. Odrediti vrijednost elementarnog naboja  $e$ .



Slika 3.6: Žica za fokusiranje.



Slika 3.7: Kapljice ulja u vidnom polju.

$$t_1 \text{ (s)} = t_{\text{dole bez polja}} \text{ (s)}$$

$$t_2 \text{ (s)} = t_{\text{gore sa poljem}} \text{ (s)}$$

$$t_3 \text{ (s)} = t_{\text{dole sa poljem}} \text{ (s)}$$

	$t(^{\circ}\text{C})$	$t_1 \text{ (s)}$	$t_2 \text{ (s)}$	$t_3 \text{ (s)}$	$r_{sr} \text{ (m)}$	$q (10^{-19} \text{ C})$
1						
2						
3						
sr.						
vr.						
1						
2						
3						
sr.						
vr.						
1						
2						
3						
sr.						
vr.						
1						
2						
3						
sr.						
vr.						

Tabela 3.1: Vremena kretanja kapljica između ploča kondenzatora.



# Vježba 4

## Difrakcija elektrona

Zadaci:

1. Odrediti konstante rešetke grafita.

### 4.1 Uvod

Hipotezu o valnim svojstvima elektrona je 1924. godine postavio francuski fizičar Louis de Broglie, po analogiji sa čestičnim svojstvima elektromagnetnih valova. Prema de Broglieu valna dužina koju bismo pridružili elektronu je data relacijom:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (4.1)$$

gdje je  $h$  Planckova konstanta,  $p$  impuls elektrona,  $m$  masa elektrona, a  $v$  brzina elektrona.

Ovim je de Broglie uveo valno-čestičnu dualnost i za čestice koje imaju masu različitu od nule. Pogledajmo kolika valna dužina bi odgovarala elektronu koji je ubrzan potencijalnom razlikom od 100 V. Kinetička energija tog elektrona jednaka je radu električnog polja tj.

$$\frac{mv^2}{2} = eU_A, \quad (4.2)$$

gdje je  $m$  masa elektrona,  $v$  njegova brzina,  $e$  elementarni naboj, a  $U_A$  ubrzavajući napon. Iz jednačine (4.2) slijedi da je brzina takvog elektrona data sa

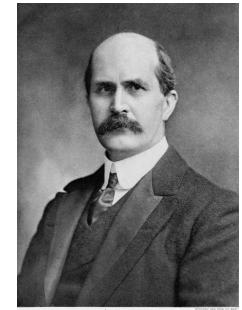
$$v = \sqrt{\frac{2eU_A}{m}}. \quad (4.3)$$

Uvrštavanjem jednačine (4.3) u (4.1) dobijamo da je valna dužina koju bi takav elektron imao data sa

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_A}}. \quad (4.4)$$



Slika 4.1: Louis de Broglie (1892-1987).



Slika 4.2: William Henry Bragg (1862-1942).

Kada u gornju jednačinu uvrstimo poznate konstante i ubrzavajući napon od 100 V dobijamo da je valna dužina elektrona reda veličine  $10^{-10}$  m. Ova valna dužina odgovara međatomskim rastojanjima u kristalnoj rešetki pa bi se prema tome valna svojstva elektrona mogla provjeriti na kristalu koji bi poslužio kao trodimenzionalna difrakcionala mrežica.

Ubrzo nakon de Broglieve hipoteze, valna svojstva elektrona su eksperimentalno i potvrđena. Američki fizičari Clinton J. Davisson i Lester Germer su 1927. godine dobili karakteristične maksimume difrakcije na mjestima gdje je zadovoljen Braggov uslov difrakcije rasijavajući nisko-energetske elektrone na površini kristala nikla. Kasnije su valna svojstva potvrđena i za druge materijalne čestice.

Prema Braggu vrijedi da do pojave difrakcionih maksimuma dolazi kada je putna razlika između valova koji se odbijaju od dvije paralelne ravnine u kristalu udaljene za  $d$  jednaka cijelom broju valnih dužina. To se može iskazati Braggovom relacijom:

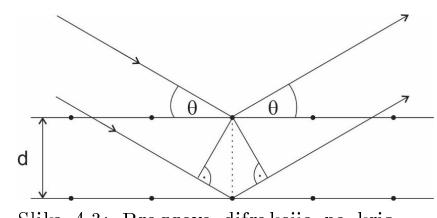
$$n\lambda = 2d \sin \theta, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.5)$$

gdje je  $d$  rastojanje između ravnina u rešetki kristala,  $n$  je red difrakcije (cijeli broj), a  $\theta$  je Braggov ugao difrakcije tj. ugao između elektronskog snopa i ravnine rešetke. Postoje različite metode difrakcije, a iz relacije (4.5) vidimo da možemo mijenjati ili valnu dužinu (vrstu zračenja) ili ugao difrakcije. Rastojanje  $d$  između ravnina u rešetki kristala je karakteristično za svaki kristal.

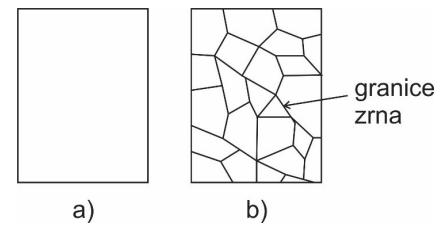
Kristali su čvrsta tijela koja se sastoje od strukturne jedinice (tzv. strukturnog motiva) koja se periodično ponavlja u prostoru. Strukturni motiv može biti sastavljen od jednog ili više atoma, molekula ili jona. Ponavljanjem strukturnog motiva može se izgraditi cijeli kristal. Generalno, kristale možemo podijeliti na monokristale i polikristale. Kod monokristala je kristalna rešetka duž cijelog uzorka neprekidna, dok kod polikristala imamo više monokristala (zrna) različite orijentacije koji su razdvojeni tzv. granicama zrna što se vidi na slici 4.4.

U našem slučaju koristit ćemo difrakciju elektrona na polikristalnom praškastom uzorku grafita koji se sastoји od nasumično orijentisanih monokristala. Kod polikristalnih uzoraka kakav je i naš obično se koristi tzv. Debye-Scherrerova metoda difrakcije. Pošto se ispitivani uzorak sastoji od monokristala različite orijentacije dolaziće do refleksije elektronskih valova pod različitim uglovima. Usljed toga doći će do širenja elektronskih zraka u formi konusa i pojavljivanja interferentnih prstenva na fluorescentnom ekranu što je prikazano na slici 4.5.

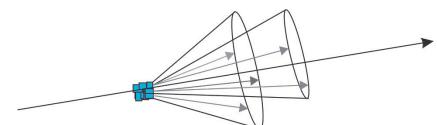
Na slici 4.6 prikazana je kristalna struktura grafita. Grafit ima slojvitu strukturu i sa slike se vidi da u svakom sloju grafita atomi karbona tvore heksagonalnu rešetku sa međusobnom udaljenosti od 142 pm. Atomi su u sloju vezani kovalentnim vezama, dok su veze između



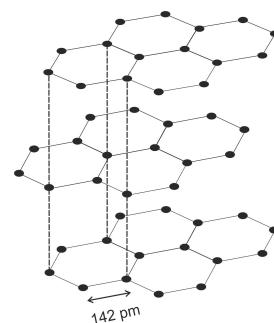
Slika 4.3: Braggova difrakcija na kristalu.



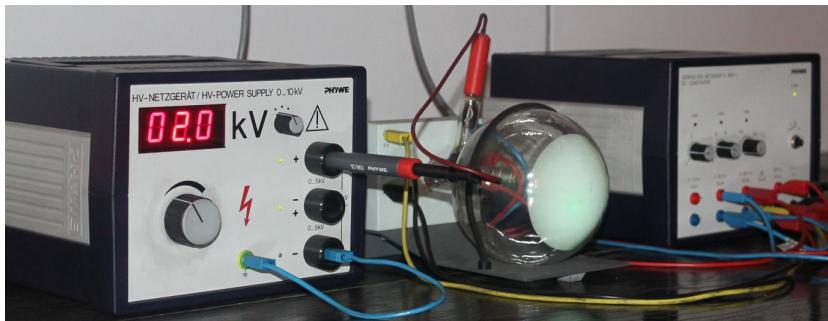
Slika 4.4: Razlika između a) monokristala i b) polikristala.



Slika 4.5: Pojavljivanje interferentnih prstenva na ekranu kod polikristalnih uzoraka.



Slika 4.6: Kristalna struktura grafita.



Slika 4.8: Eksperimentalni uredaj za difraciju elektrona.

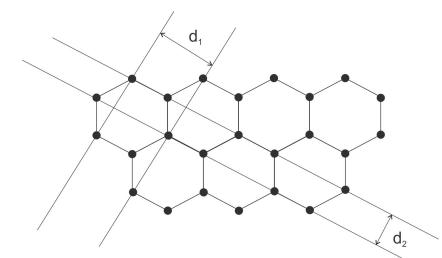
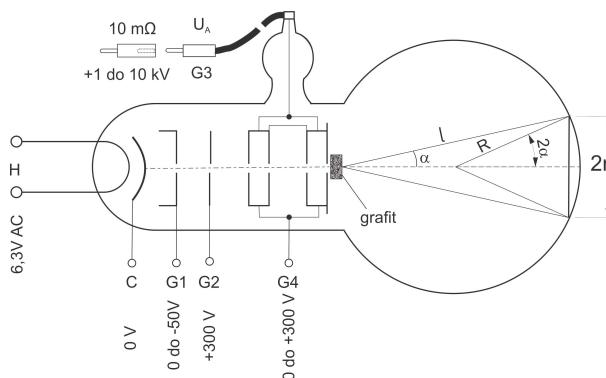
slojeva znatno slabije (Van der Waalsove veze) te se zbog toga slojevi grafita mogu lako razdvojiti. Jednoatomni sloj grafita se naziva grafen i trenutno je u fokusu interesovanja istraživača iz oblasti fizike čvrstog stanja radi njegovih izuzetnih karakteristika i mogućnosti primjene.

Jedan sloj grafita prikazan je na slici 4.7. Dva seta difrakcionih ravnina sa najvećim međusobnim rastojanjima su označena sa  $d_1$  i  $d_2$ . Rastojanja između ravnina iznose:  $d_1 = 213$  pm i  $d_2 = 123$  pm.

#### 4.2 Izvođenje mjerenja i mjerni uredaj

*Pribor: Elektronska cijev, izvor visokog napona 10 kV, otpornik od 10 MΩ, izvor napona 600 VDC, mikrometarski zavrtanj*

Mjerni uredaj je prikazan na slici 4.8 i sastoji se od elektronske cijevi i izvora napajanja. Shema elektronske cijevi data je na slici 4.9. Katoda **C** zagrijava se odgovarajućom strujom  $I$  i iz nje izljeće elektroni. Na anodu **G3** preko zaštitnog otpornika od  $10 \text{ M}\Omega$  treba dovesti visoki napon. Ostale elektrode (**G1**, **G2** i **G4**) služe za fokusiranje i usmjeravanje elektronskog snopa kao i za regulisanje njegovog intenziteta.



Slika 4.7: Sloj grafita sa dva seta difrakcionih ravnina.

Da bi se video oštar, dobro definisani difrakcioni prsten na fluorescentnom ekranu koji nastaje od elektrona koji su zadovoljili Braggov uslov

difrakcije (odgovarajući ugao  $\theta$ ), potrebno je podesiti tzv. *Wehneltov napon* **G1** i napone na mrežici **G4** i **G3**. Elektroni koji nisu zadovoljili uslov difrakcije proći će kroz uzorak grafita što daje svijetlu tačku u centru ekrana<sup>1</sup>. Nakon što se podesi oštrina slike potrebno je očitati iznos napona na visokonaponskom izvoru  $U_A$ . Da bi se odredio prečnik difrakcionih prstenova treba zamračiti prostoriju i za svaki prsten izmjeriti unutrašnji i vanjski prečnik pomoću milimetarskog papira i zatim izračunati srednju vrijednost za svaki prsten. Braggov ugao  $\theta$  se može izračunati iz prečnika difrakcionog prstena s tim što treba voditi računa da je ugao između propuštene i difraktovane elektronske zrake jednak

$$\alpha = 2\theta. \quad (4.6)$$

Sa slike 4.9 vidi se da vrijedi relacija

$$\sin(2\alpha) = \frac{r}{R}, \quad (4.7)$$

gdje je  $R=65$  mm radijus staklene kugle elektronske cijevi, a  $r$  radijus difrakcionog prstena. Uzimajući u obzir trigonometrijsku relaciju za dvostruki ugao

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad (4.8)$$

i činjenicu da je ugao  $\alpha$  mali ( $\cos 10^\circ = 0,985$ ) možemo napisati da je

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha. \quad (4.9)$$

Za male uglove  $\theta$  dobijamo da je

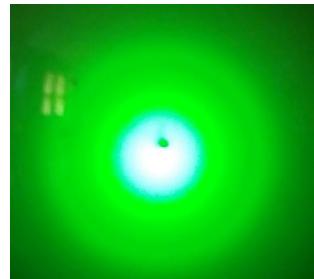
$$\sin \alpha = \sin 2\theta \sim 2 \sin \theta. \quad (4.10)$$

Koristeći ovu aproksimaciju i Braggov uslov difrakcije dobivamo da je poluprečnik prstena jednak

$$r = \frac{2R}{d} n \lambda. \quad (4.11)$$

Tokom mjeranja može se primjetiti da se pojavljuju dva bliska unutrašnja interferentna prstena što je prikazano na slici 4.10. Na prvi pogled mogli bismo pomisliti da ta dva prstena nastaju kao posljedica difrakcije prvog i drugog reda na uzorku, međutim to nije razlog ove pojave. Ovo se dešava zbog refleksije elektronskih valova od dva seta difrakcionih ravnina u uzorku grafita. Ravnine su međusobno udaljene za  $d_1$  i  $d_2$  što je prethodno objašnjeno, a radi se o prvom redu difrakcije ( $n = 1$ ).

<sup>1</sup> Primjedba: Svijetla tačka u sredini ekrana može oštetiti fluorescentni sloj elektronske cijevi. Zato je nakon svakog mjerjenja potrebno smanjiti intenzitet svjetlosti što je moguće brže.



Slika 4.10: Pojavljivanje interferentnih prstenova zbog refleksije od dva seta ravnina u sloju grafita.

### 4.3 Obrada podataka

- Izračunati konstante rešetke grafita  $d_1$  i  $d_2$ .

Za različite ubrzavajuće napone izmjeriti prečnike dva difrakciona prstena  $2r_1$  i  $2r_2$  na već ranije pomenuti način. Zatim izračunati odgovarajuće valne dužine elektrona koristeći relaciju (4.4) i izračunati udaljenosti između mrežnih ravnina koristeći relaciju (4.11). Izračunati srednje vrijednosti  $d_1$  i  $d_2$  i relativne greške u odnosu na teorijske vrijednosti navedene u opisu vježbe.

Br. mjerenja	$U_A$ (kV)	$\lambda$ (pm)	$2r_1$ (mm)	$2r_2$ (mm)	$d_1$ (mm)	$d_2$ (mm)
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						

Tabela 4.1: Zavisnost dijametra difrakcionih prstenova od ubrzavajućeg napona.



# Vježba 5

## Interferencija mikrovalova

Zadaci:

1. Odrediti valnu dužinu mikrovalova preko stojećih valova dobivenih refleksijom na metalnom zaklonu.
2. Odrediti valnu dužinu mikrovalova preko stojećih valova dobivenih Michelsonovim interferometrom.

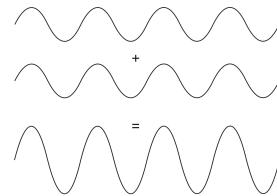
### 5.1 Uvod

Mikrovalovi su elektromagnetični valovi čija je valna dužina između 0.1 cm i 30 cm tj. frekvencija im je u intervalu  $10^9 - 3 \cdot 10^{11}$  Hz. Mogu se proizvesti uz pomoć vakuumskih elektronskih cijevi tzv. klistrona ili generatora mikrovalova.

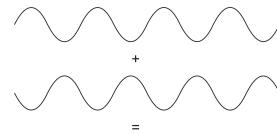
Interferencija valova je slaganje dva ili više valova. Da bi se našao rezultujući val u tački prostora u koju dospijevaju dva ili više valova, potrebno je poznavati svaki val pojedinačno, a zatim ih sabrati. Ovaj postupak se naziva *princip superpozicije valova*.

Princip superpozicije vrijedi samo za valove male amplitudu kao što su zvučni valovi i dio elektromagnetičnih valova kao što su radiovalovi i svjetlost koja potiče od običnih izvora. Za udarne valove i lasersku svjetlost princip superpozicije ne vrijedi jer se u procesu prostiranja ovakvih valova nelinearno mijenjaju svojstva sredine kroz koju se prostiru. Kada se u istoj sredini prostiru dva vala jednakih frekvencija  $E_1(x, t) = A_1 \cos \varphi_1$  i  $E_2(x, t) = A_2 \cos \varphi_2$ , gdje su  $A_1$  i  $A_2$  njihove amplitude, a  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  faze, kažemo da su oni koherenti ako je razlika njihovih faza  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  u istoj tački sredine stalna tj.  $\frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = 0$ . Koherenti svjetlosni valovi mogu se dobiti diobom (npr. refleksijom) vala koji emituje jedan izvor, na dva dijela. Slaganjem takva dva vala koji prelaze različite optičke puteve nastat će interferencija.

Poseban slučaj interferencije nastaje pri superpoziciji dva koherenta vala koji se prostiru u istom pravcu, a u suprotnom smjeru. Tada nastaje



Slika 5.1: Konstruktivna interferencija valova.



Slika 5.2: Destruktivna interferencija valova.

stojeći val. Ako se ravni val prostire duž  $x$ -ose i reflektuje na površini okomito na  $x$ -osu, upadni val  $E_1(x, t) = A \cos [\omega(t - \frac{x}{c})]$  i reflektovani val  $E_2(x, t) = -A \cos [\omega(t + \frac{x}{c})]$  će interferirati. Pri refleksiji se faza vala promjeni za  $\pi$  ukoliko se val odbija od optički gušću sredinu. Kao rezultat superpozicije nastaje stojeći val:

$$\begin{aligned} E(x, t) &= A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] - A \cos \left[ \omega \left( t + \frac{x}{c} \right) \right] \\ &= 2A \sin \omega t \sin \left( \frac{\omega x}{c} \right), \end{aligned} \quad (5.1)$$

gdje je  $A$  amplituda,  $\omega$  kružna frekvencija,  $c$  brzina svjetlosti, a  $x$  - rastojanje između detektora rezultirajućeg vala i površine na kojoj dolazi do refleksije.

Električno polje  $E(x, t)$  iščezava za  $\sin(\frac{\omega x}{c}) = 0$ , odakle se dobija da je

$$\frac{\omega x}{c} = n\pi. \quad (5.2)$$

Valna dužina  $\lambda$  povezana je s kružnom frekvencijom i brzinom svjetlosti preko:

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}, \quad (5.3)$$

što konačno daje

$$x = \frac{n\lambda}{2}, \quad (5.4)$$

gdje je  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Sličan izraz se može dobiti i za položaj maksimuma. Time je uspostavljena veza između položaja minimuma (maksimuma) u intenzitetu stojećih valova i njihove valne dužine.

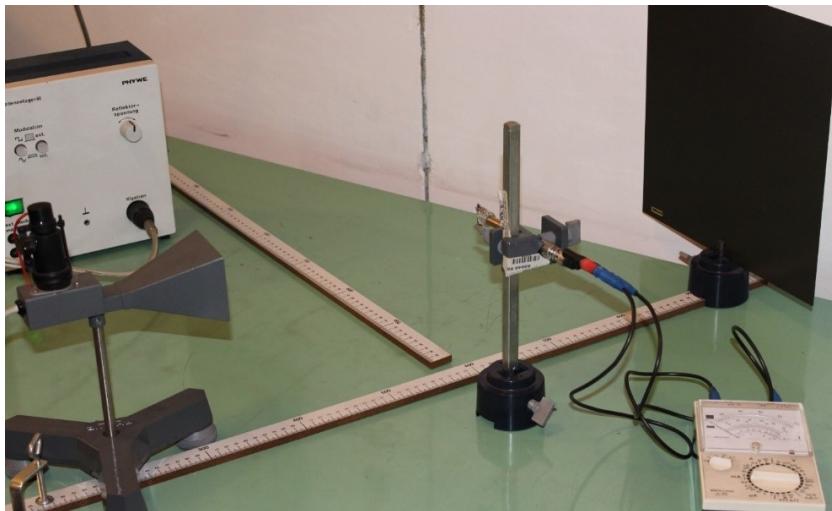
## 5.2 Izvođenje mjerjenja i mjerni uređaj

*Pribor: generator mikrovalova (klistron), detektor mikrovalova, dvije metalne ploče, staklena ploča, voltmetar.*

Uredaj za mjerjenje refleksije mikrovalova od metalnog zaklona je prikazan na slici 5.4, a njegova shema je predstavljena na slici 5.5.



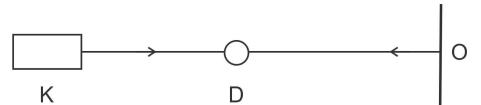
Slika 5.3: Albert Abraham Michelson (1852-1931).



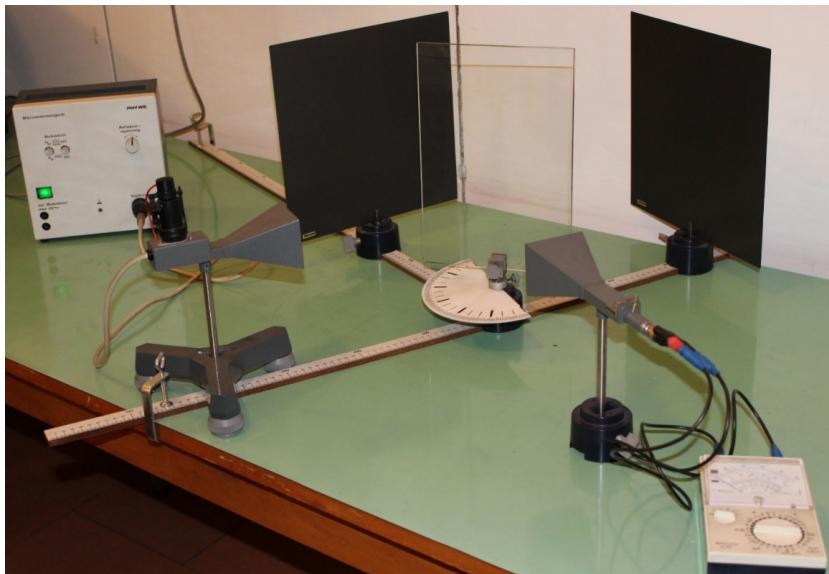
Slika 5.4: Eksperimentalni uredaj za mjerjenje refleksije mikrovalova na metalnoj ploči.

Sastoji se od klistrona **K** koji emitiše mikrovalove, metalnog zaklona **O** od koga se valovi reflektuju i detektora **D**. Interferencijom upadnog i reflektovanog vala formira se stojeći val čiji se intenzitet u funkciji udaljenosti od ekrana bilježi uz pomoć detektora koji je spojen na voltmetar. Na voltmetru se očitava napon u mV. Za različite udaljenosti metalne ploče od detektora  $d$  očitavaju se odgovarajući naponi na voltmetru  $U$ . Udaljenost između susjednih maksimuma predstavlja polovinu valne dužine korištenih mikrovalova. Raspodjela intenziteta kao funkcija udaljenosti od ekrana bi trebala pokazati karakteristične maksimume i minimume interferencije.

Na slici 5.6 prikazan je Michelsonov interferometar, a na slici 5.7 njegova shema. Michelsonov interferometar se sastoji od generatora mikrovalova, djelimično reflektirajuće staklene ploče, dvije potpuno reflektirajuće metalne ploče i detektora. Klistron **K** emitiše mikrovalove koji dolaze do staklene ploče **S**. Staklena ploča upadnu zraku dijeli na dva dijela, tj. jedan dio prolazi kroz nju, a drugi se od nje reflektuje. Dvije zrake dolaze do metalnih ogledala **O<sub>1</sub>** i **O<sub>2</sub>** od kojih se odbijaju i pošto je put koji prelaze dok ne stignu do detektora generalno različite dužine, može doći do toga da prilikom njihovog slaganja postoji razlika u fazi.



Slika 5.5: Shema refleksije mikrovalova na metalnoj ploči.



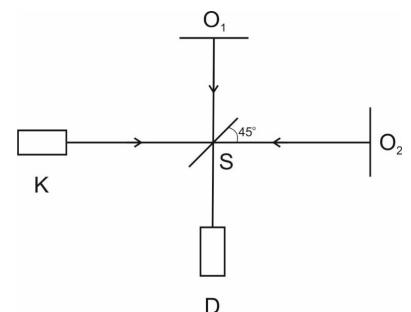
Slika 5.6: Michelsonov interferometar.

Detektor koji je spojen na voltmetar bilježi intenzitet prilikom interferencije mikrovalova u funkciji od položaja metalnih ogledala. Za različite udaljenosti staklene ploče i jedne metalne ploče  $d$  potrebno je očitati odgovarajuće napone na voltmetru  $U$ . Udaljenost između susjednih maksimuma predstavlja polovinu valne dužine korištenih mikrovalova. Zavisnost intenziteta od položaja ogledala treba sadržavati karakteristične maksimume i minimume u zavisnosti od toga da li su dva vala u fazi ili nisu.

### 5.3 Obrada podataka

- Odrediti valnu dužinu mikrovalova preko stojećih valova dobivenih refleksijom na metalnom zaklonu.

Podatke obraditi grafički i numerički.



Slika 5.7: Shema Michelsonovog interferometra.

Br. mjerenja	$d$ (mm)	$U$ (mV)
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		

Tabela 5.1: Zavisnost registrovanog napona od udaljenosti metalne ploče od detektora.

2. Odrediti valnu dužinu mikrovalova preko stojećih valova dobivenih Michelsonovim interferometrom.

Podatke obraditi grafički i numerički.

Br. mjerenja	$d$ (mm)	$U$ (mV)
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		

Tabela 5.2: Zavisnost registrovanog napona od udaljenosti metalne i staklene ploče.



# *Vježba 6*

## *Fotoelektrični efekat*

Zadaci:

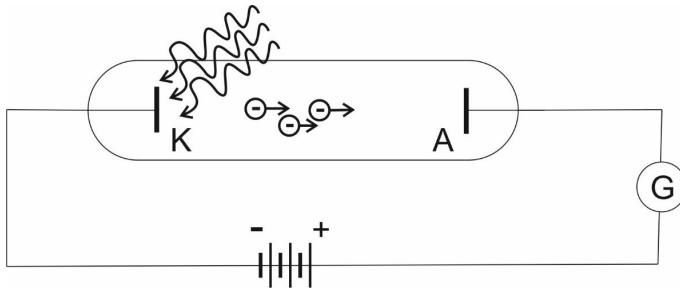
1. Snimiti i predstaviti grafički zavisnost napona kočenja od frekvencije svjetlosti. Rezultate prikazati u  $U_k-\nu$  grafiku.
2. Metodom najmanjih kvadrata odrediti Planckovu konstantu. Izračunati relativnu grešku u odnosu na poznatu tabličnu vrijednost Planckove konstante.

### *6.1 Uvod*

Početkom 20. vijeka u fizici se javila ideja o kvantiziranosti elektromagnetskog (EM) zračenja uslijed činjenice da veliki broj eksperimentalnih rezultata nije mogao biti objašnjen uz pomoć klasične fizike. Jedan od njih je i fotoelektrični efekat.

Vanjski fotoelektrični efekat ili jednostavno fotoefekat je pojava emisije elektrona sa površine metala kada je taj metal obasjan svjetlošću odgovarajuće valne dužine. Postoji i unutrašnji fotoelektrični efekat koji nastaje kada elektroni koji su oslobođeni iz atoma metala ne napuštaju taj metal već ostaju u njegovoј unutrašnjosti. Fotoelektrični efekat se može ispitivati pomoću eksperimentalnog uređaja čija je shema data na slici 6.1. Ukoliko negativno nailektrisanu katodu K obasjamo monohromatskom svjetlošću odgovarajuće valne dužine dolazi do izbijanja elektrona iz materijala katode.

Elektroni izbijeni sa katode **K** kreću se ka anodi **A** uslijed razlike potencijala, a struja se detektuje pomoću osjetljivog galvanometra ili nanoampermetra. Čak i ako nema razlike potencijala između katode i anode, na anodi će se registrirati određena mala struja jer će dio izbijenih elektrona ipak stići do anode. Otkriće i objašnjenje fotoefekta su odigrali ključnu ulogu u razvoju moderne fizike jer je nedvosmisleno pokazana kvantna priroda elektromagnetskog zračenja.



Slika 6.1: Svjetlost obasjava katodu fotočelije, a na galvanometru se očitava struja.

Najvažniji zaključci koji su za fotoefekat doneseni iz eksperimentalnih rezultata mogu se sažeti u sljedeće:

1. Porastom napona između katode i anode dolazi do postepenog porasta fotostruje. Kad svi elektroni koji su emitovani sa katode stignu na anodu postiže se *struja zasićenja* tj. bez obzira na dalje povećanje napona, struja neće rasti. Ukoliko se radi o monohromatskoj svjetlosti struja zasićenja je proporcionalna fluksu upadne svjetlosti. Sa porastom fluksa upadne svjetlosti, raste broj fotoelektrona tj. intenzitet struje, a ne raste kinetička energija fotoelektrona.
2. Fotoefekat za katodu od datog materijala se ne dešava za svjetlost bilo koje frekvencije već samo za svjetlost čija je frekvencija veća od neke granične vrijednosti  $\nu_0$ . Ova granična vrijednost koja upadni svjetlosni fluks dijeli na foto-aktivni i foto-neaktivni dio dobila je naziv *crvena granica fotoefekta*.
3. Ako se primjeni obrnuta polarizacija elektroda (katoda pozitivna, a anoda negativna), bit će u stanju zaustaviti sve elektrone, čak i one najbrže tj. struju svesti na nulu. Napon pri kojem se to dešava zove se *napon kočenja* ili zakočni potencijal  $U_k$ . Prema tome, možemo napisati da je rad električnog polja  $eU_k$  jednak maksimalnoj kinetičkoj energiji emitovanih elektrona:

$$eU_k = \frac{mv_{\max}^2}{2} = E_{k\max}, \quad (6.1)$$

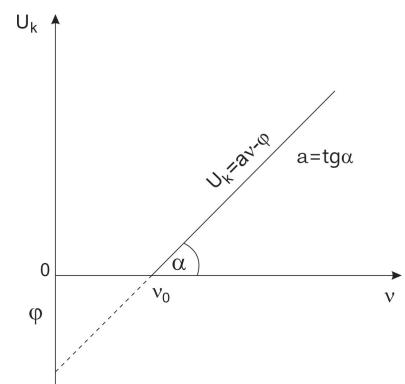
gdje je  $U_k$  zakočni potencijal,  $e$  elementarni naboj,  $v_{\max}$  maksimalna brzina elektrona, a  $E_{k\max}$  maksimalna kinetička energija emitovanih fotoelektrona.

4. Maksimalna energija fotoelektrona je linearno zavisna od frekvencije upadne monohromatske svjetlosti  $\nu$ , tj. napon kočenja je linearna funkcija frekvencije upadne svjetlosti:

$$U_k(\nu) = a\nu - \varphi, \quad (6.2)$$

gdje su  $a$  i  $\varphi$  neke konstante. Iz grafika  $U(\nu)$  koji je prikazan na slici 6.2 vidimo da je  $a = \tan \alpha$  nagib pravca, a  $\phi$  je odsječak na vertikalnoj i zove se zakočni potencijal.

Fotoefekat je prvi opazio njemački fizičar Heinrich Hertz 1887. godine, ali ga nije uspio objasniti.



Slika 6.2: Zavisnost napona kočenja od frekvencije.

Dok zakočni potencijal zavisi od vrste metala od kojeg je katoda napravljena, pokazalo se da je konstanta  $a$  jednaka za sve metale. Množenjem jednačine (6.2) sa  $e$  dobijamo:

$$eU_k = ea\nu - e\varphi. \quad (6.3)$$

Poređenjem sa (6.1) slijedi da je kinetička energija fotoelektrona proporcionalna frekvenciji upadne svjetlosti.

5. Fotoefekat se dešava trenutno što se prilikom mjerjenja može zapaziti trenutnim uspostavljanjem fotostruje na galvanometru.

Ovi zaključci doneseni iz različitih eksperimentalnih rezultata nisu bili u skladu sa predviđanjima klasične teorije elektromagnetskog zračenja koja svjetlost promatra kao val. Njena predviđanja su bila slijedeća:

1. kinetička energija fotoelektrona treba da raste sa povećanjem intenziteta svjetlosti,
2. elektrone iz katode treba da izbaci bilo koja svjetlost adekvatnog intenziteta bez obzira na frekvenciju,
3. elektronu treba relativno dugo vremena da "upije" energiju iz upadne svjetlosti pa da napusti katodu.

Problem objašnjenja fotoefekta riješio je Albert Einstein 1905. godine koristeći Planckovu hipotezu o kvantizaciji EM zračenja. Planck je uspio da objasni emisiju EM zračenja iz crnog tijela pretpostavljajući da se zračenje emituje u vidu kvanata energije  $E = h\nu$ , gdje je  $h$  Planckova konstanta, a  $\nu$  frekvencija zračenja. Einstein je proširio Planckovu hipotezu i na apsorpciju EM zračenja. Pretpostavljajući da je svjetlost sastavljena od fotona on fotoefekat posmatra kao sudar fotona sa elektronom u atomu metala. Prilikom sudara jedan foton predaje svu svoju energiju jednom elektronu i prestaje da postoji. Elektron dobivenu energiju troši da napusti površinu metala tj. da savlada potencijalnu barijeru u metalu  $A_{iz}$  (tzv. izlazni rad koji je karakterističan za dati tip metala). Izlazni rad je dakle minimalna energija potrebna elektronu da bi napustio metal. Neki elektroni mogu da potroše i više energije od  $A_{iz}$  ukoliko su smješteni dublje u metalu.

Maksimalna energija koju elektron može imati kad napusti metal jednak je razlici energije upadnog fotona i izlaznog rada. Ovo možemo iskazati slijedećom relacijom:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = E_{k\max} = h\nu - A_{iz}. \quad (6.4)$$

Odavde slijedi da je:

$$h\nu = A_{iz} + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (6.5)$$



Slika 6.3: Albert Einstein (1879-1955).

Godine 1914. američki fizičar Robert Andrews Millikan eksperimentalno je potvrdio Einsteinovu jednačinu fotoefekta i direktno izmjerio vrijednost Planckove konstante.

što predstavlja zakon održanja energije tj. iskazano riječima - energija upadnog fotona se troši na izlazni rad i kinetičku energiju elektrona. Poređenjem relacije (6.4) sa eksperimentalnom relacijom (6.3) vidimo da je:

$$h = ea = e \tan \alpha, \quad (6.6)$$

$$A_{iz} = e\varphi. \quad (6.7)$$

U praksi se fotoefekat koristi kod fotoćelije. Fotoćelija je uređaj koji se sastoji od dvije elektrode koje su u kućištu pod vakuumom. Katoda je presvučena slojem fotoaktivnog materijala (K, Rb, Cs). Elektron koji je izbijen sa katode dospijeva na anodu i ona postaje negativno nanelektrisana. Razlika potencijala između katode i anode raste sve do neke granične vrijednosti. Kinetička energija elektrona se troši na prevazilaženje ove potencijalne razlike između elektroda. U praksi se kod izvedbe fotoćelije javlja i dodatni kontaktni potencijal  $\Phi$  zbog toga što katoda i anoda nisu od istog materijala. Tada umjesto (6.1) možemo pisati:

$$E_{k\max} = eU_k + \phi. \quad (6.8)$$

Ukoliko pretpostavimo da ni izlazni rad ni kontaktni potencijal ne zavise od frekvencije, možemo iz (6.4) i (6.7) napisati

$$eU_k + \phi = h\nu - A_{iz}, \quad (6.9)$$

t.j.

$$U_k = \frac{h\nu}{e} - \frac{A_{iz} + \phi}{e}. \quad (6.10)$$

## 6.2 Izvođenje mjerjenja i mjerni uređaj

*Pribor: Spektralna lampa, izvor, fotoćelija, interferencijski filteri raznih boja, pojačalo, multimetar.*

Mjerni uređaj je predstavljen na slici 6.4. Da bismo snimili zavisnost napona kočenja od frekvencije prvo treba spojiti spektralnu lampu na odgovarajući električni izvor 15-ak minuta prije početka mjerjenja. Udaljenost između spektralne lampe i fotoćelije treba biti oko 2 mm. Na fotoćeliju se postavi prvi interferencijski filter čime se vrši izbor valne duljine svjetlosti koja pada na katodu ćelije. Na svakom filteru je napisana odgovarajuća valna duljina. Fotoćeliju treba spojiti na pojačalo i provjeriti da li je pojačalo podešeno na "Elektrometar", uz faktor pojačanja (amplification) 100 i vremensku konsantu 0. Pojačalo prije početka mjerjenja mora biti uključeno najmanje 10 minuta. Na izlaz pojačala treba



Slika 6.4: Eksperimentalni uredaj za mjerjenje fotoefekta.

spojiti digitalni multimetar. Prije svakog mjerjenja potrebno je ulaz pojačala kratko spojiti pritiskom na taster 0, pri zatvorenom šiberu na fotoćeliji i pri tome pokazivač staviti na 0. Nakon toga se otvori šiber fotoćelije. Voltmetar se spoji na pojačalo i mjeri se napon kočenja u zavisnosti od frekvencije.

### 6.3 Obrada podataka

- Snimiti i predstaviti grafički zavisnost napona kočenja od frekvencije svjetlosti. Rezultate prikazati u  $U_k-\nu$  grafiku.

Br. mjerena	$\lambda$ (nm)	$\nu$ ( $10^{11}$ Hz)	$U_k$ (V)
1.	366		
2.	405		
.3.	436		
4.	546		
5.	578		

Tabela 6.1: Zavisnost napona kočenja od talasne dužine fotona.

- Metodom najmanjih kvadrata, koristeći relaciju (6.10) odrediti Planckovu konstantu. Izračunati relativnu grešku u odnosu na poznatu tabličnu vrijednost Planckove konstante.



# Vježba 7

## Atomski spektri

Zadaci:

1. Izvršiti baždarenje spektrometra pomoću poznatog etalona.
2. Izvršiti identifikaciju spektralne lampe i očitati položaje uočenih linijskih spektralnih emisija.

### 7.1 Uvod

Ukoliko atome razrijedjenih gasova pobudimo električnom strujom ili grijanjem, oni će emitovati svjetlost koja je sastavljena samo od određenih valnih dužina. Spektroskopska analiza može potvrditi da se emitovano zračenje sastoji od serija linija čije valne dužine zavise od vrste gasa koji je korišten u eksperimentu. Ovakvi linijski spektri se nazivaju *emisioni spektri*. Linijski spektar možemo dobiti i ako propustimo bijelu svjetlost kroz gas. Kao rezultat ćemo dobiti gašenje nekih linija u spektru bijele svjetlosti. Te „tamne linije“ nalaze se tačno na onim mjestima gdje bi ležale emisione linije datog hemijskog elementa. Ovakav linijski spektar se zove *apsorpcioni spektar*. Tokom 19. vijeka prikupljeno je mnogo informacija o spektrima različitih atoma, ali klasična fizika nije mogla da ih objasni. Godine 1913. atomske spektre je uspio objasniti danski fizičar Niels Bohr koristeći zakone klasične fizike, ali i Planckovu hipotezu o postojanju kvanata elektromagnetskog zračenja. Uspio je doduše da objasni samo spektar najjednostavnijeg, vodikovog atoma kao i jona sličnih atomu vodika.

Bohrova teorija atoma kao i njena poboljšana verzija od strane Williama Wilsona i Arnolda Sommerfelda su poznate pod nazivom stara kvantna teorija i predstavljaju na neki način prelaz između klasične i kvantne fizike. Tek kasnijim razvojem kvantne mehanike objašnjeni su spektri ostalih atoma kao i drugi fenomeni koji se dešavaju na nivou atoma. Bohr je 1922. godine dobio Nobelovu nagradu za svoj rad u oblasti strukture atoma.



Slika 7.1: Niels Bohr (1885-1962).

On je prepostavio da se atom sastoji od pozitivno nanelektrisanog jezgra i od elektrona koji se po kružnim putanjama kreću oko jezgra. Dodao je i dva postulata. U prvom postulatu Bohr je prepostavio da se elektron ne može kretati po proizvoljnim, već samo po određenim putanjama. Putanje (orbite) po kojima se elektron kreće su stacionarne tj. prilikom tog kretanja elektron ne emituje i ne apsorbuje energiju. Takođe je prepostavio da je moment količine kretanja elektrona  $L$  kvantiziran tj. da je

$$L = mvr = n\hbar, \quad (7.1)$$

gdje je  $m$  masa elektrona,  $v$  brzina elektrona,  $r$  radijus orbite elektrona,  $n$  glavni kvantni broj (cijeli broj), a  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  reducirana Planckova konstanta.

U drugom postulatu Bohr je prepostavio da elektron emituje elektromagnetno zračenje jedino prilikom prelaska sa više na nižu orbitu, odnosno apsorbuje zračenje pri prelasku sa niže na višu orbitu. Ukoliko elektron prelazi sa više orbite  $n$  na nižu orbitu  $k$  ( $k < n$ ), višak energije izrači u vidu fotona energije

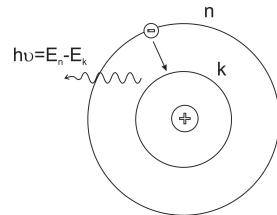
$$E = E_n - E_k = h\nu, \quad (7.2)$$

gdje je  $E_n$  energija elektrona na  $n$ -toj orbiti,  $E_k$  energija elektrona na  $k$ -toj orbiti, a  $\nu$  je frekvencija emitovanog fotona. Ukoliko elektron prelazi sa niže orbite  $k$  na višu orbitu  $n$  on mora da apsorbuje kvant energije čija energija je jednaka razlici energija više i niže orbite.

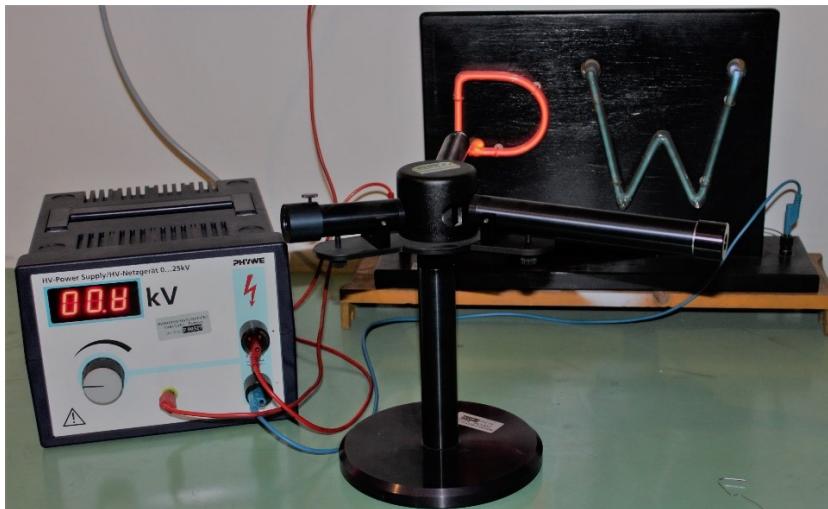
## 7.2 Izvođenje mjerena i mjerni uređaj

*Pribor: izvor visokog napona, spektrometar, živina spektralna lampa, nepoznate spektralne lampe.*

Na slici 7.3 je prikazan eksperimentalni uređaj za mjerjenje atomske spektara. Sastoji se od različitih spektralnih lampi i spektrometra. Spektrometar u sebi ima ugrađenu skalu na kojoj se može očitati položaj pojedinih linija u spektru. Prvo je potrebno izvršiti baždarenje spektrometra tj. položaju svake linije pridružiti odgovarajuću valnu dužinu.



Slika 7.2: Bohrov model atoma.



Slika 7.3: Spektralne lampe i goniometar.

Boja svjetlosti	Valna dužina (nm)
I crvena	690, 716
II crvena	623, 437
III crvena	612, 337
I žuta	579, 065
II žuta	576, 959
Žuto-zelena	546, 074
Zeleno-plava	491, 604
Modro-ljubičasta	435, 835
I ljubičasta	407, 781
II ljubičasta	404, 656

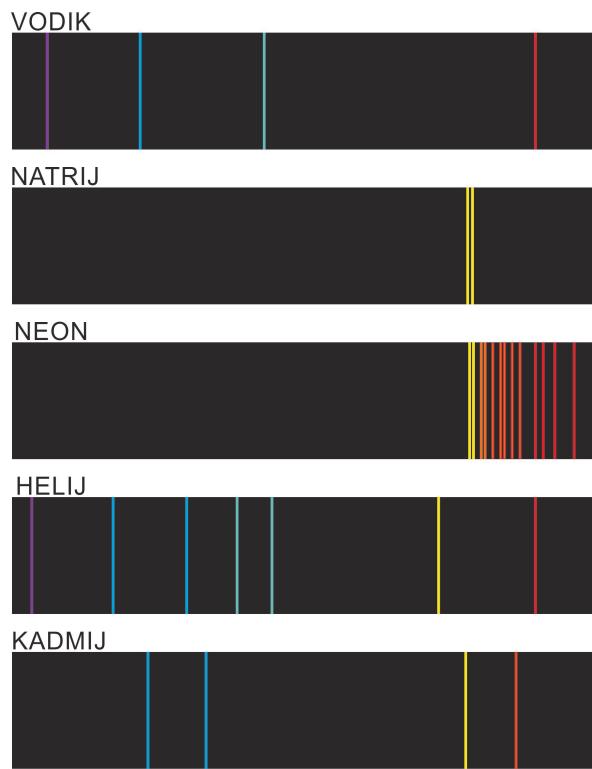
Tabela 7.1: Emisioni spektar žive u području vidljive svjetlosti.



Slika 7.4: Emisioni spektar žive.

Kao etalon za baždarenje spektrometra poslužiće živina lampa. Prije izvođenja mjerena potrebno je uključiti živinu lampu u struju i sačekati 20-ak minuta da se zagrije. Pri tome ne treba gledati direktno u živinu lampu. Nakon toga treba postaviti lampu ispred pukotine kolimatora i pogledati spektar. Izgled emisionog spektra žive prikazan je na slici 7.4. Osvijetliti skalu uz pomoć sijalice. Očitati položaj uočenih linija na skali kao i odgovarajuće valne dužine žive iz tabele 7.1.

Nakon baždarenja spektralnog uređaja živina lampa se zamjenjuje nepoznatom spektralnom lampom. Nepoznatu lampu je potrebno uključiti u struju i sačekati 20-ak minuta da se zagrije. Nakon toga treba pogledati kroz durbin spektrometra i zaključiti koji gas je prisutan u lampi poređenjem sa emisionim spektrima različitih atoma koji su prikazani na slici 7.5. Zatim je potrebno koristeći krivu baždarenja naći valne dužine uočenih linija.



Slika 7.5: Emisioni spektri različitih hemijskih elemenata.

### 7.3 Obrada podataka

1. Izvršiti baždarenje spektrometra pomoću poznatog etalona.

Nacrtati krivu baždarenja  $\lambda(d)$ . Položaj  $d$  je dat u proizvoljnim jedinicima (a.u.) koje nisu relevantne.

Br mjerena	Valna dužina (nm)	$d$ (a.u.)
1.	690,716	
2.	623,437	
3.	612,337	
4.	579,065	
5.	576,959	
6.	546,074	
7.	491,604	
8.	435,835	
9.	407,781	
10.	404,656	

Tabela 7.2: Rezultati baždarenja spektrometra pomoću atomskog spektra žive u području vidljive svjetlosti.

2. Izvršiti identifikaciju spektralne lampe i očitati položaje uočenih linijskih.

Položaje linija unijeti na krivu baždarenja i očitati odgovarajuće valne dužine.

Br mjerena	$d$ (a.u)	Valna dužina (nm)
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

Tabela 7.3: Emisioni spektar nepoznatog elementa u području vidljive svjetlosti.



# Vježba 8

## Radioaktivnost

Zadaci:

1. Grafičkom metodom odrediti konstantu poluraspada  $\lambda$  i vrijeme poluraspada  $T$  za datu radioaktivnu supstancu.

### 8.1 Uvod

Godine 1896. francuski fizičar Antoine Henri Becquerel slučajno je otkrio radioaktivnost u spojevima koji sadrže uran. Nakon niza eksperimenata zaključio je da se to zračenje spontano emituje, da je prodorno, da zarcnjuje fotografsku emulziju i da ionizuje gasove. Radioaktivnost možemo definisati kao spontani prelaz nestabilnog izotopa nekog hemijskog elementa u izotop drugog elementa, koji se dešava uz emisiju elementarnih čestica ili jezgri. Radioaktivnost koja se javlja kod izotopa koji se nađaze u prirodi naziva se prirodna radioaktivnost, a ona koja se javlja kod izotopa stvorenih u nuklearnim reakcijama naziva se vještačka radioaktivnost. Odmah po otkriću radioaktivnosti urana postavilo se pitanje da li su i drugi elementi radioaktivni. Mi danas znamo da je većina elemenata u prirodi radioaktivna i da se raspada kroz različite tipove radioaktivnog raspada.

Najčešći tipovi radioaktivnog raspada su  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  raspad. Kad će neko jezgro emitovati  $\alpha$ -česticu, elektron (pozitron) ili  $\gamma$  kvant se ne može unaprijed predvidjeti. Na emisiju ovih čestica ne utiču nikakvi vanjski parametri kao npr. temperatura, pritisak i dr.

Pri  $\alpha$  raspadu jezgro nestabilnog elementa X se raspada na novo jezgro Y i jezgro atoma helija ( $\alpha$ -česticu). Pri tome jezgro koje se raspada (roditelj jezgra) smanjuje maseni broj A za 4, atomski broj Z za 2:

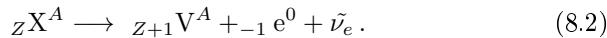


Novo jezgro koje pri ovome nastaje naziva se kćerka jezgro. Pri  $\beta$  raspadu nanelektrisanje jezgra se mijenja, a da se pri tome ne promijeni maseni broj A. Postoje tri vrste  $\beta$  raspada:  $\beta^-$ ,  $\beta^+$  i zahvat elektrona.



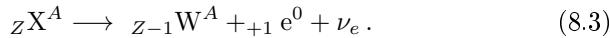
Slika 8.1: Antoine Henri Becquerel (1852-1908).

1.  $\beta^-$  raspad je raspad u kojem se neutron iz jezgra pretvara u proton uz emisiju elektrona i elektronskog antineutrina što se može predstaviti kao



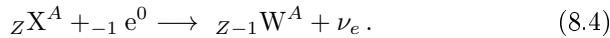
gdje je  $X$  početno jezgro (roditelj),  $V$  nastalo jezgro (kćerka),  ${}_{-1} e^0$  elektron, a  $\bar{\nu}_e$  elektronski antineutrino.

2.  $\beta^+$  raspad je raspad u kojem se proton pretvara u neutron unutar jezgra pri čemu se emituje pozitron i elektronski neutrino:



gdje je  $X$  početno jezgro,  $W$  nastalo jezgro,  ${}_{+1} e^0$  pozitron, a  $\nu_e$  elektronski neutrino

3. Zahvat elektrona nastaje kada jezgro zahvati jedan elektron iz elektronskog omotača (najčešće iz K ljuške, K zahvat) pri čemu se proton pretvara u neutron. Pri tome nastaje novi element uz emisiju elektronskog neutrina:



$\gamma$  raspad ne dovodi do promjene identiteta jezgra nego samo do promjene njegovog energetskog stanja. Obično nestabilno, pobudeno jezgro prelazi u stabilnije stanje, uz emisiju visokoenergetskih fotona:



gdje je  $*$  oznaka za pobudeno jezgro, a  $\gamma$  emitovani foton.

Novozelandski fizičar Ernest Rutherford je 1900. godine primijetio da brzina emisije radioaktivnih čestica eksponencijalno opada s vremenom.

Brzina kojom se raspada radioaktivni materijal naziva se aktivnost i označava sa  $A$ . Ona je jednak broju raspada  $N$  u jedinici vremena  $t$ :

$$A = -\frac{dN}{dt} . \quad (8.6)$$

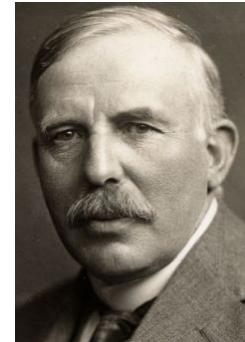
Znak minus u gornjoj jednačini označava da se broj raspada u toku vremena smanjuje. Jedinica za aktivnost je Becquerel (1 Bq =  $1 \frac{\text{raspad}}{\text{s}}$ ). Aktivnost je proporcionalna broju nestabilnih jezgri:

$$A = \lambda N(t) , \quad (8.7)$$

gdje je  $\lambda$  konstanta radioaktivnog raspada koja zavisi od prirode radioaktivne supstance. Iz gornjih jednačina slijedi da je

$$dN = -\lambda N(t) dt . \quad (8.8)$$

Pozitron je antičestica elektrona, iste mase i spina, ali električki je pozitivna. Veoma brzo reaguje sa elektronima u materiji i u procesu anihilacije (poništavanja) emituje se  $\gamma$  zračenje.



Slika 8.2: Ernest Rutherford (1871-1937).

Integracijom jednačine (8.8) dobija se eksponencijalna zavisnost

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (8.9)$$

gdje je  $N_0$  početni broj jezgri. Vrijeme poluraspada  $T$  jezgra je vrijeme za koje se raspade polovina od početnog broja jezgara, tj. vrijeme nakon kojeg ostane pola početnih jezgara roditelja:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (8.10)$$

## 8.2 Izvođenje mjerena i mjerni uređaj

Pribor: radioaktivni izvor, staklena epruveta, mjerne jedinice Cobra3 Com i Cobra3 Basic.

Mjerni uređaj je predstavljen na slici 8.3 i sastoji se od epruvete u koju se stavlja radioaktivni uzorak i dvije mjerne jedinice Cobra3 Com i Cobra3 Basic. Mjeri se aktivnost radioaktivnog izotopa cezija  $\text{Cs}^{137}$ . Ovaj izotop sa vremenom poluraspada od 30,1 godinu se putem beta raspada (94,6 %) pretvara u metastabilni barij  $\text{Ba}^{*137}$ . Daljom emisijom  $\gamma$  zračenja (662 keV) i vremenom poluraspada od 2,6 minuta on prelazi u stabilni  $\text{Ba}^{137}$ .



Slika 8.3: Eksperimentalni uređaj za mjerjenje aktivnosti.

Procedura mjerena je slijedeća:

- Pripremiti radioaktivni preparat i postaviti nasuprot brojačke cijevi.
- Spojiti jedinicu Cobra3 Com i Cobra3 Basic.
- Spojiti modul brojača na Cobra3 Basic jedinicu. Povezati brojačku cijev na modul podesnim BNC kablom.
- Uključiti Cobra3 Com.
- Pomoću točka za selekciju na Cobra3 Com dovesti strelicu na Port config. Pritisnuti ENTER na Cobra3 Com.

- f) Pomoću točka za selekciju strelicu dovesti na MODUL- Port. Pritisnuti ENTER.
- g) Mjereni parametri moraju biti selektovani prije početka mjerenja. Da bi se to učinilo potrebno je pritisnuti dugme za selekciju koje se nalazi ispod Config.
- h) Pomoću selekcionog točka strelicu namjestiti na Imp/s, zatim pritisnuti ENTER.
- i) Pomoću selekcionog točka namjestiti strelicu na Gate i pritisnuti ENTER.
- j) Namjestiti interval mjerenja na 10 s. Pritisnuti ENTER.
- k) Pritisnuti ESCAPE i početi mjerenje pritiskom na START.

### 8.3 Obrada podataka

1. Grafičkom metodom odrediti konstantu poluraspada  $\lambda$  i vrijeme poluraspada  $T$  za datu radioaktivnu supstancu.

$t$ (s)	$A \left( \frac{\text{raspad}}{\text{s}} \right)$	$\ln A$	$t$ (s)	$A \left( \frac{\text{raspad}}{\text{s}} \right)$	$\ln A$
10			310		
20			320		
30			330		
40			340		
50			350		
60			360		
70			370		
80			380		
90			390		
100			400		
110			410		
120			420		
130			430		
140			440		
150			450		
160			460		
170			470		
180			480		
190			490		
200			500		
210			510		
220			520		
230			530		
240			540		
250			550		
260			560		
270			570		
280			580		
290			590		
300			600		

Tabela 8.1: Aktivnost radioaktivnog uzorka u ovisnosti od vremena.



## Fizikalne konstante

Naziv	Oznaka	Iznos
Stefan-Boltzmannova konstanta	$\sigma$	$5,760 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$
Planckova konstanta	$h$	$6,626 \cdot 10^{-34} \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{kg}}$
Boltzmannova konstanta	$k$	$1,380 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J} \cdot \text{K}}{\text{s}^2 \text{kg}}$
Brzina svjetlosti u vakuumu	$c$	$299\ 792\ 458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Naboj elektrona	$e$	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masa elektrona	$m$	$9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Specifični naboj elektrona	$e/m$	$1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$
Permeabilnost vakuuma	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$
Viskoznost vazduha na 20 ° C	$\eta$	$18,27 \cdot 10^{-6} \text{ Pas}$



## *Bibliografija*

1. N. Tanović, L. Tanović, FIZIKA OSNOVE ATOMSKE I NUKLEARNE FIZIKE, UNIPRINT Sarajevo, 1991.
2. S. Marić, Fizika, Svjetlost Sarajevo, 2001.
3. A. Beiser, Concepts Of Modern Physics, 5th edition, McGraw-Hill Inc. New York, 1995.
4. N. Gabela, Praktikum iz optike, IP Svjetlost Sarajevo, 2001.
5. V. Šips, Uvod u fiziku čvrstog stanja, Školska knjiga Zagreb, 1991.