

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

LEONARDO JELENKOVIĆ

**ANALIZA I VREDNOVANJE STEWARTOVIH  
PARALELNIH MEHANIZAMA**

MAGISTARSKI RAD

ZAGREB, 2001

Magistarski rad je izrađen u  
*Zavodu za elektroniku, mikroelektroniku, računalne i inteligentne sustave,  
Fakulteta elektrotehnike i računarstva, Sveučilišta u Zagrebu.*

Mentor: prof.dr.sc. Leo Budin

Magistarski rad ima 96 stranica

Rad br.:

*Roditeljima*

# SADRŽAJ

---

<b>1. UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2. PREGLED POSTOJEĆIH PARALELNIH MANIPULATORA</b>	<b>4</b>
<b>3. STEWARTOVA PLATFORMA</b>	<b>8</b>
3.1. <i>Heksapod s upravljivom duljinom krakova</i>	9
3.2. <i>Heksapod sa konstantnom duljinom krakova</i>	13
<b>4. RADNI PROSTOR</b>	<b>16</b>
4.1. <i>Ograničenja u zglobovima</i>	17
4.2. <i>Ograničenja zbog prodiranja među krakovima</i>	20
4.3. <i>Algoritam određivanja točaka radnog prostora</i>	23
4.4. <i>Procjena broja operacija</i>	25
4.5. <i>Programska implementacija</i>	26
<b>5. ANALIZA GREŠAKA</b>	<b>28</b>
5.1. <i>Heksapod s upravljivom duljinom krakova</i>	29
5.2. <i>Heksapod sa konstantnom duljinom krakova</i>	32
5.3. <i>Utjecaj tolerancija</i>	33
5.4. <i>Procjena broja operacija</i>	35
5.5. <i>Programska implementacija</i>	35
<b>6. KINEMATIKA</b>	<b>37</b>
6.1. <i>Heksapod sa upravljivom duljinom krakova</i>	37
6.2. <i>Heksapod sa konstantnom duljinom krakova</i>	38
6.3. <i>Analiza jakobijane sustava</i>	39
6.4. <i>Procjena broja operacija</i>	42
6.5. <i>Programska implementacija</i>	42
<b>7. UPRAVLJANJE HEKSAPODOM</b>	<b>44</b>
7.1. <i>Ograničenja mehanike</i>	44
7.2. <i>Ograničenja radnog prostora</i>	44
7.3. <i>Ograničenja kinematike</i>	45
7.4. <i>Povratna veza</i>	46
7.5. <i>Programska implementacija</i>	46
<b>8. PARALELNI MANIPULATORI OPTIMALNE STRUKTURE</b>	<b>48</b>
8.1. <i>Kriterij veličine radnog prostora</i>	48
8.2. <i>Kriterij minimalnih grešaka</i>	65

## SADRŽAJ

---

<i>8.3. Kriterij optimalne kinematike</i>	72
<i>8.4. Kombinacija kriterija</i>	83
<b>9. ZAKLJUČAK</b>	<b>86</b>
<b>LITERATURA</b>	<b>88</b>
<b>PRILOG A: Generiranje trokuta za prikaz volumena OpenGL sučeljem</b>	<b>90</b>
<b>SAŽETAK</b>	<b>94</b>
<b>SUMMARY</b>	<b>95</b>
<b>ŽIVOTOPIS</b>	<b>96</b>

## 1. UVOD

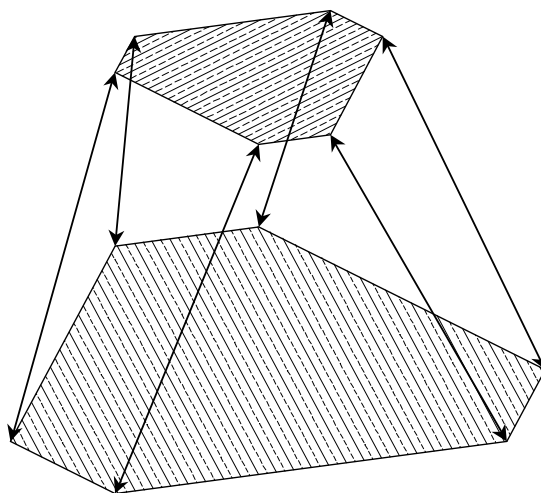
U potrazi za manipulatorima boljih svojstava već desetak godina se razmatraju modeli sa paralelnom kinematikom. Među njima posebno se ističu modeli izgrađeni na osnovu stroja koji je još šezdesetih predstavio D. Stewart [STE 66] za potrebe simulatora leta. Prema njemu takvi su modeli prozvani *Stewartovim platformama*. Drugi naziv koji se često koristi za takve modele jest *heksapod*. Neki autori preferiraju naziv *Goughov paralelni manipulator* po V.E. Goughu [GOU 62] koji je prije Stewarta proučavao slične paralelne strukture. Iako još u razvojnoj fazi već su u upotrebi alatni strojevi te ostali manipulatori bazirani na Stewartovoj platformi.

Koja su to “bolja svojstva” koja se danas traže od obradnih mehanizama. Sadašnji mehanizmi dovedeni su već do svojih graničnih mogućnosti. Ogromnom većinom su to slijedni (višeosni) strojevi, što znači da se sam alat, primjerice kod glodalice, nalazi na kraju slijedno povezanih pokretnih dijelova. Opterećenje se prenosi sa jednog dijela na drugi, od vrha alata stroja pa sve do zadnjeg, pasivnog elementa koji je učvršćen za podlogu. To uzrokuje relativno malo radno opterećenje koji taj stroj može podnijeti, odnosno, ograničava njegovu upotrebu. Relativno velika masa koju takav stroj mora imati, ako se želi dobiti veća robusnost i točnost, značajno smanjuje kinematske mogućnosti stroja. Utjecaj pogrešaka nastalih zbog naprezanja ili temperaturnih promjena ili čak tvorničkih grešaka pribrajaju se svakim segmentom takvog stroja te ukupna greška može znatno narasti i premašiti očekivane vrijednosti. Osim već spomenutih nedostataka, cijena takvih strojeva je vrlo visoka.

Dobra kinematska svojstva obradnih mehanizama su jedne od glavnih značajki neophodnih pri visokobrzinskoj obradi kojoj se danas teži iz ekonomskih razloga. Međutim, povećanje brzine obrade postavlja znatno veće zahtjeve na same mehanizme, koje sadašnji slijedni manipulatori u većini slučajeva nisu u stanju zadovoljiti. Zbog tih razloga pristupilo se proučavanju paralelnih mehaničkih struktura, odnosno, struktura kod kojih postoje barem dva paralelna slijedna lanca koja su sa jedne strane učvršćena za nepokretnu platformu, a sa druge strane za alat. Najzanimljivije, odnosno trenutno najviše obećavajuće paralelne strukture zasnovane su na Stewartovoj platformi, odnosno, nekoj od modifikacija Stewartove platforme.

Slika 1.1 prikazuje osnovni model Stewartove platforme. Strelice na krakovima ukazuju na to da je njihova duljina promjenjiva.

Za razliku od slijednih struktura, kod Stewartove platforme alat je učvršćen na jednu pokretnu (gornju) platformu koja je preko šest krakova zglobno povezana sa drugom nepokretnom (donjom) platformom. Upravljanje se obavlja isključivo promjenom duljina krakova, koji su u ovom slučaju aktivni elementi manipulatora. Krakovi se vežu za platformu preko zglobova, koji su obično kuglični (sferni) ili univerzalni (kardanski). Iz same konstrukcije je jasno da su sva naprezanja krakova usmjerena jedino u aksijalnom smjeru, tj. u smjeru krakova. Dopuštena naprezanja u tom smjeru daleko su veća nego u poprečnom smjeru kao što je to slučaj kod slijednih strojeva. Također, opterećenje na alat, odnosno gornju platformu, raspoređuje se na šest krakova te je opterećenje po kraku znatno manje u usporedbi sa standardnim slijednim alatnim strojevima. Zglobovi su pasivni elementi takvog paralelnog manipulatora te su i njegova naprezanja znatno manja.



**Slika 1.1 Stewartova platforma**

Što se kinematskih svojstava tiče, ovo je područje još uvijek u toku intenzivnih istraživanja, ali se već neki zaključci daju učiniti. Masa pokretnog dijela paralelnog mehanizma mnogo je manja u odnosu na slijedni, pa se mogu očekivati mnogo bolja kinematska svojstva. Sama konstrukcija, odnosno, geometrija heksapoda značajno utječe na sva svojstva, od veličine radnog prostora (prostora koji je dohvatljiv sa alatom), kinematska svojstva, sve do utjecaja pogrešaka koji je kod paralelnih struktura znatno manji. Uspoređujući samo neke modele može se zaključiti da su i kinematska svojstva ovih modela mnogo bolja od standardnih slijednih manipulatora. Pošto se paralelni manipulatori sastoje od više istih dijelova, manje složenosti od slijednih manipulatora, cijena bi trebala biti niža. Nedostatak paralelnih manipulatora je veličina radnog prostora. Dok je kod slijednih struktura radni prostor prilično velik u odnosu na samu strukturu, kod paralelnih struktura radi se o relativno malom radnom prostoru, odnosno, velikom volumenu samog stroja u odnosu na područje koje je dohvatljivo alatom

Razloga zašto takvi manipulatori nisu već ranije ušli u upotrebu ima nekoliko. Prvi jest razvoj dovoljno jakih mikroprocesora, neophodnih za upravljanje paralelnim manipulatorima. Dok je kod slijednih mehanizama pojedinim osima moguće upravljati čak i ručno, pošto je svaka os nezavisna, kod paralelnih mehanizama treba izvršiti promjenu koordinatnog sustava te onda istovremeno upravljati sa svim osima (mijenjajući duljine krakova). To se ne može obaviti ručno a da bude dovoljno precizno. Tek se zadnjih desetak godina sa pojavom dovoljno snažnih računala može cijeli model i simulirati te time znatno smanjiti troškove razvoja. Pored toga istraživanja se obavljaju paralelno na više različitih istraživačkih središta. Da bi takvi manipulatori bili prihvaćeni za širu upotrebu moraju se najprije dokazati u proizvodnom procesu. Razni manipulatori paralelne strukture mogu se već naći na tržištu, a veliki dio njih temeljen je na Stewartovoj platformi.

U ovom radu analizirati će se radni prostor paralelnih manipulatora temeljnih na Stewartovoj platformi. Mijenjanjem parametara modela tražena je odgovarajuća struktura koja ima zadovoljavajuća svojstva u pogledu same veličine radnog prostora, kinematskih svojstava kao i utjecaja pogrešaka i tolerancija.

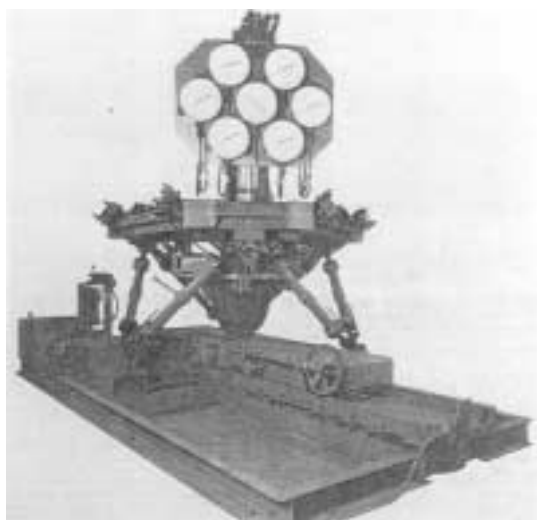
U poglavlju 2 dat je prikaz nekoliko postojećih strojeva baziranih na heksapodu. U poglavlju 3 formalno se definiraju manipulatori temeljeni na strukturi Stewartove platforme. Radni prostor i ograničenja koja su zadovoljena u njegovim točkama kao i algoritmi za njihovu provjeru opisani su u 4. poglavlju. Peto se poglavlje bavi utjecajem odstupanja vrijednosti pojedinih komponenata modela na položaj i orijentaciju krajnje točke manipulatora (vrha alata) te određivanjem postupka njihova računanja. U 6. se

poglavlju definiraju vrijednosti koje opisuju kinematska svojstva manipulatora te predstavljaju algoritmi za njihovo izračunavanje. Upravljanje paralelnim manipulatorom i problemi koji se tu pojavljuju opisani su ukratko u poglavlju 7. U poglavlju 8 prikazan je postupak određivanja najboljih parametara modela heksapoda radi postizanja ili najvećeg radnog prostora ili najboljih kinematskih svojstava ili najmanjih grešaka uslijed tolerancija ili optimuma funkcije koja kombinira više kriterija. Za svaki parametar modela prikazan je njegov utjecaj na određen kriterij te kombinacijom najboljih parametara predložen model najboljih svojstava (u dosegu odabranog postupku) za zadani kriterij ili kombinaciju kriterija.



## 2. PREGLED POSTOJEĆIH PARALELNIH MANIPULATORA

Paralelni manipulatori, odnosno, bilo kakve paralelne strukture primjenjive u industriji, doživljavaju svoj značajniji razvoj tek zadnjih desetak godina. Razmatranja paralelnih struktura bilo je i prije od kojih treba spomenuti *V.E. Gougha* i *D. Stewarta*. Gough je još 1948. razvio paralelnu strukturu namijenjenu testiranju automobilskih guma (slika 2.1), ali je svoj rad publicirao tek 1962. [GOU 62] i tada nije izazvao veće pozornosti. Nasuprot tome, Stewartov rad [STE 66], publiciran tek nekoliko godina kasnije izaziva popriličnu pozornost, pogotovo zadnjih desetak godina. Stewart je izradio simulator letenja (slika 2.2) koristeći paralelnu strukturu koja je građena od šest identičnih hidraulički upravljanih krakova koji su univerzalnim zglobovima vezani za postolje te sfernim za pokretnu platformu. Radi jednostavnosti modela, velike nosivosti, povećane krutosti i preciznosti Stewartova platforma je privukla pažnju mnogih istraživača proteklih godina.



Slika 2.1 Stroj za testiranje guma



Slika 2.2 Simulator leta

Prednosti konstrukcije i obrade pojedinih proizvoda pobudili su poprilično zanimanje za ovakav tip strojeva. Brza obrada danas pretpostavlja brzine rezanja u rasponu do 1000 m/min, posmike između 5000 i 10000 m/min te tolerancije oblika i dimenzija ispod 50  $\mu\text{m}$  na toplinski tretiranim čelicima. Matrice i kalupi kao oblikovno najzahtjevniji proizvodi, posjeduju još i visoki udio slobodno oblikovanih ploha. Za razliku od troosne obrade, heksapod sa svojih šest stupnjeva slobode može puno bolje prići obratku, rezultirajući puno boljim svojstvima obrađene površine, smanjujući hrapavost i povećavajući preciznost obrade, većoj brzini obrade uz značajno produljenje vijeka trajanja. Prednosti su, dakle, i tehnološke i ekonomske [WAR 98], [TLU 93]. Podaci i slike paralelnih manipulatora i alatnih strojeva opisanih u nastavku mogu se naći na internetu, na stranicama proizvođača, odnosno ustanova koje se bave istraživanjem takvih modela.

Među prvim paralelnim manipulatorima, odnosno, obradnim strojevima koji su postigli značajniji uspjeh, a temeljeni na Stewartovoj platformi, jest *Oktaedar Hexapod* (slika 2.3) korporacije *Ingersol* (SAD) [www 1]. Razlike u odnosu na Stewartov model postoje u rasporedu zglobova na nepokretnoj platformi, gdje zglobovi nisu izmješteni u istoj ravnini.



Slika 2.3 Oktaedar Hexapod



Slika 2.4 Hexaglide

Institut IWF (EPFN, Zurich, Švicarska) [www 2], razvija nešto drugačiji alatni stroj pod nazivom *Hexaglide* (slika 2.4). Za razliku od *Oktaedar hexapoda*, odnosno, klasične Stewartove platforme *Hexaglide* ostvaruje upravljanje pokretnom platformom translacijom zglobova duž nepokretne platforme pomoću paralelnih vodicica, dok su krakovi kruti, tj. stalne duljine. Time se znatno smanjuje cijena modela, ali i uvode dodatna ograničenja na upotrebu. *Hexaglide* je posebno pogodan za obradu dužih i uskih dijelova, dok u poprečnom smjeru na vodicice ostvaruje manji prostor djelovanja.

Slika 2.5 prikazuje proizvod tvrtke *Hexel* (Portsmouth, SAD) pod nazivom *Tornado 2000* [www 3]. Zanimljivost ovog alatnog stroja jest u tome što ima samo tri zgloba na pokretnoj platformi, ali su oni dvostruki, tj. po dva kraka dolaze u isti zglob. Podaci za ovaj stroj mogu se pronaći na internetu, a od njih spomenimo radni prostor veličine 400 mm u X, Y i Z smjeru, preciznost od 25 $\mu$ m, ponovljivost 10 $\mu$ m, razlučivost 0.5 $\mu$ m te brzina rezanja od 300 mm/s.



Slika 2.5 Tornado 2000



Slika 2.6 Tricept 805

*NEOS Robotics* [www 4] predstavlja alatni stroj *Tricept 805* (slika 2.6) koji nije temeljen na Stewartovoj platformi, ali je zanimljiv zato jer koristi sličnu paralelnu strukturu za upravljanje alatom. Podaci koje daje proizvođač kažu da je preciznost ispod

50 $\mu$ m u radnom prostoru 800 $\times$ 800 $\times$ 400 mm te ima ponovljivost ispod 10 $\mu$ m. Veličina samog stroja iznosi 3.8 $\times$ 4.4 $\times$ 5 m, dok ukupna težina iznosi 17700 kg.



Slika 2.7 HexaM



Slika 2.8 HexVantage

Slično kao i *Hexaglide*, proizvod japanske tvrtke *Toyoda* (Japan) [www 5] naziva *HexaM* (slika 2.7), za pokretanje pokretne platforme služi se pokretnim zglobovima na fiksnoj platformi. Međutim, kliznici nisu u istoj ravnini već su u parovima raspoređeni po bridovima trostrane simetrične piramide kako se to nazire iz slike 2.7.

Proizvod tvrtke *Pathfinder* (SAD) [www 6] *HexVantage* (slika 2.8) modifikacija je Stewartove platforme na taj način da se zglobovi na fiksnoj kao i na pokretnoj platformi nalaze u dvije ravnine, tj. po tri u svakoj. Preciznost se kreće oko 13 $\mu$ m u radnom prostoru veličine valjka promjera 160mm i visine 190mm.

Posebno zanimljiv jest produkt tvrtke *Physik Instrumente* (Njemačka) [www 7] pod imenom *M-850 Hexapod* (slika 2.9) zato što je potpuno u skladu sa Stewartovim modelom. Svojstva ovog heksapoda su vrlo veliki kapacitet u okomitom smjeru (200 Kg) te dosta manji u proizvoljnom smjeru (50 Kg) uz vrlo veliku preciznost. Razlika između mogućeg opterećenja u vertikalom i proizvoljnom smjeru je ogromna te pokazuje da ovaj i njemu slični modeli podnose znatno veću silu koja je paralelna sa vertikalnom osi nego silu drukčijeg smjera, a pogotovo momente oko osi vertikalne na gornju platformu. Zahvaljujući preciznosti ovaj model može poslužiti kao postolje za uređaje kojima omogućuje vrlo precizno upravljanje.



Slika 2.9 M-850 Hexapod



Slika 2.10 Fanuc F-100i

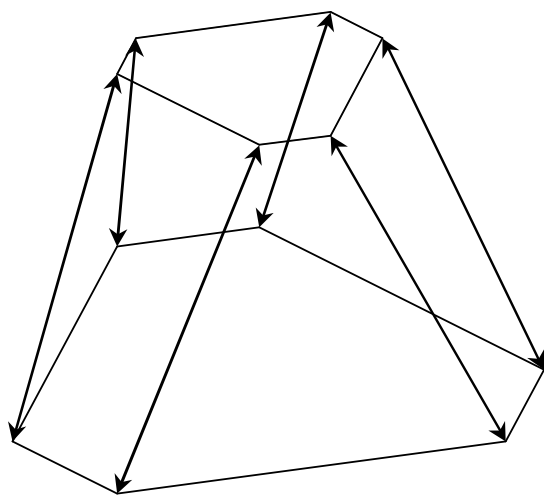
Još jedan proizvod koji je u skladu sa Stewartovom platformom jest *Fanuc F-100i*

[www 8] proizvod *FA&Robot Fanuc LTD* (slika 2.10). Dinamičko maksimalno opterećenje za ovaj model iznosi 36 Kg, dok je statičko 140 Kg u vertikalnom te 75 Kg u vodoravnom smjeru. Ponovljivost iznosi 0.1 mm.

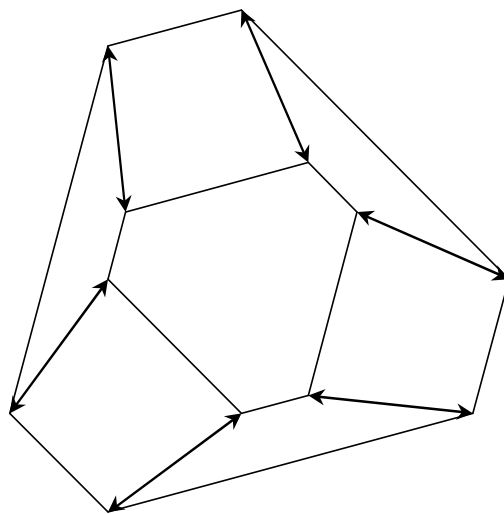
Navedeno je nekoliko primjera manipulatora temeljenih na paralelnim strukturama sličnim Stewartovu modelu, dok su ostali većinom vrlo slični već prikazanim. Razlikuju se većinom po položaju zglobova na gornjoj i/ili donjoj platformi čime se žele postići bolja svojstva za specifične namjene.

### 3. STEWARTOVA PLATFORMA

Već je spomenuto da je Stewart radio na simulatoru leta posluživši se specifičnom paralelnom strukturom. Stewartova platforma (heksapod) sastoji se od dvije platforme, jedne nepokretne, učvršćene za postolje te druge pokretne (slika 3.1), na koju se smješta alat kod alatnog stroja ili kabina kod simulatora leta. Dvije su platforme povezane isključivo pomoću šest identičnih krakova čijom se duljinom može upravljati te tako upravljati i položajem i orijentacijom gornje pokretne platforme.



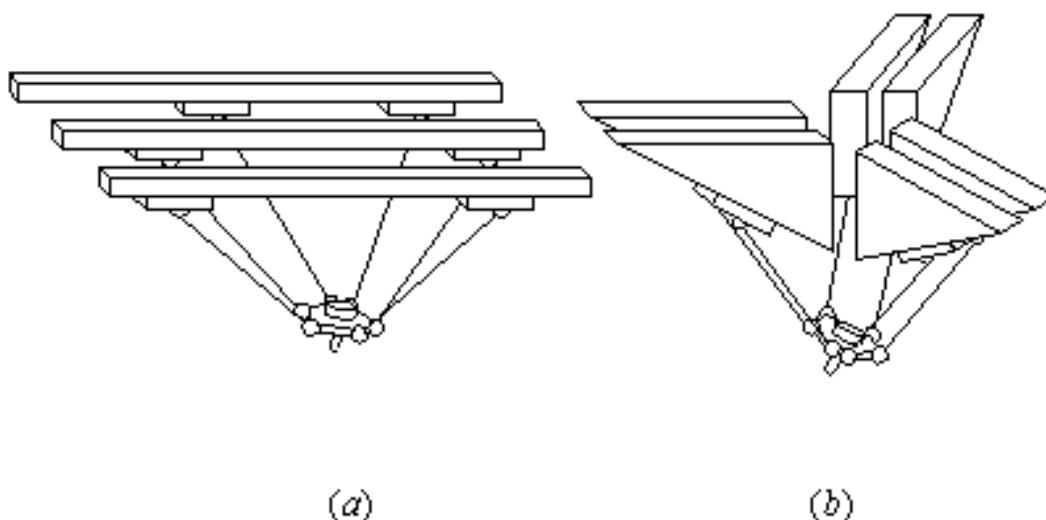
Slika 3.1 Stewartova platforma



Slika 3.2 Tlocrt Stewartove platforme

Krakovi su sa platformama povezani preko sfernih zglobova (u općem slučaju) omogućujući gornjoj platformi šest stupnjeva slobode: tri translacijska i tri rotacijska. Zglobovi su raspoređeni asimetrično (slika 3.2) radi poboljšavanja svojstava strukture. Ukoliko bi npr. zglobovi bili postavljeni simetrično na gornjoj i donjoj platformi tada takva struktura ne bi bila stabilna jer se ne bi mogla oduprijeti momentu u vertikalnoj osi, odnosno, svaki vanjski moment u smjeru vertikale promijenio bi položaj pokretne platforme, dok bi duljine krakova ostale iste. Taj dodatni neupravljivi stupanj slobode koji se ovdje pojavljuje želi se izbjeći pod svaku cijenu te se koristi određena asimetrija u položaju zglobova na bar jednoj platformi.

Stewartova platforma u svom izvornom obliku pretpostavlja da su zglobovi na donjoj platformi u jednoj ravnini te zglobovi na gornjoj u drugoj ravnini. Promatrano izdvojeno za svaku platformu, zglobovi su raspoređena na kružnici zadanog polumjera te sa određenim kutovima u XY ravnini. Pored ovog izvornog najjednostavnijeg oblika postoje i strukture koje se bitno razlikuju od gornjih slika, a također se nazivaju Stewartovim platformama, odnosno modificiranim Stewartovim platformama. Razlike mogu biti u samom rasporedu zglobova na gornjoj i/ili donjoj platformi koji više nisu na kružnici ili čak niti u istoj ravnini, pa sve do takvih modela kojima zglobovi više nisu statični već klize po vodilicama. Primjeri za ove posljednje modele su *Hexaglide* te *HexaM* (slika 3.3).

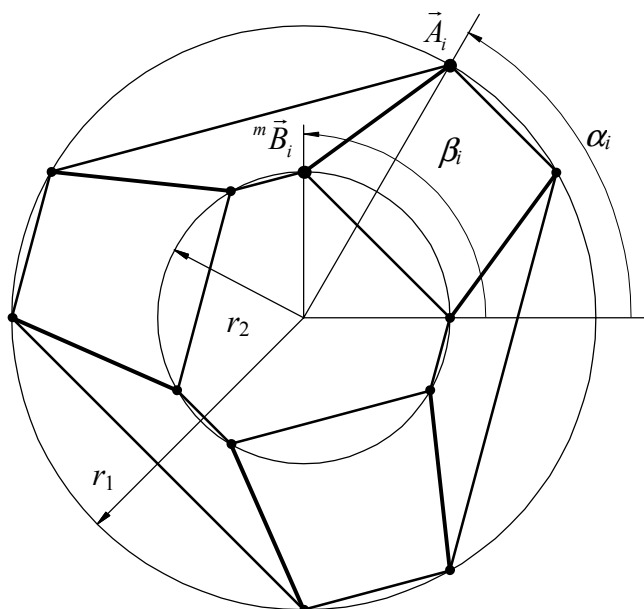


Slika 3.3 Primjeri struktura sa pokretnim zglobovima *Hexaglide* i *HexaM*

Općenito, Stewartove platforme mogu se podijeliti na one sa promjenjivim duljinama krakova i na one sa konstantnim duljinama krakova, ali sa pokretnim zglobovima na nepokretnoj platformi. Geometrija i ostala svojstva poprilično se razlikuju za ta dva koncepta te će se oni opisati u zasebnim poglavljima. Ostali modeli, npr. modeli s istovremeno kliznim zglobovima i promjenjivim duljinama krakova su rijetki te oni neće biti razmatrani u ovom radu.

### 3.1. Heksapod s upravljivom duljinom krakova

Ova platforma se najčešće ukratko naziva samo Stewartova platforma ili heksapod, ali je duži naziv korišten da bi se označila razlika između dva osnovna modela.



Slika 3.4 Definiranje položaja zglobova pomoću polumjera i kuteva

Najjednostavniji model se sastoji od dviju platformi na kojima su zglobovi raspoređeni u istoj ravnini te se nalaze na istoj udaljenosti od središta platforme. Za opis takve strukture potrebno je definirati položaje zglobova na donjoj nepokretnoj i gornjoj pokretnoj platformi te definirati minimalne i maksimalne duljine koje krakovi mogu poprimiti. Ostale

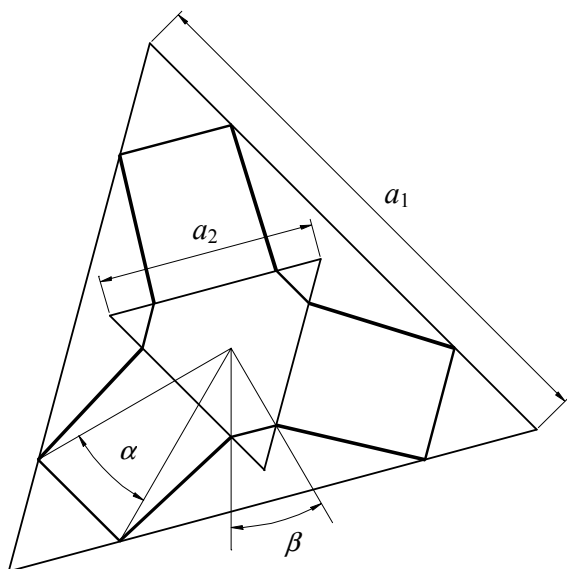
specifikacije trenutno nisu bitne te će se o njima raspravljati kada se pokažu potrebnima. Logično je da se za svaku od platformi odredi lokalni koordinatni sustav u kojemu će koordinate zglobova biti konstantne te će se tako zglobovi iskazivati u lokalnom koordinatnom sustavu bazne ili pokretne platforme. Osi tih koordinatnih sustava postavljene su tako da osi X i Y leže u ravni platforme.

Jedan od način definiranja zglobova za ovakvu strukturu jest da se definiraju polumjeri kružnica na kojoj se nalaze hvatišta te se za svako hvatište posebno odredi kut u ravni (slika 3.4).

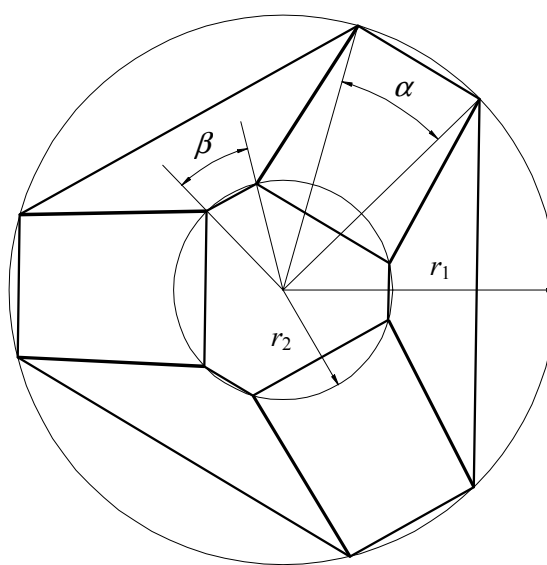
Položaji zglobova na donjoj i gornjoj (pokretnoj) platformi označena su vektorima  $\vec{A}_i$  i  ${}^m\vec{B}_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, 6\}$ , u lokalnim koordinatama nepokretne, odnosno gornje platforme. Koordinatni sustav nepokretne platforme se najčešće podudara sa globalnim koordinatnim sustavom. Nasuprot tome, zglobovi pokretne platforme zadani u lokalnom koordinatnom sustavu imaju posve druge koordinate u globalnom koordinatnom sustavu te se i drugačije označuju. Lijevi gornji prefiks u oznaci  ${}^m\vec{B}_i$  označuje da se radi o vektoru zadanom u lokalnom koordinatnom sustavu pokretne platforme. Bez te oznake, odnosno pomoću  $\vec{B}_i$  označuje se da se radi o vektoru u globalnom koordinatnom sustavu. Pomoću slike 3.4 određuju se točke  $\vec{A}_i$  i  ${}^m\vec{B}_i$  u ovisnosti parametara  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $\alpha_i$  i  $\beta_i$  prema formuli (3.1).

$$\vec{A}_i = r_1 \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha_i \\ \sin \alpha_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad {}^m\vec{B}_i = r_2 \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i \in \{1, 2, \dots, 6\} \quad (3.1)$$

Za određivanje položaja zglobova na ovaj način potrebno je dakle definirati polumjere nepokretne i gornje platforme te po jedan kut za svaki zglob što ukupno daje  $2+2*6=12$  veličina. Ukoliko se radi o standardnoj asimetričnoj platformi koje se najčešće koriste, broj veličina može se bitno smanjiti. Ukoliko se dulji bridovi koji povezuju zglobove na pojedinoj platformi sa slike 3.4 produlje sa svake strane do sjecišta sa sljedećim bridom dobivaju se dva istostranična trokuta međusobno rotirana za  $\pi/3$  (slika 3.5).



Slika 3.5 Definiranje položaja zglobova pomoću trokuta te manjih kuteva među zglobovima



Slika 3.6 Definiranje položaja zglobova pomoću manjih kuteva među zglobovima i kružnicama

Položaji zglobova mogu se na ovaj način definirati pomoću samo četiri veličine, stranicama trokuta  $a_1$  i  $a_2$  te kutevima među dva bliža zgloba  $\alpha$  i  $\beta$ . Uobičajeno je, međutim, umjesto trokuta koristiti kružnice na kojima leže zglobovi te se umjesto duljina stranica trokuta zadaju polumjeri kružnica  $r_1$  i  $r_2$  (slika 3.6).

Na osnovi kuteva  $\alpha$  i  $\beta$  mogu se izračunati kutevi  $\alpha_i$  i  $\beta_i$  prema formuli (3.2) te onda i hvatišta prema (3.1). Kut  $\alpha_0$  u formuli (3.2) može se odabrati po volji jer ne utječe na samu strukturu već samo određuje rotaciju ravnine XY u odnosu na zglobove.

$$\alpha_i = \alpha_0 + \frac{2\pi}{3} \cdot \left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor + \alpha \cdot \left( i \bmod 2 - \frac{1}{2} \right) \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.2)$$

$$\beta_i = \alpha_0 + \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} \cdot \left\lfloor \frac{i-1}{2} \right\rfloor - \beta \cdot \left( i \bmod 2 - \frac{1}{2} \right)$$

Uz odabir položaja zglobova treba također odrediti i vrstu zglobova. Sferni zglobovi daju tri stupnja slobode dok kardanski samo dvije. Pored toga zglobovi unose određena ograničenja na smjer krakova zbog same mehanike zglobova. Ograničenja znatno ovise o načinu spajanja zglobova na platforme, ali o tome detaljnije u sljedećem poglavlju.

Pored definiranja položaja zglobova na pokretnoj i nepokretnoj platformi kao osnovne parametre Stewartove platforme treba još odrediti minimalne i maksimalne duljine krakova ( $l_{\min}$ ,  $l_{\max}$ ) te eventualno duljinu alata ( $l_{alat}$ ) koji se smješta u središte pokretne platforme. Prema tome standardna izvedba Stewartove platforme opisuje se uređenom sedmorkom prema (3.3).

$$H(\alpha, \beta, r_1, r_2, l_{\min}, l_{\max}, l_{alat}) \quad (3.3)$$

Ukoliko struktura nije tako jednostavne strukture, odnosno, položaji zglobova na jednoj ili obje platforme više ne leže na kružnici ili čak nisu u istoj ravnini tada se struktura mora zadati sa mnogo više parametara. Najopćenitiji slučaj jest onaj u kojem se kao parametri zadaju točke hvatišta svakog od zglobova posebno. Takva struktura može se opisati uređenim skupom prema (3.4).

$$H(\vec{A}_i, {}^m\vec{B}_i, l_{\min}, l_{\max}, l_{alat}, i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \quad (3.4)$$

Prednosti jednostavnog modela (3.3) jest u tome što svaki parametar predstavlja jasnu geometrijsku značajku. Kod složenog modela (3.4) zadana je hrpa vektora među kojima je mnogo teže uspostaviti geometrijsku povezanost.

Ukoliko je Stewartova platforma zadana sa nekim od jednostavnih modela sa manjim brojem parametara, primjerice u obliku (3.3), on se prije računanja raznih svojstava heksapoda mora prevesti u složeniji, ali računski upotrebljivi oblik zadan sa (3.4). Pretvorba ide preko formula (3.2) i (3.1).

### 3.1.1. Unaprijedna kinematika

Kinematika je grana fizike koja se bavi definiranjem/računanjem (odnosa) brzina i akceleracija raznih mehaničkih struktura. U ovom kontekstu slijednih i paralelnih manipulatora razlikuju se *unaprijedna* i *inverzna kinematika*.

Unaprijedna kinematika bavi se problemom pretvorbe iz prostora manipulatora



(lokalnih koordinatnih sustava) u prostor kartezijskih koordinata. Prostor manipulatora predstavljaju vrijednosti koje definiraju veličine i odnose među segmentima manipulatora, npr. kutevi među uzastopnim segmentima slijednog manipulatora ili duljine krakova kod paralelnih struktura. Kod slijednih manipulatora problem računanja položaja krajnje točke jest vrlo jednostavan i svodi se na množenje matrica svih transformacija među susjednim segmentima. Kod paralelnih manipulatora radi se o problemu koji u većini slučajeva nije moguće algebarski riješiti već se on rješava numerički. Kod Stewartove platforme problem unaprijedne kinematike je vrlo složen i općenito nema algebarsko rješenje.

Problem unaprijedne kinematike svodi se na računanje položaja i orijentacije pokretne platforme ukoliko su zadane duljine svih krakova. Geometrija strukture zadana je skupom veličina prema (3.4). Problem se može prikazati preslikavanjem prema (3.5), gdje vektor  $\vec{T}$  predstavlja duljine krakova.

$$f: \vec{l} \rightarrow (\vec{T}, \underline{R}) \quad (3.5)$$

Neka vektor  $\vec{B}_i$  predstavlja položaj zgloba na pokretnoj platformi u globalnim koordinatama (obično u istom koordinatnom sustavu u kojem su zadane koordinate zglobova na nepokretnoj platformi) te neka tražene veličine vektor  $\vec{T}$  i matrica  $\underline{R}$  predstavljaju vektor translacije i matricu rotacije koordinatnog sustava pokretne platforme. Matrica rotacije  $\underline{R}$  može se izraziti na više načina, ali je u općem slučaju uvijek određuju tri kuta. Ukoliko se neke rotacije unaprijed eliminiraju iz razmatranja (npr. oko Z osi) tada su dovoljna i dva kuta za opis rotacije. Vektor  $\vec{B}_i$  se može izraziti prema (3.6).

$$\vec{B}_i = \vec{T} + \underline{R} \cdot \vec{B}_i \quad (3.6)$$

Pošto su zadane duljine krakova  $l_i$  da bi izračunali vektor translacije i matricu rotacije moramo riješiti sustav nelinearnih jednadžbi prema (3.7), gdje funkcija 'd()' označava euklidsku udaljenost između dvije točke prema (3.8).

$$d(\vec{A}_i, \vec{B}_i) = l_i \quad i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (3.7)$$

$$d(\vec{A}, \vec{B}) = \sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + (A_z - B_z)^2} = \sqrt{(\vec{A} - \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B})} = |\vec{A} - \vec{B}| \quad (3.8)$$

Za rješavanje nelinearnog sustava šest jednadžbi sa šest nepoznanica mogu se koristiti razni numerički postupci kao Newton-Raphsonov, Powelov i drugi. Rješenje ne mora biti jednoznačno već može postojati više položaja pokretne platforme kojima odgovaraju zadane duljine krakova. U ovom slučaju rješenje prilično ovisi o izabranom postupku te početnoj točki. S druge strane, rješenje ne mora niti postojati.

Problem unaprijedne kinematike Stewartove platforme je složen i predstavlja široko područje koje može biti zasebno obrađeno, a koje nije dalje razrađeno u ovom radu.

### 3.1.2. Inverzna kinematika

Inverzna kinematika, kao što samo ime kaže, bavi se upravo inverznim problemom, odnosno, bavi se problemom pretvorbe veličina iz prostora kartezijskih koordinata u prostor manipulatora. Polazeći od poznatog položaja i orijentacije krajnje točke manipulatora potrebno je odrediti sve relevantne veličine kao što su kutevi među

segmentima kod slijednih, odnosno duljine krakova kod paralelnih manipulatora. Za razliku od slijednih manipulatora, gdje je problem inverzne kinematike složen i nejednoznačan, kod paralelnih manipulatora on je najčešće trivijalan kao što je to u slučaju Stewartove platforme.

$$f : (\vec{T}, \underline{R}) \rightarrow \vec{l} \quad (3.9)$$

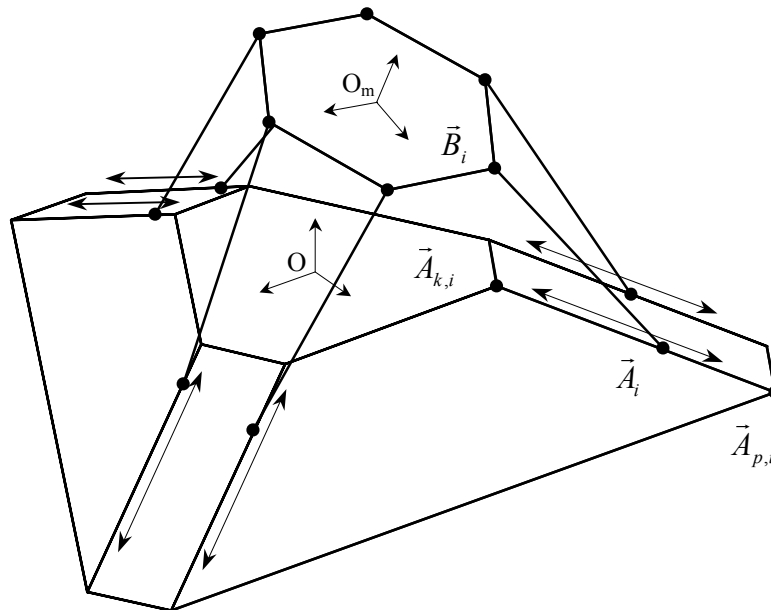
Polazeći od poznatog položaja i orijentacije pokretne platforme potrebno je odrediti duljine krakova kako je to prikazano na (3.9). Položaj i orijentacija se najčešće zadaju za ishodište koordinatnog sustava pokretne platforme, tj. sa vektorom  $\vec{T}$  i matricom  $\underline{R}$ . Položaji zglobova pokretne platforme  $\vec{B}_i$  u globalnim koordinatama računaju se prema izrazu (3.6), a duljine pojedinih krakova kao euklidska udaljenost vektora  $\vec{A}_i$  i  $\vec{B}_i$  prema (3.10).

$$l_i = d(\vec{A}_i, \vec{B}_i) \quad i \in \{1,2,3,4,5,6\} \quad (3.10)$$

Inverzna kinematika, računajući duljine krakova potrebne za određene položaje pokretne platforme, koristi se za upravljanje manipulatorom. Druga primjena inverzne kinematike je u izračunavanju radnog prostora manipulatora, odnosno, kako je manipulator definiran sa određenim ograničenjima na duljine i položaje krakova, pomoću inverzne kinematike može se odrediti prostor koji je dohvatljiv manipulatorom sa određenom orijentacijom ili skupom orijentacija.

### 3.2. Heksapod sa konstantnom duljinom krakova

Konstrukcija heksapoda sa konstantnom duljinom krakova prikazana je na slici 3.7. Pokretna platforma opisuje se na isti način kao i heksapod sa upravljivom duljinom krakova. Kod donje nepokretne platforme potrebno je definirati položaje vodilica po kojima se kreću zglobovi.



Slika 3.7 Heksapod sa konstantnom duljinom krakova

Neka se sa  $\vec{A}_{p,i}$  i  $\vec{A}_{k,i}$  označe točke početka i kraja svakog od kliznika. Neka vektori  ${}^m\vec{B}_i$  označavaju položaje zglobova na pokretnoj platformi u lokalnim koordinatama ove platforme te neka su krakovi zadani sa konstantnom duljinom  $l_i$ . Najčešće su radi jednostavnosti modela duljine svih krakova jednake. Heksapod se sada može opisati uređenim skupom prema (3.11).

$$H(\vec{A}_{p,i}, \vec{A}_{k,i}, {}^m\vec{B}_i, l_i, \quad i \in \{1,2,3,4,5,6\}) \quad (3.11)$$

Označi li se sa  $\vec{A}_i$  trenutni položaj zgloba  $i$  na klizniku, tada vrijedi jednakost sa (3.12) zbog toga što su krakovi konstantne duljine (zanemare li se dilatacije zbog naprezanja i temperature).

$$d(\vec{A}_i, \vec{B}_i) = l_i \quad (3.12)$$

Osim toga točka  $\vec{A}_i$  leži na dijelu pravca od točke  $\vec{A}_{p,i}$  do točke  $\vec{A}_{k,i}$ , tj. vrijedi jednakost (3.13).

$$\vec{A}_i = \vec{A}_{p,i} + t_i \cdot (\vec{A}_{k,i} - \vec{A}_{p,i}) \quad t_i \in [0,1] \quad (3.13)$$

### 3.2.1. Unaprijedna kinematika

Unaprijedna kinematika ovog modela vrlo je slična prethodnom modelu što se tiče načina izračunavanja. Na osnovu zadanih položaja zglobova na kliznicima donje platforme  $\vec{A}_i$  potrebno je odrediti položaj i orijentaciju pokretne platforme zadanih sa vektorom translacije i matricom orijentacije lokalnog koordinatnog sustava. Položaj zglobova pokretne platforme dan je izrazom (3.6) koji se uvrštava u sustav nelinearnih jednadžbi (3.7) te rješava nekim numeričkim postupkom. Za razliku od prethodnog modela, parametri su sada položaji zglobova na vodilicama, a ne duljine krakova.

### 3.2.2. Inverzna kinematika

Inverzna kinematika nešto je složenija kod ovog modela. Treba pronaći položaj zglobova na kliznicima donje platforme  $\vec{A}_i$  ukoliko su zadani položaj i orijentacija koordinatnog sustava pokretne platforme. Položaj zglobova na pokretnoj platformi računa se preko izraza (3.6). Položaj svakog zgloba  $\vec{A}_i$  može se izraziti u parametarskom obliku prema (3.13).

Uvrštavanjem izraza za  $\vec{A}_i$  prema (3.13) u jednakost (3.12) (ograničenje na duljinu kraka) dobiva se kvadratna jednadžba po nepoznanici  $t_i$ . Ukoliko rješenja nisu realna ili niti jedno rješenje nije unutar intervala  $[0,1]$  tada je zadani položaj nemoguć za zadani model. U tom slučaju nije moguće dalje provjeravati ograničenja u zglobovima, kao kod prethodnog modela, jer su smjerovi krakova nedefinirani. Ako je samo jedno rješenje unutar intervala  $[0,1]$  tada položaj zgloba računamo prema (3.13).

Ukoliko su oba rješenja unutar intervala  $[0,1]$  tada postoje dva moguća položaja zgloba na klizniku. Kod upravljanja ovakvom strukturom bitno je znati koju vrijednost odabrati. Pošto kliznik ne može trenutno napraviti veći pomak logično je odabrati vrijednost koja daje položaj kliznika bliži prethodnom položaju. Međutim, može se pojaviti i situacija kada

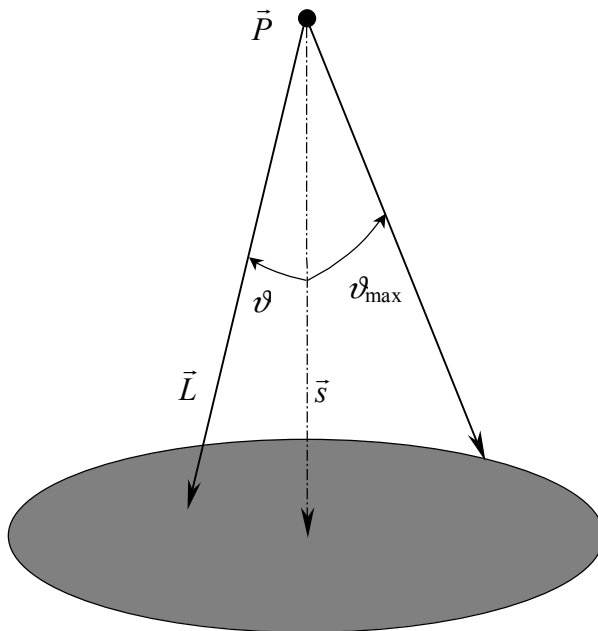
---

se sa obje vrijednosti postižu iste udaljenosti od prethodnog položaja. Tada je potrebno, koristeći zadanu putanju manipulatora, unaprijed provjeriti sa kojom vrijednošću je moguće dovršiti zadatak te nju odabrati. Ukoliko se sa obje vrijednosti može završiti zadana putanja tada se može odabrati jednu na osnovi ostalih svojstava kao što su kinematska i dinamička svojstva te utjecaj pogrešaka.

## 4. RADNI PROSTOR

Radni prostor može se ukratko definirati kao prostor u kojem određeni subjekt može obavljati predviđene radnje. Gledano sa stanovišta manipulatora, radni prostor je dio prostora u kojem manipulator ima mogućnosti vršenja zadanih radnji, tj. to je skup točaka za koje vrijedi da ih manipulator može dohvatiti sa svojim krajnjim dijelom. Najčešće nije dovoljno da manipulator (krajnja točka manipulatora) može samo doći u zadanu točku, već da u nju može doći sa određenom orijentacijom. Isti manipulator može tako imati različite radne prostore ovisne o traženoj orijentaciji [CON 98], odnosno, radni prostor je općenito 6 dimenzionalan, 3 dimenzije za položaj te 3 za orijentaciju alata. Nekakva općenita ocjena veličine radnog prostora manipulatora u standardne 3 dimenzije, dobiva se tako da se napravi presjek onih radnih prostora sa u praksi najčešće korištenim, odnosno bitnijim orijentacijama.

Ukoliko se promatraju manipulatori alatnih strojeva predviđeni za obradu slobodno oblikovanih ploha, onda se radni prostor može detaljnije specificirati. Svojstvo slobodno oblikovanih ploha jest da kut koji zatvara normala svake točke plohe sa vertikalnom osi, je uglavnom manji od jedne određene vrijednosti. Veća kvaliteta obrade takve plohe postiže se postavljanjem alata (npr. glodala) okomito na obrađivanu plohu. Zahtjev na radni prostor takvog manipulatora je prema tome da on na većinu točaka slobodno oblikovanih ploha pristupa okomito. Drugim riječima, manipulator treba biti u mogućnosti pristupiti svakoj točki takvog radnog prostora pod svim kutevima prema vertikalnoj osi koji su manji od neke pretpostavljene maksimalne vrijednosti zakrivljenosti plohe  $\vartheta_{\max}$  prema slici 4.1.



Slika 4.1 Pristup točki radnog prostora

Ako se sa  $\bar{P}$  označi točka radnog prostora tada joj alat može pristupiti iz svakog smjera  $\bar{L}$  koji leži unutar stošca kuta  $\vartheta_{\max}$ . Koristeći ovakvu definiciju mogu se izračunati sve točke radnog prostora koji sada postaje funkcija kuta stošca  $\vartheta_{\max}$ . Radni prostor može se

definirati izrazom (4.1) kao prostor za čiju svaku točku  $\vec{P}$  vrijedi da im manipulator može pristupiti iz smjera određenog vektorom  $\vec{L}$ , koji sa okomicom zatvara kut manji od  $\vartheta_{\max}$ , odnosno da je par  $(\vec{P}, \vec{L})$  u skupu mogućnosti manipulatora.

$$W = \{ \vec{P} \mid \forall \vec{L} \quad \angle(\vec{L}, \vec{s}) \leq \vartheta_{\max} \quad (\vec{P}, \vec{L}) \in M(H) \} \quad (4.1)$$

Da bi manipulator mogao sa određenim smjerom  $\vec{L}$  pristupiti točki  $\vec{P}$  moraju biti zadovoljena određena mehanička ograničenja samog manipulatora. Kod manipulatora zasnovanih na Stewartovoj platformi ta se ograničenja mogu podijeliti u tri skupine:

1. ograničenja na duljine krakova (minimalna i maksimalna), odnosno na položaj zgloba na klizniku za model sa pokretnim zglobovima
2. ograničenja u zglobovima
3. ograničenja zbog prodiranja među krakovima.

Paralelni manipulator se, u općenitom slučaju, može u određenu točku sa istim smjerom postaviti koristeći različite duljine krakova. Ravnina pokretne platforme je ista za sve takve konfiguracije, različit je samo kut rotacije oko Z osi u lokalnom koordinatnom sustavu. Korištenje svih konfiguracija u provjeri radnog prostora znatno povećava složenost problema te se u ovom radu zbog toga ispituju samo konfiguracije kod kojih je kut rotacije oko Z osi jednak nuli. To ograničenje ima smisla, ako se uzme u obzir da alat pričvršćen na pokretnoj platformi većinom sam posjeduje taj stupanj slobode (rotacija oko Z osi). Tek ukoliko takav položaj nije moguć može se upotrijebiti neki drugi kut kojim se alat postavlja u traženi položaj uz zadovoljenje svih ograničenja.

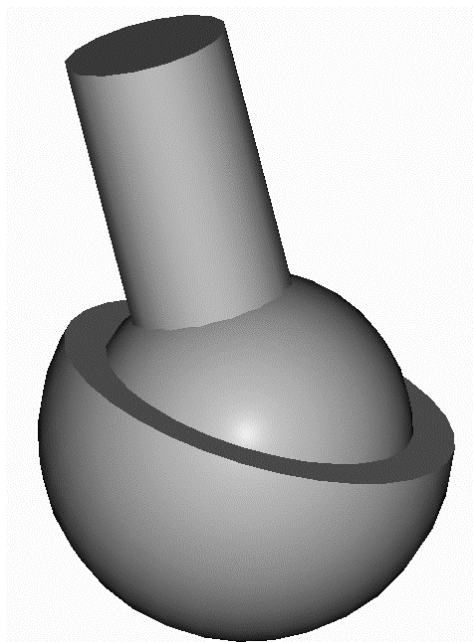
Ograničenja na duljine krakova se provjeravaju tako da se inverznom kinematikom izračunaju duljine pojedinih krakova preko izraza (3.6) i (3.10) te onda utvrde jesu li sve duljine  $l_i$  unutar dozvoljenih vrijednosti  $l_{\min}$  i  $l_{\max}$ . Kod modela sa kliznim zglobovima koristeći izraze (3.6), (3.12) i (3.13) određuje se je li položaj gornje platforme manipulatora dozvoljen ili nije.

Pri upravljanju manipulatorom trebalo bi uzeti u obzir i sam predmet obrade, tj. njegovi mogući kontakti sa ostalim dijelovima manipulatora (izuzev samog vrha alata). Pri računanju radnog prostora to ograničenje se ne uzima jer se pretpostavlja da će stroj biti opće namjene. Ukoliko se manipulator projektira za specifičnu obradu jedne kategorije istih predmeta tada se geometrija predmeta može unijeti u model te dodatno definirati ograničenja zbog kontakata između njega i samog manipulatora.

Ograničenja u zglobovima te prodiranja nešto su složenija te će biti opširnije opisana.

#### 4.1. Ograničenja u zglobovima

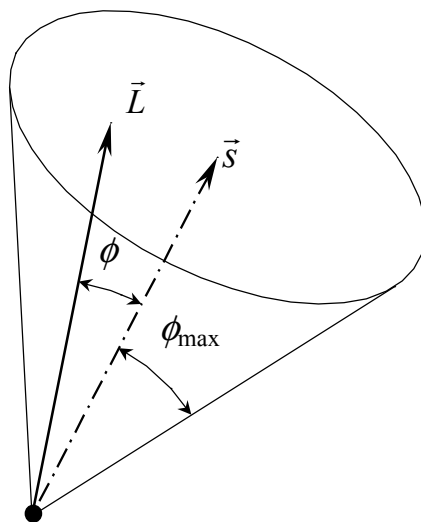
Zglobovi kao stvarne mehaničke strukture imaju određena mehanička ograničenja na odnos položaja pokretnog i fiksnog dijela zgloba. Na slici 4.2 prikazan je jedan sferni zglob. Sferni zglob omogućuje pokretnom dijelu tri stupnja slobode gibanja, odnosno slobodu orijentacije. Orijehtaciju se može podijeliti na dvije komponente: smjer koji se opisuje sa dva kuta (npr. rotacije oko osi X i Y) te kut rotacije oko vlastite osi. Kardanski zglob za razliku od sfernog ne dopušta rotaciju oko vlastite osi, te se upotrebljava za prijenos osovinskog momenta.



Slika 4.2 Sferni zglob

Bez obzira radilo se o sfernom ili kardanskom zglobu stvarni mehanički zglob dodaje ograničenja na područje u kojem se ostvaruju tri, odnosno dva stupnja slobode gibanja.

Iz slike 4.2 vidljivo je da se gibljivi dio ne može postaviti u bilo koji smjer već samo u one smjerove u kojima ne prodire u kalup učvršćenog dijela zgloba. Dozvoljeni smjerovi za takav zglob leže unutar stošca sa vrhom u središtu zglobne čašice te plaštom koji čine granični mogući smjerovi. Neka  $\vec{s}_i$  predstavlja središte stošca te neka  $\phi_{\max}$  predstavlja kut stošca. Dozvoljeni smjerovi pokretnog dijela zgloba  $\vec{L}$  su oni smjerovi koji sa vektorom  $\vec{s}$  zatvaraju kut  $\phi$  koji je manji od  $\phi_{\max}$  (slika 4.3).



Slika 4.3 Definicija stošca dozvoljenih smjerova

Kut  $\phi$  može se izračunati iz skalarnog produkta vektora  $\vec{L}$  i  $\vec{s}$  prema (4.2).

$$\cos(\phi) = \frac{\vec{L} \cdot \vec{s}}{\|\vec{L}\| \cdot \|\vec{s}\|} \quad (4.2)$$

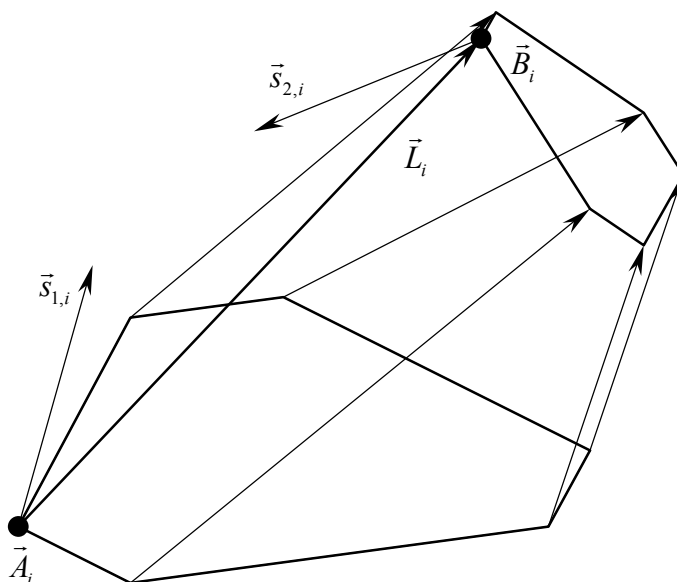
Da bi smjer  $\vec{L}$  bio dozvoljeni smjer mora vrijediti nejednakost (4.3).

$$\phi \leq \phi_{\max} \quad (4.3)$$

Kut  $\phi$  poprima vrijednosti iz intervala  $[0, \pi]$ . U tom intervalu funkcija  $\cos(\cdot)$  je padajuća funkcija te ukoliko vrijedi (4.3) onda vrijedi i (4.4) i obratno. Korištenje uvjeta (4.4) umjesto (4.3) rezultira uštedom vremena računanja jer nije potrebno računanje funkcije  $\arccos(\cdot)$ .

$$\cos(\phi) \geq \cos(\phi_{\max}) \quad (4.4)$$

Neka su svi zglobovi heksapoda sferni zglobovi i neka imaju ista svojstva, tj. imaju isti kut stošca  $\phi_{\max}$ . Svaki zglob je na drugačiji način učvršćen za platformu te svaki zglob ima zasebni vektor  $\vec{s}$  koji definira stožac dozvoljenih smjerova za taj zglob. Neka se taj vektor označi sa  $\vec{s}_{j,i}$ , gdje indeks  $j$  označuje da li je dotični zglob na donjoj ili gornjoj platformi, te indeks  $i$  koji određuje o kojem se zglobu na specificiranoj platformi radi. Vektori  $\vec{s}_{j,i}$  mogu se posebno zadati sa ostalim parametrima modela ili se mogu izračunati na osnovu nekog središnjeg položaja pokretne platforme. Ovdje treba primijetiti da se ti vektori za pokretnu platformu zadaju u lokalnim koordinatama te platforme, tj. kao  ${}^m\vec{s}_{2,i}$ . Da bi određeni položaj pokretne platforme zadovoljavao ograničenja u zglobovima moraju biti zadovoljena ograničenja zadana za svaki zglob na pokretnoj i baznoj platformi. Slika 4.4 prikazuje jedan položaj pokretne platforme za koji je potrebno odrediti zadovoljava li ograničenja u zglobovima.



Slika 4.4 Provjera ograničenja u zglobovima

Najprije se pomoću inverzne kinematike odrede položaji zglobova na pokretnoj platformi ( $\vec{B}_i$ ) te se preko (4.5) odrede vektori smjera pojedinih krakova.



$$\vec{L}_i = \vec{B}_i - \vec{A}_i \quad (4.5)$$

Ograničenja u zglobovima nepokretne platforme provjeravaju se preko nejednakosti prema (4.6).

$$\frac{\vec{L}_i \cdot \vec{s}_{1,i}}{\|\vec{L}_i\| \cdot \|\vec{s}_{1,i}\|} \geq \cos(\phi_{\max}) \quad (4.6)$$

Pri provjeri ograničenja kuteva zglobova na pokretnoj platformi potrebno je vektor  ${}^m\vec{s}_{2,i}$  transformirati na isti način kao i cijeli koordinatni sustav pokretne platforme, tj. izračunati  $\vec{s}_{2,i}$  prema (4.7), gdje  $\underline{R}$  predstavlja rotacijsku matricu pokretne platforme.

$$\vec{s}_{2,i} = \underline{R} \cdot {}^m\vec{s}_{2,i} \quad (4.7)$$

Sama provjera vrlo je slična kao i kod nepokretne platforme s time što je potrebno uzeti suprotni smjer vektora  $\vec{L}_i$  tj. ograničenja se provjeravaju nejednakošću (4.8).

$$\frac{-\vec{L}_i \cdot \vec{s}_{2,i}}{\|\vec{L}_i\| \cdot \|\vec{s}_{2,i}\|} \geq \cos(\phi_{\max}) \quad (4.8)$$

Radi ubrzanja provjere vektori  $\vec{s}_{1,i}$  i  ${}^m\vec{s}_{2,i}$  mogu se pohraniti u normiranom obliku kao i vrijednost  $\cos(\phi_{\max})$ .

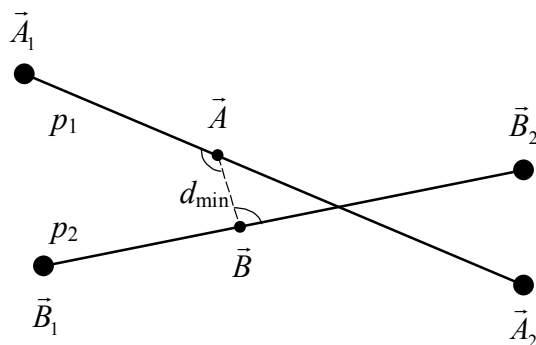
Za zglobove koji nemaju definirana ograničenja preko stošca dozvoljenih smjerova potrebno je pronaći učinkovit način provjere ograničenja. Jedan od drugih načina jest pomoću piramide dozvoljenih smjerova [MER 95]. Ako se sa  $\vec{n}_{j,i,k}$  ( $k \in \{1,2,3,4\}$ ) obilježe normale na pojedine plohe piramida ( $j$  određuje platformu,  $i$  određuje zglob,  $k$  plohu piramide), tada mora vrijediti nejednakost (4.9).

$$(-1)^{j-1} \vec{L}_{j,i} \cdot \vec{n}_{j,i,k} \leq 0, \quad \forall i, j, k \quad (4.9)$$

## 4.2. Ograničenja zbog prodiranja među krakovima

Krakove promatranih paralelnih manipulatora karakterizira njihova duljina, ali i debljinu. Iako je ona relativno mala u odnosu na duljinu (uobičajen omjer je 1:18) ona nije zanemariva. Pri provjeri određenog položaja potrebno je stoga provjeriti da ne dolazi do prodiranja između krakova. Najprije treba pronaći minimalnu udaljenost između svaka dva kraka. Ukoliko je negdje ta udaljenost manja od zbroja polumjera oba kraka onda bi u takvom položaju došlo do prodiranja, odnosno položaj nije dozvoljen.

Udaljenost između dva kraka može se izračunati kao udaljenost između dva pravca, odnosno između dva isječka koji leže na pravcima (slika 4.5).



Slika 4.5 Udaljenost dva pravca

Jednadžbe pravaca  $p_1$  i  $p_2$  mogu se zapisati u parametarskom obliku prema (4.10).

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{A}_1 + t_1(\vec{A}_2 - \vec{A}_1) \\ \vec{B} &= \vec{B}_1 + t_2(\vec{B}_2 - \vec{B}_1)\end{aligned} \quad t_1, t_2 \in \mathbf{R} \quad (4.10)$$

Euklidska udaljenost između točaka  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$  računa se prema (3.8). Da bi se odredilo parametre  $t_1$  i  $t_2$  za koje je ta udaljenost minimalna (maksimuma nema u općem slučaju) potrebno je izraz (3.8) parcijalno derivirati po  $t_1$  i  $t_2$ . Minimalna udaljenost postiže se u onim točkama pravaca za koje su parcijalne derivacije jednake nuli. Funkcija  $d$  jest rastuća funkcija sa minimalnom vrijednošću nula te ju se radi pojednostavljenja može kvadrirati, a da dobivena funkcija ima ekstreme za iste parametre  $t_1$  i  $t_2$ . Funkcija koju se promatra je funkcija parametara  $t_1$  i  $t_2$  dana formulom (4.11).

$$f(t_1, t_2) = d^2(\vec{A}(t_1), \vec{B}(t_2)) = (\vec{A} - \vec{B})(\vec{A} - \vec{B}) = (\vec{A}_1 - \vec{B}_1 + t_1(\vec{A}_2 - \vec{A}_1) - t_2(\vec{B}_2 - \vec{B}_1))^2 \quad (4.11)$$

Prije samog deriviranja zapis je pojednostavljen uvođenjem novih vektora prema (4.12). Zapis funkcije  $f$  je sada puno kraći (4.13).

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \vec{A}_2 - \vec{A}_1 \\ \vec{b} &= \vec{B}_2 - \vec{B}_1 \\ \vec{c} &= \vec{A}_1 - \vec{B}_1\end{aligned} \quad (4.12)$$

$$f(t_1, t_2) = (\vec{c} + t_1\vec{a} - t_2\vec{b})^2 \quad (4.13)$$

Deriviranjem funkcije te izjednačavanjem sa nulom dobiva se sustav jednadžbi prema (4.14).

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial t_1} &= 2\vec{a}^2 t_1 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} t_2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} \equiv 0 \\ \frac{\partial f}{\partial t_2} &= -2\vec{a} \cdot \vec{b} t_1 + 2\vec{b}^2 t_2 - 2\vec{b} \cdot \vec{c} \equiv 0\end{aligned} \quad (4.14)$$

Uz uvjet da pravci nisu paralelni te da su duljine vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  veće od nule sustav (4.14) ima jedinstveno rješenje prikazano na (4.15).

$$\begin{aligned}
t_1 &= \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{b} \cdot \vec{c}) - (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b}^2}{\vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2} \\
t_2 &= \frac{\vec{a}^2(\vec{b} \cdot \vec{c}) - (\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \cdot \vec{c})}{\vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Ako su dobivene vrijednosti za  $t_1$  i  $t_2$  unutar intervala  $[0,1]$  tada se minimalna udaljenost među pravcima ostvaruje unutar zadanih segmenata te se pomoću izraza (4.10) računaju točke  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$ , odnosno, pomoću formule (3.8) računa se minimalna udaljenost među krakovima. Ako su dobivene vrijednosti za  $t_1$  i/ili  $t_2$  izvan intervala  $[0,1]$  tada se one postavljaju na bližu vrijednost unutar intervala (0 ili 1, tj.  $\vec{A}$  i/ili  $\vec{B}$  su na rubovima), te se računa udaljenost tih točaka do drugog segmenta i među njima pronalazi minimum. Postupak računanja udaljenosti između točke  $\vec{P}$  i segmenta pravca  $\vec{RQ}$  računa se koristeći formulu (4.16) za izračun vrijednosti parametra  $t$ .

$$t = \frac{\vec{RQ} \cdot (\vec{P} - \vec{R})}{\|\vec{RQ}\|^2} \tag{4.16}$$

Ukoliko je njegova vrijednost izvan intervala  $[0,1]$ , on se postavlja na bližu vrijednost (0 ili 1). Pomoću parametra  $t$  računa se točka na segmentu prema (4.10) te udaljenost među točkama prema (3.8).

Ako je minimalna udaljenost među segmentima manja od zbroja polumjera tada bi u zadanom položaju krakovi prodirali jedan u drugi te stoga položaj nije moguć. U protivnom se krakovi ne dodiruju te je položaj dozvoljen s obzirom na prodiranja razmatranih krakova.

Prodiranje krakova u pojedine platforme za manipulator s promjenjivom duljinom krakova nije posebno razmatrano jer je pretpostavljeno da su parametri heksapoda tako definirani da će se prije dostići ograničenja u zglobovima nego li bi se desila prodiranja pojedinih krakova u platforme. Međutim, kod manipulatora sa vodilicama prodiranje krakova sa nepokretnom platformom se ne može zanemariti te je potrebno provjeriti da do tog prodiranja ne dolazi. Uz pretpostavku da je oblik nepokretne platforme određen vodilicama, tj. ravninama koje sadrže dvije susjedne vodilice, provjera prodiranja obavlja se provjerom kuteva koje krakovi čine sa normalama tih ravnina. Za svaki krak provjerava se da ne prodire u dio ravnine koja je definirana vodilicom na kojoj je krak učvršćen te susjednom vodilicom. Isto tako i za drugu susjednu vodilicu. Drugim riječima, ako su oba kuta koji krak zatvara sa normalama veća od  $90^\circ$  krak prodire u platformu, tj. vrijedi (4.17).

$$\begin{aligned}
\vec{n}_1 &= (\vec{A}_{k,i} - \vec{A}_{p,i}) \times (\vec{A}_{p,i-1} - \vec{A}_{p,i}) \\
\vec{n}_2 &= (\vec{A}_{p,i+1} - \vec{A}_{p,i}) \times (\vec{A}_{k,i} - \vec{A}_{p,i}) \\
\vec{k}_i &= \vec{B}_i - (\vec{A}_{p,i} + w \cdot (\vec{A}_{k,i} - \vec{A}_{p,i}))
\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\text{ako } \left( \frac{\vec{k}_i}{\|\vec{k}_i\|} \cdot \frac{\vec{n}_1}{\|\vec{n}_1\|} \leq 0 \right) \wedge \left( \frac{\vec{k}_i}{\|\vec{k}_i\|} \cdot \frac{\vec{n}_2}{\|\vec{n}_2\|} \leq 0 \right) \text{ tada } \underline{\text{postoji prodiranje}}$$

### 4.3. Algoritam određivanja točaka radnog prostora

Pod pojmom određivanja radnog prostora pretpostavlja se utvrđivanje dijela prostora u kojem manipulator može pristupiti svakoj točki prema definiciji (4.1) uz zadovoljavanje svih mehaničkih ograničenja. Dosad navedena ograničenja na duljine krakova, položaj kliznika, ograničenja u zglobovima te ograničenja zbog prodiranja treba provjeriti za svaku točku.

Algoritam se može opisati sljedećim pseudokodom:

<b>Određivanje radnog prostora</b> ( $H, \vartheta_{\max}$ )	procijenjen broj operacija
<i>Svedi H u oblik prema (3.4)</i>	
<i>Izračunaj i normaliziraj vektore <math>\vec{s}_{1,i}</math> i <math>{}^m\vec{s}_{2,i}</math></i>	
<i>Odredi početno područje <math>\Omega</math> koji će se provjeravati</i>	
<i>za svaku točku <math>\vec{P} \in \Omega</math> radi</i>	
$\underline{R} = \underline{E}$	*najprije dolazi provjera ograničenja za vertikalni pristup točki
$\vec{O}_m = \vec{P} - l_{alat}\vec{k}$	*položaj ishodišta sustava pokretne platforme
<i>za <math>i=1</math> do 6 radi</i>	
$\vec{B}_i = \vec{O}_m + {}^m\vec{B}_i$	3
<i>Provjera duljina kraka (i)</i>	
<i>Provjera kuteva u zglobu (i)</i>	
<i>Provjera prodiranja ()</i>	
<i>za svaki smjer <math>\vec{s}</math> unutar stošca kuta <math>\vartheta_{\max}</math></i>	
$\underline{R} = f(\vec{s})$	20
$\vec{O}_m = \vec{P} - \underline{R} \cdot l_{alat}\vec{k}$	18
<i>za <math>i=1</math> do 6 radi</i>	
$\vec{B}_i = \vec{O}_m + \underline{R} \cdot {}^m\vec{B}_i$	18
<i>Provjera duljina kraka (i)</i>	
<i>Provjera kuteva u zglobu (i)</i>	
<i>Provjera prodiranja ()</i>	
<b>kraj određivanja radnog prostora</b>	
<b>Provjera duljina kraka (i)</b>	12/33
<i>ako je H model sa krakovima promjenjive duljine tada</i>	
$\vec{L}_i = \vec{B}_i - \vec{A}_i$	3
$l_i = \ \vec{L}_i\ $	6
<i>ako je <math>l_i &lt; l_{\min}</math> ili <math>l_i &gt; l_{\max}</math> tada</i>	
<i>točka nije dio radnog prostora</i>	
<i>nastavi računanje sa sljedećom točkom</i>	
<i>inače</i>	

$$\vec{L}_i = \frac{\vec{L}_i}{l_i} \quad \text{*normiraju se smjerovi krakova} \quad 3$$

inače \* H je model sa konstantnim duljinama krakova

$$\text{iz kvadratne jednadžbe } (\vec{A}_{p,i} + t(\vec{A}_{k,i} - \vec{A}_{p,i}) - \vec{B}_i)^2 = l_i \text{ izračunaj } t_1 \text{ i } t_2 \quad 8$$

ako  $t_1 \notin [0, 1]$  i  $t_2 \notin [0, 1]$  tada

točka nije dio radnog prostora

nastavi računanje sa sljedećom točkom

inače \*normiraju se smjerovi krakova

$t = \text{odaberi} \{ t_1, t_2 \}$

$$\vec{A}_i = \vec{A}_{p,i} + t(\vec{A}_{k,i} - \vec{A}_{p,i}) \quad 9$$

$$\vec{L}_i = \frac{\vec{B}_i - \vec{A}_i}{l_i} \quad 6$$

$$\vec{n}_1 = (\vec{A}_{k,i} - \vec{A}_{p,i}) \times (\vec{A}_{p,i-1} - \vec{A}_{p,i}) \quad \text{*vektori normala prethodno se izračunaju i normiraju} \quad 0$$

$$\vec{n}_2 = (\vec{A}_{p,i+1} - \vec{A}_{p,i}) \times (\vec{A}_{k,i} - \vec{A}_{p,i})$$

$$\text{ako } \left( \vec{L}_i \cdot \frac{\vec{n}_1}{\|\vec{n}_1\|} \leq 0 \right) \text{ i } \left( \vec{L}_i \cdot \frac{\vec{n}_2}{\|\vec{n}_2\|} \leq 0 \right) \text{ tada} \quad 10$$

dolazi do prodiranja sa nepokretnom platformom

točka nije dio radnog prostora

nastavi računanje sa sljedećom točkom

### kraj provjere duljina

### Provjera kuteva u zglobu (i) 25

\*zahtjeva prethodnu provjeru duljina jer se tamo računaju smjerovi krakova

$$\text{ako je } \vec{s}_{1,i} \cdot \vec{L}_i < \cos(\phi_{\max}) \text{ ili } -\vec{L}_i \cdot (\underline{R}^m \vec{s}_{2,i}) < \cos(\phi_{\max}) \text{ tada} \quad 25$$

točka nije dio radnog prostora

nastavi računanje sa sljedećom točkom

### kraj provjere ograničenja u zglobovima

### Provjera prodiranja () 750

\*zahtjeva  $\vec{B}_i$  i  $\vec{A}_i$  izračunato (funkcija Provjera duljine kraka(i) )

za  $i=1$  do 6 radi

za  $j=i+1$  do 6 radi

\*provjeri da li dolazi do prodiranja između krakova 'i' i 'j'

$$\vec{a} = \vec{B}_i - \vec{A}_i$$

$$\vec{b} = \vec{B}_j - \vec{A}_j$$

$$\vec{c} = \vec{A}_i - \vec{A}_j$$

$$N = \vec{a}^2 \vec{b}^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 \quad 19$$

ako je  $N \neq 0$  tada \*ako je  $N=0$  tada su pravci paralelni te nema prodiranja

prema (4.15) izračunaj  $t_1$  i  $t_2$  8

ako je  $t_1 \notin [0,1]$  i/ili  $t_2 \notin [0,1]$  tada

onaj  $t$  koji je izvan intervala postavi na bližu granicu te izračunaj udaljenost te točke od drugog segmenta koristeći formulu (4.16)

ako su oba  $t_i$  izvan intervala minimalna udaljenost je minimum dviju dobivenih vrijednosti iz prethodne linije algoritma

$$\bar{X}_i = \bar{A}_i + t_1(\bar{B}_i - \bar{A}_i)$$

$$\bar{X}_j = \bar{A}_j + t_2(\bar{B}_j - \bar{A}_j)$$

$$d = d(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$$

23

ako je  $d < 2r$  tada

točka nije dio radnog prostora

nastavi računanje sa sljedećom točkom

**kraj provjere prodiranja**

#### 4.4. Procjena broja operacija

Procjena broja operacija za izračunavanje radnog prostora ovisi o modelu manipulatora, ali i o samoj točki. Ako točka ne zadovoljava ograničenja za osnovni vertikalni položaj alata tada se ne provjeravaju ostali smjerovi alata unutar zadanog stošca. Također, čim su ograničenja prekršena za jedan krak prekida se danje računanje za isti položaj. Da bi se ipak dobila određena ocjena složenosti korištena je pretpostavka da se uvijek provjeravaju ograničenja za sve krakove i za svaki položaj. Procjena je napravljena samo za manipulator sa promjenjivim duljinama krakova. Trajanje provjere za manipulator sa kliznicima je nešto veća jer uključuje rješavanje kvadratne jednadžbe. U procjenu broja operacija ubrojane su operacije zbrajanja, oduzimanja, množenja, dijeljenja i korjenovanja. Pretpostavka je da i složene operacije, pošto su danas većinom sklopovski implementirane traju isto kao i one jednostavne. Čak i da to nije slučaj, uz pretpostavku konstantnog omjera između jednostavnih i složenih operacija na taj se način ipak dobiva određena kvantitativna ocjena broja operacija.

Broj operacija uz pojedine linije koda naveden je uz sam algoritam. Uz pretpostavku da je prostor čije se točke ispituju zadan sa razlučivosti  $k_x$ ,  $k_y$  i  $k_z$ , po pojedinim osima koordinatnog sustava. Daljnja pretpostavka je da se provjera svih smjerova unutar stošca dozvoljenih smjerova provjerava koristeći  $nkut$  smjerova. Uz zadane pretpostavke broj operacija potrebnih za provjeru zadanih točaka prostora dan je formulom (4.18).

$$N_1 = 2 + 6 \cdot (3 + 12 + 25) + 750 = 242 + 750$$

$$N_s = 20 + 18 + 6 \cdot (18 + 12 + 25) + 750 = 368 + 750 \quad (4.18)$$

$$N = k_x \cdot k_y \cdot k_z \cdot (N_1 + nkut \cdot N_s)$$

$N_1$  označava broj operacija potrebnih za provjeru vertikalnog pristupa točki, a  $N_s$  broj operacija potrebnih za provjeru točke iz smjera koji nije okomit i koji zahtjeva korištenje rotacijske matrice. Jednadžba (4.18) jest zapravo najgori slučaj kada bi se provjera obavljala za sve smjerove unutar stošca i kada osnovni položaj nije zadovoljen. To algoritam ne radi. Ovisno o odabranom prostoru koji se ispituje, taj je broj u pravilu nekoliko puta manji od broja danog formulom (4.18).

Najveći dio operacija troši se na provjeru prodiranja među krakovima. Iz rezultata (poglavlje 8.1.1.6) je vidljivo da su za veliku većinu konfiguracija ograničenja na prodiranja prekršena samo u onim dijelovima gdje su inače prekršena i ostala ograničenja. To dovodi u pitanje računanje te vrlo skupe operacije čijim se izbacivanjem znatno ubrzava proces računanja. Stoga je provjera prodiranja opcija koja se može uključiti ili isključiti ovisno o inženjerskoj prosudbi za svaki pojedini model.

#### 4.5. Programska implementacija

Sam program pisan u C++ programskom jeziku u osnovi je vrlo sličan opisanom pseudokodu. Neke promjene uzrokovane su zahtjevima za optimiranjem koda ili zahtjevima programskog jezika. Početni volumen u kojem se traže točke radnog prostora zadaje se pri pokretanju, a definiran je sa dvije točke u prostoru. Te točke određuju dva suprotna vrha kvadra. Također se zadaje razlučivost po pojedinim osima  $kx$ ,  $ky$  te  $kz$ . Broj točaka koje se ispituju jest umnožak  $kx \cdot ky \cdot kz$ . Stožac dozvoljenih smjerova računa se (ako se traži) tako da se zadaje kut stošca, broj koraka u kojima će se taj kut postići (kreće se od manjih kuteva) te broj točaka oboda stošca čija će se pripadnost radnom prostoru provjeravati. Dozvoljeno je isključivanje pojedinih provjera, tako je npr. moguće provjeravati samo duljine krakova ili samo provjeru kuteva ili provjera prodiranja, odnosno, bilo kakva kombinacija ta tri elementa. Rezultat ispitivanja jedne točke nije logički PRIPADA odnosno NE PRIPADA već sadrži informaciju o uvjetima koje dotična točka zadovoljava. Npr. informaciju da točka ne zadovoljava ograničenja na duljine krakova, međutim zadovoljava ograničenja na zglobove i prodiranja može se izlučiti iz rezultata funkcije provjere. To omogućuje da se jednim računanjem dobije puno više informacija što je velika prednost, kako zbog samog vremena izračunavanja tako i zbog prostora pohrane rezultata. Npr. ako se koristi jedan oktet po točki za razlučivost računanja  $300 \cdot 300 \cdot 300$  potrebno je 27 milijuna okteta memorijskog prostora samo za pohranu rezultata. Prije samog pohranjivanja rezultata programa iskorišteno je svojstvo tih podataka, tj. vrlo često susjedne točke imaju iste rezultate te se umjesto zapisa više istih vrijednosti to sažme u dvije vrijednosti, jedna je broj ponavljanja a druga je sama vrijednost. Sažimanje koje se na ovaj vrlo jednostavan način postiže ovisi o prostoru i parametrima, a nerijetko je veće od 100 puta.

Rezultati su vizualno prikazani na dva načina: u presjeku sa određenom ravninom, gdje se odjednom može prikazati više svojstava, te u 3D prostoru korištenjem OpenGL sučelja, koji daje realnu sliku volumena točaka radnog prostora. Primjer jednog takvog radnog prostora prikazan je na slikama 4.6, 4.7 i 4.8.



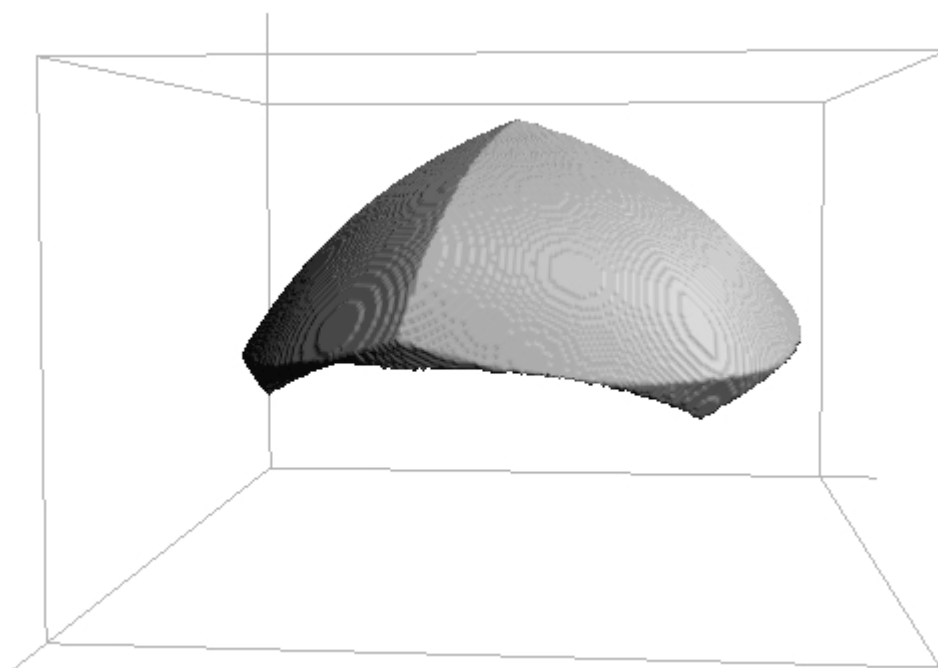
Slika 4.6 Presjek ravninom  $Y=0$



Slika 4.7 Presjek ravninom  $Z=75$

Slike 4.6 i 4.7 prikazuju presjek radnog prostora. Razne nijanse sive boje korištene su za prikaz područja koja zadovoljavaju ograničenja za različite maksimalne kuteve stošca smjerova pristupa točki. Iz slika je vidljivo da prostor nije simetričan s obzirom na presjek ravninom kroz Z os. Presjek bi bio simetričan kada bi se radni prostor sijeklo sa dvije ravnine kroz Z os međusobno rotirane za  $120^\circ$ .

Slika 4.8 prikazuje radni prostor korištenjem OpenGL sučelja. Sučelje pruža vrlo dobar uvid u volumen točaka koje zadovoljavaju određene uvjete, sa dodatnom mogućnošću rotacije, povećavanja/umanjivanja dijela volumena. Površina sa slike nije glatka, već se uočava određena hrapavost, slična kružnim valovima na vodi što nije svojstvo samog prostora već rezolucije izračunavanja točaka i načina generiranja trokuta iz tih točaka za prikaz volumena. Postupak generiranja trokuta koji se koriste u ovim prikazima dan je u prilogu A.



Slika 4.8 3D prikaz



## 5. ANALIZA GREŠAKA

Pojam greške paralelnog manipulatora u ovom kontekstu podrazumijeva greške položaja krajnjeg dijela manipulatora (npr. glodala kod alatnog stroja) koje su prisutne kod realnog manipulatora, a nastaju iz nekoliko razloga. Njihov utjecaj može biti mjerljiv, može biti funkcija neke druge veličine, može biti približno (iskustveno) određena veličina, može biti implicitno zadana (funkcijski nelinearna), ali može biti i potpuno nepoznata ili nemjerljiva veličina.

Općenito se greške mogu podijeliti u nekoliko sljedećih skupina:

- greške nastale u proizvodnji dijelova manipulatora
- greške aktuatora
- elastične deformacije uslijed naprezanja
- termičke deformacije
- greške uzrokovane kontrolnim sustavom

Neke se od navedenih grešaka mogu smanjiti ili otkloniti odgovarajućim postupcima, ali neke su neizbježne. Bitno je utvrditi u kojoj mjeri pojedine greške utječu na ukupno odstupanje manipulatora da bi se u slučaju znatna utjecaja pristupilo njihovoj eliminaciji ili barem smanjenju.

Precizniji model može se dobiti uključivanjem grešaka kao parametara modela. U općenitom slučaju je vrlo teško ili čak nemoguće odrediti eksplicitnu (ili implicitnu) formulu koja uključuje sve komponente grešaka. Jedan od razloga je to što su greške međusobno funkcijski ovisne te bi rješavanje takvog izrazito nelinearnog sustava predstavljalo ogroman numerički problem. Alternativa egzaktnom rješenju jest aproksimacija u kojoj se zasebno promatraju utjecaji pojedinih komponenti grešaka na ukupno odstupanje.

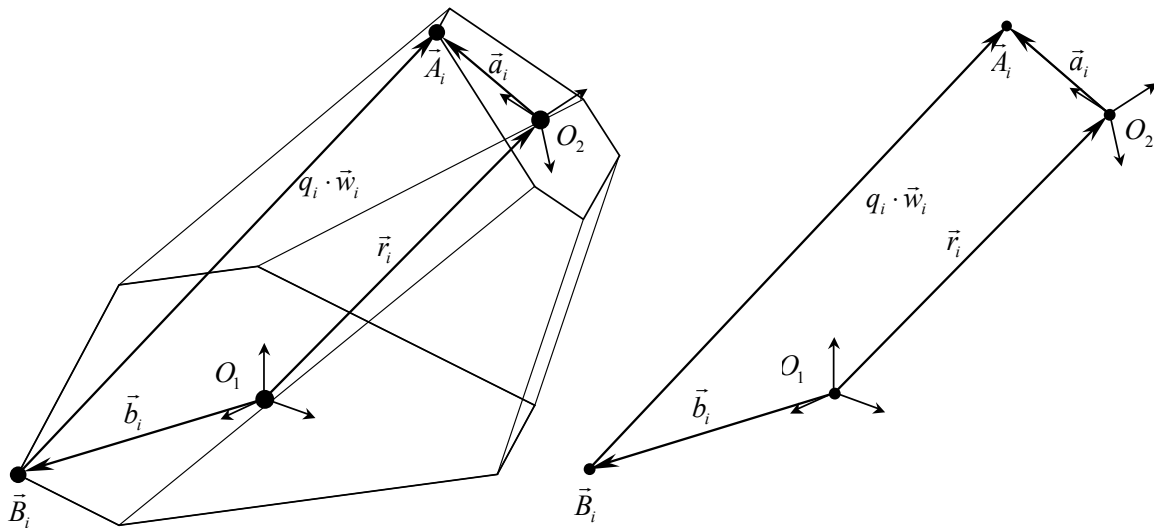
Modeli grešaka primijenjeni na konvencionalne manipulatore ne mogu se upotrijebiti za paralelnu strukturu. Iako je i prije razmatrana sa stanovišta robotike, zahtjevi prema Stewartovoj platformi kao obradnom stroju postavljeni su tek u posljednjih desetak godina. Wang i Masory [WAN 93] razmatrali su vezu između grešaka u proizvodnji stroja i preciznosti rada takvog stroja modelirajući krakove kao kinematske lance koristeći DH konvenciju. Ropponen i Arai u svom su radu [ROP 95] prikazali model koji uključuje greške temeljeći ga na derivaciji kinematike. Wang i Ehmman [WAN 95] koristili su diferencijalnu promjenu duljina krakova pri zasnivanju svog modela sa greškama. Glavni nedostatak navedenih modela jest nedostatak kostura modela na koji će se moći dodati utjecaji svih mogućih izvora pogrešaka. Matematička prezentacija koja bi to omogućila može se onda upotrijebiti za smanjivanje grešaka u proizvodnji samih strojeva jer bi se znali koji su dijelovi kritični. Također, model bi pomogao u razvoju novih struktura koje su otpornije na razne greške. Upravljanje koje koristi taj model za kompenzaciju grešaka pridonosi povećavanju preciznosti.

U ovom poglavlju uspostavljen je matematički odnos greške položaja i orijentacije krajnjeg dijela manipulatora sa uzrocima grešaka. Uzroci su ograničeni na greške u položajima zglobova manipulatora te greške u duljinama krakova koji nastaju tijekom rada manipulatora. Koristi se metoda predstavljena u radu [PAT 97], koja koristi diferencijale vektorskih jednadžbi. Upotrebljivost ovakve metode je stoga ograničena na slučajeve gdje

su apsolutne vrijednosti komponenta grešaka relativno male. Zbog različite strukture dva osnovna razmatrana modela Stewartove platforme oni će biti obrađeni u zasebnim poglavljima.

### 5.1. Heksapod s upravljivom duljinom krakova

Da bi se ustanovilo utjecaj grešaka započeti će se sa osnovnim modelom koji ne uključuje pogreške. Na slici 5.1 prikazan je opći položaj strukture iz koje je izdvojena jedna grana.



Slika 5.1 Osnovni model

Prema slici 5.1 od ishodišta koordinatnog sustava nepokretne platforme do točke  $\vec{A}_i$  (hvatište kraka  $i$  gornje pokretne platforme) postoje dva puta prema formuli (5.1).

$$\left. \begin{aligned} \vec{A}_i &= \vec{b}_i + q_i \cdot \vec{w}_i \\ \vec{A}_i &= \vec{r} + \vec{a}_i = \vec{r} + \underline{R} \cdot {}^P \vec{a}_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{b}_i + q_i \cdot \vec{w}_i = \vec{r} + \underline{R} \cdot {}^P \vec{a}_i \quad (5.1)$$

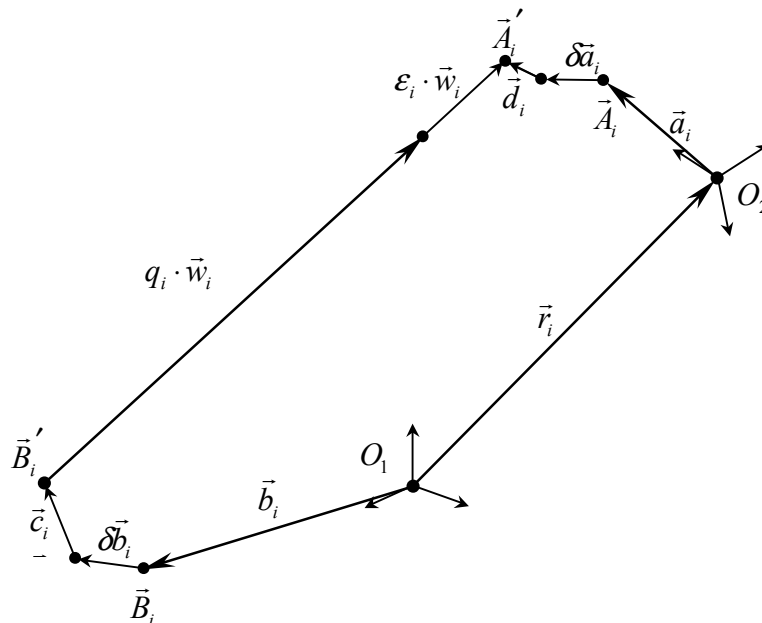
Vektor  $\vec{w}_i$  jest jedinični vektor smjera kraka  $i$ ,  $q_i$  je duljina kraka  $i$ ,  $\vec{b}_i$  i  $\vec{a}_i$  su vektori koji povezuju ishodišta platformi sa hvatištima krakova u globalnim koordinatama (koordinatni sustav učvršćene platforme).

Vektor  ${}^P \vec{a}_i$  je vektor  $\vec{a}_i$  izražen u koordinatnom sustavu pokretne platforme. Pošto se promatra vrh alata učvršćenog na pokretnoj platformi, odnosno greška koja se tamo ostvaruje, vektor  $\vec{a}_i$  se računa koristeći točku vrha alata, a ne središte pokretne platforme. To zapravo znači da je ishodište pokretne platforme  $O_2$  postavljeno u točku vrha alata, a ne u geometrijsko središte položaja hvatišta na pokretnoj platformi.

Matrica  $\underline{R}$  jest matrica rotacije pokretnog koordinatnog sustava u odnosu na bazni. Pošto je  $\vec{w}_i$  jedinični vektor, duljinu kraka  $i$  može se eksplicitno izračunati po formuli (5.2), što je zapravo postupak inverzne kinematike.

$$q_i = \left\| \vec{r} + \underline{R} \cdot {}^P \vec{a}_i - \vec{b}_i \right\| \quad (5.2)$$

Ukoliko se želi da model bude realniji, tj. da dozvoljava određena odstupanja od osnovnog modela, potrebno je omogućiti ugradnju veličina koje će predstavljati određene greške u samom modelu. Slika 5.2 prikazuje jednu granu takvog preciznijeg modela. Odnos veličina grešaka je preuveličan da bi se te veličine vidjele.



Slika 5.2 Grana preciznijeg modela

Koje su to greške koje su treba uzeti u obzir? Položaji zglobova na nepokretnoj i pokretnoj platformi mogu odstupati od nominalnih položaja za veličine označene sa  $\delta \vec{b}_i$  te  $\delta \vec{a}_i$ , respektivno. Nadalje, položaji hvatišta krakova u tim zglobovima mogu odstupati za vrijednosti označene vektorima  $\vec{c}_i$  na nepokretnoj te  $\vec{d}_i$  na pokretnoj platformi. Zadnja greška razmatrana u ponuđenome modelu jest greška u duljini krakova iznosa  $\varepsilon_i \cdot \vec{w}_i$ .

Inverzna kinematika za predloženi precizniji model lako se daje napraviti iz slike 5.2 te je, kao što se vidi iz formule (5.3) tek ponešto kompliciranija naspram osnovnog modela.

$$q_i = \left\| \vec{r} + \underline{R} \cdot \left( {}^P \vec{a}_i + {}^P \delta \vec{a}_i + {}^P \vec{d}_i \right) - \vec{b}_i - \delta \vec{b}_i - \vec{c}_i \right\| - \varepsilon_i \quad (5.3)$$

Glavni je problem što u ovom slučaju treba znati vrijednosti svih grešaka. U nekim je slučajevima neke od njih moguće odrediti mjerenjem, međutim, u općem je slučaju to vrlo teško. Greške mnogo ovise o trenutnom položaju manipulatora, trenutnom opterećenju, brzini, temperaturi i drugim veličinama. Čak i kada bi se funkcijski odredili utjecaji svakog faktora, rješenje inverznom kinematikom postaje značajno složenije jer tada desna strana jednadžbe (5.4) postaje ovisna o  $q_i$  te se analitički niti ne može riješiti već samo primjenom nekih numeričkih postupaka (npr. *Newton-Raphson*).

Iz navedenoga vidi se da precizan model služi računanju inverzne kinematike, odnosno, računanju duljinu krakova za određene položaje, uz poznavanje vrijednosti svih grešaka modela u tom položaju.

Što se može učiniti ako greške nisu unaprijed poznate, već se njihova apsolutna greška daje samo približno procijeniti, odnosno, ako se želi izračunati utjecaj pojedinih grešaka na ukupnu grešku položaja. Očito je potreban drukčiji pristup. Jedan od načina jest

korištenjem diferencijalnog modela grešaka.

Diferenciranjem formule (5.1) dobiva se jednažba (5.4).

$$\delta \vec{b}_i + \delta q_i \cdot \vec{w}_i + q_i \cdot \delta \vec{w}_i = \delta \vec{r} + \delta \underline{R} \cdot \vec{a}_i + \underline{R} \cdot \delta \vec{a}_i \quad (5.4)$$

Diferencijali bi u osnovnom modelu, tj. idealnom slučaju bili jednaki nuli. U stvarnosti to nije tako te je potrebno ispitati njihov utjecaj. Da bi se uključilo iste greške kao u prethodnom modelu koji uključuje greške, potrebno u jednažbu (5.4) dodati vektore  $\vec{c}_i$  i  $\vec{d}_i$ . Konačno dobiva se jednažba (5.5).

$$\delta \vec{b}_i + \vec{c}_i + \delta q_i \cdot \vec{w}_i + q_i \cdot \delta \vec{w}_i = \delta \vec{r} + \delta \underline{R} \cdot \vec{a}_i + \underline{R} \cdot (\delta \vec{a}_i + \vec{d}_i) \quad (5.5)$$

Orijentacijska greška može se izraziti i prema (5.6) preko vektora greške orijentacije.

$$\delta \underline{R} = \delta \tilde{\Omega} \cdot \underline{R}, \quad \delta \tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad \delta \tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Uvrštavanjem (5.6) u (5.5), te uz  $\underline{R} \cdot \vec{a}_i = \vec{a}_i$  i  $\delta \tilde{\Omega} \cdot \vec{a}_i = \delta \tilde{\Omega} \times \vec{a}_i$  dobiva se (5.7).

$$\begin{aligned} \delta \vec{b}_i + \vec{c}_i + \delta q_i \cdot \vec{w}_i + q_i \cdot \delta \vec{w}_i &= \delta \vec{r} + \delta \tilde{\Omega} \cdot \underline{R} \cdot \vec{a}_i + \underline{R} \cdot (\delta \vec{a}_i + \vec{d}_i) \\ &= \delta \vec{r} + \delta \tilde{\Omega} \cdot \vec{a}_i + \underline{R} \cdot (\delta \vec{a}_i + \vec{d}_i) \\ &= \delta \vec{r} + \delta \tilde{\Omega} \times \vec{a}_i + \underline{R} \cdot (\delta \vec{a}_i + \vec{d}_i) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Budući da je  $\vec{w}_i$  jedinični vektor, tj. vrijedi  $\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i = 1$  te  $\vec{w}_i \cdot \delta \vec{w}_i = 0$ , množenjem (5.7) sa  $\vec{w}_i$  dobiva se (5.8), odnosno, uz cikličku zamjenu vektorsko-skalarnog produkta (5.9).

$$\delta q_i = \vec{w}_i \cdot \delta \vec{r} + \vec{w}_i \cdot (\delta \tilde{\Omega} \times \vec{a}_i) + \vec{w}_i \cdot \underline{R} \cdot (\delta \vec{a}_i + \vec{d}_i) - \vec{w}_i \cdot (\delta \vec{b}_i + \vec{c}_i) \quad (5.8)$$

$$\delta q_i = \delta \vec{r} \cdot \vec{w}_i + \delta \tilde{\Omega} \cdot (\vec{a}_i \times \vec{w}_i) + \vec{w}_i \cdot \underline{R} \cdot (\delta \vec{a}_i + \vec{d}_i) - \vec{w}_i \cdot (\delta \vec{b}_i + \vec{c}_i) \quad (5.9)$$

Ako se sa  $\vec{\Pi} = [\vec{r}^T \ \tilde{\Omega}^T]^T = [r_x \ r_y \ r_z \ \psi \ \theta \ \phi]^T$  označi vektor položaja pokretne platforme (npr. njenog središta), onda se sa  $\delta \vec{\Pi} = [\delta \vec{r}^T \ \delta \tilde{\Omega}^T]^T = [\delta r_x \ \delta r_y \ \delta r_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  može označiti pogrešku u položaju. Neka je vektor  $\vec{\Lambda} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T$  vektor duljina krakova, tada je vektor  $\delta \vec{\Lambda}$  vektor grešaka u duljinama krakova. Jednakost (5.9) vrijedi za svaki krak ( $i=1..6$ ), te se uz navedene oznake ona može se iskazati matricno prema formuli (5.10), gdje su  $\underline{J}$ ,  $\underline{N}$ ,  $\delta \vec{A}$  definirani prema (5.11) i (5.12).

$$\delta \vec{\Lambda} = \underline{J} \cdot \delta \vec{\Pi} + \underline{N} \cdot \delta \vec{A} \quad (5.10)$$

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \bar{w}_1^T & (\bar{a}_1 \times \bar{w}_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ \bar{w}_6^T & (\bar{a}_6 \times \bar{w}_6)^T \end{bmatrix} \quad \delta \bar{A} = \begin{bmatrix} {}^P \delta \bar{a}_1 + {}^P \bar{d}_1 \\ \delta \bar{b}_1 + \bar{c}_1 \\ \vdots \\ {}^P \delta \bar{a}_6 + {}^P \bar{d}_6 \\ \delta \bar{b}_6 + \bar{c}_6 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{36 \times 1} \quad (5.11)$$

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} \bar{w}_1^T \cdot \underline{R} & -\bar{w}_1^T & \cdots & \bar{0}^T & \bar{0}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \bar{0}^T & \bar{0}^T & \cdots & \bar{w}_6^T \cdot \underline{R} & -\bar{w}_6^T \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{6 \times 36} \quad (5.12)$$

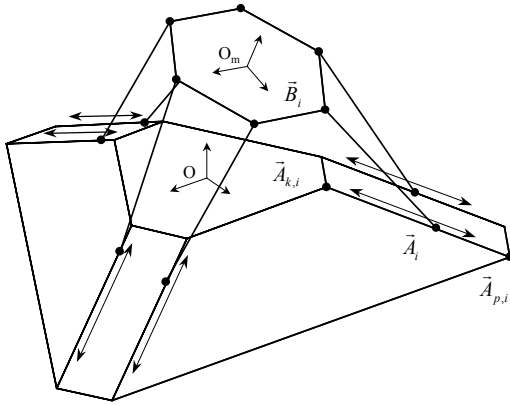
Invertiranjem jakobijane  $\underline{J}$ , te njenim množenjem formule (5.10) greška pozicije i orijentacije krajnje točke manipulatora dobiva se eksplicitno prema (5.13).

$$\delta \bar{\Pi} = \underline{J}^{-1} \cdot (\delta \bar{\Lambda} - \underline{N} \cdot \delta \bar{A}) \quad (5.13)$$

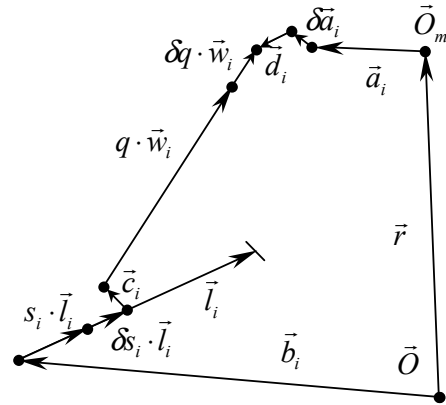
Formula (5.13) konačna je formula upotrebljena pri određivanju odstupanja paralelnog manipulatora sa upravljivom duljinom krakova.

## 5.2. Heksapod sa konstantnom duljinom krakova

Model heksapoda sa konstantnom duljinom krakova, koji su sa jedne strane spojeni na vodilice, prikazan je na slici 5.3. Jedna grana tog modela, korištena u analizi, u koju su dodane greške položaja zglobova prikazana je na slici 5.4.



Slika 5.3 Model sa vodilicama



Slika 5.4 Grana modela sa ucrtanim greškama

Vektorska jednačba koja proizlazi iz slike 5.4, a u kojoj nisu uključene pogreške prikazana je formulom (5.14). Vrijednosti varijable  $s$  kreću se od nule do jedinice, ovisno o položaju zglobova  $i$  na vodilici.

$$\bar{b}_i + s_i \cdot \bar{l}_i + q_i \cdot \bar{w}_i = \bar{r} + \bar{a}_i = \bar{r} + \underline{R} \cdot {}^P \bar{a}_i \quad (5.14)$$

Diferenciranjem izraza (5.14), te uz  $\delta \bar{b}_i = \bar{0}$ ,  $\delta \bar{l}_i = \bar{0}$  dobiva se (5.15).

$$\delta s_i \cdot \vec{l}_i + \delta q_i \cdot \vec{w}_i + q_i \cdot \delta \vec{w}_i = \delta \vec{r} + \delta \underline{R} \cdot \vec{a}_i + \underline{R} \cdot \delta \vec{a}_i \quad (5.15)$$

Supstitucijom  $\delta \underline{R} \cdot \vec{a}_i = \delta \underline{\Omega} \cdot \underline{R} \cdot \vec{a}_i = \delta \underline{\Omega} \cdot \vec{a}_i = \delta \underline{\Omega} \times \vec{a}_i$ , te dodavanjem dodatnih komponenta grešaka zadanih vektorima  $\vec{c}_i$  i  $\vec{d}_i$  dobiva se (5.16).

$$\delta s_i \cdot \vec{l}_i + \delta q_i \cdot \vec{w}_i + q_i \cdot \delta \vec{w}_i + \vec{c}_i = \delta \vec{r} + \delta \underline{\Omega} \times \vec{a}_i + \underline{R} \cdot ({}^P \delta \vec{a}_i + {}^P \vec{d}_i) \quad (5.16)$$

Množenjem (5.16) sa jediničnim vektorom  $\vec{w}_i$  dobiva se (5.17), odnosno, matricnim prikazom, konačno se dobiva formula (5.18).

$$\vec{w}_i \cdot \vec{l}_i \cdot \delta s_i = \vec{w}_i \cdot \delta \vec{r} + (\vec{a}_i \times \vec{w}_i) \cdot \delta \underline{\Omega} + \vec{w}_i \cdot \underline{R} \cdot ({}^P \delta \vec{a}_i + {}^P \vec{d}_i) + \vec{w}_i \cdot \vec{c}_i - \delta q_i \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \underline{S} \cdot \delta \vec{\Psi} &= \underline{J} \cdot \delta \vec{\Pi} + \underline{N} \cdot \delta \vec{A} + \vec{B} \\ \delta \vec{\Pi} &= \underline{J}^{-1} \cdot (\underline{S} \cdot \delta \vec{\Psi} - \underline{N} \cdot \delta \vec{A} - \vec{B}) \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \delta \vec{\Psi} &= \begin{bmatrix} \delta s_1 \\ \vdots \\ \delta s_6 \end{bmatrix} \quad \underline{J} = \begin{bmatrix} \vec{w}_1^T & (\vec{a}_1 \times \vec{w}_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ \vec{w}_6^T & (\vec{a}_6 \times \vec{w}_6)^T \end{bmatrix} \quad \underline{N} = \begin{bmatrix} \vec{w}_1^T \cdot \underline{R} & \cdots & \vec{0}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{0}^T & \cdots & \vec{w}_6^T \cdot \underline{R} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{6 \times 18} \\ \underline{S} &= \begin{bmatrix} \vec{w}_1^T \cdot \vec{l}_1 & \cdots & \vec{0}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{0}^T & \cdots & \vec{w}_6^T \cdot \vec{l}_6 \end{bmatrix} \quad \delta \vec{A} = \begin{bmatrix} {}^P \delta \vec{a}_1 + {}^P \vec{d}_1 \\ \vdots \\ {}^P \delta \vec{a}_6 + {}^P \vec{d}_6 \end{bmatrix} \quad \delta \vec{B} = \begin{bmatrix} \delta q_1 + \vec{w}_1 \cdot \vec{c}_1 \\ \vdots \\ \delta q_6 + \vec{w}_6 \cdot \vec{c}_6 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Iako po strukturi dosta različitoj od prvog model, formula za grešku položaja ovog drugog modela heksapoda slična je prethodnoj.

### 5.3. Utjecaj tolerancija

Točno poznavanje vrijednosti svih elemenata pogrešaka vrlo je rijetko u praksi. Zapravo, ako su odstupanja unaprijed poznata (npr. odstupanja u duljini/položaju nekog zgloba), ona se mogu ili koristiti pri računanju inverzne kinematike preko formule (5.3) ili direktno uključiti u parametre modela (korigirati parametre) te ih se tako više ne razmatra zasebno. Međutim, mnogo su češći slučajevi kod kojih se apsolutne vrijednosti odstupanja mogu samo procijeniti, tj. dane su tolerancije pojedinih komponenta. Zanimljivo je stoga pokušati procijeniti maksimalno odstupanje heksapoda za određene položaje koristeći metodu najgoreg mogućeg slučaja. Metodom se može pronaći gornja ograda greške položaja. Iako ta greška može biti i prilično veća od realne, ona se daje izračunati.

Vektor pogreške položaja računa se koristeći (5.13), odnosno (5.18) za drugi model, tj. istim formulama kao i egzaktne pogreške, s jedinom razlikom što se sada ne uvrštavaju poznata odstupanja pojedinih parametara već vrijednosti iz intervala tolerancija za koje se postiže maksimalna pogreška.

Vektor pogreške položaja  $\delta \vec{\Pi} = [\delta \vec{r}^T \ \delta \underline{\Omega}^T]^T$  sastoji se od greške u poziciji, zadanu po koordinatnim osima, i greške u orijentaciji, zadanu sa greškama kuteva. Zanimljivo može biti traženje maksimalne greške pozicije, ili maksimalne greške orijentacije, ili maksimum

kombinacije grešaka ta dva člana (npr. zbroj grešaka sa različitim težinskim faktorima). Apsolutna vrijednost greške jest zapravo apsolutna vrijednost vektora greške. Apsolutna vrijednost vektora računa se kao drugi korijen iz skalarnog produkta vektora sa samim sobom. Funkcija korjenovanja jest strogo rastuća funkcija, odnosno, pri traženju maksimalne vrijednosti dovoljno je uspoređivati skalarni produkt pod korijenom.

Funkcija čiji se maksimum traži izgleda kao formula (5.20), gdje vektor  $\delta\vec{q}$  može predstavljati grešku pozicije ili orijentacije. Shodno tome matrica  $\underline{K}$  predstavlja prva ili zadnja tri retka matrice  $\underline{J}^{-1}$ .

$$\begin{aligned} f(\delta\vec{\lambda}, \delta\vec{A}) &= \delta\vec{g}^T \cdot \delta\vec{g} = [\underline{K} \cdot (\delta\vec{\lambda} - \underline{N} \cdot \delta\vec{A})]^T \cdot [\underline{K} \cdot (\delta\vec{\lambda} - \underline{N} \cdot \delta\vec{A})] = \\ &= (\delta\vec{\lambda} - \underline{N} \cdot \delta\vec{A})^T \cdot \underline{K}^T \cdot \underline{K} \cdot (\delta\vec{\lambda} - \underline{N} \cdot \delta\vec{A}) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Funkcija (5.20) jest funkcija oblika (5.21), gdje je matrica  $\underline{A}$  simetrična kvadratna matrica sa pozitivnim dijagonalnim elementima.

$$f(\vec{x}) = \vec{x}^T \cdot \underline{A} \cdot \vec{x} = \sum_i \sum_j a_{i,j} \cdot x_i \cdot x_j, \quad a_{i,i} > 0, \quad a_{i,j} = a_{j,i}, \quad \det|\underline{A}| \neq 0 \quad (5.21)$$

Maksimum funkcije traži se u prostoru ograničenom sa (5.22), gdje su  $d_i$  zadane tolerancije pojedinih komponenti modela.

$$-d_i \leq x_i \leq +d_i, \quad i \in [1..78] \quad (5.22)$$

Pošto je funkcija  $f$  kvadratna funkcija sa minimalnom vrijednošću jednakom nuli, ona svoj maksimum u ovako ograđenom prostoru poprima baš za granične vrijednosti tolerancija, tj.  $x_i = -d_i$  ili  $x_i = d_i$  (na čoškovima  $n$ -dimenzijskog prostora). Za 78 elemenata grešaka koliko ih uključuje prvi model maksimum se nalazi u jednom od  $2^{78}$  vrhova.

Promatranjem (5.11) i (5.19) vidi se da se neke greške direktno međusobno zbrajaju u jednadžbama. To se može iskoristiti njihovom zamjenom novim virtualnim parametrom tolerancije čija je vrijednost jednaka zbroju apsolutnih vrijednosti zamijenjenih parametara. Problem se time značajno smanjuje. Kod prvog modela od početnih 72 elementa tolerancija dolazi se do 42. Drugi model početno ima 66 elemenata, a sa zamjenom parametara 48. Ta smanjenja broj varijabli su vrlo značajna uzimajući u obzir da je problem eksponencijalne složenosti. Međutim i sa smanjenjem broja elemenata problem ostaje presložen za egzaktno rješavanje te je potrebno koristiti neku numeričku metodu koja će dati dobar rezultat u prihvatljivom vremenu.

Određivanje točke u kojoj funkcija poprima maksimum može se relativno efikasno postići korištenjem metode sličnoj metodi *traženja ekstrema po koordinatnim osima* [TUR 89]. Metoda ima nedostatak da može završiti u lokalnom minimumu. Međutim, za razliku od sofisticiranijih metoda (simulirano kaljenje, genetski algoritam), ova metoda koristi značajno manji broj računanja računski zahtjevne funkcije cilja te daje dobar rezultat.

Metoda je prikazana sljedećim pseudokodom.

*procedura max\_f( $\vec{x}_0$ )*

$f_0 = f(\vec{x}_0)$

$\vec{x} = \vec{x}_0$

čini

*promjena=0*

*za i=1 do n čini (n=broj elemenata vektora)*

$x_i = -x_i$

$f_1 = f(\vec{x})$

ako je  $f_1 > f_0$  tada

$f_0 = f_1$

*promjena=1*

inače

$x_i = -x_i$

dok je promjena=1

*vрати ( $\vec{x}$ )*

*kraj*

Ukoliko su zadane tolerancije samo nekih komponenti ili se želi ispitati utjecaj samo određenih komponenti tada je problem utoliko jednostavniji jer ima samo  $m$  varijabli, te je i prostor pretrage tada  $2^m$

#### 5.4. Procjena broja operacija

Za izračunavanje greške u jednoj točki najprije je potrebno izračunati koordinate svih zglobova pokretne platforme. Ukoliko je položaj različit od okomitog to zahtjeva početnih 126 operacija. Generiranje matrica traži 330 operacija. Rješavanje sustava korištenjem LU dekompozicije zahtjeva 198 operacija, odnosno, ukupno prema (5.23).

$$N = 126 + 330 + 198 = 654 \quad (5.23)$$

Ukoliko se računaju tolerancije izraz (5.23) potrebno je pomnožiti brojem iteracija kojima se dolazi do kombinacije grešaka koje daju maksimalnu pogrešku ( $>50$ ).

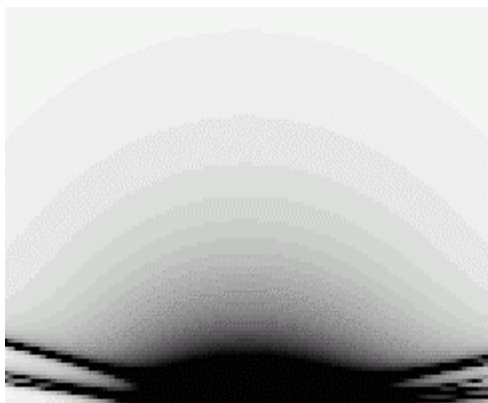
Ukoliko se pogreška računa kao srednja vrijednost pogrešaka svih računatih smjerova pristupa točki tada se i broj uzetih smjerova mora pomnožiti trenutnim brojem operacija.

Iz navedenog vidi se da je izračunavanje pogrešaka daleko zahtjevnije od samog izračuna radnog prostora. Opravdano je stoga računati pogreške samo u onim točkama prostora koje pripadaju radnom prostoru manipulatora.

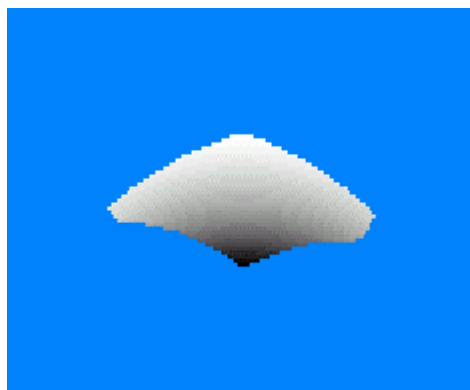
#### 5.5. Programska implementacija

Računanje pogrešaka je implementirano kao nadogradnja prethodnog programa izračunavanja radnog prostora novim objektima i funkcijama koje su u mogućnosti iskoristiti sličnost određenih funkcija i parametara sa prethodnim problemom. Funkcije za prikaz rezultata su također doradene tako da omogućuju prikaz rezultata računanja pogrešaka. Tako je npr. moguće prikazati (u presjeku ili 3D prostoru) volumen prostora u kojem su greške manje ili veće od određene zadane veličine. Odabirom određenih parametara prikaza moguće je za određeni presjek prikazati odnos grešaka, što je greška veća boja točke je tamnija i obratno.



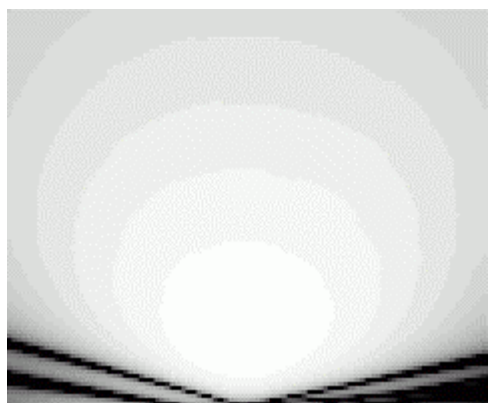


Slika 5.5 Greške na cijelom prostoru

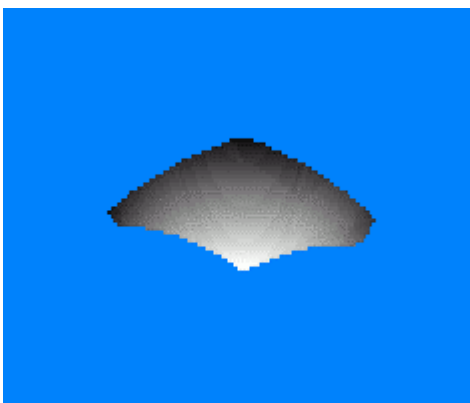


Slika 5.6 Greške na radnom prostoru

Primjer grešaka prikazan je na slikama 5.5, 5.6, 5.7 i 5.8.



Slika 5.7 Tolerancije na cijelom prostoru



Slika 5.8 Tolerancije na radnom prostoru

Za razliku od radnog prostora izračunati volumen nije moguće jednostavno sažeti koristeći istu metodu kao i kod radnog prostora. Svaka točka predstavlja decimalan broj koji se računa u svakoj točki. Iako sličnih svojstava susjednih točaka taj je broj različit od točke do točke. Za jednu točku potrebna su 4 okteta (4B), odnosno za rezoluciju računanja 150x150x150 prikazanoj na slikama to iznosi skoro 13 MB za cijeli volumen.

## 6. KINEMATIKA

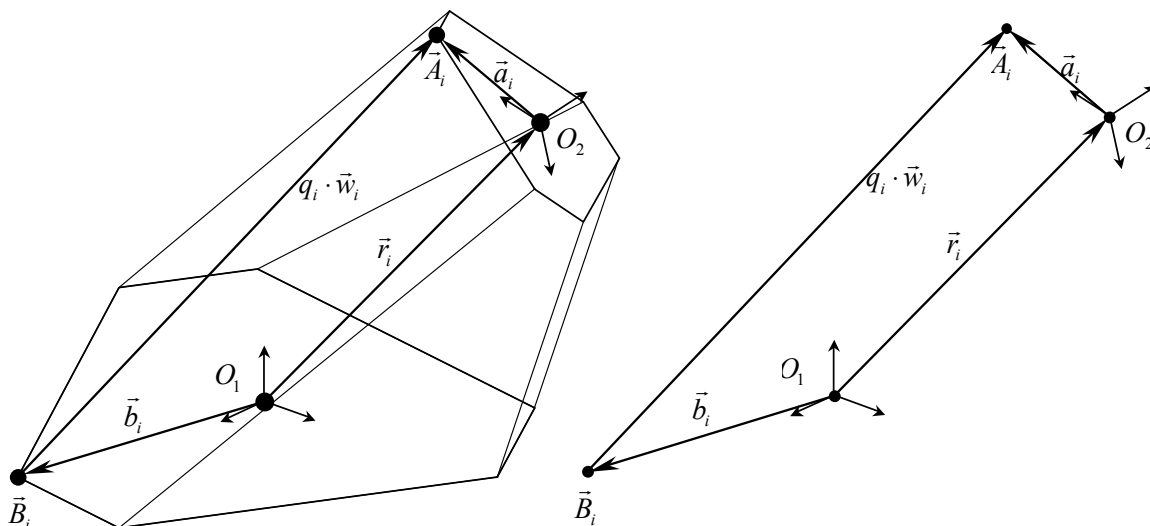
Kinematika je znanost koja proučava gibanje sa stanovišta brzine, ubrzanja, dok se veličine kao masa, sila, momenti ne razmatraju. Tako se i u ovom poglavlju razmatraju samo kinematske veličine vezane za paralelne manipulatore temeljene na Stewartovoj platformi. Ipak, nekakva predodžba o odnosima sila, momenata dala bi se indirektno izračunati koristeći princip virtualnog rada ili dualnosti brzine i sile [BHA 95], [LEB 95], [ZAN 97].

Jedna od bitnih značajki paralelnih manipulatora, pored veličine radnog prostora, sposobnosti preciznog upravljanja jest i brzina kojom se njime može upravljati. Što je brzina veća, uz istodobno zadržavanje ostalih svojstava, manipulator je efikasniji, odnosno, boljih kinematskih svojstava.

Kod paralelnog manipulatora zasnovanog na Stewartovoj platformi upravljanje se vrši promjenom duljina krakova, odnosno, pomakom hvatišta krakova na vodilici. Odnos promjene duljine krakova, odnosno, položaja kliznika prema promjeni položaja i orijentacije alata određuje kinematska svojstva manipulatora. Ovo poglavlje bavi se utvrđivanjem i analizom ovog odnosa. Najprije se uspostavlja veza između ovih dviju veličina za oba promatrana modela paralelnih manipulatora. Koristeći tu vezu određuju se kinematska svojstva manipulatora koristeći određene kriterije ocjene.

### 6.1. Heksapod sa upravljivom duljinom krakova

Na slici 6.1 prikazan je opći položaj strukture iz koje je izdvojena jedna grana.



Slika 6.1 Osnovni model sa izdvojenom granom

Prema slici 6.1 od ishodišta koordinatnog sustava nepokretne platforme do točke  $\vec{A}_i$  (hvatište kraka  $i$  gornje pokretne platforme) postoje dva puta prema formuli (6.1).

$$\left. \begin{array}{l} \vec{A}_i = \vec{b}_i + q_i \cdot \vec{w}_i \\ \vec{A}_i = \vec{r} + \vec{a}_i \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{b}_i + q_i \cdot \vec{w}_i = \vec{r} + \vec{a}_i \quad (6.1)$$

Vektor  $\vec{w}_i$  jest jedinični vektor smjera kraka  $i$ ,  $q_i$  je duljina kraka  $i$ ,  $\vec{b}_i$  i  $\vec{a}_i$  su vektori koji povezuju središta platformi sa hvatištima krakova u globalnim koordinatama (koordinatni sustav učvršćene platforme). Središte pokretne platforme  $\vec{O}_2$  postavljeno je u točku vrha alata, točku za koju se traže kinematska svojstva.

Parcijalnom derivacijom izraza (6.1) po vremenu uz  $\frac{\partial \vec{b}_i}{\partial t} = \vec{0}$ , dobiva se formula (6.2). Vektor  $\vec{v}$  predstavlja linearnu, a vektor  $\vec{\omega}$  kutnu brzinu pokretne platforme. Bitno je uočiti da vektori  $\vec{w}_i$  i  $\vec{a}_i$  ne mijenjaju veličinu već samo smjer.

$$\dot{q}_i \cdot \vec{w}_i + q_i \cdot \vec{\omega} \times \vec{w}_i = \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{a}_i \quad (6.2)$$

Množenjem jednadžbe (6.2) sa jediničnim vektorom  $\vec{w}_i$  dobiva se jednakost (6.3), odnosno cikličkom zamjenom faktora zadnjeg člana te matičnim prikazom (6.4).

$$\dot{q}_i = \vec{v} \cdot \vec{w}_i + (\vec{\omega} \times \vec{a}_i) \cdot \vec{w}_i \quad (6.3)$$

$$\dot{q}_i = \vec{v} \cdot \vec{w}_i + \vec{\omega} \cdot (\vec{a}_i \times \vec{w}_i) = \begin{bmatrix} \vec{w}_i^T & (\vec{a}_i \times \vec{w}_i)^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Jednakosti se za sve krakove mogu prikazati u sažetom matičnom obliku (6.5).

$$\dot{\vec{q}} = \begin{bmatrix} \vec{w}_1^T & (\vec{a}_1 \times \vec{w}_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ \vec{w}_6^T & (\vec{a}_6 \times \vec{w}_6)^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \dot{\vec{q}} = \underline{J} \cdot \dot{\vec{x}} \quad (6.5)$$

Matrica  $\underline{J}$  naziva se jakobijana sustava o kojoj ovise kinematska svojstva manipulatora te će se ona posebno analizirati.

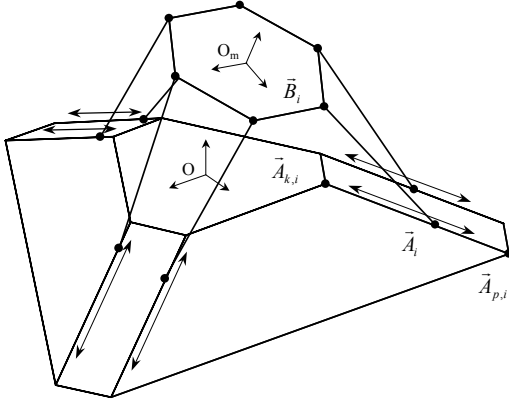
## 6.2. Heksapod sa konstantnom duljinom krakova

Na slici 6.2 prikazan je model manipulatora sa konstantnom duljinom krakova te jedna grana tog modela na slici 6.3.

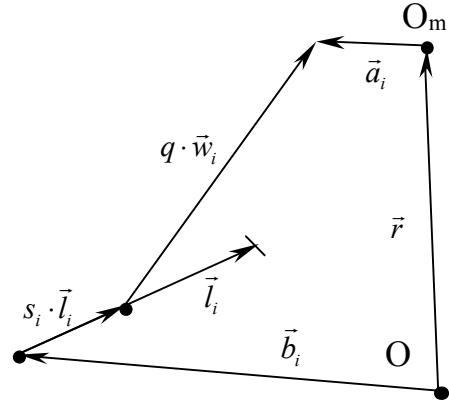
Analogno izvodu za prethodni model, iz slike 6.3 može se izvesti jednakost (6.6).

$$\vec{b}_i + s_i \cdot \vec{l}_i + q \cdot \vec{w}_i = \vec{r} + \vec{a}_i \quad (6.6)$$

Hvatište kraka na nepokretnoj platformi nalazi se na vodilici određenoj smjerom  $\vec{l}_i$ , početnom točkom  $\vec{b}_i$  te trenutnim položajem  $s_i \cdot \vec{l}_i$ ,  $s_i \in [0,1]$ . Derivacijom jednakosti (6.6) po vremenu te uz  $\frac{\partial \vec{b}_i}{\partial t} = \frac{\partial \vec{l}_i}{\partial t} = \vec{0}$ ,  $\frac{\partial q_i}{\partial t} = 0$  dobiva se (6.7).



Slika 6.2 Model sa vodilicama



Slika 6.3 Grana modela

Množenjem jednadžbe (6.7) sa jediničnim vektorom  $\vec{w}_i$  dobiva se (6.8), te cikličkom zamjenom faktora zadnjeg člana dobiva se jednakost (6.9), odnosno matricnim prikazom (6.10).

$$\dot{s}_i \cdot \vec{l}_i + q \cdot \vec{\omega} \times \vec{w}_i = \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{a}_i \quad (6.7)$$

$$\dot{s}_i \cdot \vec{w}_i \cdot \vec{l}_i = \vec{w}_i \cdot \vec{v} + \vec{w}_i \cdot (\vec{\omega} \times \vec{a}_i) \quad (6.8)$$

$$\dot{s}_i \cdot \vec{w}_i \cdot \vec{l}_i = \vec{w}_i \cdot \vec{v} + (\vec{a}_i \times \vec{w}_i) \cdot \vec{\omega} = \begin{bmatrix} \vec{w}_i^T & (\vec{a}_i \times \vec{w}_i)^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{w}_1 \cdot \vec{l}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \vec{w}_6 \cdot \vec{l}_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \vdots \\ \dot{s}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{w}_1^T & (\vec{a}_1 \times \vec{w}_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ \vec{w}_6^T & (\vec{a}_6 \times \vec{w}_6)^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{L} \cdot \vec{s} = \underline{K} \cdot \dot{\vec{x}} \quad (6.10)$$

Matrica  $\underline{L}$  je dijagonalna matrica te ukoliko su joj dijagonalni elementi različiti od nule jednakost se može pomnožiti sa inverznom matricom pa se konačno dobiva (6.11).

$$\vec{s} = \underline{L}^{-1} \cdot \underline{K} \cdot \dot{\vec{x}} = \underline{J} \cdot \dot{\vec{x}} \quad (6.11)$$

Jakobijana, tj. matrica  $\underline{J}$  je slična jakobijani prethodnog modela, razlika je samo u množenju inverznom matricom  $\underline{L}^{-1}$ .

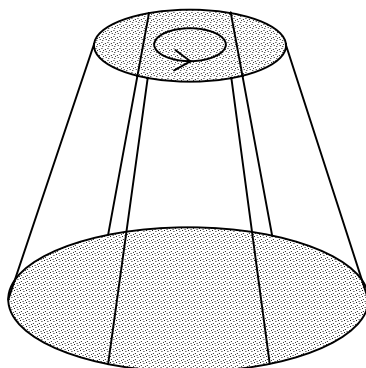
### 6.3. Analiza jakobijane sustava

Jakobijana se može promatrati kao linearno preslikavanje iz prostora brzina krajnjeg dijela manipulatora (*eng. end effector velocity*) u prostor brzina promjena duljina krakova (*eng. strut rates*). Ekstremne vrijednosti duljina vektora mogu se koristiti za prikaz kinematskih mogućnosti. Ti ekstremi su definirani kao singularne vrijednosti jakobijane.

Kao što se vidi iz formula (6.5) i (6.11) matrica  $\underline{J}$  ovisi o strukturi manipulatora, ali i trenutnom položaju. Idealno bi bilo kada bi odnos  $\dot{q} \leftrightarrow \dot{\vec{x}}$  bio bijekcija, tj. jednoznačno preslikavanje u oba smjera. Dijelovi prostora u kojemu to nije tako su problematični sa stanovišta upravljanja i treba ih izbjegavati kako samim upravljanjem tako i konstrukcijom modela koji ne posjeduju takva područja ili ih imaju vrlo malo. Problem je zapravo u

pojavi neupravljivih stupnjeva slobode manipulatora.

Najjednostavniji primjer točke singulariteta prikazan je na simetričnom modelu heksapoda, na kojem su hvatišta jednoliko raspoređena po obodu platformi kao na slici 6.4.



Slika 6.4 Simetrični model heksapoda

U nekom osnovnom položaju heksapod sa slike 6.4 se momentu oko Z osi u koordinatnom sustavu pokretne platforme odupire jedino momentom zglobova, odnosno, ukoliko su ti zglobovi sferični, heksapod se takvom momentu ne može oduprijeti. Javlja se gibanje na koje se ne može utjecati promjenom duljina krakova, jer se njihova duljina pri tom gibanju ne mijenja.

Problematična su i područja u kojima se minimalnim promjenama aktuatora postižu znatna gibanja alata. U tim slučajevima opterećenje na aktuatorima je značajno veće, a može se dogoditi da su ti pomaci ispod granica upravljanja što opet rezultira nekontroliranim gibanjem alata.

Veličina kojom se mogu ustanoviti opisana svojstva jest matrica  $\underline{J}$ , odnosno neke njene značajke. U nekoliko objavljenih radova koriste se razni elementi pri ocjeni modela [LUH 96]. Najčešće se na osnovi jedne središnje točke željenog radnog prostora, odnosno, svojstava matrice  $\underline{J}$  u toj točki određuju sposobnosti manipulatora ili traže parametre modela za koje su kinematska svojstva optimalna [HUA 98].

Matrica  $\underline{J}$ , međutim, ovisi o trenutnom položaju manipulatora te se bolja ocjena manipulatora može računati koristeći svojstva jakobijane u određenom volumenu [STO 93], [GOS 91]. Kao i kod traženja radnog prostora, tako se i ovdje može za svaku točku radnog prostora uzeti skup smjerova sa kojima se dolazi u nju te za svaki od njih računati svojstva jakobijane. Tako se u ocjenu svake točke mogu uvrstiti ocjene svih računatih smjerova (svaki sa zadanom važnošću). Pošto to danas procesorska moć dozvoljava ocjena kinematskih svojstava obavljena je na opisani način.

Odnos značenja translacijskog i rotacijskog gibanja ovisi o primjeni manipulatora, odnosno određuje se na osnovi inženjerske prosudbe za svaku posebnu primjenu. Mijenjanje odnosa utjecaja translacijskog i rotacijskog gibanja pri računanju kinematskih svojstava ostvaruje se normiranjem jakobijane, odnosno, njena zadnja tri stupca koji posjeduju dimenziju duljine. Što je odabrana vrijednost kojom se normira veća to će se više naglašavati rotacijsko gibanje, odnosno, kada je manja naglašenije je translacijsko gibanje. U ovom radu kao parametar normiranja odabrana je prosječna udaljenost zglobova pokretne platforme od njenog ishodišta (vrha alata) [STO 93].

Za ocjenu kinematskih svojstava manipulatora u pojedinoj točki mogu se koristiti singularne vrijednosti jakobijane, determinanta ili druge norme jakobijane.

Pošto se računanje pogrešaka uslijed tolerancija obavlja koristeći istu matricu  $\underline{J}$ , kako je to pokazano u prethodnom poglavlju, za očekivati je da će se loša kinematska svojstva pokazati kao dobar generator pogrešaka, tj. točke u kojima su kinematski pokazatelji loši iznosi pogrešaka su jako veliki. To je i pokazano u poglavlju optimiranja paralelnih struktura.

### 6.3.1. Ocjena kinematskih svojstava korištenjem singularnih vrijednosti

Koje je geometrijsko značenja singularnih vrijednosti? Neka je  $\underline{A}$  kvadratna matrica. Ona se može rastaviti u oblik produkta prema (6.12), gdje su  $\underline{U}$  i  $\underline{V}$  ortogonalne matrice sa lijevim i desnim svojstvenim vektorima matrice  $\underline{A}$ , respektivno, te  $\underline{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_{\max}, \dots, \sigma_{\min})$  dijagonalna matrica sa singularnim vrijednostima (pojedine singularne vrijednosti mogu biti jednake nuli) [STO 93], [UCH 84].

$$\underline{A} = \underline{U} \cdot \underline{\Sigma} \cdot \underline{V}^T \quad (6.12)$$

Singularne vrijednosti matrice su korijeni svojstvenih vrijednosti matrice  $\underline{A}^T \underline{A}$ , odnosno, prema formuli (6.13), gdje su  $\lambda_i$  svojstvene vrijednosti matrice  $\underline{A}^T \underline{A}$ .

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\underline{A}^T \cdot \underline{A})}, \quad i \in \{1, 2, \dots, 6\} \quad (6.13)$$

Maksimalna singularna vrijednost predstavlja najveći korak matrice u smislu Euklidske udaljenosti, tj. vrijedi izraz (6.14).

$$\|\underline{A}\|_2 = \max_{\|\vec{x}\|_2=1} \|\underline{A} \cdot \vec{x}\| = \sigma_{\max} \quad (6.14)$$

Slično je i minimalna singularna vrijednost minimalni korak matrice. Drugim riječima, za sve jedinične vektore vrijedi da je norma vektora  $\underline{A} \cdot \vec{x}$  veličina između  $\sigma_{\min}$  i  $\sigma_{\max}$ , tj. vrijedi nejednakost (6.15).

$$\sigma_{\min} \leq \|\underline{A} \cdot \vec{x}\| \leq \sigma_{\max}, \quad \|\vec{x}\| = 1 \quad (6.15)$$

Skup točaka  $\underline{A} \cdot \vec{x}$  čini hiperelipsoid kojemu se duljine pojedinih osi jednake singularnim vrijednostima matrice  $\underline{A}$ .

Ako se umjesto matrice  $\underline{A}$  promatra jakobijanu  $\underline{J}$ , a vektor  $\vec{x}$  predstavlja brzine, tada hiperelipsoid predstavlja sposobnosti manipulatora da generira brzine u zadanim smjerovima. Volumen hiperelipsoida proporcionalan je apsolutnoj vrijednosti determinante jakobijane. Omjer najveće i najmanje singularne vrijednosti je mjera za homogenost hiperelipsoida. Kada se postiže minimum sposobnost manipulatora da generira brzine je ista za sve smjerove. Tada hiperelipsoid prelazi u hipersferu, tj. sve singularne vrijednosti su iste.

Veće singularne vrijednosti odgovaraju većim promjenama duljina krakova, odnosno pomacima hvatišta na vodilicama za drugi model heksapoda, a manje manjim za postizanje istog pomaka krajnje točke manipulatora. Kada neke singularne vrijednosti poprima vrijednost 0 ili blizu nule to znači da se brzine u određenom smjeru generiraju bez promjene duljina krakova ili sa vrlo malim promjenama. Drugim riječima, u tim točkama se manipulator ne može (ili jako slabo) oduprijeti silama iz određenog smjera.

U članku [HUA 98] navedene su tri vrijednosti za opis kinematskih svojstava, odnosno, lokalne okretnosti (kako ih autori navode) paralelnog manipulatora te njihove željene vrijednosti (min/max):

1. mjera uvjetovanosti (*eng. condition number*) -  $\kappa = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \rightarrow \min$
2. minimalna singularna vrijednost -  $\sigma_{\min} \rightarrow \max$
3. manipulabilnost -  $|\det(\underline{J})| = \prod_{i=1}^6 \sigma_i \rightarrow \max$

Sve tri vrijednosti računaju se preko singularnih vrijednosti. Većina objavljenih radova koji dotiču kinematska svojstva manipulatora koristi bar jedno od navedenih svojstava. Pored navedenih ponekad se koristi i srednja vrijednost singularnih vrijednosti.

Konstrukcije koje u radnom prostoru postižu minimalne vrijednosti mjere uvjetovanosti nazvane su izotropne [ZAN 97], [PIT 93]. Koncept kinematske izotropnosti kaže da manipulatori u izotropnoj konfiguraciji pokazuju željena svojstva u smislu kinematske preciznosti, smanjenju smetnji i izbjegavanju singularnih točaka.

Programski je implementirano računanje samo jedne ili svih triju vrijednosti kinematskih svojstava istovremeno unutar željenog prostora.

#### 6.4. Procjena broja operacija

Pošto se kinematska svojstva računaju korištenjem singularnih vrijednosti, broj operacija za izračunavanje kinematskih svojstava jednak je broju operacija potrebnih za izračunavanje singularnih vrijednosti matrica. U konkretnom slučaju, dimenzija jakobijane je  $6 \times 6$  te je složenost procijenjena na 2500 operacija (koristi se iterativna metoda).

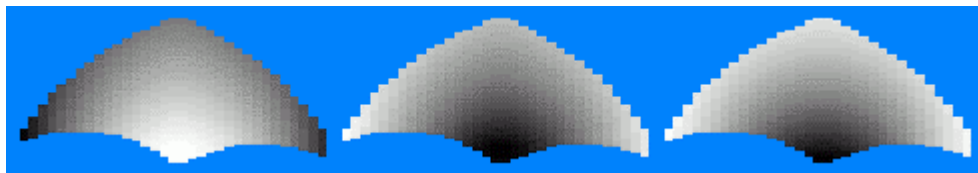
To se, naravno, odnosi na jednokratno računanje za pojedini položaj. Ako se ocjena položaja računa kao srednja vrijednost ocjena za svaki pristup točki prostora unutar odabranog skupa smjerova onda se broja operacija multiplicira brojem tih smjerova.

Ukupni se broj operacija na kraju još množi brojem točaka prostora za koji se kinematska svojstva računaju.

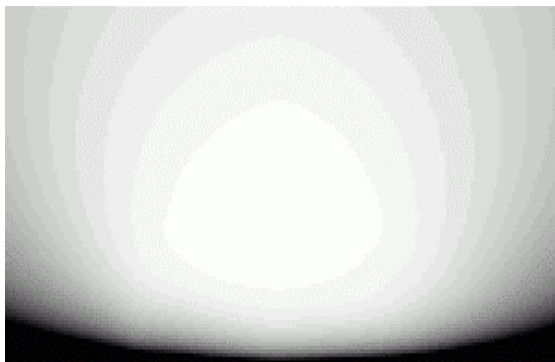
#### 6.5. Programska implementacija

Računanje kinematike je implementirano kao nadogradnja prethodnog programa, tj. izračunavanje radnog prostora novim objektima i funkcijama koje su u mogućnosti iskoristiti sličnost određenih funkcija i parametara sa prethodnim problemima. Funkcije za prikaz rezultata su također dorađene tako da omogućuju prikaz rezultata računanja kinematike. Tako je npr. moguće prikazati (u presjeku ili 3D prostoru) volumen prostora u kojem je određeno kinematsko svojstvo manje ili veće od određene zadane veličine.

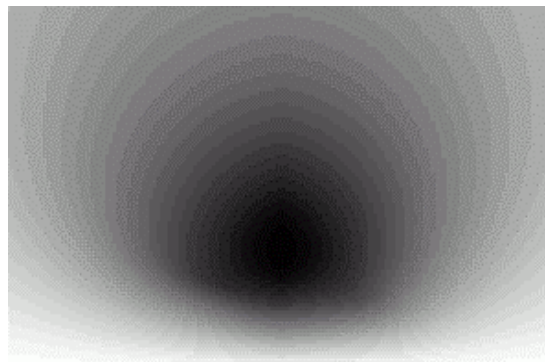
Odabirom određenih parametara prikaza moguće je za određeni presjek prikazati odnos kinematskih svojstava, što su veći iznosi boja točke je tamnija i obratno. Primjer kinematskih svojstava prikazan je na slikama 6.5, 6.6 i 6.7.



Slika 6.5 Parametri  $\kappa$ ,  $\sigma_{\min}$  i  $|\det(\mathbf{J})|$  računati samo u točkama radnog prostora



Slika 6.6  $\kappa$  za cijeli volumen (presjek)



Slika 6.7  $\sigma_{\min}$  za cijeli volumen (presjek)

Za razliku od radnog prostora, slično kao i pri računanju grešaka, izračunati volumen nije moguće jednostavno sažeti koristeći metodu kao i kod radnog prostora. Svaka točka predstavlja decimalan broj (ili tri, ako se računaju sva tri parametra istovremeno) koji se računa u svakoj točki. Iako sličnih svojstava susjednih točaka taj je broj različit od točke do točke. Za jednu točku potrebna su 4 okteta (12), odnosno za rezoluciju računanja 150x150x150 to iznosi skoro 13 MB (37 MB) za cijeli volumen.



## 7. UPRAVLJANJE HEKSAPODOM

Upravljanje manipulatorom zasnovanom na strukturi heksapoda ostvaruje se istovremenim upravljanjem duljinama svih krakova, odnosno položajima svih zglobova na vodilicama. Pred manipulator se postavlja određeni zadatak, npr. obrada određene površine alatom montiranim na pokretnu platformu. Taj zadatak je najprije potrebno razložiti u jednostavne operacije pomaka pokretne platforme, odnosno, potrebno je odrediti točke putanje kojom se vrh alata mora kretati kako bi ostvario zadaću. Pri određivanju te putanje uzimaju se svojstva vezana uz predmet obrade, kao neobrađena ploha, željena kvaliteta obrade, brzina obrade, itd., ali i značajke manipulatora. Značajke manipulatora na koje treba obratiti pažnju ukratko su opisane u ovom poglavlju.

### 7.1. Ograničenja mehanike

Ograničenja mehanike moraju biti unaprijed poznata. Najmanja upravljiva promjena duljine, odnosno, promjena položaja na vodilici mora biti poznata unaprijed te se naredbe aktuatorima izdaju u tim jedinicama. Ipak, ako se ta najmanja moguća promjena ostvaruje koliko/toliko linearno u zadanom vremenu, moguće je postići i preciznije upravljanje putem vrha alata. Pored same duljine treba poznavati još neka vremenska svojstva aktivnih elemenata. Jedna od njih je kašnjenje aktivnosti za naredbama. Poznavajući to vrijeme naredbe se zadavaju točno za to vrijeme prije te se taj nedostatak ispravlja. Sljedeći parametar jest najveća frekvencija zadavanja naredbi, odnosno, minimalno vrijeme između dviju uzastopnih naredbi aktuatoru. Razlog je sljedeći: ako se najmanja upravljiva veličina (jedinica aktuatora) ne ostvaruje idealno linearno, tada se prevelikom frekvencijom naredbi može dogoditi da se aktuator uopće ne pokrene ili se ne pokreće u skladu sa očekivanjima, te eventualno i prouzroči štetu. Iz navedenog očito je da se naredbe različitim aktuatorima istog manipulatora ne moraju nužno ili čak u nekim slučajevima i ne smiju davati istovremeno.

### 7.2. Ograničenja radnog prostora

Ograničenja radnog prostora manipulatora počinju provjerom da li sve točke putanje padaju unutar radnog prostora manipulatora. Ako ne, onda treba odabrati drugu putanju i/ili pomaknuti predmet obrade da nova putanja pada unutar radnog prostora. Slijedi provjera da li se potrebne promjene duljina krakova, odnosno položaja kliznika između svake dvije točke te putanje nalaze unutar granica mogućnosti aktuatora. Drugim riječima, da li postoji diskontinuitet veličine pojedinog kraka za određeni segment. To se može dogoditi ukoliko se putanja alata približi granici radnog prostora. Npr. dvije susjedne točke putanje obje pripadaju radnom prostoru, ali točke između njih nisu dio radnog prostora ili nisu dio radnog prostora sa zadanom orijentacijom alata. U zadnjem slučaju potrebno je dodati nove točke putanji koje se pozicijom poklapaju sa već postojećom kojoj neposredno slijede, ali imaju različitu orijentaciju.

Ukoliko je alat indiferentan na rotaciju oko Z-osi u lokalnom koordinatnom sustavu tada postoji nejednoznačnost u odabiru položaja. Kut rotacije je parametar koji se može proizvoljno odabrati između onih vrijednosti za koje je položaj dozvoljen. Tu se slobodu odabira može iskoristiti za odabir kuta za koji će biti bolja kinematska svojstva ili manja

mogućnost grešaka, ili slično.

Kod paralelnog manipulatora sa upravljivim položajem zglobova na vodilicama može postojati još jedna nejednoznačnost pri upravljanju. Naime, za pojedini put alata može se dogoditi da inverzna kinematika u određenoj točki za neku od vodilica daje dva moguća položaja. Ukoliko je razlika među njima velika jedini dozvoljeni pomak je onaj koji je bliže prethodnom položaju. Međutim, ukoliko su oba isto udaljena od prethodnog položaja, svaki sa jedne strane, onda je odabir proizvoljan. Prije odabira jednog od njih potrebno je za oba utvrditi da li omogućuju kompletiranje putanje. Ako to omogućuju oba pomaka onda se može proizvoljno odabrati jednog od njih ili odabrati jednog koji daje bolja svojstva (brzina, kinematika). Ako niti jedan pomak ne osigurava kompletiranje putanje, nju treba mijenjati.

Druga ograničenja radnog prostora tiču se alata i predmeta obrade. Alat i predmet obrade postavljaju ograničenja na brzinu kojom se vrh alata smije gibati da bi se postigla željena kvaliteta obrade, odnosno, da se alat i predmet obrade ne bi oštetili uslijed neprilagođene brzine obrade. Ovisno o predmetu obrade može se dogoditi prodiranje sa ostalim dijelovima manipulatora, a ne samo sa vrhom alata, pa je u tom slučaju potrebno sam oblik predmeta dodati kao parametar modelu manipulatora te provjeriti da za traženu putanju do prodiranja između manipulatora i predmeta obrade ne dolazi.

### 7.3. Ograničenja kinematike

Ograničenja zbog kinematskih svojstava, odnosno većih mogućih iznosa pogrešaka uslijed tolerancija teoretski nije neophodno zadovoljiti, ali je svakako preporučljivo koristiti ih. Ukoliko u nekim točkama putanje alata ti parametri postaju loši može se dogoditi da manipulator nije sposoban generirati potrebne sile za savaladavanje zadanih ciljeva te postoji mogućnost kvara ili skretanja sa zadane putanje. Provjeravanje putanje s obzirom na približavanje singularnih točaka na koje nam ukazuju kinematski parametri jako je bitno pri određivanju putanje alata za obradu određenih ploha. Čak i ako alat mora proći blizu tih točaka, ako je taj dio puta poznat unaprijed može se njemu posvetiti posebna pažnja, kako npr. smanjenjem brzine obrade tako i povećanim nadzorom odgovorne osobe koja bi u slučaju problema odmah mogla reagirati.

Ocjena različitih puteva alata pri ostvarenju istog cilja može se i kvantitativno predočiti ako se uzmu odgovarajući kriteriji ocjene. Jedan od kriterija mogu biti neki od kinematskih svojstava u svakoj točki putanje. Drugi kriterij može biti ukupna duljina puta alata što je izravno proporcionalno sa brzinom obrade jednog predmeta (uz pretpostavku konstantne brzine obrade). Uz navedene kriterije funkcija čiji se maksimum traži izgleda kao formula (7.1).

$$f_{opt} = \frac{p + (1-p) \int_l f_{cilja} \cdot dl}{\int_l dl} \quad (7.1)$$

$f_{cilja}$  predstavlja neki od kinematskih kriterija ili kombinacija više njih, a  $p$  je težina kojom se iskazuje što je bitnije brzina obrade ili kinematski parametri. Kinematski parametri obično utječu na kvalitetu proizvoda, pouzdanost rada, a time i trajanju alata i manipulatora.

#### 7.4. Povratna veza

Manipulatorom se upravlja promjenom duljina krakova koje se računaju s obzirom na željeni novi položaj manipulatora, odnosno njegova krajnjeg dijela – vrha alata. Kao što je to u poglavlju 5 prikazano zbog utjecaja pogrešaka on se u točno tom položaju ne mora nalaziti. Informacija u kojem se položaju stvarno manipulator nalazi dobiva se nadgledanjem rada. Preciznija se informacija dobiva ugradnjom određenih senzora kako na sam manipulator tako i na nepokretni dio opreme u okolini manipulatora.

Pomoću ugrađenih uređaja na sam manipulator mogu se mjeriti stvarne duljine krakova i tako eventualno utvrditi odstupanja, odnosno direktnom kinematikom može se izračunati stvarni položaj vrha alata. Odstupanja se u tom slučaju postupcima regulacije mogu otkloniti ili barem smanjiti.

Opremom izvan manipulatora na neki se način može izmjeriti stvarni položaj vrha manipulatora i utvrditi odstupanje od predviđenog. U slučaju značajnijeg odstupanja potrebno je najprije odrediti razloge odstupanja a potom poduzeti odgovarajuće postupke koji će smanjiti odstupanja.

#### 7.5. Programska implementacija

Pošto naglasak ovoga rada nije bilo upravljanje već optimiranje parametara strukture, programska implementacija je demonstracijska. Korisnik unosi točke putanje sa orijentacijama alata, dok se između tih točaka vrši linearna interpolacija. Za svaki dio puta omogućeno je određivanje trajanja tako da se na neki način može simulirati brzina gibanja. Pri simulaciji za svaku je točku proračunato je li dio radnog prostora, odnosno, ako nije onda koja ograničenja nisu zadovoljena u toj točki te su ona i vizualno prikazana na modelu pri simulaciji. Osim same provjere radnog prostora računaju se i greške (ako su zadani parametri) i kinematska svojstva za svaku točku te se one zajedno sa ostalim elementima putanje (duljina krakova) mogu pohraniti.

Slike dva primjera upravljanja prikazane su u nastavku.

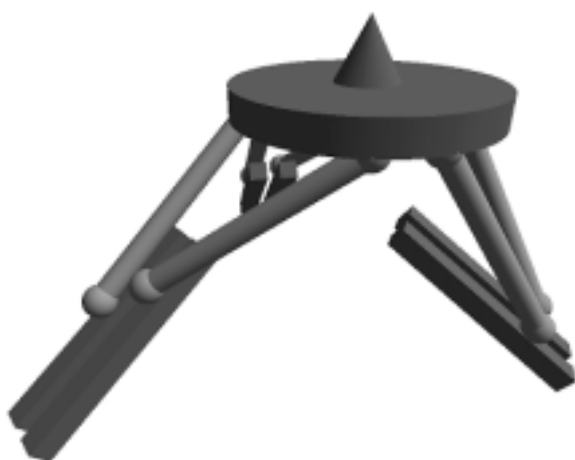


Slika 7.1 Dozvoljeni položaj manipulatora



Slika 7.2 Nedoizvoljeni položaj manipulatora

Na slikama 7.1 i 7.2 prikazana su dva položaja manipulatora sa upravljivim duljinama krakova. Na lijevoj slici sva su ograničenja za zadani položaj zadovoljena dok na desnoj slici nisu. Prekoračenje ograničenja duljine prikazan je crvenom bojom kao i prekoračenje ograničenja na kuteve u zglobovima.



Slika 7.3 Dozvoljeni položaj manipulatora



Slika 7.4 Nedoizvoljeni položaj manipulatora

Na slikama 7.3 i 7.4 prikazana su dva položaja manipulatora sa upravljivim položajima krakova na učvršćenoj platformi, lijevi u točki radnog prostora te desni izvan njega.

## 8. PARALELNI MANIPULATORI OPTIMALNE STRUKTURE

Definicija optimalne paralelne strukture nužno je vezana uz upotrebu te strukture. Upotreba paralelne strukture u strojarstvu pri obradi visokokvalitetnih metalnih dijelova (npr. kalupa i matrica) iziskuje posve različita svojstva manipulatora nego pri upotrebi manipulatora pri pakiranju proizvoda u odgovarajuću ambalažu. Kod prve upotrebe najbitnija su svojstva preciznosti upravljanja i izbjegavanja singularnih točaka, dok kod druge primjene su najbitnije veličina radnog prostora i brzina rada.

U ovom poglavlju zasebno su razmatrani kriteriji radnog prostora, grešaka uslijed tolerancija te kinematska svojstva, te su računski traženi oni parametri koji optimiraju te kriterije. Na kraju su ti kriteriji kombinirani sa određenim težinskim vrijednostima te se na taj način računski našlo parametre paralelnih manipulatora koji najbolje odgovaraju postavljenim zahtjevima.

Optimiranje pojedinog kriterija provedeno je u koracima, gdje se u svakom koraku mijenja samo jedan parametar strukture i traži optimum s obzirom na taj parametar. Najbolji parametri početnog modela uzeti su kao početne vrijednosti parametara za sljedeću iteraciju optimiranja, itd, do optimuma. Također su razmatrane konfiguracije iz radova [HUA 98], [PIT 93] i [STO 93], koje su u tim radovima prikazane kao optimalne.

Parametri koji definiraju Stewartovu platformu, a koji se optimiraju su: najmanja i najveća duljina krakova, polumjer kružnica na nepokretnoj i pokretnoj platformi na kojoj se nalaze zglobovi, manji kut između hvatišta zglobova na svakoj platformi, maksimalni dozvoljeni kutevi zglobova te duljina alata, odnosno udaljenost vrha alata po Z-osi od ishodišta koordinatnog sustava pokretne platforme.

Debljina krakova nije optimirana već je uzeta konstantna iz jednostavnog razloga što se optimum postiže za debljinu jednaku nuli. Za uobičajene vrijednosti debljine krakova 1:18 u odnosu na duljinu utjecaj prodiranja je zanemariv, tj. javlja se u ekstremnim slučajevima kada su ostala ograničenja (duljine i zglobovi) već prekoračena. Utjecaj debljine prikazan je u poglavlju 8.1.1.6, gdje se namjerno koriste velike vrijednosti.

Dva osnovna modela, model sa promjenjivom duljinom krakova i model sa kliznim hvatištima krakova na nepokretnoj platformi zasebno su razmatrana u svakom poglavlju.

### 8.1. Kriterij veličine radnog prostora

Radni prostor paralelnog manipulatora je puno manji nego što je to kod ekvivalentnih serijskih manipulatora (robotska ruka). Međutim, zato se paralelni manipulator odlikuje puno boljim svojstvima unutar svog prostora. Ipak, veličina radnog prostora ostaje jednom od bitnijih svojstava manipulatora.

Volumen paralelnog manipulatora zasnovanog na Stewartovoj platformi u općenitom slučaju nije konveksan. Općenite zadaće koje se traže od manipulatora najčešće se mogu smjestiti u prostor definiran ili kvadrom ili elipsoidom. Efektivan radni prostor paralelnog manipulatora je bitno manji od njegovog stvarnog prostora. Međutim, uz zanemarenje ekstremnih slučajeva, relativni odnos stvarnog i efektivnog volumena je približno slična vrijednost te se i stvarna vrijednost može uzeti kao mjera veličine radnog prostora pogotovo stoga što se koristi radi vrednovanja sličnih struktura.

Odmah je jasno da ukoliko se neke veličine povećavaju (najveća dozvoljena duljina krakova npr.) radni prostor također raste i to se nastavlja u beskonačnost. Zato je potrebno volumen normirati da bi ocjena modela sa obzirom na volumen bila neovisna o jedinicama duljine, odnosno, da bi ovisila samo o međusobnom razmjeru parametara modela. Jedna od veličina koja se u tu svrhu može upotrijebiti je maksimalna duljina krakova, odnosno, njena treća potencija.

Razmatrane su samo simetrične konfiguracije, odnosno takve konfiguracije koje generiraju simetrični radni prostor. To konkretno znači da simetrala manjeg kuta između dva susjedna zgloba nepokretne platforme se poklapa sa simetralom većeg kuta dva susjedna zgloba na pokretnoj platformi i obratno.

Parametri modela, odnosno programske implementacije koji se koriste tijekom postupka, prikazani su u tablici 8.1.

**Tablica 8.1 Konstantni parametri optimiranja**

parametar	opis	vrijednost
$rot\_kut$	kut stošca smjerova za provjeru pristupa točki radnog prostora	20°
$s\_kut$	broj koraka do postizanja kuta stošca	4
$n\_kut$	broj vektora plašta kojima se provjerava radni prostor za trenutni kut stošca	6/12
$k_x, k_y, k_z$	razlučivost prostora pretrage (po X, Y i Z osi)	100/150

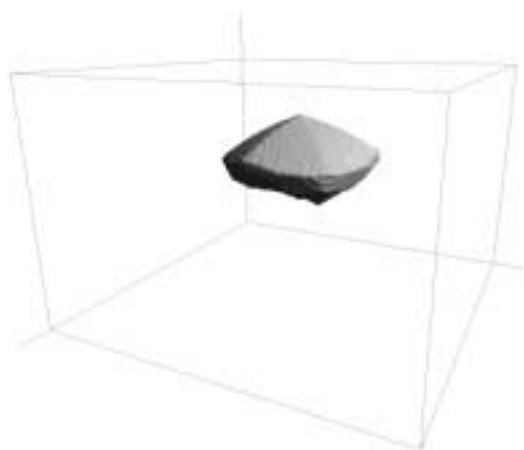
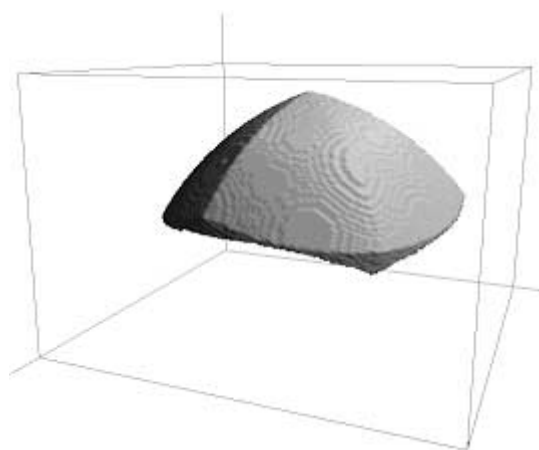
### 8.1.1. Heksapod s upravljivom duljinom krakova

Početak optimiranja veličine radnog prostora modela heksapoda s upravljivom duljinom krakova obavljen je sa parametrima prikazani tablicom 8.2.

**Tablica 8.2 Početni parametri optimiranja**

parametar	opis	apsolutna vrijednost	relativna vrijednost
$r_1$	polumjer učvršćene platforme	50	0.556
$r_2$	polumjer pokretne platforme	25	0.278
$l_{max}$	maksimalna duljina krakova	90	1
$l_{min}$	minimalna duljina krakova	50	0.556
$l_{alat}$	duljina alata	10	0.11
$\alpha$	“manji” kut između zglobova na nepokretnoj platformi	30°	-
$\beta$	“manji” kut između zglobova na pokretnoj platformi	30°	-
$\phi_{max}$	maksimalni dozvoljeni kut zgloba od simetrale	45°	-
$V$	volumen radnog prostora	30099	0.0413

Radni prostor početnog modela prikazan je na slikama 8.1 i 8.2. Lijeva slika prikazuje volumen koji se traži, a u čije točke se manipulator može postaviti iz svih smjerova čiji je kut prema okomici manji ili jednak zadanom  $rot\_kut$ -u, tj. 20°. Desna slika prikazuje prostor točaka u koje se manipulator može postaviti sa okomitim smjerom alata, tj. vodoravnim položajem pokretne platforme ( $rot\_kut=0$ ).

Slika 8.1 Radni prostor za  $rot\_kut=20^\circ$ Slika 8.2 Radni prostor za  $rot\_kut=0^\circ$ 

Slika 8.3 Presjek radnog prostora

Presjek radnog prostora prikazan je na slici 8.3. Pored prikaza radnog prostora za zadani kut stošca (crno), presjek sadrži i prikaze radnih prostora sa manjim kutevima od zadanog (svjetlije nijanse sive). Omjer volumena radnog prostora za kut stošca jednak nuli (slika 8.2) te za kut od  $20^\circ$  (slika 8.1) je veći od 4:1, mada to na presjeku (slika 8.3) ne izgleda toliko.



Slika 8.4 Odnos veličine radnog prostora i modela

Na slici 8.4 prikazan je radni prostor zajedno sa modelom heksapoda. Heksapod se nalazi u položaju u kojemu mu se vrh alata (prikazanog stošcem) nalazi u najdonjoj točki radnog prostora (za kut stošca  $20^\circ$ ). Iz slike se može uočiti razmjer veličine manipulatora i radnog prostora.

#### 8.1.1.1. Utjecaj duljina krakova

Najmanja i najveća dozvoljena duljina krakova imaju presudan utjecaj na veličinu radnog prostora.

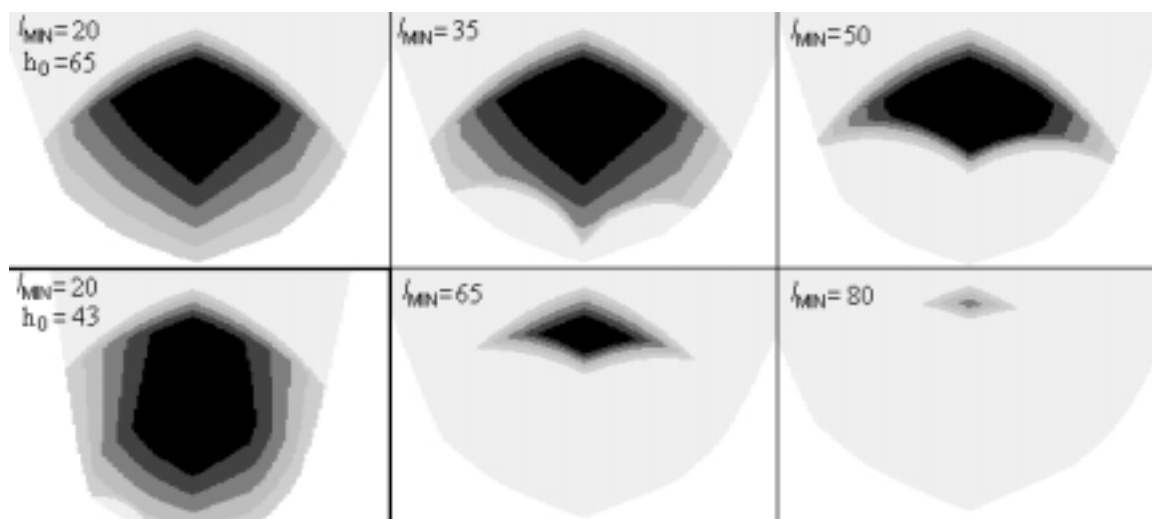
Utjecaj najmanje dozvoljene duljine krakova na volumen prikazan je tablicom 8.3 na nekoliko primjera minimalne duljine. Podebljan je onaj redak za koji se postižu najbolji rezultati, dok je koso prikazan redak koji predstavlja početni model.

Što je  $l_{\min}$  manje to se radni prostor više širi prema nepokretnoj platformi. To je osobito vidljivo promatra li se volumen prostora uz  $rot\_kut=0^\circ$ . Međutim, ako se promatra prostor sa zadanim kutem stošca ( $20^\circ$ ) primjećuje se da on ostaje isti za prve dvije vrijednosti  $l_{\min}$ , odnosno, tu nastupa neko drugo ograničenje (maksimalna duljina i kutevi u zglobovima).

Tablica 8.3 Utjecaj najmanje dozvoljene duljine krakova

$l_{\min\_A}^1$	$l_{\min\_R}$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
20	0.222	256547	0.352	36293	0.0498
35	0.389	215639	0.296	36293	0.0498
50	0.556	122893	0.169	30234	0.0415
65	0.722	34971	0.048	2995	0.0041
80	0.889	2495	0.0034	0	0

Prikaz presjeka radnih prostora navedenih u gornjoj tablici prikazan je na slici 8.5. Na slici je najsvjetlijom bojom ucrtan i presjek područja u kojem su zadovoljena samo ograničenja na kuteve u zglobovima. Smjer simetrale kuta za računanje ograničenja u zglobovima izračunat je na osnovu početnog položaja sa visinom pokretne platforme od  $h_0=65$ . Radi ilustracije utjecaja tog kuta, presjek dolje-lijevo (odvojen debljim crtama) prikazuje presjek sa početnom visinom za računanje smjera simetrale od  $h_0=43$ . Rezultat je radni prostor vrlo slične veličine volumena, ali je taj volumen drukčijeg oblika i nešto je bliže nepokretnoj platformi što je zasluga različitih ograničenja kuteva zglobova.

Slika 8.5 Presjek radnih prostora za različite vrijednosti  $l_{\min}$ 

Problem najmanje duljine krakova pri konstrukciji stvarnog stroja nastaje kada je ta veličina puno manja od maksimalne duljine krakova. Problem ovisi o izvedbi produljenja krakova. Ukoliko su krak sastoji od više cilindara, kod kojih jedan ulaze u drugi (npr. hidraulički), najveća duljina pojedinog dijela mora biti manja od minimalne duljine krakova. Ukoliko je izvedba takva da razlika trenutne veličine kraka i maksimalne vrijednosti viri iza nepokretne platforme, onda se mora osigurati da ti dijelovi ne prodiru u druge dijelove manipulatora što je znatno veći problem ako su oni duži i pod manjim kutevima prema ravnini nepokretne platforme.

Utjecaj *maksimalne duljine krakova* također je promatran na nekoliko primjera prikazanih tablicom 8.4.

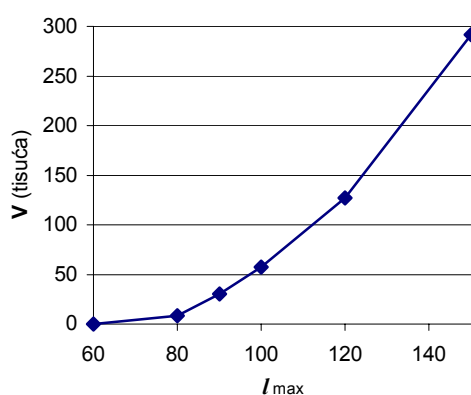
<sup>1</sup> A - označava da se radi o apsolutnoj vrijednosti, R - o relativnoj, normiranoj sa  $l_{\max}$ , odnosno sa njegovom trećom potencijom kada se radi o volumenu



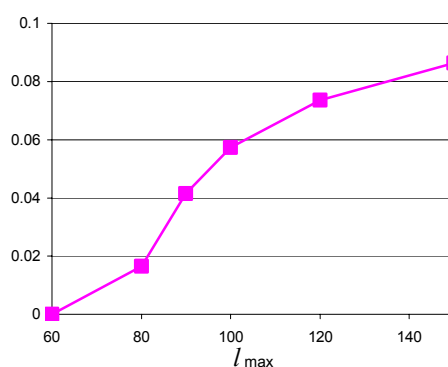
Tablica 8.4 Utjecaj najveće dozvoljene duljine krakova

$l_{\max\_A}$	$l_{\max\_R}$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
60	1	1159	0.0054	0	0
80	1	44988	0.0879	8383	0.0164
90	1	122893	0.169	30234	0.0415
100	1	232738	0.233	57335	0.0573
120	1	531000	0.307	127197	0.0736
<b>150</b>	<b>1</b>	<b>1231000</b>	<b>0.365</b>	<b>291324</b>	<b>0.0863</b>

Povećanjem maksimalne dozvoljene duljine krakova povećava se i radni prostor. Volumen radnog prostora u ovisnosti o  $l_{\max}$  prikazan je na slikama 8.6 i 8.7.

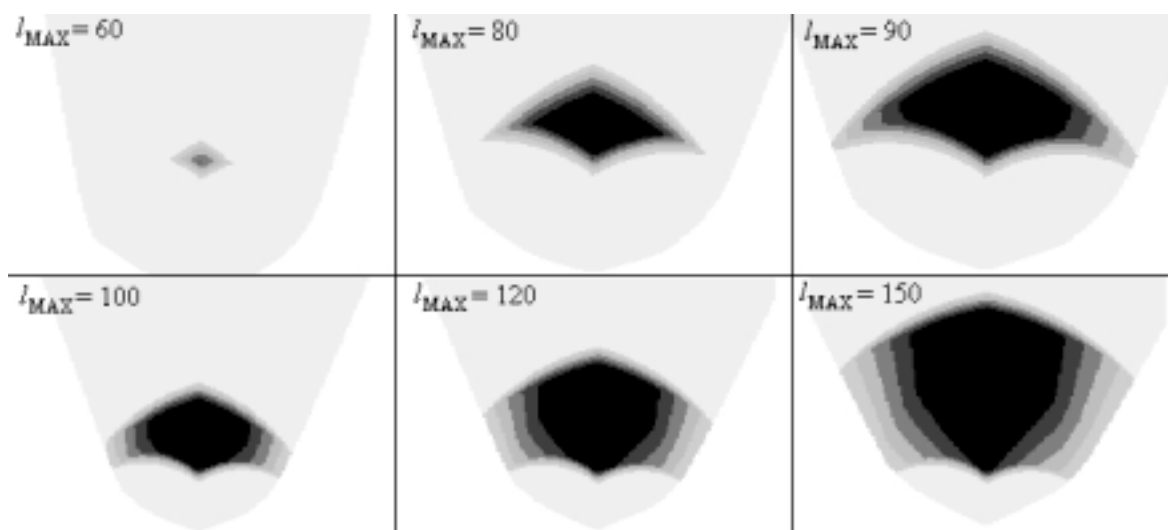


Slika 8.6 Volumen – apsolutna vrijednost



Slika 8.7 Volumen – relativna vrijednost

Apsolutna vrijednost volumena raste polinomski sa potencijom većom od jedan, ali manjom od tri, kao što to vidi iz slike 8.7, gdje je prikazana relativna vrijednost volumena, odnosno, apsolutna vrijednost podijeljena sa trećom potencijom maksimalne duljine krakova. Rast relativne vrijednosti nastavlja se u beskonačnost, a to znači da optimalna platforma s obzirom na veličinu radnog prostora ima veliku maksimalnu dozvoljenu vrijednost krakova. Presjek radnih prostora sa različitim  $l_{\max}$  prikazan je na slici 8.8.

Slika 8.8 Presjek radnih prostora za različite vrijednosti  $l_{\max}$

Drugi red presjeka nije u istom mjerilu kao i prvi red, već je kao i područje računanja prošireno za skoro tri puta u sva tri smjera, tj. slike u drugom redu prikazuju puno veći prostor nego slike u prvom redu.

Povećanjem maksimalne duljine krakova početna točka potrebna za postavljanje osi za provjeru ograničenja kuteva u zglobovima adekvatno je pomicala prema gore sa ciljem da bude u središtu radnog prostora. Njenim podizanjem proširuje se radni prostor na vrhu, odnosno, njenim spuštanjem proširuje se radni prostor pri dnu. Ukoliko se to obavlja u relativno razumnim granicama obujam radnog prostora ostaje na sličnim vrijednostima.

### 8.1.1.2. Utjecaj duljine alata

Alat postavljen na pokretnu platformu paralelnog manipulatora ima oblik određenih dimenzija. Najbitniji dio, odnosno, jedini ovdje promatrani dio alata jest njegov vrh sa kojim dotiče predmet obrade. Sljedeći eksperimenti pretpostavljaju da se sam vrh alata nalazi na središtu pokretne platforme, odnosno, na određenoj visini iznad središta. Promatra se utjecaj njegova položaja, tj. visine, na veličinu radnog prostora, uz sve ostale parametre konstantne i jednake početnom modelu. Rezultati su prikazani u tablici 8.5.

Tablica 8.5 Utjecaj duljine alata

$l_{alat\_A}$	$l_{alat\_R}$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
0	0	122998	0.1687	28146	0.0386
5	0.056	122954	0.1687	29675	0.0407
<b>10</b>	<b>0.111</b>	<b>122893</b>	<b>0.1686</b>	<b>30234</b>	<b>0.0415</b>
15	0.167	122980	0.1687	29309	0.0402
20	0.222	122740	0.1684	26831	0.0368
30	0.333	122648	0.1682	21282	0.0292
50	0.556	122662	0.1683	8807	0.0121

Volumen prostora uz vodoravan položaj pokretne platforme zapravo ne ovisi o duljini alata. Volumen je isti, samo je za vrijednost duljine alata pomaknut prema gore. Neznatne razlike toga volumena prikazane u tablici 8.5 rezultat su numeričke nepreciznosti, a ne stvarne razlike. Međutim, volumen uz zadani kut stošca dozvoljenih smjerova ipak se mijenja. Pri maloj duljini alata (do 20) ta je razlika tek nekoliko postotaka. Za veće vrijednosti volumen naglo opada.

### 8.1.1.3. Utjecaj polumjera platformi

Utjecaj polumjera platformi (slika 3.6), odnosno polumjera kružnice na kojoj su smješteni zglobovi, promatran je kroz tri niza eksperimenata. U prvom nizu mijenjan je samo polumjer donje, nepokretne platforme, u drugom nizu mijenjan je polumjer pokretne platforme, a u trećem oba polumjera uz njihov konstantan odnos. Rezultati, prikazani tablicom 8.6 pokazuju da se veći radni prostor postiže ako je polumjer pokretne platforme što manji te ako su oba polumjera što manja u odnosu na duljine krakova. Smanjenje polumjera ograničava samo mehaničko smještanje zglobova na platforme. Najveći radni prostor teoretski bi se dobio za vrijednosti polumjera jednake nuli, tj. tada bi svi krakovi degenerirali u jedan krak, a volumen bi izgledao kao okrugli dio kore naranče kojemu bi debljinu određivali minimalna i maksimalna duljina krakova, a površinu kut ograničenja u zglobovima.

Tablica 8.6 Utjecaj polumjera platformi

$r_{1\_A}$	$r_{2\_A}$	$r_{1\_R}$	$r_{2\_R}$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
10	25	0.111	0.278	215716	0.296	28206	0.0387
30	25	0.333	0.278	217250	0.298	30194	0.0414
<b>50</b>	<b>25</b>	<b>0.556</b>	<b>0.278</b>	<b>122893</b>	<b>0.169</b>	<b>30234</b>	<b>0.0415</b>
70	25	0.778	0.278	69776	0.096	27806	0.0381
90	25	1	0.278	35077	0.048	22138	0.0304
<b>50</b>	<b>5</b>	<b>0.556</b>	<b>0.056</b>	<b>63117</b>	<b>0.087</b>	<b>45801</b>	<b>0.0628</b>
50	15	0.556	0.167	96329	0.132	45059	0.0618
50	25	0.556	0.278	122893	0.169	30234	0.0415
50	35	0.556	0.389	137485	0.189	14132	0.0194
50	45	0.556	0.500	155284	0.213	3637	0.0050
50	55	0.556	0.611	141125	0.194	192	0.0003
50	65	0.556	0.722	96029	0.132	0	0
<b>15</b>	<b>8</b>	<b>0.167</b>	<b>0.089</b>	<b>269079</b>	<b>0.369</b>	<b>65496</b>	<b>0.0898</b>
25	13	0.278	0.144	220909	0.303	52871	0.0725
50	25	0.556	0.278	122893	0.169	30234	0.0415
75	38	0.833	0.422	64532	0.0885	13305	0.0183
100	50	1.111	0.556	52450	0.0719	13553	0.0186

Razlog zašto manji polumjer pokretne platforme daje veći radni prostor je to što je potrebno manje mijenjati duljine krakova za postizanje istih nagiba. Kod nepokretne platforme manji polumjer daje veći prostor zato što su tada za skoro svaki položaj potrebne duljine krakova vrlo slične te je presjek dozvoljenog područja puno veće nego inače. Međutim, takve platforme imaju izrazito loša ostala svojstva kao što je to pokazano u poglavlju o kriteriju grešaka i kinematike.

#### 8.1.1.4. Utjecaj rasporeda zglobova

Utjecaj rasporeda zglobova na platformama, odnosno, po obodu kružnica na pojedinim platformama, iskazanih vrijednostima kuteva  $\alpha$  i  $\beta$  prema slici 3.6, prikazani su tablicom 8.7.

Utjecaj rasporeda zglobova ne utječe previše na samu veličinu volumena. Izuzeci su ekstremni slučajevi. Jedan od njih je kada struktura degenerira u strukturu sa samo tri kraka, tj. kada se susjedni zglobovi na nepokretnoj platformi i isto tako na pokretnoj platformi spoje u jedan zglob (zadnji redak tablice). Tada je radni prostor najveći.

Druga krajnost (četvrti redak odozdo) je kada su hvatišta istih krakova daleko jedan od drugoga (u projekciji na XY ravninu). Tada, da bi se poštovala ograničenja duljina krakova, pokretna platforma mora ostati bliže nepokretnoj rezultirajući manjim radnim prostorom. Međutim, kako je to pokazano u poglavlju 8.3.1.4, takve strukture imaju sposobnost generiranja puno većeg momenta oko Z-osi.

Tablica 8.7 Utjecaj rasporeda zglobova

$\alpha$	$\beta$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
0°	30°	78828	0.1081	22519	0.0309
30°	30°	122893	0.1686	30234	0.0415
60°	30°	140977	0.1934	31394	0.0431
90°	30°	152015	0.2085	32743	0.0449
120°	30°	142659	0.1957	31595	0.0433
30°	0°	86270	0.1183	24621	0.0338
30°	30°	122893	0.1686	30234	0.0415
30°	60°	159826	0.2192	33394	0.0458
30°	90°	152015	0.2085	32743	0.0449
30°	120°	135203	0.1855	30980	0.0425
0°	0°	60882	0.0835	17303	0.0237
60°	0°	126836	0.1740	29522	0.0405
60°	60°	145805	0.2000	32065	0.0440
<b>0°</b>	<b>120°</b>	<b>170609</b>	<b>0.2340</b>	<b>35262</b>	<b>0.0484</b>

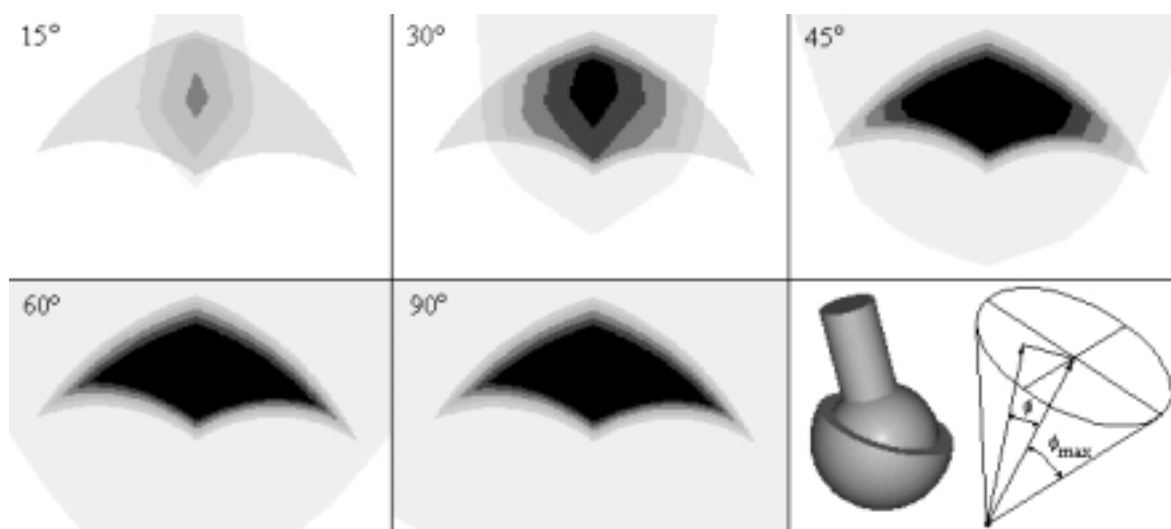
### 8.1.1.5. Utjecaj najvećih dozvoljenih kuteva u zglobovima

Utjecaj zglobova, odnosno, ograničenja koja oni unose u model i veličinu radnog prostora je poznat. Ukoliko su ograničenja zglobova predstavljena kutem zgloba  $\phi_{\max}$  i njegovom orijentacijom tada će radni prostor biti to veći što je kut zglobova veći, kao što to prikazuju i rezultati u tablici 8.8.

Tablica 8.8 Utjecaj zglobova

$\phi_{\max}$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
15°	27980	0.0384	0	0.0000
30°	89732	0.1231	1980	0.0027
45°	122893	0.1686	30234	0.0415
60°	127190	0.1745	38789	0.0532
<b>90°</b>	<b>127226</b>	<b>0.1745</b>	<b>39137</b>	<b>0.0537</b>

Veći  $\phi_{\max}$  zahtjeva skuplje zglobove, pa općenito treba napraviti kompromis s obzirom na cijenu i veličinu radnog prostora. Presjek radnih prostora uz različite veličine  $\phi_{\max}$  prikazan je na slici 8.9, gdje je najsvjetlijom bojom prikazan područje u kojem su zadovoljena ograničenja zglobova za pristup uz horizontalni položaj pokretne platforme.



Slika 8.9 Presjek radnih prostora

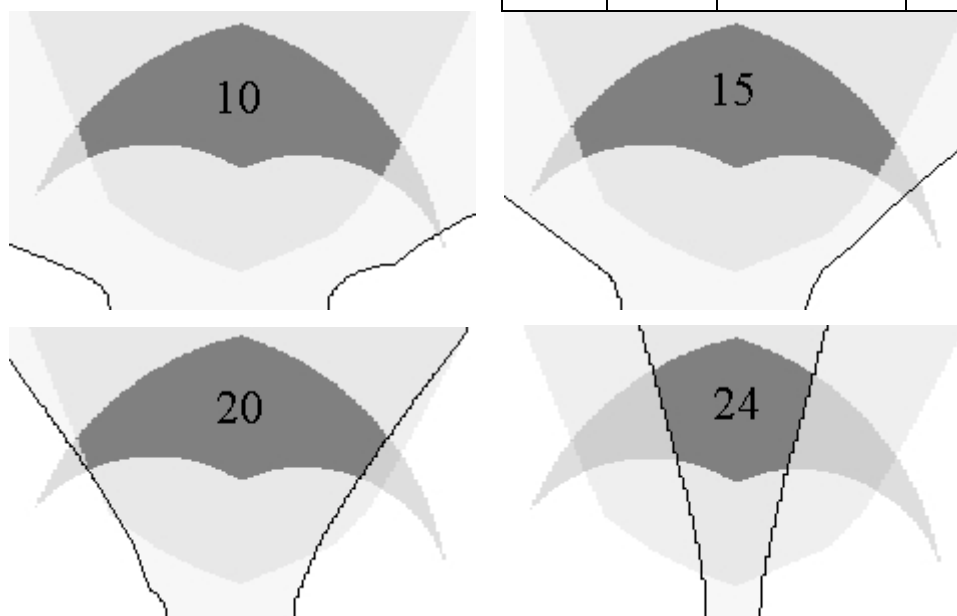
### 8.1.1.6. Utjecaj debljina krakova

Utjecaj debljine prikazan je za nekoliko različitih vrijednosti debljine krakova prikazanih u tablici 8.9.

Dok je debljina krakova do 20 jedinica volumen je skoro nepromijenjen. Međutim daljnjim porastom, volumen znatno opada da bi za vrijednost 25 postao jednak nuli zbog prodiranja krakova već u samim zglobovima.

Tablica 8.9 Utjecaj debljine krakova

$d_A$	$d_R$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$
3	0.033	159487	0.219
10	0.111	159487	0.219
15	0.167	159487	0.219
20	0.222	147827	0.203
24	0.267	46947	0.064

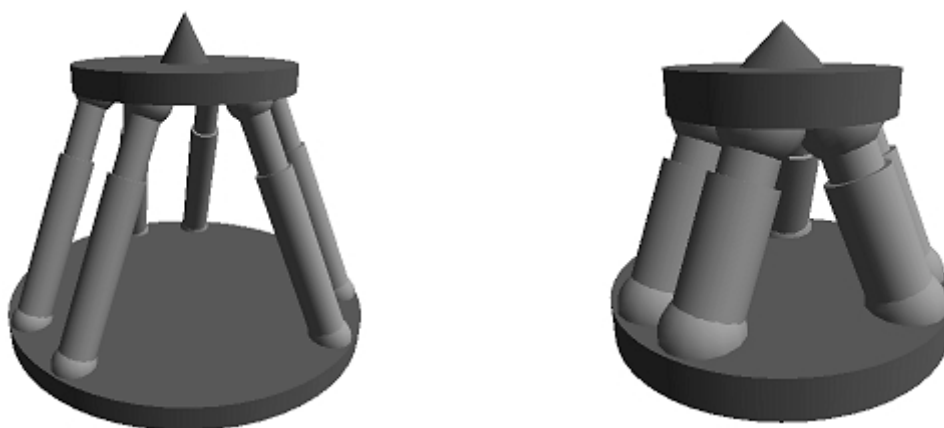


Slika 8.10 Presjek radnih prostora

Na slici 8.10 vidi se utjecaj debljine krakova na veličinu radnog prostora. Crtom je odijeljen prostor u kojem se ostvaruje prodiranje među krakovima.

Na slici 8.11 prikazana su dva modela radi ilustracije. Jedan sa duljinom krakova od 10

jedinica, a drugi sa 24 jedinice.



Slika 8.11 Modeli različitih debljina krakova

### 8.1.1.7. Optimalni parametri

Teoretski optimalni parametri u smislu najvećeg radnog prostora su praktički teško ostvarivi. Teoretski i praktički ostvarljiviji parametri paralelnog manipulatora najvećih radnih prostora prikazani su u tablici 8.10.

Tablica 8.10 Optimalni parametri

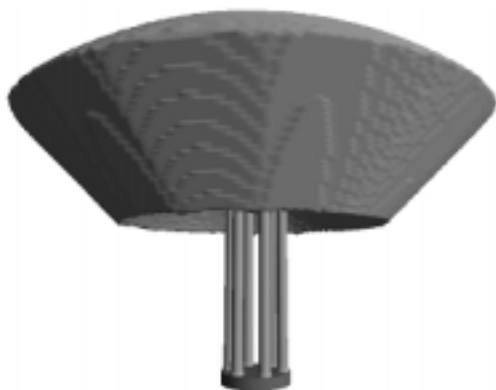
parametar	TO_A <sup>1</sup>	TO_R	PO_A <sup>2</sup>	PO_R
$l_{\max}$	$\infty$	$\infty$	90	1
$l_{\min}$	0	0	50	0.556
$r_1$	0	0	7	0.078
$r_2$	0	0	7	0.078
$l_{\text{alat}}$	0	0	0	0
$\alpha$	0°	-	60°	-
$\beta$	120°	-	60°	-
$\phi_{\max}$	180°	-	60°	-
$V$	$\infty$	1	233574	0.320

Realno ograničenje na maksimalnu i minimalnu duljinu krakova postavljeno je tako da maksimalna duljina bude nešto manja od dvostruke vrijednosti minimalne duljine. Polumjeri platformi ograničeni su fizičkim smještajem zglobova svih šest krakova i uz pretpostavku manjeg odnosa debljine kraka i njegove maksimalne duljine (1:30) od uobičajenog (1:18). Kut zglobova ograničen je na 60° kao najveći ostvarivi kut kojeg je moguće postići realnim zglobovima. Duljina alata je odabrana nizom eksperimenata na optimalnu vrijednost, kao i kutevi  $\alpha$  i  $\beta$ , koji su jedino ograničeni smještajem zglobova na platformama. Slučaj kada isti zglob dijele dva kraka nije razmatran, jer bi zbog malih polumjera platformi kolizija među krakovima bila uvijek prisutna.

<sup>1</sup> Teoretski optimum – A:apsolutna vrijednost, R:relativna vrijednost

<sup>2</sup> Praktički (lakše ostvarivi) optimum

Volumen optimalne strukture heksapoda samo s obzirom na veličinu radnog prostora znatno je veći od volumena početnog heksapoda, ali je praktički neupotrebljiv zbog vrlo loših ostalih svojstava. Slika 8.12 i slika 8.13 prikazuju strukturu, volumen i presjek optimalne strukture.



Slika 8.12 Optimalni model i volumen



Slika 8.13 Presjek radnog prostora

Iz slika se vidi utjecaj samo minimalne i maksimalne duljine krakova kao i kuta zgloba, dok su ostali parametri na optimalnim vrijednostima i ne unose nikakva ograničenja.

### 8.1.2. Heksapod s konstantnom duljinom krakova

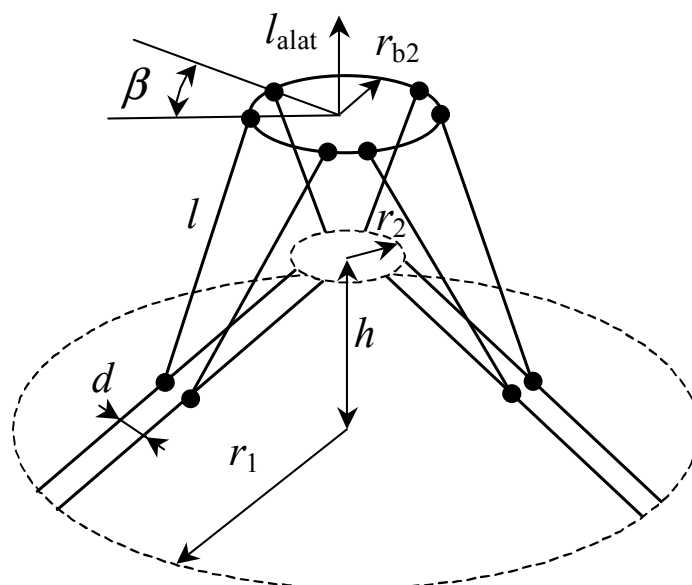
Parametri manipulatora s konstantnom duljinom krakova definiraju se drukčije zbog drukčije strukture. U ovom radu koristi se set parametra prikazanih u tablici 8.11, odnosno slici 8.14.

Tablica 8.11 Početni parametri optimiranja

parametar	opis	apsolutna vrijednost	relativna vrijednost
$l$	duljina krakova	70	0.663
$r_1$	polumjer vanjskih hvatišta kliznika	75	0.710
$r_2$	polumjer unutarnjih hvatišta kliznika	10	0.095
$h$	visina unutarnjih hvatišta kliznika	45	0.426
$d$	udaljenost dva susjedna kliznika	10	0.095
$r_{b2}$	polumjer pokretne platforme	10	0.095
$\beta$	manji kut između zglobova na pokretnoj platformi	30°	-
$l_{alat}$	duljina alata	10	0.095
$\phi_{max}$	maksimalni dozvoljeni kut zgloba od simetrale	45°	-
$V$	volumen radnog prostora	108060	0.09178

Kao parametar normalizacije uzeta je vrijednost korijena zbroja kvadrata duljine krakova i duljine vodilica, tj. prema formuli (8.1).

$$N = \sqrt{l^2 + (r_1 - r_2)^2 + h^2} \quad (8.1)$$



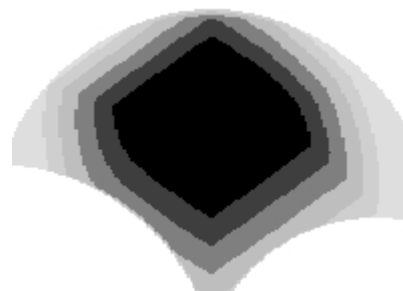
Slika 8.14 Parametri modela

Potruga za optimalnom strukturom s obzirom na veličinu radnog prostora ograničena je na modele prikazane slikom 8.14, odnosno parametrima naznačenim na toj slici. Pokretna platforma definirana je kao i kod prethodnog modela pomoću polumjera platforme te “manjeg” kuta između hvatišta krakova. Duljina krakova je konstantna i zadana jednim parametrom  $l$ . Vodilice na nepokretnoj platformi definirane su pomoću četiri parametra: polumjera vanjske i unutarnje kružnice na kojoj leže hvatišta, visina unutarnje kružnice u odnosu na vanjsku koja se nalazi u  $Z=0$  ravnini, te međusobnoj udaljenosti dviju bližih, paralelnih vodilica.

Na slikama 8.15 i 8.16 prikazan je početni model zadan parametrima iz tablice 8.11.



Slika 8.15 Model i radni prostor



Slika 8.16 Presjek radnog prostora

### 8.1.2.1. Utjecaj duljine krakova

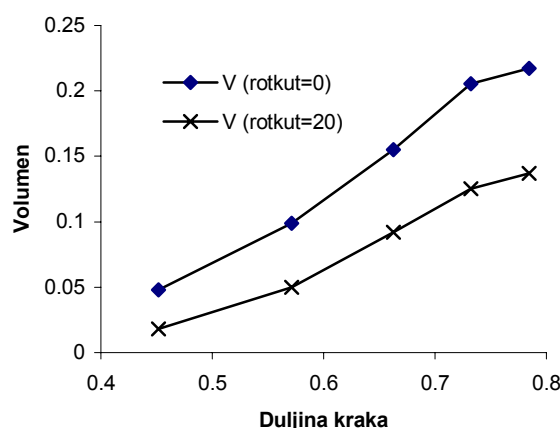
Slično kao i kod prethodnog modela, duljina krakova ima vrlo bitan utjecaj na veličinu radnog prostora. To je i vidljivo iz tablice 8.12 .

Tablica 8.12 Utjecaj duljine krakova



$l_{\text{kraka}}$	$l_{\text{kraka\_R}}$	$V_A(\text{rot\_kut}=0^\circ)$	$V_R(\text{rot\_kut}=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
40	0.451	33454	0.0481	12462	0.01792
55	0.571	88061	0.0986	44412	0.04972
70	0.663	182618	0.1551	108060	0.09178
85	0.732	321691	0.2057	195683	0.12510
<b>100</b>	<b>0.784</b>	<b>450000</b>	<b>0.2172</b>	<b>283286</b>	<b>0.13676</b>

Ovisnost volumena i duljine krakova prikazan je na slici 8.17. Nakon određene duljine krakova brzina rasta volumena počinje lagano opadati, slično kao i kod prethodnog modela paralelnog manipulatora.



Slika 8.17 Ovisnost volumena o duljini krakova

Rastom duljina krakova raste i volumen, u početku linearno, a onda nešto sporije. Optimalni parametar za duljinu kraka samo s obzirom na veličinu radnog prostora je teoretski neograničen.

### 8.1.2.2. Utjecaj duljine alata

Duljina alata ne utječe na volumen radnog prostora dohvatljivog sa vertikalnim položajem alata, tj. horizontalnim položajem pokretne platforme, već je u ovisnosti o duljini alata taj prostor pomaknut više ili niže po Z-osi. U protivnom duljina alata ima određeni utjecaj na volumen.

Veličine volumena za različite duljine alata prikazani su u tablici 8.13.

Tablica 8.13 Utjecaj duljine alata

$l_{\text{alat}}$	$l_{\text{alat\_R}}$	$V_A(\text{rot\_kut}=0^\circ)$	$V_R(\text{rot\_kut}=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>182623</b>	<b>0.1551</b>	<b>135286</b>	<b>0.11491</b>
5	0.047	182635	0.1551	122858	0.10435
10	0.095	182618	0.1551	108060	0.09178
15	0.142	182475	0.1550	93940	0.07979
20	0.189	182474	0.1550	80946	0.06875

Volumen je najveći za duljinu alata jednaku nuli, tj. kada vrh alata pada u samo središte

pokretne platforme. Tada se za provjeru pristupa točki iz svih traženih smjerova središte pokretne platforme ne pokreće već se sama platforma postavlja u tom smjeru iziskujući tako manje gibanja od slučajeva sa većim duljinama alata.

### 8.1.2.3. Utjecaj polumjera pokretne platforme

Smanjenjem polumjera pokretne platforme za upravljanje smjera alata potrebne su manje promjene položaja kliznika na vodilicama te se na taj način povećava radni prostor. S druge strane, smanjenjem polumjera pokretne platforme kut krakova prema okomici je sve veći pa se za linearno pomicanje pokretne platforme prije dolazi do ograničenja kuteva u zglobovima i prodiranja kraka sa samom nepokretnom platformom. Optimum veličine radnog prostora postiže negdje između, kako je to i prikazano u tablici 8.14.

Tablica 8.14 Utjecaj polumjera pokretne platforme

$r_{b2\_A}$	$r_{b2\_R}$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
7	0.066	154477	0.1312	101841	0.08650
<b>10</b>	<b>0.095</b>	<b>182618</b>	<b>0.1551</b>	<b>108060</b>	<b>0.09178</b>
15	0.142	207639	0.1764	102666	0.08720
20	0.189	222429	0.1889	73925	0.06279
30	0.284	191586	0.1627	29806	0.02532
50	0.474	65816	0.0559	1065	0.00090

Maksimum je postignut za vrijednost polumjera od 10 jedinica. Međutim, razlika volumena za prvu veću i prvu manju vrijednost je minimalna te je to zapravo područje u kojem treba tražiti optimalnu vrijednost koja se mijenja sa promjenama ostalih parametara modela.

### 8.1.2.4. Utjecaj rasporeda zglobova na pokretnoj platformi

Utjecaj položaja zglobova na pokretnoj platformi na volumen nije jako velik. Ako su položaji zglobova na pokretnoj platformi usmjereni prema vodilici kraka sa kojim su povezani onda veći prostor zadovoljava ograničenja strukture nego inače. Rezultati u tablici 8.15 potvrđuju prethodnu tvrdnju.

Tablica 8.15 Utjecaj rasporeda zglobova na pokretnoj platformi

$\beta$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
20°	180609	0.1534	107884	0.09163
<b>30°</b>	<b>182618</b>	<b>0.1551</b>	<b>108060</b>	<b>0.09178</b>
40°	183706	0.1560	107981	0.09171
60°	182835	0.1553	105672	0.08975
80°	168088	0.1428	98766	0.08389
90°	160139	0.1360	94103	0.07993
100°	151978	0.1291	89472	0.07599

Ostali parametri mogu promijeniti optimalnu vrijednost kuta  $\beta$ , pogotovo raspored

vodilica na nepokretnoj platformi.

### 8.1.2.5. Utjecaj duljine vodilica

Duljina vodilica je mijenjana razmjernom promjenom parametra  $r_1$  i  $h$ , tako da nagib vodilica ostane uvijek isti. Veličine radnog prostora za različite duljine vodilica prikazane su u tablici 8.16.

Tablica 8.16 Utjecaj duljine vodilica

$l_V$	$r_1$	$h$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
15	25	10.38	26771	0.0707	2874	0.00759
35	45	24.23	116289	0.2115	48779	0.08870
<b>50</b>	<b>60</b>	<b>34.62</b>	<b>173477</b>	<b>0.2176</b>	<b>94132</b>	<b>0.11807</b>
65	75	45.00	182618	0.1551	108060	0.09178
80	90	55.38	181547	0.1054	107223	0.06226
95	105	65.77	180997	0.0734	106989	0.04339
110	120	76.15	180663	0.0525	106651	0.03098

Povećavanjem duljina vodilica do određene veličine raste i radni prostor. Kada duljina vodilica više nije ograničavajući faktor radni prostor ostaje na istoj vrijednosti. U tablici se vidi da nakon duljine od 65 jedinica volumen se počinje lagano smanjivati. To je uzrokovano ograničenjima u zglobovima, odnosno početnom položaju iz kojih se izvode početni smjerovi zglobova. Naime, početni je položaj izračunat na osnovi vrijednosti polumjera i visina te je malo drukčiji za veće duljine vodilice. Za razliku od apsolutne, relativna vrijednost naglo pada jer je duljina vodilice jedan od elemenata normiranja.

### 8.1.2.6. Utjecaj nagiba vodilica

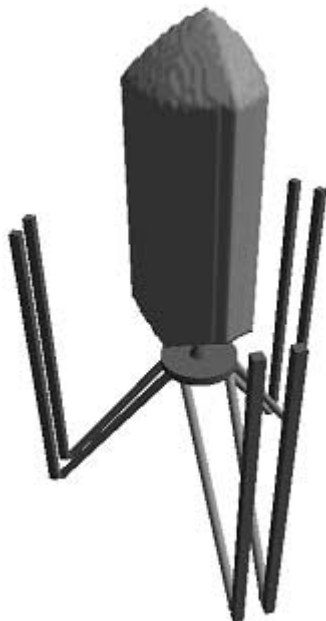
Nagib vodilica mijenjan je tako da je mijenjana veličina parametra  $h$ . Tablica 8.17 prikazuje volumen manipulatora sa različitim nagibima vodilica.

Tablica 8.17 Utjecaj nagiba vodilica

$h_A$	$h_R$	nagib	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
-60	-0.532	-42.7°	655	0.0005	54	0.00004
-45	-0.426	-34.7°	9667	0.0082	871	0.00074
-30	-0.300	-24.8°	145	0.0001	0	0.00000
-15	-0.155	-13°	4885	0.0054	0	0.00000
0	0.000	0°	71061	0.0815	31206	0.03580
15	0.155	13°	172710	0.1910	68657	0.07594
<b>30</b>	<b>0.300</b>	<b>24.8°</b>	<b>269510</b>	<b>0.2685</b>	<b>111767</b>	<b>0.11135</b>
45	0.426	34.7°	182618	0.1551	108060	0.09178
60	0.532	42.7°	126373	0.0880	68182	0.04750

Maksimum se postiže za vrijednost  $30^\circ$ . Razlika sa sljedećom vrijednosti je mala što ukazuje da je to područje gdje treba tražiti optimum.

Zanimljiv je slučaj kada su vodilice vertikalno postavljene, tj. kada su vrijednosti  $r_1$  i  $r_2$  jednake. Jedan takav model prikazan je na slici 8.18 zajedno sa radnim prostorom koji mu je dohvatljiv.



Slika 8.18 Okomite vodilice



Slika 8.19 Hexaglide

Drugi zanimljivi slučaj jest *hexaglide*. Njegov radni prostor i model prikazan je na slici 8.18. Kao što se vidi iz slike, ovaj model pogodan je za obradu duguljastih predmeta.

#### 8.1.2.7. Utjecaj udaljenosti parova paralelnih vodilica

Utjecaj udaljenosti vodilica na veličinu radnog prostora prikazan je u tablici 8.18.

Tablica 8.18 Utjecaj udaljenosti vodilica

$d_A$	$d_R$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
<b>3.5</b>	<b>0.033</b>	<b>183797</b>	<b>0.1561</b>	<b>111045</b>	<b>0.09432</b>
7	0.066	182533	0.1550	109153	0.09271
10	0.095	182618	0.1551	108060	0.09178
15	0.142	185427	0.1575	108036	0.09176
20	0.189	135711	0.1153	82956	0.07046
30	0.284	96127	0.0816	55636	0.04725
40	0.379	67008	0.0569	35734	0.03035

Kao što tablica prikazuje volumen je obrnuto proporcionalan udaljenosti susjednih vodilica. Dok je ta vrijednost relativno mala, razlika u volumenu je neznatna, ali s njenim većim porastom volumen naglo opada.

### 8.1.2.8. Utjecaj najvećih dozvoljenih kuteva u zglobovima

Utjecaj ograničenja kuta zgloba promatran je za nekoliko vrijednosti prikazanih u tablici 8.19.

Tablica 8.19 Utjecaj zglobova

$\phi_{\max}$	$V_A (rot\_kut=0^\circ)$	$V_R (rot\_kut=0^\circ)$	$V_A$	$V_R$
15°	58858	0.0500	0	0.00000
30°	182612	0.1551	21471	0.01824
45°	182618	0.1551	108060	0.09178
60°	182618	0.1551	108060	0.09178
90°	182618	0.1551	108060	0.09178

Ograničenje zbog kuta zgloba kod ovog je modela paralelnog manipulatora prisutno jedino ako je taj kut relativno mali. Ako je dovoljno velik, druga ograničenja su znatno prije prekršena.

Iz tablice se uočava da se povećanjem dozvoljenog kuta iznad 45° ništa ne dobiva na veličini radnog prostora. Kut naravno ovisi o ostalim parametrima, tj. za neke bi druge vrijednosti ostalih parametara (najmanji) optimalni kut zgloba možda bio veći.

### 8.1.2.9. Optimalni parametri

Tablica 8.20 prikazuje teoretske vrijednosti parametara kojima se postiže najveći radni prostor, kao i vrijednosti parametara koje su dalje od teoretskog optimuma ali su praktički lakše ostvarive i daju prilično veliki radni prostor.

Prikaz optimalnog manipulatora i njegovog radnog prostora prikazan je na slici 8.20.

Tablica 8.20 Optimalni parametri

parametar	TO_A	TO_R	PO_A	PO_R
$l$	$\infty$	$\infty$	100	0.813
$r_1$	$\infty$	$\infty$	75	0.610
$r_2$	0	0	10	0.081
$h$	$0.4*r_1$	-	30	0.243
$d$	0	0	3.5	0.029
$r_{b2}$	0	0	10	0.081
$\beta$	30°	-	30°	-
$l_{\text{alat}}$	0	0	0	0
$\phi_{\max}$	180°	-	60°	-
$V$	$\infty$	1	267960	0.144



Slika 8.20 Optimalni model i njegov radni prostor

## 8.2. Kriterij minimalnih grešaka

U ovom poglavlju računat je utjecaj tolerancija na položaj i orijentaciju vrha alata. Najprije je analiziran utjecaj pojedinih komponenata tolerancija, te je kasnije tražena struktura koje minimizira nastale greške.

Optimiranje s obzirom na kriterij grešaka obavljeno je vrlo sličnim postupkom kao i u prethodnim poglavljima samo u puno manjem obimu. Zbog mnogo veće složenosti izračunavanja, a time i potrebnog vremena, greške su računane većinom samo u dijelu dohvatljivom alatom manipulatora, tj. samo u radnom prostoru.

Pored prikaza presjeka i volumena prostora za različite vrijednosti grešaka, ocjena modela izvršena je koristeći vrijednosti minimalne, maksimalne, prosječne greške te standardne devijacije. Pri računanju grešaka ili tolerancija za one elemente grešaka koji nisu bili jednaki nuli uzeta je vrijednost 0.01 jedinica što je dovoljno mala vrijednost da bude u skladu sa postupkom koji se zasniva na diferencijalima.

### 8.2.1. Heksapod s upravljivom duljinom krakova

#### 8.2.1.1. Utjecaj grešaka i tolerancija pojedinih elemenata

Utjecaj određenih elemenata grešaka promatran je na način da su greške ili tolerancije za promatrani element postavljene na određenu vrijednost, a sve ostale na vrijednost nula.

Tablica 8.21 prikazuje utjecaj pojedinih elemenata grešaka ili tolerancija na ukupnu grešku vrha alata heksapoda zadanog tablicom 8.2.

Tablica 8.21 Utjecaj tolerancija pojedinih elemenata

parametri $\neq$ 0	greške/tolerancije	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$	$\delta \Omega_{avg}^1$	$\delta \Omega_{max}$
$\delta l_1$	greške	0.0089	0.0111	0.00028	0.00031
$\delta b_1 (c_1)$	greške	0.0055	0.0093	0.00018	0.00038
$\delta p_1 (d_1)$	greške	0.0055	0.0091	0.00018	0.00037
$\delta l_1 - \delta l_6$	greške	0.0112	0.0122	0.000009	0.00002
$\delta b_1 - \delta b_6$	greške	0.0173	0.0173	0	0
$\delta p_1 - \delta p_6$	greške	0.0173	0.0173	0	0
$\delta l, \delta b, \delta p (1-6)$	greške	0.0130	0.0140	0.000009	0.000019
$\delta b_1 (c_1)$	tolerancije	0.0131	0.0177	0.00041	0.00050
$\delta p_1 (d_1)$	tolerancije	0.0131	0.0172	0.00041	0.00048
$\delta l_1 - \delta l_6$	tolerancije	0.0366	0.0418	0.00118	0.00134
$\delta b_1 - \delta b_6$	tolerancije	0.0517	0.0600	0.00172	0.00195
$\delta p_1 - \delta p_6$	tolerancije	0.0517	0.0601	0.00169	0.00192
$\delta l, \delta b, \delta p (1-6)$	tolerancije	0.2381	0.2715	0.00805	0.00902

<sup>1</sup> Pogreške kuteva računane su kao korijen zbroja kvadrata sve tri komponente kuteva (u radijanima)

Iz tablice se može vidjeti da je izračunata greška nastala uslijed poznatih veličina grešaka daleko manja nego u slučaju poznatih tolerancija, pogotovo onda kada je više elemenata zadano sa tolerancijama. Utjecaj greške ili tolerancije u zglobovima pokretne i nepokretne platforme gotovo je istovjetan. Uspoređujući veličinu dobivene greške u položaju sa zadanom vrijednošću tolerancija vidi se da je višestruko većeg iznosa, sve do dvadesetak puta za slučaj tolerancija svih elemenata modela. Greške u orijentaciji nastale zbog tolerancija ponašaju se slično kao i vrijednosti grešaka u položajima te je u postupku optimiranja dovoljno koristiti jednu od njih. U postupku potrage strukture koja minimizira greške svi su elementi uzeti sa tolerancijama te je za svaki model izračunata najveća moguća greška položaja koja se ostvaruje uz te vrijednosti (u granicama algoritma).



Slika 8.21 Maksimalne greške uslijed tolerancija svih elemenata

Slika 8.21 prikazuje presjek izračunatih grešaka. Tamnije točke označavaju područja većih grešaka. Unutar slike se uočavaju određeni rubovi koji odvajaju područja većih grešaka od manjih. Ti rubovi i nepravilnosti su rezultat nesavršenosti algoritma koji nije za svaku točku dostigao optimum, tj. maksimalnu vrijednost greške. Bolje rješenje zahtijevalo bi puno više procesorskog vremena, od 10 do 100 puta više od sadašnjeg koji za prikazane greške treba oko sat vremena računanja (PIII-800MHz).

### 8.2.1.2. Utjecaj duljina krakova

Tablica 8.22 Utjecaj duljina krakova

$l$	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
20-60	0.1851	0.3551
<b>30-70</b>	<b>0.1794</b>	<b>0.2101</b>
40-80	0.2077	0.2427
50-90	0.2381	0.2715

Duljine krakova, tj. njihove minimalne i maksimalne vrijednosti posredno utječu na greške određujući veličinu i položaj radnog prostora. Utjecaj tolerancija za različite minimalne i maksimalne duljine krakova prikazan je u tablici 8.22. Spuštanjem radnog prostora prema nepokretnoj platformi smanjuju se iznosi grešaka, ali samo do određene granice nakon koje opet rastu.

### 8.2.1.3. Utjecaj duljine alata

Utjecaj duljine alata na vrijednost grešaka prikazan je tablicom 8.23 za nekoliko vrijednosti duljina alata. Najmanje vrijednosti grešaka postižu se za duljine alata oko 30 jedinica. Smanjenjem te veličine greške rastu, kako i povećanjem.

### 8.2.1.4. Utjecaj polumjera platformi

Tablica 8.24 prikazuje izračunate greške za nekoliko različitih vrijednosti polumjera nepokretne i pokretne platforme.

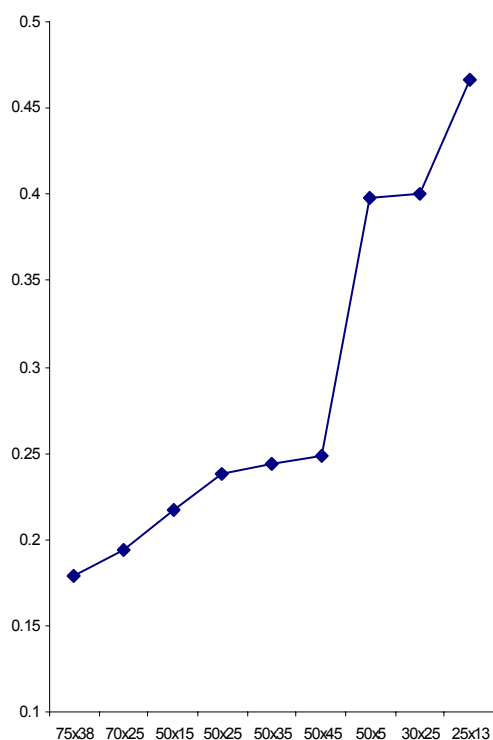
Tablica 8.23 Utjecaj duljine alata

$l_{alat}$	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
0	0.2707	0.3091
5	0.2514	0.2856
10	0.2381	0.2715
15	0.2294	0.2636
20	0.2219	0.2586
<b>30</b>	<b>0.2173</b>	<b>0.2533</b>
50	0.2621	0.2781

Model koji daje najmanje iznose grešaka jest onaj sa polumjerima nepokretne i pokretne platforme od 75 i 38 jedinica. Slika 8.22 prikazuje odnose grešaka za različite polumjere platformi.

Tablica 8.24 Utjecaj polumjera platformi

$r_{1\_A}$	$r_{2\_A}$	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
10	25	1.3250	1.5790
30	25	0.4005	0.4783
50	25	0.2381	0.2715
70	25	0.1941	3.2969
50	5	0.3974	0.9793
50	15	0.2166	0.2632
50	25	0.2381	0.2715
50	35	0.2437	0.2710
50	45	0.2482	0.2740
15	8	0.7982	1.0762
25	13	0.4661	0.5895
50	25	0.2381	0.2715
<b>75</b>	<b>38</b>	<b>0.1787</b>	<b>0.2045</b>
100	50	1.3663	143.61



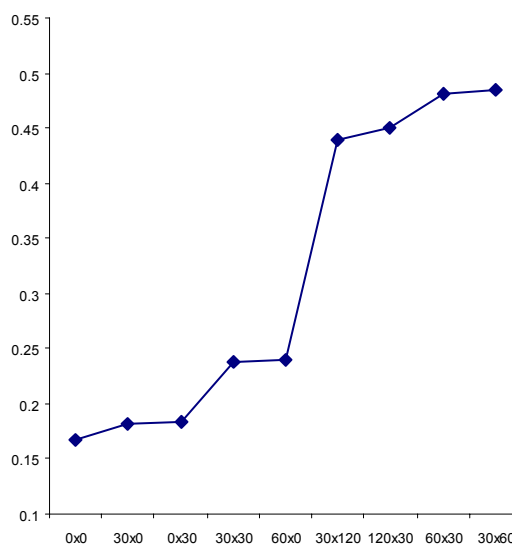
Slika 8.22 Utjecaj polumjera platformi na  $\delta r_{avg}$

### 8.2.1.5. Utjecaj rasporeda zglobova

Tablica 8.25 prikazuje modele sa različitim rasporedima zglobova na platformama te izračunate greške za svaki.

Tablica 8.25 Utjecaj rasporeda zglobova

$\alpha$	$\beta$	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
0°	30°	0.1835	0.2004
30°	30°	0.2381	0.2715
60°	30°	0.4805	0.5570
120°	30°	0.4498	0.5476
30°	0°	0.1808	0.2159
30°	30°	0.2381	0.2715
30°	60°	0.4841	0.5628
30°	120°	0.4396	0.5331
<b>0°</b>	<b>0°</b>	<b>0.1664</b>	<b>0.1916</b>
60°	0°	0.2402	0.2795



Slika 8.23 Utjecaj rasporeda zglobova na  $\delta r_{avg}$



Najbolje rezultate daje model sa kutevima  $\alpha$  i  $\beta$  jednakim nuli. Međutim, kao što se iz slike 8.23 vidi modeli sa kutevima  $0 \times 30$  i  $30 \times 0$  su vrlo blizu po rezultatima.

### 8.2.1.6. Optimalni parametri

Koristeći kombinacije najboljih rezultata prethodnih poglavlja kao ulaz u iterativni postupak, nakon postupka došlo se do modela prikazanog parametrima tablicom 8.26 kao model koji minimizira greške uslijed tolerancija.

Tablica 8.26 Optimalni parametri

parametar	apsolutna vrijednost	relativna vrijednost
$l_{\max}$	80	1
$l_{\min}$	40	0.5
$r_1$	50	0.625
$r_2$	25	0.3125
$l_{\text{alat}}$	0	0
$\alpha$	$0^\circ$	-
$\beta$	$0^\circ$	-
$\delta r_{\min}$	0.1203	0.00150
$\delta r_{\text{avg}}$	0.1431	0.00179
$\delta r_{\max}$	0.2466	0.00308
$\delta r_{\text{st.dev.}}$	0.0138	0.00017
V	18152	0.03550

Model sa parametrima koji minimiziraju greške imaju različite vrijednosti parametara pojedinih elemenata od onih koji su sami minimizirali grešku. Neke su čak poprilično različite. Uočava se zajednički utjecaj parametara, tj. promjenom parametara nekih elemenata mijenja se i utjecaj drugih parametara te je nužno korištenje iterativnog postupka.

Nedostatak modela danog tablicom 8.26 jest mali radni prostor koji je skoro dvaput manji od radnog prostora početnog modela, a višestruko manji od modela korištenih u optimiranju veličine radnog prostora. Parametri koji daju manji radni prostor, bez obzira na utjecaj tolerancija nisu razmatrani, jer bi se u protivnom iterativnim postupkom na kraju došlo do samo jedne točke prostora.

## 8.2.2. Heksapod s konstantnom duljinom krakova

### 8.2.2.1. Utjecaj grešaka i tolerancija pojedinih elemenata

Utjecaj pojedinih komponenata ili više njih kombinirano promatran je na modelu danim tablicom 8.11, uz jedinu razliku u polumjeru pokretne platforme čija je vrijednost promijenjena na 15 jedinica.

Tablica 8.27 Utjecaj tolerancija pojedinih elemenata

parametri $\neq 0$	greške/tolerancije	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$	$\delta \Omega_{avg}$	$\delta \Omega_{max}$
$\delta l_1$	greške	0.00867	0.02404	0.00041	0.00076
$\delta b_1$	greške	0.01127	0.03599	0.00054	0.00136
$\delta p_1 (d_1)$	greške	0.00805	0.03938	0.00042	0.00213
$\delta l_1 - \delta l_6$	greške	0.00966	0.01480	0.00009	0.00033
$\delta b_1 - \delta b_6$	greške	0.01112	0.01498	0.00002	0.00005
$\delta p_1 - \delta p_6$	greške	0.01732	0.01732	0	0
$\delta l, \delta b, \delta p (1-6)$	greške	0.01890	0.02820	0.00010	0.00034
$\delta p_1 (d_1)$	tolerancije	0.01651	0.04944	0.00079	0.00218
$\delta l_1 - \delta l_6$	tolerancije	0.03729	0.10610	0.00188	0.00425
$\delta b_1 - \delta b_6$	tolerancije	0.04871	0.17794	0.00255	0.00710
$\delta p_1 - \delta p_6$	tolerancije	0.06943	0.24687	0.00366	0.00961
$\delta l, \delta b, \delta p (1-6)$	tolerancije	0.29980	1.19730	0.01526	0.03872

Kao i kod prvog modela, utjecaj tolerancija je puno veći od utjecaja poznatih grešaka. Što model uključuje više elemenata sa tolerancijom to je ukupna greška višestruko veća.

Greške položaja i orijentacije su više manje u konstantnom odnosu te je utjecaj pojedinih elemenata modela manipulatora dovoljno promatrati na jednoj od njih, greški položaja ili greški orijentacije. U sljedećim poglavljima koristi se kriterij greške položaja krajnje točke manipulatora radi ustanovljavanja utjecaja pojedinih elemenata heksapoda na ukupna odstupanja.

### 8.2.2.2. Utjecaj duljina krakova

Tablica 8.28 Utjecaj duljina krakova

$l$	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
<b>40</b>	<b>0.2425</b>	<b>0.6754</b>
55	0.2704	0.8829
70	0.2998	1.1973
85	0.3412	1.4153
100	0.3920	1.7853

veća moguća odstupanja zbog tolerancija.

### 8.2.2.3. Utjecaj duljine alata

Utjecaj duljina alata na greške heksapoda promatran je za različite duljine prikazane u tablici 8.29.

Minimum grešaka se ostvaruje za duljinu alata od 15

Tablica 8.28 prikazuje utjecaj duljina krakova na veličinu grešaka nastalih zbog tolerancija svih elemenata modela.

Najmanje greške postižu se za kraće duljine krakova. Takvi modeli, međutim, imaju vrlo mali radni prostor te je možda bolje uzeti nešto veće duljine, iako to znači relativno

Tablica 8.29 Utjecaj duljine alata

$l_{alat}$	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
0	0.3546	1.2230
5	0.3181	1.1720
10	0.2998	1.1973
<b>15</b>	<b>0.2917</b>	<b>1.0108</b>
20	0.2933	1.0304
30	0.3182	0.9949

jedinica, ali je ta vrijednost jako ovisna o ostalim parametrima. Za neke druge vrijednosti ostalih parametara minimum se možda postiže za neku drugu vrijednost.

#### 8.2.2.4. Utjecaj polumjera pokretne platforme

Tablica 8.30 Utjecaj polumjera pokretne platforme

$r_{b2}$	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
7	0.3720	1.2684
10	0.3401	1.2098
15	0.2998	1.1973
20	0.2815	1.0485
<b>25</b>	<b>0.2787</b>	<b>1.2888</b>
30	0.2830	2.7888
50	0.3614	3.8513

Utjecaj polumjera pokretne platforme na odstupanja alata prikazan je u tablici 8.30 na primjeru nekoliko vrijednosti polumjera.

Optimum, tj. minimalne greške postižu se za polumjer pokretne platforme od 25 jedinica. Prva manja i prva veća vrijednost imaju vrlo slične iznose te bi se ovisno o potrebama te vrijednosti mogle razmotriti.

Ukoliko je bitna veličina radnog prostora onda izbor pada na manje vrijednosti, odnosno, ukoliko su bitnija kinematska svojstva, veća vrijednost više odgovara.

#### 8.2.2.5. Utjecaj rasporeda zglobova na pokretnoj platformi

Tablica 8.31 prikazuje utjecaj smještaja zglobova na pokretnoj platformi određenih parametrom  $\beta$ .

Najmanje greške postižu se kada se susjedni zglobovi preklapaju, tj. nalaze se u istoj točki. Ukoliko je takva izvedba teža ili skuplja, malim povećanjem kuta  $\beta$  greške se neće znatno povećati a izvedba je puno jednostavnija.

#### 8.2.2.6. Utjecaj nagiba vodilica

Utjecaj nagiba vodilica promatran je na nekoliko primjera navedenih u tablici 8.32. Najmanja odstupanja postižu se za slučaj horizontalno postavljenih vodilica.

Tablica 8.32 Utjecaj nagiba vodilica

$h$	nagib	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
<b>0</b>	<b>0°</b>	<b>0.1816</b>	<b>0.2846</b>
15	13°	0.2190	0.6238
30	24.8°	0.2599	0.9896
45	34.7°	0.2998	1.1973
60	42.7°	0.5305	64.623

Tablica 8.31 Utjecaj rasporeda zglobova na pokretnoj platformi

$\beta$	$\delta r_{avg}$	$\delta r_{max}$
<b>0°</b>	<b>0.2397</b>	<b>0.5764</b>
10°	0.2495	0.7086
20°	0.2667	0.8793
30°	0.2998	1.1973
40°	0.3525	2.0342
60°	1.2909	2824.3
80°	6.1436	6019.8

Kao i za prethodne slučajeve i ta konfiguracija ima vrlo mali radni prostor te je nekakav kompromis veličine radnog prostora i utjecaja tolerancija taj koji određuje vrijednost nagiba vodilica.

#### 8.2.2.7. Utjecaj udaljenosti parova paralelnih vodilica

Udaljenost dviju bližih, paralelno postavljenih vodilica na greške uslijed tolerancija prikazan je tablicom 8.33 za nekoliko vrijednosti te udaljenosti.

**Tablica 8.33 Utjecaj udaljenosti parova paralelnih vodilica**

$d$	$\delta r_{\text{avg}}$	$\delta r_{\text{max}}$
<b>3.5</b>	<b>0.2411</b>	<b>0.5879</b>
7	0.2662	0.8190
10	0.2998	1.1973
15	0.7568	1014.3
20	1.6402	1776.9
30	0.5102	98.167

Što su vodilice bliže greške postaju manje te je optimum na najmanjoj vrijednosti koja je tehnički izvediva. Taj se kriterij konačno poklapa i sa veličinom radnog prostora i sa kinematskim svojstvima.

### 8.2.2.8. Optimalni parametri

Kombinacijom elemenata koji minimiziraju greške u prethodnim poglavljima te dodatno koristeći iterativni postupak mijenjanja pojedinih elemenata heksapoda došlo se do modela prikazanog tablicom 8.34 koji daje najmanja odstupanja za tolerancije svih razmatranih elemenata modela.

**Tablica 8.34 Optimalni parametri**

parametar	apsolutna vrijednost	relativna vrijednost
$l$	70	0.717
$r_1$	75	0.768
$r_2$	10	0.102
$h$	20	0.205
$d$	3.5	0.036
$r_{b2}$	25	0.256
$\beta$	0°	-
$l_{\text{alat}}$	0	0
$\phi_{\text{max}}$	60°	-
$\delta r_{\text{min}}$	0.0987	0.00106
$\delta r_{\text{avg}}$	0.1594	0.00170
$\delta r_{\text{max}}$	0.2300	0.00312
$\delta r_{\text{st.dev.}}$	0.0281	0.00030
V	30991	0.02855

Rezultati koje daje model optimalnih parametara su poprilično bolji od od rezultata prethodnih poglavlja. Prikazani model ima radni prostor višestruko manji od radnog prostora početnog modela.

### 8.3. Kriterij optimalne kinematike

Optimalni parametri s obzirom na kinematiku izračunati su s obzirom na jedan, odnosno, sva tri kinematska parametra računata u svakoj točki: mjera uvjetovanosti, najmanja singularna vrijednost te apsolutna vrijednost determinante jakobijane. Za svaki od navedenih parametara računate su minimalne, maksimalne, srednje vrijednosti i vrijednosti standardne devijacije. Singularne točke u kojima parametri poprimaju ekstremne vrijednosti nisu korištene u izračunu te statistike.

Parametri koji nisu mijenjani tijekom postupka prikazani su u tablici 8.1. Modeli sa promjenjivom duljinom krakova i modeli sa konstantnom duljinom krakova prikazani su u sljedeća dva poglavlja. Optimiranje je kao i u prethodna dva poglavlja provedeno u koracima u kojima je mijenjan samo jedan parametar.

#### 8.3.1. Heksapod s upravljivom duljinom krakova

Optimiranje je započeto sa parametrima prikazanim u tablici 8.2. Tablica 8.35 prikazuje vrijednosti kinematskih svojstava početnog modela računatih samo u točkama radnog prostora. Za svaki parametar izračunata je minimalna, maksimalna, srednja vrijednost i standardna devijacija od srednje vrijednosti.

Tablica 8.35 Kinematska svojstva početnog modela

	min	avg	max	stddev
$\kappa$	3.026	3.934	4.524	0.287
$\sigma_{\min}$	0.518	0.578	0.694	0.034
$ \det(\underline{J}) $	0.911	1.230	2.020	0.202

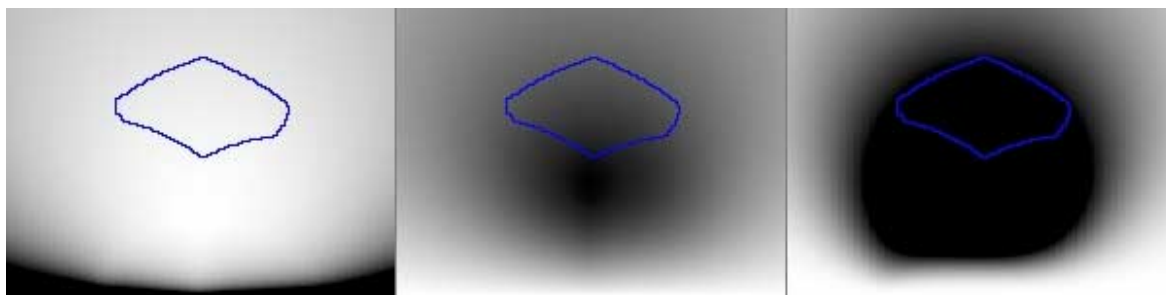
Na slici 8.24 prikazani su presjeci područja na kojima se prikazuju vrijednosti pojedinih svojstava. Iz slike se vidi da se sva tri kinematska svojstva isto ponašaju, tamo gdje jedan poprima bolje vrijednosti i ostali imaju bolje vrijednosti, tj. područje minimalnog  $\kappa$  podudara se sa područjem maksimalnog  $\sigma_{\min}$ , odnosno maksimalnog  $|\det(\underline{J})|$ .



Slika 8.24 Kinematska svojstva u presjeku redom:  $\kappa$ ,  $\sigma_{\min}$ ,  $|\det(\underline{J})|$

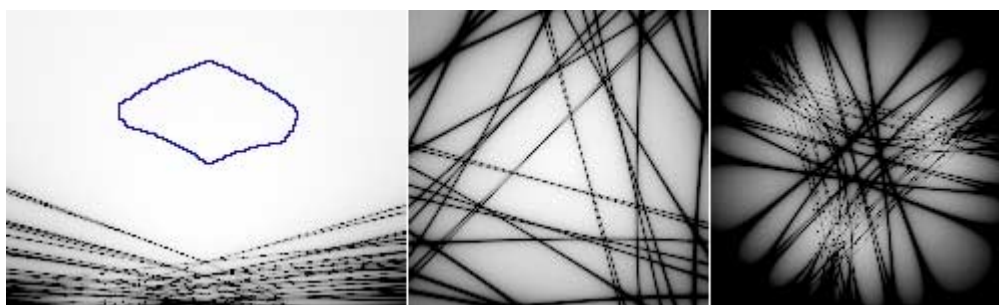
Slika 8.25 prikazuje isto, ali računato za cijeli zadani prostor (ne provjerava se je li točka dio radnog prostora) uz vodoravan položaj pokretne platforme.

Iz tih se slika može vidjeti gdje su svojstva najbolja te eventualno mijenjati parametre modela tako da se radni prostor poklapa sa područjem najboljih kinematskih svojstava. Na slici 8.25 označen je dio presjeka koji pripada radnom prostoru. Područje najboljih svojstava nalazi se niže od radnog prostora.



Slika 8.25 Kinematska svojstva u presjeku računata za cijeli zadani prostor

Kinematsko svojstvo  $\kappa$  računato na cijelom zadanom prostoru uz pristup točki iz smjerova koji sa okomicom zatvaraju kut manji od  $20^\circ$  prikazan je u presjeku na slici 8.26.



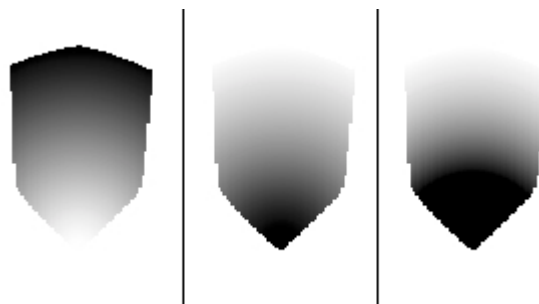
Slika 8.26  $\kappa$ -u presjeku za  $\text{rot\_kut}=20^\circ$

Slika lijevo prikazuje presjek ravninom  $Y=0$ . Crne linije prikazuju područja singulariteta, tj. područja u kojima neke singularne vrijednosti jakobijane poprimaju vrijednosti vrlo blizu nule. Ta se područja u ovom slučaju nalaze ispod radnog prostora manipulatora. Ukoliko to ne bi bilo tako bilo bi potrebno mijenjati model da se područje singulariteta ne preklapa sa radnim prostorom. Dvije desne slike prikazuju presjek područja vodoravnim ravninama blizu dna zadanog volumena, a pokazuju da se singularnosti u tom području znatno proširuju prema dnu, tj. prema nepokretnoj platformi.

### 8.3.1.1. Utjecaj duljine krakova

Utjecaj duljine krakova na kinematske parametre je indirektan preko radnog prostora. Odabirom odgovarajućih vrijednosti duljina krakova određuje se položaj radnog prostora unutar mogućeg volumena. Kinematski parametri ovise o konfiguraciji modela, kao što su položaj i raspored zglobova na platformama te o položaju u kojem se manipulator nalazi.

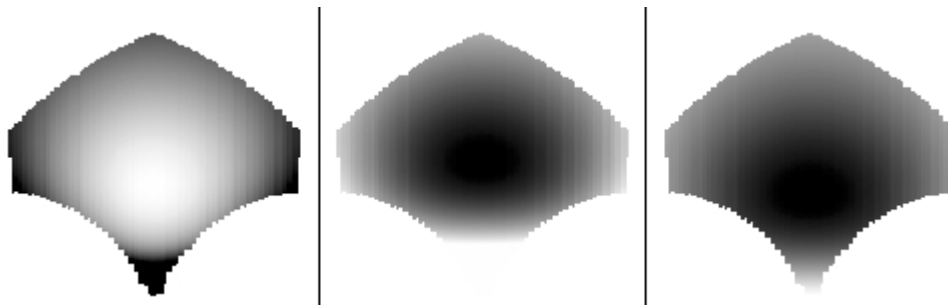
Ekstremne vrijednosti duljina krakova daju najveći radni prostor, a time omogućuju praćenje kinematskih svojstava u tom području. Slika 8.27 prikazuje presjek vrijednosti kinematskih svojstava.



Slika 8.27 Presjek svojstava redom:  $\kappa$ ,  $\sigma_{\min}$ ,  $|\det(J)|$

Iz slike se može locirati prostor koji daje najbolja kinematska svojstva, tj. on se nalazi

ispod radnog prostora sa uobičajenim vrijednostima ostalih parametara modela heksapoda. Povećanjem maksimalnog dozvoljenog kuta u zglobovima na  $60^\circ$  radni se prostor pomiče dolje prema nepokretnoj platformi, odnosno prema području boljih kinematskih svojstava. Slika 8.28 prikazuje presjek kinematskih svojstava uz navedeni kut zglobova te reduciranje duljine krakova na interval 30-80 jedinica.



Slika 8.28 Presjek kinematskih svojstava (maks. kut zglobova  $60^\circ$ ;  $l$  iz intervala [30, 80])

Iz slike je vidljivo da ovakav radni prostor obuhvaća područje najboljih kinematskih svojstava zajedno sa okolnim prostorom gdje su ta svojstva nešto lošija. Tablica 8.36 prikazuje vrijednosti kinematskih svojstava za taj model.

Tablica 8.36 Kinematska svojstva za maks. kut zglobova od  $60^\circ$  i  $l$  iz intervala [30, 80]

	min	avg	max	stddev
$\kappa$	<b>2.785</b>	<b>3.619</b>	398	1.516
$\sigma_{\min}$	0.218	<b>0.615</b>	<b>0.711</b>	0.047
$ \det(\underline{J}) $	0.537	<b>1.675</b>	<b>2.405</b>	0.302

Rezultate djelomično kviri uski dio pri dnu radnog prostora koji ima ekstremne singularne vrijednosti jakobijane. Vrijednosti koje valja primijetiti u tablici su minimalna i srednja vrijednost mjere uvjetovanosti, srednja i maksimalna vrijednost minimalne singularne vrijednosti i determinante jakobijane. Minimalna vrijednost mjere uvjetovanosti, kao i maksimalne vrijednosti minimalne singularne vrijednosti i determinante jakobijane su svojstvo točke u prostoru sa najboljim kinematskim svojstvima oko koje treba centrirati radni prostor. Srednje vrijednosti kinematskih svojstava vrednuju cijeli radni prostor ostvaren sa zadanim parametrima.

Za vrijednosti krakova između 30 i 80 radno područje pada oko područja najboljih kinematskih svojstava. Povećavanjem tog prostora prosječne vrijednosti kinematskih svojstava postaju lošije, a smanjenjem bolje kako je to prikazano u tablici 8.37.

Tablica 8.37 Utjecaj duljina krakova

$l$	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{max}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{max}}$
20-90	2.785	4.098	0.581	0.711	1.472	2.405
30-80	2.785	3.619	0.615	0.711	1.675	2.405
<b>40-70</b>	<b>2.785</b>	<b>3.122</b>	<b>0.678</b>	<b>0.711</b>	<b>1.974</b>	<b>2.405</b>

### 8.3.1.2. Utjecaj duljine alata

Duljina alata direktno utječe na jakobijanu te tako i na kinematska svojstva modela.

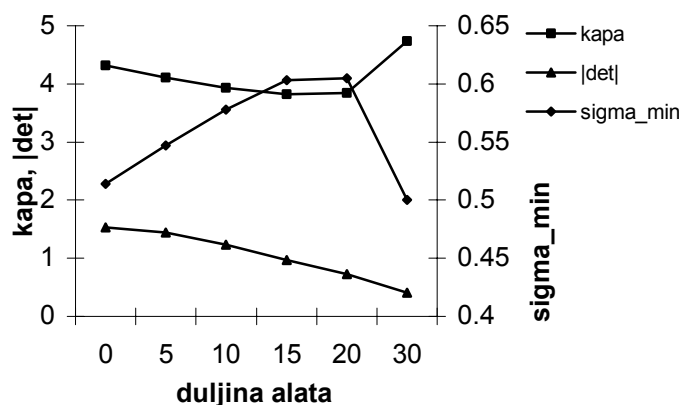
Pored direktnog utjecaja, duljina alata utječe i indirektno, preko položaja radnog prostora. Tablica 8.38 prikazuje vrijednosti kinematskih svojstava u radnom prostoru za različite vrijednosti duljine alata.

Tablica 8.38 Utjecaj duljine alata

$l_{\text{alat}}$	$\kappa_{\text{min}}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\text{min/avg}}$	$\sigma_{\text{min/max}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{max}}$
0	3.458	4.320	0.514	0.601	1.529	2.476
5	3.200	4.104	0.547	0.651	1.445	2.370
10	3.044	3.935	0.578	0.692	1.229	1.999
15	<b>2.978</b>	<b>3.817</b>	<b>0.603</b>	<b>0.717</b>	<b>0.967</b>	<b>1.561</b>
20	3.090	3.849	0.605	0.704	0.732	1.191
30	3.968	4.733	0.500	0.564	0.405	0.627
50	6.786	7.332	0.333	0.353	0.134	0.195

Tablica pokazuje da se najbolja kinematska svojstva postižu za duljinu alata između 10 i 20 jedinica. To vrijedi za mjeru uvjetovanosti i minimalnu singularnu vrijednost, dok se vrijednost determinante konstantno smanjuje povećanjem duljine alata.

Slika 8.29 prikazuje utjecaj duljine krakova na srednje vrijednosti kinematskih svojstava. Očito se minimum mjere uvjetovanosti i maksimum minimalne singularne vrijednosti poklapaju i na taj način određuju najbolju konfiguraciju. Pošto se najbolja vrijednost duljine alata mijenja promjenom ostalih parametara modela preciznije traženje duljine alata boljih svojstava nije napravljeno već samo u optimalnoj konfiguraciji.



Slika 8.29 Utjecaj duljine alata

### 8.3.1.3. Utjecaj polumjera platformi

Polumjeri platformi zajedno sa položajima zglobova na njima bitno utječu na kinematska svojstva modela. Tablica 8.39 prikazuje kinematske svojstva za različite vrijednosti polumjera pokretne i nepokretne platforme.

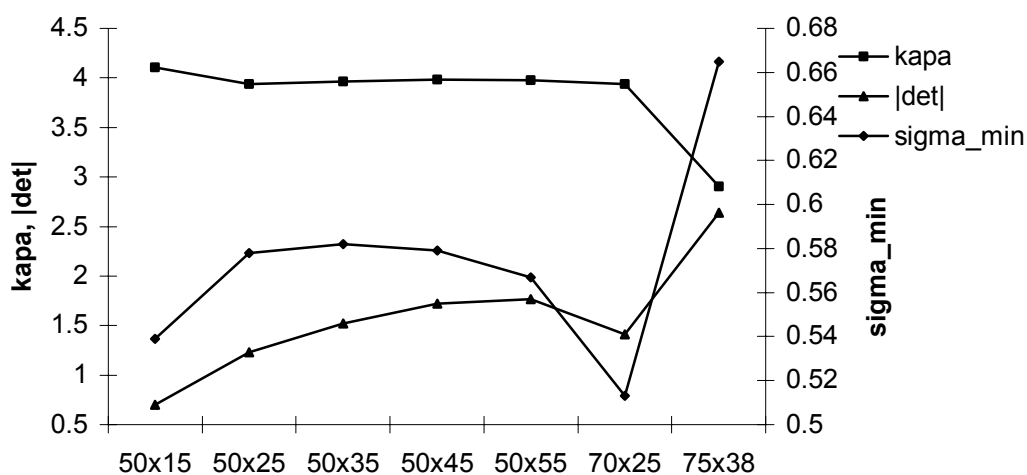
Iz tablice je vidljivo da se najbolji rezultati postižu za vrijednosti polumjera od 75 i 38 jedinica, za iste vrijednosti kao i kod minimizacije pogrešaka. Mijenjanjem tih vrijednosti unutar određenih granica postižu se nešto bolji kinematski rezultati, ali uz visoku cijenu značajno manjeg radnog prostora te zato ti modeli nisu prikazani u tablici.



Tablica 8.39 Utjecaj polumjera platformi

$r_{1\_A}$	$r_{2\_A}$	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{max}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{max}}$
10	25	19.20	22.94	0.105	0.123	0.013	0.021
30	25	5.494	6.938	0.352	0.435	0.346	0.646
50	25	3.044	3.935	0.578	0.692	1.229	1.999
70	25	3.247	3.940	0.513	0.603	1.413	1.625
90	25	4.022	113.5	0.142	0.403	0.212	1.013
50	5	7.912	9.977	0.214	0.276	0.076	0.088
50	15	3.570	4.104	0.539	0.579	0.701	0.982
50	25	3.044	3.935	0.578	0.692	1.229	1.999
50	35	3.260	3.961	0.582	0.683	1.523	2.339
50	45	3.542	3.980	0.579	0.639	1.722	2.260
50	55	3.844	3.975	0.567	0.583	1.768	1.907
15	8	11.86	18.15	0.144	0.210	0.013	0.035
25	13	5.652	8.419	0.299	0.425	0.122	0.284
50	25	3.044	3.935	0.578	0.692	1.229	1.999
<b>75</b>	<b>38</b>	<b>2.742</b>	<b>2.903</b>	<b>0.665</b>	<b>0.700</b>	<b>2.637</b>	<b>2.815</b>
100	50	3.032	38.06	0.299	0.562	0.963	2.429

Slika 8.30 prikazuje prosječne vrijednosti kinematskih svojstava izuzimajući ekstremne vrijednosti.



Slika 8.30 Utjecaj polumjera platformi

Vrijednost  $\kappa_{\text{avg}}$  je većim dijelom približno iste vrijednosti za većinu modela izuzev ekstreme. Apsolutna vrijednost determinante raste s porastom polumjera pokretne platforme, dok  $\sigma_{\min/\text{avg}}$  u početku raste, pa onda pada. Iako kinematska svojstva ukazuju da je model sa parametrima 70x38 najbolji, zbog prilično manjeg radnog prostora takvog modela (barem dvostruko), u praksi će biti potrebno napraviti kompromis, ovisno o

zahtjevima.

### 8.3.1.4. Utjecaj rasporeda zglobova

Tablica 8.40 prikazuje parametre dobivene za različite rasporede zglobova na platformama, a određene kutevima  $\alpha$  i  $\beta$ .

Tablica 8.40 Utjecaj rasporeda zglobova

$\alpha$	$\beta$	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{max}}$	$ \det(\mathcal{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\mathcal{J}) _{\text{max}}$
0°	30°	1.884	2.542	0.843	1.017	2.993	4.230
30°	30°	3.044	3.935	0.578	0.692	1.229	1.999
60°	30°	7.146	8.774	0.271	0.318	0.178	0.318
120°	30°	5.709	7.651	0.307	0.385	0.187	0.340
30°	0°	1.996	2.576	0.832	0.987	2.968	4.197
30°	30°	3.044	3.935	0.578	0.692	1.229	1.999
30°	60°	6.789	8.567	0.277	0.331	0.182	0.328
30°	120°	6.147	7.888	0.297	0.360	0.182	0.329
<b>0°</b>	<b>0°</b>	<b>1.909</b>	<b>2.212</b>	<b>0.888</b>	<b>0.942</b>	<b>4.395</b>	<b>5.008</b>
60°	0°	3.000	3.909	0.581	0.708	1.194	1.985

Najbolji rezultati postižu se se za slučaj kada manji kut između susjednih zglobova poprma vrijednost nula, tj. kada oba zglobova degeneriraju u jedan zajednički. Sa takvim rasporedom zglobova manipulator može postići znatno veći moment oko vertikale od ostalih modela. Cijena koju se plaća ovim odabirom naplaćuje se prilično manjim radnim prostorom.

### 8.3.1.5. Optimalni parametri

Kombinirajući modele iz prethodnih poglavlja sa boljim kinematskih svojstvima dobiveni su modeli među kojima je odabran najbolji model, prikazan parametrima u tablici 8.41.

Vrijednosti kinematskih svojstava za optimalni model prikazane su u tablici 8.42.

Parametri se malo mijenjaju u radnom prostoru, na što ukazuje standardna devijacija, rezultirajući prilično homogenim radnim prostorom, što je vrlo dobro. Usporedbom tih parametara sa parametrima u prethodnim poglavljima očito je da je ovaj model zaista puno bolji. Ipak, usporedbom volumena sa početnim modelom vidi se da je skoro upola manji.

Tablica 8.41 Parametri optimalnog modela

parametar	apsolutna vrijednost	relativna vrijednost
$l_{\max}$	85	1
$l_{\min}$	45	0.529
$r_1$	50	0.588
$r_2$	25	0.294
$l_{\text{alat}}$	0	0
$\alpha$	0°	-
$\beta$	0°	-
$\phi_{\max}$	45°	-
V	16919	0.028

Tablica 8.42 Vrijednosti kinematskih svojstava optimalnog modela

	min	avg	max	stddev
$\kappa$	<b>1.593</b>	<b>1.835</b>	2.853	0.131
$\sigma_{\min}$	0.751	<b>1.022</b>	<b>1.101</b>	0.039
$ \det(\underline{J}) $	3.992	<b>5.842</b>	<b>6.388</b>	0.283

U [HUA 98] i [PIT 93] algebarski su optimirani parametri modela koji daju izotropne konfiguracije, tj. takve konfiguracije sa kojima se u bar jednoj točki u prostoru postižu optimalni kinematski parametri. Pokazano je da su najbolje vrijednosti kinematskih svojstava konačne i poprimaju iznose prikazane tablicom 8.43.

Tablica 8.43 Optimalne vrijednosti kinematskih svojstava

$\kappa_{OPT}$	$\sigma_{\min, OPT}$	$ \det(\underline{J}) _{OPT}$
$\sqrt{2}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{27}{4}$

Optimalni vrijednosti postižu se u točki prostora u kojoj se pokretna platforma nalazi u horizontalnom položaju, iznad nepokretne tako da su im centri na istoj vertikalnoj osi, a krakovi sa okomicom zatvaraju kut od 45°. [HUA 98] pretpostavlja da se vrh alata nalazi u središtu zglobova pokretne platforme, dok [PIT 93] dozvoljava i vertikalni pomak. Minimalne i maksimalne duljine krakova se egzaktano ne specificiraju već se daju okvirno tako da radni prostor obuhvaća područje oko izotropne konfiguracije, tj. područje najboljih kinematskih svojstava.

Tablica 8.44 prikazuje nekoliko takvih modela te vrijednosti kinematskih svojstava za te modele.

Tablica 8.44 Modeli optimalne kinematike prema [HUA 98], [PIT 93] i [STO 93]

$r_1$	$h$	$l_{\min}$	$\alpha$	$\kappa_{\min}$	$\sigma_{\min/avg}$	$ \det(\underline{J}) _{avg}$	V
$r_2$	$l_{alat}$	$l_{\max}$	$\beta$	$\kappa_{avg}$	$\sigma_{\min/max}$	$ \det(\underline{J}) _{max}$	
<b>50</b>	<b>43.3</b>	<b>51</b>	<b>0°</b>	1.593	<b>1.085</b>	<b>6.331</b>	3764
<b>25</b>	<b>0</b>	<b>71.5</b>	<b>0°</b>	<b>1.641</b>	1.101	6.388	
50	35.4	40	30°	1.685	<b>0.974</b>	<b>5.622</b>	4232
35.4	0	75	0°	<b>1.991</b>	1.059	6.216	
59	46	50	0°	1.640	<b>0.990</b>	<b>5.683</b>	13110
30	5	90	30°	<b>1.843</b>	1.074	6.081	
47.75 <sup>1</sup>	40	57.75	0° <sup>1</sup>	1.728	<b>1.001</b>	<b>5.366</b>	7678
9.14 <sup>1</sup>	0	82.75	152° <sup>1</sup>	<b>1.871</b>	1.039	5.71	

Parametar  $h$  označava visinu na kojoj se nalazi pokretna platforma u odnosu na

<sup>1</sup> Model prema [STO 93] opisuje se sa više parametara, navedene su prosječne vrijednosti

nepokretnu. Dobivene kinematske vrijednosti izračunate su kao prosjek kinematskih vrijednosti za sve zadane smjerove pristupa točkama te se u izotropnim točkama ne postižu optimalne vrijednosti prikazane u tablici 8.43, već nešto lošije, što je pogotovo izraženo za drugi i treći model u tablici.

Zadnja dva retka tablice prikazuju kinematske parametre modela iz [STO 93]. Taj se model opisuje sa nešto više parametara nego ih ima u tablici pa su u njoj navedene prosječne vrijednosti. Model nije asimetričan, zglobovi na platformama nisu jedanko udaljeni od središta platformi. Kinematska svojstva tog manipulatora približno su ista kao i ostalih modela u tablici.

Usporedbom ovih modela sa optimalnom konfiguracijom dobivenom iterativnim mijenjanjem parametara, prikazanom u tablici 8.41, vidi se da se došlo do modela navedenog prvog u tablici 8.44, jedina razlika je u duljini krakova. Optimalni model iz tablice 8.41 ima višestruko veći radni prostor, a time i nužno nešto lošija kinematska svojstva.

### 8.3.2. Heksapod s konstantnom duljinom krakova

Potruga za najboljim parametrima modela s konstantnim duljinama krakova započeta je sa parametrima prikazanim u tablici 8.11 i slici 8.15 osim polumjera pokretne platforme koji je u ovom slučaju nešto veći i iznosi 15 jedinica. Tablica 8.45 prikazuje vrijednosti kinematskih svojstava početnog modela računatih u točkama radnog prostora.

Tablica 8.45 Kinematska svojstva početnog modela

	min	avg	max	stddev
$\kappa$	<b>2.711</b>	<b>6.367</b>	38.592	3.308
$\sigma_{\min}$	0.240	<b>0.583</b>	<b>0.817</b>	0.145
$ \det(\underline{J}) $	0.694	<b>2.512</b>	<b>5.934</b>	0.546

Za ovaj model nije moguće izračunati kinematska svojstva za cijeli zadani volumen već samo za točke radnog prostora.

#### 8.3.2.1. Utjecaj duljine krakova

Tablica 8.46 prikazuje izračunata kinematska svojstva za nekoliko duljina krakova.

Tablica 8.46 Utjecaj duljine krakova

$l$	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{max}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{max}}$
<b>40</b>	<b>2.648</b>	<b>4.664</b>	<b>0.695</b>	<b>0.878</b>	<b>3.553</b>	<b>6.487</b>
55	2.683	5.488	0.630	0.840	2.897	6.444
70	2.711	6.367	0.583	0.817	2.512	5.934
85	2.733	7.449	0.535	0.802	2.171	4.500
100	2.766	8.654	0.487	0.791	1.877	3.391

Rezultati pokazuju da povećanjem duljine krakova kinematska svojstva postaju sve lošija. To je posebno izraženo za prosječne vrijednosti, dok se najbolje ostvarene vrijednosti tek malo kvare povećanjem duljina krakova.

### 8.3.2.2. Utjecaj duljine alata

Utjecaj duljine alata na kinematiku promatran je kroz vrijednosti zadane tablicom 8.47.

Tablica 8.47 Utjecaj duljine alata

$l_{\text{alat}}$	$\kappa_{\text{min}}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\text{min/avg}}$	$\sigma_{\text{min/max}}$	$ \det(\mathbf{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\mathbf{J}) _{\text{max}}$
0	2.765	6.851	0.525	0.675	4.538	14.805
5	2.544	6.565	0.563	0.767	3.793	10.403
<b>10</b>	<b>2.711</b>	<b>6.367</b>	<b>0.583</b>	<b>0.817</b>	<b>2.512</b>	<b>5.934</b>
15	3.171	6.502	0.555	0.739	1.520	3.17
20	3.926	7.143	0.490	0.612	0.916	1.789

Najbolje kinematska svojstva postižu se za duljinu alata od 10 jedinica. Povećanjem kvaliteta pada, kao i smanjenjem, izuzimajući vrijednost determinante koja raste smanjenjem duljine alata. Utjecaj duljina alata jako ovisi o ostalim parametrima modela te se optimalna vrijednost mora ponovno tražiti uz drugi set parametara.

### 8.3.2.3. Utjecaj polumjera pokretne platforme

Vrijednosti polumjera sa kojima je traženo najbolje rješenje prikazani su u tablici 8.48 zajedno sa izračunatim kinematskim svojstvima.

Tablica 8.48 Utjecaj polumjera pokretne platforme

$r_{b2}$	$\kappa_{\text{min}}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\text{min/avg}}$	$\sigma_{\text{min/max}}$	$ \det(\mathbf{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\mathbf{J}) _{\text{max}}$
7	4.465	10.844	0.363	0.521	0.421	0.889
10	3.344	8.172	0.477	0.687	1.041	3.039
15	2.711	6.367	0.583	0.817	2.512	5.934
20	2.443	5.621	0.642	0.869	4.297	8.728
25	2.305	5.213	0.691	0.918	6.457	11.32
30	2.291	4.923	0.739	0.972	9.167	14.147
35	2.334	4.741	0.787	1.021	12.724	20.133
40	2.442	4.692	0.838	1.054	17.500	26.947
<b>50</b>	<b>2.870</b>	<b>4.539</b>	<b>0.953</b>	<b>1.095</b>	<b>33.649</b>	<b>39.751</b>

Prema rezultatima, najbolje vrijednosti postižu se za veće polumjere pokretne platforme. Povećanjem polumjera značajno se smanjuje radni prostor, a i problem prodiranja pokretne platforme sa alatom postaje značajan problem. Razumno bi stoga bilo odabrati model sa manjim polumjerom, npr. od 20 do 35, čija kinematska svojstva nisu značajno lošija.

### 8.3.2.4. Utjecaj rasporeda zglobova na pokretnoj platformi

Pri promatranju utjecaja rasporeda zglobova na pokretnoj platformi nije korišten početni model već model koji ima nešto veći polumjer pokretne platforme (20), a u svrhu boljeg očitovanja utjecaja rasporeda zglobova. Vrijednosti kinematskih svojstava za različite rasporede zglobova prikazani su u tablici 8.49.

Tablica 8.49 Utjecaj rasporeda zglobova na pokretnoj platformi

$\beta$	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{max}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{max}}$
<b>0°</b>	<b>2.250</b>	<b>4.791</b>	<b>0.691</b>	<b>0.980</b>	<b>4.325</b>	<b>9.653</b>
10°	2.292	5.093	0.672	0.976	3.806	9.068
20°	2.458	5.581	0.636	0.912	3.184	7.480
30°	2.711	6.367	0.583	0.817	2.512	5.934
40°	3.053	7.560	0.515	0.717	1.842	4.289
60°	4.214	15.496	0.355	0.509	0.724	1.671
80°	7.180	77.731	0.179	0.294	0.128	0.212

Najbolja kinematska svojstva postižu se za najmanje vrijednosti kuta između dva susjedna zgloba. Ipak, razlika do prvog sljedećeg retka nije značajna, a njega je lakše realizirati nego platformu s dvostrukim zglobovima.

### 8.3.2.5. Utjecaj nagiba vodilica

Nagib vodilica indirektno je mijenjan preko parametra  $h$ . Tablica 8.50 prikazuje bitna kinematska svojstva za različite vrijednosti nagiba vodilica.

Tablica 8.50 Utjecaj nagiba vodilica

$h$	nagib	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{max}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{max}}$
<b>0</b>	<b>0°</b>	<b>2.980</b>	<b>3.665</b>	<b>1.115</b>	<b>1.433</b>	<b>53.592</b>	<b>368.012</b>
15	13°	2.834	4.390	0.851	1.043	14.87	38.876
30	24.8°	2.758	5.450	0.682	0.887	5.348	12.423
45	34.7°	2.711	6.367	0.583	0.817	2.512	5.934
60	42.7°	2.681	7.374	0.498	0.786	1.275	2.097

Rezultati pokazuju da se najbolji parametri postižu za horizontalni položaj vodilica. Međutim, za takav položaj vodilica radni je prostor višestruko manji od radnog prostora početnog modela.

### 8.3.2.6. Utjecaj udaljenosti parova paralelnih vodilica

Preko udaljenosti susjednih vodilica direktno se mijenja raspored hvatišta na vodilicama te time bitno utječe na kinematske sposobnosti modela.

Tablica 8.51 prikazuje izračunate vrijednosti kinematskih svojstava za različite konfiguracije modela s obzirom na udaljenosti susjednih vodilica.

Najbolji rezultati se postižu za najmanje vrijednosti parametra  $d$ , što donekle odgovara manjem kutu između dva susjedna zgloba modela sa promjenjivom duljinom krakova.

Tablica 8.51 Utjecaj udaljenosti vodilica

$d$	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{avg}}$	$\sigma_{\min/\text{max}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{avg}}$	$ \det(\underline{J}) _{\text{max}}$
<b>3.5</b>	<b>2.484</b>	<b>5.052</b>	<b>0.667</b>	<b>0.900</b>	<b>3.422</b>	<b>8.453</b>
7	2.601	5.626	0.624	0.855	2.913	6.986
10	2.711	6.367	0.583	0.817	2.512	5.934
15	2.918	10.225	0.509	0.756	1.927	4.146
20	3.158	9.595	0.461	0.693	1.445	2.921
30	3.784	34.817	0.339	0.573	0.74	1.265

### 8.3.2.7. Optimalni parametri

Kombinirajući parametre sa najboljim rezultatima prethodnih poglavlja te iteracijom u nekoliko koraka došlo se do parametara prikazanih tablicom 8.52, za koje model manipulatora posjeduje najbolja kinematska svojstva.

Tablica 8.52 Optimalni parametri

parametar	apsolutna vrijednost	relativna vrijednost
$l$	70	0.717
$r_1$	75	0.768
$r_2$	10	0.102
$h$	20	0.205
$d$	3.5	0.036
$r_{b2}$	30	0.307
$\beta$	0°	-
$l_{\text{alat}}$	0	0
$\phi_{\text{max}}$	45°	-
<b>V</b>	<b>16677</b>	<b>0.018</b>

Prosječne vrijednosti se još popravljaju smanjivanjem parametra  $h$ , ali njegovo smanjivanje znatno utječe na veličinu radnog prostora. Za  $h=0$ , kada su parametri najbolji radni prostor je desetak puta manji od prikazanog optimuma, koji je pak i sam oko 6 puta manji od radnog prostora početnog modela.

Tablica 8.53 pokazuje da se doista radi o modelu koji ima zaista mnogo bolja svojstva od svih razmatranih u prethodnim poglavljima.

Treba primijetiti da se optimalne vrijednosti pojedinih svojstava ne ponašaju kao kod prethodnog modela, tj. teoretski minimalne vrijednosti  $\kappa$  i maksimalne vrijednosti svojstava

$\sigma_{\min}$  i  $|\det(\underline{J})|$  nisu podložne ograničenjima prema tablici 8.43 jer je  $i$  jakobijana ponešto drukčija kod ovog modela.

Tablica 8.53 Vrijednosti kinematskih svojstava za optimalni model

	min	avg	max	stddev
$\kappa$	<b>1.771</b>	<b>2.655</b>	7.186	0.638
$\sigma_{\min}$	1.002	<b>1.225</b>	<b>1.407</b>	0.075
$ \det(\underline{J}) $	15.955	<b>51.177</b>	<b>135.164</b>	20.116

### 8.4. Kombinacija kriterija

U prethodna tri poglavlja tražilo se strukture koje optimiraju zasebno svaki od tri kriterija: veličinu radnog prostora, utjecaj tolerancija te kinematska svojstva. U praksi se od manipulatora traži da udovolji određene zahtjeve na sva tri kriterija istodobno. Ti zahtjevi mogu biti strogo određeni, npr. radni prostor mora obuhvaćati kvadar zadanih dimenzija, utjecaj tolerancija u tom prostoru mora biti manji od određenog iznosa, a kinematska svojstva ne smiju biti lošija od zadanih. S druge strane zahtjevi mogu biti slobodnije zadani, ali ipak za svaki kriterij postoji granica ispod koje se ne ide. Bilo riječ o prvom slučaju ili drugom neki su kriteriji važniji od drugih te će se nakon što se udovolje svi nužni zahtjevi svih kriterija krenuti u optimiranje modela sa ciljem poboljšanja tih važnijih kriterija, ukoliko za to ima prostora, tj. ukoliko se time nužno ne izlazi iz osnovnih ograničenja.

Uz pretpostavku određenog značenja svih triju kriterija može se napisati funkcija čiji se maksimum traži, a koja optimira strukturu heksapoda sukladno zadanim značenjima pojedinih kriterija. Funkcija prema (8.2) sadrži sve veličine: veličinu radnog prostora, greške uslijed tolerancija i kinematska svojstva, svaka pomnožena odgovarajućim težinama.

$$f(\bar{V}, \bar{\delta r}, \bar{\kappa}) = r \cdot \bar{V} + g \cdot \bar{\delta r} + k \cdot \bar{\kappa}, \quad r + g + k = 1, \quad r \geq 0, g \geq 0, k \geq 0 \tag{8.2}$$

Svi su kriteriji relativizirani u odnosu na najbolje rezultate ostvarene u prethodnim poglavljima prema (8.3). Umjesto najboljih ostvarenih rezultata u prethodnim poglavljima kao vrijednosti za normiranje mogu se uzeti i druge vrijednosti, npr. vrijednosti koje se žele postići za određene parametre.

$$\bar{V} = \frac{V}{V_{\max}}, \quad \bar{\delta r} = \frac{\delta r_{\text{avg\_min}}}{\delta r_{\text{avg}}}, \quad \bar{\kappa} = \frac{\kappa_{\text{avg\_min}}}{\kappa_{\text{avg}}} \tag{8.3}$$

Na primjeru nekoliko vrijednosti parametara  $r$ ,  $g$  i  $k$  prikazanih u tablici 8.54 tražene su optimalne vrijednosti parametara heksapoda.

**Tablica 8.54** Primjeri važnosti pojedinih kriterija

najznačajniji kriterij	$r$	$g$	$k$
radni prostor	0.6	0.2	0.2
utjecaj tolerancija	0.2	0.6	0.2
kinematski parametri	0.2	0.2	0.6
svi jednako	0.333	0.333	0.333

#### 8.4.1. Heksapod s upravljivom duljinom krakova

Tablica 8.55 prikazuje optimalne parametre postignute za kriterij veličine radnog prostora, utjecaja tolerancija i kinematskog parametra  $\kappa_{\text{avg}}$  za heksapod s upravljivim duljinama krakova. Korištenjem vrijednosti parametara  $r$ ,  $g$  i  $k$  iz tablice 8.54, optimalne vrijednosti iz tablice 8.55 u iterativnom postupku došlo se do parametara heksapoda prikazanih u tablici 8.56 koje optimiraju

**Tablica 8.55** Optimalne vrijednosti pojedinih kriterija

$V_{\max}$	$\delta r_{\text{avg\_min}}$	$\kappa_{\text{avg\_min}}$
233574	0.1431	1.835



funkciju (8.2).

Minimalne i maksimalne duljine krakova zadržane su konstantnim tako da su ostali elementi ti koji određuju strukturu i odnose među elementima. Na taj se način apsolutne vrijednosti mogu međusobno uspoređivati bez prethodnog skaliranja, jer je faktor skaliranja isti.

Tablica 8.56 Parametri heksapoda koji optimiraju funkciju cilja

parametri	$p=0.6 \ g=0.2 \ k=0.2$	$p=0.2 \ g=0.6 \ k=0.2$	$p=0.2 \ g=0.2 \ k=0.6$	$p=g=k=0.333$
$l_{\max}$	90	90	90	90
$l_{\min}$	50	50	50	50
$r_1$	7	50	50	50
$r_2$	7	15	25	15
$l_{\text{alat}}$	0	5	0	5
$\alpha$	45°	0°	0°	0°
$\beta$	45°	0°	0°	0°
$\phi_{\max}$	60°	60°	60°	60°
V	230513	33130	17082	33130
$\delta_{\text{avg}}$	4.009	0.156	0.160	0.156
$\kappa_{\text{avg}}$	67	2.080	1.985	2.080
$f$	0.605	0.755	0.748	0.647

Pri optimiranju, kada je značaj radnog prostora najveći, tj. veći od zbroja ostala dva kriterija kao prvi slučaj u tablici 8.56, optimalni parametri kombinacije kriterija se gotovo poklapaju sa parametrima sa kojima je postignut najveći radni prostor u poglavlju 8.1.1.7. Razlog tome je što se greške i kinematski parametri primjetnije poboljšavaju tek uz parametre za koje je veličina radnog prostora višestruko manja od maksimalne. U ovom bi slučaju možda bilo potrebno dodatno dodati ograničenja na radni prostor tako da je u svakoj njegovoj točki utjecaj tolerancija ispod određene zadane granice te da su kinematska svojstva bolja od neke zadane vrijednosti.

Kada je utjecaj grešaka ili kinematike bitniji ponavlja se prethodni slučaj, tj. optimum se nalazi vrlo blizu optimuma promatranog samo za dotični kriterij. Utjecaj tolerancija i kinematska svojstva računaju se koristeći istu matricu sustava te im se i područja dobrih svojstava poprilično poklapaju. To znači da tamo gdje su greške zbog tolerancija vrlo male, kinematska svojstva su vrlo dobra i obratno. "Zajednički nastup" kriterija utjecaja tolerancija i kinematskih svojstava je prejak u odnosu na veličinu radnog prostora, što se dobro može vidjeti za slučaj kada su svi koeficijenti funkcije cilja isti. Model koji optimira takvu kombinaciju kriterija jest zapravo onaj isti koji optimira slučaj iz tablice sa najvećim koeficijentom uz utjecaj tolerancija.

#### 8.4.2. Heksapod s konstantnom duljinom krakova

Optimalni parametri postignuti za kriterij veličine radnog prostora, utjecaj tolerancija i kinematskog svojstva  $\kappa_{\text{avg}}$  za heksapod s konstantnim duljinama krakova prikazani su u tablici 8.57.

Korištenjem vrijednosti parametara  $r$ ,  $g$  i  $k$  iz tablice 8.54, optimalne vrijednosti iz tablice 8.57 u iterativnom postupku došlo se do parametara heksapoda prikazanih u tablici 267979.96 koje optimiraju funkciju (8.2).

**Tablica 8.57 Optimalne vrijednosti pojedinih kriterija**

$V_{\max}$	$\delta_{\text{avg\_min}}$	$\kappa_{\text{avg\_min}}$
267960	0.1594	2.655

Duljine krakova nisu mijenjane u postupku.

**Tablica 8.58 Parametri heksapoda koji optimiraju funkciju cilja**

parametri	$p=0.6$ $g=0.2$ $k=0.2$	$p=0.2$ $g=0.6$ $k=0.2$	$p=0.2$ $g=0.2$ $k=0.6$	$p=g=k=0.333$
$l$	70	70	70	70
$r_1$	75	75	75	75
$r_2$	10	10	10	10
$h$	30	20	20	30
$d$	3.5	3.5	3.5	3.5
$r_{b2}$	10	25	25	10
$\beta$	0°	0°	0°	0°
$l_{\text{alat}}$	0	0	0	0
$\phi_{\max}$	60°	60°	60°	60°
$V$	187271	30991	30991	187271
$\delta_{\text{avg}}$	0.211	0.159	0.159	0.211
$\kappa_{\text{avg}}$	3.982	2.884	2.884	3.982
$f$	0.704	0.807	0.775	0.707

Za razliku od prethodnog modela gdje za parametre kojima se optimira veličina radnog prostora kriteriji grešaka i kinematike su za red veličine lošiji i obratno, kod heksapoda sa konstantnim duljinama krakova postoji skup parametara za koje se za svaki od tri kriterija postižu dobri rezultati. Utjecaj vrijednosti parametara uz pojedini kriterij zato ovdje puno jače dolazi do izražaja. Optimum utjecaja tolerancija za ovaj model gotovo prati optimum kinematskih svojstava te se optimum funkcije cilja kada su utjecaj tolerancija ili kinematska svojstva najbitniji postiže za konfiguracije višestruko manjeg radnog prostora.

## 9. ZAKLJUČAK

U ovom su radu prikazana dva tipa paralelnih manipulatora koji svoju strukturu temelje na Stewartovoj platformi.

Razlog razmatranja ovakvih struktura za upotrebu u alatnim strojevima posebno je istaknut. Ukratko, razmatrane paralelne strukture posjeduju značajno bolja svojstva od serijskih struktura počevši od preciznosti, brzine i krutosti. Glavne mane manipulatora paralelne strukture u odnosu na serijsku jest puno manji radni prostor u odnosu na veličinu manipulatora te složeniji sustav upravljanja.

Struktura oba razmatrana modela, tj. modela sa promjenjivom duljinom krakova (izvorna Stewartova platforma) i modela sa konstantnim duljinama krakova, ali sa zglobovima na vodilicama, formalno su definirana koristeći vrijednosti ključnih parametara modela. Definirana su ograničenja strukture koja moraju biti zadovoljena za svaki položaj manipulatora, tj. njegova krajnjeg dijela, vrha alata montiranog na pokretnu platformu. Ta su ograničenja podijeljena na nekoliko elemenata: ograničenja duljina krakova, odnosno, položaja zglobova na vodilicama, ograničenja zglobova te ograničenja zbog međusobnog prodiranja među krakovima. Uz pretpostavku namjene manipulatora za obradu slobodno oblikovanih ploha, definiran je pojam radnog prostora kao skup točaka prostora u koje se manipulator može postaviti iz svih unaprijed zadanih smjerova, a da se ne prekorači niti jedno ograničenje strukture. Uz takvu definiciju predstavljeni su algoritmi za provjeru ograničenja, odnosno, za određivanje radnog prostora razmatranih manipulatora.

Utjecaj grešaka elemenata manipulatora na grešku položaja i smjera vrha alata izveden je koristeći metodu diferencijalnih pomaka te je korištenjem metode najgoreg slučaja određen postupak utvrđivanja utjecaja tolerancija elemenata manipulatora. Pomoću navedenih metoda moguće je izračunati egzaktnu pogrešku ako su poznate vrijednosti grešaka pojedinih elemenata. Odnosno, ako su zadane procijenjene tolerancije pojedinih elemenata moguće je utvrditi najveće moguće odstupanje njima uzrokovano. Metoda vrijedi za relativno male vrijednosti grešaka. Veća odstupanja će najčešće nastati kvarom bar jednog elementa stroja te za računanje odstupanja u takvom slučaju treba primijeniti druge postupke.

Kinematska svojstva razmatranih paralelnih manipulatora promatrana su koristeći jakobijanu manipulatora, tj. matricu koja određuje odnos brzine gibanja vrha alata sa brzinom promjena duljina krakova. Tri su svojstva jakobijane korištena: mjera uvjetovanosti, najmanja singularna vrijednost te determinanta. Vrijednosti tih svojstava u pojedinim položajima manipulatora ukazuju na njegove kinematske sposobnosti u tom položaju i neposrednoj okolini. Korištenjem prosječne vrijednosti tih svojstava u radnom prostoru ili jednom njegovom dijelu moguće je ocijeniti kinematske značajke manipulatora i vršiti usporedbu manipulatora različitih parametara, tj. strukture.

Postupak upravljanja paralelnom strukturom uklatko je opisan te su dotaknuti problemi koji se pojavljuju kao i mogući postupci koji vode njihovom razrješenju.

Koristeći nekoliko kriterija ocjene paralelnog manipulatora predstavljeni su modeli koji ili maksimiziraju veličinu radnog prostora ili minimiziraju utjecaj tolerancija ili daju najbolja kinematska svojstva ili kombiniraju neke od navedenih kriterija sa određenim

težinama. Mijenjajući vrijednosti težina pojedinih kriterija sukladno njihovom značenju može se doći do parametara struktura koje daju najbolja svojstva uvažavajući zahtjeve. Korištena metoda optimiranja je računski, gdje se korištenjem iterativnih postupaka optimira funkcija cilja. Proces nije automatiziran, već je potrebna vanjska intervencija. Zbog težine proračuna određenih kriterija proces optimiranja je računski vrlo zahtjevan, a time i dugotrajan proces.

Svi su navedeni postupci implementirani programom koji pored definiranja i izračunavanja određenih veličina omogućuje i adekvatan prikaz kako modela, tako i rezultata proračuna.

## LITERATURA

- [GOU 62] V.E. Gough, S.G. Whitehall, "Universal tyre test machine" *Proc. of the 9<sup>th</sup> Int. Tech. Congr. F.I.S.I.T.A.*, p. 117, 1962.
- [STE 66] D. Stewart, "A Platform with six degrees of freedom" *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 180, part I, no. 5, pp. 371-286, 1965-1966.
- [UCH 84] M. Uchiyama, et al., "Performance Evaluation of manipulators using the Jacobian and its applications to trajectory planning", in *Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Symp. Robotics Res.*, Kyoto, Japan, 1984.
- [LOR 87] W. E. Lorensen, H. E. Cline, "Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm", *Computer Graphics* 21, 4, 163-169, 1987.
- [TUR 89] S. Turk, L. Budin, "Analiza i projektiranje računalom" *Školska knjiga*, Zagreb 1989.
- [GOS 91] C. Goselin, J. Angeles, "A Global Performance Index for Kinematic Optimization of Robotic Manipulators", *ASME J. of Mechanical Design*, 113(3):222-226, 1991.
- [PIT 93] K.H. Pittens, R.P. Podhorodeski, "A Family of Stewart platforms with Optimal Dexterity", *J. of Robotic Systems*, 10(4):463-479, 1993.
- [STO 93] R.S. Stoughton, T. Arai, "A Modified Stewart Platform Manipulator with Improved Dexterity" *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 9, no. 2, pp. 166-173, 1993.
- [TLU 93] J. Tlustý, "High-Speed Machining" *Annals of CIRP*, vol. 42/2, pp. 56-59, 1993.
- [WAN 93] J. Wang, O. Masory, "On the Accuracy of a Stewart Platform – Part I The Effect of Manufacturing Tolerances" *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol.1, pp. 114-120, 1993.
- [JI 94] Z. Ji, "Workspace Analysis of Stewart platforms via Vertex Space" *Journal of Robotic Systems*, 11(7), 631/639, 1994.
- [BHA 95] H. Bhattacharya et al, "On the Optimum Design of Stewart Platform Type Parallel Manipulators", *Robotica*, 13:133-140, 1995.
- [LEB 95] G. Lebert, K. Liu, F.L. Lewis, "Dynamic Analysis and Control of a Stewart Platform Manipulator" *Journal of Robotic Systems*, 10(5), 659-655, 1995.
- [MER 95] J.P. Merlet, "Designing a parallel manipulator for a specific workspace" *Research report 2527, INRIA*, 1995.
- [ROP 95] T. Ropponen, T. Arai, "Accuracy Analysis of a Modified Stewart Platform Manipulator" *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 521-525, 1995.
- [UEB 95] C.W. Ueberhuber, "Numerical Computation 2: methods, Software and Analysis", *Springer*, Berlin Heidelberg, 1995.
- [WAN 95] S.M. Wang, H.F. Ehmman, "Error Model and Accuracy Analysis of a Six-DOF Stewart Platform" *Manufacturing Science and Engineering*, 2-1, pp. 519-530, 1995.
- [BES 96] J. Bessala, P. Bidaud, F. Ben Ouezdou, "Analytical Study of Stewart Platforms

- Workspaces”, *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'96)* - Minneanapolis, pp.3179-3184, , April, 1996.
- [LUH 96] C. Luh, F. Adkins, E. Haung and C. Qiu, “Working Capability Analysis of Stewart Platforms”, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol.118, 220-227, 1996.
- [MOL 97] L. Molinari Tosatti, G. Bianchi, I. Fassi, C.R. Boer, F. Jovane, “An Integrated Methodology for the Design of Parallel Kinematic Machines (PKM)” *Annals of the CIRP*, vol.46/2, pp. 341-345, 1997.
- [PAT 97] A.J. Patel, K.F.Ehman, “Volumetric Error Analysis of a Stewart Platform-Based Machine Tool” *Annals of the CIRP*, vol. 47/1, pp. 287-290, 1997.
- [WAN 97] Q.Y. Wang, et al, “Design and Kinematics of a Parallel Manipulator for Manufacturing”, *Annals of CIRP*, 46(1):297-300, 1997.
- [ZAN 97] K.E. Zanganeh, J. Angeles, “Kinematic Isotropy and the Optimum Design of Parallel Manipulators”, *Int. J. of Robotics Research*, 16(2):185-197, 1997.
- [CON 98] J. P. Conti, C. M. Clinton, G. Zhang, A. J. Wavering, “Workspace Variation of a Hexapod Machine Tool” *National Institute of Standards and Technology dokument*, Gaithersburg, SAD, 1998, ([www.mel.nist.gov/namt/vnamt/projects/hexapod/documents.html](http://www.mel.nist.gov/namt/vnamt/projects/hexapod/documents.html)).
- [HUA 98] T. Huang, D.J. Whitehouse, J. Wang, “The Local Dexterity, Optimal Architecture and Design Criteria of Parallel Machine Tools” *Annals of the CIRP*, vol. 47/1, pp.347-351 1998.
- [WAR 98] H.J. Warnecke, R. Neugebauer, F. Wieland, “Development of Hexapod Based Machine Tool” *Annals of CIRP*, vol. 47/1, pp. 337-340, 1998.

Reference raznih modela s interneta:

- [www 1] <http://www.mel.nist.gov/namt/vnamt/projects/hexapod/hextools.html> (Oktaedar Hexapod)
- [www 2] <http://www.iwf.bepr.ethz.ch/projekte/hexa/home.html> (Hexaglide)
- [www 3] <http://www.hexel.com> (Tornado 2000)
- [www 4] <http://www.neos.se> (Tricept 805)
- [www 5] <http://www.ifw.uni-hannover.de/robotool/pages/listeenglisch.htm> (Robotool project)
- [www 6] <http://www.execpc.com/pathfinders> (HexVantage)
- [www 7] <http://www.physikinstrumente.com> (M-850 Hexapod)
- [www 8] <http://www.fanuc.co.jp/eproduc/apply.htm> (Fanuc)







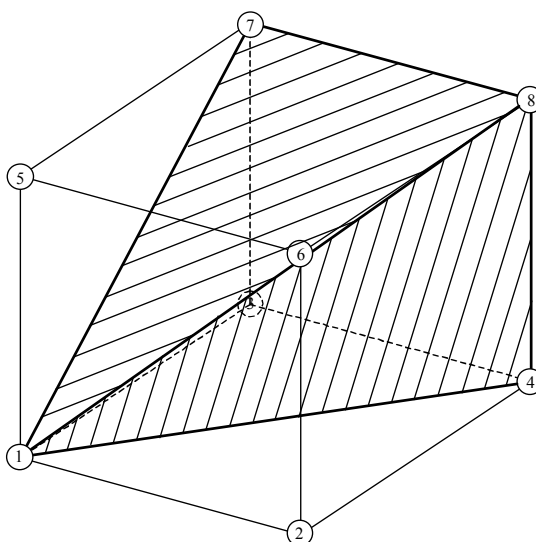
N	prvi			drugi			treći			četvrti			
	vrh	norm.		vrh	norm.		vrh	norm.		vrh	norm.		
		x	y		z	x		y	z		x	y	z
114	257	-1	0	-1	267	1	1	0					
115	127	0	1	-1	267	1	1	0					
116	356	0	-1	-1	367	1	1	0					
117	136	1	0	-1	367	1	1	0					
118	235	-1	-1	-1	237	1	1	0	267	1	1	0	
119	236	1	1	0	367	1	1	0					
120	467	1	1	1	456	0	-1	-1	457	-1	0	-1	
121	146	1	-1	-1	147	-1	1	-1	467	1	1	1	
122	257	-1	0	-1	247	-1	0	-1	467	1	1	1	
123	147	-1	1	-1	467	1	1	1					
124	467	1	1	1	346	0	-1	-1	356	0	-1	-1	
125	146	1	-1	-1	467	1	1	1					
126	235	-1	-1	-1	467	1	1	1					
127	467	1	1	1									
128													
129													
130													
131													
132													
133													
134													
135	128	0	1	-1	138	-1	0	1					
136													
137													
138	248	-1	0	0									
139	128	0	-1	1	148	-1	1	0					
140	348	0	-1	0									
141	148	1	-1	0	138	-1	0	1					
142	238	-1	-1	1									
143	138	-1	0	1	128	0	-1	1					
144													
145													
146													
147	258	1	-1	1	128	0	1	-1	158	-1	1	0	
148													
149	138	1	0	-1	158	1	-1	0	358	-1	1	1	
150	235	-1	-1	-1	238	1	1	-1	258	1	-1	1	358
151	258	1	-1	1	238	1	1	-1	358	-1	1	1	
152													
153													
154	258	-1	1	-1	245	-1	0	-1	458	-1	1	0	
155	258	1	-1	1	148	-1	1	0	158	-1	1	0	
156	358	-1	1	1	345	0	-1	-1	458	1	-1	0	
157	358	-1	1	1	145	1	-1	0	458	1	-1	0	
158	235	-1	-1	-1	258	1	-1	1	358	-1	1	1	
159	258	1	-1	1	358	-1	1	1					
160													

N	prvi			drugi			treći			četvrti			
	vrh	norm.		vrh	norm.		vrh	norm.		vrh	norm.		
		x	y		z	x		y	z		x	y	z
161													
162	268	-1	0	0									
163	128	0	1	-1	168	-1	0	1					
164													
165													
166	238	1	1	-1	368	-1	0	1	236	-1	-1	0	
167	238	1	1	-1	126	-1	0	1	368	-1	0	1	
168	468	-1	0	0									
169	148	-1	1	0	146	1	-1	-1	168	-1	0	1	
170	246	-1	0	0	468	-1	0	0					
171	168	-1	0	1	148	-1	1	0					
172	346	0	-1	-1	368	-1	0	1					
173	136	-1	0	1	368	-1	0	1	146	1	-1	-1	
174	236	-1	-1	0	368	-1	0	1					
175	136	-1	0	1	368	-1	0	1					
176	568	0	0	-1									
177	158	-1	1	0	168	1	0	-1					
178	258	-1	1	-1									
179	128	0	1	-1	158	-1	1	0					
180	356	0	-1	-1	358	-1	1	1	368	1	0	-1	
181	136	1	0	-1	368	1	0	-1	358	-1	1	1	
182	235	-1	-1	-1	238	1	1	-1	358	-1	1	1	
183	238	1	1	-1	358	-1	1	1					
184	456	0	-1	-1	458	-1	1	0					
185	146	1	-1	-1	145	-1	1	0	458	-1	1	0	
186	245	-1	0	-1	458	-1	1	0					
187	148	-1	1	0	158	-1	1	0					
188	346	0	-1	-1	356	0	-1	-1	358	-1	1	1	
189	146	1	-1	-1	358	-1	1	1					
190	235	-1	-1	-1	358	-1	1	1					
191	358	-1	1	1									
192													
193													
194													
195													
196	378	0	-1	0									
197	178	0	-1	1	138	1	0	-1					
198	237	-1	-1	0	278	0	-1	1	238	1	1	-1	
199	127	0	-1	1	278	0	-1	1	238	1	1	-1	
200	478	0	-1	0									
201	147	-1	1	-1	148	1	-1	0	178	0	-1	1	
202	247	-1	0	-1	278	0	-1	1					
203	128	0	-1	1	178	0	-1	1	147	-1	1	-1	
204	348	0	-1	0	378	0	-1	0					
205	148	1	-1	0	178	0	-1	1					
206	237	-1	-1	0	278	0	-1	1					
207	127	0	-1	1	278	0	-1	1					

N	prvi			drugi			treći			četvrti						
	vrh	norm.			vrh	norm.			vrh	norm.			vrh	norm.		
		x	y	z		x	y	z		x	y	z		x	y	z
208	578	0	0	-1												
209	158	1	-1	0	178	0	1	-1								
210	257	-1	0	-1	278	0	1	-1	258	1	-1	1				
211	128	0	1	-1	178	0	1	-1	258	1	-1	1				
212	358	1	-1	-1												
213	138	1	0	-1	158	1	-1	0								
214	235	-1	-1	-1	238	1	1	-1	258	1	-1	1				
215	238	1	1	-1	258	1	-1	1								
216	457	-1	0	-1	458	1	-1	0								
217	145	1	-1	0	458	1	-1	0	147	-1	1	-1				
218	245	-1	0	-1	457	-1	0	-1	258	1	-1	1				
219	147	-1	1	-1	258	1	-1	1								
220	345	0	-1	-1	458	1	-1	0								
221	145	1	-1	0	458	1	-1	0								
222	235	-1	-1	-1	258	1	-1	1								
223	258	1	-1	1												
224	678	0	0	-1												
225	167	-1	-1	1	168	1	0	-1	178	0	1	-1				
226	267	-1	-1	0	278	0	1	-1								
227	127	0	1	-1	278	0	1	-1	167	-1	-1	1				
228	367	-1	-1	0	368	1	0	-1								
229	136	1	0	-1	368	1	0	-1	167	-1	-1	1				
230	236	-1	-1	0	367	-1	-1	0	238	1	1	-1				
231	167	-1	-1	1	238	1	1	-1								
232	467	-1	-1	-1												

N	prvi			drugi			treći			četvrti						
	vrh	norm.			vrh	norm.			vrh	norm.			vrh	norm.		
		x	y	z		x	y	z		x	y	z		x	y	z
233	146	1	-1	-1	167	-1	-1	1	147	-1	1	-1				
234	247	-1	0	-1	267	-1	-1	0								
235	147	-1	1	-1	167	-1	-1	1								
236	346	0	-1	-1	367	-1	-1	0								
237	146	1	-1	-1	167	-1	-1	1								
238	236	-1	-1	0	367	-1	-1	0								
239	167	-1	-1	1												
240	567	0	0	-1	678	0	0	-1								
241	168	1	0	-1	178	0	1	-1								
242	257	-1	0	-1	278	0	1	-1								
243	127	0	1	-1	278	0	1	-1								
244	356	0	-1	-1	368	1	0	-1								
245	136	1	0	-1	368	1	0	-1								
246	235	-1	-1	-1	238	1	1	-1								
247	238	1	1	-1												
248	456	0	-1	-1	457	-1	0	-1								
249	146	1	-1	-1	147	-1	1	-1								
250	245	-1	0	-1	457	-1	0	-1								
251	147	-1	1	-1												
252	346	0	-1	-1	356	0	-1	-1								
253	146	1	-1	-1												
254	235	-1	-1	-1												
255																

Npr. kombinacija 205 daje trokute 148 i 178 prema slici 9.2.



Slika 9.2 Primjer generiranja trokuta

## SAŽETAK

Rad počinje opisom razloga razmatranja paralelnih struktura temeljenih na Stewartovoj platformi te prikazuje nekoliko postojećih prototipova takvih strojeva. Opis i definicija strukture prikazani su za oba temeljna modela: model sa upravljivom duljinom krakova i model sa konstantnom duljinom krakova. Definiran je pojam radnog prostora te ograničenja paralelne strukture koja moraju biti zadovoljena za svaku njegovu točku kao i algoritam njegova određivanja. Razmatran je utjecaj grešaka i tolerancija pojedinih elemenata strukture na ukupna odstupanja te je izveden postupak njihova proračuna. Kinematska svojstva heksapoda definirana su koristeći odnos brzine pokretnog dijela manipulatora prema brzini promjena duljina krakova. Iterativnim računskim postupcima određeni su parametri struktura koji optimiraju pojedine kriterije: veličinu radnog prostora, utjecaj tolerancija i kinematska svojstva ili kombinaciju sviju sa različitim težinama.

**Ključne riječi:** paralelni manipulator, Stewartova platforma, heksapod, radni prostor, greške, tolerancije, kinematika, numeričko optimiranje.

## **SUMMARY**

### **Title: The Evaluation And Analysis Of Stewart Parallel Mechanisms**

This work describes reasons for consideration of parallel manipulators based on Stewart platform over serial-link manipulators. A few Stewart platform manipulator prototypes with their characteristics are shown. Formal definitions of hexapod structure for both basic models: model with variable strut lengths and model with fixed strut lengths are presented. Hexapod workspace is defined and restrictions which must be satisfied in its points are elaborated. Using those restrictions, an algorithm for workspace calculation is shown. Relation between errors and tolerances in model components and end-effector position and orientation is deduced. Characteristics kinematic values are defined using relationship between hexapod strut rates and end-effector speed. Models that optimize workspace area, minimize errors, give best kinematics or combine previous criteria are calculated with iterative methods.

**Keywords:** parallel manipulator, Stewart platform, hexapod, workspace, errors, tolerances, kinematics, numerical optimization

## ŽIVOTOPIS

Rođen sam 1973. u Pazinu. Osnovnu školu pohađao sam u Karojbi, a srednju, smjera Prirodoslovno matematička gimnazija, u Pazinu. Godine 1992. upisao sam se na Fakultet elektrotehnike i računarstva, Sveučilišta u Zagrebu na kojemu sam diplomirao u prosincu 1996. sa temom "Zbirka potprograma za praćenje izvođenja višedretvenog programa". Od 01. travnja 1997. radim na Zavodu za elektroniku, mikroelektroniku, računalne i inteligentne sustave, Fakulteta elektrotehnike i računarstva u Zagrebu te upisujem poslijediplomski studij na području Jezgre računarskih znanosti. U nastavi sudjelujem na predmetima: Automati, formalni jezici i jezični procesori (I, II), Operacijski sustavi (I, II), Mreže računala te Digitalna elektronika. Tijekom 1997-1999 objavio sam nekoliko radova na znanstvenim skupovima. Od studenog 1999. do srpnja 2000. privremeno sam prekinuo rad i studij zbog služenja vojne obaveze.