

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 932

**SUSTAV ZA PREPOZNAVANJE UZORAKA
AKTIVNOSTI MOZGA**

Janja Paliska

Zagreb, lipanj 2015

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. SUČELJE MOZAK – RAČUNALO	2
2.1. Tehnologije snimanja moždane aktivnosti.....	4
2.1.1. Moždani valovi snimljeni EEG-om	5
3. IMPLEMENTACIJA SUČELJA MOZAK - RAČUNALO	7
3.1. Odabir kanala.....	8
3.1.2. PCA.....	8
3.2. Vremensko – frekvencijska analiza	12
3.2.1. Kontinuirana valična transformacija	12
3.2.2. Diskretna valična transformacija	14
3.2.3. Valični filterski slogovi	15
3.3. Stvaranje i odabir značajki	17
3.3.1. Odabir podskupa značajki	18
3.4. Stroj potpornih vektora	21
3.4.1. Meka margina.....	24
3.4.2. Nelinearni SVM.....	26
3.4.3. Odabir modela	27
3.5. Evaluacija.....	27
4. EVALUACIJA	30
4.1. Ulazni podaci	30
4.2. Odabir kanala	31
4.3. Vremensko – frekvencijska analiza i odabir značajki	32
4.4. Rezultati	34
ZAKLJUČAK.....	36
LITERATURA	38

POPIS SLIKA

Slika 1. Komponente BCI sustava (Shih, 2012 uz preinake)	3
Slika 2. Karakteristični valni oblici za EEG (Šefer, 2011)	5
Slika 3. Shema implementiranog sustava	7
Slika 4. PCA projekcija u smjeru maksimalnog raspršenja (Alpaydin, 2010).....	9
Slika 5. Razlučivost CWT u vremensko - frekvencijskoj ravnini (Seršić, 2014)	14
Slika 6. Filtarski slog s dva pojasa i decimacijom (Seršić, 2012).....	15
Slika 7. Valično stablo (Seršić, 2012)	16
Slika 8. Ilustracija maksimalne margine	22
Slika 9. Ilustracija meke margine	24
Slika 10. k-struka unakrsna provjera	28
Slika 11. Scree graf za skup al, BCI III IVa.....	31
Slika 12. Razlaganje DWT filtarskim slogom u 4 razine, zamišljen pokret desnom rukom	33

POPIS TABLICA

Tablica 1. Prosječan broj odabranih kanala metodom PCA, podaci BCI III IVa	32
Tablica 2. Frekvencijski raspon pojaseva filtarskog sloga	32
Tablica 3. Točnost klasifikacije	34

1. UVOD

Mozak i moždane aktivnosti jedno su od najaktualnijih područja istraživanja jer, unatoč brojnim radovima, to područje je i dalje nedovoljno istraženo te je neiscrpan izvor novih saznanja. Velik broj tih istraživanja upućen je prema raznim bolestima živčanog sustava, poput epilepsije, Parkinsonove bolesti, Alzheimerove bolesti, brojnih psihoza itd.

S druge strane, brojna su i istraživanja koja otkrivaju načine na koje mozak odašilje signale prilikom zamišljanja ili provođenja raznih motoričkih pokreta, poput podizanja ruku, nogu, jezika i slično. Takve informacije od velike su važnosti u razvoju takozvanog sučelja mozak–računalo (engl. *Brain–Computer Interface*, BCI) izrazito potrebnog pacijentima koji zbog različitih oštećenja živčanog sustava (paraliza, ozljeda leđne moždine...) imaju poteškoće u motoričkom sustavu. Za njih je od neizmjerne važnosti pokušati detektirati takve signale te ih ispravno klasificirati i iskoristiti u svrhu olakšavanja njihovoga komuniciranja s okolinom kao i u obavljanju svakodnevnih aktivnosti.

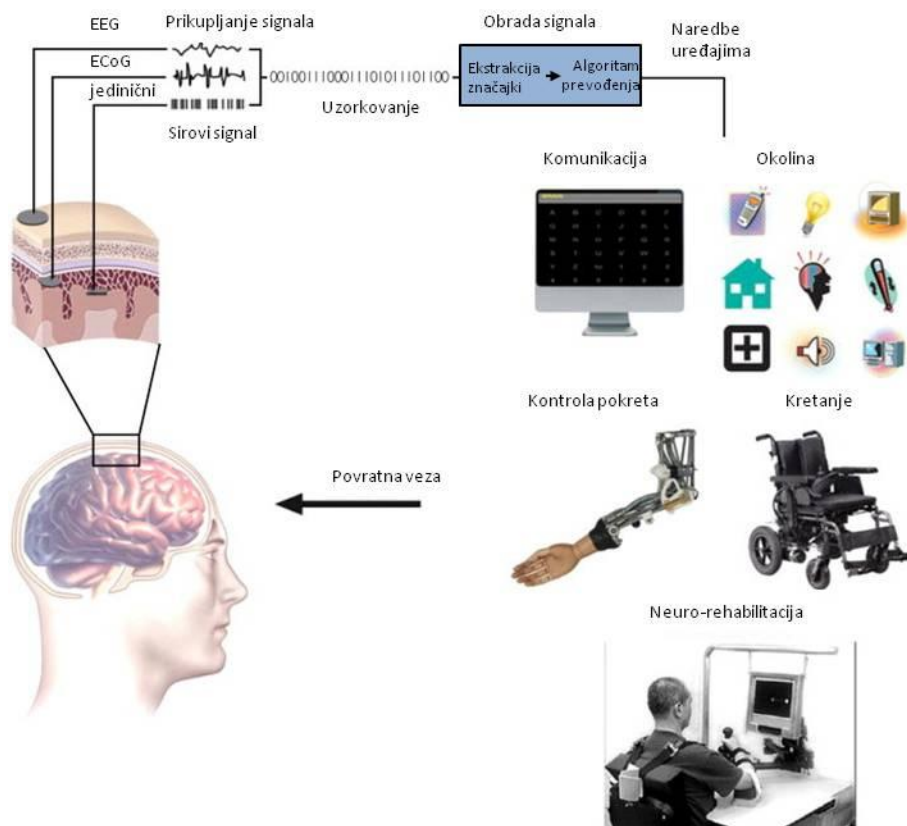
Upravo je istraživanje BCI-a predmet ovog rada u kojemu se istražuje metoda izrade klasifikatora zamišljenih pokreta ruku i nogu. Implementacija je zasnovana na ekstrakciji izvora signala odgovornih pri zamišljanju tih pokreta, vremensko–frekvencijskoj analizi signala, ekstrakciji relevantnih značajki te metodi strojnog učenja pod nazivom stroj potpornih vektora (engl. *support vector machine*, SVM).

Ovaj rad organiziran je na sljedeći način: u drugom poglavlju daje se detaljniji uvid u BCI, moždane aktivnosti potrebne u ostvarenju BCI-a te načine na koje se te moždane aktivnosti snimaju. Treće poglavlje sastoji se od nekoliko potpoglavlja u kojima se nalazi objašnjenje pojedinih segmenata implementacije. Četvrto poglavlje sadrži pregled ulaznih podataka, evaluaciju te usporedbe rezultata. U završnom, petom poglavlju, dan je zaključak cijeloga rada.

2. SUČELJE MOZAK–RAČUNALO

BCI je alternativni način komunikacije čovjeka s njegovom okolinom pri čemu je njegova glavna zadaća detekcija moždanih valova koji ukazuju na radnju koju je čovjek zamislio te njezino provođenje u realnom vremenu putem nekoga vanjskog uređaja. Najčešće se primjenjuje kada je čovjek, zbog nekog oblika ozljede u motoričkom sustavu, u nemogućnosti samostalno pokretati dijelove svoga tijela. U najgorem slučaju, pacijent je u nemogućnosti pokretati sve mišiće osim mišića očiju dok je istovremeno potpuno svjestan svega oko sebe. Takvo stanje u medicini je poznato pod nazivom „zaključanosti u sebe“ (engl. *locked in syndrome*), a najčešće je uzrokovano ishemijskim udarom (Beaudoin, 2010). U svim takvim slučajevima, BCI drastično podiže kvalitetu života oboljelih te im olakšava svakodnevnu komunikaciju i radnje. Osim u tim medicinskim primjenama, BCI se često koristi i kao komponenta u virtualnoj stvarnosti te računalnim igrama, ali i brojnim drugim.

BCI se tipično sastoji od nekoliko komponenata prikazanih na slici 1. Proces započinje snimanjem moždanih valova nekom od poznatih metoda, nakon čega slijedi pretprocesiranje sirovih podataka koje se tipično sastoji od pojačavanja signala te filtriranja neželjenih smetnji. Takvi signali tada se uzorkuju, odnosno digitaliziraju te prenose na računalo. Na računalu je potrebno iz dobivenih signala ekstrahirati značajke relevantne za problem te ih zapisati u sažetijem obliku pogodnom za kasnije korake. Pripremljene značajke predaju se algoritmu za prevođenje značajki u korisnu informaciju, odnosno u naredbu. Naposljetku se dobivenim naredbama kontrolira neki od perifernih uređaja s različitim namjenama poput komunikacije s okolinom (gašenje/paljenje svjetla, televizora, pozivanje pomoći...), izvođenja određenih pokreta (kontrola robotske ruke, invalidskih kolica...) ili uređaja za provođenje neurorehabilitacije (Shih, 2012).



Slika 1. Komponente BCI sustava (Shih, 2012 uz preinake)

BCI sustavi se prema izvoru signala dijele u dvije kategorije, egzogeni (podražajno – ovisni) i endogeni sustavi. U slučaju egzogenih sustava, nužan je vanjski podražaj i usmjerena pažnja subjekta na odabrani podražaj pri čemu se obrađuju i klasificiraju evocirani potencijali (engl. *phase-locked*). S druge strane, endogeni sustavi zahtijevaju od subjekta da izvršava neke mentalne zadatke poput zamišljanja motoričkih pokreta, mentalne aritmetike itd., a pri tome se analiziraju promjene u moždanom ritmu (engl. *non-phase locked*). Te promjene poznate su i pod nazivom događajem uzrokovana desinkronizacija (engl. *Event-related desynchronization*, ERD), odnosno događajem uzrokovana sinkronizacija (engl. *Event-related synchronization*, ERS) (Pfurtscheller, 2010). Upravo su endogeni sustavi i poticaji u obliku zamišljanja motoričkih pokreta ruku i nogu predmet istraživanja ovoga rada.

Drugi način podjele ovisi o tehnologiji snimanja moždanih signala koja se u osnovi dijeli na invazivnu i neinvazivnu. Detaljnije će biti opisano u nastavku.

2.1. Tehnologije snimanja moždane aktivnosti

Mozak je glavni organ živčanog sustava, a osnovna komponenta živčanog sustava je živčana stanica, odnosno neuron. Koordinirana depolarizacija i polarizacija nakupine tih stanica uzrokuju napone mozga koje tada možemo mjeriti elektrodama. Ovisno o tome gdje se elektrode smještaju, govorimo o invazivnim ili neinvazivnim metodama snimanja moždanih valova.

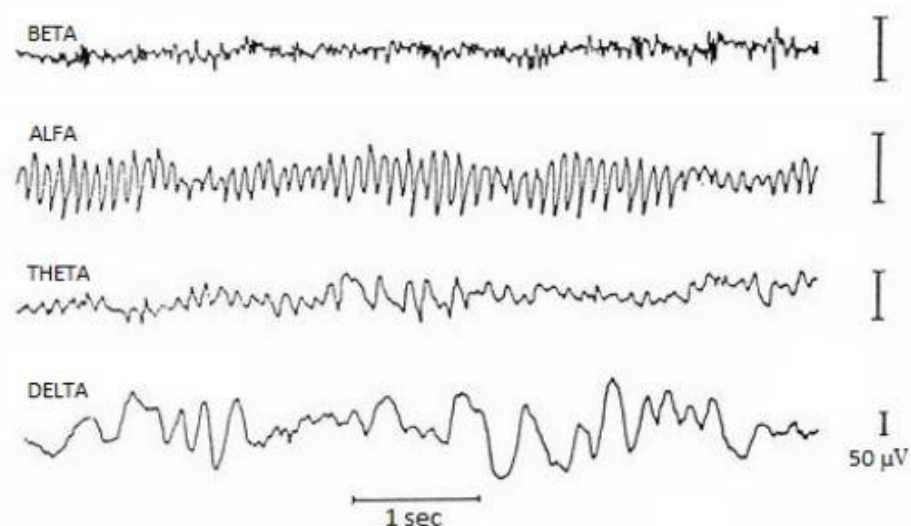
Za upotrebu u BCI sustavu, najznačajnija metoda invazivnog snimanja je elektrokortikografija (engl. *Electrocorticography*, ECoG) koja podrazumijeva postavljanje elektroda subduralno na površinu mozga. Glavne prednosti takvog snimanja moždanih aktivnosti su izrazito visok odnos signal–šum (engl. *signal-to-noise ratio*, SNR), manja podložnost raznim artefaktima (pomicanje očiju, okolni uređaji i sl.) te izvrsna prostorna i vremenska razlučivost (Hill, 2012). Takve metode češće se koriste kod pacijenata oboljelih od epilepsije gdje se takvim snimanjima pokušava locirati žarište epileptičnog napadaja. Glavni nedostatak, osim same invazivnosti i potrebe za operativnim zahvatom, jest velika opasnost od infekcije okolnog tkiva. Osim toga, budući da tijelo elektrode prepoznaje kao strani objekt, instinktivno se brani stvarajući nakupine glija stanica koje tada umanjuju kvalitetu snimljenog signala. Još invazivnije metode, one koje podrazumijevaju ugrađivanje elektroda u mozak, trenutno su prerizične zbog opasnosti od oštećivanja dijelova mozga u kojemu bi se elektrode ugradile te se stoga u sklopu BCI sustava ne koriste.

Najpoznatija i najkorištenija metoda neinvazivnog snimanja naziva se elektroencefalografija (engl. *electroencephalogram*, EEG) kod koje se elektrode postavljaju na površinu glave i tako mjere različite moždane regije. Budući da su elektrode udaljene od samog izvora signala, signal je prigušen te u snimkama postoji mnogo više smetnji nego kod invazivnih metoda, a samim time i SNR je dosta niži. Dodatno, zbog te udaljenosti dolazi i do takozvanog efekta razmazivanja što predstavlja znatno šire snimljeno područje aktivnosti od stvarnog područja aktivnosti u mozgu. Unatoč lošoj prostornoj lokalizaciji te niskom SNR-u, EEG ima odličnu vremensku razlučivost koja je u mogućnosti pratiti i vrlo brzo promjene moždane

aktivnosti reda veličine milisekunde što je glavna potreba pri realizaciji BCI sustava (Šefer, 2011). Zbog tih razloga, ali i jednostavnosti i neinvazivnosti, EEG je odabran kao prikladan izvor podataka u ovome radu.

2.1.1. Moždani valovi snimljeni EEG-om

Prema valnom obliku, amplitudi i frekvenciji, u EEG-u se mogu uočiti četiri karakteristična valna oblika: α -valovi, β -valovi, θ -valovi te δ -valovi prikazani na slici 2.



Slika 2. Karakteristični valni oblici za EEG (Šefer, 2011)

α -valovi pojavljuju se kod budnih ljudi koji su u opuštenom stanju te ne misle koncentrirano ni o čemu. Tipični frekvencijski pojas tih valova je 8-13 Hz, a amplituda oko 50 μ V. Amplituda se tijekom vremena mijenja u obliku vretena, povremeno potpuno nestaje te se zatim nakon nekoliko sekundi ponovno vraća. Za vrijeme spavanja i rješavanja nekih problema na koje je čovjek jako koncentriran, α -valovi se gube te ih zamjenjuju β -valovi, valovi više frekvencije, a niže amplitude. U istom frekvencijskom području kao α -valovi, ali na drugom mjestu nastanka, nalaze se mi valovi, posebno važni u BCI sustavima jer su karakteristični za pomicanje ili zamišljanje pomicanja kontralateralnih udova poput ruke.

β -valovi zauzimaju prostor frekvencija 14-30 Hz te se pojavljuju za vrijeme duševne aktivnosti, odnosno duševne napetosti i karakteristični su za snažnu moždanu aktivnost. Amplituda im iznosi približno 20 μ V.

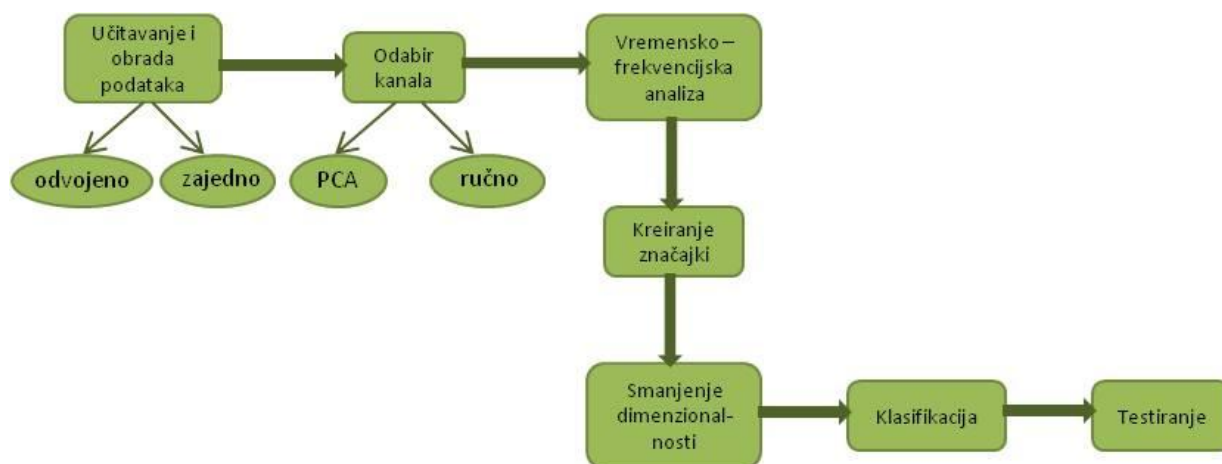
θ -valovi nalaze se u frekvencijskom pojasu 4-7 Hz te imaju amplitudu oko 70 μ V. Pretežito se pojavljuju kod djece, ali i kod odraslih za vrijeme emocionalnih stresova, naročito kod frustracije i razočaranja. U slučaju naglog prekida ugodnog osjećaja kod čovjeka, pojavljuju se θ -valovi približnog trajanja 20 sekundi. Za razliku od α -valova i β -valova, θ -valovi mogu biti i patološki i uobičajeni su u mnogim poremećajima mozga dok su u normalnom EEG-u prisutni tek u udjelu od oko 10 %.

δ -valovi pokrivaju područje najnižih frekvencija, 0,5-3,5 Hz, a imaju najveće amplitude, 60-100 μ V. Obično se pojavljuju u dubokom snu, kod djece te pri težim bolestima mozga, i to u kori velikog mozga, neovisno o aktivnostima u nižim slojevima mozga. Njihova velika amplituda i niska frekvencija tumače se time da su predstavljeni većim brojem neurona koji sinkrono djeluju s depolarizacijom živčanih stanica tijekom duljeg vremena (Šantić, 1995).

Za BCI sustave, najzanimljiviji su β -valovi te μ -valovi, odnosno frekvencijski raspon 8-30 Hz.

3. IMPLEMENTACIJA SUČELJA MOZAK-RAČUNALO

Shema implementiranog sučelja mozak–računalo sastoji se od sedam osnovnih dijelova prikazanih na slici 3.



Slika 3. Shema implementiranog sustava

Na samom početku potrebno je učitati dostupne ulazne podatke, digitalizirane EEG snimke. Tipično se ulazni podaci sastoje od snimki više različitih pacijenata (dalje subjekata) te je potrebno odlučiti hoće li se obrada i klasifikacija raditi za svakoga posebno ili će se sva snimanja svih subjekata gledati kao cjelokupan ulazni skup podataka. U ovome radu implementirana su oba načina budući da je u dostupnim skupovima podataka tipično prisutno malo subjekata (5-10), što nije dovoljan uzorak da bi se rezultati mogli poopćiti na čitavu populaciju (pretpostavljeno je da zajednička klasifikacija neće dati dovoljno dobre rezultate). Nakon učitavanja podataka, potrebno ih je prikladno i obraditi i pripremiti za daljnje korake što podrazumijeva uklanjanje srednje vrijednosti radi centriranja signala te izdvajanje dijelova signala u kojima subjekt zamišlja pokrete. U pripremljenim podacima obavlja se odabir kanala s kojima će se dalje raditi, nakon čega slijedi vremensko-frekvencijska analiza uzoraka. Iz

dobivenih frekvencijskih koeficijenata, odabire se set značajki od kojih se uzima reprezentativni podskup koji se šalje u algoritam strojnog učenja nakon čega slijedi treniranje i evaluacija podataka.

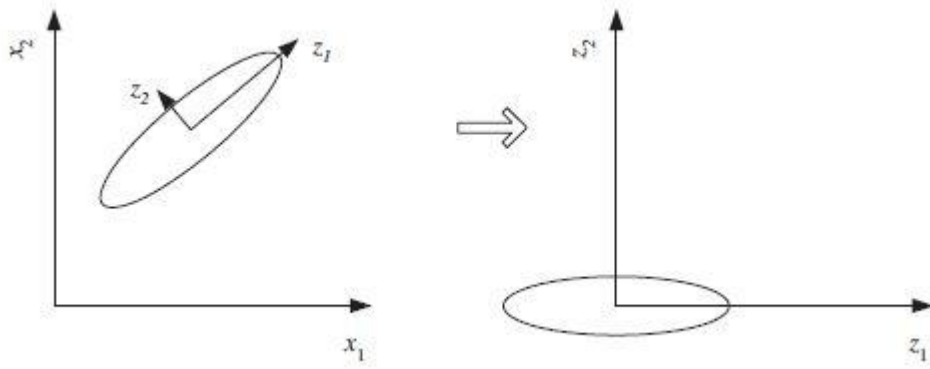
3.1. Odabir kanala

Budući da je broj kanala kojima se standardno snima EEG velik (22–118), potrebno je prije daljnjih koraka odabrati podskup tih kanala kako ulazni prostor ne bi od početka bio neizvedivo velik. Kao što je prikazano na shemi, odabir kanala izvršen je na dva načina. Prvi način, jednostavniji, podrazumijeva odabir onih kanala koji su se u istraživanjima dosad pokazali kao dobar skup za potrebe klasifikacije zamišljenih pokreta ruku i stopala. Drugi način je korištenje metode analiza glavnih sastavnica (engl. *Principal Component Analysis*, PCA) za dobivanje nekoreliranih sastavnica i smanjenje dimenzionalnosti ulaznog prostora.

3.1.2. PCA

PCA je nenadzirana metoda ekstrakcije podataka koja podrazumijeva preslikavanje početnog n -dimenzijskog prostora u novi, k -dimenzijski prostor ($k < n$), s minimalnim gubitkom informacije. PCA pripada nenadziranim metodama zato što ni u kojem dijelu postupka ne koristi informacije o izlazu (oznaku klase pojedinog primjera), nego samo pokušava maksimizirati varijancu. Drugim riječima, vektori dobivenog prostora predstavljaju komponente najveće varijance, odnosno one komponente na kojima su podaci maksimalno raspršeni što se grafički može predočiti sa slike 4. Pritom govorimo o projekciji početnog ulaznog skupa x na smjerove vektora w , odnosno:

$$z = w^T x \quad (1)$$



Slika 4. PCA projekcija u smjeru maksimalnog raspršenja (Alpaydin, 2010)

Zbog potrebe za jedinstvenim rješenjem, ali i zato da bi smjer vektora bio glavni faktor, za svaku glavnu sastavnicu w_i zahtijeva se da vrijedi: $\|w_i\| = 1$. Iz teorije vjerojatnosti, uz oznaku $E[x]$ za očekivanje i $Cov(x) = \Sigma$ za matricu kovarijacije, slijedi:

$$E[w^T x] = w^T E[x] = w^T \mu$$

$$\begin{aligned} Var(w^T x) &= E[(w^T x - E[w^T x])^2] = E[(w^T x - w^T \mu)^2] \\ &= E[(w^T x - w^T \mu)(w^T x - w^T \mu)] = E[w^T (x - \mu)(x - \mu)^T w] \\ &= w^T E[(x - \mu)(x - \mu)^T] w = w^T \Sigma w \end{aligned}$$

Za $z_1 = w_1^T x$ tada vrijedi:

$$Var(z_1) = w_1^T \Sigma w_1 \quad (2)$$

Iz (2) tražimo w_1 takav da maksimizira varijancu $Var(z_1)$ uz zadano ograničenje $\|w_1\| = 1$. Kombiniranjem ciljne funkcije (2) i zadanog ograničenja dobiva se sljedeća Lagrangeova funkcija:

$$\max_{w_1} w_1^T \Sigma w_1 - \alpha (w_1^T w_1 - 1) \quad (3)$$

Derivacijom dobivene funkcije po w_1 te izjednačavanjem s 0, dobiva se izraz:

$$\Sigma w_1 = \alpha w_1 \quad (4)$$

što je moguće jedino u slučaju da je w_1 svojstveni vektor od Σ , a α pripadajuća svojstvena vrijednost. Budući da je cilj maksimizirati:

$$w_1^T \Sigma w_1 = \alpha w_1^T w_1 = \alpha$$

slijedi da treba odabrati svojstveni vektor s najvećom svojstvenom vrijednošću kako bi varijanca bila najveća. Drugim riječima, osnovna sastavnica je onaj svojstveni vektor kovarijacijske matrice ulaznog uzorka koji ima najveću pripadnu svojstvenu vrijednost, $\lambda_1 = \alpha$.

Sljedeća glavna sastavnica w_2 također mora zadovoljavati jednake uvjete kao i prva, mora maksimizirati varijancu, biti jedinične duljine, ali uz to mora vrijediti da su w_1 i w_2 ortogonalni, odnosno $z_2 = w_2^T x$ mora biti nekoreliran sa z_1 . Nakon dodavanja posljednjeg uvjeta, dobiva se Lagrangeova funkcija oblika:

$$\max_{w_2} w_2^T \Sigma w_2 - \alpha (w_2^T w_2 - 1) - \beta (w_2^T w_1 - 0) \quad (5)$$

Deriviranjem (5) po w_2 i izjednačavanjem s 0 radi dobivanja maksimuma, dobiva se:

$$2\Sigma w_2 - 2\alpha w_2 - \beta w_1 = 0 \quad (6)$$

Množenjem s lijeva s w_1^T dobiva se:

$$2 w_1^T \Sigma w_2 - 2\alpha w_1^T w_2 - \beta w_1^T w_1 = 0 \quad (7)$$

Zbog uvjeta ortogonalnosti, $w_1^T w_2 = 0$, $w_1^T \Sigma w_2$ je skalar što znači da je jednak svojoj transponiranoj vrijednosti što se može zapisati kao $w_2^T \Sigma w_1$. Naposljetku, uvrštavanjem (3), dobiva se:

$$w_1^T \Sigma w_2 = w_2^T \Sigma w_1 = \lambda_1 w_2^T w_1 = 0$$

Uvrštavanjem dobivenog izraza u (7) slijedi da $\beta = 0$ te se (6) svodi na:

$$\Sigma w_2 = \alpha w_2$$

Dobiveni izraz ponovno odgovara izrazu za svojstveni vektor, odnosno, vidljivo je da je w_2 svojstveni vektor s drugom najvećom svojstvenom vrijednošću $\lambda_2 = \alpha$. Općenito, svaki idući w_i bit će svojstveni vektor s manjom svojstvenom vrijednošću.

Zbog simetrije Σ , svi svojstveni vektori s različitim pripadajućim svojstvenim vrijednostima su ortogonalni. U slučaju singularne matrice Σ , rang matrice je k , $k < n$, pri čemu su sve svojstvene vrijednosti λ_i za $i > k$ jednake 0 (uz pretpostavku silazno sortiranih svojstvenih vrijednosti).

Konačno, za projekciju se definira:

$$z = W^T(x - m) \quad (8)$$

gdje su u W sadržani samo oni stupci koji odgovaraju k osnovnih sastavnica s najvećim svojstvenim vrijednostima, a m odgovara srednjoj vrijednosti uzorka.

U praksi se za k ne mora nužno uzeti rang matrice Σ jer su često najmanje svojstvene vrijednosti različite od 0, ali su svejedno dovoljno male da ne utječu značajno na rezultat. Stoga se često uzima k takav da prvih k svojstvenih vrijednosti sadrži barem neki unaprijed predodređeni postotak energije, primjerice 90 %. Za silazno sortirane svojstvene vrijednosti, udio varijance prvi k vrijednosti računa se prema formuli:

$$\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} \quad (9)$$

Grafički prikaz udjela varijance (9) prikazuje se u *scree* grafu gdje se može vidjeti „koljeno“ nakon kojega je očito da s dodatnim svojstvenim vrijednostima više ne podižemo značajno ukupan udio (Alpaydin, 2010).

3.2. Vremensko–frekvencijska analiza

Vremensko–frekvencijska analiza ulaznih primjera ostvarena je valičnim filtarskim slogom. Valična transformacija ima prednost nad često korištenom Fourierovom transformacijom utoliko što, osim frekvencijske lokalizacije, omogućava i vremensku lokalizaciju. Iako neki oblici Fourierove transformacije (Fourierova transformacija na vremenskom otvoru) omogućavaju i vremensku dimenziju u transformaciji, zbog Heisenbergova principa neodređenosti, $\Delta_t * \Delta_\omega \geq \frac{1}{2}$, razlučivost razlaganja je konstantna na vremensko–frekvencijskoj osi te je određena svojstvima vremenskog otvora. Drugim riječima, povećanjem razlučivosti u vremenu direktno smanjujemo razlučivost u frekvenciji i obrnuto. Nasuprot tome, valična transformacija ima nejednoliku razlučivost razlaganja u vremensko–frekvencijskoj ravnini te je stoga prikladnija za postizanje boljeg vremensko–frekvencijskog ograničenja (Seršić, 2012).

3.2.1. Kontinuirana valična transformacija

Kontinuirana valična transformacija (engl. *Continuous Wavelet Transform*, CWT) ulaznog signala $x(t)$ zadana je izrazom:

$$X(\tau, a) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \Psi^* \left(\frac{t - \tau}{a} \right) dt \quad (10)$$

gdje je $\Psi(t)$ skup funkcija razlaganja željenih svojstava u obje domene, τ je oznaka za vremenski pomak, a a je faktor skale koji se interpretira kao veličina obrnuto proporcionalna frekvenciji. Funkcija $\Psi(t)$ često se naziva i prototipni valić (engl. *mother wavelet*), a upravo je izbor prototipnog valića jedna od najvažnijih stvari u realizaciji valičnih filtarskih slogova.

Dobiveni rezultat $X(\tau, a)$ ima jednu dimenziju više od dimenzije ulaznog signala, a može se interpretirati kao mjera doprinosa valića $\Psi_{\tau,a}$ analiziranom signalu $x(t)$ koji valić linearno pomiče za τ te steže ili rasteže za skalu a .

Kako bi se analizirala razlučivost, potrebno je definirati središte funkcije $t_c(\omega_c)$ te efektivnu širinu funkcije Δ_t^2 (Δ_f^2) u vremenskoj i frekvencijskoj domeni:

vremenska domena

$$t_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t \left| \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \right|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \right|^2 dt} = \dots = at_{\Psi} + \tau \quad (11)$$

$$\Delta_t^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau)^2 \left| \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \right|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \right|^2 dt} = \dots = a^2 \cdot \Delta_{\Psi}^2 \quad (12)$$

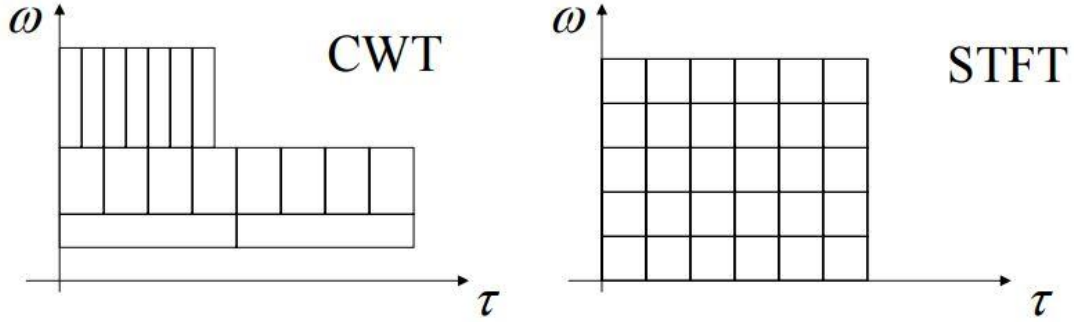
frekvencijska domena

$$\omega_c^+ = \frac{\int_0^{\infty} \omega \left| \sqrt{a} \cdot \Psi(a\omega) e^{-j\omega\tau} \right|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} \left| \sqrt{a} \cdot \Psi(a\omega) e^{-j\omega\tau} \right|^2 d\omega} = \dots = \frac{\omega_{\Psi}^+}{a} \quad (13)$$

$$\Delta_f^2 = \frac{\int_0^{\infty} (\omega - \omega_{\Psi})^2 \left| \sqrt{a} \cdot \Psi(a\omega) e^{-j\omega\tau} \right|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} \left| \sqrt{a} \cdot \Psi(a\omega) e^{-j\omega\tau} \right|^2 d\omega} = \dots = \frac{\Delta_{\Psi}^2}{a^2} \quad (14)$$

Iz izraza (11)–(14) vidljivo je da su centri koncentracije funkcija razlaganja u objema domenama linearno ovisni o pomaku i nelinearno ovisni o skali, dok je efektivna širina razlaganja u objema domenama promjenjiva, ali je zato produkt širina konstantan i određen svojstvima otvora Ψ . Razlučivost je na nižim frekvencijama veća u osi skale, a manja u vremenskoj osi, dok je za više frekvencije obrnuto. Grafička usporedba razlučivosti CWT u odnosu na konstantnu razlučivost Fourierove transformacije na

vremenskom otvoru (engl. *Short Time Fourier Transform*, STFT) prikazana je na slici 5 (Seršić, 2012).



Slika 5. Razlučivost CWT u vremensko - frekvencijskoj ravnini (Seršić, 2014)

3.2.2. Diskretna valićna transformacija

Diskretna valićna transformacija (engl. *Discrete Wavelet Transform*, DWT) dobiva se računanjem izraza (10) za CWT samo za diskretne vrijednosti skale $a = a_0^m$ i vremenskih pomaka $\tau = nT_0a = nT_0a_0^m$. Diskretizacija je pritom usklađena s razlučivošću, u skali je logaritamska podjela, a pomak je usklađen s iznosom skale. Funkcija razlaganja sada se može zapisati kao:

$$\Psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \Psi\left(\frac{t}{a_0^m} - nT_0\right)$$

Uvrštavanjem u izraz (10), dobiva se konačan izraz za DWT:

$$X[m,n] = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \Psi\left(\frac{t}{a_0^m} - nT_0\right) dt \quad (15)$$

Rekonstrukcija DWT moguća je na numerički stabilan način ako i samo ako skup funkcija razlaganja zatvara okvir (engl. *frame*), odnosno ako postoje pozitivne realne konstante A i B takve da za svaki signal konačne energije $x(t)$ vrijedi:

$$0 < A \cdot \|x\|^2 \leq \sum_{m,n} \|X[m,n]\|^2 \leq B \cdot \|x\|^2 \leq \infty \quad (16)$$

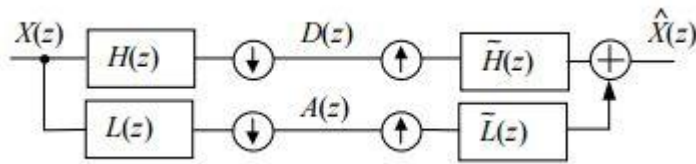
Pritom je s $\|x\|^2$ označena energija ulaznog signala, dok srednji član predstavlja energiju koeficijenata transformacije izračunatih prema formuli (10) ili (15). Ako je zadovoljen uvjet iz (16), izraz za inverznu DWT dan je sa:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X[m,n] \cdot \Psi_{m,n}(t) \quad (17)$$

Za realizaciju DWT često se uzima $a_0 = 2$ čime se dobiva tzv. oktavna podjela frekvencijske skale, odnosno oktavna DWT čija je glavna prednost mogućnost brze realizacije filtarskim slogovima (Seršić, 2012).

3.2.3. Valićni filtarski slogovi

Na slici 6 prikazan je filtarski slog s dva pojasa i decimacijom pri čemu su i signali i prijenosne funkcije zapisani u Z domeni transformacije. Tipično je $H(z)$ oznaka visokopropusnog filtra, a $L(z)$ niskopropusnog filtra. U skladu s time, $D(z)$ se naziva detalji, a $A(z)$ aproksimacijski koeficijenti.



Slika 6. Filtarski slog s dva pojasa i decimacijom (Seršić, 2012)

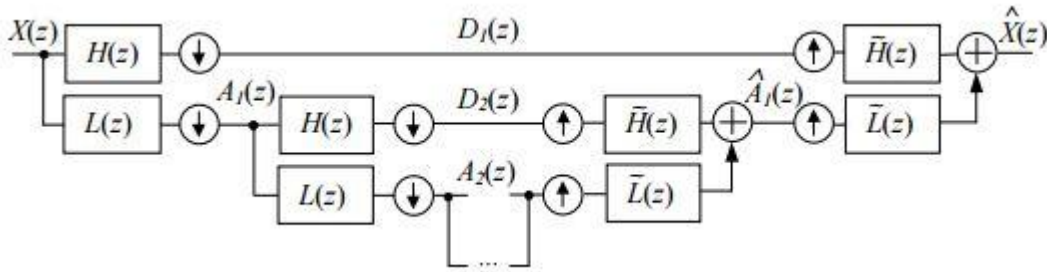
Zbog decimacije, dolazi do pojave preklapanja spektra signala (engl. *aliasing*) te je potrebno ostvariti poništenje *aliasinga* u filtarskom slogu kako bi bilo moguće dobiti potpunu rekonstrukciju (PR filtarski slog). Uz to, potrebno je i očuvati i sintetizirati sve komponente ulaznog signala bez izobličenja. Uvjeti potpune rekonstrukcije filtara dani su jednadžbama:

$$\tilde{L}(z)L(z) + \tilde{H}(z)H(z) = 2z^{-\Delta},$$

$$\tilde{L}(z)L(-z) + \tilde{H}(z)H(-z) = 0$$

Pri tome gornja jednadžba osigurava rekonstrukciju bez izobličenja, a donja osigurava poništenje *aliasinga*.

Pojasni signali detalja i aproksimacijskih koeficijenata, odnosno $D(z)$ i $A(z)$, mogu se ponovno razložiti novim PR filtarskim slogom s dva pojasa i decimacijom i tako rekurzivno do razine koja je potrebna za opis problema. U slučaju rastavljanja samo aproksimacijskih koeficijenata, riječ je o filtarskom slogu u formi valičnog stabla prikazanog na slici 7 (Seršić, 2012).



Slika 7. Valično stablo (Seršić, 2012)

Na kraju razlaganja u N razina, u frekvencijskoj domeni dobiva se N razina detalja, D_1 - D_N , te aproksimacijski koeficijenti posljednje razine razlaganja, A_N . Ovisno o problemu, odabire se više ili manje razina razlaganja. Ako s f_{max} označimo najveću frekvenciju prisutnu u signalu, na kraju prve razine razlaganja u aproksimacijskim koeficijentima bit će sadržane frekvencije $\left[0, \frac{f_{max}}{2}\right]$, a u detaljima frekvencije u rasponu $\left[\frac{f_{max}}{2}, f_{max}\right]$. U sljedećoj razini razlaganja, u aproksimacijskim koeficijentima bit će frekvencije $\left[0, \frac{f_{max}}{4}\right]$, a u detaljima će biti prisutne frekvencije $\left[\frac{f_{max}}{4}, \frac{f_{max}}{2}\right]$ itd.

Kao što je ranije spomenuto, bitan čimbenik u realizaciji valićnoga filtarskog sloga je odabir prototipnog valića. Među najpoznatijim ortogonalnim valićima su Daubechies valići oznake dbN, gdje je N broj nula-momenata valićne funkcije. U sklopu te implementacije, odabran je Daubechies db4 valić kao prototipni valić. Detaljnije o ortogonalnim i Daubechies valićima može se naći u literaturi [38].

3.3. Stvaranje i odabir značajki

Značajke se kreiraju iz koeficijenata dobivenih razlaganjem Daubechies db4 valićnim filtarskim slogom. Broj razina ovisi o frekvenciji uzorkovanja ulaznog signala na sljedeći način. Kao što je u poglavlju 2. objašnjeno, najzanimljiviji valovi za ostvarenje BCI koji klasificira zamišljene pokrete ruku i nogu su mu i β valovi, koji zajedno pokrivaju frekvencijski pojas 8–30 Hz. Stoga je bitno odabrati takav N da on razloži signal na dovoljno razina da se može izdvojiti navedeni pojas. Pritom frekvencija uzorkovanja signala određuje koja se maksimalna frekvencija nalazi u ulaznom signalu jer, prema Shannon-Nyquist teoremu, najveća frekvencija sadržana u signalu jednaka je polovici frekvencije uzorkovanja.

Razlaganje se provodi zasebno za svaki kanal ulaznog uzorka te se zatim za sve kanale odabiru koeficijenti detalja/aproksimacije koji približno pokrivaju područje frekvencija 8–30 Hz. Iz dobivenih koeficijenata, značajke se kreiraju izračunom sljedećih četiriju vrijednosti (Subasi):

- energija koeficijenata u pojasu
- srednja vrijednost apsolutnih vrijednosti koeficijenata u pojasu
- standardna devijacija koeficijenata u pojasu
- udio srednje vrijednosti apsolutnih vrijednosti koeficijenata pojasa u odnosu na susjedne pojaseve.

Budući da je dobiveni skup značajki relativno velik, potrebno je provesti neku od metoda smanjenja dimenzionalnosti početnog skupa značajki. Postoje dva glavna načina za to: selekcija značajki i ekstrakcija značajki. Selekcija značajki podrazumijeva pronalaženje k značajki od ulaznih n značajki koje sadrže najviše informacije. S druge strane, u ekstrakciji značajki pronalazi se skup novih k značajki koje su nastale nekakvom kombinacijom originalnih d značajki te pritom nose najviše informacija. U ovome radu, za smanjenje broja dobivenih značajki, korištena je selekcija značajki, i to metoda pod nazivom odabir podskupa značajki (engl. *subset selection*) (Alpaydin, 2010).

3.3.1. Odabir podskupa značajki

Kao što je već spomenuto, u odabiru podskupa značajki ključno je odabrati onih k od n značajki koje nose najviše informacija, odnosno onih s kojima je greška generalizacije (greška na skupu za provjeru) najmanja. Vidljivo je da postoji ukupno 2^n mogućih kombinacija značajki što je generalno preveliko za potpuno pretraživanje te je stoga nužno koristiti neku heurističku metodu koja daje suboptimalno rješenje, ali koja je izvediva u realnom vremenu. Postoje dva glavna pristupa. To su odabir unaprijed (engl. *forward selection*) u kojemu se kreće od praznog skupa značajki i postepeno dodajemo one koje najviše pridonose smanjenju pogreške te odabir unatrag (engl. *backward selection*) gdje se kreće od čitavog skupa i postepeno se miču one čijim se izuzimanjem najviše smanjuje pogreška. Zaustavlja se kada dodatno dodavanje/izbacivanje značajki više ne pridonosi smanjenju pogreške. U oba slučaja, vrlo je bitno odvojiti skup na kojemu se trenira i skup za provjeru na kojemu se računa generalizacijska pogreška.

U detaljnijem objašnjenju algoritama, sa F je označen skup značajki ulaznog prostora, a sa $E(F)$ generalizacijska pogreška kada su za treniranje korištene samo značajke prisutne u skupu F . Budući da je u ovom radu razmatran problem klasifikacije, mjera za pogrešku koja se koristi je udio pogrešno klasificiranih primjera.

Algoritmi oba pristupa dani su u nastavku.

Algoritam odabira unaprijed

$F = \emptyset$

ponavljaj:

$\forall x_i \notin F$

$F' = F \cup x_i$

model = treniraj s F' na skupu za učenje

provjeri model na skupu za provjeru

izaberi x_j t.d.

$j = \arg \min_i E(F \cup x_i)$

ako $E(F \cup x_i) < E(F)$:

$F = F \cup x_i$

inače

završi

Algoritam odabira unatrag

```
F = {xi, i = 1 ... n}
ponavljaj:
    ∀ xi ∈ F
        F' = F \ xi
        model = treniraj s F' na skupu za učenje
        provjeri model na skupu za provjeru
    izaberi xj t.d.
        j = arg mini E(F \ xi)
    ako E(F \ xj) < E(F):
        F = F \ xj
    inače
        završi
```

Vidljivo je da oba algoritma pripadaju u porodicu pohlepnih algoritama (engl. *greedy algorithm*) jer odlučuju u svakom koraku što je u tom trenutku najbolje, a da poslije ne razmatraju svoju odluku. Primjerice, može se dogoditi da neke značajke same za sebe ne smanjuju puno generalizacijsku pogrešku, ali možda u kombinaciji mogu znatnije utjecati na smanjenje pogreške (Alpaydin, 2010). Budući da odabir unatrag tipično duže traje, u ovome radu korišten je algoritam odabira unaprijed.

3.4. Stroj potpornih vektora

Algoritam korišten u svrhu klasifikacije ulaznih primjera je stroj potpornih vektora (engl. *support vector machine*, SVM). SVM pripada u diskriminativne modele klasifikacijskih postupaka što znači da izravno modelira pripadnost primjera x klasi C_j , za razliku od generativnih modela koji pretpostavljaju kako je vjerojatnost da primjer x pripada klasi C_j proporcionalna zajedničkoj vjerojatnosti primjera x i klase C_j . Diskriminativni modeli mogu biti probabilistički ili neprobabilistički, ovisno o tome modeliraju li izravno posteriornu vjerojatnost $P(C_j|x)$ ili samo dodjeljuju primjeru oznaku klase C_j . SVM je primjer neprobabilističkog modela. Slijedi detaljnije objašnjenje metode.

Linearni model definiran je izrazom:

$$h(x) = w^T \phi(x) + w_0 \quad (18)$$

Pri tome su x ulazni primjeri, $\phi(x)$ je funkcija koja preslikava ulazni prostor u prostor značajki, w je vektor težina, a w_0 je pomak (engl. *bias*). Granice između klasa su hiperravnine, odnosno točke za koje je $h(x) = \text{konst.}$ Posljedično, granice su linearne funkcije od x zbog čega se takvi modeli i nazivaju linearni modeli.

Uz pretpostavku da su oznake primjera $y \in \{-1, +1\}$, predikcija primjera x odgovara predznaku funkcije $h(x)$. Dodatno, uz pretpostavku linearne odvojivosti primjera iz ulaznog skupa svih primjera D , mora vrijediti sljedeće ($x^{(i)}$ je oznaka za i -ti primjer ulaznog skupa, a $y^{(i)}$ je oznaka klase za i -ti primjer):

$$\forall (x^{(i)}, y^{(i)}) \in D: h(x^{(i)})y^{(i)} \geq 0$$

Za linearno odvojive primjere postoji beskonačno mnogo rješenja koja to zadovoljavaju, no u metodi SVM traži se rješenje maksimalne margine.

Margina je po definiciji jednaka udaljenosti do najbližeg primjera iz D , odnosno:

$$\frac{1}{\|w\|} \min_i \{y^{(i)}(w^T \phi(x^{(i)}) + w_0)\}$$

Dodavanjem uvjeta da se mora odabrati takav w i w_0 da margina bude maksimalna, dolazi se do izraza koji, u slučaju linearno odvojivih primjera, jednoznačno definira maksimalnu marginu:

$$\operatorname{argmax}_{w, w_0} \left\{ \frac{1}{\|w\|} \min_i \{y^{(i)}(w^T \phi(x^{(i)}) + w_0)\} \right\}$$

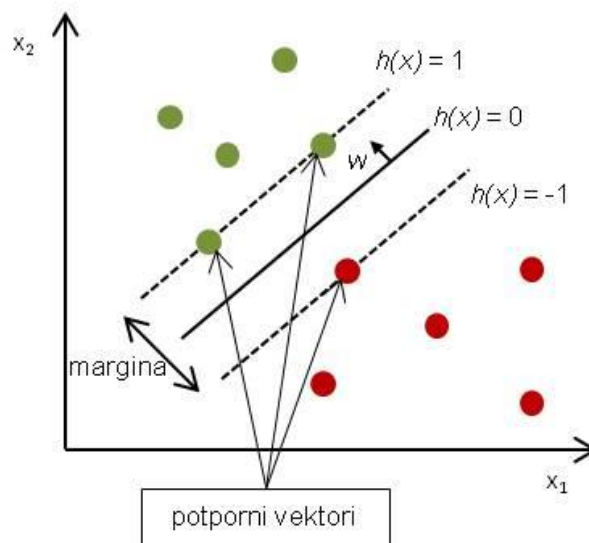
Navedeni oblik nije jednostavno riješiti izravno, stoga ga je nužno preoblikovati u problem konveksne optimizacije. Radi pojednostavljenja, može se pretpostaviti da za primjer najbliži margini vrijedi:

$$y^{(i)}(w^T \phi(x^{(i)}) + w_0) = 1$$

Takvi primjeri, koji se nalaze na samoj granici, nazivaju se potporni vektori (engl. *support vectors*), a za sve ostale mora vrijediti da se nalaze dalje od granice, odnosno, za sve primjere mora vrijediti:

$$y^{(i)}(w^T \phi(x^{(i)}) + w_0) \geq 1 \quad (19)$$

Grafički prikaz navedenog nalazi se na slici 8.



Slika 8. Ilustracija maksimalne margine

Ukupna širina maksimalne margine iznosi $\frac{2}{\|w\|}$ što svodi optimizacijski problem na maksimizaciju izraza:

$$\operatorname{argmax}_{w, w_0} \frac{1}{\|w\|}$$

uz ograničenje (19), što je istovjetno minimizaciji sljedećeg izraza:

$$\operatorname{argmin}_{w, w_0} \frac{1}{2} \|w\|^2 \quad (20)$$

Navedeni problem pripada u problem kvadratno ograničenoga kvadratnog programiranja (engl. *quadratically constrained quadratic programming*, QCQP) što se može riješiti metodom Lagrangeovih multiplikatora ugrađivanjem ograničenja (19) u ciljnu funkciju (20):

$$L(w, w_0, \alpha) = \frac{1}{2} \|w\|^2 - \sum_{i=1}^N \alpha_i \{y^{(i)}(w^T \phi(x^{(i)}) + w_0) - 1\} \quad (21)$$

pri čemu su $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$ Lagrangeovi multiplikatori za ograničenja iz (19). Dobiveni izraz (21) predstavlja primarni problem (engl. *primal problem*), odnosno primarnu reprezentaciju problema, dok postoji još i dualni problem koji omogućava lakšu manipulaciju ograničenjima. Dualni optimizacijski problem dobiva se deriviranjem izraza (21) po w i po w_0 te izjednačavanjem s 0, a konačan problem svodi se tada na maksimizaciju izraza (Šnajder, 2014):

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y^{(i)} y^{(j)} \phi(x^{(i)})^T \phi(x^{(j)}) \quad (22)$$

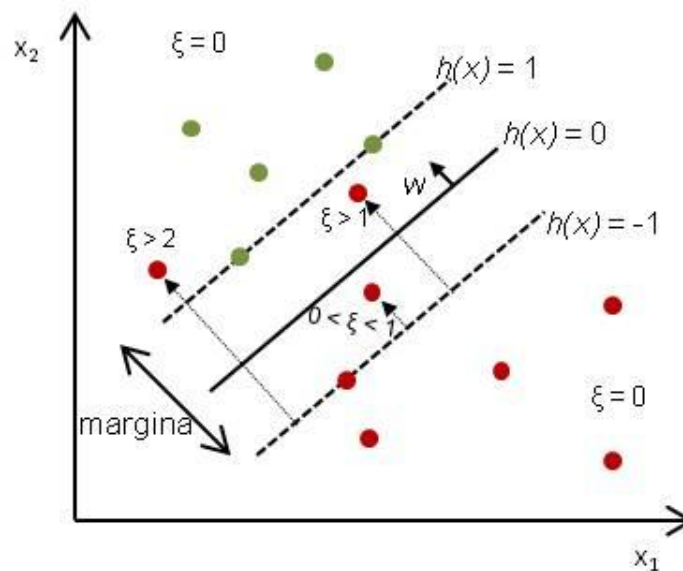
uz ograničenja na α :

$$\alpha_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N$$

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i y^{(i)} = 0$$

3.4.1. Meka margina

Svi dosad navedeni izrazi podrazumijevaju da su primjeri linearno odvojivi, no to generalno ne mora biti tako. U ostalim je slučajevima moguće preslikati ulazni prostor u prostor značajki viših dimenzija gdje bi primjeri bili linearno odvojivi, ali tada se riskira pretreniranost modela. Stoga se uvodi pojam meke margine (engl. *soft margin*) koja dopušta da se dio primjera pogrešno klasificira uz uvjet da se primjere kažnjava, i to tako da se kažnjavaju tim više što se primjeri nalaze dublje na pogrešnoj strani granice. Kažnjavanje se ostvaruje uvođenjem tzv. rezervnih varijabli (engl. *slack variables*), $\xi_i \geq 0, i = 1, \dots, N$, koje su jednake 0 za primjere na ispravnoj strani, a za primjere na neispravnoj strani vrijedi $\xi_i = |y^{(i)} - h(x^i)|$. Ako je primjer unutar margine, ali na ispravnoj strani granice, bit će kažnjen s $0 < \xi_i \leq 1$, dok će ostali neispravno klasificirani primjeri biti kažnjeni s $\xi_i > 1$, što se grafički može vidjeti na slici 9.



Slika 9. Ilustracija meke margine

Optimizacijska ograničenja koja će maksimizirati marginu, ali i dopustiti pogrešne klasifikacije uz primjerenu kaznu su:

$$y^{(i)}(w^T \phi(x^{(i)}) + w_0) \geq 1 - \xi_i \quad (23)$$

Ciljna funkcija koja odgovara novodefiniranom problemu je:

$$\frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (24)$$

Parametar C , $C > 0$ određuje mekoću margine, odnosno predstavlja kompromis između veličine margine i ukupne kazne. Što je C veći, više kažnjavamo pogreške, odnosno težimo složenijim modelima.

Lagrangeova funkcija koja kombinira ciljnu funkciju (24) s navedenim ograničenjem u (23) glasi:

$$L(w, w_0, \xi, \alpha, \beta) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i - \sum_{i=1}^N \alpha_i (y^{(i)} h(x^{(i)}) - 1 + \xi_i) - \sum_{i=1}^N \beta_i \xi_i \quad (25)$$

gdje su $\alpha_i \geq 0, \beta_i \geq 0$ Lagrangeovi multiplikatori. Ponovno, (25) je primarna formulacija problema te se derivacijom tog izraza po w, w_0 i izjednačavanjem s 0 dolazi do dualne Lagrangeove funkcije koju treba maksimizirati, a koja je identična izrazu (22), ali uz ova ograničenja (Šnajder, 2014):

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i y^{(i)} = 0$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C$$

3.4.2. Nelinearni SVM

Kao što je na početku poglavlja spomenuto, SVM je linearan model, no prema Coverovom teoremu, većina problema je nelinearna. Stoga je nužno transformirati problem kako bismo ga učinili linearnim. Za to bi se mogla koristiti funkcija preslikavanja koja će preslikati ulazni prostor u prostor viših dimenzija. Međutim takav pristup ima niz praktičnih problema, poput računalne zahtjevnosti, pretjeranoga korištenja memorije itd. Ipak, najveći problem je u tome što unaprijed treba odrediti koje preslikavanje je dobro što se često ne može unaprijed znati. Umjesto toga, valja primijetiti da se u dualnom problemu (22) funkcija preslikavanja uvijek pojavljuje u obliku skalarnog umnoška. To omogućava korištenje tzv. jezgrenog trika (engl. *kernel trick*) koji umnožak dvaju primjera x, x' zamjenjuje jezgrenom funkcijom (engl. *kernel function*):

$$\kappa(x, x') = \phi(x)^T \phi(x')$$

Sada je moguće koristiti izravno jezgrenu funkciju κ bez poznavanja preslikavanja, jedino ostaje pitanje kako odrediti takvu funkciju koja odgovara skalarnom umnošku u nekom prostoru značajki. Jezgrene funkcije koje to zadovoljavaju nazivaju se Mercerove jezgre. Postoji niz standardnih jezgrenih funkcija koje su Mercerove jezgre.

Jezgra korištena u ovome radu je poseban slučaj porodice radijalnih baznih funkcija (engl. *radial basis functions*, RBF) ili homogenih jezgri, a to je Gaussova jezgra:

$$\kappa(x, x') = \exp \left\{ -\frac{\|x - x'\|^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (26)$$

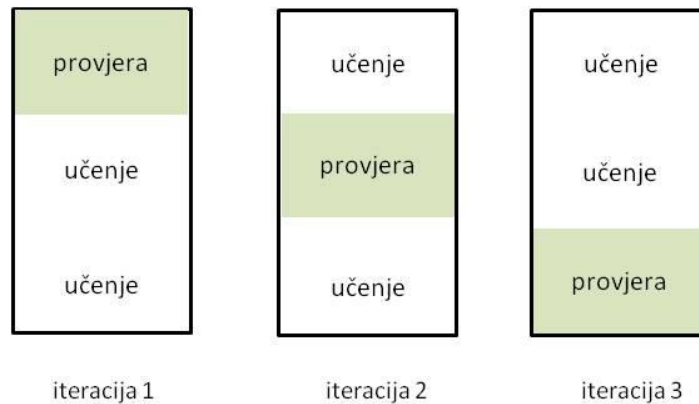
Gaussova jezgra mjeri sličnost dvaju primjera temeljem njihove udaljenosti u prostoru. Što su primjeri sličniji, $\kappa(x, x')$ je bliži 1, a što su primjeri različitiji, to je $\kappa(x, x')$ bliži 0. Parametar σ u izrazu (26) kontrolira koliko $\kappa(x, x')$ teži 0 ovisno o udaljenosti. Za veliki σ , $\kappa(x, x')$ brže teži 1 te su primjeri u prostoru značajki grupirani zajedno, što lako može dovesti do podnaučenosti. Obrnuto, za mali σ , sve točke u prostoru bit će ortogonalne što može dovesti do prenaučenosti (Šnajder, 2014).

3.4.3. Odabir modela

Parametar C iz (24) i parametar σ iz (26) hiperparametri su modela koji izravno utječu na njegovu složenost, a time i na sposobnost generalizacije. Stoga je potrebno ugoditi parametre unakrsnom provjerom koja podrazumijeva treniranje modela s različitim vrijednostima hiperparametara te odabir onoga koji na odvojenom skupu za provjeru daje najmanju pogrešku. Ponovno, i ovdje je vrlo bitno koristiti odvojene skupove za treniranje i za provjeru. Budući da pri korištenju jezgri postoje dva parametra koja treba optimirati, to se tipično provodi iscrpnim pretraživanjem u zadanom rasponu, a poznato je pod nazivom pretraživanje po rešetki (engl. *grid search*). Kombinacija parametara C i σ , koji daju najmanju pogrešku na skupu za provjeru, koristi se za konačno treniranje modela (Šnajder, 2014). Ovdje je implementirano pretraživanje po rešetki s logaritamskom skalom po bazi 2. Parametar C je pretraživan na intervalu $[-7, 5]$, odnosno $[2^{-7}, 2^5]$, a parametar σ je pretraživan na intervalu $[-5, 8]$, odnosno $[2^{-5}, 2^8]$.

3.5. Evaluacija

Kao mjera evaluacije odabrana je točnost, odnosno udio ispravno klasificiranih primjera u skupu svih primjera. Kao procjena pogreške, implementirana je metoda k -struke unakrsne provjere (engl. *k-folded cross validation*). Ta metoda podrazumijeva podjelu skupa u k prijeklopa. Ukupno postoji k iteracija. U svakoj iteraciji klasifikator se uči na $k-1$ prijeklopa, a ispituje ga se na k -tom prijeklopu koji nije korišten u procesu učenja. U svakoj iteraciji drugi prijeklop je korišten za ispitivanje.



Slika 10. k-struka unakrsna provjera

Slika 10 ilustrira raspodjelu za k-struku unakrsnu provjeru za slučaj kada je $k = 3$. Na kraju algoritma, kao procjena pogreške uzima se prosječna pogreška u k koraka.

U slučaju potrebe za odabirom modela, odnosno optimizacijom hiperparametara, u sklopu evaluacije je potrebno provesti i unakrsnu provjeru za pronalaženje optimalnih hiperparametara. Za taj postupak važna je početna raspodjela ukupnog skupa primjera D , na tri disjunktna skupa:

- $D1$: skup za učenje (engl. *training set*)
- $D2$: skup za provjeru (engl. *validation set*)
- $D3$: skup za ispitivanje (engl. *test set*)

Prvi korak u procesu pronalaženja optimalnih hiperparametara jest treniranje na skupu $D1$, a zatim računanje pogrešku generalizacije na skupu $D2$. Postupak se ponavlja za sve kombinacije ulaznih parametara dok se ne nađu optimalni. Jednom kada se pronađu optimalni parametri, radi se unija skupova $D1$ i $D2$ te se s njima trenira model koristeći dobivene optimalne parametre. Konačno, na skupu $D3$ ispitujemo grešku dobivenog modela i tu grešku koristimo kao reprezentativnu.

U slučaju da istovremeno treba napraviti i k-struku unakrsnu provjeru i odabir modela, potrebno je provesti metodu koja se naziva ugniježdjena k-struka validacija (engl. *nested k-fold cross validation*). Pri tome postoje dvije ugniježdjene petlje, vanjska koja dijeli skup na skupove za učenje i testiranje kao na slici 10 te unutarnja koja na skupu za učenje dodatno provodi k-struku unakrsnu provjeru kako bi se pronašli optimalni

parametri. U unutarnjoj petlji, skup za učenje se dijeli na skup za učenje i skup za provjeru, D1 i D2, kako je već ranije objašnjeno te se na ta dva skupa pronalaze optimalni parametri s kojima se onda u vanjskoj petlji trenira na skupu za učenje, a testira na skupu za ispitivanje.

U sklopu ovoga rada, implementirana je vanjska petlja za $k=5$ i unutarnja za $k=10$, odnosno 5-10 provjera. Konačni algoritam prikazan je u nastavku:

```
za i = 1 : 5
    skup za ispitivanje = i-ti prijeklop ulaznog skupa
    skup za učenje (v) = preostala 4 prijeklopa ulaznog skupa
    za sve parove vrijednosti hiperparametara (C,  $\sigma$ ):
        za j = 1 : 10
            skup za provjeru = j-ti prijeklop skupa za učenje (v)
            skup za učenje (u) = preostalih 9 prijeklopa skupa za učenje (v)
            nauči model na skupu za učenje (u)
            izračunaj pogrešku na skupu za provjeru
        izračunaj prosjek pogreške kroz 10 prijeklopa
    odaberi par (C,  $\sigma$ ) koji daje najmanju pogrešku generalizacije
    nauči model na skupu za učenje (v)
    izračunaj pogrešku na skupu za ispitivanje
izračunaj prosjek pogreške kroz 5 prijeklopa
```

4. EVALUACIJA

4.1. Ulazni podaci

Ulazni podaci preuzeti su iz javno dostupne baze podataka [15], a riječ je o skupu podataka s BCI Competition III, pod nazivom IVa. U skupu podataka nalaze se EEG snimke pet zdravih subjekata (aa, al, av, aw, ay). Subjekti su snimani dok su sjedili s rukama naslonjenim na naslonu. Ispitivanje se sastojalo od vizualnih znakova u trajanju od 3,5 sekunde koji su subjektu govorili koji pokret treba zamisliti, a to je bio ili pokret desne ruke (R) ili pokret desnog stopala (F). Vizualni znakovi bili su presječeni periodima nasumičnog trajanja iz intervala 1,75–2,25 sekundi u kojima su se subjekti opušitali. Tijekom snimanja, vizualne simulacije prikazivane su na dva načina:

- (1) slovo oznake pokreta nalazilo se iza križića za fiksaciju
- (2) nasumični pokretni objekti označavali su traženi pokret.

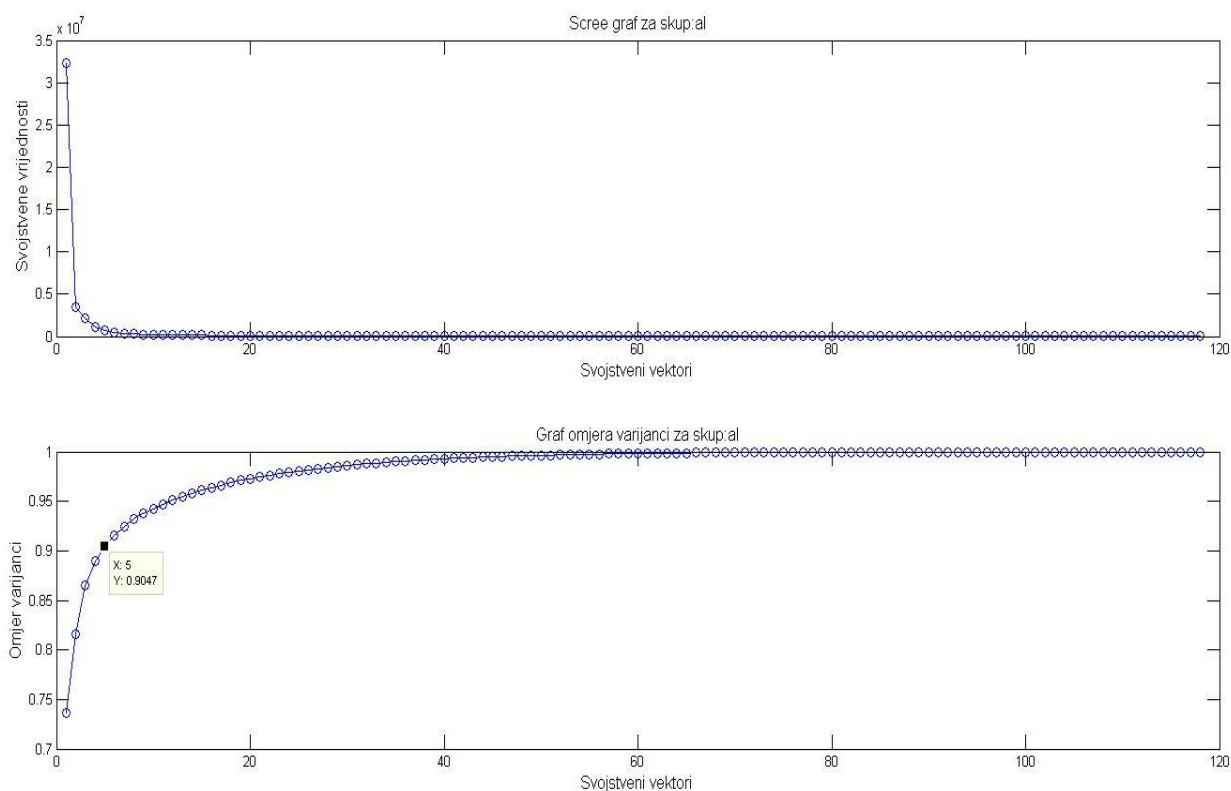
Dostupni skup podataka sadrži kontinuirani signal snimljen sa 118 EEG kanala (prošireni 10-20 standard). Signal je originalno uzorkovan s 1000 Hz, ali je dostupna baza poduzorkovana faktorom 10, odnosno ukupna frekvencija uzorkovanja preuzetog skupa podataka je 100 Hz. Uz sami signal, dostupan je i vektor s pozicijama oznaka za svaki kanal koji označava početak zamišljanja pokreta te vektor oznaka pripadnosti klasi svakog primjera. Za svakog sudionika, pušteno je ukupno 280 znakova, od toga 140 pokreta desne ruke i 140 pokreta nogu.

Kao što je u prethodnom poglavlju rečeno, podaci su se koristili na dva načina. U prvom su se slučaju sva izvođenja svih sudionika grupirala skupno u jedan jedinstveni skup ulaznih primjera te se pokušao napraviti generalni klasifikator koji ne ovisi o samome subjektu. U drugom slučaju, izvođenja svakog sudionika su gledana zasebno te se radio klasifikator za svakog sudionika posebno.

4.2. Odabir kanala

Najčešći izbor kanala za BCI koji prati zamišljanje pokreta ruku i stopala je Cz (prati pokrete oba stopala), C3 (prati pokrete desne ruke) i C4 (prati pokrete lijeve ruke) te su stoga ti kanali uzimani u ručnom odabiru kanala (Pfurtscheller, 2006).

Za odabir kanala metodom PCA, odabirano je onoliko kanala koliko je potrebno da udio varijance bude barem 90 %. Grafički je to prikazano koristeći *scree* graf te graf omjera varijanci na slici 11. gdje je vidljivo da već nakon desetak kanala dodavanje novoga gotovo i ne pridonosi ukupnoj varijanci, a svojstvene vrijednosti drastično padaju već nakon druge. Prosjek broja odabranih kanala (uz prag 90 %) za skup podataka BCI III IVa prikazan je u tablici 1.



Slika 11. Scree graf za skup al, BCI III IVa

Tablica 1. Prosječan broj odabranih kanala metodom PCA, podaci BCI III IVa

Skup podataka	Prosječan broj odabranih kanala
skupno	9
aa	8
al	6
av	8
aw	10
ay	6

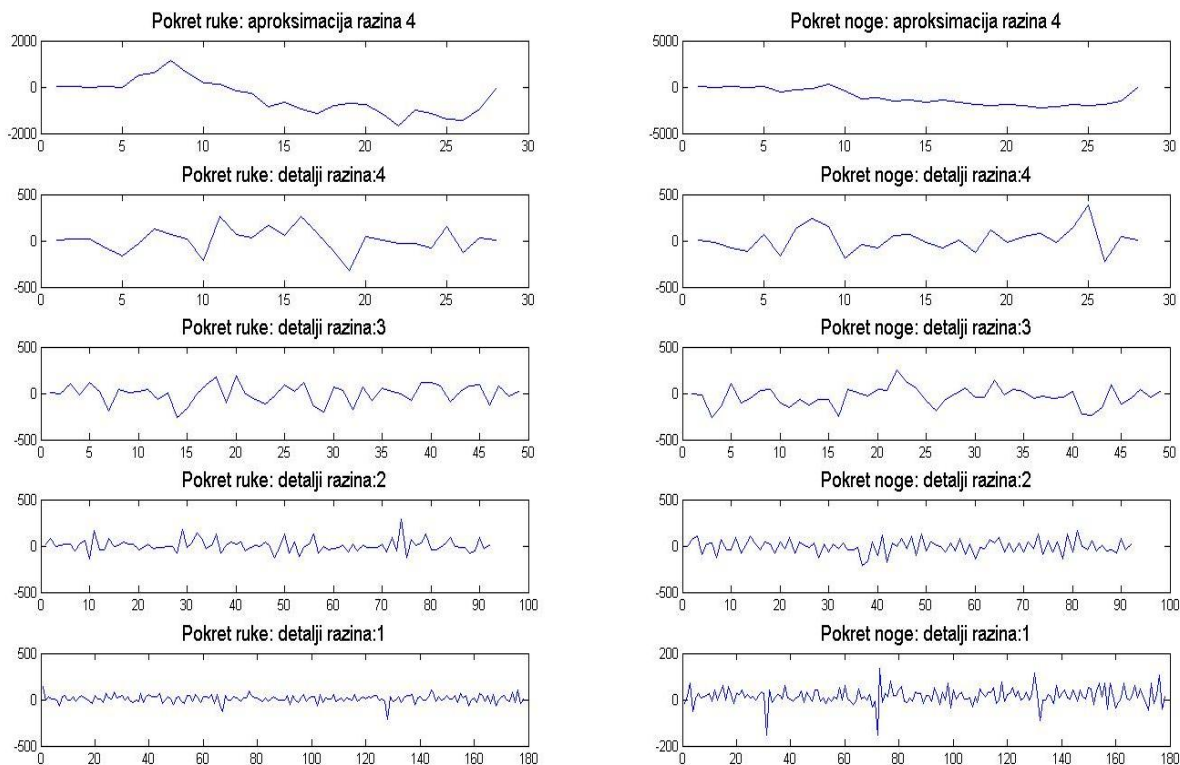
4.3. Vremensko–frekvencijska analiza i odabir značajki

Frekvencija uzorkovanja ulaznih signala je 100 Hz zbog čega su u spektru, bez preklapanja, prisutni signali frekvencije do 50 Hz te su potrebne 4 razine razlaganja kako bi se obuhvatili bitni frekvencijski pojasevi. Frekvencijski rasponi po razini detalja (D_i) i aproksimaciji prikazani su u tablici 2. Podaci značajni za problem zamišljanja motoričkih pokreta nalaze se u D3 i D2 te su stoga oni, uz aproksimaciju A4, odabrani za kreiranje značajki.

Tablica 2. Frekvencijski raspon pojaseva filtarskog sloga

Razina	Frekvencijski raspon [Hz]
A4	0 – 3.125
D4	3.125 – 6.25
D3	6.25 – 12.5
D2	12.5. – 25
D1	25 – 50

Na slici 12. prikazana su razlaganja DWT filtarskim slogom za kanal C3 za slučaj zamišljanja pokreta desne ruke i za slučaj zamišljanja pokreta stopala.



Slika 12. Razlaganje DWT filtarskim slogom u 4 razine, zamišljen pokret desnom rukom

Što se tiče odabira samih značajki u procesu selekcije, najčešće su odabirane energije u pojasevima i standardna devijacija dok su najrjeđe odabrani udjeli srednjih vrijednosti koeficijenata pojasa u odnosu na susjedne pojaseve.

4.4. Rezultati

Kao što je ranije napisano, za mjeru evaluacije odabrana je točnost, odnosno udio ispravno klasificiranih primjera u svim korištenim primjerima. Rezultati su prikazani u tablici 3. u nastavku, pri čemu je dana usporedba s dva dostupna rada koja su koristila isti skup podataka – [17] Yang i [18] Zadro (napisani rezultati odgovaraju najboljim rezultatima postignutima u radu).

Tablica 3. Točnost klasifikacije

Skup podataka	Metoda odabira kanala			
	PCA	C3, Cz, C4	Yang	Zadro
skupno	0.61	0.73	/	/
aa	0.59	0.70	0.67	0.79
al	0.70	0.89	0.88	1.00
av	0.58	0.65	0.61	0.68
aw	0.61	0.74	0.81	0.94
ay	0.68	0.81	0.82	0.84
prosjeck pojedinačnih klasifikatora	0.63	0.76	0.72	0.85

Dostupna istraživanja s danim skupom podataka uglavnom rade na pojedinačnim klasifikatorima, a ne na skupnom klasifikatoru, zbog čega za njih nema dostupnih podataka o točnosti skupnoga klasifikatora.

Kao što je prikazano u tablici, bolji rezultati ostvareni su izravnom selekcijom triju poznatih kanala za ovaj problem, nego projekcijom PCA metodom. Projekcija PCA metodom ostvaruje lošije rezultate za sve skupine podataka. S druge strane, pri ručnom izdvajanju kanala, većina rezultata otprilike odgovara redovima veličine dobivenih rezultata u ostalim radovima.

Također je bitno napomenuti da su rezultati uvelike ovisni o raspodjeli ulaznog skupa primjera na skup za učenje i skup za provjeru. Primjerice, za skup $\mathcal{A}$, u nekim iteracijama k-struke unakrsne provjere, točnost generalizacije bila je 0,95, dok je za neke iteracije bila 0,85, stoga je i to jako utjecalo na konačni rezultat.

Pogreške na skupovima za učenje redovito su bile blizu 0 % što govori o tome da su modeli pretrenirani, odnosno potrebno je provesti neku dodatnu redukciju skupa značajki.

Vidljiva su i znatna odstupanja među pojedinim ispitanicima (do 25 %) što govori o tome da bi bilo dobro generirati vlastitu bazu podataka s puno većim brojem ispitanika.

5. ZAKLJUČAK

Sučelja računalno-mozak, BCI, pružaju mogućnost ljudima za alternativni način komunikacije s njihovom okolinom. Iako primjene postoje i u zabavi, primjerice računalne igre, mnogo je značajnija primjena kod pacijenata koji su u nemogućnosti samostalno pokretati dijelove svoga tijela. Srž implementacije jednoga takvog sučelja jest odabir metode snimanja moždanih valova, primjerene vremensko-frekvencijske analize te metode strojnog učenja za klasifikaciju ulaznih signala.

U ovome radu, u sklopu implementacije, korištena je dostupna baza EEG signala. ponajprije zbog jednostavnosti i neinvazivnosti te metode. Baza sadrži snimke pet različitih pacijenata, a u radu je napravljen i skupni klasifikator i zasebni klasifikator za svakog pacijenta. Budući da takve snimke tipično sadrže informacije s puno kanala, u ovome radu implementirana su dva načina odabira podskupa kanala – ručni odabir podskupa kanala te projekcija i odabir podskupa kanala metodom analize glavnih sastavnica, PCA. Kanali odabirani ručnim postupkom su C3, Cz i C4 zbog njihove uloge u zamišljanju pokreta ruku i nogu. Korištena vremensko-frekvencijska analiza jest valični filtarski slog koji kao prototipni valić koristi Daubechies 4 valić, a razlaganje je provođeno u četiri razine. Iz statističkih svojstava pojaseva filtra kreirane su značajke, a podskup relevantnih značajki odabran je metodom selekcije, odnosno, metodom odabira unaprijed. Konačno, klasifikacija je ostvarena strojem potpornih vektora, a u evaluaciji je implementirana metoda ugniježdene k-struke unakrsne provjere.

Za početak, rezultati pokazuju veću točnost pri kreiranju zasebnoga klasifikatora, nego pri kreiranju skupnoga, generalnoga klasifikatora za sve sudionike. Dobiveni rezultat je očekivan, jer bi za kvalitetan skupni klasifikator bilo potrebno puno više sudionika od njih pet prisutnih u preuzetoj bazi. Jedan od idućih koraka zasigurno bi trebao biti generiranje vlastite baze podataka sa znatno većim brojem ispitanika.

Nadalje, bolji su rezultati postignuti ručnim odabirom kanala, nego projekcijom pomoću PCA metode. Iako je PCA metoda prigodna u situacijama gdje se iz više

izvora, na više odredišta snimaju signali, u ovoj primjeni nije se pokazala dobrom. Objašnjenje bi moglo biti u tome da su kanali odabirani prema iznosu svojstvenih vrijednosti što u konačnici ne mora biti relevantno za zamišljanje pokreta. U mozgu se u istom trenutku odvija gomila drugih procesa koji potencijalno imaju „veće značenje“ u pogledu iznosa svojstvenih vrijednosti. Osim toga, u toj metodi uzimaju se vrijednosti iz svih korištenih elektroda, a većina tih informacija nije značajna za zamišljanje pokreta. S druge strane, metoda koja bi radila korektno uz snimanje na samo tri elektrode, mogla bi imati značajnu korist budući da to uvelike olakšava sam proces snimanja zbog potrebe za tako malim brojem elektroda.

Unaprijeđenje ovog sustava, koje bi zasigurno povećalo točnost, jest implementacija boljeg algoritma za selekciju značajki. Naime, metoda odabira unaprijed je pohlepni algoritam koji ne propituje donesene odluke. U nekim slučajevima bolji rezultat dobiven je za nasumično odabrane značajke nego za značajke odabrane ovom metodom. Iscrpno pretraživanje svakako ne dolazi u obzir zbog računalne zahtjevnosti i neizvedivosti.

LITERATURA

- [1] Beaudoin, N., De Serres, L. 2010. *Locked-in Syndrome*.
<http://cirrie.buffalo.edu/encyclopedia/en/article/303/>, datum pristupa:
10.06.2015.
- [2] Shih, J.J., Krusienski, D.J., Wolpaw, J.R.. Brain-Computer Interfaces in Medicine. Mayo Clinic Proceedings. 87.3 (2012): 268–279.
- [3] Puhalović M., Moždani valovi. *Brainwave relaksacija*.
http://free-zd.t-com.hr/markopuhalovic/mozdani_valovi.html, datum pristupa:
10.06.2015.
- [4] Pfurtscheller, G., Scherer, R. Brain-Computer Interfaces used for Virtual Reality Control. In Proc. ICABB, 2010.
- [5] Šefer, A.B., Obrada elektroencefalografskog signala u svrhu ostvarivanja sučelja mozak-računalo. Kvalifikacijski doktorski ispit. 2011.
[https://www.fer.unizg.hr/download/repository/Sefer Ana Branka kvalifikacijski doktorski ispit.pdf](https://www.fer.unizg.hr/download/repository/Sefer_Ana_Branka_kvalifikacijski_doktorski_ispit.pdf), datum pristupa: 11.06.2015.
- [6] Wolpaw, J.R., Birbaumer, N., McFarland, D.J., Pfurtscheller, G., Vaughan, T.M. Brain–computer interfaces for communication and control. Elsevier, Clinical Neurophysiology. 113 (2002) 767–791
- [7] Šantić, A. Biomedicinska elektronika. Naponi mozga. Elektroencefalografija (EEG). Zagreb: Školska knjiga , 1995.
- [8] Hill, N.J., Gupta, D., Brunner, P., et al. Recording Human Electrocorticographic (ECoG) Signals for Neuroscientific Research and Real-time Functional Cortical Mapping. *Journal of Visualized Experiments: JoVE*. 2012;(64):3993. doi:10.3791/3993.
- [9] Alpaydin, E. Introduction to Machine Learning. Drugo izdanje. London: Massachusetts Institute of Technology, 2010.
- [10] Seršić, D. Valići i filtarski slogovi. 2012. Zagreb: Fakultet elektrotehnike i računarstva

- [11] Seršić, D. Predavanja iz kolegija Napredne metode digitalne obrade signala, Fakultet elektrotehnike i računarstva.
- [12] Subasi, A., Gursoy, M.I. EEG signal classification using PCA, ICA, LDA and support vector machines. Elsevier, Expert Systems with Applications. 37 (2010) 8659-8666
- [13] Šnajder, J., Dalbelo Bašić, B. Strojno učenje. 2014. Zagreb: Fakultet elektrotehnike i računarstva
- [14] Šnajder, J., Dalbelo Bašić, B. Predavanja iz kolegija Strojno učenje, Fakultet elektrotehnike i računarstva.
- [15] Blankertz, B. BCI Competition.
<http://www.bbc.de/competition/iii/>, datum pristupa: 10.03.2015.
- [16] Pfurtscheller, G., Brunner, C., Schlögl, A., Lopes da Silva, F.H. Mu rhythm (de)synchronization and EEG single-trial classification of different motor imagery tasks. Elsevier, NeuroImage. 31 (2006) 153 – 159
- [17] Yang, Y., Kyrgyzov, O., Wiat, J., Bloch, I. Subject-specific channel selection for classification of motor imagery electroencephalographic data. 38th International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vancouver, Canada, (2013), 1277-1280.
- [18] Zadro, I. Automatic Detection of Discriminative Brain Activity Patterns. Diplomski rad. Fakultet elektrotehnike i računarstva, 2014.

SUSTAV ZA PREPOZNAVANJE UZORAKA AKTIVNOSTI MOZGA

Sažetak

Istraživanje mozga jedno je od najaktualnijih područja istraživanja. Uz brojna istraživanja raznih mentalnih bolesti, sve više se ulaže u sustave sučelja mozak–računalo kojima se, alternativnim putem, omogućava nepokretnim ljudima komunikacija s okolinom. Snimanjem i adekvatnom obradom moždanih valova, moguće je kreirati sustave za prepoznavanje namjere motoričkog pokreta ljudi. U sklopu ovoga rada, implementiran je jedan takav sustav koji na temelju EEG snimki klasificira zamišljene pokrete. Sustav kreće s učitavanjem i obradom podataka, nakon čega, od svih dostupnih kanala, obavlja selekciju kanala, i to na dva načina: ručno i pomoću PCA projekcije. Nakon toga slijedi vremensko-frekvencijska analiza pomoću valićnoga filtarskog sloga iz koje se u idućem koraku kreiraju značajke. Na kraju se sve klasificira pomoću SVM metode strojnog učenja. Sustav je testiran na dostupnoj bazi podataka.

Ključne riječi: sučelje mozak–računalo (BCI), EEG, analiza glavnih sastavnica (PCA), valićna transformacija, filtarski slog, metoda potpornih vektora (SVM)

BRAIN ACTIVITY PATTERN RECOGNITION SYSTEM

Abstract

Brain research is one of the hottest fields of research. Besides numerous studies of various mental illnesses, more and more is invested in brain-computer interfaces, which is an alternative way for people to communicate with the environment. Recording and adequate treatment of brain waves allows us to create systems for identifying motor imagery tasks. As part of this paper, BCI based on EEG recordings for classifying imagery movements was implemented. The system starts with loading and data processing, after which it selects channels in two ways, manually and using PCA projection. This is followed by time-frequency analysis using wavelet filter bank and features creation. In the end, classifying using SVM method is done. Implementation was tested on available database.

Key words: brain-computer interface (BCI), EEG, principal component analysis (PCA), wavelet transform, filter bank, support vector machine (SVM)