

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 1357

**DETEKCIJA I KOMPENZACIJA FAZNIH
POMAKA NOSILACA TIJEKOM KALIBRACIJE
ANTENSKOG SUSTAVA**

Lucija Jurić

Zagreb, srpnja 2016.

Zagreb, 11. ožujka 2016.

DIPLOMSKI ZADATAK br. 1357


Pristupnik: Lucija Jurić (0036456045)
Studij: Elektrotehnika i informacijska tehnologija
Profil: Elektroničko i računalno inženjerstvo

Zadatak: **Detekcija i kompenzacija faznih pomaka nosilaca tijekom kalibracije antenskog sustava**

Opis zadatka:

Kalibracija antenskog sustava temelji se na izjednačavanju vremenski promjenjivih kašnjenja različitih sklopova odašiljača. Svaki izlazni stupanj odašiljača pobuđuje se vlastitim izvorom kompleksne ovojnice. Za sustav od dvije antene, potrebno je razviti detektore i kompenzatore faznih pomaka nosilaca koje unose izlazni stupnjevi odašiljača. Sustav za detekciju faznih pomaka temelji se na detekciji kašnjenja. Za detekciju kašnjenja koristi korelaciju nad konačnim sekvencama kompleksnih ovojnica i izlaznog signala prijmnika osluškivača. Za kompenzaciju faznih pomaka odašiljača koristi postojeće filtre s vanjskim kašnjenjem. Kompenzatore je potrebno ugraditi u kaskadu s izvorima kompleksnih ovojnica. Sustav za detekciju razviti u programskom jeziku C, a sustav za kalibraciju antena ugraditi i verificirati na ispitnom radio sustavu.


Zadatak uručen pristupniku: 18. ožujka 2016.
Rok za predaju rada: 1. srpnja 2016.

Mentor:

Prof. dr. sc. Davor Petrinović

Djelovođa:

Izv. prof. dr. sc. Dražen Junjić

Predsjednik odbora za
diplomski rad profila:


Prof. dr. sc. Mladen Vučić

Diplomski rad je izrađen u okviru suradnje Sveučilišta u Zagrebu, Fakulteta elektrotehnike i računarstva i Ericssona Nikole Tesle d.d. na istraživačko-razvojnem projektu "Poboljšanje karakteristika rada LTE radio pristupnih uređaja" (Improvements for LTE radio access equipment - ILTERA).

Sadržaj

1.	Uvod.....	1
2.	Opis sustava	2
2.1.	Kompleksna ovojnica.....	2
2.2.	Model sustava s dvije antene	5
3.	Detekcija faznog pomaka	7
3.1.	Korelacijske funkcije	8
3.2.	Savitzky-Golay filter	10
3.3.	Detekcija lokalnih maksimuma.....	12
3.4.	Uhodavanje sustava za detekciju	14
3.5.	Detekcija kašnjenja na snimljenom signalu	18
3.6.	Detekcija kašnjenja iz superponiranih signala	27
4.	Kompenzacija faznog pomaka	32
4.1.	Lagrangeova interpolacija.....	33
4.2.	Implementacija kompenzacije kašnjenja.....	35
5.	Zaključak	40
6.	Literatura	41
7.	Sažetak	42
8.	Abstract.....	43

Popis tablica

Tablica 3.1: Postavljena i mjerena kašnjenja	17
Tablica 3.2: Postavljena i mjerena kašnjenja	19
Tablica 3.3: Postavljeno i mjereno kašnjenje	24
Tablica 3.4: Postavljena i mjerena kašnjenja	28
Tablica 3.5: Postavljena i mjerena kašnjenja	30
Tablica 4.1: Izrazi za impulsne odzive Lagrangeovog interpolatora	35
Tablica 4.2: Očekivano i mjereno kašnjenje	36

Popis slika

Slika 2.1: Amplitudni dio spektra bandpass signala ^[1]	2
Slika 2.2: Spektri signala $u_{LP}(t)$ i $e^{i\omega t}$ ^[1]	2
Slika 2.3: Dobivanje <i>bandpass</i> signala iz kompleksne ovojnice ^[1]	3
Slika 2.4: Dobivanje kompleksne ovojnice iz moduliranog signala ^[1]	4
Slika 2.5: Dobivanje kompleksne ovojnice u frekvencijskoj domeni	4
Slika 2.6: Model antenskog sustava.....	5
Slika 2.7: Model antenskog sustava s kompenziranim kašnjenjem radijskih signala.....	6
Slika 3.1: Sustav za detekciju kašnjenja	7
Slika 3.2: Signali.....	9
Slika 3.3: Autokorelacija i kroskorelacija signala	10
Slika 3.4: Impulsni odziv Savitzky-Golay filtra ^[3]	11
Slika 3.5: Amplitudna karakteristika Savitzky-Golay filtra ^[3]	11
Slika 3.6: Određivanje maksimuma.....	12
Slika 3.7: Realni i imaginarni dio originalnog signala	14
Slika 3.8: Apsolutne vrijednosti originalnog i zakašnjelih signala	15
Slika 3.9: Korelacijske funkcije, kašnjenje 1 uzorak	16
Slika 3.10: Korelacijske funkcije, kašnjenje 4 uzoraka	16
Slika 3.11: Korelacijske funkcije, kašnjenje 10 uzoraka	17
Slika 3.12: Apsolutne vrijednosti originalnog i zakašnjelog signala	18
Slika 3.13: Realni i imaginarni dio signala.....	18
Slika 3.14: Apsolutna vrijednost signala.....	19
Slika 3.15: Autokorelacija	20
Slika 3.16: Maksimumi korelacijskih funkcija, kašnjenje 1 uzorak.....	20
Slika 3.17: Maksimumi korelacijskih funkcija, kašnjenje 4 uzorka	21
Slika 3.18: Maksimumi korelacijskih funkcija, kašnjenje 10 uzoraka	21
Slika 3.19: Idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja.....	22
Slika 3.20: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 1 uzorak	22
Slika 3.21: Uvećana idealna (plava) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 4 uzorka	23

Slika 3.22: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 10 uzoraka	23
Slika 3.23: Apsolutna vrijednost originalnog (plavo) i interpoliranog (crveno) signala	24
Slika 3.24: Idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja	25
Slika 3.25: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 1.75 uzoraka	25
Slika 3.26: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 4.75 uzoraka	26
Slika 3.27: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 10.75 uzoraka.....	26
Slika 3.28: Signali.....	27
Slika 3.29: Autokorelacije ulaznih signala	28
Slika 3.30: Maksimumi autokorelacije i kroskorelacije za signal 1.....	29
Slika 3.31: Maksimumi autokorelacije i kroskorelacije za signal 2.....	29
Slika 3.32: Originalni (plavo) i zakašnjeli (crveno) signal	30
Slika 3.33: Idealno (plavo) i mjereno (crveno) kašnjenje za signal 2.....	31
Slika 3.34: Uvećano idealno (plavo) i mjereno (crveno) kašnjenje za signal 2. 31	
Slika 4.1: Linija za kašnjenje ^[5]	32
Slika 4.2: Frekvencijske karakteristike linearne interpolacije ^[5]	33
Slika 4.3: Originalni i zakašnjeli signal	36
Slika 4.4: Originalni (plavo) i zakašnjeli (crveno) signal	37
Slika 4.5: Idealno (plavo) i mjereno (crveno) kašnjenje signala.....	37
Slika 4.6: Originalni (plavo) i zakašnjeli (crveno) signal	38
Slika 4.7: Idealno i mjereno kašnjenje.....	38
Slika 4.8: Originalni (plavo) i zakašnjeli (crveno) signal	39
Slika 4.9: Idealno (plavo) i mjereno (crveno) kašnjenje.....	39

1. Uvod

U antenskom sustavu odašiljača analogno sklopovlje izlaznog stupnja odašiljača unosi vremenski promjenjivo kašnjenje radijskog signala. U današnjim radijskim baznim stanicama koristi se sustav od nekoliko antena. Takav sustav zahtijeva približno jednaka kašnjenja svih emitiranih radijskih signala. Za postizanje približno jednakih kašnjenja signala tijekom rada bazne stanice potrebno je kontinuirano provoditi kalibraciju kašnjenja u pojedinim granama antenskog sustava. Kalibracija kašnjenja signala podrazumijeva određivanje kašnjenja i njihovu kompenzaciju. Za potrebe određivanja kašnjenja koristi se povratni signal primljen prijarnikom prisluškivačem smještenim na samom izlazu antene.

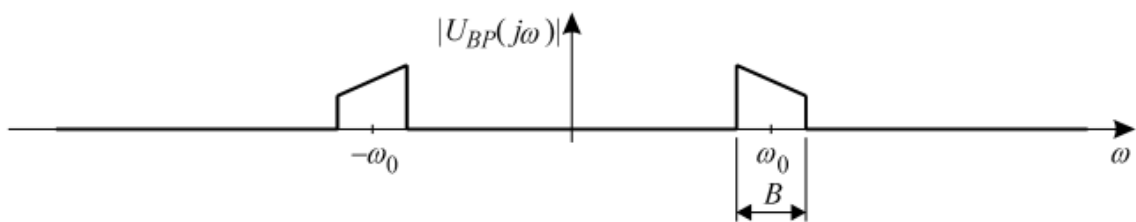
U poglavlju 2 opisani su model sustava i signali nad kojima se vrši obrada. Poglavlje 3 obrađuje detekciju kašnjenja, i u sklopu toga korelacijske funkcije, Savitzky-Golay filter, detekciju maksimuma, te kako je ovaj sustav uhodan. U poglavlju 4 opisana je kompenzacija kašnjenja, Lagrangeov interpolator koji se koristi u tu svrhu te primjena nad signalima.

2. Opis sustava

2.1. Kompleksna ovojnica

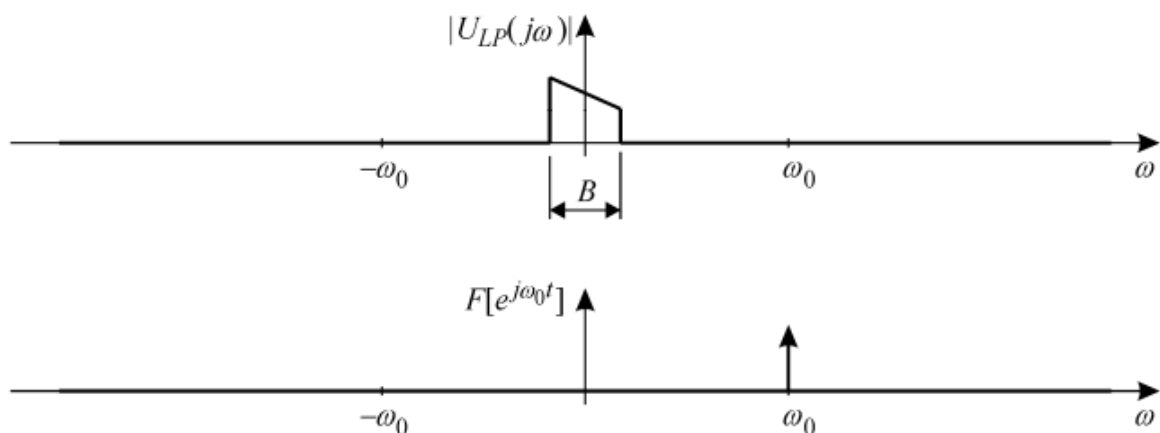
Mnogi modulacijski postupci rezultiraju signalima u transponiranom frekvencijskom području (*engl. passband signal*). U spektru to znači da su ograničeni u nekom frekvencijskom području širine B centriranom oko frekvencije nosioca f_0 (*engl. bandpass signal*). Obradu signala zahtjevnije je vršiti na visokim frekvencijama kao što su frekvencije nosioca. Iz ovog razloga ideja je omogućiti obradu signala u osnovnom frekvencijskom području, to jest oko nulte frekvencije. Amplitudni dio spektra *bandpass* signala $u_{BP}(t)$ dan je na slici 2.1. U vremenskoj domeni on se može opisati izrazom

$$u_{BP}(t) = \text{Re}[u_{LP}(t) \cdot e^{j\omega_0 t}] \quad (2.1)$$



Slika 2.1: Amplitudni dio spektra bandpass signala^[1]

Spektri signala $u_{LP}(t)$ i $e^{j\omega_0 t}$ prikazani su na slici 2.2. Signal $u_{LP}(t)$ naziva se kompleksna ovojnica (*engl. complex envelope*).



Slika 2.2: Spektri signala $u_{LP}(t)$ i $e^{j\omega_0 t}$ ^[1]

Raspisivanjem signala $e^{j\omega_0 t}$ na oblik:

$$e^{j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) + j \cdot \sin(\omega_0 t) \quad (2.2)$$

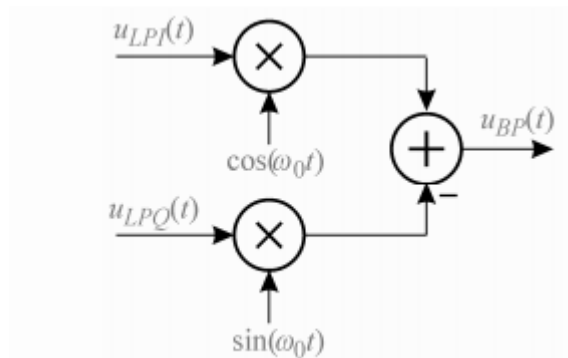
i kompleksne ovojnice $u_{LP}(t)$ na:

$$u_{LP}(t) = u_{LPI}(t) + j \cdot u_{LPQ}(t) \quad (2.3)$$

bandpass signal $u_{BP}(t)$ dan izrazom (2.1) se može svesti na kanonski oblik:

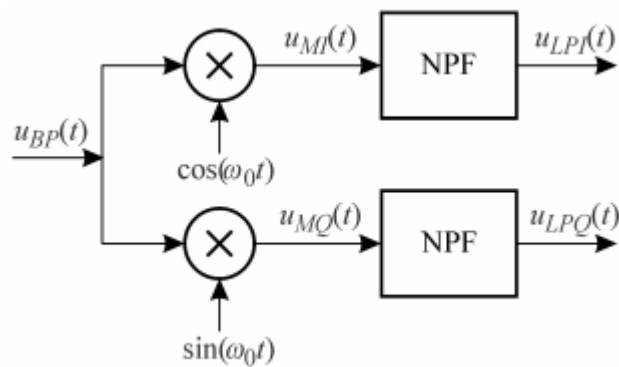
$$u_{BP}(t) = u_{LPI}(t) \cos(\omega_0 t) - u_{LPQ}(t) \sin(\omega_0 t) \quad (1)$$

Na slici 2.3 je prikazana blokovska shema dobivanja *bandpass* moduliranog signala $u_{BP}(t)$ iz poznate kompleksne ovojnice $u_{LP}(t)$. Ova shema predstavlja odašiljač temeljen na principu direktne pretvorbe frekvencije. Kod ovakve izvedbe važno je da se množila u I i Q grani dobro podudaraju.

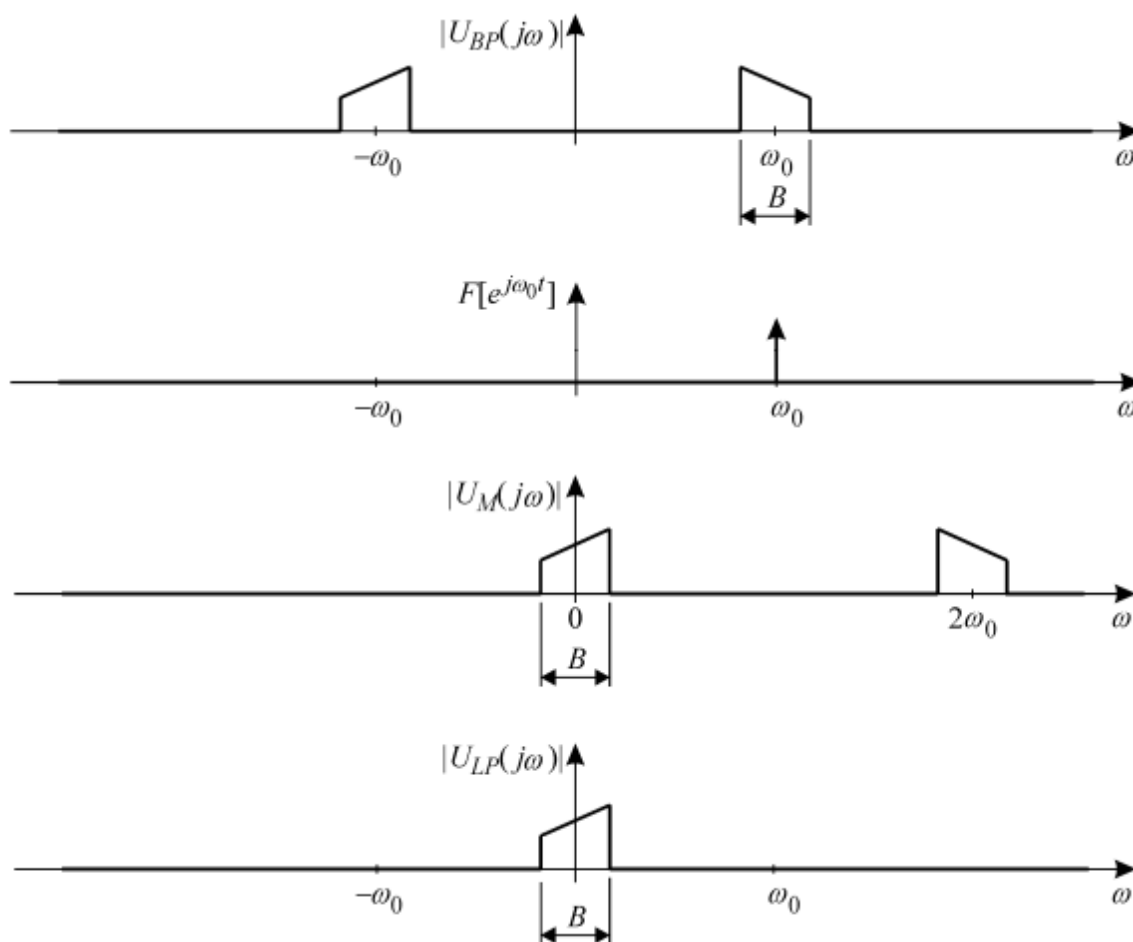


Slika 2.3: Dobivanje *bandpass* signala iz kompleksne ovojnice^[1]

Na slici 2.4 je prikazano dobivanje kompleksne ovojnice iz moduliranog signala, dok je na slici 2.5 prikazan taj postupak u frekvencijskoj domeni. Množenjem signala $u_{BP}(t)$ signalom $e^{j\omega_0 t}$ nulta frekvencija spektra pomiče se na frekvenciju ω_0 . Ovime se lijeva bočna strana spektra pomiče na frekvencije oko nule. Da bi se dobila kompleksna ovojnica potrebno je dobiveni signal filtrirati niskopropusnim filtrom. Važno je uočiti da ovako dobivena kompleksna ovojnica odgovara negativnim frekvencijama *bandpass* signala, to jest njegovoj lijevoj strani. Da bi se dobila ovojnica koja odgovara pozitivnim frekvencijama, to jest desnoj strani *bandpass* signala potrebno je dobiveni signal $u_{LP}(t)$ konjugirati.



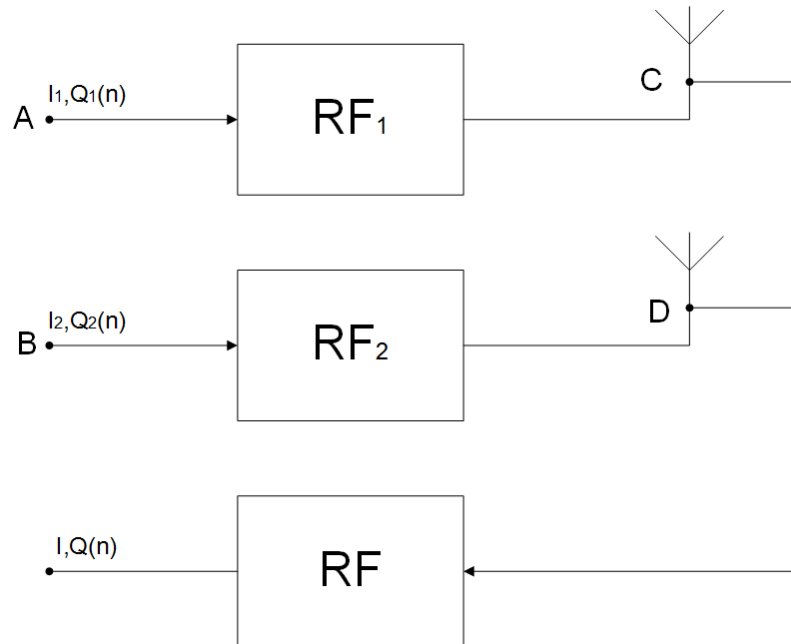
Slika 2.4: Dobivanje kompleksne ovojnice iz moduliranog signala^[1]



Slika 2.5: Dobivanje kompleksne ovojnice u frekvencijskoj domeni

2.2. Model sustava s dvije antene

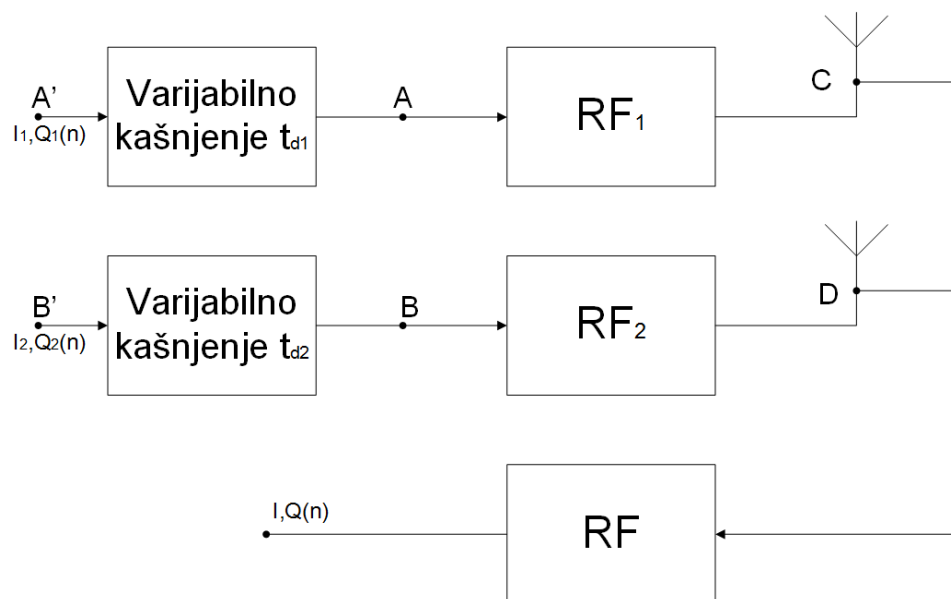
Na slici 2.6 je prikazan model sustava s dvije antene. Točke A i C predstavljaju izvore kompleksnih ovojnica.



Slika 2.6: Model antenskog sustava

U točki A generirani su signali $I_1, Q_1(n)$, dok su u točki B generirani $I_2, Q_2(n)$. Signali generirani u tim izvorima prolaze potom kroz sustav predstavljen blokovima RF_1 i RF_2 . Ovi sustavi unose fazni pomak kod nosilaca koji se razlikuje za svaku granu, što znači da signali nisu sinkronizirani u točkama C i D. Ovu situaciju se želi izbjeći. Signali odaslani iz točaka C i D prolaze kroz sustav predstavljen blokom RF i nakon toga se snimaju. Snimljeni signal označen je kao $I, Q(n)$. Iz poznatih signala potrebno je izračunati nepoznata kašnjenja koja su unesena prolaskom signala kroz sustave RF_1 i RF_2 .

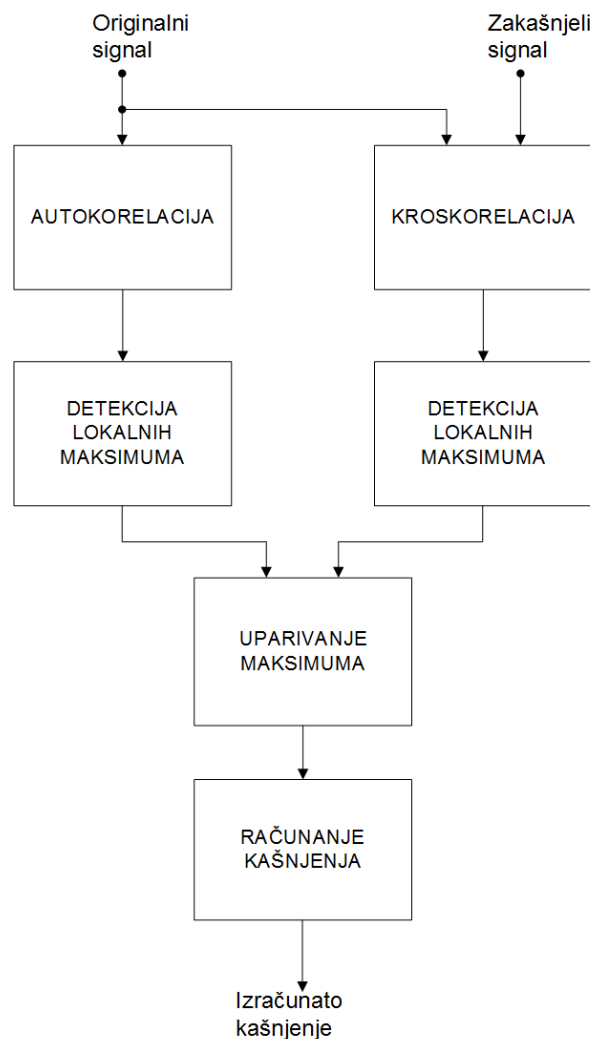
Na slici 2.7 prikazan je proširen model sustava. Na njemu je vidljivo da su izvori kompleksnih ovojnica pomaknuti u točke A' i B'. Iza izvora kompleksnih ovojnica dodani su blokovi za kašnjenje. Oni služe za unos dodatnog kašnjenja čime se osigurava da signali u točkama C i D budu jednako zakašnjeni i sinkronizirani prilikom odašiljanja.



Slika 2.7: Model antenskog sustava s kompenziranim kašnjenjem radijskih signala

3. Detekcija faznog pomaka

Blokovski dijagram sustava za detekciju kašnjenja dan je slikom 3.1. Sustav prima 2 signala: originalni i zakašnjeli. Ti signali potom prolaze kroz korelacijske blokove. Nad originalnim signalom se vrši autokorelacija, a kroskorelacija se računa za originalni i zakašnjeli signal. Za dobivene korelacijske funkcije potrebno je izvršiti detekcije lokalnih maksimuma. Ova operacija se vrši zasebno za svaku od korelacijskih funkcija. Funkcija za detekciju maksimuma vraća vremena i iznose lokalnih maksimuma. Veličine nizova ovih podataka ne moraju biti jednake kod autokorelacije i kroskorelacije. Uklanjanje vrijednosti maksimuma koje nemaju svoj par vrši se blokom Uparivanje maksimuma. Korisni maksimumi koji nisu bili filtrirani ovim blokom potom dolaze na blok za računanje kašnjenja koji rezultira konačnom vrijednosti kašnjenja za ove ulazne signale.



Slika 3.1: Sustav za detekciju kašnjenja

3.1. Korelacijske funkcije

Korelacijske funkcije^[2] prikazuju statističku ovisnost između slučajnih varijabli u različitim točkama. Korisne su za analizu signala u vremenu i rezultiraju informacijama kao što su vremenska skala procesa ili kašnjenje signala u procesu. Ovisno o signalima nad kojima se provode korelacijske funkcije se dijele na kroskorelaciju i autokorelaciju.

Kroskorelacija je za kontinuirane signale definirana izrazom

$$R_{FG}(t) = f \otimes g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\tau)g(\tau + t)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\tau - t)g(\tau)d\tau \quad (3.1)$$

U tom izrazu f^* predstavlja kompleksno konjugiranu vrijednost funkcije f koja se korelira s funkcijom g .

U slučaju diskretnih signala kroskorelacija se računa izrazom

$$R_{FG}(n) = f \otimes g(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f^*(m)g(m + n) \quad (3.2)$$

koji je analogan izrazu (3.1) s razlikom da se umjesto integrala računa suma.

Za razliku od konvolucije gdje varijabla integracije τ ima suprotan predznak u funkcijama f i g , kod kroskorelacije je predznak varijable τ je isti kod funkcija f i g što rezultira konstantnom razlikom između argumenata. Kroskorelacija se koristi u raspoznavanju uzoraka, elektronskoj tomografiji i kriptografiji.

Korelacija signala samog sa sobom naziva se autokorelacijom. Izraz koji definira autokorelaciju za kontinuirane signale jest

$$R_{FF}(t) = f \otimes f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\tau)f(\tau + t)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\tau - t)f(\tau)d\tau \quad (3.3)$$

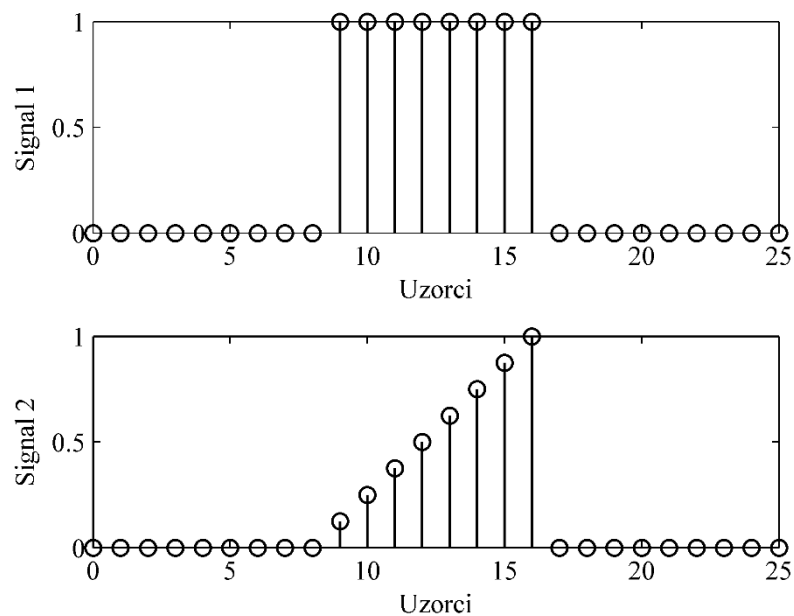
Kao u slučaju kroskorelacije f^* jest kompleksno konjugirana vrijednost funkcije f , koja se korelira s funkcijom f .

Za diskretne signale autokorelacija je dana izrazom

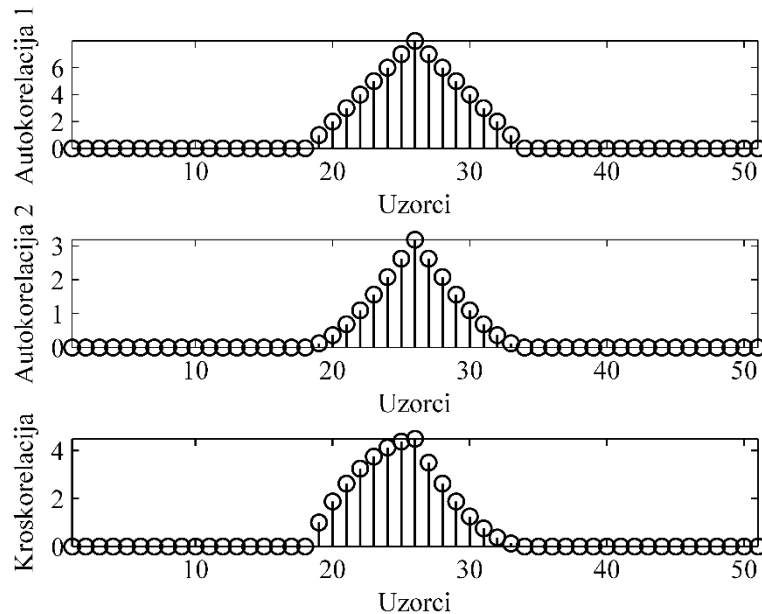
$$R_{FF}(n) = f \otimes f(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f^*(m)f(m+n) \quad (3.4)$$

Kao u slučaju kroskorelacije, za diskretne signale se autokorelacija računa sumom.

Na slici 3.2 su prikazana dva diskretna signala konačnog trajanja. Nad njima su izvršene funkcije autokorelacije i kroskorelacije. Autokorelacija je izvršena za svaki od signala, što je prikazano na prva dva prikaza slike 3.3, dok je kroskorelacija dana na zadnjem prikazu iste slike.



Slika 3.2: Signali



Slika 3.3: Autokorelacija i kroskorelacija signala

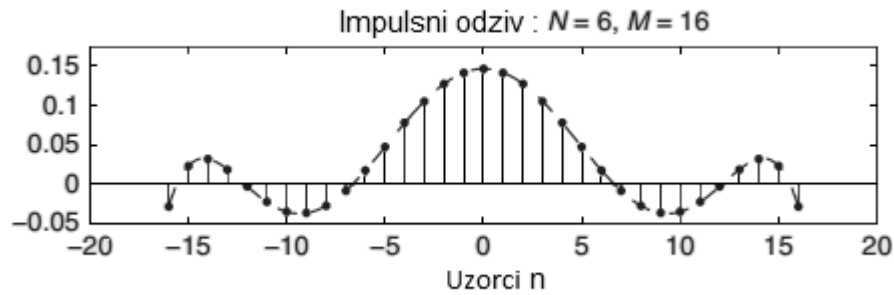
3.2. Savitzky-Golay filtar

Savitzky-Golay^[3] filtar koristi se za uglađivanje (*engl. smoothing*) kao i za deriviranje zašumljenog signala. Ovaj filtar koristi uglađivanje najmanjim kvadratima (*engl. least-squares*) kako bi smanjio utjecaj šuma, ali pri tome sačuvao oblik i iznos šiljaka valnog oblika signala. Zbog ovih svojstava našao je svoju primjenu kod obrade elektrokardiogramskih (EKG) snimaka te u obradi slika dobivenih ultrazvukom ili s radara. Neka od važnih obilježja ovih filtara su:

- Iznos neparnih koeficijenata filtra jednak je nuli.
- Savitzky-Golay filtar kojem je broj koeficijenata $N=0$ i polovina duljine (*engl. half width*) intervala aproksimacije $M=1$ jednak je filtru za računanje pomičnog prosjeka (*engl. moving average filter*) karakteristike:

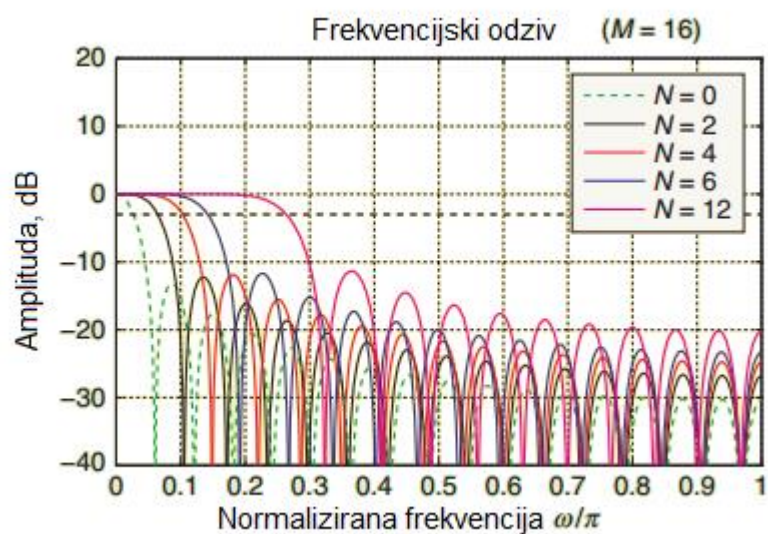
$$y(n) = \frac{1}{2M+1} \sum_{m=n-M}^{n+M} x(m) \quad (3.5)$$

- Kao što je vidljivo na slici 3.4, impulsni odziv ovog filtra je simetričan što rezultira realnom frekvencijskom karakteristikom. Savitzky-Golay filtri spadaju u tip 1 niskopropusnih filtara konačnog impulsnog odziva (*engl. finite impulse response, FIR*).



Slika 3.4: Impulsni odziv Savitzky-Golay filtra^[3]

- Nule prijenosne funkcije filtra $H(z)$ nalaze se na jediničnoj kružnici ili u obliku kompleksno-konjugiranih parova. Upravo su nule na kružnici odgovorne za oštre propade amplitudne karakteristike u području gušenja, što je vidljivo na slici 3.5.
- Na slici 3.5 vidljivo je da je amplitudna karakteristika u području propuštanja izrazito ravna.
- Na toj slici je uočljivo da granična frekvencija (*engl. cutoff frequency*) ovisi o redu filtra N kao i o duljini impulsnog odziva $2M+1$. Za fiksnu duljinu impulsnog odziva pojas propuštanja se širi proporcionalno s porastom reda filtra N .
- Ovi filtri imaju osrednje prigušenje u pojasu gušenja, s izuzetkom propada koji se nalaze na nulama.



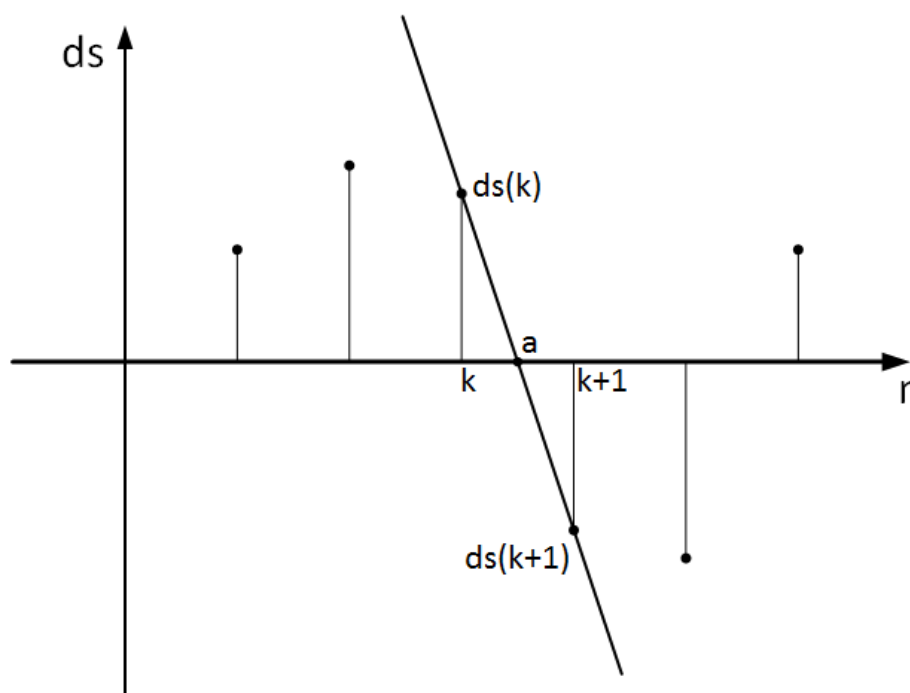
Slika 3.5: Amplitudna karakteristika Savitzky-Golay filtra^[3]

3.3. Detekcija lokalnih maksimuma

Funkcija za računanje lokalnih maksimuma^[4] (*engl. peak detector*) kao ulaz prima signal s čiji se maksimumi traže te red N prethodno opisanog Savitzky-Golay FIR filtra koji se u ovom slučaju koristi kao derivator. Uobičajeno je da red ovog filtra bude do 10.

Prvi korak kod detekcije maksimuma jest aproksimacija derivacije ulaznog signala diferencijacijom. U tu svrhu koristi se Savitzky-Golay filter reda 4. Prednost ovog filtra je što bolje od ostalih filtara čuva minimume i maksimume.

Nakon što je signal deriviran potrebno je naći parove točaka u kojima derivacija mijenja predznak iz pozitivnog u negativni. Između točaka u takvim parovima vrši se linearna interpolacija. Na slici 3.6 ilustriran je ovaj slučaj linearne interpolacije između uzoraka k i $k+1$, te pripadajućih iznosa derivacije signala $ds(k)$ i $ds(k+1)$.



Slika 3.6: Određivanje maksimuma

Koeficijent nagiba ovog pravca c računa se prema:

$$c = ds(k + 1) - ds(k) \quad (3.6)$$

Za ovaj pravac se zatim računa točka a između uzoraka k i $k+1$ u kojoj pravac siječe x-os (*engl. zero crossing*) prema izrazu

$$a = \frac{ds(k)}{ds(k) - ds(k+1)} \quad (3.7)$$

Na ovaj način moguće je precizno pronaći maksimume koji se mogu nalaziti između uzoraka (*engl. fine tuning*). Dobivenoj točki a potom se dodaje iznos uzorka k da bi se dobila točna vrijednost x koordinate maksimuma mx

$$mx = k + a \quad (3.8)$$

u točnom odnosu s ulaznim signalom. Za dobivenu x koordinatu maksimuma mx , njegov iznos my računa se prema

$$my = s(k) + a[s(k+1) - s(k)] \quad (3.9)$$

gdje je s iznos ulaznog signala.

Svi detektirani maksimumi spremaju se u vektore, jedan za x koordinate i jedan za y .

Nakon što je za autokorelaciju i kroskorelaciju napravljena detekcija lokalnih maksimuma potrebno je naći njihove odgovarajuće parove iz kojih će se kasnije moći izračunati kašnjenje. Naime, u većini slučajeva neće biti detektiran jednak broj maksimuma za te dvije funkcije. Dodatno su uklonjeni parovi kojima je iznos korelacijskih funkcija oko nule. Za svaki par maksimuma autokorelacije i kroskorelacije računa se kašnjenje d prema

$$d(n) = \maxCross(n) - \maxAuto(n) \quad (3.10)$$

U tom izrazu \maxAuto predstavlja detektirane maksimume autokorelacije, dok su \maxCross detektirani maksimumi kroskorelacije.

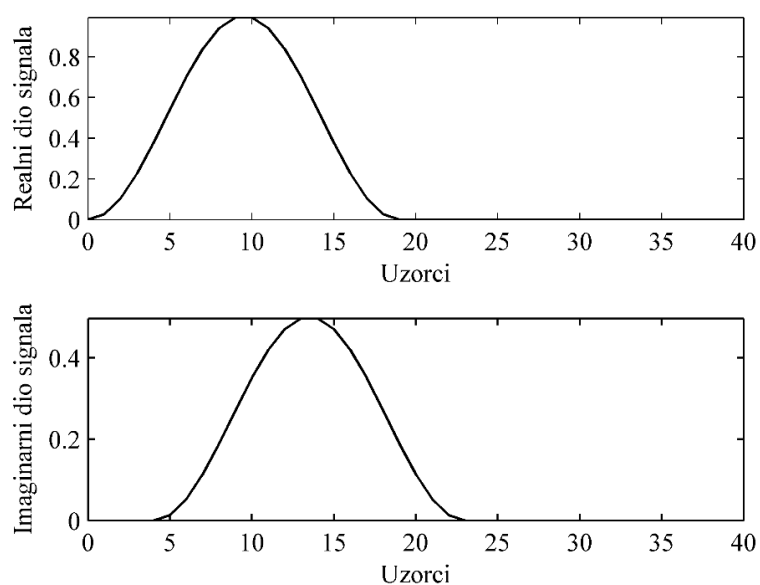
Vrijednost ukupnog kašnjenja D računa se prema

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N w(i) \cdot d(i)}{\sum_{i=1}^N w(i)} \quad (3.11)$$

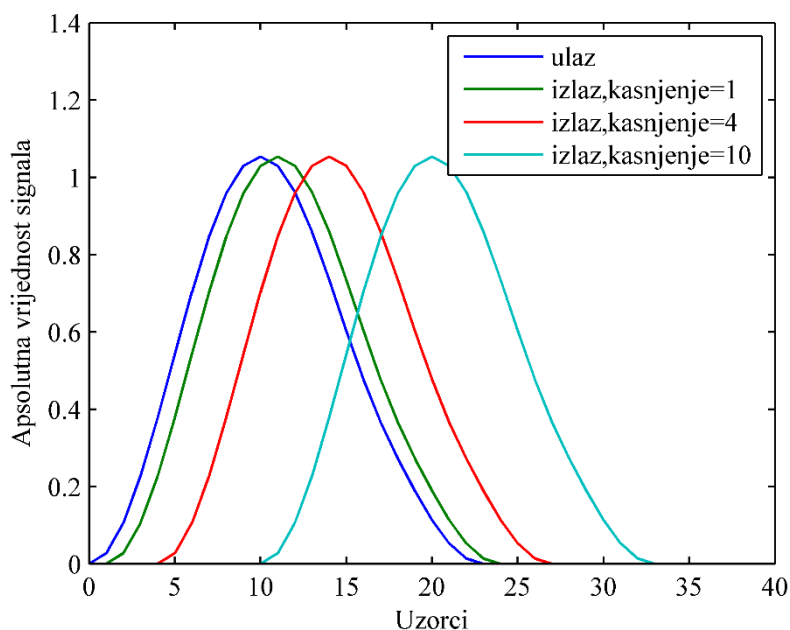
U tom izrazu w predstavlja težinsku funkciju dok je d kašnjenje za određeni maksimum, a N ukupan broj maksimuma. Kao težinska funkcija koristi se kroskorelacija. S obzirom da je kroskorelacija mjera ovisnosti procesa, točke u kojima ona ima veći iznos značajnije su od onih gdje je kroskorelacija manja.

3.4. Uhodavanje sustava za detekciju

Sustav za detekciju kašnjenja bilo je potrebno ispitati i uhodati na jednostavnom signalu kojem je kašnjenje poznato. U tu svrhu generiran je kompleksan signal koji se sastoji od 2 kosinusa impulsa (*engl. raised cosine*) različitih iznosa i pomaka u vremenu. Imaginarni i realni dio ovog signala prikazani su na slici 3.7. Ovaj signal potom je zakašnjen za različite poznate cjelobrojne iznose. Preciznije, korištena su 3 kašnjenja: za 1, 4 i 10 uzoraka. Apsolutne vrijednosti ovih signala prikazane su na slici 3.8 zajedno s apsolutnom vrijednosti originalnog signala.

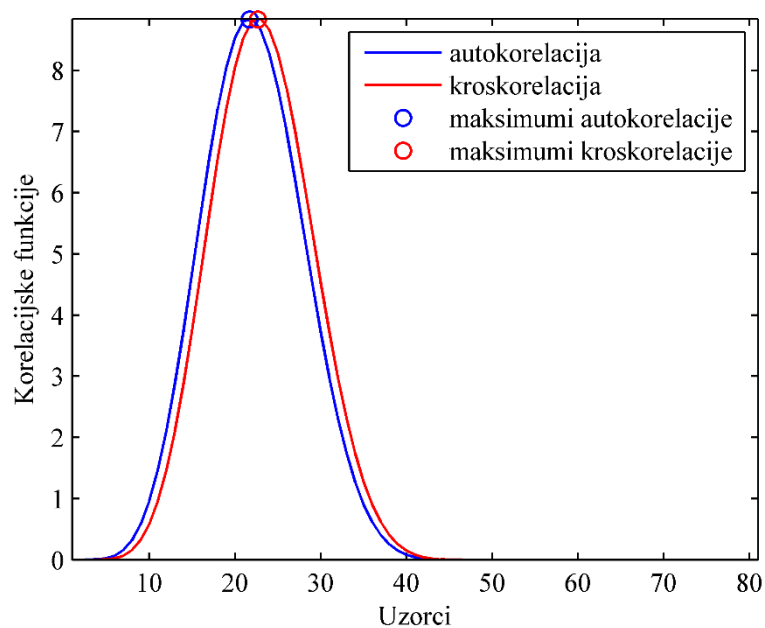


Slika 3.7: Realni i imaginarni dio originalnog signala

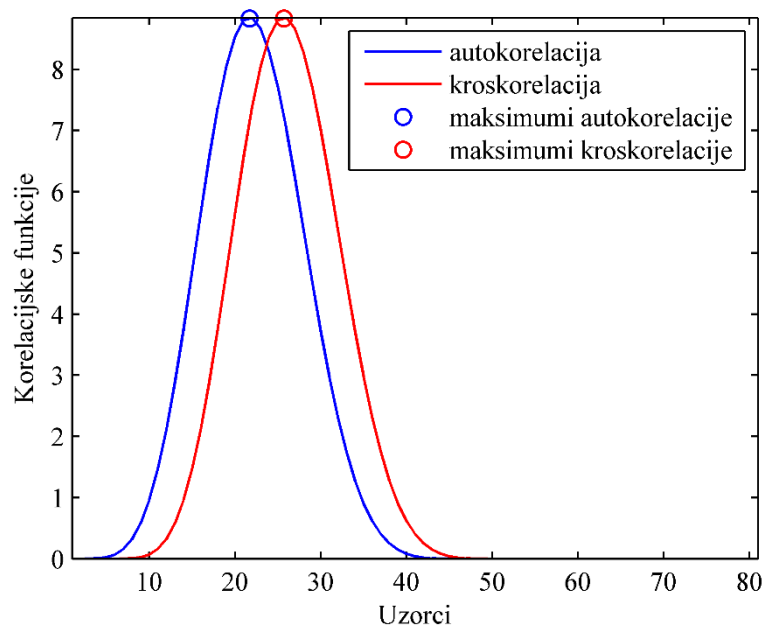


Slika 3.8: Apsolutne vrijednosti originalnog i zakašnjelih signala

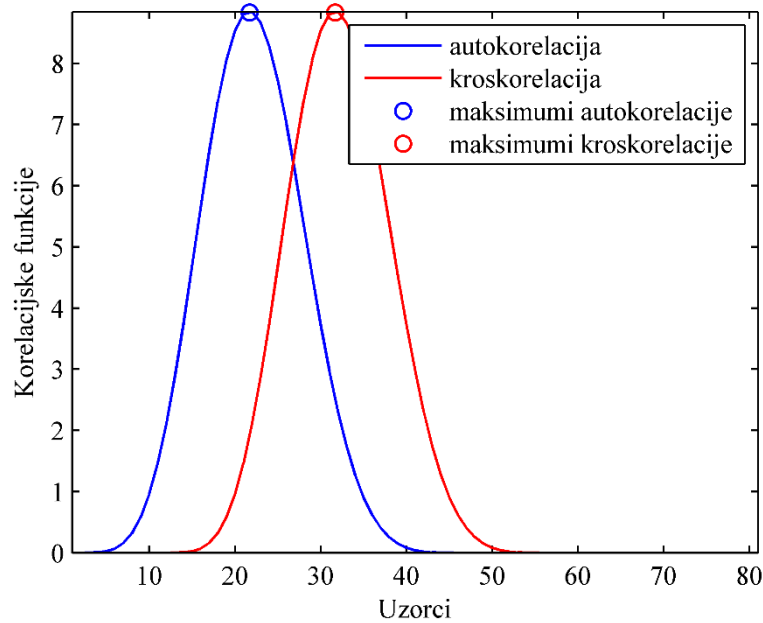
Nad apsolutnim vrijednostima signala su potom izvršene korelacijske funkcije. Za originalni signal izračunata je autokorelacija, dok su 3 zakašnjela signala kroskorelirana s originalnim signalom. Rezultati ovih operacija prikazani su na slikama 3.9, 3.10 i 3.11. U idealnom slučaju kao što je ovaj, detektor lokalnih maksimuma je rezultirao je jednim izraženim maksimumom. Za izračun kašnjenja signala potrebno je upariti maksimume i vremena maksimuma autokorelacije i kroskorelacije. Za sva 3 slučaja je kašnjenje izračunato na ovaj način bilo jednako stvarnom kašnjenju signala.



Slika 3.9: Korelacijske funkcije, kašnjenje 1 uzorak



Slika 3.10: Korelacijske funkcije, kašnjenje 4 uzoraka

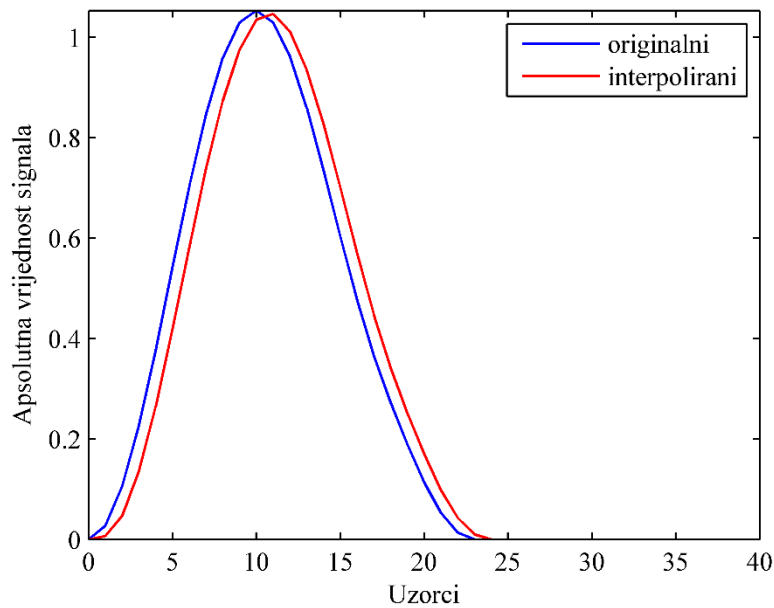


Slika 3.11: Korelacijske funkcije, kašnjenje 10 uzoraka

Nakon što je detekcija kašnjenja isprobana za cjelobrojna kašnjenja potrebno je provjeriti radi li taj sustav dobro i u slučaju necjelobrojnih kašnjenja. Za dobivanje signala zakašnjelog za necjelobrojne uzorke potrebno je napraviti njegovu interpolaciju koja se zatim otipka u interpoliranim točkama. Na ovaj način ostvareno je kašnjenje od 0.75 uzoraka. Apsolutne vrijednosti originalnog signala i signala zakašnjelog za necjelobrojno kašnjenje prikazane su na slici 3.12. Ovaj signal zatim je zakašnjen za 1, 4 i 10 uzoraka kao u prethodnom primjeru. Daljnja obrada bila je istovjetna onoj u slučaju cjelobrojnog kašnjenja. Izračunato kašnjenje za sva 3 slučaja bilo je točno na 2 decimale. U tablici 3.1 su dana postavljena i izmjerena kašnjenja za svaki od slučajeva.

Tablica 3.1: Postavljena i mjerena kašnjenja

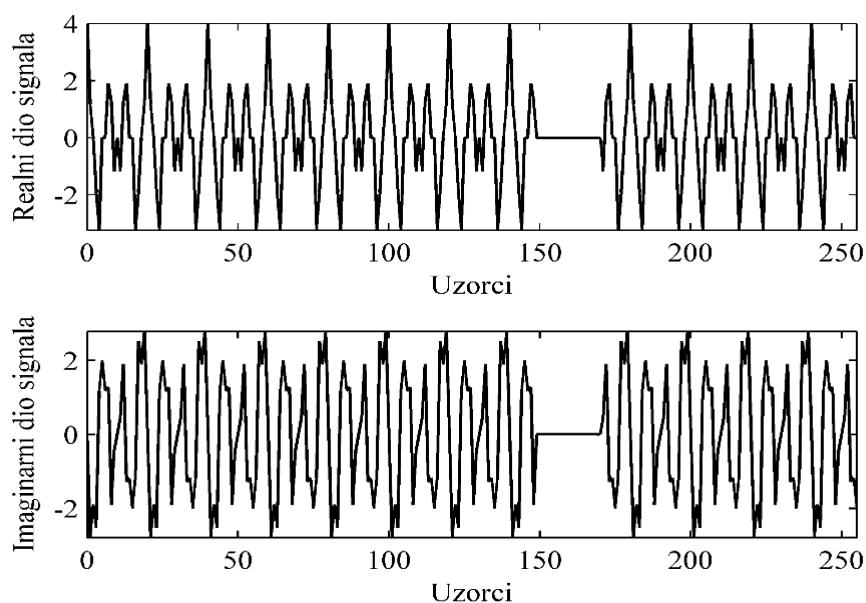
Postavljeno kašnjenje	Mjereno kašnjenje
1.75	1.7512
4.75	4.7512
10.75	10.7512



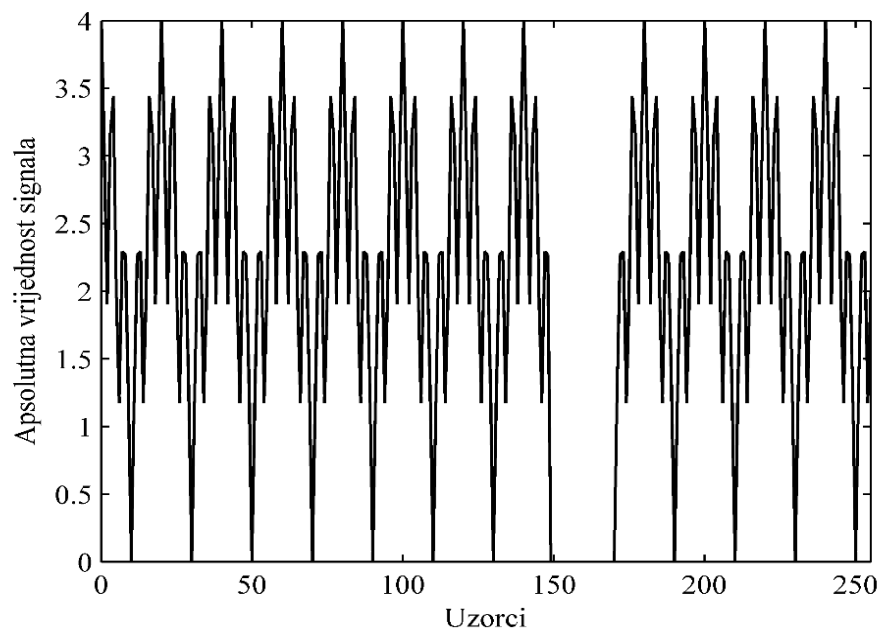
Slika 3.12: Apsolutne vrijednosti originalnog i zakašnjelog signala

3.5. Detekcija kašnjenja na snimljenom signalu

Na slici 3.13 dani su realni i imaginarni dio kompleksne ovojnice snimljene na radiju dok je na slici 3.14 prikazana njena apsolutna vrijednost. Kao i u prethodnom primjeru, signal je prvo pomaknut u vremenu za 3 cjelobrojna iznosa kašnjenja: 1, 4 i 10 uzoraka. Nad ovim signalima potom su izvršene operacije potrebne za detekciju kašnjenja signala.



Slika 3.13: Realni i imaginarni dio signala

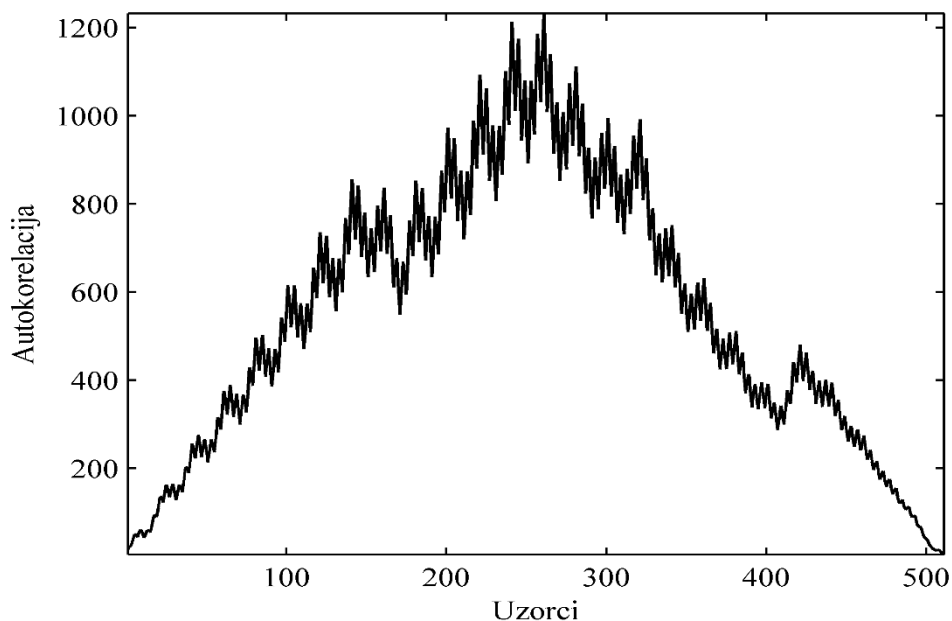


Slika 3.14: Apsolutna vrijednost signala

Zadana kašnjenja i rezultati detekcije kašnjenja dani su u tablici 3.2. Na slici 3.15 prikazana je autokorelacija ulaznog signala.

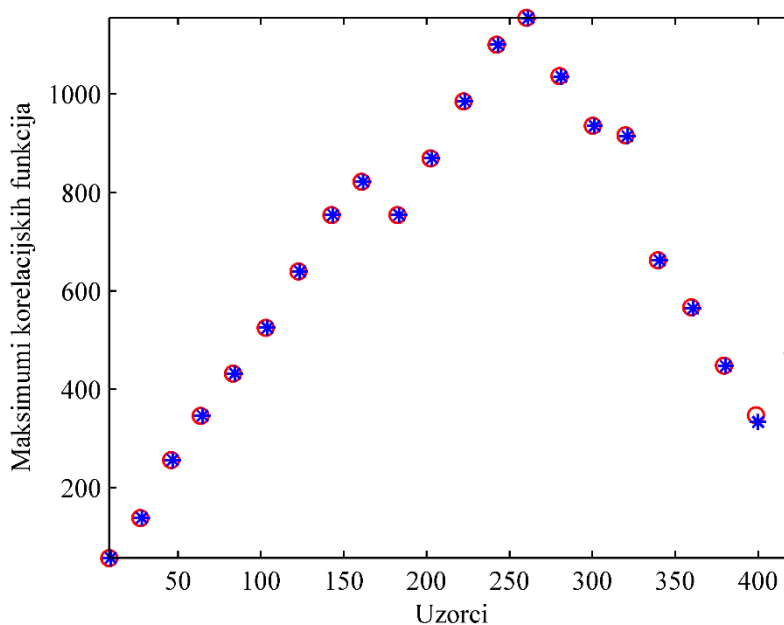
Tablica 3.2: Postavljena i mjerena kašnjenja

Postavljeno kašnjenje	Mjereno kašnjenje
1	1.0368
4	4.1536
10	10.0714

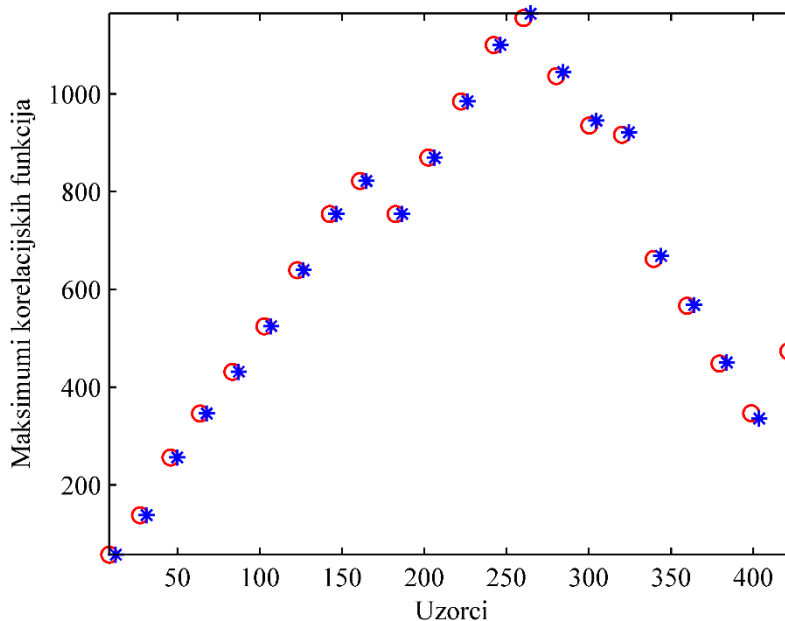


Slika 3.15: Autokorelacija

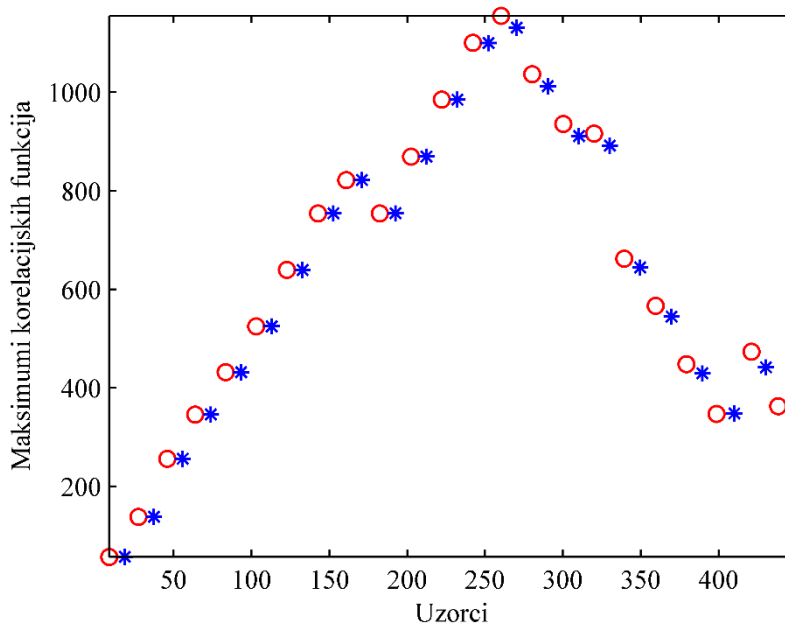
Na slikama 3.16, 3.17 i 3.18 su prikazani detektirani maksimumi korelacijskih funkcija za zadana kašnjenja redom od manjeg prema većem. Maksimumi autokorelacije prikazani su crvenim kružićima, a kroskorelacije plavim zvjezdicama.



Slika 3.16: Maksimumi korelacijskih funkcija, kašnjenje 1 uzorak

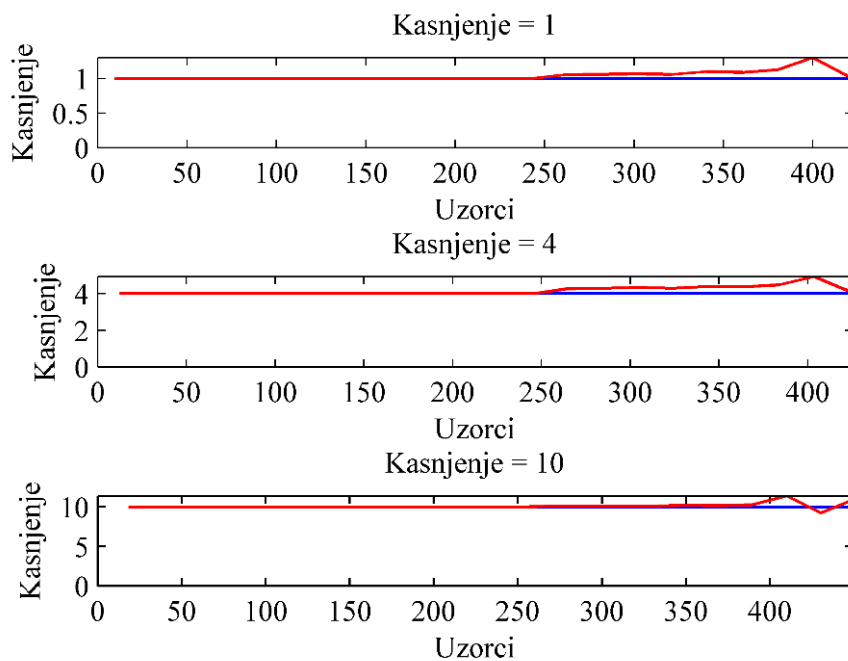


Slika 3.17: Maksimumi korelacijskih funkcija, kašnjenje 4 uzorka

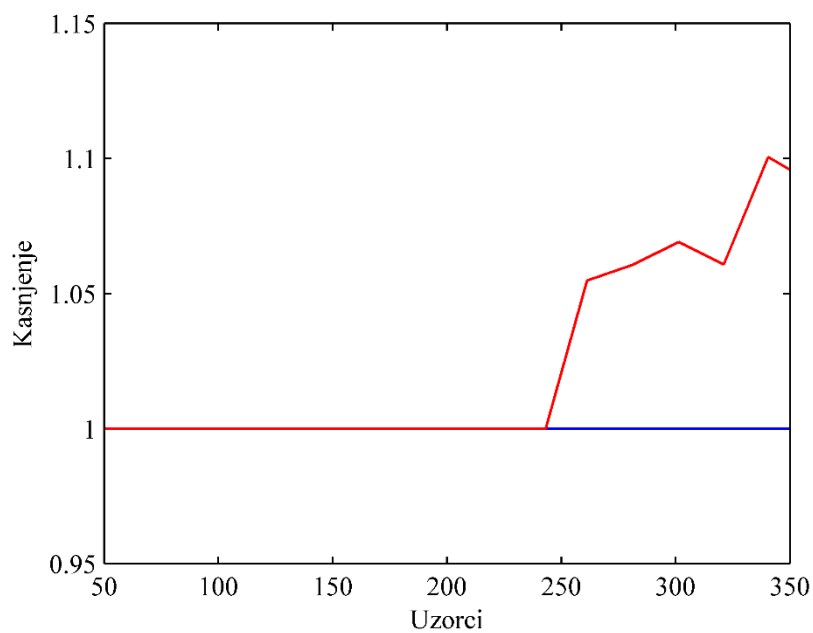


Slika 3.18: Maksimumi korelacijskih funkcija, kašnjenje 10 uzoraka

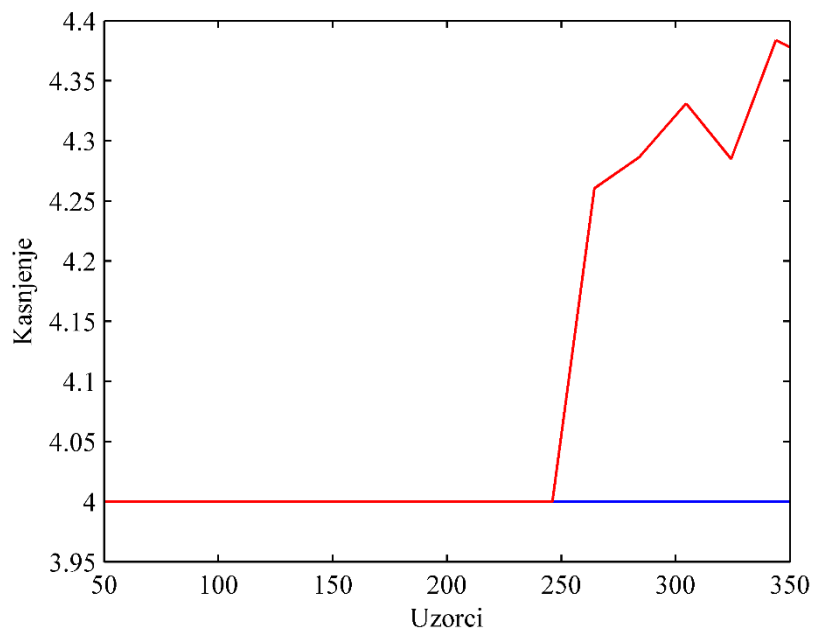
Na slici 3.19 prikazana su postavljena i mjerena kašnjenja u ovisnosti o vremenu maksimuma kroskorelacije. Plavom linijom iscrtano je idealno kašnjenjem dok su crvenom iscrtana mjerena kašnjenja. Na slikama 3.20, 3.21 i 3.22 prikazani su uvećani grafovi kašnjenja u ovisnosti o vremenima maksimuma kroskorelacije na područjima najvećeg interesa.



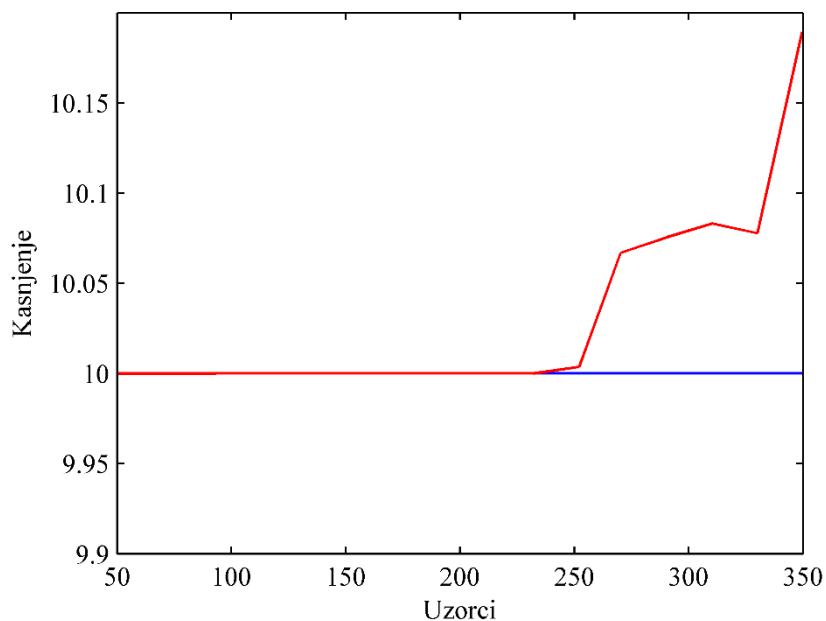
Slika 3.19: Idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja



Slika 3.20: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 1 uzorak

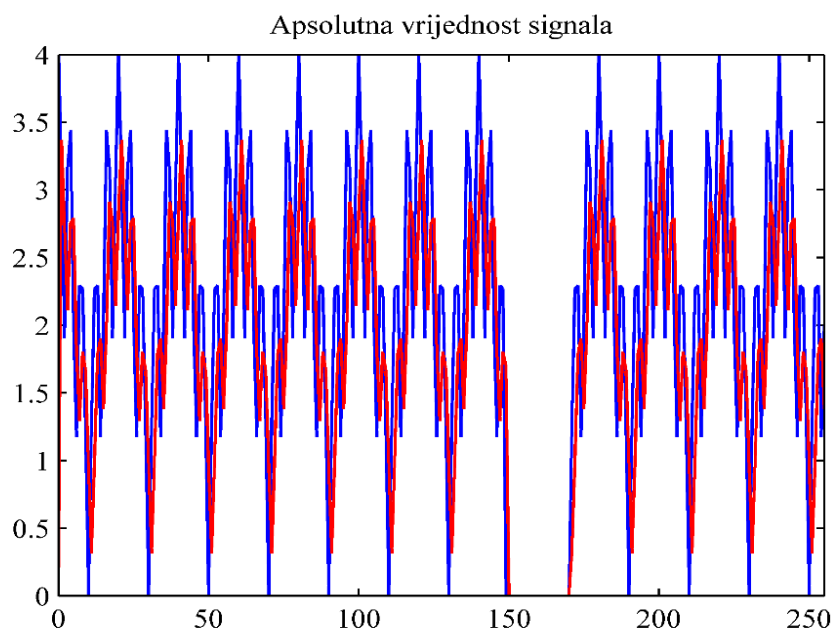


Slika 3.21: Uvećana idealna (plava) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 4 uzorka



Slika 3.22: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 10 uzoraka

Kao za umjetno generirani signal, i u slučaju signala snimljenog s radija napravljeno je mjerenje u slučaju necjelobrojnog kašnjenja iznosa 0.75. Na slici 3.23 prikazane su apsolutne vrijednosti originalnog i interpoliranog signala. Originalni signal iscrtan je crvenom, a interpolirani plavom linijom.

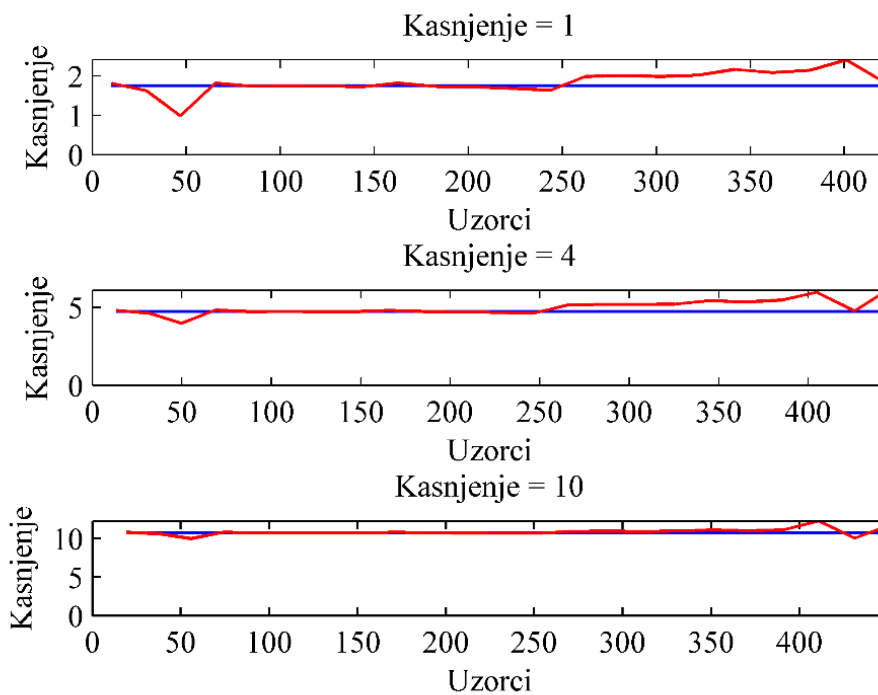


Slika 3.23: Apsolutna vrijednost originalnog (plavo) i interpoliranog (crveno) signala

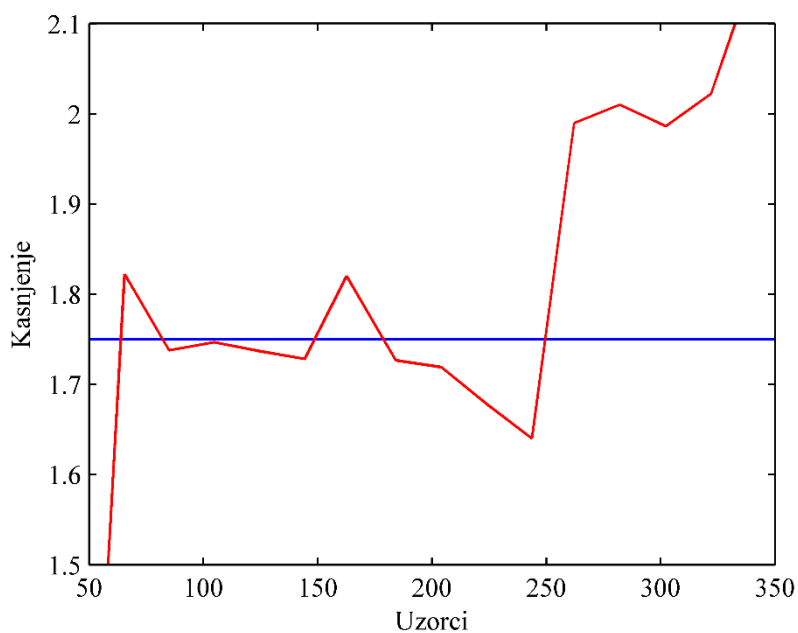
U tablici 3.3 su dana postavljena i mjerena kašnjenja za ovakav slučaj. Na slici 3.24 dana su idealna i mjerena kašnjenja u ovisnosti o vremenu maksimuma kroskorelacije. Idealno kašnjenje iscrtano je plavom, a mjereno crvenom linijom. Na slikama 3.25, 3.26 i 3.27 prikazana su uvećana kašnjenja u ovisnosti o vremenima maksimuma kroskorelacije na područjima najvećeg interesa.

Tablica 3.3: Postavljeno i mjereno kašnjenje

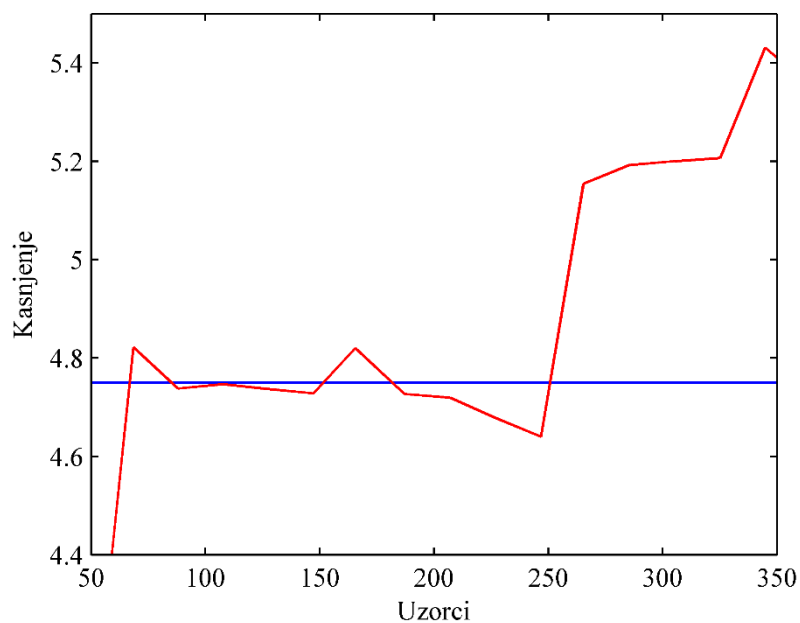
Postavljeno kašnjenje	Mjereno kašnjenje
1.75	1.7861
4.75	4.9248
10.75	10.8236



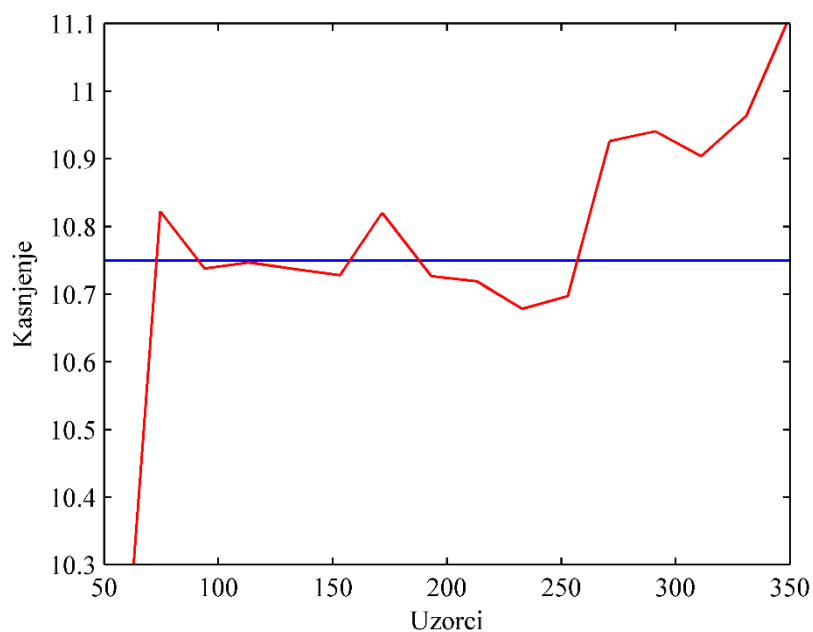
Slika 3.24: Idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja



Slika 3.25: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 1.75 uzoraka



Slika 3.26: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 4.75 uzoraka



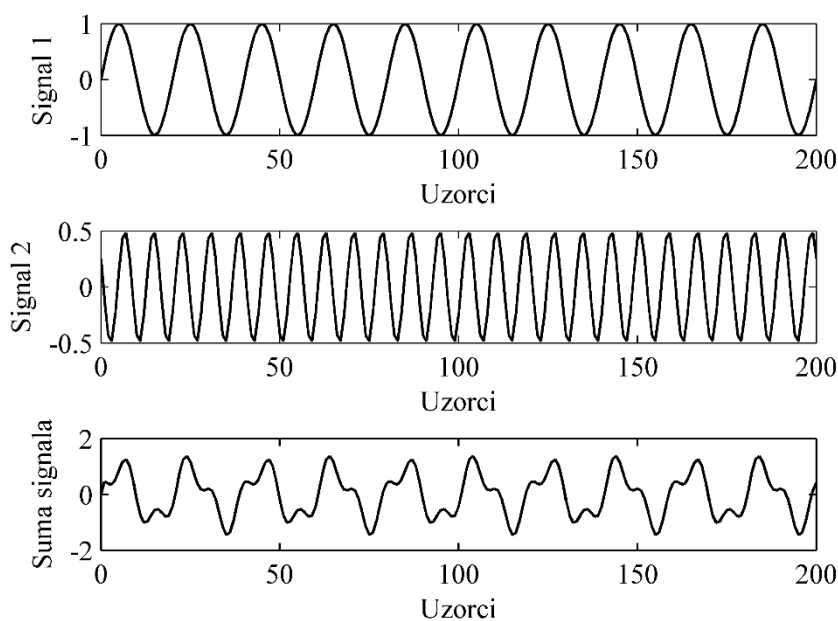
Slika 3.27: Uvećana idealna (plavo) i mjerena (crveno) kašnjenja, kašnjenje 10.75 uzoraka

3.6. Detekcija kašnjenja iz superponiranih signala

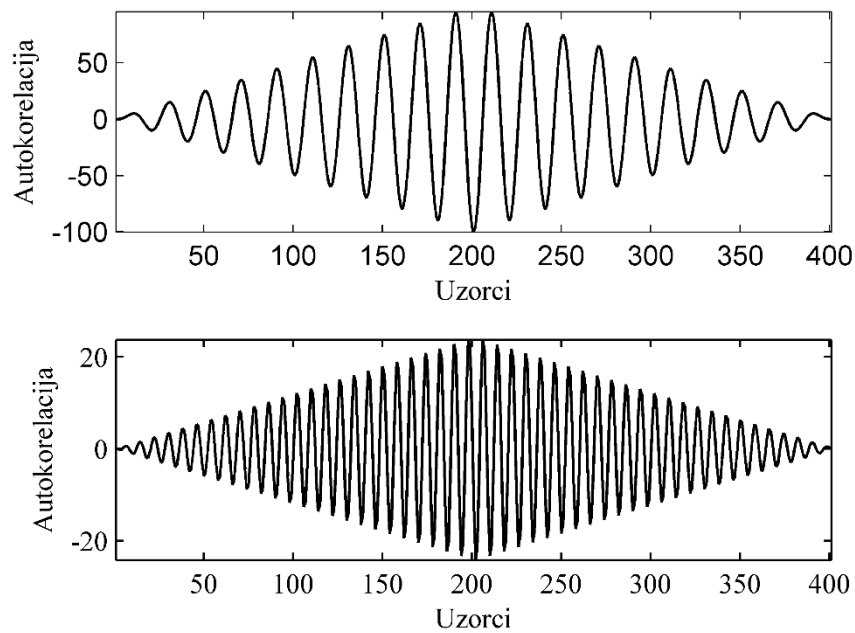
Nakon što je detekcija kašnjenja uhodana na jednom signalu, bilo je potrebno omogućiti detekciju pojedinačnih signala u njihovoj sumi. Ovo je prvo učinjeno za signale bez kašnjenja, a potom za slučaj kada jedan signal kasni za drugim.

Autokorelacija periodičkog signala rezultira funkcijom jednake frekvencije. Kroskorelacijom funkcije s nekim periodičnim signalom može se detektirati signale frekvencije signala korištenog za detekciju. Ova svojstva korištena su za ekstrakciju signala iz njihove sume.

Na slici 3.28 su prikazani korišteni signali i njihova suma. U ovom slučaju ni jedan od signala nije bio pomaknut u vremenu. Na slici 3.29 su prikazane autokorelacije ulaznih signala. Gornji prikaz je autokorelacija prvog, a donji drugog signala.



Slika 3.28: Signali

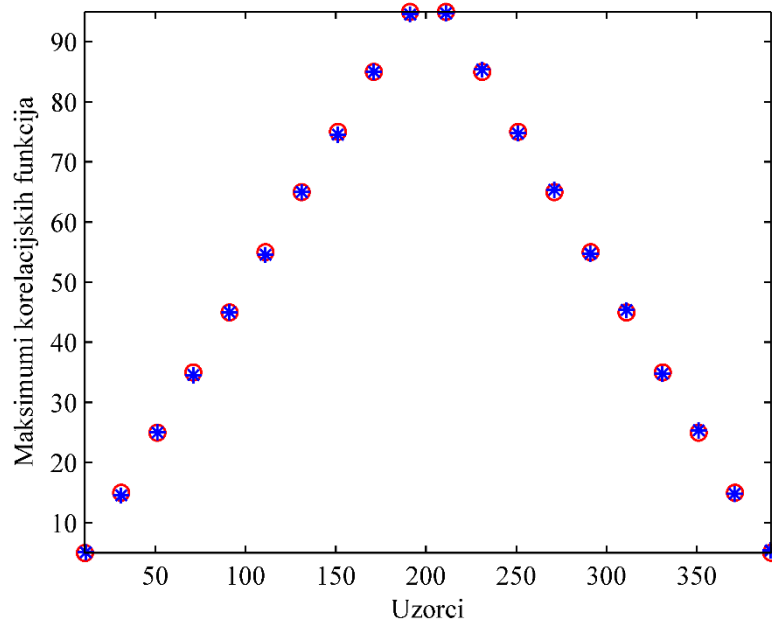


Slika 3.29: Autokorelacije ulaznih signala

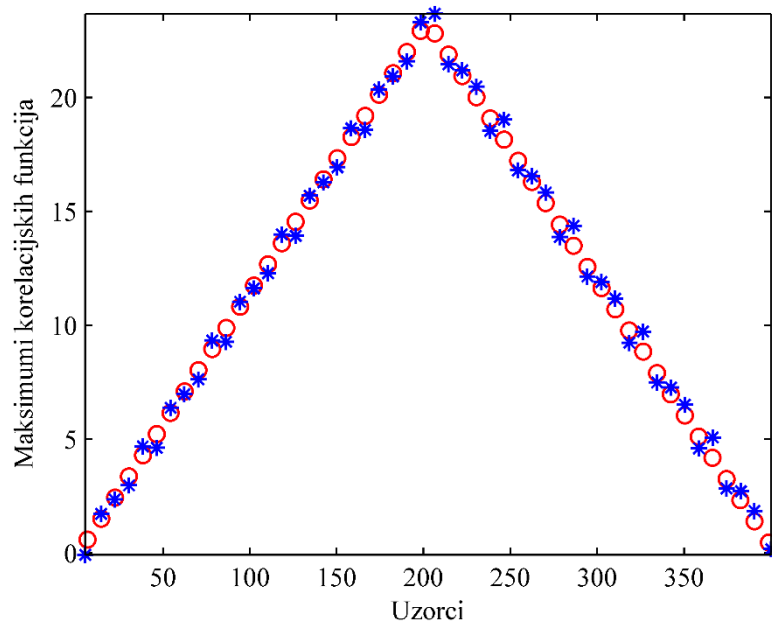
Na slikama 3.30 i 3.31 su prikazani detektirani maksimumi autokorelacije i kroskorelacije za svaki od ulaznih signala. Uočljivo je da se vremena maksimuma poklapaju. Maksimumi autokorelacije prikazani su crvenim kružićima, a kroskorelacije plavim zvjezdicama. U tablici su dana kašnjenja izračunata na način opisan u prethodnim poglavljima, korištenjem izraza (3.10).

Tablica 3.4: Postavljena i mjerena kašnjenja

Signal	Postavljeno kašnjenje	Mjereno kašnjenje
1	0	-0.0088
2	0	$3.068 \cdot 10^{-5}$

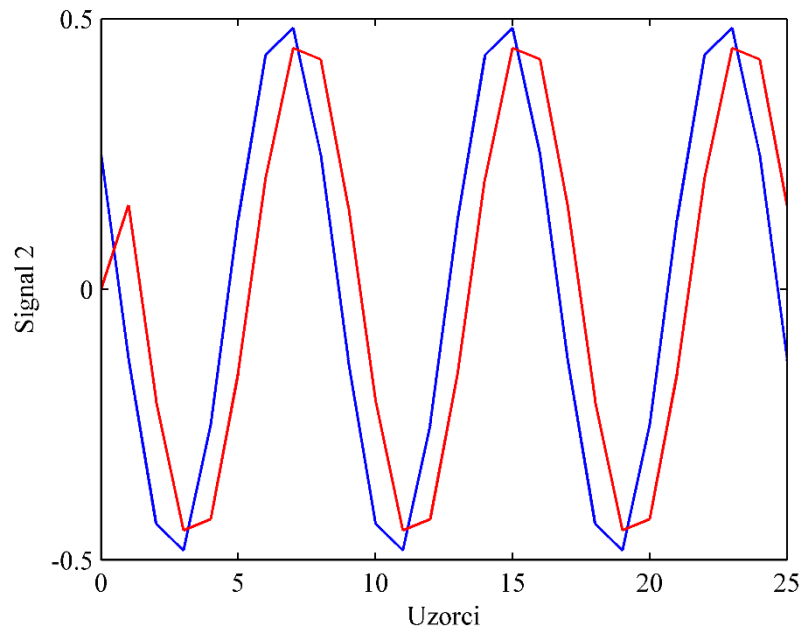


Slika 3.30: Maksimumi autokorelacije i kroskorelacije za signal 1



Slika 3.31: Maksimumi autokorelacije i kroskorelacije za signal 2

Detekcija signala isprobana je potom u slučaju kada je jedan od signala zakašnjen za 0.75 uzorka. Ovakvo kašnjenje izvedeno je interpolacijom originalnog signala i otipkavanjem interpoliranog signala u svakom četvrtom uzorku. Na slici 3.32 prikazana su prva 3 perioda originalnog i na ovaj način zakašnjelog signala. Originalni signal prikazan je plavom, a zakašnjeli crvenom linijom.

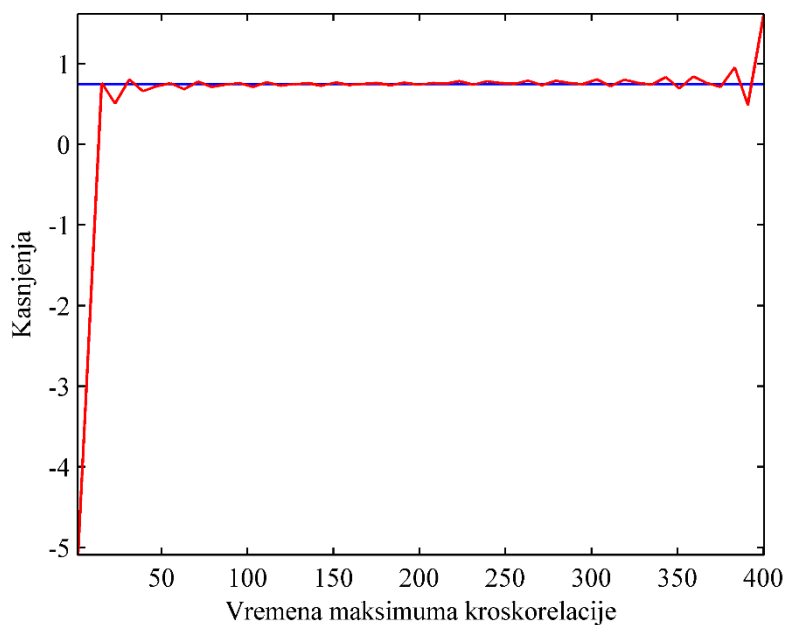


Slika 3.32: Originalni (plavo) i zakašnjeli (crveno) signal

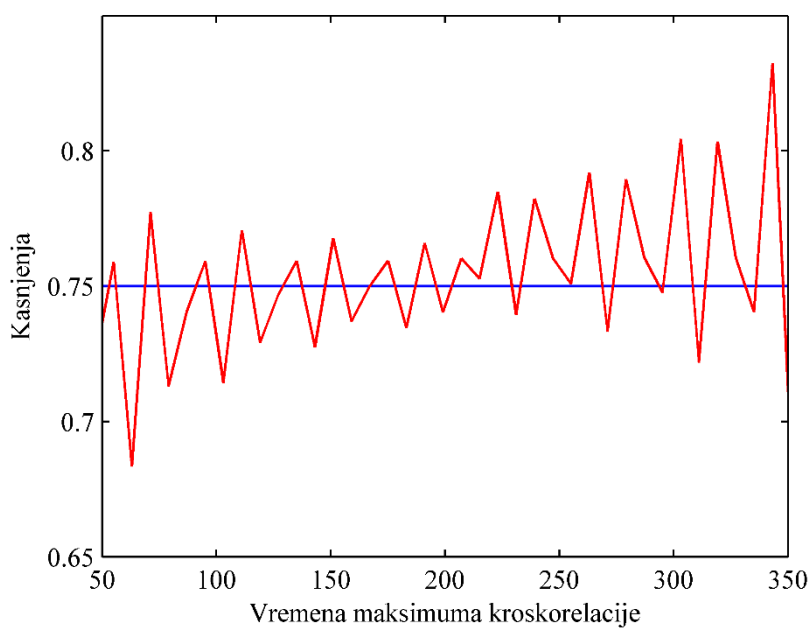
Kašnjenja dobivena u ovom slučaju dana su u tablici 3.5. Odstupanja mjerenih kašnjenja od postavljenih vide se tek na trećoj decimali. Na slici 3.33 dano je idealno i mjereno kašnjenje u ovisnosti o vremenima detektiranih maksimuma kroskorelacije. Idealno kašnjenje iscrtano je plavom, a mjereno crvenom linijom. Na slici 3.34 prikazan je uvećan dio idealnog i mjerenog kašnjenja na području od najvećeg interesa.

Tablica 3.5: Postavljena i mjerena kašnjenja

Signal	Postavljeno kašnjenje	Mjereno kašnjenje
1	0	-0.0010
2	0.75	0.7540



Slika 3.33: Idealno (plavo) i mjereno (crveno) kašnjenje za signal 2



Slika 3.34: Uvećano idealno (plavo) i mjereno (crveno) kašnjenje za signal 2

4. Kompenzacija faznog pomaka

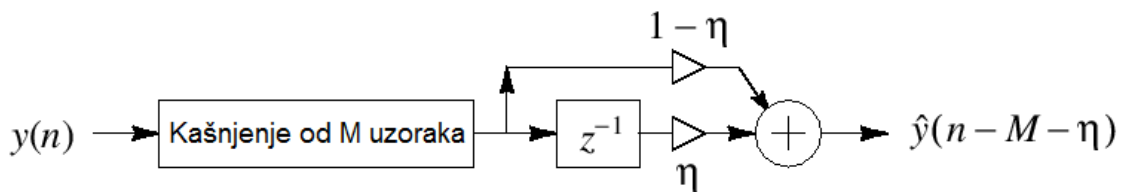
S obzirom da fazno kašnjenje koje sustav unosi ne mora biti cjelobrojno, za implementaciju linije za kašnjenje potrebno je koristiti filtre s varijabilnim kašnjenjem. Jedna od jednostavnijih implementacija necjelobrojnog kašnjenja je korištenjem linearne interpolacije^[5]. Potrebno je odabrati broj η između 0 i 1 koji određuje gdje se između uzoraka n i $n+1$ želi interpolirati signal y . η se naziva frakcionalnim kašnjenjem. Interpolirana vrijednost $\hat{y}(n+\eta)$ tada se može računati prema (4.1).

$$\hat{y}(n + \eta) = (1 - \eta) \cdot y(n) + \eta \cdot y(n + 1) \quad (4.1)$$

Faktoriranjem se ovaj izraz može svesti na (4.2).

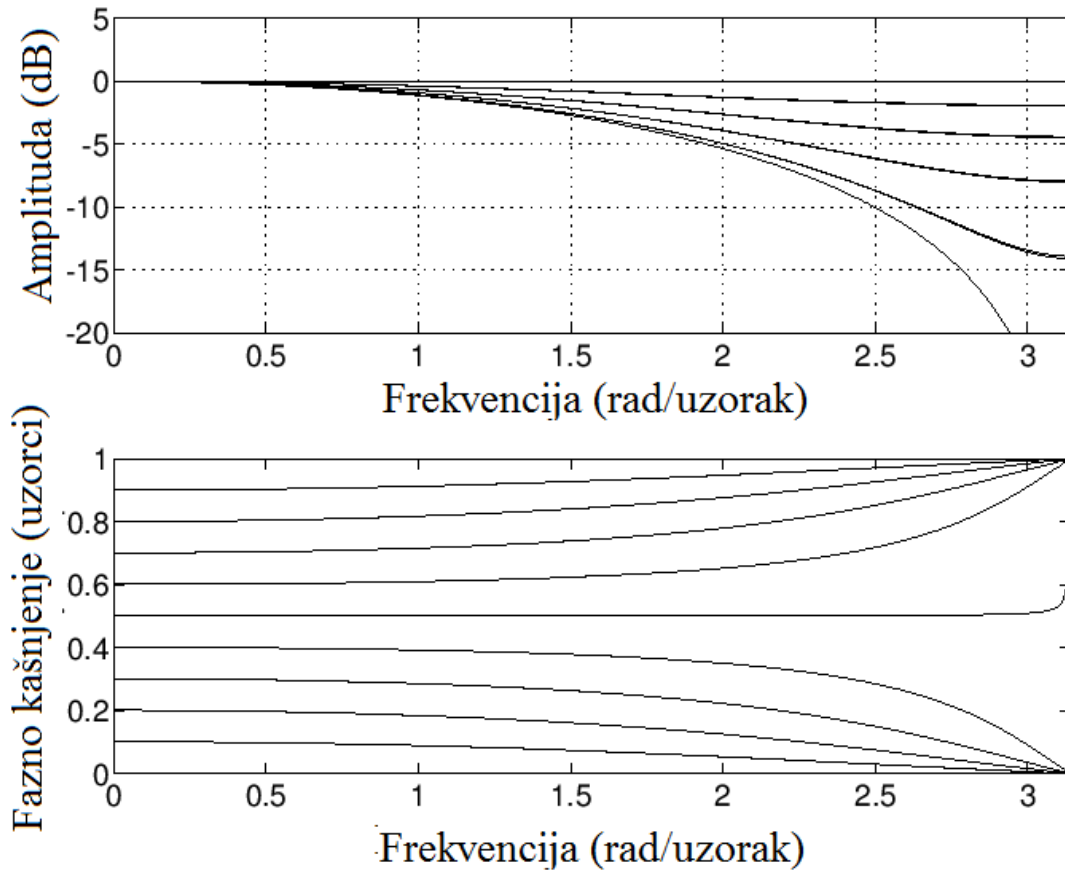
$$\hat{y}(n + \eta) = y(n) + \eta \cdot [y(n + 1) - y(n)] \quad (4.2)$$

Blokovski dijagram implementacije linije za kašnjenje linearnom interpolacijom dan je na slici 4.1. Za razliku od jednadžbi (4.1) i (4.2) na slici je izvedena interpolacija između uzoraka $n-M$ i $n-M+1$.



Slika 4.1: Linija za kašnjenje^[5]

Na slici 4.2 su dane frekvencijske karakteristike linearne interpolacije za fiksirano frakcionalno kašnjenje. U takvom slučaju ovaj filter predstavlja linearan i vremenski nezavisan (*engl. linear time invariant, LTI*) sustav.



Slika 4.2: Frekvencijske karakteristike linearne interpolacije^[5]

4.1. Lagrangeova interpolacija

Lagrangeova interpolacija je jedna od poznatih interpolacijskih tehnika. Za niz od $N+1$ poznatih uzoraka $f(x_k)$, pri čemu je $k=0,1,\dots,N$, potrebno je pronaći jedinstven polinom $y(x)$ reda N koji interpolira uzorke. Rješenje je moguće zapisati kao linearnu kombinaciju elementarnih polinoma:

$$y(x) = \sum_{k=0}^N l_k(x) \cdot f(x_k) \quad (4.3)$$

Pri čemu je:

$$l_k(x) = \frac{(x - x_0) \cdots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \cdots (x - x_N)}{(x_k - x_0) \cdots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \cdots (x_k - x_N)} \quad (4.4)$$

Polinom l_k predstavlja k -ti bazni polinom za konstrukciju polinomne interpolacije N -tog reda s $N+1$ uzoraka. Iz brojnika izraza za $l_k(x)$ vidljivo je da je on jednak nuli za sve uzorke osim k -tog, dok ga za uzorak x_k nazivnik skalira na 1. Izraz (4.5) može se sažeti na:

$$l_k(x_j) = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases} \quad (4.5)$$

Lagrangeov interpolator^[6] postaje FIR filter u slučaju jednoliko uzorkovanog signala, kada je $x_k = kT$ za fiksni interval T . Takvi filteri nazivaju se filterima s varijabilnim kašnjenjem jer rezultiraju necjelobrojnim kašnjenjem. Uz interval uzorkovanja T postavljen na 1, interpolacija u točki x računa se prema

$$y(x) = h(0)f(x_N) + h(1)f(x_{N-1}) + \dots + h(N)f(x_0) \quad (4.6)$$

gdje $h(n)$ predstavlja impulsni odziv ovakvog filtra.

Najbolji rezultati ovakve interpolacije dobivaju se u okolini $x = N/2$. Za kašnjenja izvan tog raspona koeficijenti mogu biti posmaknuti da bi se željeno kašnjenje translateralo u tu okolinu.

Kod primjena filtera s varijabilnim kašnjenjem, uobičajeno je da se interpolator pomiče po uzorcima da bi generirao niz interpoliranih vrijednosti i na taj način omogućio implementaciju necjelobrojnog kašnjenja signala, što je dano izrazom

$$\hat{y}\left(n - \frac{N}{2} - \eta\right) = h(0)y(n) + h(1)y(n-1) + \dots + h(N)y(0) \quad (4.7)$$

Ovakav interpolator može se protumačiti kao FIR filter s linearnom faznom karakteristikom koja odgovara kašnjenju od $N/2 + \eta$ uzoraka. Takvi filteri koriste se u seriji s linijom za kašnjenje za implementaciju kontinuiranog kašnjenja kod diskretnih signala.

Za željeno frakcionalno kašnjenje Δ moguće je impulsni odziv Lagrangeovog interpolatora zapisati:

$$h_{\Delta}(n) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq n}}^N \frac{\Delta - k}{n - k}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (4.8)$$

U tablici 4.1 su dani izrazi impulsnih odziva izvedeni za prva 3 reda. Vidljivo je da se u slučaju $N=1$ Lagrangeova interpolacija svodi na linearnu.

Tablica 4.1: Izrazi za impulsne odzive Lagrangeovog interpolatora

	$h_{\Delta}(0)$	$h_{\Delta}(1)$	$h_{\Delta}(2)$	$h_{\Delta}(3)$
N = 1	$1 - \Delta$	Δ	0	0
N = 2	$\frac{(\Delta - 1)(\Delta - 2)}{2}$	$-\Delta(\Delta - 2)$	$\frac{\Delta(\Delta - 1)}{2}$	0
N = 3	$-\frac{(\Delta - 1)(\Delta - 2)(\Delta - 3)}{6}$	$\frac{\Delta(\Delta - 2)(\Delta - 3)}{2}$	$-\frac{\Delta(\Delta - 1)(\Delta - 3)}{2}$	$\frac{\Delta(\Delta - 1)(\Delta - 2)}{6}$

Jedno od svojstava Langrangeove interpolacije je simetrija njenih koeficijenata:

$$h_{\Delta}(n) = h_{N-\Delta}(N - n), n = 0, 1, \dots, N \quad (4.9)$$

Pri tome N predstavlja red interpolatora. Koeficijenti za kašnjenje $N-\Delta$ su zrcaljeni koeficijenti koji se dobiju za kašnjenje Δ .

Svojstva interpolatora uvelike ovise o parnosti njegovog reda N. Interpolatori neparnog reda N rezultiraju boljom faznom karakteristikom, što za sobom povlači bolju točnost kašnjenja. Nasuprot tome, interpolatori parnog reda N daju bolju amplitudnu karakteristiku, što predstavlja bolje pojačanje.

4.2. Implementacija kompenzacije kašnjenja

Detektirano kašnjenje D jest decimalan broj koji je potrebno razdvojiti na cijeli broj D_{int} i ostatak D_{frac} :

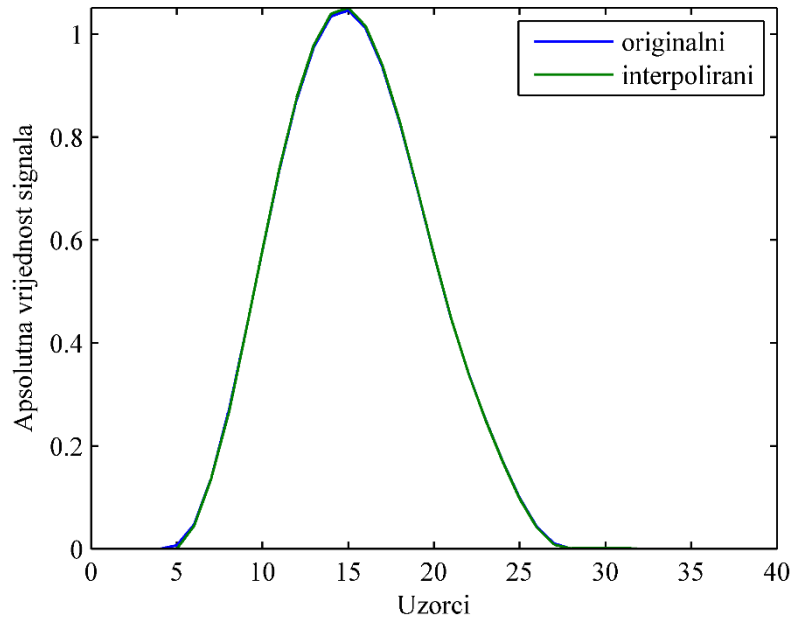
$$D = D_{int} \mp D_{frac} \quad (4.10)$$

Cjelobrojni dio kašnjenja određuje se zaokruživanjem detektiranog kašnjenja na najbliži cijeli broj, dok se ostatak računa kao razlika detektiranog kašnjenja i cjelobrojnog dijela:

$$D_{frac} = D_{int} - D \quad (4.11)$$

Originalni signal potrebno je prvo zakasniti za cjelobrojni dio kašnjenja. Necjelobrojni dio kašnjenja postiže se korištenjem Lagrangeovog interpolatora. Funkciji za računanje koeficijenata predaju se željeni red filtra te necjelobrojno kašnjenje. Nakon što su dobiveni potrebni koeficijenti, cjelobrojno zakašnjen signal

filtrira se izračunatim interpolatorom. Na slici 4.3 su prikazana apsolutna vrijednost kosinusnog impulsa kašnjenja 4.75, te apsolutna vrijednost signala dobivenog kompenzacijom kašnjenja koristeći interpolator reda 4. Može se vidjeti da se interpolirani signal dobro poklapa s originalnim.

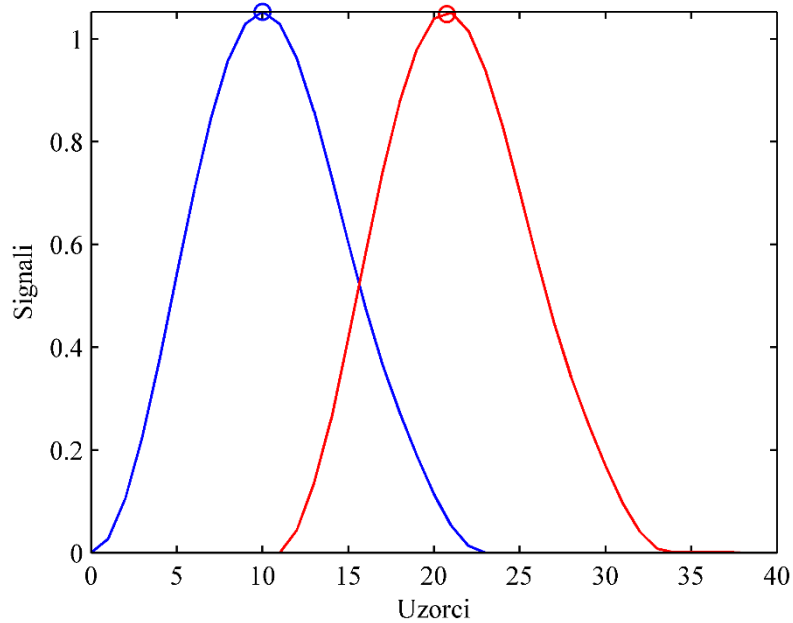


Slika 4.3: Originalni i zakašnjeli signal

Za svaki od zakašnjelih signala određen je njegov maksimum. Ovo je učinjeno i za ulazni signal. Da bi se provjerila točnost kašnjenja oduzeta su vremena na kojima su detektirani maksimumi. Rezultati su dani u tablici. Ostvareno kašnjenje točno je na dvije decimale. Na slici je prikazan originalan signal i njegov maksimum zajedno sa signalom zakašnjelim za 10.75 uzoraka, i njegovim maksimumom. Originalni signal prikazan je plavom, a zakašnjeli crvenom linijom.

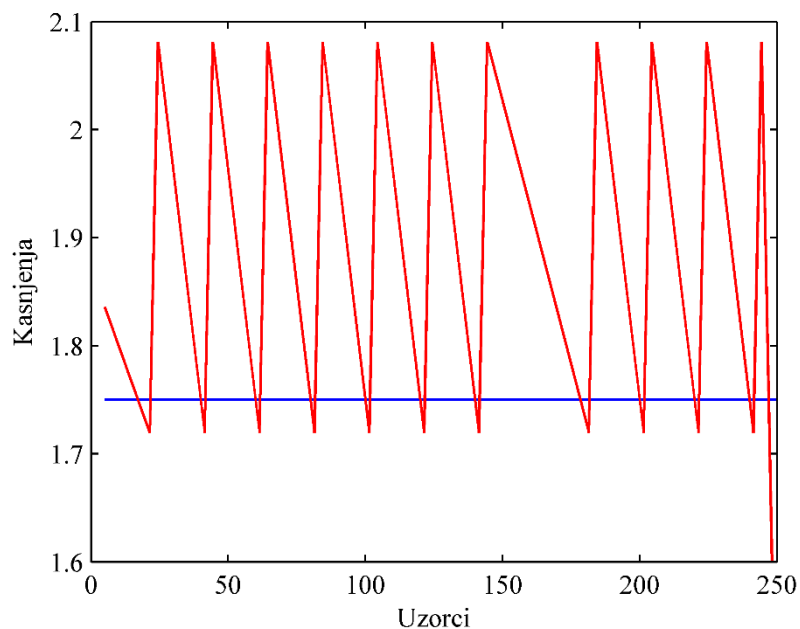
Tablica 4.2: Očekivano i mjereno kašnjenje

Očekivano kašnjenje	Mjereno kašnjenje
1.75	1.7544
4.75	4.7544
10.75	10.7544



Slika 4.4: Originalni (plavo) i zakašnjeli (crveno) signal

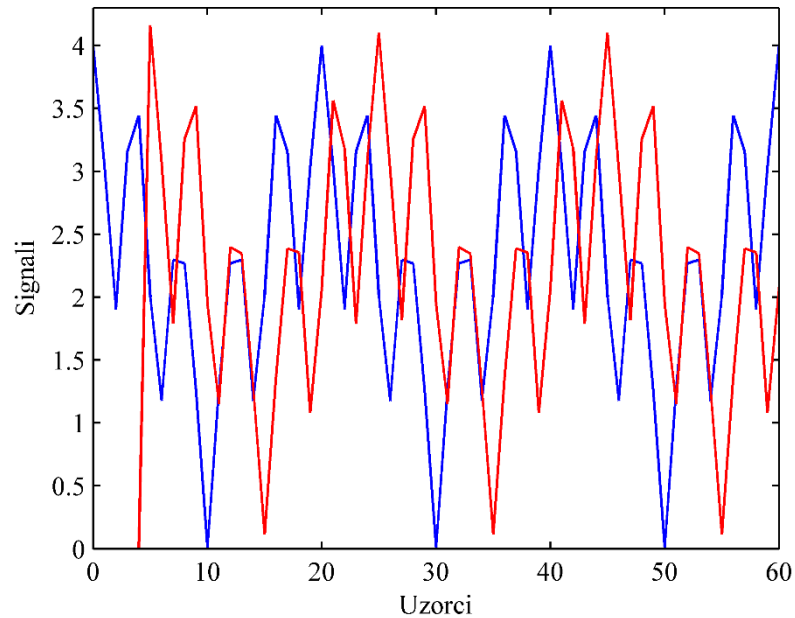
Isti postupak ponovljen je za signal snimljen s radija. Na slici 4.5 prikazano je idealno kašnjenje, te odstupanje od njega kod zakašnjelog signala dobivenog Lagrangeovom interpolacijom.



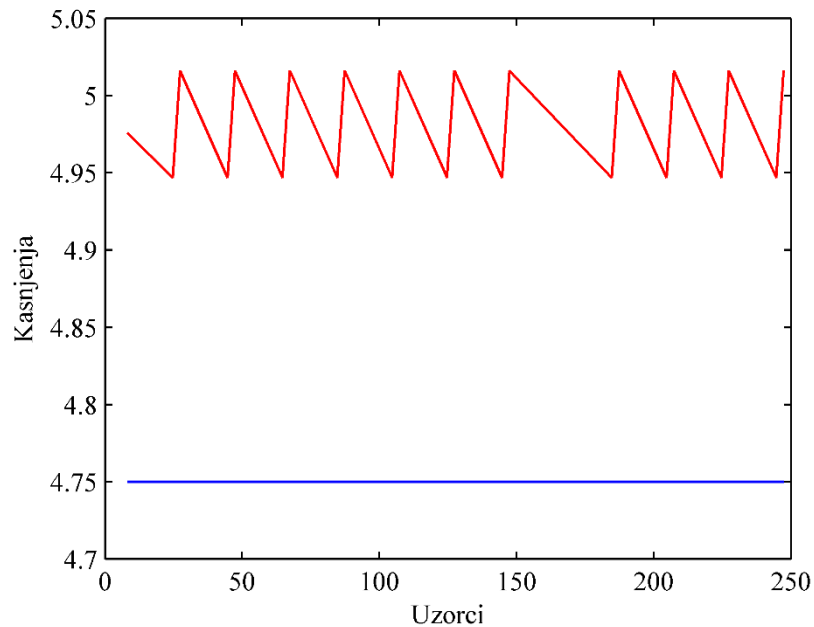
Slika 4.5: Idealno (plavo) i mjereno (crveno) kašnjenje signala

Na slici 4.6 prikazano je prvih 60 uzoraka originalnog i zakašnjelog signala u slučaju kašnjenja 4.75 uzoraka. Originalni signal prikazan je plavom, a zakašnjeli

crvenom bojom. Na slici 4.7 dana su idealna i mjerena kašnjenja signala. U ovom slučaju mjereno kašnjenje vidljivo je da mjereno kašnjenje više odstupa od idealnog nego za prethodni slučaj. Do ovoga je došlo zbog veće pogreške prilikom detekcije kašnjenja signala.

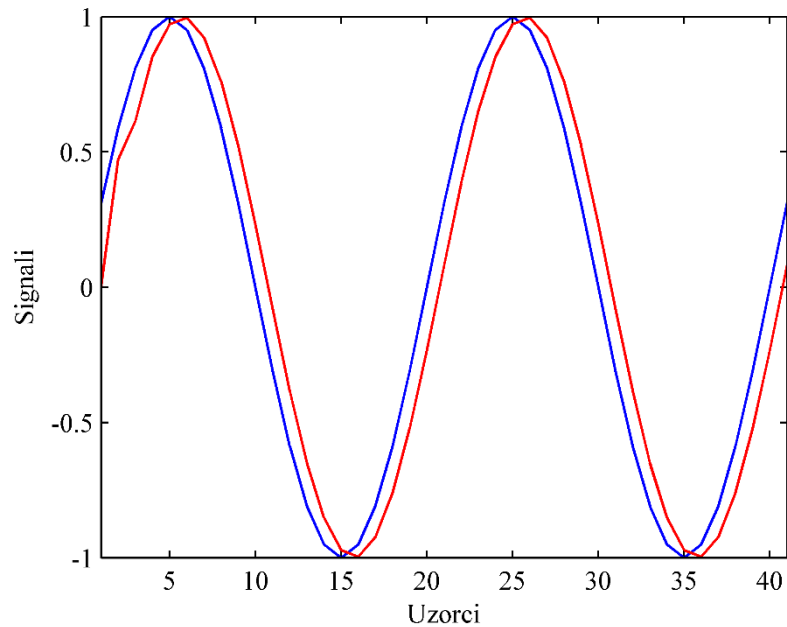


Slika 4.6: Originalni (plavo) i zakašnjeni (crveno) signal

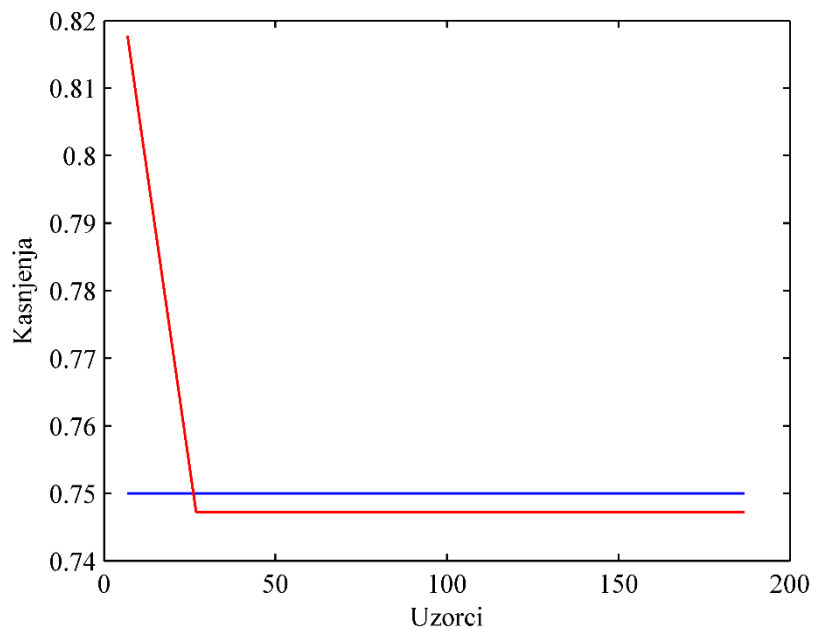


Slika 4.7: Idealno i mjereno kašnjenje

U slučaju sume signala potrebno je nezakašnjeli signal zakasniti za iznos kašnjenja drugog signala. Na slici 4.8 prikazana su prva 2 perioda originalnog te signala zakašnjelog za 0.75 uzoraka. Originalni signal prikazan je plavom, a zakašnjeli crvenom linijom. Na slici 4.9 dan je prikaz idealnog i mjereno kašnjenja.



Slika 4.8: Originalni (plavo) i zakašnjeli (crveno) signal



Slika 4.9: Idealno (plavo) i mjereno (crveno) kašnjenje

5. Zaključak

U okviru ovog diplomskog rada obrađen je problem detekcije i kompenzacije faznog pomaka nosilaca kod antenskog sustava. Detekcija faznog pomaka izvršena je detekcijom kašnjenja korištenjem korelacijskih funkcija. One su se pokazale uspješnima za ovu namjenu. Ovisno o svojstvima signala rezultirale su preciznijom detekcijom, no uvijek u zadovoljavajućim granicama točnosti. Za kompenzaciju kašnjenja Lagrangeov interpolator rezultirao je malenim odstupanjem od originalnog signala već za red filtra jednak 1.

Na ovom području ima još mnogo mogućnosti za daljnji napredak i usavršavanje. Postojeći sustav moguće je proširiti za veći broj antena. Preciznija detekcija kašnjenja jedna je od opcija daljnjeg usavršavanja ovog sustava.

6. Literatura

- [1] Vučić, M. Predavanja iz predmeta Obrada signala u komunikacijama, 2015
- [2] Lončarić, S., Seršić, D. Predavanja iz predmeta Slučajni procesi u sustavima, 2014
- [3] Schafer, R.W. What Is a Savitzky-Golay filter? [Lecture notes]. IEEE Signal Processing Magazine. Vol 28, broj 4 (srpanj 2011), 111-117
- [4] Molnar, G. Interna dokumentacija, Ericsson Nikola Tesla
- [5] Smith, J.O. Physical Audio Signal Processing. [Online]. Dostupno: <https://ccrma.stanford.edu/~jos/pasp/>. 2010. Pristup: 15.6.2016.
- [6] Valimaki, V. Principles of fractional delay filters. 2000 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Istanbul, 2000, 3870-3873

7. Sažetak

Detekcija i kompenzacija faznih pomaka nosilaca tijekom kalibracije antenskog sustava

Kod antenskih sustava dolazi do neželjene pojave faznog pomaka nosilaca. Ove pomake moguće je detektirati određivanjem kašnjenja signala. To je ostvarivo korištenjem autokorelacije i kroskorelacije. Za izračunate korelacijske funkcije traže se vremena i iznosi lokalnih maksimuma koji se uparuju. Kašnjenje se računa kao razlika vremena detektiranog maksimuma kod korelacije i autokorelacije za svaki par. Prilikom računanja kašnjenja kao težinska funkcija koristi se kroskorelacija. Detektirano kašnjenje dijeli se na cjelobrojni i frakcionalni dio. Originalni signal prvo se zakasni za cijeli broj i potom Lagrangeovim interpolatorom za frakcionalni dio.

Ključne riječi: kompleksna ovojnica, antenski sustav, fazni pomak, kroskorelacija, autokorelacija, Savitzky-Golay filter, precizan pronalazak maksimuma, Lagrangeova interpolacija, frakcionalno kašnjenje

8. Abstract

Detection and compensation of phase shifts of carriers during antenna calibration

Unwanted phase shift of carriers occurs in antenna systems. These shifts can be detected by determination of signal delay. This can be done using autocorrelation and cross correlation. Times and magnitude of local maxima must be found for calculated correlations. Delays are calculated as the difference between times of detected maxima for autocorrelation and cross correlation for each pair. When calculating total delay, cross correlation is used as weight function. Detected delay is separated to integer and fractional part. First, original part is delayed for the integer part, and later for fractional part using Lagrange interpolator.

Keywords: complex envelope, antenna system, phase shift, cross correlation, autocorrelation, Savitzky-Golay filter, fine tuning, Lagrange interpolation, fractional delay

Dodatak A: Skripta za obradu generiranog signala s necjelobrojnim kašnjenjem

```

%-----
%% complex signals - original and delayed
%-----

t = 0:40;                % vector of time
L = length(t);          % length of time vector

% original signals
xInI = zeros(size(t));
xInQ = zeros(size(t));

Lx = 20;                 % length of pulse

xInI(1:Lx) = hann(Lx);
xInQ(5:Lx+4) = 0.5*hann(Lx);
xInOrig = xInI + 1i*xInQ; % complex signal

%-----
%% implement non integer delay
%-----

% interpolate original signal
tInterp = 0:0.25:40;
xInInterp = interp1(t,xInOrig,tInterp);

% sample interpolated signal
xIn = zeros(size(xInOrig));
xIn(2:end) = xInInterp(2:4:end);

%-----
%% add integer delay
%-----

% different delays
delay01 = 1;
delay04 = 4;
delay10 = 10;

% delayed signals
xOut01 = zeros(size(t)) + 1i*zeros(size(t));
xOut01(1+delay01:end) = xIn(1:end-delay01);

xOut04 = zeros(size(t)) + 1i*zeros(size(t));
xOut04(1+delay04:end) = xIn(1:end-delay04);

xOut10 = zeros(size(t)) + 1i*zeros(size(t));
xOut10(1+delay10:end) = xIn(1:end-delay10);

% export signals for plotting
signals = [t' xInOrig' xIn' xOut01' xOut04' xOut10'];
% save('signalsRCnon.mat','signals');

```

```
%-----  
%% correlations  
%-----  
  
tCorr = 1:2*L-1;          % time vector for correlations  
  
% original signal autocorrelation  
xAutoCorr = conv(abs(xInOrig), abs(xInOrig));  
  
% crosscorrelation of original and delayed signal  
xCrossCorr01 = conv(abs(xInOrig), abs(xOut01));  
xCrossCorr04 = conv(abs(xInOrig), abs(xOut04));  
xCrossCorr10 = conv(abs(xInOrig), abs(xOut10));  
  
% export correlations for plotting  
correlations = [tCorr' xAutoCorr' xCrossCorr01' xCrossCorr04'  
xCrossCorr10'];  
% save('correlationsRCnon.mat','correlations');  
  
%-----  
%% maxima of correlations  
%-----  
  
[txAutoCorr, maxAutoCorr] = local_max01(xAutoCorr,6);  
[txCrossCorr01, maxCrossCorr01] = local_max01(xCrossCorr01,6);  
[txCrossCorr04, maxCrossCorr04] = local_max01(xCrossCorr04,6);  
[txCrossCorr10, maxCrossCorr10] = local_max01(xCrossCorr10,6);  
  
%-----  
%% remove maxima without pair  
%-----  
  
[maxAuto01, txAuto01, maxCross01, txCross01] = ...  
    pairs(maxAutoCorr, txAutoCorr, maxCrossCorr01, txCrossCorr01);  
[maxAuto04, txAuto04, maxCross04, txCross04] = ...  
    pairs(maxAutoCorr, txAutoCorr, maxCrossCorr04, txCrossCorr04);  
[maxAuto10, txAuto10, maxCross10, txCross10] = ...  
    pairs(maxAutoCorr, txAutoCorr, maxCrossCorr10, txCrossCorr10);  
  
% export maxima for plotting  
maxData01 = [txAuto01' maxAuto01' txCross01' maxCross01'];  
maxData04 = [txAuto04' maxAuto04' txCross04' maxCross04'];  
maxData10 = [txAuto10' maxAuto10' txCross10' maxCross10'];  
% save('maxData01RCnon.mat','maxData01');  
% save('maxData04RCnon.mat','maxData04');  
% save('maxData10RCnon.mat','maxData10');  
  
%-----  
%% calculate delays  
%-----  
  
measDelay01 = calculateDelay(maxCross01,txCross01,txAuto01);  
measDelay04 = calculateDelay(maxCross04,txCross04,txAuto04);  
measDelay10 = calculateDelay(maxCross10,txCross10,txAuto10);
```

```
%-----  
%% delay implementation  
%-----  
  
% integer part of delay  
delayInt01 = round(measDelay01);  
delayInt04 = round(measDelay04);  
delayInt10 = round(measDelay10);  
  
% fractional part of delay  
delayFrac01 = measDelay01-delayInt01;  
delayFrac04 = measDelay04-delayInt04;  
delayFrac10 = measDelay10-delayInt10;  
  
%-----  
%% Lagrange coefficients for fractional part  
%-----  
  
N = 4;                                % filter order  
h01 = lagrangeCoeffs(N,delayFrac01);  
h04 = lagrangeCoeffs(N,delayFrac04);  
h10 = lagrangeCoeffs(N,delayFrac10);  
  
% vectors for delayed signal  
xDelay01 = zeros(size(xInOrig));  
xDelay04 = zeros(size(xInOrig));  
xDelay10 = zeros(size(xInOrig));  
  
%-----  
%% add delay  
%-----  
  
% delay for integer part  
xDelay01(1+delayInt01:end)=xInOrig(1:(end-delayInt01));  
xDelay04(1+delayInt04:end)=xInOrig(1:(end-delayInt04));  
xDelay10(1+delayInt10:end)=xInOrig(1:(end-delayInt10));  
  
% delay for fractional part  
xDelayFinal01 = filter(h01,1,xDelay01);  
xDelayFinal04 = filter(h04,1,xDelay04);  
xDelayFinal10 = filter(h10,1,xDelay10);
```

Dodatak B: Skripta za obradu snimljenog signala s necjelobrojnim kašnjenjem

```

clear all
close all
clc

currentFolder = pwd;
dataFolder = '\IQ data';
folder = strcat(currentFolder,dataFolder);
addpath(folder);

%-----
%% read signal
%-----

L = 256;
t = 0:(L-1);           % time vector

data = load('IQdata1.txt'); % load measured signal samples

xInI = data(:,1);      % I samples
xInQ = data(:,2);      % Q samples
xInOrig = xInI + 1i*xInQ; % complex envelope

%-----
%% delay signal for integer part
%-----

delay01 = 2;
delay04 = 5;
delay10 = 11;

xInt01 = zeros(size(t)) + 1i*zeros(size(t));
xInt01(1+delay01:end) = xInOrig(1:end-delay01);

xInt04 = zeros(size(t)) + 1i*zeros(size(t));
xInt04(1+delay04:end) = xInOrig(1:end-delay04);

xInt10 = zeros(size(t)) + 1i*zeros(size(t));
xInt10(1+delay10:end) = xInOrig(1:end-delay10);

%-----
%% delay for fractional part
%-----

tInterp = 0:0.25:(L-1);

xInterp01 = interp(xInt01,4);
xOut01 = xInterp01(2:4:end);

xInterp04 = interp(xInt04,4);
xOut04 = xInterp04(2:4:end);

xInterp10 = interp(xInt10,4);
xOut10 = xInterp10(2:4:end);

```

```

%-----
%% correlations
%-----

tCorr = 1:2*L-1;

% original signal autocorrelation
xAutoCorr = conv(abs(xInOrig), abs(xInOrig));

% crosscorrelation of original and delayed signal
xCrossCorr01 = conv(abs(xInOrig), abs(xOut01));
xCrossCorr04 = conv(abs(xInOrig), abs(xOut04));
xCrossCorr10 = conv(abs(xInOrig), abs(xOut10));

% export correlations for plotting
%correlations = [tCorr' xAutoCorr xCrossCorr01' xCrossCorr04'
xCrossCorr10'];
% save('correlationsIQnon.mat','correlations');

%-----
%% maxima of correlations
%-----

[txAutoCorr, maxAutoCorr] = local_max01(xAutoCorr,4);
[txCrossCorr01, maxCrossCorr01] = local_max01(xCrossCorr01,4);
[txCrossCorr04, maxCrossCorr04] = local_max01(xCrossCorr04,4);
[txCrossCorr10, maxCrossCorr10] = local_max01(xCrossCorr10,4);

%-----
%% remove maxima without pair
%-----

[maxAuto01, txAuto01, maxCross01, txCross01] = ...
    pairs(maxAutoCorr, txAutoCorr, maxCrossCorr01, txCrossCorr01);
[maxAuto04, txAuto04, maxCross04, txCross04] = ...
    pairs(maxAutoCorr, txAutoCorr, maxCrossCorr04, txCrossCorr04);
[maxAuto10, txAuto10, maxCross10, txCross10] = ...
    pairs(maxAutoCorr, txAutoCorr, maxCrossCorr10, txCrossCorr10);

% export maxima for plotting
maxData01 = [txAuto01' maxAuto01' txCross01' maxCross01'];
maxData04 = [txAuto04' maxAuto04' txCross04' maxCross04'];
maxData10 = [txAuto10' maxAuto10' txCross10' maxCross10'];

% save('maxData01IQnon.mat','maxData01');
% save('maxData04IQnon.mat','maxData04');
% save('maxData10IQnon.mat','maxData10');

%-----
%% calculate delays
%-----

measDelay01 = calculateDelay(maxCross01,txCross01,txAuto01);
measDelay04 = calculateDelay(maxCross04,txCross04,txAuto04);
measDelay10 = calculateDelay(maxCross10,txCross10,txAuto10);

```

Dodatak C: Skripta za rad sa superponiranim signalima

```

clear all
close all
clc

%-----
%% define signals
%-----

t = 0:200;          % time vector
L = length(t);

x1 = sin(0.1*pi*t);          % signal 1
x2 = 0.5*cos(0.1*pi*2.5*t + pi/3); % signal 2

%-----
%% add delay to second signal
%-----
x2d = zeros(size(x2));

tInterp = 0:0.25:(L-1);
x2interp = interp1(t,x2,tInterp);

xIn = zeros(size(x2));
xIn(2:end) = x2interp(2:4:end);

x2d(delay2+1:end) = xIn(1:end-delay2);

%-----
% signal summation
%-----

x = x1d+x2d;

%-----
%% correlations
%-----

tCorr = 1:(2*L-1);

x1auto = conv(x1,x1);
x2auto = conv(x2,x2);
x1cross = conv(x1,x);
x2cross = conv(x2,x);

%-----
%% maxima detection
%-----

[t1a, max1a] = local_max01(x1auto,4);
[t1c, max1c] = local_max01(x1cross,4);
[t2a, max2a] = local_max01(x2auto,4);
[t2c, max2c] = local_max01(x2cross,4);

```

```
%-----  
%% remove maxima without pair  
%-----  
  
[max1ap,t1ap,max1cp,t1cp] = pairs(max1a,t1a,max1c,t1c);  
[max2ap,t2ap,max2cp,t2cp] = pairs(max2a,t2a,max2c,t2c);  
  
%-----  
%% delay calculation  
%-----  
  
d1 = calculateDelay(max1c,t1c,t1a)  
d2 = calculateDelay(max2c,t2c,t2a)  
  
%-----  
%% add delay to first signal  
%-----  
  
% integer part  
xDelay1 = zeros(size(x1));  
xDelay1(2:end) = x1(1:end-1);  
  
% fractional part  
h01 = lagrangeCoeffs(3,-0.25);  
xDelayFinal1 = filter(h01,1,xDelay1);
```

Dodatak D: Funkcija za uparivanje maksimuma

```

function [maxAutoOut,txAutoOut,maxCrossOut,txCrossOut] = ...
    pairs(maxAuto,txAuto,maxCross,txCross)

% Function returns new arrays of times and magnitude of maxima that have
% associated values

% Input: maxAuto, maxCross - values of all detected maxima
%       txAuto, txCross - times of all detected maxima

% Output: maxAutoOut, maxCrossOut - values of detected maxima that has
%        associated pair
%        txAutoOut,txCrossOut - times of detected maxima that has
%        associated pair

% remove cross correlation values at the beginning without associated
% autocorrelation value
i = 1;
while(txCross(i)<txAuto(1))
    i = i+1;
end

k = 1;
j = i;
while j<(length(txCross))
    if(k<=length(maxAuto))
        if (txAuto(k)>txCross(j))
            j = j+1;
        else
            maxAutoPair(k) = maxAuto(k);
            txAutoPair(k) = txAuto(k);
            maxCrossPair(k) = maxCross(j);
            txCrossPair(k) = txCross(j);
            k = k+1;
            j = j+1;
        end
    end
end

% remove maxima around zero
maxAutoOut = maxAutoPair(find(round(maxCrossPair)~=0));
txAutoOut = txAutoPair(find(round(maxCrossPair)~=0));
maxCrossOut = maxCrossPair(find(round(maxCrossPair)~=0));
txCrossOut = txCrossPair(find(round(maxCrossPair)~=0));

end

```

Dodatak E: Funcija za računanje konačne vrijednosti kašnjenja

```
function delay = calculateDelay(maxCross, txCross, txAuto)

% Function calculates delay from pairs of detected times of maxima of
% autocorrelation and cross-correlation.
% Additionally, it uses cross correlation as weight function using
% formula (3.11)

% Input: maxCross - value of detected cross correlation maxima
%         txCross, txAuto - times of detected cross correlation and %
%                           autocorrelation maxima

% Output: delay - final value of delay

delays = txCross-txAuto;      % calculate delay for each pair
weights = maxCross;

num = sum(weights.*delays);
den = sum(weights);

delay = num/den;

end
```

Dodatak F: Funkcija za dobivanje koeficijenata Lagrangeovog interpolatora

```
function h = lagrangeCoeffs( N, delay )

% Function calculates coefficients for Lagrange interpolator
% using formula (4.8)

% Input: N - order of Lagrange interpolator
%        delay - fractional delay

% Output: h - coefficients of Lagrange interpolator

n = 0:N;
h = ones(1,N+1);

for k = 0:N
    index = find(n ~= k);
    h(index) = h(index) * (delay-k) ./ (n(index)-k);
end

end
```