

Materijali za predavanja iz predmeta
DIGITALNA AUDIOTEHNIKA

za
studente diplomskog studija
Fakulteta elektrotehnike i računarstva, Sveučilišta u Zagrebu

Inačica 1.0

Autori:
Ivan Đurek
Antonio Petošić

SADRŽAJ

1.	Uzorkovanje i kvantiziranje signala, dither	4
1.1	Uzorkovanje, teorem uzorkovanja	4
1.2	Nyquistova frekvencija	5
1.3	Preklapanje spektra – aliasing	6
1.4	Kvantiziranje	9
1.5	Pogreška kvantizacije	10
1.6	Dither	12
1.7	Primjeri zadataka za vježbu	15
2.	Digitalno snimanje audio signala, A/D pretvarači, uzorkovanje i zadržavanje ("sample/hold")	18
2.1	Pulsno-kodna modulacija	18
2.2	Anti-aliasing filter	20
2.3	Sklop za uzorkovanje i zadržavanje – sample-and-hold	22
2.4	Analogno-digitalni pretvarač	24
2.5	A/D pretvarač sa sukcesivnom aproksimacijom	26
2.6	A/D pretvarač s naduzorkovanjem	27
2.7	Kanalni kodovi	28
3.	Digitalna reprodukcija audio signala, D/A pretvarači	30
3.1	Obrada audio signala prije reprodukcije	30
3.2	Digitalno-analogni pretvarač	31
3.2.1	D/A pretvarač s težinski raspoređenim otporima	31
3.2.2	D/A pretvarač s ljestvičastom (R-2R) otpornom mrežom	32
3.3	Pogreška prolaska kroz nulu	33
3.4	Izlazni sklop za uzorkovanje i zadržavanje (S/H sklop)	33
3.5	Izlazni nisko-propusni filter	34
4.	Naduzorkovanje, delta i sigma-delta modulacija	36
4.1	Naduzorkovanje	37
4.2	Delta i sigma-delta modulator	39
4.3	Sigma-delta pretvarač	44
4.4	Primjeri zadataka	47
5.	Principi redukcije podataka	48
5.1	Osnovni princip rada koda i parametri koda	49
5.2	Osnovne metode obrade signala u kodiranju	51
5.2.1	Linearni prediktivni koder	51
5.2.2	Primjena psihoakustičkih principa u kodiranju	53
5.2.3	Vremensko frekvencijska analiza s filtarskim nizovima i transformacija	55
5.2.4	Prikaz kodiranja korištenjem psihoakustičkog modela MPEG-1 (Layer I)	57

5.2.5	Ocjena kvalitete kodiranog signala	60
5.2.6	Pregled nekih sustava za kompresiju podataka	61
5.3	Primjeri zadataka	64
6.	Digitalna obrada audio signala	65
6.1	Signali i sustavi	65
6.2	Superpozicija signala	69
6.3	Konvolucija	71
6.4	Korelacija	77
6.5	Diskretna Fourierova transformacija	77
6.5.1	Frekvencijski odziv sustava	83
6.5.2	Konvolucija u frekvencijskoj domeni	84
6.6	Brza Fourierova transformacija	86
6.7	Digitalni filtri	90
6.7.1	Moving average filtri	90
6.7.2	Window sinc filtri	94
6.7.3	Proizvoljni filtri	97
6.7.4	Rekurzivni filtri	102
6.8	Primjeri zadataka	105

1. Uzorkovanje i kvantiziranje signala, dither

Digitalni sustavi su diskretni sustavi. To znači da digitalni sustavi rade s uzorcima, odnosno diskretnim vrijednostima audio signala. Ovo je posljedica same prirode digitalnih sustava, koji za razliku od analognih sustava imaju neka ograničenja. Digitalni sustavi imaju ograničenu memoriju, što znači da mogu spremati signala ograničene dužine. Način spremanja signala temelji se na spremanju uzoraka, koji su predstavljeni u binarnom zapisu. Kako bi mogli analogni signal, koji je po prirodi beskonačan u vremenu i razini, spremiti u digitalni sustav, potrebno je provesti proces uzimanja uzoraka (uzorkovanje) i kvantiziranja.

Uzimanje uzoraka odvija se u vremenu, dok se kvantiziranje odnosi na razinu signala. To su dva procesa koji neizbježno unose pogreške u sustav. Postavlja se pitanje kakvo uzorkovanje i kvantiziranje audio signala moraju biti, a da ljudsko uho prilikom reprodukcije ne uoči razliku u odnosu na signal koji nije prošao ova dva procesa.

1.1 Uzorkovanje, teorem uzorkovanja

Čini se da vrijeme teče kontinuirano. Dobra usporedba analognih i digitalnih sustava je usporedba analognog i digitalnog sata. Kod analognog sata, kazaljke se kontinuirano okreću oko glavne osi. Ako bi uvećali putanju kretanja ovih kazaljki mogli bi vidjeti da one teorijski pokazuju beskonačan niz položaja. Na primjer, minutna kazaljka može prikazati 34,5089 minute. Kod digitalnog sata, kazaljke se kreću u koracima. Konkretno, minutna kazaljka prikazuje minute, tako da može prikazati samo točne vrijednosti. To znači ako pogledamo prethodni primjer, minutna kazaljka digitalnog sata može prikazati samo 34 ili 35 minuta, ali ne i vrijednosti između.

Na sličan način, analogni audio signal se mijenja kontinuirano i teorijski može poprimiti beskonačno vrijednosti, kroz vrijeme i po razini. Audio signal u digitalnom sustavu neće biti kontinuiran, nego će biti predstavljen uzorcima. To znači da se informacija analognog signala između dva uzorka bespovratno gubi. Mi možemo samo pretpostaviti što se događa između dva uzorka. Pitanje je, kolika mora biti razlika između dva uzorka audio signala, a da ljudsko uho ne čuje tu razliku.

Iako se ideja uzorkovanja pojavljuje u raznim područjima, za većinu inženjera komunikacija, a audio signal se koristi za komunikaciju, važan je Harry Nyquist, koji se smatra autorom teorema uzorkovanja. Njegov teorem uzorkovanja predstavlja osnovu za moderne digitalne audio sustave. Nyquist je prvi tvrdio da je širina kanala za komunikaciju povezana s brzinom slanja impulsa, odnosno da brzina slanja impulsa mora biti dvostruko veća od širine komunikacijskog kanala. Samo u tom slučaju može doći do točne rekonstrukcije signala na strani prijamnika.

Američki matematičar Claude Shannon, postavio je temelje modernih digitalnih računala, te dokazao da se uz pomoć Booleanove algebre, računala mogu koristiti za matematičke operacije. On je također prvi primijenio Nyquistov teorem uzorkovanja u digitalnim računalima.

Bez obzira na doprinose pojedinih znanstvenika, teorem uzorkovanja kaže da se svaki kontinuirani frekvencijski ograničeni signal može zamijeniti uzorcima bez ikakvog gubitka uočljivog informacija, te kako se takav signal može rekonstruirati. Teorem specificira da

frekvencija uzimanja uzoraka mora biti barem dva puta veća od maksimalne frekvencije ograničenog frekvencijskog pojasa signala. Konkretno za audio signal, koji uključuje frekvencije od 20 Hz do 20 kHz, frekvencija uzorkovanja mora biti minimalno 40 kHz.

1.2 Nyquistova frekvencija

Frekvencija, koja iznosi polovicu frekvencije uzorkovanja, u stručnoj literaturi naziva se Nyquistova frekvencija. Dakle, da bi se zadovoljio teorem uzorkovanja audio signal je potrebno frekvencijski ograničiti, odnosno prije samog uzorkovanja potrebno ga je propustiti kroz nisko-propusni filter, s gornjom graničnom frekvencijom koja odgovara polovici frekvencije uzorkovanja. Ako govorimo o takozvanoj CD-kvaliteti audio signala, dakle signalu koji uključuje sve čujne frekvencije, ova gornja granična frekvencije treba biti 20 kHz.

Međutim, u komunikacijama se audio signal koristi u raznim oblicima, što se tiče njegovog frekvencijskog spektra. Frekvencija uzimanja uzoraka, ili frekvencija uzorkovanja, direktno je povezana s brzinom protoka podataka kroz neki komunikacijski kanal. Frekvencija uzorkovanja nam govori koliko uzoraka uzimamo u jednoj sekundi kontinuiranog signala. Ako broj uzoraka pomnožimo s brojem bita koji koristimo za svaki uzorak, možemo dobiti vrijednost brzine protoka podataka. Na primjer, ako u jednoj sekundi ($\text{Hz} = 1/\text{s}$) uzimamo 10.000 uzoraka (frekvencija uzorkovanja 10 kHz), a za svaki uzorak koristimo 8-bitni binarni zapis, brzina protoka podataka će biti 80 kbita u sekundi.

Brzina protoka podataka za komunikacije je jako bitan podatak jer ona određuje kompleksnost sustava koji se koristi za prijenos informacija. Da ne ulazimo previše u dubinu što se tiče samih komunikacija, poželjno je da brzina protoka podataka bude što manja, jer to zahtijeva i manje energije. Zbog toga se u nekim slučajevima brzina protoka podataka kod audio signala mora smanjiti, a najlakši način je da prvo ograničimo frekvencijsko područje audio signala.

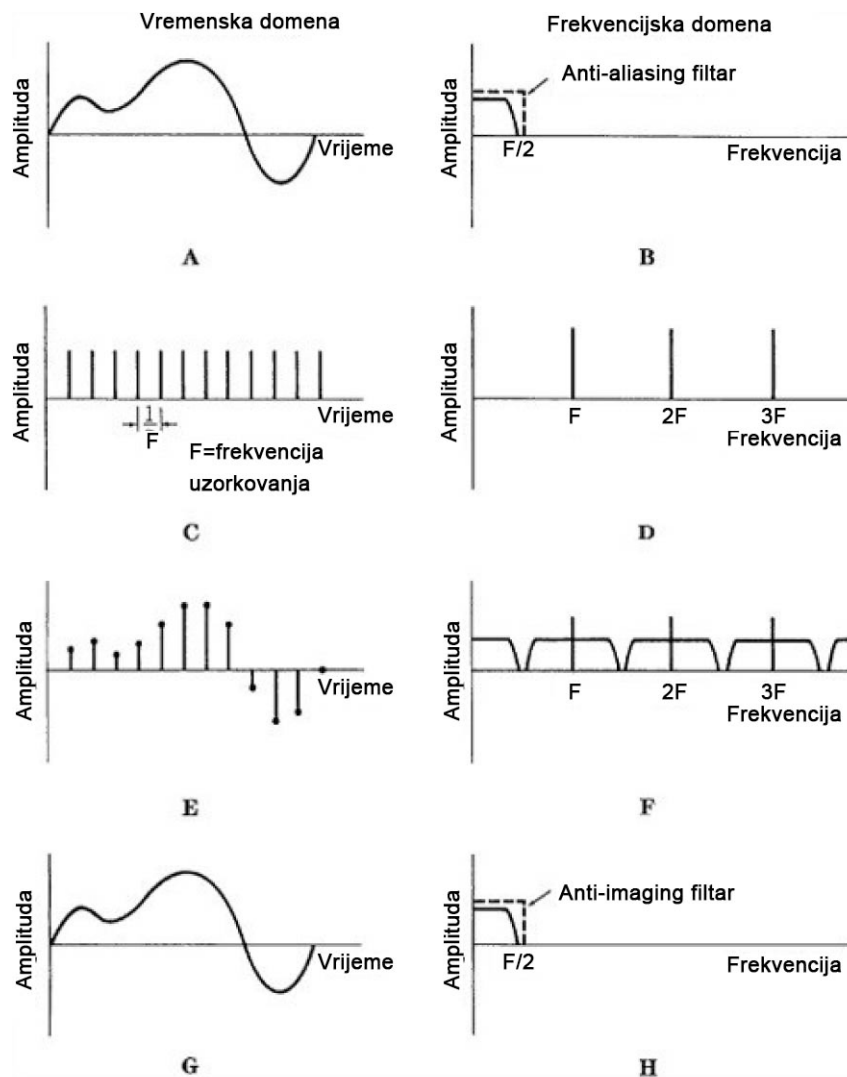
Za neke primjene nije potrebno prenositi cijelo frekvencijsko područje audio signala. Na primjer, mobilni telefoni se najčešće koriste za prijenos glasa, odnosno razgovora. Ako promotrimo frekvencijski sadržaj ljudskog glasa tijekom normalnog razgovora, može se vidjeti da se on kreće samo do oko 4 kHz. Dakle, za prijenos ljudskog glasa ne moramo prenositi signale frekvencija iznad 4 kHz, što znači da frekvenciju uzorkovanja možemo smanjiti na 8 kHz. Ova frekvencija se danas koristi za uzorkovanje audio signala kod mobilnih telefona. Tablica 1.1 prikazuje još neke primjere frekvencija uzorkovanja ovisno o primjeni i prijenosu audio signala uz odgovarajući broj bita kvantizacije. Broj bita kvantizacije određuje broj kvantizirajućih razina na koje se dijeli dinamičko područje signala.

Tablica 1.1 Primjeri frekvencija uzorkovanja audio signala

Primjena	Frekvencijski raspon	Frekvencija uzorkovanja	Broj bita za kvantiziranje
GSM	4 kHz	8 kHz	8
MP3 zapis 128 kbit/s	16 kHz	32 kHz	16
CD-audio	20 kHz	44,1 kHz	16
Neprofesionalne zvučne kartice	20 kHz	48 kHz	16
Profesionalna audio oprema	20 kHz	96 kHz. 128 kHz	24, 32

1.3 Preklapanje spektra – aliasing

Teorem uzorkovanja kaže da se frekvencijski ograničeni signal može zamijeniti uzorcima i rekonstruirati bez uočljivog gubitka informacija. To možemo vidjeti na slici 1.1 koja prikazuje spektre signala od analognog, uzorkovanog i nazad do analognog signala, u vremenskoj i frekvencijskoj domeni.



Slika 1.1 Vremenski prikaz i spektri analognog, uzorkovanog i rekonstruiranog signala

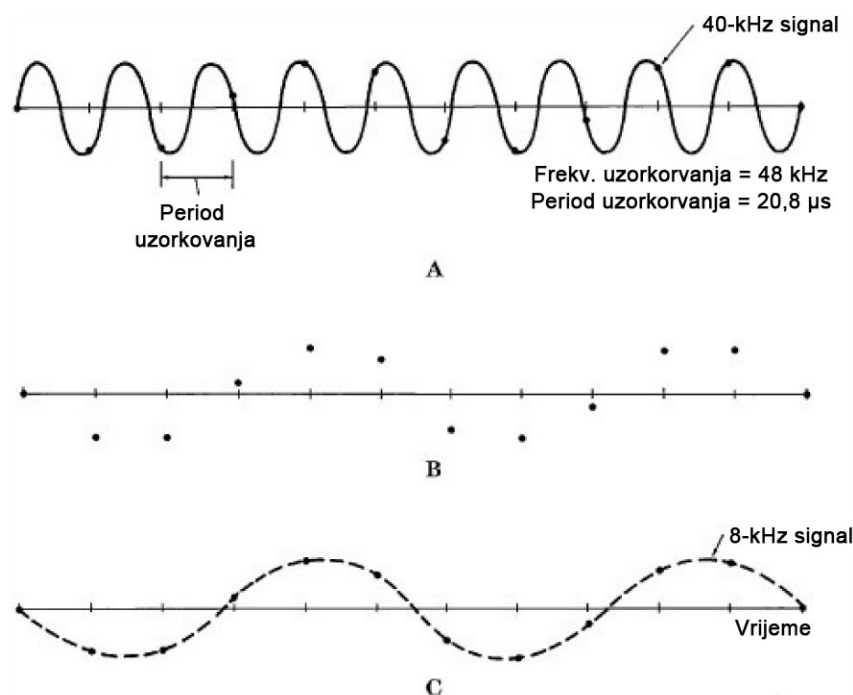
Lijeva strana slike 1.1 prikazuje signale u vremenskoj domeni, a desna strana njihove spektre. Širokopojasni audio signal imati će spektar koji se kreće do 20 kHz. Da bi zadovoljili teorem uzorkovanja, signal moramo frekvencijski ograničiti, odnosno propustiti ga kroz nisko-propusni filter. Spektar tog signala prikazan je na slici 1.1.B. Signal uzorkujemo s nizom delta impulsa, čiji period je određen frekvencijom uzorkovanja (F). Spektar tog signala prikazan je na slici 1.1.D. Kombiniranjem analognog signala i signala uzorkovanja, dobijemo uzorkovani audio analogni signal, koji je prikazan na slici 1.1.E. Vidljivo je da se on sastoji od diskretnih vrijednosti u vremenu. Spektar takvog signala, koji je prikazan na slici 1.1.F, sastoji se od frekvencijskih pojaseva oko frekvencije uzorkovanja i njenih viših harmonika, ali uključuje i

nisko frekvencijski spektar koji odgovara spektru neuzorkovanog analognog signala. To znači da ako uzorkovani signal propustimo kroz nisko-propusni filter na njegovom izlazu ćemo dobiti početni analogni signal. Dakle, u uzorcima analognog signala nalazi se i originalni analogni signal, što se može i samo po sebi zaključiti, ako se spoje uzorci uzorkovanog signala, jer tako dobivena linija prati envelopu originalnog analognog signala.

Propuštanjem analognog signala prvo kroz nisko-propusni filter prije uzorkovanja, gubi se određeni dio informacija, odnosno gube se signali frekvencija iznad gornje granične frekvencije filtera. Kod rekonstrukcije, signale tih frekvencija bespovratno gubimo. Ovisno o željenoj kvaliteti audio signala, biti će određena gornja granična frekvencija ulaznog nisko-propusnog filtera (anti-aliasing filter).

Postavlja se pitanje, što se događa kada je gornja granična frekvencija nisko-propusnog ulaznog filtera viša od polovice frekvencije uzorkovanja? U tom slučaju dolazi do takozvanih aliasing izobličenja, odnosno izobličenja zbog preklapanja spektara. U uzorkovanom signalu se pojavljuju frekvencijske komponente koje ne postoje u originalnom signalu. Slika 1.2 pokazuje zbog čega to nastaje. Ako s frekvencijom uzorkovanja od 48 kHz uzorkujemo signal od 40 kHz, čija frekvencija je dakle veća od polovice frekvencije uzorkovanja, generirati će se nova frekvencijska komponenta, koja predstavlja razliku između ove dvije frekvencije, dakle 8 kHz. Ako se malo bolje promotre uzorci signala (slika 1.1.B), njih možemo "povezati" na više načina. Možemo ih povezati tako da dobijemo signal frekvencije 40 kHz, kao što se vidi na slici 1.2.A, ali ih također možemo povezati tako da dobijemo signal frekvencije 8 kHz, kao na slici 1.2.C.

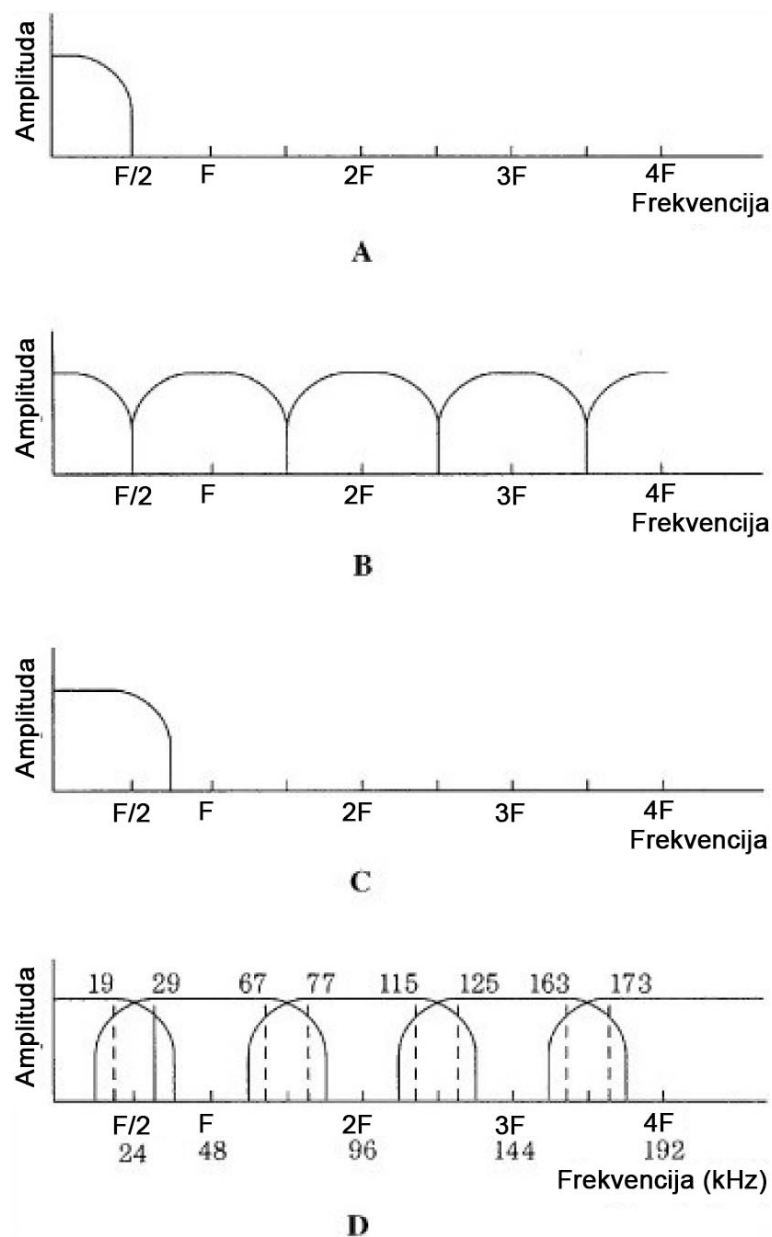
Uzorke možemo povezati tako da dobijemo signale viših frekvencija (npr. 88 kHz), ali one će biti izvan čujnog područja. Kako bi se izbjegao ovaj problem, signal se prije samog uzorkovanja mora propustiti kroz nisko-propusni filter s gornjom graničnom frekvencijom koja odgovara polovici frekvencije uzorkovanja, takozvani anti-aliasing filter.



Slika 1.2 Signal frekvencije koja je veća od polovice frekvencije uzorkovanja generirati će nove frekvencijske komponente

Slika 1.3 prikazuje spektre signala kod pojave aliasing izobličenja. Vidljivo je da će se u slučaju audio signala, koji se sastoji od većeg broja frekvencijskih komponenata, kada dođe do aliasing izobličenja pojaviti veći broj novih frekvencijskih komponenata, koje upadaju u čujno područje.

Idealni anti-aliasing nisko-propusni filter bio bi takozvani "brick-wall" filter s jako brzim prijelazom iz područja propuštanja u područje gušenja. Izvedbe takvih filtera nisu jednostavne, i mogu značajno povećati cijenu digitalnog sustava. Tome se može doskočiti uporabom nešto više frekvencije uzorkovanja, tako da prijelaz filtera iz područja propuštanja u područje gušenja ne mora biti brz. A/D pretvarači s naduzorkovanjem, koji se danas najčešće koriste u audio području, ne zahtijevaju anti-aliasing filtre s brzim padom, jer im je frekvencija uzorkovanja značajno viša od maksimalne frekvencije audio signala. Kako rade pretvarači s naduzorkovanjem može se pročitati u zasebnom poglavlju.



Slika 1.3 Prikaz spektra signala u slučaju pojave aliasing izobličenja

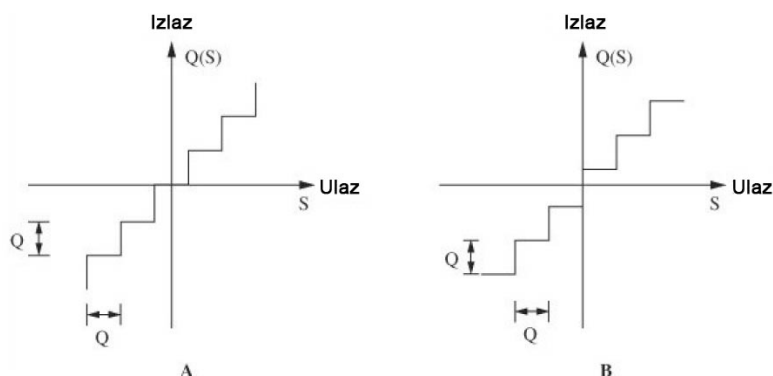
1.4 Kvantiziranje

Nakon uzimanja uzoraka audio signala, svakom uzorku, koji još uvijek sadrži analognu vrijednost, potrebno je dodijeliti odgovarajuću binarnu vrijednost, odnosno niz nula i jedinica. Tek nakon ovog postupka možemo govoriti o audio signalu u digitalnoj domeni. Dakle, svakom uzorku se dodjeljuje odgovarajući broj, koji se potom šalje u nizu kroz digitalni sustav.

Kao i kod analognih mjernih instrumenata, točnost kvantizacije ograničena je rezolucijom sustava, odnosno koliko precizno digitalni sustav može dodijeliti binarnu vrijednost analognoj vrijednosti. Za razliku od analognih sustava, vrijednosti s kojima može raditi digitalni sustav su ograničene, u ovom slučaju s brojem bita koji se koristi za kvantizaciju. To neizbježno unosi pogrešku u signal, odnosno digitalizirani signal nikako ne može biti jednak ulaznom analognom signalu. Naravno, ponovo se postavlja pitanje, koliki nam je broj bita potreban da zadovoljimo željenu kvalitetu reprodukcije i prijenosa audio signala.

U osnovi, kvantizator pretvara beskonačan broj amplituda analognog signala u ograničen broj amplituda digitalnog signala. Pri tome dolazi do zaokruživanja, odnosno takozvane pogreške kvantizacije. Što je broj bita za kvantiziranje veći, to će i broj kvantizacijskih nivoa biti veći, odnosno pogreška kvantizacije će biti manja. Na primjer, ako sustav za kvantiziranje koristi 8 bita, broj kvantizacijskih nivoa biti će 128 za pozitivne i 128 negativne vrijednosti audio signala. Ako se raspon ulaznog analognog audio signala kreće u ± 1 V, tada će jedan kvantizacijski nivo odgovarati naponu od $1\text{V}/128=7,8$ mV. To neće biti problem ako je gornja granica šuma analognog signala iznad ove vrijednosti. Međutim, ako je odnos signal-šum analognog signala veći, odnosno gornja granica šuma je niža, u kvantiziranom signalu će se generirati šum koji je u razini polovice kvantizacijskog nivoa.

Dakle, kvaliteta signala neće ovisiti samo o kvantizatoru nego i o značajkama analognog signala. U svakom slučaju, ako se traži visoka kvaliteta prijenosa audio signala kroz digitalni sustav, broj kvantizacijskih nivoa potrebno je prilagoditi analognom signalu. Istraživanja su pokazala da se broj bita za postizanje visoke audio kvalitete mora kretati iznad 16 bita. Zapis na audio CD-u koristi 16 bitnu kvantizaciju. Profesionalni digitalni audio uređaji, kao što su na primjer stolovi za miješanje, koriste kvantizaciju od 24 bita. To osigurava da se nakon obrade i snimanja signala postigne odnos signal-šum koji stvarno odgovara kvantizaciji od 16 bita.



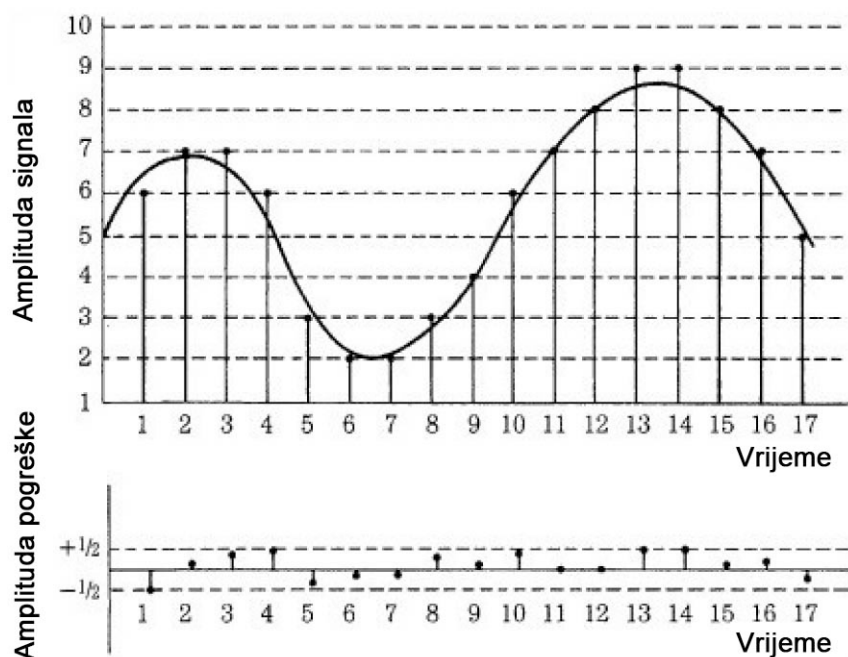
Slika 1.4 Dva linearna kvantizatora: midtread (A) i midrise (B)

Što se tiče samog oblika prijenosne karakteristike kvantizatora, najčešće se koristi linearni kvantizator. Slika 1.4 prikazuje dvije vrste linearnih kvantizatora, koji se razlikuju po tome da li prijenosna karakteristika prolazi kroz nulu ("midtread") ili ne ("midrise"). Ova razlika

određuje broj kvantizacijskih nivoa za pozitivne i negativne vrijednosti analognog signala. Kod "midtread" kvantizatora broj kvantizacijskih nivoa je neparan ($2^n - 1$), a kod "midrise" kvantizatora je paran (2^n).

1.5 Pogreška kvantizacije

Kao što je već spomenuto, zbog ograničenja digitalnih sustava, kod kvantizacije dolazi do zaokruživanja vrijednosti, na najbliži kvantizacijski nivo. Zbog toga se kod uzoraka pojavljuju razlike između ekvivalentne binarne i analogne vrijednosti. Ova razlika predstavlja pogrešku kvantiziranja, koja se u signalu pojavljuje kao novi signal s amplitudom od polovice kvantizacijskog nivoa ($\pm Q/2$) – odnosno polovice najmanje značajnog bita. Slika 1.5 prikazuje ovu razliku i novonastali signal. Iz slike je vidljivo da ako se povežu ekvivalentne binarne vrijednosti, da će se kvantizirani signal razlikovati od ulaznog signala, odnosno doći će do izobličenja. Kada je ulazni analogni signal visoke razine, ova izobličenja će biti maskirana, jer je šum kvantizacije relativno mali. Međutim, kod nižih amplituda ova izobličenja mogu biti čujna.

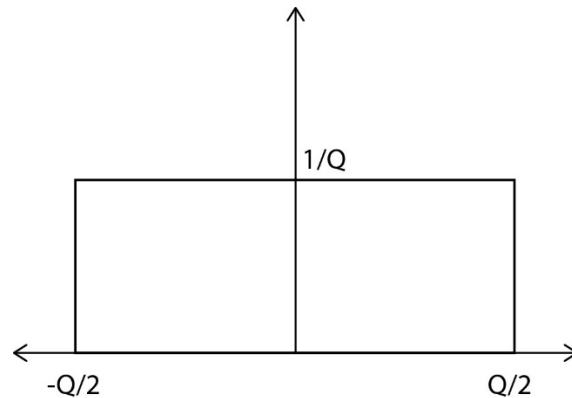


Slika 1.5 Prikaz signala pogreške kvantizacije

Utjecaj ove pogreške kvantizacije može se na neki način mjeriti usporedbom odnosa signal-šum digitalnih sustava. Teoretski se može izračunati odnos signal-šum digitalnih sustava koji koriste n bitova za kvantiziranje analognog signala. Ako pretpostavimo da se za svaki dio bipolarnog analognog signala (pozitivne i negativne vrijednosti) koristi polovica kvantizacijskih nivoa, a kvantizacijski nivo označimo s Q , onda će maksimalnoj vrijednosti signala odgovarati kvantizacijski nivo $Q \cdot 2^{n-1}$. Ako pretpostavimo sinusni analogni signal, efektivna vrijednost signala biti će:

$$S_{ef} = \frac{Q \cdot 2^{n-1}}{\sqrt{2}} \quad (1.1)$$

Na sličan način možemo definirati efektivnu vrijednost pogreške kvantiziranja. Ako ulazni signal ima relativno visoku amplitudu i široki spektar, pogreška kvantiziranja je neovisna slučajna varijabla i jednoliku raspoređena između $-Q/2$ i $+Q/2$ nivoa, a nula će biti drugdje. To diktira jednoliku raspodjelu pogreške kvantizacije s razinom od $1/Q$, kao što je prikazano na slici 1.6.



Slika 1.6 Jednolika raspodjela pogreške kvantizacije - $p(e)$

Efektivnu energiju pogreške kvantizacije možemo izračunati integriranjem umnoška kvadrata pogreške $(x-Q(e))^2$ i njene funkcije gustoće vjerojatnosti $p(e)$.

$$\begin{aligned}
 E_{ef} &= \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - Q(e))^2 p(e) de} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{Q} \int_{-Q/2}^{+Q/2} (x - Q(e))^2 de} \\
 &= \sqrt{\frac{Q^2}{12}} \\
 &= \frac{Q}{\sqrt{12}}
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Odnos efektivnih vrijednosti signala i šuma za sinusni analogni signal možemo napisati kao:

$$\begin{aligned}
 \frac{S}{E} &= \left(\frac{S_{ef}}{E_{ef}} \right)^2 \\
 &= \frac{\left(\frac{Q \cdot 2^{n-1}}{\sqrt{2}} \right)^2}{\left(\frac{Q}{\sqrt{12}} \right)^2} \\
 &= \frac{3}{2} 2^{2n}
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Za općeniti signal s vršnom vrijednosti X koja predstavlja odnos između maksimalne i efektivne vrijednosti, odnos signal šum digitalnog sustava biti će:

$$\frac{S}{E} = \left(\frac{S_{ef}}{E_{ef}} \right)^2 \tag{1.4}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(X \cdot Q \cdot 2^{n-1})^2}{\left(\frac{Q}{\sqrt{12}}\right)^2} \\ &= X^2 \cdot 3 \cdot 2^{2n} \end{aligned}$$

Ako odnos signal-šum izrazimo u decibelima, jednačbe (1.3) i (1.4) se mijenjaju u:

$$\begin{aligned} \frac{S}{E} [dB] &= 10 \log \left[\frac{3}{2} 2^{2n} \right] \\ &= 20 \log \left[\sqrt{\frac{3}{2}} 2^n \right] \\ &= \mathbf{6,02 \cdot n + 1,76 \text{ dB}} \end{aligned} \tag{1.5}$$

odnosno:

$$\begin{aligned} \frac{S}{E} [dB] &= 10 \log [X^2 \cdot 3 \cdot 2^{2n}] \\ &= 20 \log [X \sqrt{3} 2^n] \\ &= \mathbf{6,02 \cdot n + 20 \log (X \sqrt{3}) \text{ dB}} \end{aligned} \tag{1.6}$$

Prema jednačbi (1.5), teorijski odnos signal-šum digitalnog sustava sa $n=16$ bita iznosi 98,08 dB, a za digitalni sustav s $n=24$ bita, ova vrijednost je 146,24 dB. Ovo su naravno teoretske vrijednosti i odnose se na čisti sinusni signal, uz pretpostavku jednolike raspodjele pogreške kvantizacije (vidi sliku 1.6). Kao što je već spomenuto, jednolika pogreška kvantizacije vrijedi za kompleksne signale visoke amplitude. Pogreška kvantizacije za signale visoke amplitude može se smatrati kao da se radi o bijelom šumu. Za signale male amplitude to ne vrijedi i pogreška kvantizacije je funkcija signala. Kod signala niske razine i signala visoke razine, ali užeg frekvencijskog pojasa, postoji korelacija između uzoraka pogreške kvantizacije. Pogreška se više ne doživljava kao šum, nego kao izobličenje signala, gdje komponente izobličenja mogu biti veće od polovice frekvencije uzorkovanja, što dovodi do aliasing izobličenja. U ovom slučaju pogreška kvantizacije može se čuti kao šum granulacije.

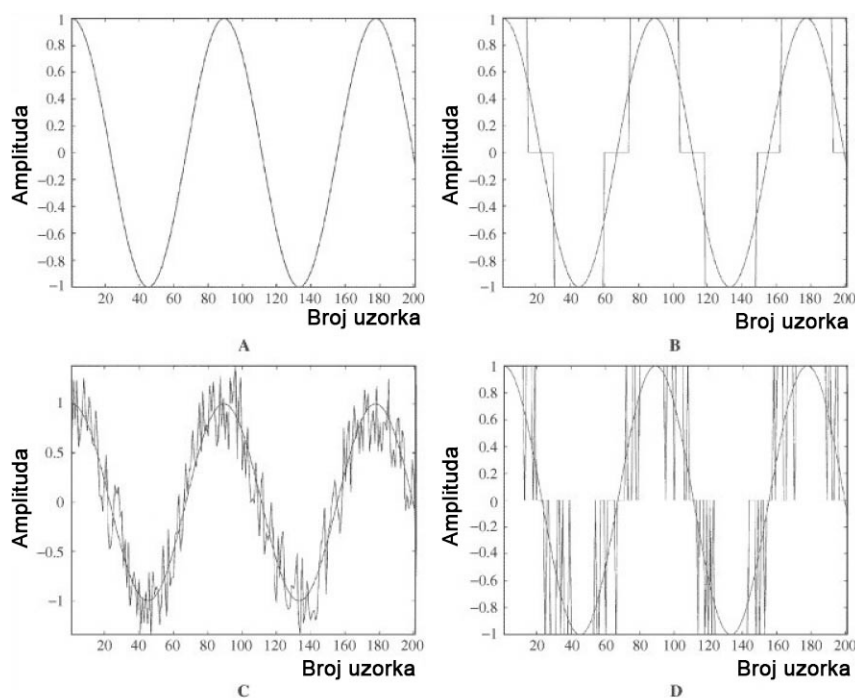
1.6 Dither

Kod kompleksnih signala visoke amplitude postoji mala korelacija između signala i pogreške kvantizacije. Može se smatrati da je u tom slučaju pogreška slučajna i slična bijelom šumu. Kod signala niske razine, značajke pogreške kvantizacije se mijenjaju, jer postoji visoka korelacija sa signalom i može doći do čujnih izobličenja.

Prvo rješenje ovog problema nudi se u povećanju broja bita, odnosno kvantizacijskih nivoa. Veći broj kvantizacijskih nivoa smanjuje efektivnu pogrešku kvantizacije. Povećanje broja bita iziskuje skuplje i kompleksnije pretvarače i sustave, tako da to rješenje nije isplativo. Učinkovitija metoda je *dither*. Dither je šum male razine koji nije koreliran s audio signalom i dodaje se audio signalu prije uzorkovanja. Ovaj postupak linearizira proces kvantiziranja kod niskih amplituda, jer se analogni audio signal na ovaj način pomiče u odnosu na kvantizacijske nivoe. Umjesto periodične pojave kvantiziranog signala, koji uključuje nove harmonike, ovdje je signal slučajan. Time je pogreška kvantizacije dekorelirana od audio signala, te komponente izobličenja postaju nečujne. Iako su komponente izobličenja smanjene, dither unosi šum.

Dither neće maskirati pogrešku kvantizacije, nego omogućuje kvantiziranje signala ispod granice šuma, odnosno ispod amplituda signala koje su manje od ekvivalentne razine najmanje značajnog bita. Pravilnom uporabom dithera značajno se nadilaze vrijednosti odnosa signal-šum analognog signala, dok s druge strane signal koji je kvantiziran bez uporabe dithera može imati puno manji odnos signal-šum od analognog signala.

Na slici 1.7 prikazan je primjer signala koji je kvantiziran bez i s uporabom dithera. Bez dithera, kvantizacija signala niske razine vodi do 'rezanja' signala, odnosno dolazi do visokih izobličenja. Ako se upotrijebi dither, oblik kvantiziranog signala se mijenja. Radi se o impulsnom signalu koji u sebi sadrži informaciju o originalnom signalu. Ovakav signal ima značajke pulsno-širinske modulacije (slika 1.7.D), odnosno uz signal se tu nalazi i šum. To je bolje rješenje jer je ljudsko uho manje osjetljivo na pojavu šuma nego na pojavu izobličenja.

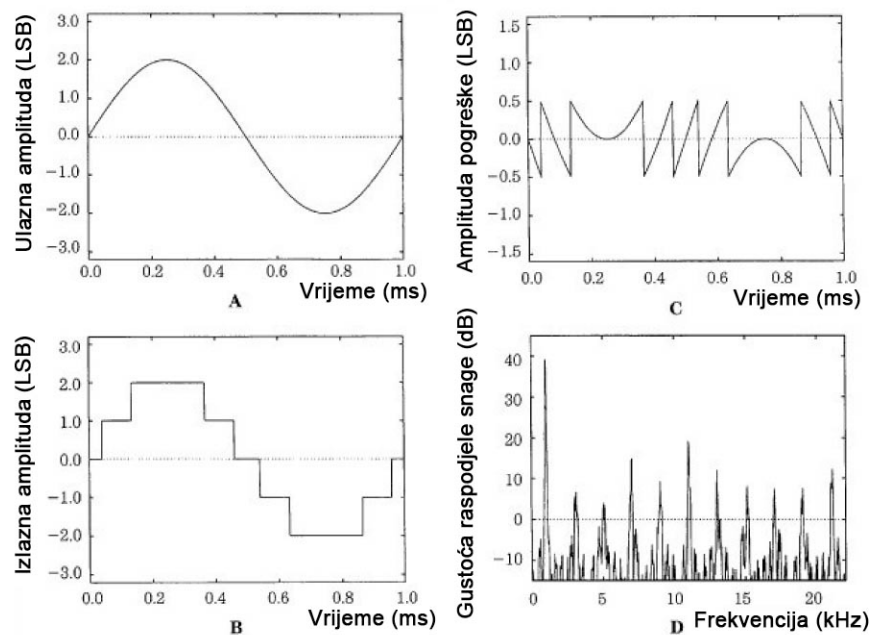


Slika 1.7 Usporedba signala bez (A i B) i s uporabom dithera (C i D)

Uho vrlo dobro reagira na uskopojasne signale ispod granice šuma, zbog efekta usrednjavanja bazilarne membrane. Uho se ponaša kao pojasni filter širine jedne trećine oktave, a radi usrednjavanja pogreške kvantizacije koja s ditherom ima značajke bijelog šuma, i izobličenja signala su nečujna.

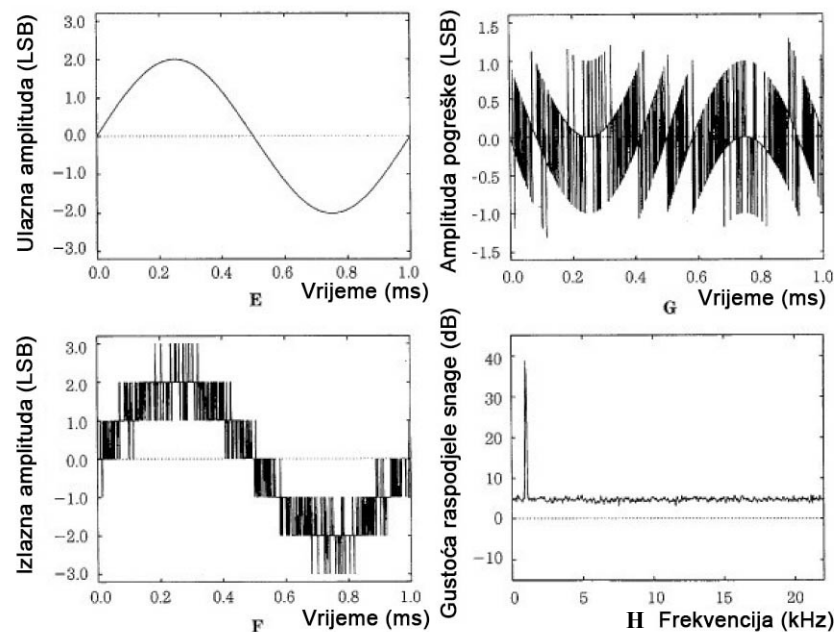
Teoretski, rezolucija digitalnog sustava s ditherom može biti puno manja od rezolucije određene najmanje značajnim bitom. Uporabom dithera, mogu se obnoviti signali koji su ispod granice šuma, te ukloniti izobličenja, koja se u tom slučaju pretvaraju u šum.

Slika 1.8 prikazuje simulaciju kvantiziranja signala niske amplitude bez dithera. Slika 1.8.B prikazuje kvantizirani signal i uočljivi je stepeničasti karakter signala. Slika 1.8.C prikazuje ukupnu pogrešku kvantizacije, a slika 1.8.D spektar kvantiziranog signala. Uočljiv je veliki broj harmonika osnovnog signala, odnosno visoka razina izobličenja.



Slika 1.8 Simulacija kvantiziranja signala bez dithera

Slika 1.9 prikazuje simulaciju kvantiziranja signala s uporabom dithera. Kvantizirani signal poprima značajke pulсно-širinske modulacije, kao i pogreška kvantizacije. To rezultira u spektru kvantiziranog signala (slika 1.9.H) bez novih spektralnih komponenti. Nedostatak je nešto veća razina šuma.



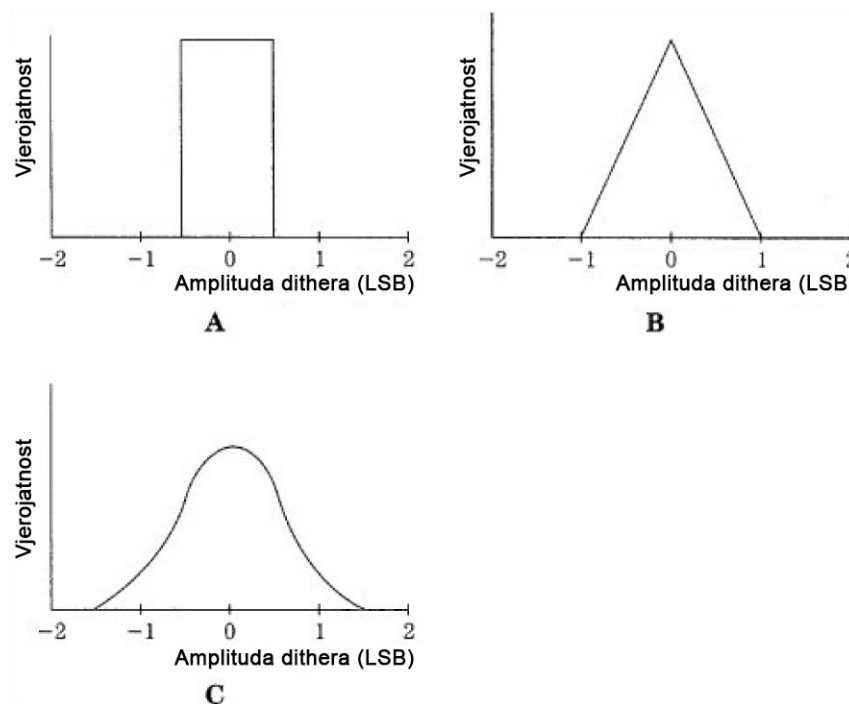
Slika 1.9 Simulacija kvantizacije signala s ditherom

U audio području koristi se nekoliko vrsta dither signala koji se razlikuju po funkciji raspodjele gustoće vjerojatnosti, a time po drugim značajkama. Za audio signal koriste se

signali dithera s pravokutnom, trokutastom i Gaussovom raspodjelom. Ove raspodjele prikazane su na slici 1.10.

Signal dithera s Gaussovom raspodjelom lako je implementirati u analognoj domeni i njegova amplituda se kreće u razini polovice najmanje značajnog bita (LSB). Frekvencijski pojas mora biti barem polovica frekvencije uzorkovanja. Ovaj dither signal povećava šum za 6 dB.

Signal dithera s pravokutnom raspodjelom također ima raspon amplitude do polovice LSB, te povećava šum signala za 3 dB. Ovaj signal dithera mora se generirati u digitalnoj domeni, te preko D/A pretvarača zbrojiti s ulaznim analognim signalom. Jednako vrijedi za dither s trokutastom raspodjelom, koji ima raspon amplitude do 1 LSB, te povećava šum za 4,77 dB, ali je konstantan u širokom rasponu frekvencija.



Slika 1.10 Funkcije gustoće raspodjele amplituda tri vrste signala dithera. A – pravokutna, B – trokutasta, C – Gaussova raspodjela

1.7 Primjer zadatka za vježbu

1. Prikazati amplitudni i fazni jednostrani i dvostrani spektar kontinuiranog periodičkog signala koji se sastoji od različitih frekvencijskih komponenti sa različitim fazama zadanog izrazom:

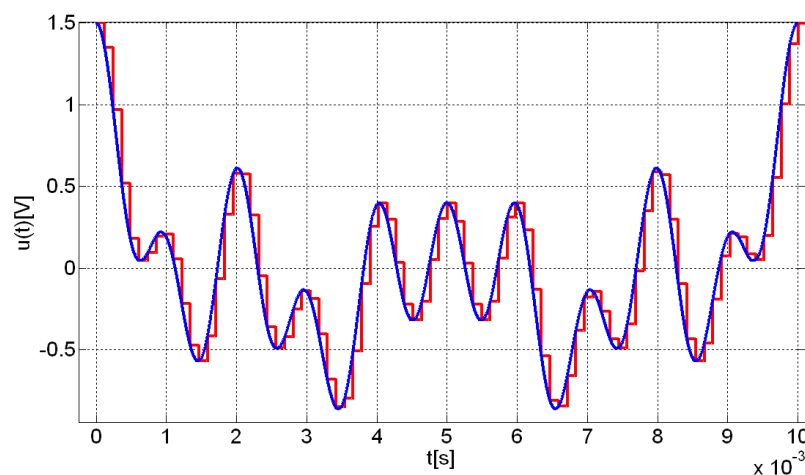
$$x(t) = A_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t + \varphi_1) + A_2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot t + \varphi_2) + A_3 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_3 \cdot t + \varphi_3) + A_4 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_4 \cdot t + \varphi_4) + A_5 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_5 \cdot t + 5) + A_6 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_6 \cdot t + \varphi_6)$$

Pri tome je:

($A_1 = 0,15$, $f_1 = 50\text{ Hz}$, $\phi_1 = 30^\circ$, $A_2 = 0,25$, $f_2 = 100\text{ Hz}$, $\phi_2 = 90^\circ$, $A_3 = 0,3$, $f_3 = 200\text{ Hz}$, $\phi_3 = 60^\circ$, $A_4 = 0,25$, $f_4 = 400\text{ Hz}$, $\phi_4 = 180^\circ$, $A_5 = 0,3$, $f_5 = 500\text{ Hz}$, $\phi_5 = 270^\circ$, $A_6 = 0,4$, $f_6 = 1000\text{ Hz}$, $\phi_6 = 180^\circ$.)

- a) U čemu se razlikuje prikaz s jednostranim i dvostranim spektrom?
 - b) Kolika je Nyquistova frekvencija za zadani signal?
2. Nacrtati jednostrani i dvostrani spektar amplitudni signala iz zadatka 1.1 ako je on uzorkovan sa frekvencijom uzorkovanja $f_s = 5\text{ kHz}$ i $f_s = 1.5\text{ kHz}$.
- a) U drugom slučaju prikazati komponente koje nastaju u originalnom signalu kada se pojavi pogreška preklapanja spektra.
 - b) Objasniti kako izbjeći pogrešku preklapanja spektra.
3. Ako je zadan Gaussov modulirani signal sa centralnom frekvencijom $f_c = 4\text{ kHz}$ i širinom pojasa 100 Hz (90% energije signala je u tom pojasu) skicirati spektar tog signala pod pretpostavkom da je to aperiodičan i kontinuirani signal.
- a) Kako bi izgledao spektar toga signala ako bi se uzorkovao s frekvencijom uzorkovanja 10 kHz .
 - b) Objasniti princip neodređenosti u frekventijskoj i vremenskoj domeni?

Princip neodređenosti: bolja lokalizacija signala u vremenu znači lošiju lokalizaciju u frekventijskoj domeni i obratno



3. Nyquistov A/D pretvarač radi sa 8 bitovnom kvantizacijom i dinamičko područje kvantizatora je od -2 do 2V.
- a) odrediti ukupan broj razina kvantizatora i interval kvantizacije.

- b) Kolika je maksimalna pogreška kvantizacije?
- c) Kolika je snaga šuma kvantizacije (mjerena na $R=1\Omega$)
- d) Kolika je snaga signala (sinusni) koji pobuđuju cijelo područje kvantizatora?
- e) Odrediti odnos signal šum uz sinusni signal koji pobuđuje cijelo i pola područja kvantizatora.
- f) Koliki je tok podataka ako se uzorkovanje izvodi sa 44,1 kHz?

2. Digitalno snimanje audio signala, A/D pretvarači, uzorkovanje i zadržavanje ("sample/hold")

Ovo poglavlje bavi se hardverskim sklopovima za pretvaranje analognog signala u digitalni format. Prije sklopova za prijenos i obradu digitalnog signala, analogni signal mora se uzorkovati, kvantizirati i kodirati. U prošlom poglavlju detaljno je prikazano što se događa sa signalom u ovom dijelu pretvorbe sa uzorkovanjem i kvantiziranjem, a ovo poglavlje bavi se s hardverskim sklopovima koji obavljaju taj dio pretvorbe.

Sklopovi za digitalno snimanje audio signala uključuju sljedeće sklopove: ulazno analogno pojačalo za prilagodbu, generator dithera, anti-aliasing filter, sklop za uzorkovanje i zadržavanje ('sample-and-hold'), analogno-digitalni pretvarač i modulator kanalnog koda. Iako postoji više arhitektura, što se tiče modulatora kanalnog koda za sada ćemo se fokusirati na linearnu pulsno-kodnu modulaciju (PCM – Pulse Code Modulation), jer ona dobro ilustrira prirodu digitalizacije audio signala i predstavlja osnovu za ostale modulacije.

Širina pojasa digitalnog sustava ili medija za prijenos digitalnog signala određuje širinu frekvencijskog pojasa audio signala. Širina pojasa digitalnih sustava prikazana je brzinom protoka podataka u bitovima u sekundi. Na primjer, mono audio signal koji je uzorkovan frekvencijom uzorkovanja od 44,1 kHz i kvantiziran sa 16 bita, imati će brzinu protoka podataka od $44100 \text{ 1/sek} \times 16 \text{ bita} = 705,6 \text{ kbita/sek}$. Ako se tome pridodaju zaštitni i sinkronizacijski bitovi, brzina protoka će još porasti. Ovo je bitan podatak za digitalne sustave koji služe za prijenos i snimanje podataka. Brzina protoka podataka ne određuje samo kvalitetu signala, nego i fizičke značajke sustava. Posebno poglavlje ove skripte bavi se smanjenjem brzine protoka podataka digitaliziranog audio signala različitim načinima kodiranja.

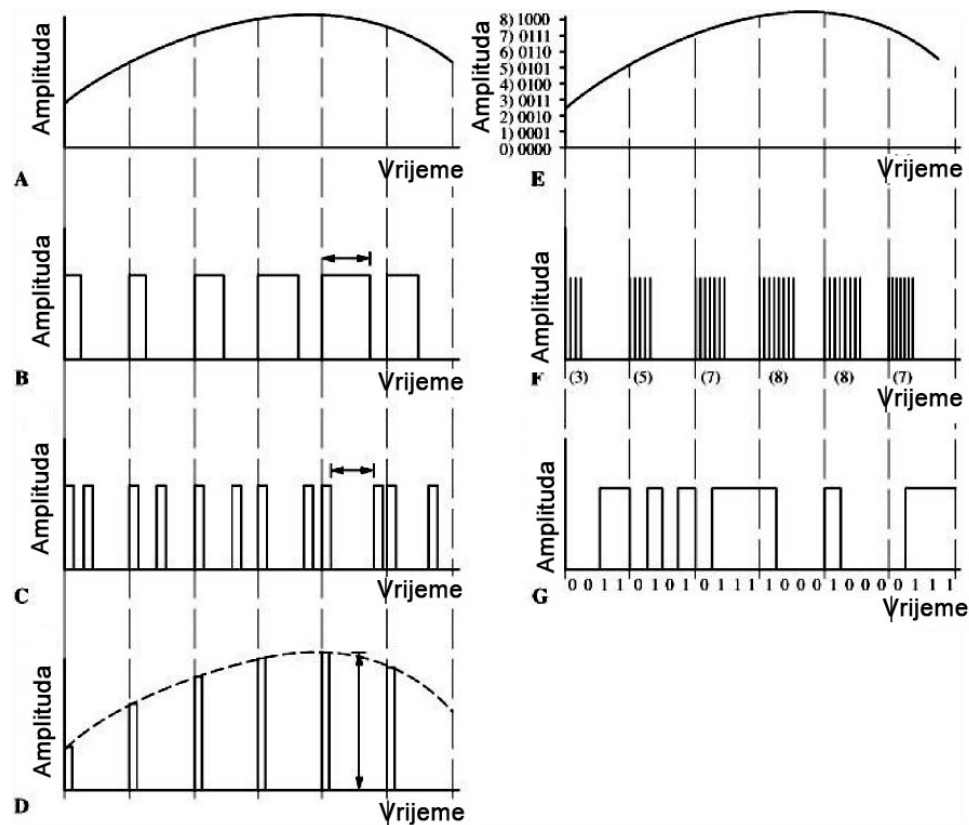
2.1 Pulsno-kodna modulacija (PCM)

Modulacija signala je kodiranje informacija u svrhu prijenosa ili spremanja. U teoriji postoji puno različitih modulacija, koje u osnovi rade jednaki zadatak ali se razlikuju po učinkovitosti i performansama, ovisno o digitalnom sustavu u kojem se koriste. Općenito, FM i AM modulacije se odavno koriste za prijenos radijskog signala, a koje se baziraju na promjeni frekvencije nosioca.

Kod digitalnih sustava najčešće se koriste različite vrste impulsnih modulacija. Na primjer, širina impulsa (pulsno-širinska modulacija) ili pozicija impulsa (pulsno-pozicijska modulacija) u vremenu mogu predstavljati digitalnu vrijednost analognog signala. U oba slučaja impulsi imaju jednaku amplitudu i zapravo se radi o pravokutnim signalima. Pulsno-amplitudna modulacija uključuje pravokutne impulse promjenjive amplitude. Slika 2.1 pokazuje primjere nekih impulsnih kodnih modulacija. Za razliku od modulacija prikazanih slikama 2.1.B do 2.1.D, informacija kod modulacija na slikama 2.1.F i 2.1.G sadržana je u broju impulsa za svaki uzorak. U ova dva slučaja, za svaki uzorak se generira određeni broj impulsa, koji odgovaraju binarnoj vrijednosti. To zahtijeva veće brzine protoka, odnosno veće širine pojasa digitalnog sustava.

Pulsno-kodna modulacija (PCM) za svaki uzorak koristi odgovarajuću binarnu riječ, gdje su jedinice i nule prikazane samo s jednim impulsom. Prednost ove modulacije je u robusnosti

samog signala, gdje je za čitanje signala potrebno detektirati sam signal. Lakše je kombiniranje više PCM signala u vremenskom multipleksu, odnosno kroz jedan komunikacijski kanal moguće je poslati više audio signala. Također, je lako ubaciti zaštitne bitove, jer se time samo proširuje binarna riječ, ali se oblik signala ne mijenja. S druge strane to zahtijeva veće brzine protoka podataka.



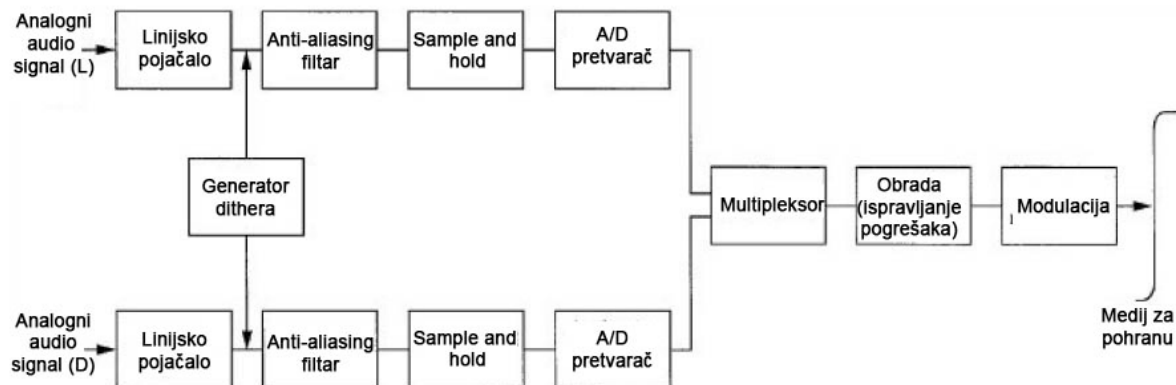
Slika 2.1 Primjeri impulsno kodnih modulacija. (A) analogni signal; (B) pulsno-širinska modulacija; (C) pulsno-pozicijska modulacija; (D) pulsno-amplitudna modulacija; (E) kvantizirani analogni signal; (F) pulsno-brojeva modulacija; (G) pulsno-kodna modulacija

Ovu modulaciju prvi put je upotrijebio Alec Reeves, 1937. godine. Kod PCM-a audio signal prolazi proces uzorkovanja, kvantiziranja i kodiranja, a bitno je naglasiti da kod PCM-a kvaliteta signala ovisi o kvaliteti uzorkovanja i kvantiziranja, a ne o kvaliteti prijenosnog kanala.

Slika 2.2 prikazuje arhitekturu linearnog PCM sklopa za digitalno snimanje audio signala. Analogni audio signal prvo prolazi kroz linearno analogno pojačalo, čiji zadatak je prilagodba analognog signala ulaznim vrijednostima A/D pretvarača. Na primjer, A/D pretvarač može raditi s rasponom analognog signala od 0V do 2V, što znači da se signali s većim rasponom signala tome moraju prilagoditi, kako bi se iskoristio cijeli taj raspon.

Nakon toga signal prolazi kroz anti-aliasing filter, kako bi mu se ograničilo frekvencijsko područje u skladu s frekvencijom uzorkovanja. Signal nakon toga dolazi do sklopa za uzorkovanje i zadržavanje (sample-and-hold) i nakon toga dolazi do A/D pretvarača gdje se analogni uzorci pretvaraju u binarni zapis. Ako se radi o stereo signalu potrebno je raditi vremenski multipleks. Nakon toga slijedi obrada signala, odnosno eventualne korekcije pogrešaka, te snimanje ili prijenos audio signala.

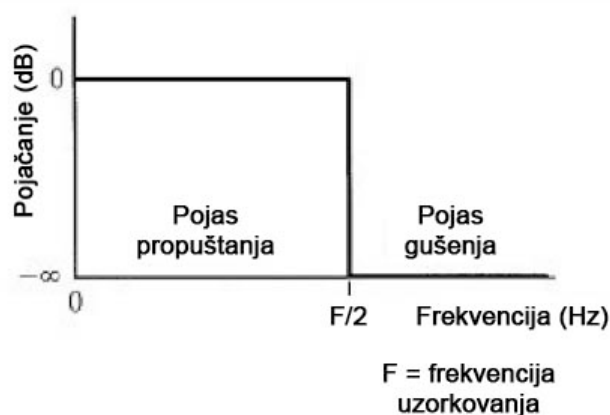
Kvaliteta audio signala ovisi samo o značajkama hardvera, a ne kvaliteti prijenosnog kanala pod pretpostavkom da kanal može prenijeti gotovo neograničenu širinu signala prikazanog u frekvencijskoj domeni. Zbog toga je konstrukcija ovog dijela A/D pretvarača jako bitna.



Slika 2.2 Arhitektura linearnog PCM sklopa

2.2 Anti-aliasing filter

Ulazni analogni audio signal može imati frekvencijske komponente čije frekvencije su iznad Nyquistove frekvencije, odnosno veće od polovice frekvencije uzorkovanja. Kako bi se zadovoljio Nyquistov teorem i osiguralo da ne dođe do aliasing izobličenja, potrebno je signal prije uzorkovanja propustiti kroz nisko-propusni filter, koji se naziva anti-aliasing filter. Na primjer, ako je audio signal uzorkovan frekvencijom od 48 kHz, gornja granična frekvencija ovog filtra trebala bi biti 24 kHz. Anti-aliasing filter treba prigušiti sve signale s frekvencijama iznad ove granične frekvencije, odnosno trebao bi imati frekvencijsku karakteristiku kako je prikazano na slici 2.3. Ovakav idealni nisko-propusni filter naziva se i "brick-wall" filter, jer ima brzi prijelaz iz pojasa propuštanja u pojas gušenja.



Slika 2.3 Idealni anti-aliasing filter s gornjom graničnom frekvencijom na polovici frekvencije uzorkovanja

Izvedba ovakvog filtra predstavlja tehnološki problem. Područje propuštanja trebalo bi imati potpuno ravnu karakteristiku do gornje granične frekvencije, a razlika između područja propuštanja i područja gušenja trebala bi odgovarati dinamičnom rasponu signala, što na primjer kod sustava sa 16 bitnom kvantizacijom iznosi 96 dB. Prigušenje područja gušenja od -80 dB, uzrokovati će 0,01% aliasing izobličenja. Vidljivo je da ovaj filter mora zadovoljiti rigorozne uvjete. Moderni pretvarači s naduzorkovanjem, koji su detaljno opisani u odvojenom poglavlju, koriste ulazne filtre s manje strožim značajkama.

Kod takozvanih Nyquistovih pretvarača, mora postojati ulazni anti-aliasing filter s vrlo ostrim prijelazom iz područja propuštanja u područje gušenja. To zahtijeva kompromise u smislu ravne karakteristike u području propuštanja i faznih izobličenja. Ove stroge značajke mogu se ublažiti povećanjem frekvencije uzorkovanja, što će s druge strane povećati brzinu protoka podataka, koju digitalni sustav možda neće podržati.

Kada se koristi frekvencija uzorkovanja od 48 kHz, ulazni filter je projektiran za ravan odziv do 22 kHz, što mu omogućuje da prijelaz iz područja propuštanja u područje gušenja bude izveden unutar 2 kHz. Frekvencijska karakteristika praktičnog filtra prikazana je na slici 2.4. Vidljivo je da ovakav filter odstupa od idealnog filtra i potrebno je prihvatiti određene kompromise. Uočljivo je istitravanje magnitude u pojasu propuštanja i pojasu gušenja. Ovako izvedeni filter neće imati linearnu faznu karakteristiku, nego će doći do različitog grupnog kašnjenja na različitim frekvencijama. Fazno kašnjenje može se kompenzirati dodatnim analognim krugom prije ili poslije filtra.



Slika 2.4 Frekvencijska karakteristika praktično izvedenog anti-aliasing filtra.

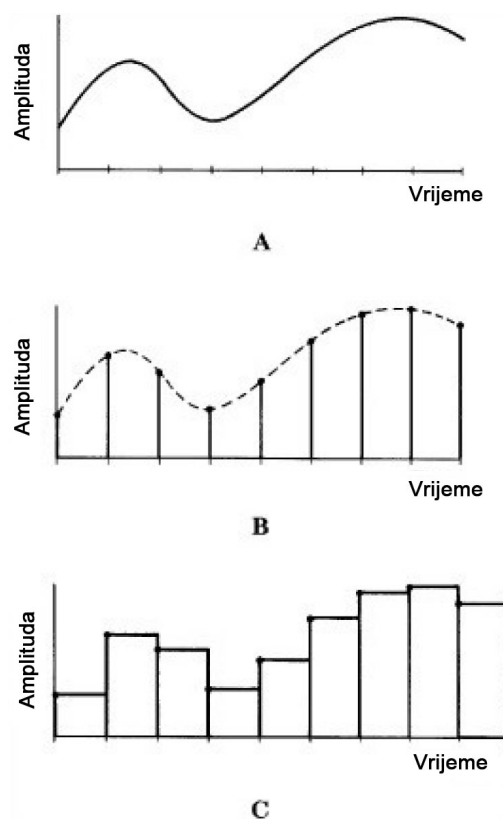
Analogni filteri mogu se klasificirati s matematičkim polinomima koji opisuju njihove karakteristike. Tako postoje razne vrste filtara, na primjer, Besselov, Butterworthov, Čebiševljev. Za svaku vrstu ovih filtara osnovna izvedba se može kaskadirati kako bi se postigao odgovarajuće brzi prijelaz iz područja propuštanja u područje gušenja. Ovi filteri višeg reda više sliče 'brick-wall' filteru. U svakom slučaju, svaka izvedba ovakvih filtara uključuje određene kompromise. Filter sa strmim prijelazom imati će veće istitravanje karakteristike oko rezonantne frekvencije. S druge strane filter s ravnom karakteristikom u području propuštanja imati će sporiji prijelaz u područje gušenja. Na kraju se sve svodi na čujnost ovih problema, tako da se neki od ovih kompromisa mogu zanemariti.

Na primjer, ako tražimo filter s prijelazom od 40% oktave i 80 dB gušenja, te ravnim propusnim dijelom, morati ćemo koristiti Butterworthov filter 33. reda. S druge strane Čebiševljev filter 9. reda s manje ravnim propusnim dijelom, istitravanjem od $\pm 0,1$ dB na 20 kHz ima gušenje od 70 dB.

Svi ovi problemi mogu se riješiti uporabom pretvarača s naduzorkovanjem, koji ne zahtijevaju ulazne filtre s tako strogim značajkama, nego se filtriranje signala odvija u digitalnoj domeni.

2.3 Sklop za uzorkovanje i zadržavanje – sample-and-hold

Kako samo ime sugerira, ovaj sklop obavlja dvije jednostavne ali kritične operacije. U jednakim vremenskim razmacima uzima uzorke analognog signala u skladu s teoremom uzorkovanja. Također uzorak analognog signala zadržava neko vrijeme, koje mora biti dovoljno da A/D pretvarač analognoj vrijednosti doda odgovarajuću binarnu riječ. Ovo je bitno, jer se analogna vrijednost nakon uzorkovanja ne smije mijenjati, nego neko vrijeme mora ostati konstantna. Ako se to ne osigura na izlazu A/D pretvarača pojaviti će se pogrešna binarna riječ. Ulaz i izlaz sample-and-hold sklopa prikazani su na slici 2.5. Izlaz ovog sklopa je PAM signala, odnosno diskretizirani analogni signal stepeničastog oblika (slika 2.5.C).



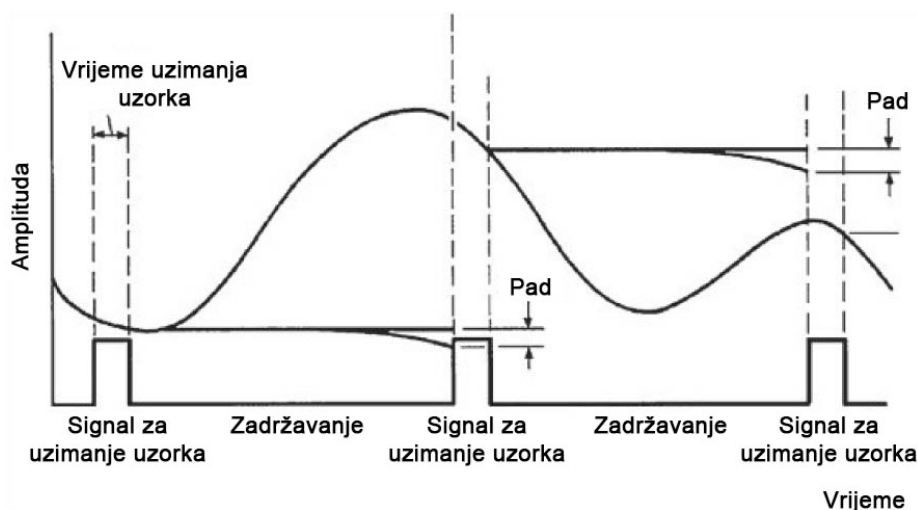
Slika 2.5 Sample-and-hold sklop zadržava analognu vrijednost ulaznog signala. (A) ulazni signal; (B) uzorkovani signal; (C) zadržane vrijednosti analognog signala

Elektronički sklop koji obavlja ovu funkciju je jednostavan, ali mora zadovoljiti stroge tolerancije. Obično je ugrađen u A/D pretvarač, tako da praćenje promjena u skladu s

temperaturom bude ujednačeno, te se u osnovi sastoji od kontrolirane sklopke (tranzistor) i kondenzatora. Sklopka je aktivirana impulsima stabilne frekvencije, sukladne frekvenciji uzorkovanja. Kada se sklopka zatvori, kondenzator se nabije na analognu vrijednost koja se pojavila u trenutku zatvaranja sklopke. Nakon toga se sklopka odmah otvara, a analogna vrijednost ostane na kondenzatoru. Kondenzator ostaje nabijen dok traje analogno-digitalna pretvorba, odnosno dok se analognoj vrijednosti ne pridoda odgovarajuća digitalna vrijednost. Ovaj sklop mora imati vrlo kratko vrijeme uzimanja uzorka, koje se približava nuli. Ako to nije zadovoljeno, za vrijeme dok je sklopka zatvorena (uzimanje uzorka) analogna vrijednost bi se mogla mijenjati, tako da konačna vrijednost neće odgovarati analognoj vrijednosti točno u trenutku uzimanja uzorka. S druge strane nestabilna frekvencija impulsa kojom se aktivira sklopka, uzrokovati će nepravilno uzimanje uzoraka.

Ova nestabilnost takta uzimanja uzoraka u inženjerskoj terminologiji naziva se 'jitter'. Jitter u signal unosi izobličenja i šum, te ga se mora ograničiti u skladu s frekvencijom uzorkovanja. To posebno vrijedi za signale visoke amplitude i frekvencije. Vremenska preciznost takta okidanja sklopke je značajna. Na primjer, kod signala frekvencije 20 kHz i 16 bitovne kvantizacije, potrebno je osigurati da nestabilnost takta bude manja od 200 ps. Samo tada će nastali šum biti ispod donje granice šuma digitalnog sustava.

Vrijeme uzimanja uzorka (eng. acquisition time) predstavlja vrijeme od trenutka davanje naredbe za uzimanje uzorka i samog uzimanja uzorka. Predugo vrijeme uzimanja uzorka rezultirati će u različitom uzorku nego u trenutku uzimanja uzorka. Efekt ovog kašnjenja funkcija je amplitude analognog signala. S druge strane, zadržani analogni signal mora ostati konstantan unutar kvantizacijskog nivoa, dok se pretvorba ne provede. Kako korišteni kondenzator nije idealan, uvijek će postojati određena struja pražnjenja, zbog njegovog unutrašnjeg otpora. Na primjer, u slučaju frekvencije uzorkovanja od 48 kHz i kvantizacije od 16 bita, A/D pretvarač s rasponom od $\pm 2V$, mora unutar 20-ak μs zadržati vrijednosti da ne padne ispod 61 μV . Vrijeme uzimanja uzorka i pad razine ilustrirani su na slici 2.6.



Slika 2.6 Ilustracija vremena uzimanja uzorka i pada razine analognog signala.

Zahtjev za kratko vrijeme uzimanja uzorka i dovoljno dugo zadržavanja analognog napona su u kontradikciji. Za kratko vrijeme uzimanja uzoraka potreban je kondenzator malog kapaciteta, što odgovara kraćem vremenu nabijanja. S druge strane, za manji pad napona

potreban je kondenzator većeg kapaciteta. U praksi, kondenzatori kapaciteta oko 1 nF mogu zadovoljiti oba zahtjeva s time da je poželjno da budu izvedeni od polipropilena ili Teflona.

2.4 Analogno-digitalni pretvarač

Analogno-digitalni pretvarač nalazi se u središtu sklopa za pretvorbu analognog u digitalni signal, te predstavlja najkritičniju komponentu ovog procesa. Pogreške i smetnje koje se unesu u ovom stupnju pretvorbe prenijeti će se u digitalni sustav, te na kraju pojaviti u analognom signalu na izlazu D/A pretvarača. Time odabir A/D pretvarača značajno utječe na vjernost reprodukcije.

U osnovi A/D pretvarač radi sljedeće: analizira uzorkovanu analognu vrijednost, uspoređuje je s najbližim kvantizacijskim nivoom i na izlazu prema tome generira odgovarajući binarni kod. Sve to mora obaviti unutar perioda uzorkovanja, koji u slučaju frekvencije uzorkovanja od 48 kHz iznosi 20-ak μ s. Pri tome preciznost mora biti velika. Na primjer za 16 bitovnu kvantizaciju 15 ppm, za 18 bitovnu kvantizaciju 4 ppm, a za 20 bitovnu kvantizaciju 1 ppm.

Općenito gledajući, A/D pretvarač uspoređuje ulaznu analognu vrijednost s nekom referentnom generiranom vrijednosti. To znači da unutar sebe mora imati D/A pretvarač. Na ovom principu rade audio A/D pretvarači sa sukcesivnom aproksimacijom. Danas su češći A/D pretvarači s naduzorkovanjem, koji će u ovom poglavlju biti samo spomenuti, a detaljno obrađeni u zasebnom poglavlju.

Svaki A/D pretvarač mora na jednaki način pretvoriti svaki analogni uzorak. Na primjer 16 bitovni pretvarač barata sa 65536 kvantizacijskih nivoa, s kojima se dijeli raspon ulaznog analognog signala. Ako je taj raspon na primjer ± 2 V, kvantizacijski nivo iznosi 61 μ V. Kvantizacijski nivoi s kojima se uspoređuje ulazni signal kod pretvarača sa sukcesivnom aproksimacijom moraju biti jednoliko raspoređeni u cijelom rasponu ulaznog signala. Naravno, svaki A/D pretvarač unosiće pogrešku od polovice kvantizacijskog nivoa (pogreška kvantizacije), jer se ona ne može izbjeći. Dinamički raspon može se proširiti uporabom dithera.

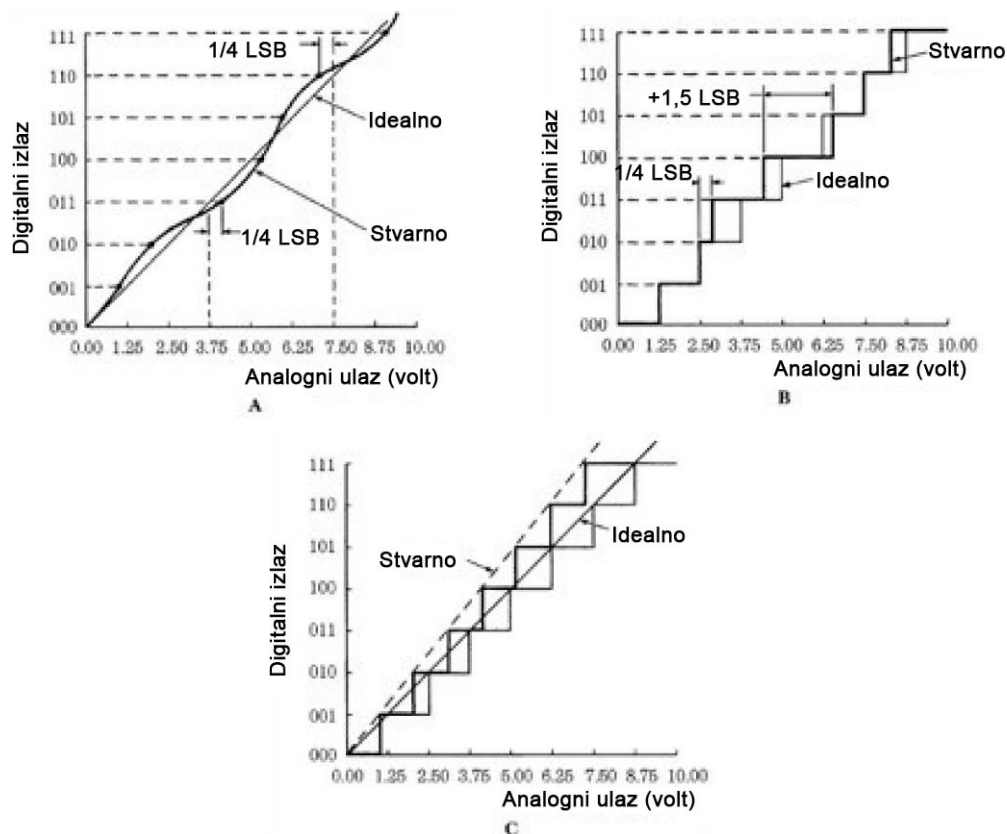
Na jednaki način A/D pretvarač mora analognu vrijednost pretvoriti u digitalnu unutar perioda uzorkovanja, ili kraće, jer je potrebno uračunati vrijeme stabiliziranja vrijednosti pretvarača. Današnji pretvarači zbog razvoja tehnologije bez problema to mogu obaviti, jer postoje i pretvarači koji istovremeno pretvaraju i do šest kanala audio signala (5.1 sustavi).

Za ocjenu kvalitete pretvarača koriste se razne značajke. Jedna od najčešćih je linearnost pretvarača. Linearnost uspoređuje koliko je linearna prijenosna karakteristika između izlaznog i ulaznog signala. Idealno bi bilo da izlazna ekvivalentna binarna vrijednost odgovara ulaznoj vrijednosti. Za mjerenja se koriste signali s padajućom amplitudom, kojima se u nekim slučajevima dodaje pravokutni dither. Krivulja pojačanja pretvarača u odnosu na ulazni signal otkriti će sva odstupanja od idealne krivulje. Slika 2.7 prikazuje tri krivulje koje ilustriraju promjene u linearnosti pretvarača.

Integralna linearnost mjeri koliko je izlaz A/D pretvarača "ravan". Njome se mjeri koliko prijenosna karakteristika, odnosno kvantizacijske razine odstupaju od idealne prijenosne karakteristike. Ova karakteristika pretvarača je najvažnija karakteristika i ne može se namještati. Pretvarač nije linearan ako nema integralnu linearnost od barem $\pm 1/2$ LSB. Krivulja na slici 2.7.A pokazuje da pretvarač ima integralnu linearnost od $\pm 1/4$ LSB.

Diferencijska linearnost pokazuje kolika je razlika između visine stvarnog koraka i idealne vrijednosti od 1 LSB. Može se mjeriti kao razmak između prijelaznih napona, odnosno kao širina pojedinačnih naponskih koraka. Diferencijska linearnost prikazana je na slici 2.7.B. Idealno bi bilo da svaki naponski korak odgovara 1 LSB. Maksimalna pogreška diferencijske linearnosti od $\pm 1/2$ LSB znači da se ulazni napon mora povećati ili smanjiti za barem $1/2$ LSB ili 1,5 LSB prije nego dođe do promjene izlaza. Ako se ova specifikacija prijeđe za na primjer za ± 1 LSB, neki koraci bi mogli biti široki 2 LSB, a neki 0 LSB, odnosno neke binarne riječi na izlazu se ne bi pojavile. Na primjer, prijenosna karakteristika pretvarača na slici 2.7.B ima pogrešku od $\pm 1/2$ LSB, što znači da su neke razine široke $1/4$ LSB, a druge 1,5 LSB. Brzina pretvorbe može utjecati na integralnu i diferencijsku linearnost.

Pogreška apsolutne linearnosti (slika 2.7.C) odnosi se na razliku između idealne razine na kojoj se događa digitalni prijelaz i stvarne razine. Kod dobrog A/D pretvarača ova pogreška bi trebala biti manja od $\pm 1/2$ LSB.



Slika 2.7 Krivulje koje pokazuju odnos ekvivalentne binarne vrijednosti u odnosu na ulazni analogni signal. (A) integralna linearnost; (B) diferencijska linearnost; (C) apsolutna linearnost.

Osim linearnosti, ispituje se koliko A/D pretvarači generiraju izobličenja signala. Mjere se parametri THD i THD+N. Više informacija o ovim parametrima može se dobiti u skripti iz predmeta Audiotehnika na preddiplomskom studiju FER-a. Za razliku od analognih sustava, kod kojih faktor izobličenja raste s porastom amplitude, kod digitalnih sustava je to obrnuto. Faktor izobličenja je obično veći na nižim razinama signala jer se pojavljuje šum granulacije, što je posljedica same prirode procesa pretvorbe i generiranja gotovo pravokutnog signala (s

harmonicima koje ne postoje u originalnom analognom signalu). Zbog toga je u specifikacijama pretvarača potrebno prikazati kako ovaj faktor ovisi o razini i frekvenciji signala. Izobličenja se mogu prikazati kao razina u dB ili kao postotak.

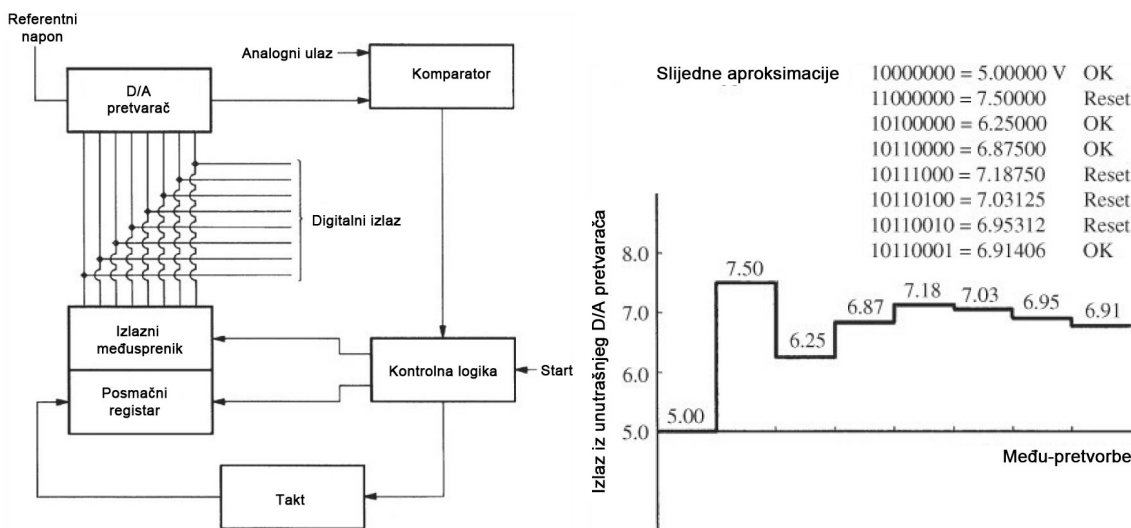
Dinamički raspon je još jedan parametar koji se može koristiti za usporedbu pretvarača. Dinamički raspon je raspon amplitude signala između maksimalne razine i razine šuma. U skladu s EIAJ specifikacijama, dinamički raspon se tipično mjeri očitavanjem THD+N vrijednosti pri razini ulaznog signala od -60 dB, pri čemu se negativna vrijednost izobličenja okrene i doda 60 dB kako bi se dobila vrijednost dinamike. Odnos signal-šum može se izmjeriti mjerenjem razine šuma bez ikakvog signala na ulazu i odbijanjem od signala takozvane 'full scale' razine.

Problemi sa stabilnosti takta (engl. "jitter") mogu se ispitati sa sinusnim signalom od 20 kHz i razinom 0 dBFS (engl. "dB Full Scale"). Signal se propusti kroz pretvarač i na izlazu se analizira spektar signala. Ova analiza se provjeri sa signalom frekvencije 100 Hz. Viša razina šuma kod 20 kHz u odnosu na 100 Hz ukazuje na probleme sa stabilnosti takta. Harmonici više frekvencije ukazuju na periodični "jitter".

Kvantizacija sa 16 bita smatra se dovoljnom za većinu primjena potrošačke elektronike. Međutim, u slučaju obrade audio signala u digitalnoj domeni potrebno je koristiti signale s više bitovnom kvantizacijom. Time se smanjuje mogućnost učestalog pojavljivanja pogrešaka zbog neizbježnog zaokruživanja kod nekih matematičkih operacija. Neki digitalni procesori za obradu signala (engl. "Digital Signal Processors" - DSP) koriste bitovne riječi s 56 bita. Neki digitalni mediji, kao na primjer "blue-ray" disk koriste 24-bitovni zapis. Iako mnogi A/D i D/A pretvarači koriste 24-bitovnu kvantizaciju, vrlo je teško postići pravu 24-bitovnu dinamiku. Teorijski, rezolucija od 24 bita omogućuje dinamiku digitalnog signala od oko -145 dBFS. Ako se na ulaz A/D pretvarača dovede signal kod kojega dBFS razina odgovara razini od 2 V analognog signala, to bi značilo da razina od -145 dBFS odgovara razini od 0,1 μ V. To je otprilike razina termičkog šuma otpornika pri sobnoj temperaturi, a da ne spominjemo druge izvore smetnji. Unutrašnja obrada signala zahtijeva duže bitovne riječi, ali je manje vjerojatno da će A/D i D/A pretvarači trebati tako veliki broj bitova.

2.5 A/D pretvarač sa sukcesivnom aproksimacijom

Prvi audio A/D pretvarači bili su pretvarači sa sukcesivnom aproksimacijom, čija shema je prikazana na slici 2.8. Ovaj pretvarač u povratnoj vezi koristi D/A pretvarač, komparator i kontrolnu logiku. U osnovi, u komparatoru se uspoređuje generirana binarna riječ i ulazni analogni signal. Pretvarač slijedi odgovarajući algoritam koji na osnovu izlaza iz komparatora generira novu binarnu riječ dok ulazni signal i generirani analogni signal iz D/A pretvarača ne budu unutar odgovarajuće rezolucije.



Slika 2.8 Shema A/D pretvarača sa sukcesivnom aproksimacijom

Na primjer, uzmimo u obzir ulazni signal amplitude 6,92 V i 8-bitni A/D pretvarač s rasponom ulaznih vrijednosti od 0 do 10 V. Koraci generiranja binarne riječi prikazani su na slici 2.8. U početnom koraku najznačajniji bit se postavlja na 1, odnosno početna generirana binarna riječ je 1000 0000. Ova binarna riječ na izlazu D/A pretvarača generirati će analogni napon od 5 V ($10V/2$). S obzirom na je ulazni analogni signal veći od 5V, prvi bit ostaje 1, a drugi se prebacuje iz 0 u 1, te je nova generirana riječ 1100 0000, kojoj odgovara analogni napon od 7,5 V ($(10V-5V)/2$). Sada je ulazni napon manji od generiranog napona i drugi bit se vraća na 0, a sljedeći bit se postavlja na 1, odnosno 1010 0000. To odgovara naponu od 6,25 V. Proces se nastavlja do zadnjeg koraka pretvorbe, od ukupno 8 koraka, kada se dobije binarna riječ 1011 0001, kojoj odgovara napon od 6,91 V.

Ova sukcesivna aproksimacija zahtijeva N koraka, gdje je N broj bita za kvantizaciju. Iako to na prvi pogled tako ne izgleda, A/D pretvarači sa sukcesivnom aproksimacijom su relativno brzi, međutim pretvarač mora biti precizno izveden. Na primjer, 16-bitni A/D pretvarač koji radi s ulaznim naponom od $\pm 10V$ i pogreškom od $\pm 1/2$ LSB, mora imati preciznost pretvorbe od 3 mV. Također, promjena napona od 10V u D/A pretvaraču mora se stabilizirati unutar 0,001% tijekom perioda od 1 μs . Ovaj period odgovara vremenskoj konstanti od 100 ns, te *sample-and-hold* sklop mora biti tako konstruiran da minimizira pad napona, tako da promjena najmanjeg značajnog bita bude unutar ovih specifikacija.

2.6 A/D pretvarač s naduzorkovanjem

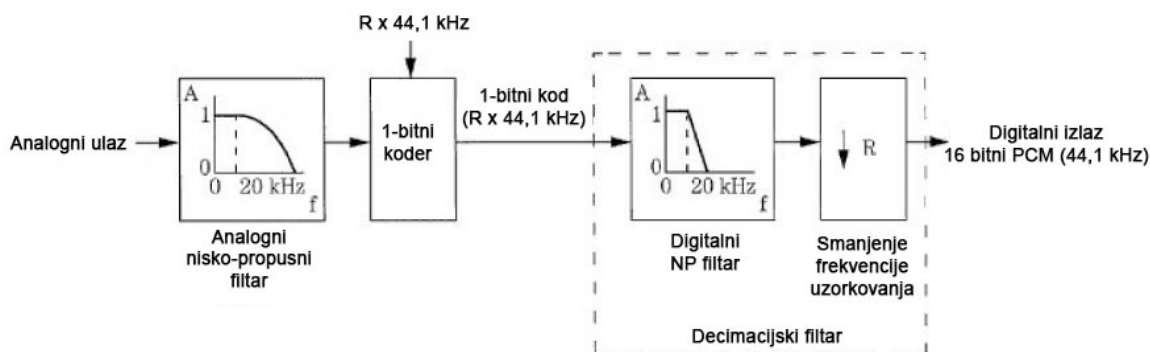
Ovdje ćemo spomenuti samo osnovni princip rada A/D pretvarača s naduzorkovanjem, a više informacija o ovom procesu može se pročitati u odvojenom poglavlju.

Kao što je spomenuto u poglavlju o anti-aliasing filtrima, izvedba odgovarajućeg filtra koji će poštovati teorem uzorkovanja nije jednostavna. U većini današnjih audio primjena, *brick-wall* anti-aliasing filtri i Nyquistovi pretvarači (sukcesivna aproksimacija) zamijenjeni su s A/D pretvaračima s naduzorkovanjem s digitalnim filtrima. U ovom slučaju uporaba filtra kojim će se poštovati teorem uzorkovanja odvija se u digitalnoj domeni, dakle poslije uzorkovanja visokom frekvencijom uzorkovanja.

Kod A/D pretvarača s naduzorkovanjem, analogni signal se prvo propušta kroz anti-aliasing filter s blagim prijelazom između područja propuštanja i područja gušenja. To može biti jednostavan filter prvog reda s obzirom da je frekvencija uzorkovanja relativno visoka. Nakon uzorkovanja i kvantiziranja, digitalizirani signal se propušta kroz takozvani decimacijski nisko-propusni filter kako bi se spriječila aliasing izobličenja u signalu s novom nižom frekvencijom uzorkovanja. Tako kvantizirane binarne riječi dalje se šalju s nižom frekvencijom uzorkovanja, npr. 48 kHz. Slika 2.9 prikazuje shemu A/D pretvarača s naduzorkovanjem. Za kvantiziranje koristi se takozvani 1-bitni koder s frekvencijom uzorkovanja koja je višekratnik osnovne frekvencije uzorkovanja, na primjer $R \times 44,1$ kHz, gdje je R faktor naduzorkovanja. U sljedećem koraku, u decimacijskom filteru frekvencija uzorkovanja se smanjuje, tako da se na izlazu nalazi standardni PCM 16 bitni signal s frekvencijom uzorkovanja od 44,1 kHz.

A/D pretvarači s naduzorkovanjem koriste početno visoku frekvenciju uzorkovanja (64 ili 128 puta veću), te iskorištavaju ovu visoku frekvenciju u sigma-delta pretvaračima kako bi se postigla visoka rezolucija pretvorbe audio signala. Sigma-delta modulator može se koristiti za oblikovanje karakteristike šuma, kako bi se smanjio šum kvantizacije u audio frekvencijskom području.

Osim što omogućuju uporabu jednostavnijih anti-aliasing filtera, A/D pretvarači s naduzorkovanjem osiguravaju veću dinamiku u odnosu na druge pretvarače, jer šum kvantizacije prebacuju na više frekvencije. Digitalni filter nakon toga u potpunosti uklanja šum iz čujnog područja.



Slika 2.9 Shema A/D pretvarača s naduzorkovanjem.

2.7 Kanalni kodovi

Nakon što je analogni signal pretvoren u binarni zapis, odnosno čisti PCM signal, prije slanja signala u komunikacijski kanal ili pohranjivanja, obično se obavlja nekoliko operacija. To obično uključuje multipleksiranje podataka, izvođenje "interleavinga", dodavanje bitova za ispravljanje pogrešaka i kanalno kodiranje. Ovaj dio je bitan za postizanje zadovoljavajuće kvalitete signala u prijenosnom kanalu.

Kanalni kodovi su važan primjer manje vidljivog, ali kritičnog elementa digitalnog audio sustava. Modulacija kanalnim kodovima događa se prije spremanja ili prijenosa signala. Kanalni kodovi osim sirovih podataka uključuju dodatne bitove ili binarne riječi, te pripremaju i prilagođavaju signal za medij za snimanje ili prijenos. Time se postiže veća učinkovitost prijenosa, jer je signal prilagođen mediju. Na primjer, PCM signal nije prikladan za direktni zapis na optički medij, zbog same prirode zapisa na optički medij. Zapis na optičkom mediju

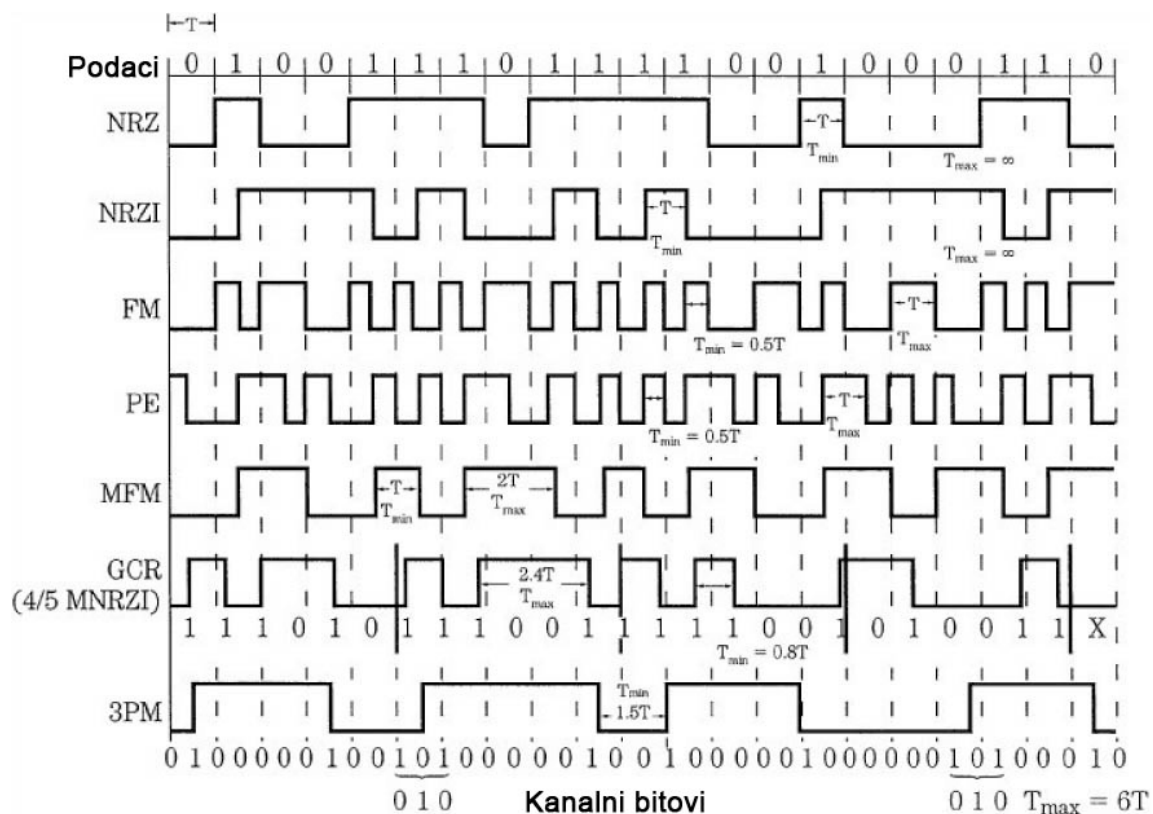
bazira se na detekciji prijelaza između jedinica i nula, a ne samih razina jedinica i nula. Zbog toga, bitan parametar kanalnih kodova su vremenski trenuci kada se promjene događaju.

S obzirom na medij i prijenosni kanal, kanalni kod bi trebao omogućiti vlastitu sinkronizaciju, imati što manju istosmjernu komponentu, koja bi mogla ometati servo sustave koji se koriste kod čitanja optičkog medija, omogućiti visoke brzine protoka podataka, imati ograničeni energetske spektar, imunitet na šum kanala, te omogućiti detekciju pogrešaka. Nažalost ovi zahtjevi su obično međusobno kontradiktorni i vrlo malo kanalnih kodova je prikladno za audio primjene.

Takt signala u prijemniku mora biti sinkroniziran s taktom prenošenog signala. To je obično omogućeno posebnim binarnim riječima u samom signalu, koje predstavljaju sinkronizacijske riječi. Bez sinkronizacije vrlo je teško razlikovati pojedinačne kanalne bitove. To su takozvani samo-sinkronizirajući kodovi. Kako bi se to postiglo mora se donekle smanjiti učinkovitost kodiranja, jer takt povećava broj bitova, što povećava ukupnu brzinu protoka podataka. Takav visoko-frekvencijski signal smanjiti će propusnost medija, a signal u dužim kabelima može biti više podložan smetnjama zbog smanjenja amplitude. Minimalna udaljenost između prijelaza određuje najvišu frekvenciju takta koda koju medij može podržati.

Bitan faktor kod modulacijskih kodova je tolerancija u lokaciji prijelaza u kodu. To se naziva margina prozora, fazna margina ili margina "jittera". Ovaj faktor opisuje minimalnu razliku između valnih dužina koda.

Jedan od poznatijih kanalnih kodova u audio području je EFM kod (Eight to Fourteen Modulation), kod kojih se osam bitova pretvara u 14 bitova, tako da je kod prilagođen optičkom zapisu na audio CD. Slika 2.10 prikazuje primjere nekih kanalnih kodova.



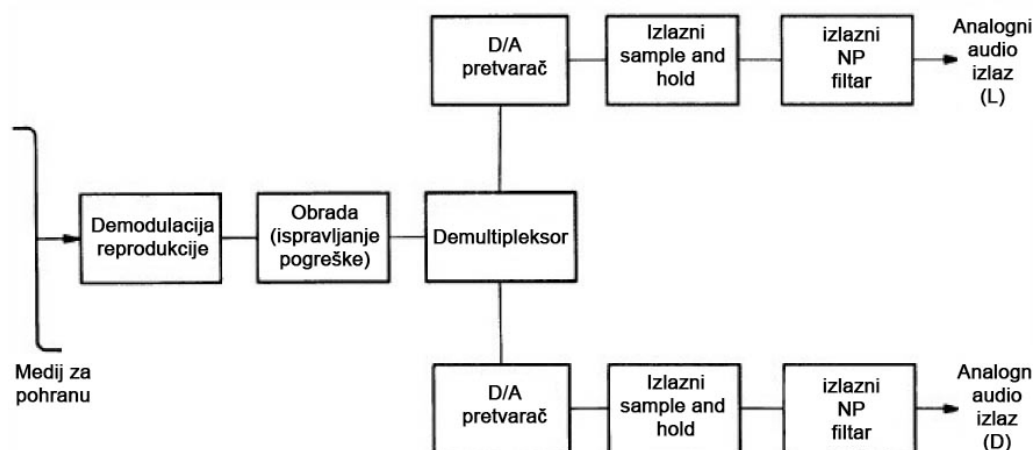
Slika 2.10 Primjere nekih kanalnih kodova

3. Digitalna reprodukcija audio signala, D/A pretvarači

Reprodukcija digitalnog audio signala obavlja se obrnutim redoslijedom od digitalnog snimanja audio signala. To uključuje korekciju vremenske baze, demodulaciju, demultipleksiranje, korekciju pogreške, D/A pretvorbu, izlazni sklop za uzorkovanje i pridržavanje (S/H sklop), te izlazni nisko-propusni filtar.

3.1 Obrada audio signala prije reprodukcije

Lanac reprodukcije digitalnog audio signala uključuje prihvaćanje kodiranog binarnog signala, koji se na kraju rekonstruira u analogni signal, kako je prikazano na slici 3.1. Krug za reprodukciju mora minimizirati bilo kakve neželjene efekte koji su se pojavili tijekom spremanja ili prijenosa digitaliziranog audio signala. Na primjer, mediji za pohranu imaju mehanička i električka ograničenja, ili su možda bili oštećeni. Digitalni sustavi imaju velike mogućnosti ispravljanja ovih nedostataka, te korekciju pogrešaka. Na primjer, kako bi se izbjegli problemi zbog varijacije vremenske baze, sustavi za reprodukciju podatke prvo spremaju u međuspremnik u kojem se također može obavljati korekcija pogrešaka.



Slika 3.1 Arhitektura sklopa za reprodukciju digitalnog signala

Kada digitalni signal uđe u sustav za reprodukciju potrebno je detektirati sinkronizacijske impulse koji se koriste za korekciju vremenske baze za pravilnu reprodukciju audio signala. U većini slučajeva pojavljuje se vrludanje takta ("jitter"). Ove probleme mogu riješiti PLL (phase-locked loop) sklopovi i međuspremnici podataka. Međuspremnik prima podatke kako dolaze, što može značiti bez ikakve sinkronizacije s taktom sustava za reprodukciju. Međutim, podaci izlaze iz međuspremnik u sinkronizmu s taktom sustava. To u nekim slučajevima uključuje početno memoriranje određene količine podataka, tako da se audio signal reproducira sa zakašnjenjem. Ovaj princip koriste CD reproduktori u automobilima. Reprodukcija optičkog medija u automobilu podložna je stalnim vibracijama, što može dovesti do preskakanja bitova odnosno pojave pogreške. Početno memoriranje podataka i reprodukcija sa zakašnjenjem omogućuju dovoljno vremena za detekciju pogrešaka i njihovo ispravljanje ili ponovno očitavanje podataka.

Nakon toga je potrebno provesti demodulaciju, odnosno pretvaranje digitalnog zapisa u sirove audio podatke, na primjer PCM signal. Uz to se provodi vremensko demultipleksiranje ako je u digitalnom zapisu bilo uključeno više kanala audio signala. Nakon toga se signal dovodi do D/A pretvarača.

3.2 Digitalno-analogni pretvarač

Digitalno-analogni pretvarač jedan je od najkritičnijih elemenata u sustavu za reprodukciju digitalnog audio signala. Kao što A/D pretvarač u velikoj mjeri određuje kvalitetu digitalnog snimanja audio signala, tako i D/A pretvarač određuje kvalitetu prebacivanja signala iz digitalne u analognu domenu, jer D/A pretvorba zahtijeva veliku preciznost. Na primjer s rasponom izlaznog signala od $\pm 2V$, 16-bitni pretvarač mora osigurati korak napona od $61 \mu V$. Tradicionalni D/A pretvarači, takozvani Nyquistovi pretvarači imaju slične probleme kao A/D pretvarači, dok sigma-delta pretvarači s naduzorkovanjem mogu značajno smanjiti probleme tradicionalnih pretvarača.

U praksi, rezolucija pretvarača u velikoj mjeri određena je apsolutnom pogreškom linearnosti i diferencijskom pogreškom linearnosti. Apsolutna pogreška linearnosti predstavlja odstupanje od idealne stepeničaste prijenosne karakteristike, a poželjno je da je manja od $\pm 1/2$ LSB. Diferencijalna pogreška linearnosti je relativno odstupanje pojedinačnog koraka od idealne stepeničaste prijenosne karakteristike. Ova pogreška je korelirana sa signalima niske razine, te se može detektirati mjerenjem izobličenja signala.

Linearnost mjeri sposobnost pretvarača da precizno prebaci binarnu riječ u ekvivalentni analogni napon. Bilo kakva nelinearnost rezultirati će u izobličenjima signala. Razina s kojom se mijenja analogni signal ovisi o tome koji bit u binarnoj riječi se promijenio. Ako se promijeni najznačajniji bit (MSB) to će rezultirati u promjeni analognog signala za pola raspona, dok će promjena najmanje značajnog bita (LSB) uzrokovati najmanju promjenu. Tradicionalni D/A pretvarači s ljestvičastom mrežom imaju problema s linearnosti zbog promjene temperature, starenja komponenata i slično. Na primjer, pogreška u MSB-a od samo 0,01% u potpunosti će poništiti doprinos dva najmanje značajna bita. To na primjer znači da tolerancija MSB-a kod 16 bitnog pretvarača mora biti $1/65536$ vrijednosti LSB-a.

Zbog tih problema, u praksi 16 bitna pretvorba za 16 bitne podatke nije dovoljna, odnosno ne može se osigurati teoretska dinamika signala. Pretvarači moraju imati veći dinamički raspon od samog audio signala.

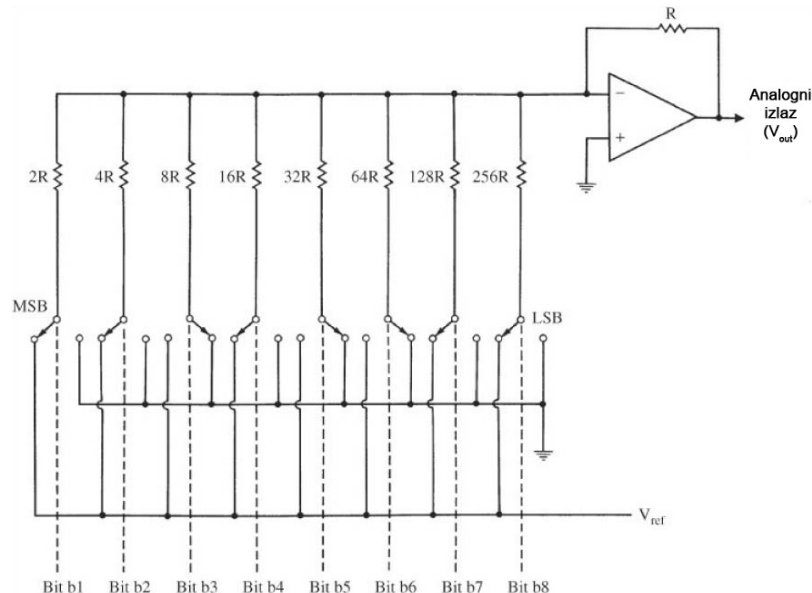
Osim toga, D/A pretvarači moraju imati kratko vrijeme pridržavanja. Vrijeme pridržavanja za D/A pretvarač je vrijeme od trenutka nailaska nove binarne riječi do trenutka u kojem analogni izlazni signal ne poprimi vrijednost unutar specificirane tolerancije ($\pm 1/2$ LSB). Vrijeme pridržavanja mijenja se ovisno o razini promjene ulazne binarne riječi.

3.2.1 D/A pretvarač s težinski raspoređenim otporima

Ova vrsta pretvarača spada u tradicionalne D/A pretvarače, koji se značajno razlikuju od sigma-delta pretvarača. Slika 3.2 prikazuje shemu ove vrste pretvarača. U ovom slučaju binarna riječ se dovodi na ulaz pretvarača tako da svaki bit upravlja s jednom sklopkom. Sklopke propuštaju struju kroz otpornike odgovarajućih vrijednosti. Vrijednosti otpora odnose se kao potencije broja 2, kao i kod binarne riječi. Na primjer, ako se u 8-bitni pretvarač dovede

riječi 0000 0001, zatvoriti će se samo sklopka kod otpora koji regulira najmanju struju. Operacijsko pojačalo zbraja struje kroz otpornike i pretvara ih u izlazni napon.

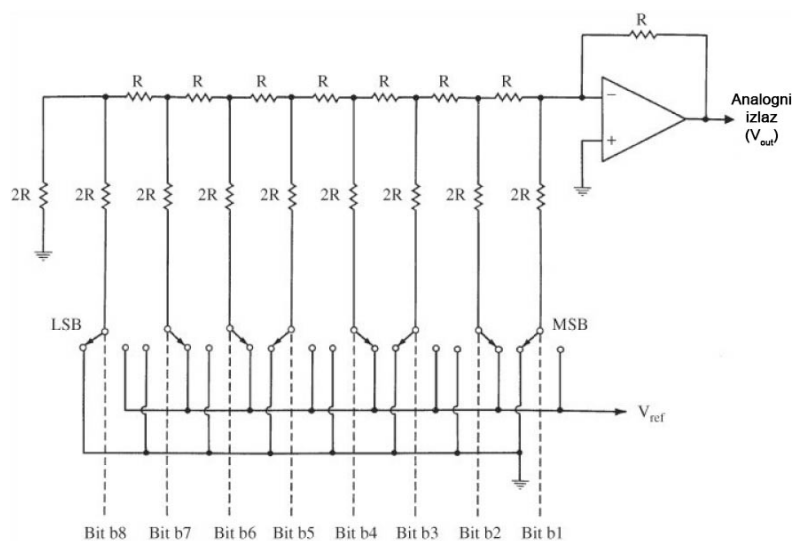
Iako ovaj pretvarač djeluje jednostavno, njegova praktična izvedba je komplicirana, jer zahtijeva otpornike s uskim tolerancijama. Jako je teško proizvesti otpornike s tako uskim tolerancijama, pogotovo kod višebitovnih pretvarača.



Slika 3.2 D/A pretvarač s otpornom mrežom

3.2.2 D/A pretvarač s ljestvičastom (R-2R) otpornom mrežom

Prikladnija izvedba D/A pretvarača s otpornom mrežom je izvedba s takozvanom ljestvičastom otpornom mrežom (R-2R), čija shema je prikazana na slici 3.3. U ovom slučaju se koriste samo dvije vrijednosti otpora također spojene da svaka sklopka odgovara jednom bitu binarne riječi. Proizvodnja ovakvih pretvarača je jednostavnija, jer uključuje samo dvije vrijednosti otpornika. Također, izlaz analognog signala ovisi o odnosu tih otpora, tako da se svake promjene u njihovim vrijednostima ponište.



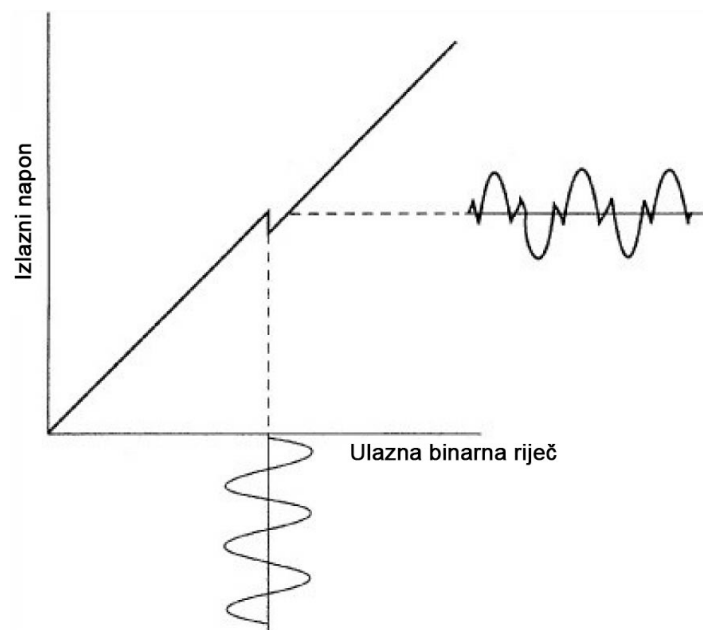
Slika 3.3 D/A pretvarač s ljestvičastom otpornom mrežom

3.3 Pogreška prolaska kroz nulu

Kvalitetni D/A pretvarači moraju biti jako precizni. Kao što je prije spomenuto, 16 bitni D/A pretvarač koji radi s izlaznim naponom od $\pm 2V$ ima razliku između kvantizacijskih nivoa od $61 \mu V$. Na primjer, prijelaz s binarne riječi 1000 0000 0000 0000 u binarnu riječ 0111 1111 1111 1111, treba biti veći samo za $61 \mu V$. Drugim riječima, suma prvih 15 bitova mora biti precizna do ove vrijednosti u usporedbi s vrijednosti najvišeg bita.

Najznačajniji bit se mijenja svaki put kada izlazni signal prolazi kroz nulu. Poteškoće u postizanju preciznosti u sredini raspona D/A pretvarača s otpornom mrežom vode do izobličenja prilikom prolaska kroz nulu. Kada se mijenja najznačajniji bit, kao u prethodnom primjeru, jedna sklopka se otvara, a sve ostale se moraju istovremeno zatvoriti. Fluktuacije struje i varijacije brzine aktiviranja pojedinih sklopki mogu dovesti do diferencijske nelinearnosti i preskočnih izobličenja, kao što je prikazano na slici 3.4. Ovi problemi su posebno izraženi kod signala niske razine. Kako bi se smanjili ovi problemi posebnu pažnju treba posvetiti kalibraciji otpornika za MSB.

Sve ove probleme nemaju sigma-delta pretvarači, koji za postizanje odgovarajuće kvalitete moraju koristiti naduzorkovanje i oblikovanje šuma. Više informacija o ovim pretvaračima može se dobiti u poglavlju 4

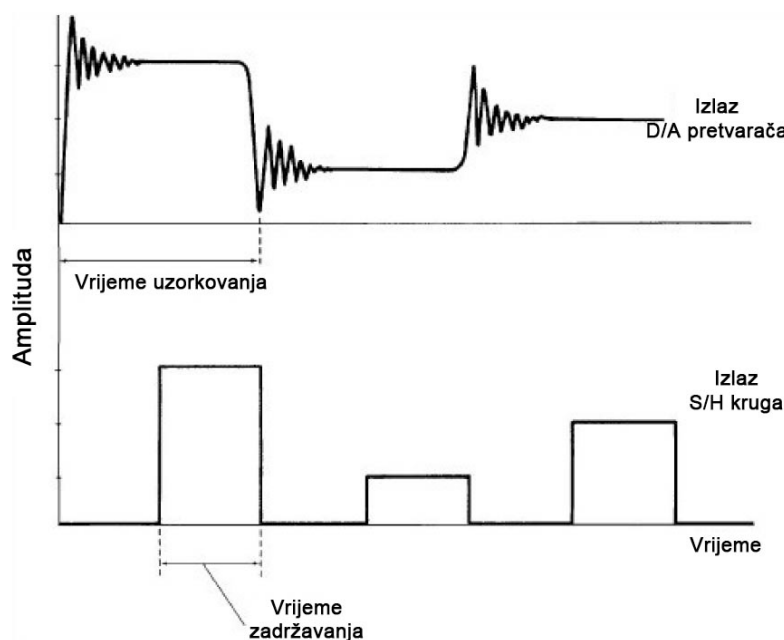


Slika 3.4 Preskočna izobličenja kod prolaska kroz nulu

3.4 Izlazni sklop za uzorkovanje i pridržavanje (S/H sklop)

Mnogi digitalni sustavi imaju dva sklopa za uzorkovanje i pridržavanje. Jedan sklop se koristi na ulazu A/D pretvarača, a drugi na izlazu D/A pretvarača. U drugom slučaju ovaj sklop se uglavnom koristi za uklanjanje nepravilnih signala koji se pojavljuju zbog načina rada D/A pretvarača. Ovaj sklop također može korigirati anomaliju frekvencijskog odziva koja se naziva pogreška otvora, a izlazni S/H sklop se ponekad naziva krug otvora (engl. aperture).

Binarni podaci koji ulaze u D/A pretvarač moraju se stabilizirati. To je posljedica nejednakog trenutka aktiviranja pojedinih sklopki u pretvaračima s otpornom mrežom. Ove nepravilnosti u izlaznom analognom signalu generiraju skokove ili šiljke. Izlazni S/H sklop može se koristiti za ispravljanje ovih nedostataka. Ovaj sklop može primati izlazni signal iz pretvarača samo kada se njegova razina stabilizira, a ova vrijednost se zadržava u izlaznom S/H sklopu dok se D/A pretvarač prebacuje između uzoraka. To osigurava izlazni PAM signal bez skokova. Rad izlaznog S/H sklopa prikazan je na slici 3.5.



Slika 3.5 Princip rada izlaznog S/H sklopa

Ponekad se izlazni S/H sklop koristi za korekciju pogreške otvora, odnosno smanjenja visokih frekvencija. Pogreška otvora proizlazi iz širine izlaznih uzoraka. U ovom slučaju što je širina pulsa uža to će ova pogreška biti manja. Kod idealnog D/A pretvarača, izlazni signal bio bi niz impulsa na poziciji uzoraka, kao kod matematičkog uzorkovanja signala. Kod ovakvog signala nema smanjenja visokih frekvencija. Međutim, PAM signal koji se pojavljuje na izlazu D/A pretvarača uključuje impulse čija širina odgovara periodu frekvencije uzorkovanja. Spektar ovakvog signala uključuje smanjene visoke frekvencije, što odstupa od ravnog spektra savršeno uzorkovanog signala. Frekvencijski odziv PAM signala slijedi funkciju $\sin(x)/x$, koja će biti nula na frekvenciji uzorkovanja i njenim višekratnicima. To uzrokuje smanjenje razine visokih frekvencija u audio području. Na primjer, na frekvenciji koja je polovica frekvencije uzorkovanja gušenje će iznositi 3,9 dB. To se može kompenzirati skraćivanjem impulsa PAM signala u izlaznom S/H sklopu, kako je prikazano na slici 3.5.

3.5 Izlazni nisko-propusni filter

Bez obzira koja vrsta D/A pretvarača se koristi, onaj s otpornom mrežom ili sigma-delta, na izlazu mora postojati nisko-propusni filter. Uzimajući u obzir teorem uzorkovanja, njegova je funkcija jasna. On uklanja sve frekvencije iznad polovice frekvencije uzorkovanja, kako bi se iz PAM signala rekonstruirao analogni signal.

Značajke ovih filtara slične su ulaznim "anti-aliasing" filtrima, odnosno moraju imati ravan odziv u pojasu propuštanja i relativno veliko gušenje u pojasu gušenja. S obzirom da mora filtrirati stepeničasti signal, njegov tranzijentni odziv mora biti dobar. Ako se ovaj filter ne koristi, visoke frekvencije bi mogle uzrokovati probleme.

4. Naduzorkovanje, delta i sigma-delta modulacija

Problemi i relativni trošak PCM pretvarača potaknuli su razvoj sigma-delta pretvarača, koje karakteriziraju kratke binarne riječi, visoke razine naduzorkovanja i oblikovanje šuma. U slučaju ovih pretvarača, pretvorba se može provesti s velikim brojem bita po jednom uzorku s malom frekvencijom uzorkovanja ili malim brojem bita po jednom uzorku s visokom frekvencijom uzorkovanja. Sigma-delta analogno-digitalni i digitalno-analogni pretvarači koriste sigma-delta modulaciju s oblikovanjem šuma i rade sa signalima s visokom frekvencijom uzorkovanja i decimacijskim filtrima. Sigma-delta pretvarači se ponekad nazivaju jednobitovni ili multi-bitovni pretvarači ovisno o arhitekturi.

Kod standardnih PCM sustava svaki uzorak se mora posebno mjeriti i dodjeljuje mu se odgovarajuća binarna riječ. Zbog toga je kvaliteta ovih pretvarača usko povezana s njihovom linearnosti pretvorbe. Na primjer, ljestvičasta otporna mreža kod D/A pretvarača mora biti precizno izvedena kako ne bi došlo do pogrešaka kod pretvorbe. Ukupna pogreška kod ovih pretvarača mijenja se u ovisnosti o svakom uzorku, što predstavlja problem kod ispravljanja pogrešaka. U praksi je kod ove vrste pretvarača potrebna dobra kalibracija i konstrukcija krugova kako bi se dobila visoke kvaliteta.

Kod Nyquistovih A/D pretvarača problem predstavlja izvedba anti-aliasing filtra, koji mora imati jako visoke performanse. Mora imati brzi prijelaz iz pojasa propuštanja u pojas gušenja, te veliko gušenje signala neželjenih frekvencija. Kao što je prije objašnjeno to je jako teško i skupo postići.

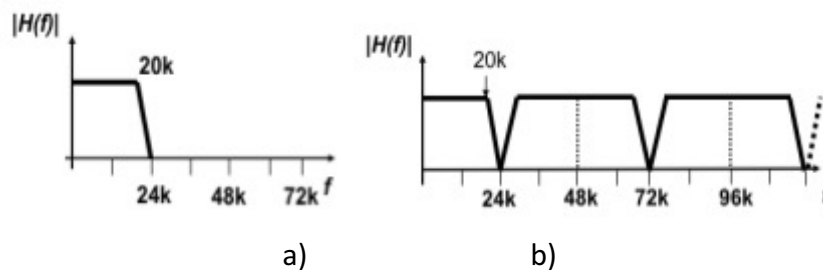
Rad sigma-delta pretvarača možemo pojasniti na jednostavnoj usporedbi rada pretvarača s ljestvičastom otpornom mrežom i sigma-delta pretvarača. Na primjer, ako imamo 8 bitni ljestvičasti pretvarač, i umjesto otpornika se nalaze žarulje, uz pomoć njih moguće je postići $2^8=256$ intenziteta svjetlosti. To se postiže paljenjem i gašenjem 8 sklopki, od toga da su sve isključene do toga da su sve uključene. Za razliku od ovog pretvarača sigma-delta pretvarač će imati jednu sklopku i jednu žarulju. Različiti intenziteti se postižu vremenom uključenosti i isključenosti sklopke, odnosno žarulje. Ako je sklopka više vremena isključena, a manje vremena uključena imati ćemo niski intenzitet svjetlosti. Ako je duže uključena, a kraće isključena imati ćemo veći intenzitet svjetlosti. Pri tome je ritam uključivanja i isključivanja sklopke puno viši nego u slučaju pretvarača s ljestvičastom mrežom. Ovaj način modulacije sličan je pulsno-širinskoj modulaciji (engl. Pulse Width Modulation – PWM), gdje se promjenom trajanja pozitivne, odnosno negativne poluperiode pravokutnog signala modulira signal niske frekvencije.

Sigma-delta pretvarači se nazivaju jednobitovni pretvarači kada je izlaz moduliran s jednim bitom, a nazivaju se višebitovni pretvarači kada je izlaz moduliran s više bita, na primjer četiri. Na izlazu jednobitovnih pretvarača pojavljuje se pravokutni signal pune veličine, što omogućuje savršenu linearnost. S druge strane je potrebna viša razina oblikovanja šuma kako bi se dobile dobre performanse unutar audio područja. Ovi pretvarači su također podložni pogreškama stabilnosti takta, odnosno jittera. Višebitovni pretvarači za kvantiziranje koriste nekoliko bitova, najčešće četiri, tako da se na izlazu pojavljuje stepeničasti pravokutni signal. Više bitova omogućuje postizanje niže razine šuma unutar i izvan audio područja. To omogućuje uporabu relativno nižih frekvencija uzorkovanja, kao i niže razine oblikovanja šuma.

4.1 Naduzorkovanje

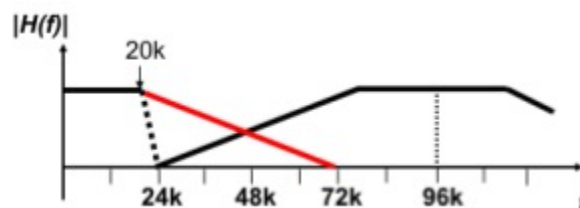
Razvojem moderne tehnologije moguće je proizvesti sklopove koji jako precizno mogu mjeriti vrijeme te uzorkovati signal (audio, video) puno većim frekvencijama nego što je to potrebno s obzirom na Nyquistov teorem uzorkovanja (reda veličine nekoliko GHz). Uzorkovanjem puno većom frekvencijom uzorkovanja nego što je potrebno (npr. audio signal sa 64 MHz) smanjuju se zahtjevi za ulazni analogni filter koji mora spriječiti preklapanje spektra za definiranu frekvenciju uzorkovanja sustava (F_s). Ulazni filter ne smije propustiti ništa što se nalazi iznad pola frekvencije uzorkovanja jer bi u rekonstruiranom signalu došlo do izobličenja to jest pojavljivanja komponenti koje stvarno u signalu ne postoje. Ako je dana frekvencija uzorkovanja Nyquistovog pretvarača $F_s = 48 \text{ kHz}$, onda analogni filter ne smije propustiti ništa što je veće od pola frekvencije uzorkovanja $F_s/2 = 24 \text{ kHz}$, odnosno gušenje mora biti veće od odnosa signala prema šumu kvantizacije S/N jer bi se komponente iz susjednog bočnog pojasa uzorkovanog signala pojavile u spektru originalnog signala prilikom rekonstrukcije.

Na slici 4.1 je dan primjer kako treba izgledati amplitudna prijenosna karakteristika ulaznog "anti-aliasing" nisko-propusnog filtra koji sprječava preklapanje spektara uzorkovanog signala.



Slika 4.1 a) Karakteristika ulaznog analognog filtra i b) filtriranje signala u osnovnom pojasu i u susjednom pojasu zbog uzorkovanja.

Ukoliko se upotrebljava naduzorkovanje, smanjuju se zahtjevi na ulazni analogni "anti-aliasing" filter, što je prikazano na slici 4.2.



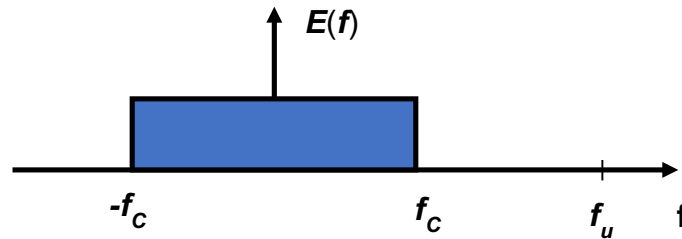
Slika 4.2 Potrebna prijenosna karakteristika ulaznog analognog filtra i spektar uzorkovanog signala uz naduzorkovanje.

Osim smanjenja zahtjeva na ulazni analogni filter, jedna od bitnih prednosti naduzorkovanja je smanjenje snage šuma kvantizacije u osnovnom pojasu (do pola frekvencije uzorkovanja) u kojemu se nalazi koristan signal. Kod uzorkovanja se uvodi još jedan parametar koji može biti jako koristan u određivanju snage šuma kvantizacije u osnovnom pojasu. Taj parametar je spektralna gustoća šuma kvantizacije $E(f)$ koja se dobije dijeljenjem snage šuma kvantizacije N sa širinom frekvencijskog pojasa u kojemu se on nalazi (4.1). Ovdje se

pretpostavlja da gornja granična frekvencija koja se propušta u sustav f_c iznosi pola Nyquistove frekvencije uzorkovanja F_s .

$$E(f) = \frac{Q^2}{12 \cdot F_s} = \frac{Q^2}{12 \cdot (2 \cdot f_c)} \quad (4.1)$$

Na slici 4.3 prikazan je osnovni pojas u kojemu se nalazi signal s odgovarajućom spektralnom gustoćom snage šuma kvantizacije kod Nyquistovih pretvarača.



Slika 4.3 Spektralna gustoća šuma kvantizacije kod Nyquistovih pretvarača.

Ukoliko se povećava frekvencija uzorkovanja, tada se spektralna gustoća šuma kvantizacije smanjuje, te je snaga šuma kvantizacije u osnovnom pojasu (tamo gdje se nalazi signal) manja nego u slučaju Nyquistove frekvencije uzorkovanja. Snaga šuma kvantizacije u osnovnom pojasu se dobije integriranjem spektralne gustoće snage šuma kvantizacije u pojasu od $-f_c$ do f_c (4.2).

$$E(f) = \frac{Q^2}{12 \cdot F_s} \rightarrow N = \int_{-f_c}^{f_c} E(f) df = \frac{Q^2}{12 \cdot F_s} \cdot (2 \cdot f_c) = \frac{Q^2}{12 \cdot OSR} \quad (4.2)$$

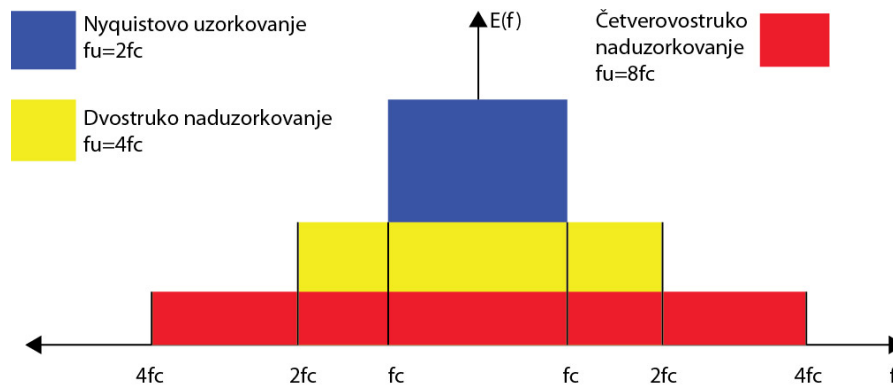
Faktor naduzorkovanja (OSR, eng. *Oversampling ratio*) je odnos koji pokazuje koliko je frekvencija naduzorkovanja F_s veća od Nyquistove frekvencije uzorkovanja f_u (4.3). Obično se faktor naduzorkovanja izražava kao višekratnik dvostrukog naduzorkovanja ($OSR = 2^r$).

$$F_s = 2^{r+1} \cdot f_c = OSR \cdot f_u. \quad (4.3)$$

Snaga šuma kvantizacije je ovakvim načinom uzorkovanja raspoređena na šire frekvencijsko područje te se zbog smanjenja šuma kvantizacije u osnovnom pojasu u kojemu se nalazi signal povećava i odnos snage signala i šuma (S/N) prema izrazu (4.4).

$$\frac{S}{N} [dB] = 10 \cdot \log_{10} \frac{A^2}{U_{vv}^2} + 7,78 + 6,02 \cdot n + 3,01 \cdot r. \quad (4.4)$$

Uz povećanje frekvencije naduzorkovanja dva puta ($r = 1$), odnos signal šum A/D pretvarača se povećava za 3,01 dB. To ekvivalentno odgovara povećanju rezolucije pretvarača za pola bita jer je 3,01 jedna polovina od 6,02. Raspoređivanje spektralne gustoće šuma kvantizacije na šire frekvencijsko područje je prikazano slikom 4.4.



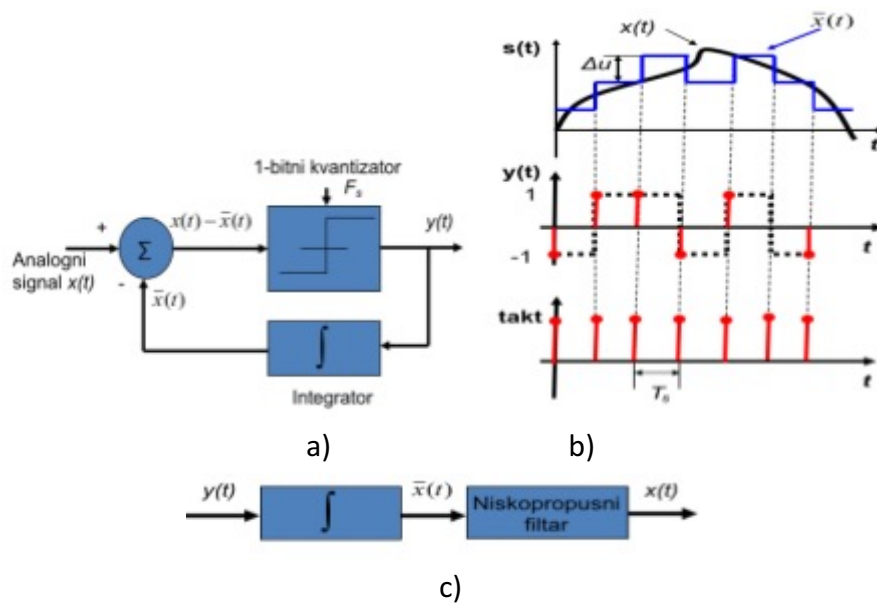
Slika 4.4 Raspoređivanje spektralne gustoće šuma kvantizacije na šire frekvencijsko područje i smanjivanje snage šuma kvantizacije u osnovnom pojasu.

Ukoliko se broj bita kvantizacije drži konstantnim, tada je snaga šuma kvantizacije konstantna ($N = Q^2 / 12$ na 1Ω), a povećavanjem frekvencije uzorkovanja se ona raspoređuje na šire frekvencijsko područje i na taj način snaga šuma kvantizacije postaje manja u osnovnom pojasu gdje se nalazi signal ($-f_c$ do f_c).

4.2 Delta i sigma-delta modulator

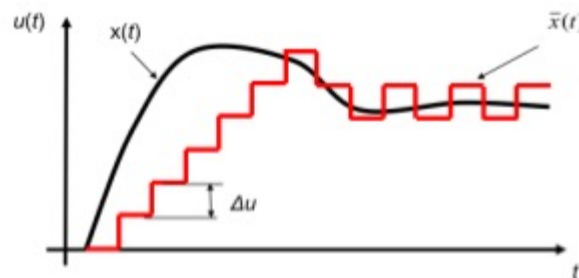
Uz primjenu naduzorkovanja primijećeno je da više nije potrebno kodirati cijelu apsolutnu razinu kvantiziranog signala nego samo razliku od prethodnog uzorka. Zbog velike frekvencije uzimanja uzoraka, razlika između susjednih vrijednosti uzorkovanog signala je jako mala pa je moguće kvantiziranje samo s jednim bitom kvantizacije. To znači da ako je razlika trenutnog i prethodnog uzorka veća od nule, tada se ona kodira s visokom razinom (1), a ako je ta razlika manja od 0 tada se ta razlika kodira s niskom razinom (-1). Rekonstrukcija analognog signala iz digitalnog provodi se integriranjem digitalnog signala i propuštanjem kroz nisko-propusni filter za rekonstrukciju. Prikaz delta modulatora sa signalima na pojedinim mjestima u sklopu i demodulatora prikazan je na slici 4.5.

Na slici 4.5 su pretpostavljeni idealni signali koji se najčešće koriste u teoretskim objašnjenjima sklopova A/D pretvarača. U praktičnim izvedbama se umjesto Diracovih impulsa upotrebljavaju pravokutni impulsi konačnog trajanja pa digitalni signal iz takvog bloka ima oblik pravokutnog signala (crna crtkana linija na slici). U tom slučaju integrirani signal nije prikazan nizom "step" funkcija oko ulaznog analognog signala, već kao trokutasti signal koji prati ulazni analogni signal (integriranjem konstante se dobije pravac).



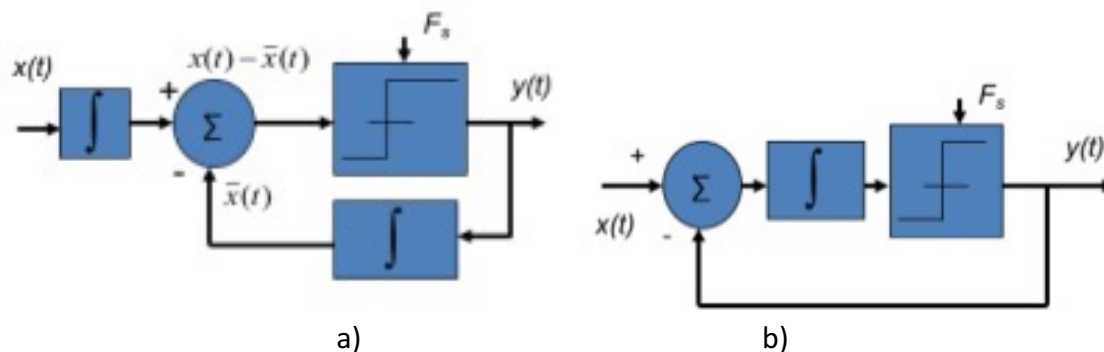
Slika 4.5 a) Delta modulator, b) signali u sklopu modulatora i c) sklop demodulatora.

Osnovni problemi koji se pojavljuju kod delta modulatora jest da kod prebrzog porasta ulaznog signala sustav ne može pratiti promjenu ulaznog signala i onda dolazi do preopterećenja strminom takvih sustava. To je prikazano na slici 4.6.



Slika 4.6 Preopterećenje strminom delta modulatora.

Ovakav A/D pretvarač s naduzorkovanjem ne može prenijeti istosmjernu komponentu signala jer integrirana vrijednost izlaza oscilira oko istosmjernog signala]. Zbog ovih nedostataka delta modulatora prešlo se na druge izvedbe A/D pretvarača s naduzorkovanjem poput sigma-delta (Σ - Δ) modulatora. U njemu se sklopovi za integriranje u modulatoru i demodulatoru zamjenjuju s integratorom prije kvantizatora. Pri toj zamjeni koristi se svojstvo da razlika dvaju integrala neke funkcije odgovara integralu razlike tih funkcija. Postupak premještanja integratora u originalnom sklopu sigma-delta modulatora je prikazan na slici 4.7.



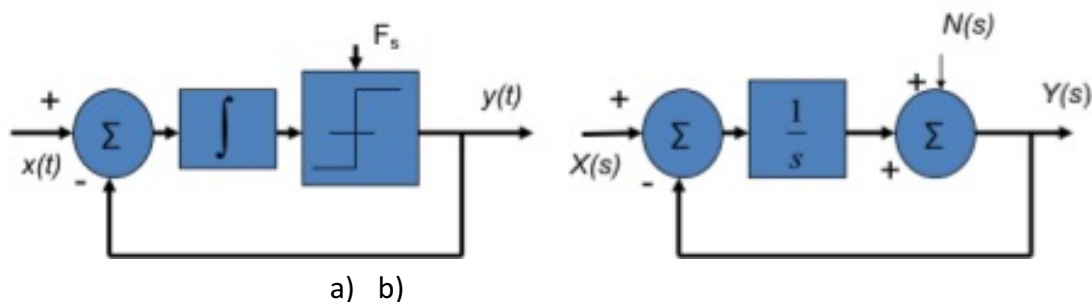
Slika 4.7 a) Prijelazna i b) konačna verzija sigma-delta modulatora izvedenog iz delta modulatora.

Demodulator (D/A pretvarač) se u ovom slučaju realizira jednim nisko-propusnim filtrom i prikazan je na slici 4.8.



Slika 4.8 Sigma-delta demodulator (pretvarač digitalnog signala u analogni).

Izlaz iz sigma-delta demodulatora poprima samo dvije vrijednosti (1 ili -1). Ulaz u jednobitni kvantizator odgovara pogrešci kvantizacije. Zbog jednobitovne kvantizacije, pogreška kvantizacije je velika te se ona integrira i ponovno kvantizira. Ako se napravi frekvencijska analiza prijenosne karakteristike sigma-delta modulatora, vidi se da ovakav pretvarač predstavlja niski propust za signal i visoki propust za šum kvantizacije. Time se postiže oblikovanje karakteristike šuma kvantizacije tako da se mali dio njegove energije nalazi u osnovnom pojasu dok se veći dio nalazi u području frekvencija koje ne pokrivaju frekvencijsko područje u kojemu se nalazi korisni signal. Kod jednostavne analize sklopa sigma-delta modulatora koristi se Laplaceova transformacija kojom se sklop u vremenskoj domeni transformira u s -domenu Laplaceove transformacije (slika 4.9). Prvo se radi prijenosna karakteristika sustava za signal kada je šum kvantizacije jednak 0 ($N(s) = 0$), a ulazni signal postoji, dok se u drugom slučaju pretpostavi da nema signala, ali se dodaje šum kvantizacije.



Slika 4.9 Prijenosna funkcija sigma-delta modulatora u a) vremenskoj i b) u domeni Laplaceove transformacije.

Kada se pretpostavi da nema šuma kvantizacije ($N(s) = 0$), tada je prijenosna karakteristika sustava za signal dana izrazom (4.5):

$$Y(s) = [Y(s) - X(s)] \cdot \frac{1}{s}, \quad N(s) = 0 \quad (4.5)$$

Izraženo u obliku prijenosne karakteristike sustava za signal ($Y(s)/X(s)$) izraz se može zapisati u obliku (4.6). Zamjenom $s = j \cdot \omega$ dobije se amplitudna prijenosna karakteristika u domeni kružne frekvencije ω .

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s+1} \rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{j\omega+1} \rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}} \quad (4.6)$$

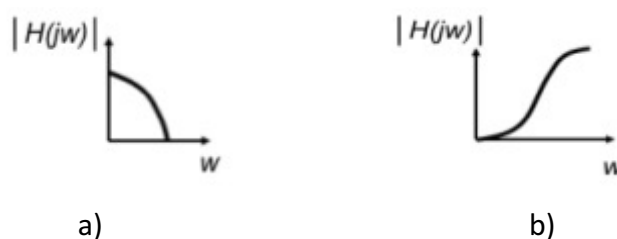
Ova prijenosna karakteristika predstavlja niski propust za signal koji se nalazi u osnovnom pojasu. Zanimljivije je pogledati kako izgleda prijenosna karakteristika za šum kvantizacije. Isključivanjem signala ($X(s) = 0$) u sklopu sigma-delta modulatora prebačenog u Laplaceovu domenu dobije se prijenosna karakteristika sustava za šum u obliku izraza (4.7).

$$Y(s) = -Y(s) \cdot \frac{1}{s} + N(s), \quad X(s) = 0 \quad (4.7)$$

Ako se taj izraz napiše u obliku $Y(s)/N(s)$, dobije se izraz za prijenosnu karakteristiku sklopa za šum kvantizacije (4.8).

$$H(s) = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{s}{s+1} \rightarrow H(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega+1} \rightarrow |H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+1}} \quad (4.8)$$

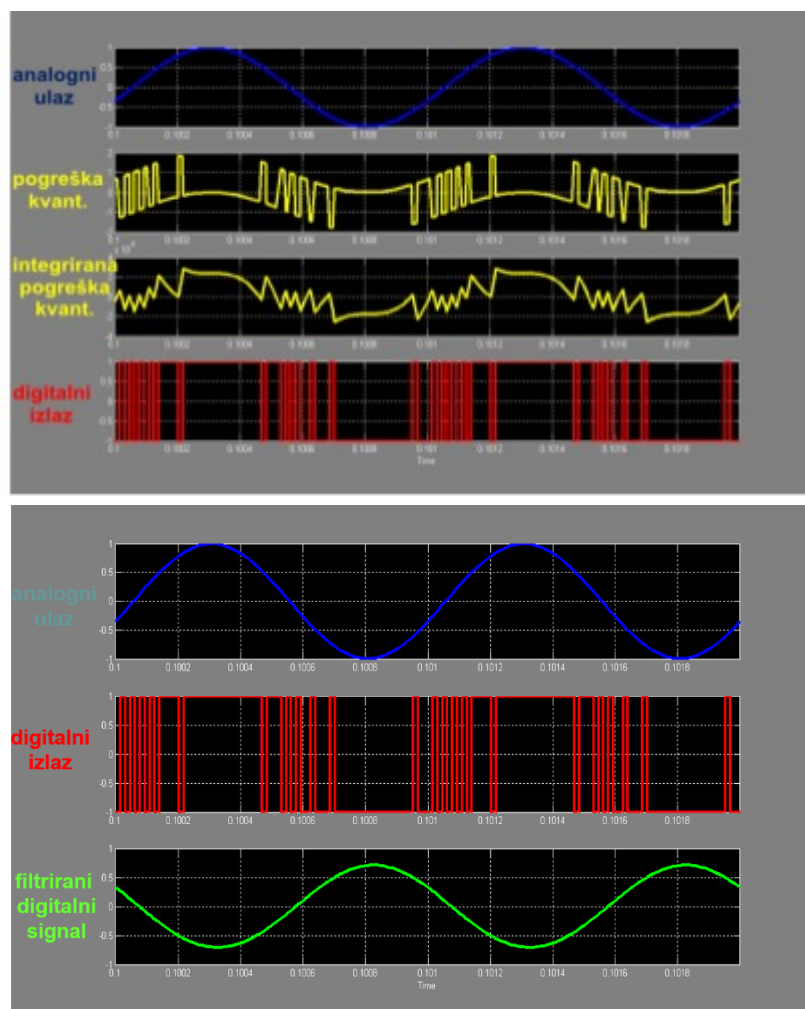
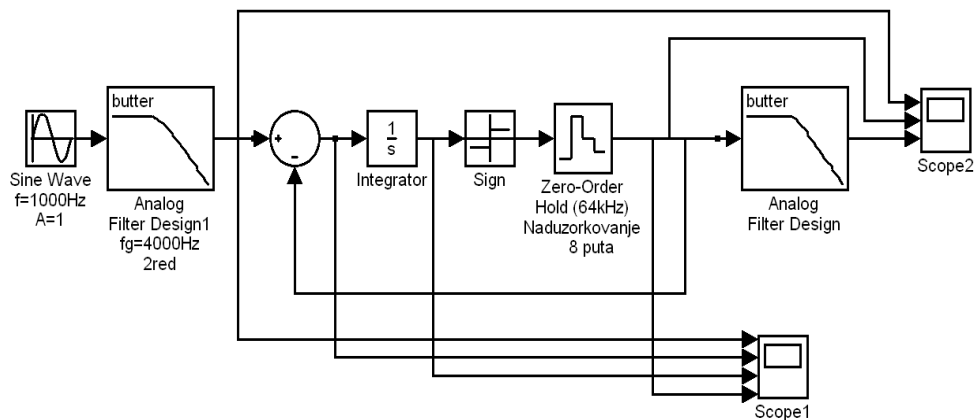
Prijenosna karakteristika za šum kvantizacije je visoko-propusni filter. On propušta šum kvantizacije u pojasu u kojem se ne nalazi signal te takav postupak povećava odnos S/N u osnovnom pojasu korisnog signala (slika 4.10).



Slika 4.10 Prijenosna karakteristika sigma-delta modulatora za a) signal i b) za šum kvantizacije.

Primjer signala na pojedinim mjestima u sigma-delta modulatoru (modeliran u programskom paketu Simulink) je prikazan na slici 4.11. Pretpostavlja se da se na ulaz

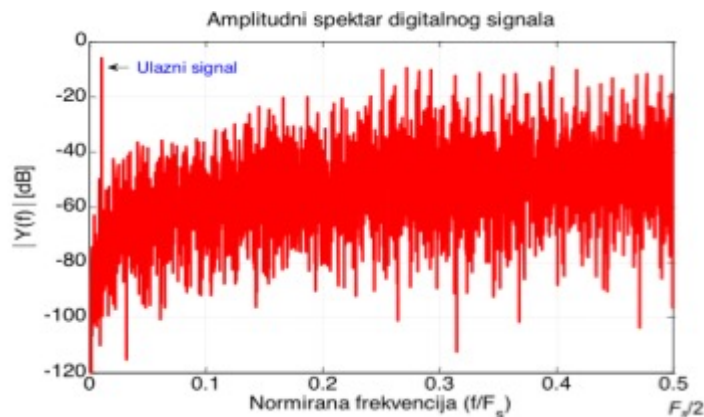
pretvarača dovodi sinusni signal, a da je digitalni izlaz niz visokih (1) i niskih (-1) razina. Digitalni signal kasni u odnosu na ulazni analogni signal zbog konačnog vremena procesiranja signala.



Slika 4.11 Signali na pojedinim mjestima u sigma-delta pretvaraču (simulacija u Simulinku).

Ako se napravi frekvencijska analiza digitalnog signala sa slike 4.11 (dolje), vidi se da je razina šuma kvantizacije manja u području gdje se nalazi signal, dok je u području viših frekvencija razina šuma kvantizacije veća (slika 4.12). Jedna od osnovnih osobina sigma-delta

modulatora je da snagu šuma kvantizacije raspršuje u šire frekvencijsko područje (zbog naduzorkovanja), dok u osnovnom pojasu gdje se nalazi signal, šuma kvantizacije ima manje ako se gleda njegova raspodjela u frekvencijskoj domeni]. Ta pojava se zove oblikovanje karakteristike šuma (eng. *noise shaping*).

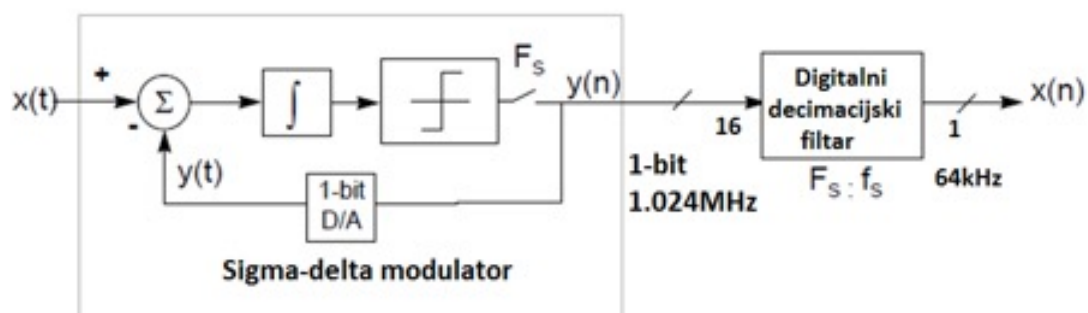


Slika 4.12 Amplitudni spektar digitalnog signala na izlazu sigma-delta pretvarača.

Analogni signal iz digitalnog signala dobije se filtriranjem kroz nisko-propusni filter. Frekvenciju uzorkovanja potrebno je vratiti na Nyquistovu frekvenciju uzorkovanja jer digitalni sustavi obično rade s PCM signalom s određenim brojem razina koju određuje kvantizator (Nyquistovi pretvarači). Kod sigma-delta pretvarača ovu funkciju obavlja digitalni decimacijski filter koji frekvenciju uzorkovanja spušta na Nyquistovu usrednjavanjem više 1 bitovnih uzoraka u jedan PCM uzorak]. Ovakav sustav koji u sebi uključuje jedan ili više digitalnih filtara nakon sigma-delta modulatora se naziva sigma-delta pretvarač.

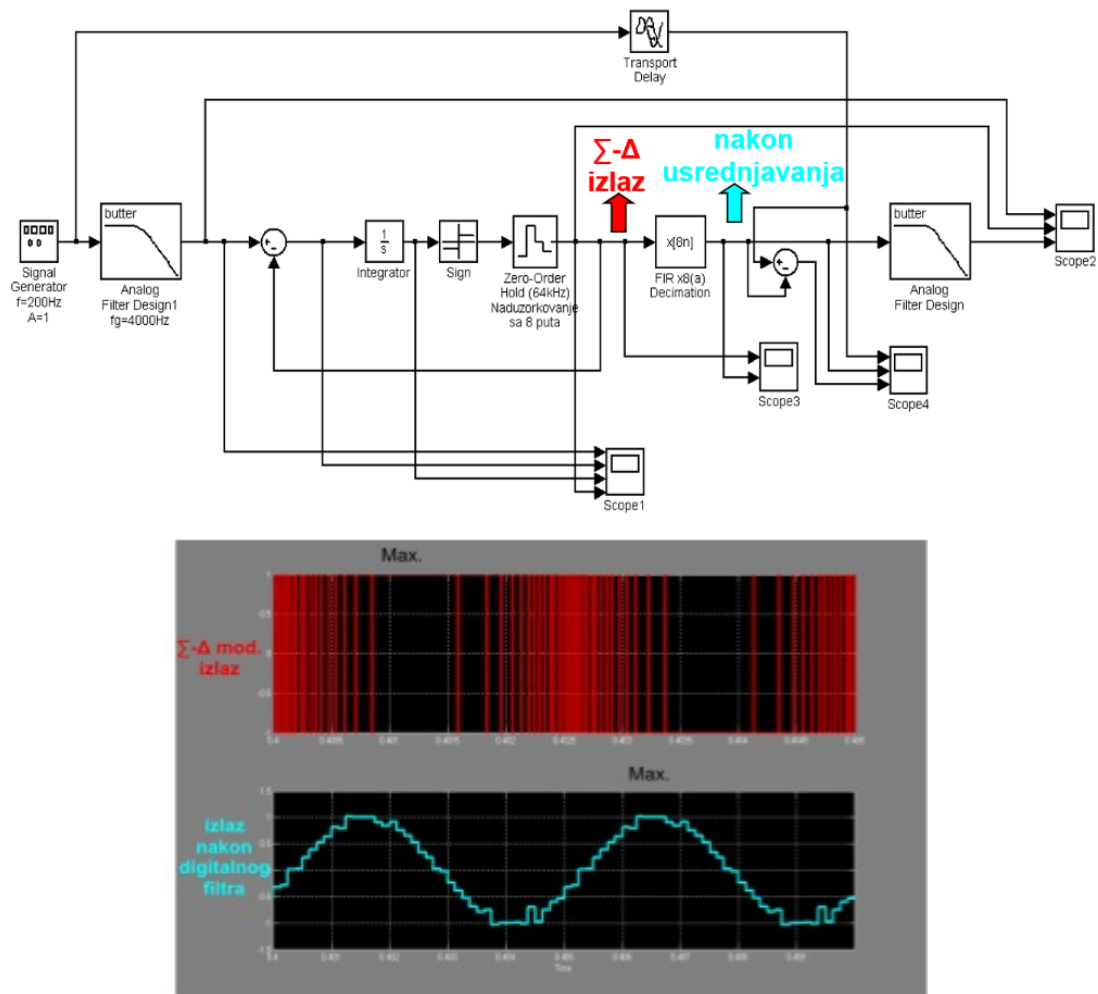
4.3 Sigma-delta pretvarač

Dodavanjem digitalnog filtra ili više njih u kaskadu dobiva se usrednjavanje više jednobitovnih uzoraka u jedan PCM uzorak (uzorkovan s Nyquistovom frekvencijom uzorkovanja). Nisko-propusni digitalni filter usrednjava veliku kvantizacijsku pogrešku i još je dodatno filtrira iz osnovnog pojasu. Analogni filter kojim se izvodi D/A pretvorba to ne može učiniti jer nema dovoljno strmu prijenosnu karakteristiku. Izgled sigma-delta pretvarača s jednim decimacijskim filtrom koji usrednjava 16 jednobitovnih uzoraka u 1 PCM prikazan je na slici 4.13.



Slika 4.13 Sigma-delta pretvarač s digitalnim decimacijskim filtrom (16:1).

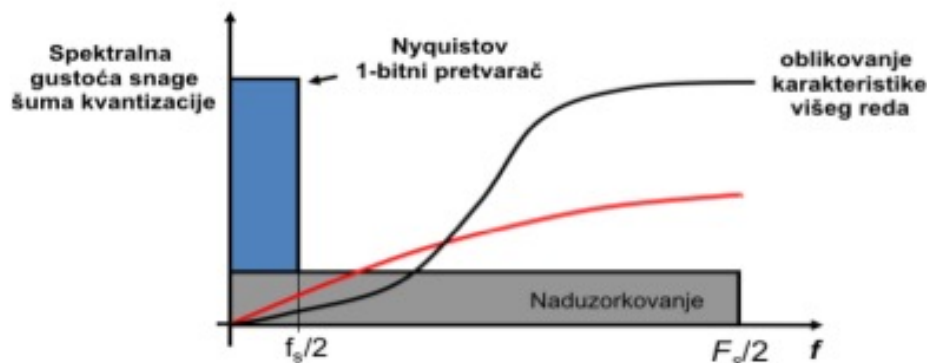
Digitalni decimacijski filter usrednjava 16 jednobitovnih uzoraka u jedan PCM uzorak s odgovarajućom rezolucijom. Ova rezolucija može biti bolja od višebitovnih pretvarača s Nyquistovom frekvencijom uzorkovanja. To je također jedna od vrlo bitnih prednosti sigma-delta pretvarača u usporedbi s klasičnim Nyquistovim pretvaračima s višebitovnom kvantizacijom. Primjer usrednjavanja jednobitovnog signala s razinama 1 i -1 s digitalnim decimacijskim filtrom prikazan je na slici 4.14. Zbog određenog vremena obrade signala u digitalnom filteru pojavljuje se kašnjenje.



Slika 4.14 Implementacija sigma delta pretvarača u Simulinku i usrednjavanje jednobitovnih uzoraka s digitalnim decimacijskim filtrom.

Rezolucija 4-bitovnog kvantizatora (15 razina kvantizacije) koji radi na principu Nyquistovog pretvarača s dinamičkim područjem kvantizacije $U_w = 1$ V iznosi $Q = 1/15$ V. Ako se promatra minimalna rezolucija koju ima tok podataka na izlazu sigma-delta modulatora, reprezentiran s jednim stanjem 1 i ostalim 0 (npr. 1000 0000 0000 0000), te nakon usrednjavanja decimacijskim filtrom 16 uzoraka u jedan, dobiveni interval kvantizacije u usrednjenom signalu je $Q = (1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0) / 16 = 1/16$, što predstavlja bolju rezoluciju nego kod Nyquistovog pretvarača s 16 razina i 4 bita kvantizacije. Efektivno, jednobitovni pretvarač ima bolju rezoluciju kvantiziranja (izraženu preko broja bita) nego Nyquistov pretvarač.

Kod pretvarača s naduzorkovanjem, snaga šuma kvantizacije se raspoređuje na šire frekvencijsko područje u usporedbi s Nyquistovim pretvaračem s istim brojem bita kvantizacije (slika 4.15).



Slika 4.15 Usporedba spektralne gustoće šuma kvantizacije kod jednobitnog Nyquistovog pretvarača i pretvarača s naduzorkovanjem.

U osnovnom pojasu se tako nalazi manji dio energije šuma kvantizacije te se zbog toga dobije povoljniji odnos signal/šum u tome pojasu. Osim ove prednosti, smanjuju se i zahtjevi za ulazni analogni nisko-propusni filter koji sprječava preklapanje spektara koje nastaje zbog uzorkovanja signala.

A/D pretvorba s naduzorkovanjem ima puno više prednosti u odnosu na Nyquistove pretvarače jer je potreban kvantizator sa samo dvije razine te se digitalni filteri puno jednostavnije i jeftinije izvode u digitalnom sustavu. U tablici 4.1 prikazani su neki primjeri signala i odnosi frekvencija naduzorkovanja s Nyquistovim frekvencijama u takvim sustavima.

Tablica 4.1 Tipovi signala uz parametre naduzorkovanja, OSR odnosom te postignutom rezolucijom.

Pojas signala (f_c)	Frekvencija uzorkovanja (F_s)	OSR $F_s/(2 \cdot f_c)$	Postignuta rezolucija (bitova)	Primjena
492 Hz	128 kHz	128	20	precizna mjerenja
4 kHz	1,024 MHz	128	13	govor
20 kHz	6,4 MHz	128	17	audio (CD)
100 kHz	3,25 MHz	16	15	digitalni radio

4.4 Primjeri zadataka

1. Zadan je linearni kvantizator s dinamičkim područjem $U_{vv} = 2V$.
 - a) Odrediti interval kvantizacije ako se koristi 1, 2, 4, 8 bitovna kvantizacija. Kolika je pogreška kvantizacije u zadanim slučajevima?
 - b) Ako je frekvencija uzorkovanja $f_s = 16\text{kHz}$ odrediti spektralnu gustoću snage kvantizacijskog šuma za slučajeve $b=1$ i $b=8$. (snaga šuma se pretpostavlja na otporniku $1\ \Omega$).
 - c) Kolika je snaga šuma kvantizacije sadržana u osnovnom pojasu signala koji ima maksimalnu frekvenciju $f_c = 8\text{kHz}$ za slučajeve $b=1$ i $b=8$ i uzorkovanje Nyquistovom frekvencijom?
*Napomena: kod prikaza sa dvostranim spektrom kako je prikazano u teoriji, granična frekvencija signala ostaje očuvana. Nema smanjivanja na pola frekvencijskog pojasa signala već samo amplitude zbog prikaza s dvostranim spektrom;
 - d) Kolika je spektralna gustoća snage šuma kod Nyquistovog pretvarača, a kolika uz primjenu naduzorkovanja uz $OSR=16$ i broj bitova $b=2$, osnovna frekvencija uzorkovanja je 16kHz ?
 - e) Koliki je odnos signal šum uz naduzorkovanje $OSR=16$ i $OSR=64$ ako je pobuđeno cijelo dinamičko područje (sinusni signal)?
2. Objasniti rad sigma delta modulatora na slici 4.7 te napisati prijenosnu funkciju za signal i prijenosnu funkciju za šum (analogna domena pomoću Laplaceove transformacije). Kako se izvodi demodulacija kod ovoga sklopa?
3. Usporediti rezoluciju A/D sustava koji radi na principu Nyquistovog pretvarača s kvantiziranjem apsolutne razine uz 5 bita i sigma delta pretvarača koji radi na principu 1 bitovne kvantizacije (razlike ulaznog i prije kvantiziranog signala) i uz filter za decimiranje 32:1.
4. Na ulaz digitalnog filtra za decimiranje dolazi tok binarnih podataka iz sigma-delta modulatora (1 bitovni pretvarač): 1011 0001 1000 1100 1100 u ukupnom vremenu $t=1\mu\text{s}$.
 - a) Koliki je tok podataka, a kolika frekvencija naduzorkovanja?
 - b) Ako se taj tok podataka dovodi na digitalni decimacijski filter (16:1) kolika je srednja vrijednost decimiranog uzorka?
 - c) Kolika je rezolucija sustava sa naduzorkovanjem i decimacijskim filtrom sa 16:1;
 - d) Usporediti sa Nyquistovim pretvaračem koji ima 15 razina (4 bita kvantizacije);
 - e) Kolika je frekvencija uzorkovanja nakon decimiranja?

5. Principi redukcije podataka

Činjenica je da N -bitovni digitalni sustav s frekvencijom uzorkovanja f_{uz} daje kao konačan rezultat digitalni signal količine protoka informacije $N \cdot f_{uz}$ bitova u sekundi. Za kvalitetni sustav potrebna je barem 16-bitovna razlučivost uz frekvenciju uzorkovanja 44 - 48 kHz, što daje protok informacije veći od oko 700 kbit/s za svaki tonski kanal. Ovako velika brzina nije pogodna za prijenos informacije kroz neke komunikacijske kanale, već prvenstveno za pohranu na magnetske i optičke medije velikog kapaciteta. Stoga se prišlo razradi postupaka koji bi omogućili smanjivanje potrebne količine informacije, uz zadržavanje jednake kvalitete. Ovi zahtjevi se, na prvi pogled, međusobno isključuju, no rezultati istraživačkih napora pokazuju suprotno. Smisao kodiranja je reprezentirati informaciju sa što manjim brojem bitova ali da se još uvijek može transparentno pohraniti, prenijeti i reproducirati. Kodiranje se uglavnom temelji na korištenju svojstava kvantiziranog signala i osnova psihoakustike. Prvi sustavi su koristili samo svojstvo komprimiranog signala dok su se kasnije razvijali sustavi na osnovu psihoakustičkog modela ljudskog uha koje je obrađeno u ovome poglavlju.

Prvi primijenjeni postupci smanjenja brzine prijenosa temeljili su se na pretvorbi cjelobrojne vrijednosti uzorka audio signala u vrijednost u formatu s pomičnim zarezmom. Postupak kompresije na ulazu zahtjeva inverzni postupak, tj. ekspanziju na izlazu. Prema analogiji sa sličnim procesima u analognom području čest je naziv za ovakve sustave “kompanderski” sustavi.

Postoji nekoliko tipova kompanderskih sustava u formatu pomičnog zareza. Prvi su trenutni kompanderi. Kod njih se svaka uzorkovana riječ mijenja u drugu riječ s manje bita, a prijenosna karakteristika je funkcija razine signala. Kod ovih sustava se u postupku kompresije na ulazu na osnovu vrijednosti linearnog uzorka na ulazu mijenja broj bita po uzorku. Tako se intervali s malim brojem razina prenose s većim brojem bitova, tj. finijim rasterom razina kvantizacije, a veći s grubljim rasterom odnosno manjim brojem bita. Vrlo često se kod ovih sustava proces kompresije podataka događa istovremeno sa samom A/D pretvorbom.

Loša osobina ovih sustava je da razina šuma kvantizacije slijedi razinu signala, što može dovesti do čujne modulacije šumom, izobličenja i grešaka u dinamici. U kvalitetnom prijenosu audio signala se ovakvi sustavi rijetko koriste.

U “gotovo trenutnom” kompanderskom sustavu određuje se vršna vrijednost u bloku uzoraka, a cijeli blok se kodira prema podacima koji su određeni vrijednošću najvećeg uzorka u bloku. Riječ, tj. skalni faktor, koji pokazuje koje područje pojačanja vrijedi za trenutni blok uzoraka, prenosi se uz komprimirane vrijednosti uzoraka da bi se tako odredilo pojačanje ekspandera za taj blok.

Zajednička osobina sustava s pomičnim zarezmom je da je dinamika signala koja se može obraditi veća od odnosa signal-šum. Najbolji rezultati se postižu kad je dužina bloka prilagođena osobinama samog signala koji se prenosi. Budući da je to vrlo teško postići i predvidjeti za glazbeni signal, ovakvi sustavi se mogu vrlo dobro iskoristiti za prijenos govora, jer se kod njega statističke osobine ne mijenjaju puno od govornika do govornika.

Gore opisani kompanderski sustav temelji se na principu entropije koji koristi svojstvo signala da vjerojatnost pojavljivanja amplituda u audio signalu nije ista, češće vrijednosti se kodiraju s manjim brojem bita i obratno.

Inače, tri su osnovna principa na kojima se temelji kompresija digitaliziranoga tonskog signala:

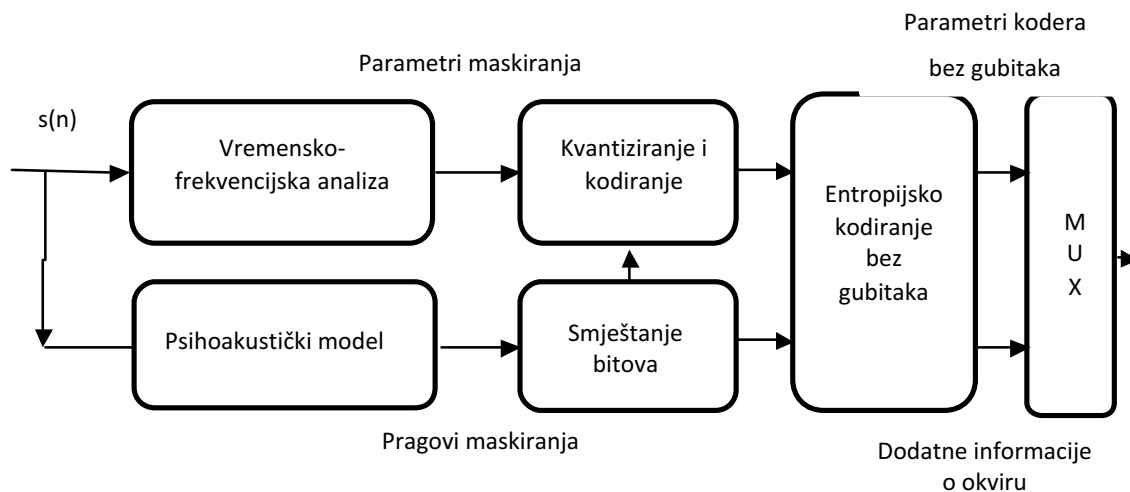
1. Zalihost (redundancija) signala - koder razlaže ulazni signal na frekvencijske komponente i prenosi informaciju o pojedinoj komponenti, tj. frekvenciju, amplitudu, fazu i trajanje. Tako koder postaje koder izvora, a ne signala. U literaturi se za ovu vrstu kodiranja može pronaći naziv "kodiranje bez šuma". Ovaj postupak je vrlo uspješan kod prijenosa "čistih" tonova ili signala koji se sastoje većinom od harmonički ovisnih komponenti.
2. Nevažnost (irelevancija) signala - koder odbacuje dio komponenata ulaznog signala koje nemaju važnost za prijamnik, u ovom slučaju ljudsko uho. Koristeći se psihoakustičkim modelom slušnoga procesa, u prvom redu na osnovi efekta maskiranja, koder proračunava i uklanja nevažne, tj. za uho nečujne komponente signala. Ovaj postupak unosi šum, ali je on maskiran uhu važnim dijelovima signala. Postupak se provodi tako da se ulazni linearno kvantizirani digitalni tonski signal razdvoji u frekvencijske pojaseve. Broj i širina pojaseva ovisi o izabranoj kompleksnosti algoritma, a temelji se na kritičnim pojasevima ljudskog uha. Određivanjem maksimalne razine u pojedinom pojasu proračunava se efektom maskiranja definirani trenutni prag čujnosti. Nakon toga u svakom se pojasu signal kodira s toliko stupnjeva kvantizacije da razina kvantizacijskog šuma u tom području ostane još ispod proračunanoga praga čujnosti. Sve komponente koje se nalaze ispod proračunanoga praga čujnosti, tj. u razini kvantizacijskog šuma nepovratno su izgubljene u konačnom signalu.
3. Entropija signala - koristi se činjenicom da u stvarnom signalu vjerojatnost pojavljivanja nije jednaka za sve amplitude. Stoga se češće vrijednosti kodiraju kao broj iz unaprijed definiranih tablica i prenose se s manje potrebnih bitova. Naravno, u dekoderu treba također postojati jednaka tablica. Koristeći se entropijskim kodiranjem, dodatno smanjenje protoka može biti do 27%.

5.1 Osnovni princip rada koder a i parametri koder a

Koderi općenito dijele uzorkovani signal u vremenske i frekvencijske okvire. U vremenu okvir traje od 2 ms do 20 ms ovisno o tipu signala (govor, glazba) te se pretpostavlja da je signal u tome dijelu stacionaran to jest da mu se statistički svojstva ne mijenjaju. To naravno nije potpuno točno, međutim pretpostavlja se da ljudski govorni sustav i glazbeni instrumenti generiraju zvučne signale koji se u tom vremenu ne mijenjaju previše. Nakon podjele signala u vremenske okvire provodi se frekvencijska analiza kojom se procjenjuje koje spektralne komponente se prenose, a koje se zanemaruju jer su maskirane. Na ovakav način se informacija kodira u frekvencijskoj domeni u svakom vremenskom okviru te se tako smanjuje tok audio podataka.

Ovisno o parametrima koder a, odabire se odgovarajuća vremensko frekvencijska transformacija. Ta transformacija sadrži vremensko nepromjenjivi filtarski niz, harmonijski analizator te sustav za analizu izvora informacije (npr. govornog trakta). Odabir vremensko frekvencijske analize je uvijek kompromis između rezolucije u vremenskoj i frekvencijskoj domeni. Kontrola percepcijskog izobličenja kodiranog signala je postignuta psihoakustičkom analizom signala koja procjenjuje snagu maskirajućih komponenti na temelju psihoakustičkog modela. Psihoakustički model daje prag maskiranja koji kvantificira maksimalno izobličenje u

svakoj točki u vremensko frekvencijskom prostoru tako da kvantizacija ne proizvede čujna izobličenja u kodiranom signalu. Psihoakustički model dopušta dijelu koda zaduženog za kvantizaciju istraživanje percepcijske irelevantnosti pojedinih vremensko frekvencijskih komponenti. Osim opisanog percepcijskog kodiranja koristi se i svojstvo statističke redundancije signala kao što je objašnjeno u dijelu o kompresiji audio signala bez gubitaka (redundancija). Općenita blok shema koda na principu percepcijskog modela ljudskog uha prikazana je na slici 5.1.



Slika 5.1 Općenita shema percepcijskog koda.

Osnovna svojstva koda su: kvaliteta audio reprodukcije (mjeri se objektivnim i subjektivnim metodama), tok podataka, kompleksnost algoritma, kašnjenje i osjetljivost na pogreške u kanalu. Cilj koda je uz što manji tok podataka po kanalu (npr. 32 kbit/s) postići što bolju kvalitetu signala, što manje kašnjenje (5 ms do 20 ms), te što manju složenost algoritma (od 1 do 10 milijuna instrukcija po sekundi).

Audio kvaliteta koda se definira subjektivnim i objektivnim mjernim metodama koje uključuju omjer signala šuma kvantizacije prema pragu maskiranja, to je percepcijska mjera kvalitete audio signala (PEAQ od eng. *Perceptual Audio Quality Measure*). U slučaju audio kodiranja, klasične metode izražavanja izobličenja signala (kao omjer signal/šum ili totalno harmoničko izobličenje) nisu prikladne za ocjenu izobličenja ovakvog tipa digitalnog signala. Brzina toka podataka je jedan od ključnih parametara koda; želja je sa što manjim brojem bitova prezentirati audio signal što veće kvalitete. Manje brzine prijenosa obično podrazumijevaju lošiju kvalitetu audio signala. Stariji koderi kao što su ISO /IEC MPEG-1 (34 kbit/s - 441 kbit/s) i Dolby AC-3 postižu bolju kvalitetu kodiranog signala uz veće protoke podataka. Noviji koderi poput MPEG-4 grupe koda postižu bolju kvalitetu kodiranog signala uz brzine toka podataka od 8 kbit/s do 30-ak kbit/s.

Kompleksnost koda je također vrlo bitan parametar jer se reduciranjem algoritama omogućuje brza implementacija u vrlo kratkom vremenu. Kompleksnost koda se najčešće mjeri u milijunima instrukcija procesora koji obavlja kodiranje u sekundi. Na primjer, Dolby AC3 koder ima kompleksnost od 27 MIPS (eng. *million instruction per seconds*) na procesoru ZORAN ZR38001 DSP. Na drugim procesorima ta kompleksnost može biti i veća. Obično je ona nejednoliko raspoređena između koda i dekodera tako da je omjer kompleksnosti koda

prema onoj dekođer obično oko 4:1. Zato je jedan od glavnih razvojnih ciljeva smanjiti kompleksnost koderā.

Kašnjenje koderā i dekođerā je bitno jer je većina mreža u dvosmjernoj komunikaciji tolerantna na kašnjenje između 10 ms i 20 ms. Zbog toga je važno da procesi ugrađeni u koder (filtriranje pomoću filtarskog niza) što manje utječu na ovo kašnjenje.

Otpornost na pogreške dolazi do izražaja prilikom prijenosa toka audio signala putem bežične ili optičke brze Internet mreže. Otpornost na pogreške u kanalu se rješava na način da se koristi dodatna zaštita kod bitova koji su manje otporni na pogreške u kanalu. Na primjer, naslov audio zapisa (eng. *audio header file*) ima najveću zaštitu jer se u njemu nalaze sve bitne informacije o dijelu signala koji se kodira. Tako se u kodirani audio signal uključuju odgovarajući kanalni kodovi koji povećavaju zaštitu, ali i brzinu protoka podataka te time povećavaju širinu pojasa u frekvencijskoj domeni potrebnog za prijenos takvog signala.

Koderi se dijele na kodere bez gubitaka koji koriste redundanciju u kodiranom signalu, te na kodere s gubicima koji koriste osobine sluha, odnosno da uho ne registrira sve komponente koje postoje u vremenskom okviru u ovisnosti o maskiranju. Omjer kodiranja kod koderā bez gubitaka je obično oko 2:1 dok se kod koderā s gubicima taj omjer kreće od 10:1 do 25:1.

S obzirom na modele signala ili metode analize i sinteze koje se koriste, koderi se mogu podijeliti na: podpojasne (eng. *subband*), linearno prediktivne (eng. *linear predictive*), transformacijske i sinusoidalne. Matematička pozadina potrebna za poznavanje rada koderā veže se uz digitalnu obradu signala, uzorkovanje i naduzorkovanje, te različite tipove transformacija (Fourierova, sinusna, kosinusna, z-transformacija).

Slijedi pregled osnovnih principa koji se koriste u koderima: vremensko frekvencijska analiza s filtarskim nizovima i matematičke transformacije koje se koriste u digitalnim procesorima signala.

5.2 Osnovne metode obrade signala u kodiranju

Najprije će se obraditi linearna predikcija koja se koristi u sustavima mobilne telefonije, a nakon toga vremensko frekvencijska analiza ulaznog signala s filtarskim nizovima koji koriste kosinusne transformacije i prikazati će se osnovni princip kodiranja MPEG-1 Layer I postupka te subjektivne i objektivne metode mjerenja kvalitete kodiranog audio signala.

5.2.1 Linearni prediktivni koderi

Ovakvi tipovi koderā su ugrađeni u nekoliko standarda za prijenos zvuka u telefoniji i multimediji. Linearni prediktivni koderi (LPC od eng. *Linear Predictive Coder*) se koriste u kodiranju izvora signala govora i najčešća im je primjena u mobilnoj telefoniji (standardi G). Metoda linearne predikcije u analizi i sintezi govornog signala primjenjuje se u širokopojasnom kodiranju audio signala i u modeliranju audio signala. Analiza i sinteza metodom linearne predikcije iskorištava kratkotrajnu i dugotrajnu korelaciju dijelova signala za parametrizaciju signala ovisno o tipu izvora signala. LPC koder spada u skupinu koderā zasnovanih na modelima vokalnog trakta (sustava za generiranje govora). Ideja takvih koderā se zasniva na jednostavnom principu analize signala govora i njegove sinteze. Koder i dekođer signala imaju isti model koji se temelji na ljudskom govornom traktu. Umjesto da se prenose kodirani uzorci govornog signala, prenose se parametri modela koji se koriste za sintetiziranje govora na

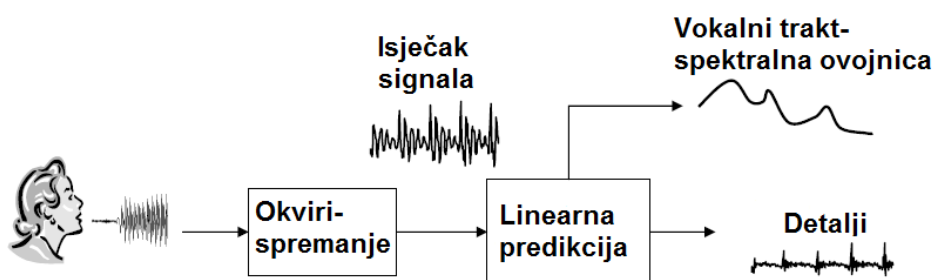
odredišnoj strani (strani dekodera). Parametri modela se, na strani koda, računaju/procjenjuju na temelju analize svakog okvira uzoraka govornog signala. Ovakav način kodiranja je najprikladniji za govor dok su za glazbu povoljniji drugi tipovi kodiranja.

Govor nastaje reakcijom zraka koji struji preko glasnica. Svaki dio sustava za reproduciranje govora simulira se odgovarajućim, (relativno) jednostavnim modelom kojim se upravlja skupom parametara. Ti parametri su izravno povezani sa stvarnim karakteristikama govora. Na primjer, ljudsko upravljanje glasicama se simulira pomoću dva parametra, jedan od njih je odluka o zvučnom ili bezzvučnom glasu koja odgovara napinjanju (titranju) ili nenapinjanju glasnica, dok je (po potrebi) drugi parametar osnovna frekvencija zvučnog glasa koja odgovara frekvenciji titranja glasnica. S druge strane, govorni trakt se simulira linearnim filtrom promjenjivih parametara (koeficijenata) pri čemu ti parametri simuliraju konfiguracije organa i njihove utjecaje na govorni signal.

LPC analiza je uspješna u kodiranju govornoga signala jer se sporo promjenjive spektralne karakteristike gornjeg dijela vokalnog trakta mogu modelirati pomoću širokopojasnog digitalnog filtra čija je jednadžba dana izrazom (5.1).

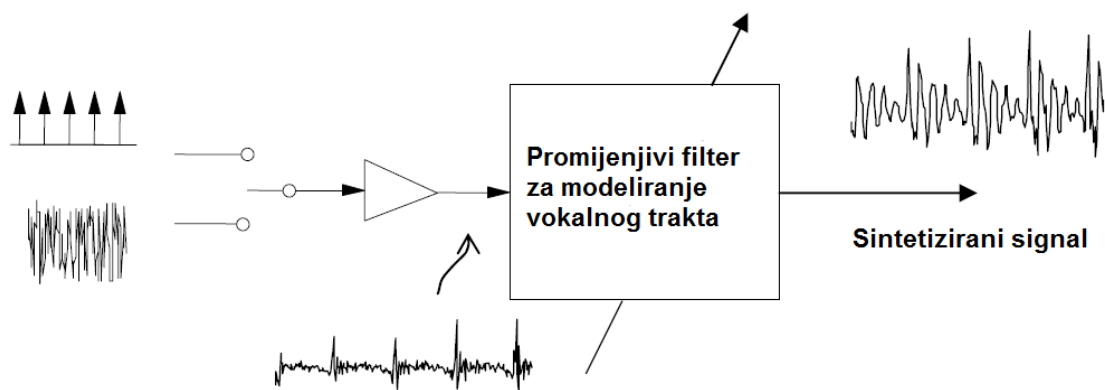
$$A(z) = 1 - \sum_{i=1}^L a_i \cdot z^{-i} \quad (5.1)$$

Pri tome je z varijabla z -transformacije ($z = r \cdot e^{i\omega}$) za prikaz signala u digitalnoj domeni. Grubi prikaz analize sa LPC koderom je dan na slici 5.2.



Slika 5.2 Prikaz LPC analize govornog signala na strani koda.

Na prijamnoj strani govor se sintetizira primjenom promjenjivog inverznog digitalnog filtra koji rekonstruira spektralnu ovojnicu vokalnog trakta okvira koji se dekodira. LPC koder koristi generator šuma za bezzvučne, odnosno generator periodičkog pulsnog signala za zvučne glasove. Jedna od tih pobuda se, ovisno o tome da li se simulira bezzvučni ili zvučni glas, dovodi na filter govornog trakta čime se sintetizira govorni signal. Blok shema postupka je prikazana na slici 5.3.



Slika 5.3 Prikaz rekonstrukcije signala govora LPC dekomerom.

Filtar na prijamnoj strani (dekomer) je pobuđen kvaziperiodičkim valnim oblikom kad je signal govora pun samoglasnika, odnosno slučajnim valnim oblikom kad postoji puno suglasnika. Frekvencijski odziv s LPC sintetizirajućim filtrom je povezan sa formantom strukturom ljudskog glasa. Kod linearnog prediktivnog koder se prenose parametri formantne strukture ljudskog glasa pa signali iz takvog koder obično izgledaju umjetni.

5.2.2 Primjena psihoakustičkih principa u kodiranju

Audio koderi se u svom radu najviše oslanjaju na principe maskiranja akustičkih signala kod čovjeka. Većina koder radi na principu da se zamaskirane informacije ne mogu detektirati kada su uklopljene u složeniji audio signal, pa čak niti kod izvežbanog slušatelja. Kod definiranja pragova maskiranja korisnog signala drugim signalom udaljenim od njega za određeni frekvencijski razmak, potrebno je definirati razinu zvučnog tlaka u dB. Razina zvučnog tlaka SPL (eng. *Sound Pressure Level*) definira se kao logaritamski omjer razine RMS signala tlaka prema referentnoj vrijednosti p_0 koja odgovara pragu čujnosti i iznosi 20 μPa . Razina zvučnog tlaka je definirana izrazom (5.2).

$$L_{SPL} = 20 \cdot \log \frac{p_{RMS}}{p_0} \quad (5.2)$$

Razina zvučnog tlaka od 0 dB odgovara pragu čujnosti na frekvenciji 2kHz dok prag bola odgovara razini zvučnog tlaka od 120 - 130 dB [5.19].

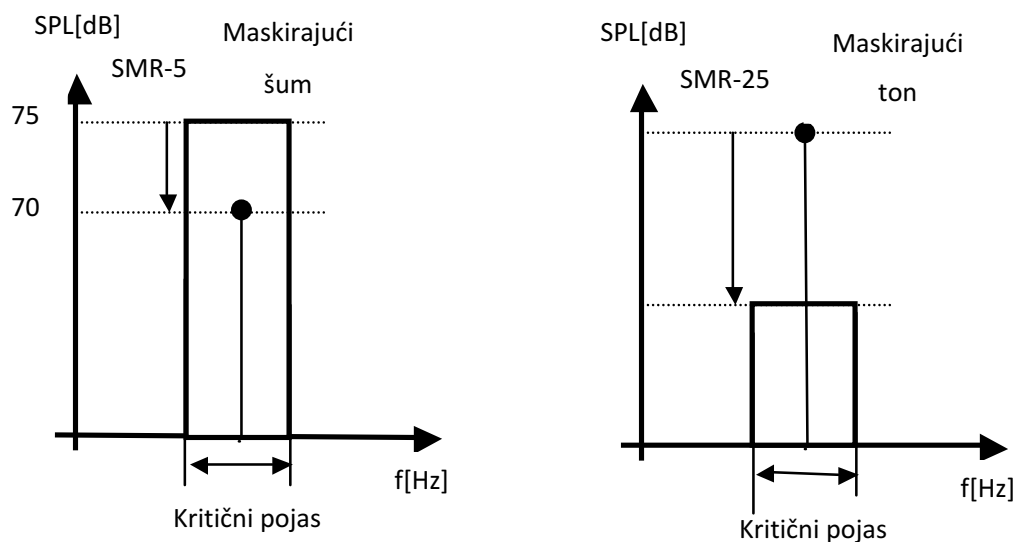
Apsolutni prag čujnosti opisan je u poglavlju 5.2.1 te se može aproksimirati nelinearnim izrazom (5.3) koji predstavlja mladog slušatelja sa normalnim sluhom.

$$T_q(f) = 3.64 \cdot \left(\frac{f}{1000}\right)^{-0.8} - 6.5 \cdot e^{-0.6 \cdot \left(\frac{f}{100} - 3.3\right)^2} + 10^{-3} \cdot \left(\frac{f}{1000}\right)^4 \text{ [dB]} \quad (5.3)$$

Kada se ovaj izraz za prag čujnosti prebaci u domenu kodiranog signala, onda se pretpostavlja da najniža izlazna razina na iz dekomera odgovara 0 dB (područje u frekvencijskoj domeni gdje je uho najosjetljivije). Prag čujnosti dobiven je za čisti sinusni ton dok je za složenije signale (šum) ova krivulja drukčija.

Ljudski sluh je sposoban frekvencijski analizirati zvuk. Pužnica se može promatrati kao niz preklapajućih filtara kojima se mijenja širina pojasa te prijenosna karakteristika ovisi o razini pobude. Čovjekov slušni sustav ima ograničenu frekvencijsku rezoluciju. Ona ovisi o širini pojedinog kritičnog pojasa (bark). Postoji i drukčiji način iskazivanja kritičnih pojasa pomoću ERB skale, iako princip da frekvencijska rezolucija ljudskog uha određuje prag maskiranja ostaje isti. Maskiranje je proces koji je opisan u prethodnom poglavlju, a kod kodiranja se razmatraju tri situacije: maskiranje šuma tonom, maskiranje tona šumom i maskiranje šuma šumom. Osnovna ideja percepcijskog kodiranja je da se u određenim situacijama u kritičnim pojasevima prenosi samo komponenta signala koja je čujna te da se broj bitova kvantizacije odabere prema algoritmu tako da šum kvantizacije bude maskiran komponentom koja se prenosi.

Kod maskiranja tona šumom, šum maskira čisti ton unutar jednog kritičnog pojasa ako je razina šuma za određeni broj dB veća od razine čistog tona (obično od -5 dB do +5 dB). Ovaj prag se naziva odnos signala prema maskirajućem signalu i označava se sa SMR (eng. *Signal to Mask Ratio*). Ako je čisti ton odmaknut prema rubu kritičnog pojasa, tada je prag maskiranja i manji. Maskiranje tona šumom je prikazano na slici 5.4a.

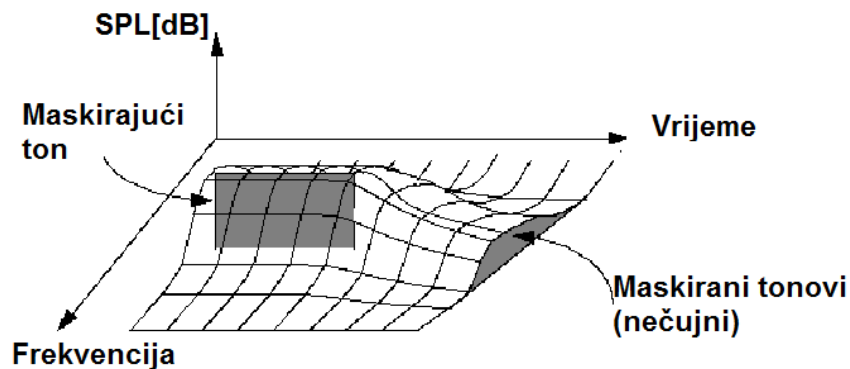


Slika 5.4 a) Maskiranje tona šumom i b) maskiranje šuma tonom.

Maskiranje šuma tonom je pojava kad sinusni ton unutar kritičnog pojasa maskira šum koji je tamo prisutan (slika 5.4b). Prag maskiranja ($SMR = 21\text{ dB}$ do 28 dB), odnosno pojava da se šum u prisutnosti tona ne čuje, puno je veći od SMR-a u slučaju maskiranja tona šumom. Broj dB kojim je potrebno maskirati ovisi o tome u kojem se frekvencijskom pojasu nalaze signali.

Maskiranje šuma šumom je puno teže karakterizirati jer su fazni odnosi među komponentama u signalima neodređeni. Omjer SMR u tome slučaju doseže i do 26 dB . U navedenim primjerima vidi se da postoji asimetrija u maskiranju šuma tonom i obratno (velika razlika u SMR odnosu). Osim asimetrije kod maskiranja prisutna je i pojava raspršenja maskiranja koja pokazuje kako SMR ovisi o razlici frekvencija maskirajućeg tona i centralne frekvencije kritičnog pojasa.

Vremensko maskiranje tonova se pojavljuje kada se glasniji (maskirajući) ton, npr. frekvencije 1 kHz i razine 60 dB, nalazi pokraj tišeg tona frekvencije 1,1 kHz i razine 40 dB (nije čujan). Kad prestane svirati glasniji ton, mjeri se minimalno vrijeme koje je potrebno da tiši ton postane čujan. Osim ovoga maskiranja nakon prestanka trajanja maskirajućeg tona (od 20 ms do 300 ms, ovisno o razinama tonova), postoji i maskiranje prije početka trajanja maskirajućeg tona (od 1 ms do 2 ms). Prikaz vremenskog i frekvencijskog maskiranja dan je na slici 5.5.



Slika 5.5 Prikaz vremenskog i frekvencijskog maskiranja.

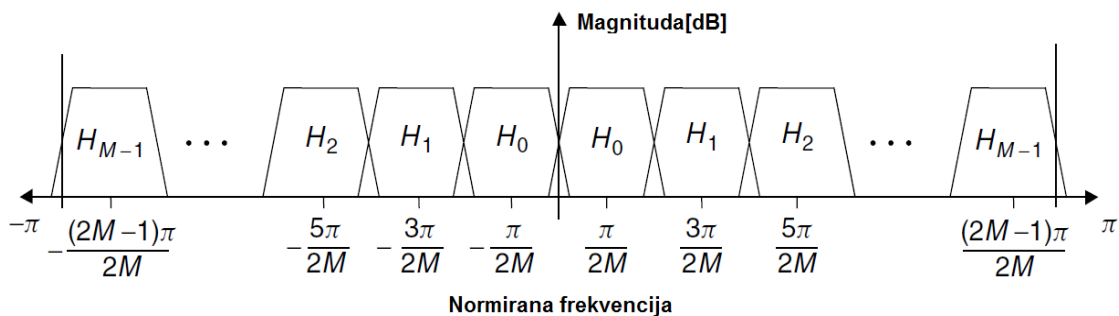
Percepcijska entropija

Kombinacijom psihoakustičkog maskiranja i principa kvantiziranja uvodi se pojam percepcijske entropije koja predstavlja percepcijski relevantni informaciju sadržanu u bilo kojem audio signalu. Izražava se brojem bitova po uzorku i predstavlja teorijsko ograničenje za kompresiju odgovarajućeg signala. Mjerenje percepcijske entropije pokazuje da većina CD zapisa ima percepcijsku entropiju 2,1 bita po uzorku.

Percepcijska entropija se izračunava prema sljedećoj proceduri: signal se podijeli u okvire (prozore) te se napravi FFT u 2048 točaka. Maskirajući pragovi se dobiju analizom po kritičnim pojasevima i određivanjem prirode signala (šum ili ton). Uzimajući u obzir apsolutni prag čujnosti te pragove maskiranja, dobije se odgovarajući SMR te se određuje broj bitova kvantizacije koji taj SMR osigurava.

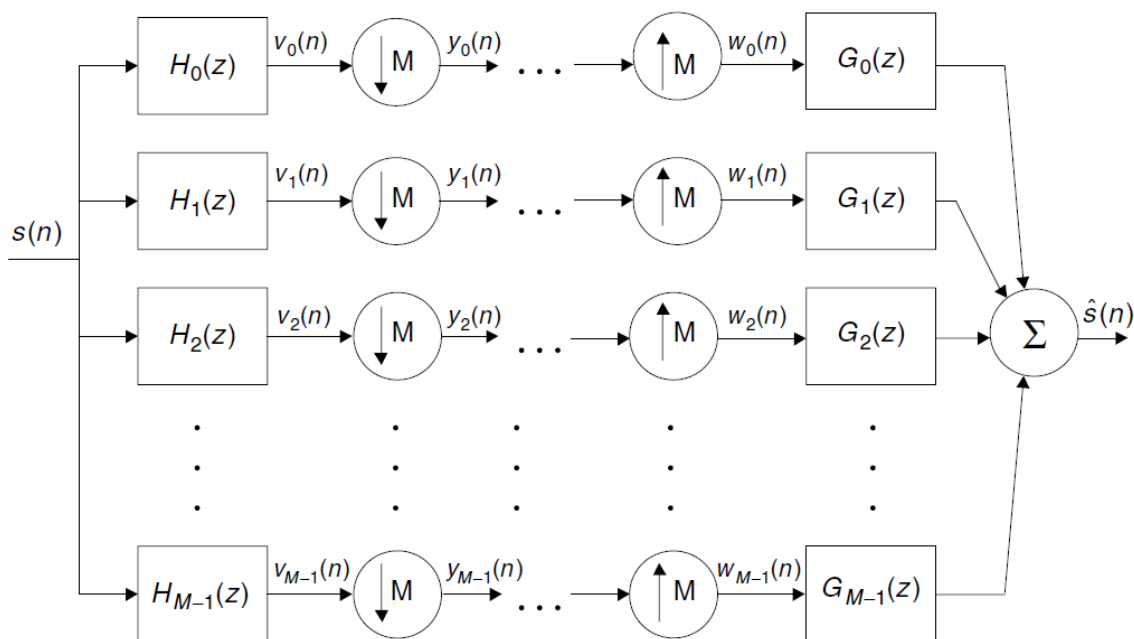
5.2.3 Vremensko frekvencijska analiza s filtarskim nizovima i transformacija

Svi audio koderi imaju jedan vremensko frekvencijski blok koji omogućuje izdvajanje određenog skupa parametara koji su prikladni za kvantizaciju i kodiranje u skladu s percepcijom zvuka pomoću uha. Za ovo preslikavanje se upotrebljava filtarski niz koji ustvari predstavlja paralelne filtre koji prekrivaju čitav audio spektar. Filtarski niz dijeli spektar signala u frekvencijske podpojaseve i generira vremenski indeksirani niz koeficijenata koji predstavljaju frekvencijski lokaliziranu snagu unutar svakog pojasa koji se razmatra. Dajući eksplicitnu informaciju o raspodjeli signala u frekvencijskoj domeni, filtarski niz igra značajnu ulogu u identifikaciji percepcijski beznačajnih komponenti u signalu. Osim što razlaže signal na frekvencijske komponente, filtarski nizovi uklanjaju i statističku redundanciju u signalu. Filtarski niz s M kanala prikazan je na slici 5.6. Centralne frekvencije filtara u nizu su normirane s obzirom na frekvenciju uzorkovanja.



Slika 5.6 Prijenosna funkcija M filtarskog niza.

Filtarski niz analizira ulazni signala na takav način da izlaz iz svakog analizirajućeg filtra ima M puta manji broj uzoraka digitalnog signala nego ulazni signal. Zbog toga što se ne može postići idealno strma karakteristika ulaznog filtarskog niza, nužno je preklapanje između filtera. Kvantiziranje i kodiranje se izvode na propuštenim uzorcima u pojedinim podpojasnim filtrima. U percepcijskim koderima se šum kvantizacije odabire na taj način da se oblikuje prema percepcijskom modelu sluha. Kvantizirajući uzorci u svakom odgovarajućem podpojasu se primaju u dekoderu te se naduzorkuju tako da izlazna sekvenca u okviru ima jednak broj uzoraka kao i ulazna sekvenca. Osim naduzorkovanja, signali iz pojasnih filtera se propuštaju kroz niz sintetizirajućih filtera. Blok shema analizirajućeg i sintetizirajućeg filtarskog niza prikazana je na slici 5.7.



Slika 5.7 Analizirajući i sintetizirajući filtarski niz.

Ovi parovi analizirajućih i sintetizirajućih filtera su tako dizajnirani da se izbjegne preklapanje njihovih pojaseva. Odabir odgovarajućeg filtarskog niza ovisi o karakteristikama ulaznog signala. Pri odabiru filtarskog niza se uvijek javlja problem kompromisa između vremenske i frekvencijske rezolucije. Vremenska rezolucija je ključna prilikom procjene praga maskiranja koji se može vrlo brzo mijenjati u vremenu. većina audio signala je nestacionarna s mnoštvom tonских i netonских komponenti s intervalima stacionarnog i tranzijentnog signala.

Idealni koder treba donositi svoje odluke ovisno o karakteristikama signala, tj. njegovoj vremensko-frekvencijskoj dekompoziciji. Osnovne karakteristike filtarskog niza za audio kodiranje koje moraju biti zadovoljene su:

- promjenjiva rezolucija vremensko-frekvencijske analize
- dovoljno dobra rezolucija pojedinih podpojasa
- mogućnost promjene rezolucije
- minimalne pogreške zbog preklapanja pojaseva
- što bolja rekonstrukcija signala
- mogućnost primjene brzih algoritama.

Postoje različiti načini realizacije i implementacije filtarskog niza. Prvi način realizacije je pomoću kosinusno moduliranog QMF (eng. *Quadrature Mirror Filter*) filtarskog niza s M kanala.

Osnovna svojstva ovakvog QMF filtarskog niza su: FIR filtarski niz, linearna fazna karakteristika i konstantno grupno kašnjenje, pogodnost za brze algoritme, jednostavnost izvedbe (filtar i kosinusna transformacija). PQMF filtarski niz je igrao značajnu ulogu u razvoju koda za MPEG Layer I i II načine kompresije audio podataka (32 filtra u nizu). Kod ovakvog niza se koristi kosinus u formiranju impulsnog odziva te postoje još različiti načini izvedbe ovakve transformacije koji se naziva filtarski niz sa modificiranom diskretnom kosinusnom transformacijom (MDCT filtarski niz). Ovaj filtarski niz se upotrebljava kod MPEG-1 Layer III (MP3) kodiranja i MPEG-2 AAC (eng. *Audio Advanced Coding*).

5.2.4 Prikaz kodiranja korištenjem psihoakustičkog modela MPEG-1 (Layer I)

MPEG audio standard (ISO 11172-3 standard) opisuje binarni format podataka i prijenosnu funkciju koja određuje kodiranje. MPEG audio standard definira sintaksu protoka podataka i specifikaciju dekodera. Otvorena arhitektura tog standarda omogućuje neprestano nadograđivanje i usku suradnju te primjenu najnovijih dostignućima iz područja psihoakustike. MPEG dekodier je univerzalan i ne ovisi o proizvođačima. Prednosti MPEG-a su:

- izvrsna audio kvaliteta;
- korisno iskorištavanje pojasa;
- fleksibilan, ekonomičan digitalni prijenos podataka;
- prepoznatljivost diljem svijeta;
- otpornost na pogreške;
- prihvatljivost u širokom stupnju aplikacija (npr. radiodifuzija).

U ovom primjeru psihoakustički model (Layer I) određuje maksimalnu energiju šuma kvantizacije tako da on postane nečujan u odnosu na korisni signal.

Na ulaz u koder se dovodi signal koji se pretvara u digitalni oblik PCM načinom modulacije, a frekvencija uzorkovanja se odabire iz niza propisanih standardom: 32 kHz, 44,1 kHz ili 48 kHz. Audio spektar digitaliziranog signala se dijeli u 32 frekvencijska podpojasa tako da se spektar signala podijeli u pojaseve s analizirajućim filtrima. Širina svakog podpojasa je $f_s/64$. Broj uzoraka koji se gleda u pojedinačnom okviru ovisi o Layeru (sloju). Za Layer 1 broj uzoraka u okviru iznosi $N = 384$. Propuštanjem kroz filtarski niz dobije se $N/32$ koeficijenta po podpodjasu (za Layer 1 ih ima 12, a Layer 2 ima 36 koeficijenata po podpodjasu). Propuštanjem kroz filtre dobiju se ustvari uzorci koji se potom decimiraju pa se dobiveni rezultati nazivaju koeficijentima. Reduciranje informacije se izvodi u frekvencijskoj domeni korištenjem

koeficijenata određivanjem praga energije maskiranja. Komprimirana informacija je smještena u okvir u kojemu su bitovi (kodiranje koeficijenata) alocirani, odnosno svaki ima svoj položaj. Krajnji rezultat je okvir komprimiranog audio signala. Komponente MPEG audio okvira su: glava okvira koja se sastoji od 32 bita, sadrži parametre kao što su frekvencija uzorkovanja, sloj, tok podataka koji pokriva ostatak okvira, CRC (eng. *Cyclic Redundancy Check*), kod za otkrivanje pogrešaka, audio podaci (duljina ovog polja je varijabilna jer ovisi o tome što se prenosi u svakom okviru) te pomoćni podaci.

Slijedi osnovna shema kodiranja po koracima za psihoakustički model 1:

1. korak: Vremensko frekvencijska analiza i normalizacija razine zvučnog tlaka

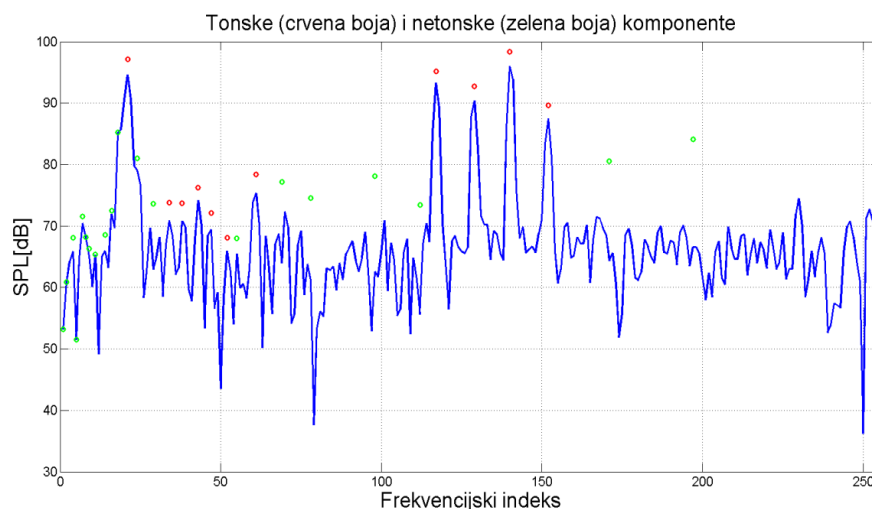
Ulazni signal se kod sloja 1 dijeli u okvire od 10,9 ms tako da se uz frekvenciju uzorkovanja od 44,1 kHz dobije 512 uzoraka za FFT. Za prozoriranje se koriste Hanningov prozori koji se preklapaju (preklapanjem okvira). Zbog toga što nije poznata razina kojom će se reproducirati kodirani signal, normalizacija se izvodi uzimajući u obzir maksimalnu razinu signala u promatranom okviru.

2. korak: Prepoznavanje tonских i netonskih maskirnih komponenti u signalu

U dobivenom spektru razlučuju se tonske komponente prema pravilu za normiranu snagu signala $P[k]$:

1. ako je veća od $P[k-1]$ i $P[k+1]$ (to znači da je pronađen lokalni maksimum), i
2. 7 dB veća od drugih komponenti u susjedstvu, gdje je susjedstvo definirano kao funkcija od f :
 - a. ako je $0,17 \text{ Hz} < f < 5,5 \text{ kHz}$, susjedstvo je $[k-2...k+2]$
 - b. ako je $5,5 \text{ kHz} \leq f < 11 \text{ kHz}$, susjedstvo je $[k-3...k+3]$
 - c. ako je $11 \text{ kHz} \leq f < 20 \text{ kHz}$, susjedstvo je $[k-6...k+6]$.

Nakon procesiranja tonske komponente, preostale spektralne vrijednosti (ostale frekvencijske komponente u okolini su ustvari šum) se sumiraju u jednu netonsku komponentu po kritičnom pojasu i ta komponenta izvodi maskiranje tonских komponenti u susjedstvu (ako je dovoljne razine), a frekvencijski indeks ovako konstruirane tonske komponente se dobiva kao geometrijska sredina rubnih frekvencija unutar kritičnog pojasa u kojem se nalazi. Cijeli postupak se ponavlja za sve kritične pojaseve. Ovaj postupak na proizvoljnom signalu koji se sastoji od nekoliko tonских komponenti (slučajno odabranih), te grupirane tonske komponente u jednu tonsku unutar svakog pojasa prikazan je na slici 5.6.



Slika 5.8 Tonske i netonske komponente u proizvoljnom uzorku signala koji se sastoji od nekoliko harmoničkih komponenti.

3. korak: Reorganizacija maskera

Maskeri (tonske i netonske komponente odgovarajuće razine) definirani po svakom kritičnom pojasu ne maskiraju samo tonske komponente unutar tog pojasa već mogu maskirati i maskere u susjednim kritičnim pojasevima. Ako su lokalni maksimumi dovoljno blizu jedna drugom onda se oni spajaju u jedan masker koji maskira sve okolne tonove.

4. korak: Određivanje individualnog praga maskiranja

Ovisno o tome da li je maskiranje s tonom ili šumom, prag maskiranja na pojedinoj lokaciji se određuje prema izrazima (5.4) i (5.5).

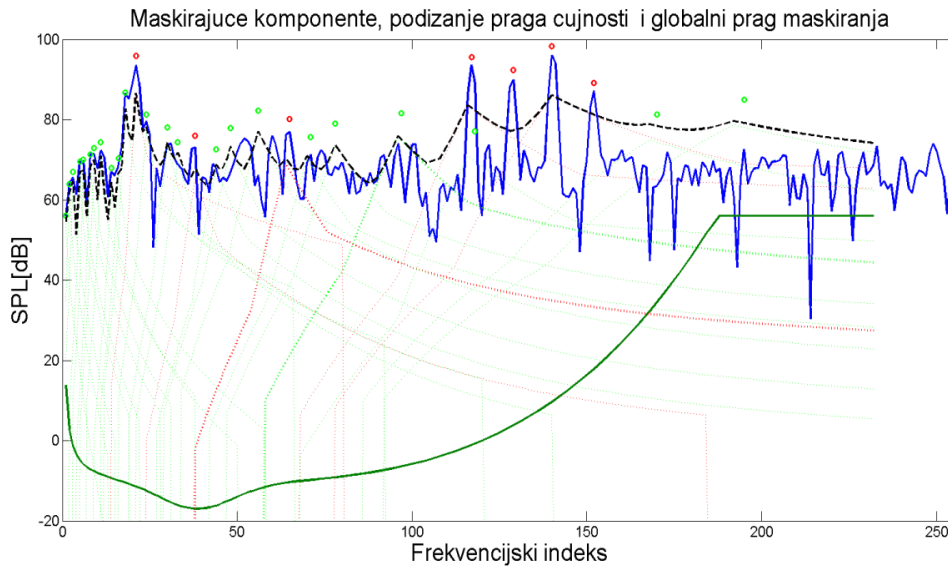
$$\text{Za tonove: } T_{TM}(i,j) = P_{TM}(j) - 0.275z(j) + SF(i,j) - 6.025 \text{ [dB SPL]} \quad (5.4)$$

$$\text{Za šum: } T_{NM}(i,j) = P_{NM}(j) - 0.175z(j) + SF(i,j) - 2.025 \text{ [dB SPL]} \quad (5.5)$$

SF dolazi od eng. *Spreading Function*. Proučavanje nagiba krivulje maskiranja pokazuje kako se maskiraju komponente iz susjednih pojaseva. Proširenje maskirajuće funkcije (SF) može biti opisano kao funkcija mjesta na kojemu se vrši maskiranje (lokacija maskera na frekvencijskoj poziciji, eng. *frequency bin*) definirana preko indeksa i , lokacije maskirajućeg tona j te spektra snage signala na mjestu j i razlike lokacije maskirajućeg tona i maskirne lokacije u barkovima $\Delta z = z(i) - z(j)$. Ovisno o razmaku između frekvencijskih komponenti, SF se izračunava prema različitim jednadžbama (vidi izraz (5.6)).

$$SF(i,j) = \left\{ \begin{array}{ll} 17 \cdot \Delta z - 0.4 \cdot P_{TM}(j) + 11 & \text{za } -3 \leq \Delta z < -1 \\ (0.4 \cdot P_{TM}(j) + 6) \cdot \Delta z & \text{za } -1 \leq \Delta z < 0 \\ 17 \cdot \Delta z & \text{za } 0 \leq \Delta z < 1 \\ (0.15 \cdot P_{TM}(j) - 17) \cdot \Delta z - 0.15 \cdot P_{TM}(j) & \text{za } 1 < \Delta z \leq 8 \end{array} \right\} \text{ u dB} \quad (5.6)$$

$P_{TM}(j)$ predstavlja razinu tonskih maskera (izdvojenih u postupku pronalaženja lokalnih maksimuma). Podizanje praga čujnosti u okolini tonskih i netonskih komponenti je prikazano na slici 5.9.



Slika 5.9 Podizanje praga čujnosti u okolini tonskih i netonskih komponenti i globalni prag maskiranja kao superpozicija podignutoga.

Korak 5. Formiranje globalnog praga maskiranja

U ovom koraku su individualni pragovi maskiranja kombinirani u svakom pojasu tako da se dobije globalni prag maskiranja tzv. $T_q(i)$. Globalni prag maskiranja predstavlja, ovisno o signalu, snagom modificirani prag čujnosti zbog raspršenja tonских i netonskim maskera u spektru ulaznog signala koji se mijenja po okvirima.

Kombiniranjem razine maskirajućih komponenti koje podižu prag čujnosti u okolini maskera dobije se omjer signala prema pragu maskiranja (SMR) za svaki pojas, odnosno bark. Iz toga odnosa se određuje broj bitova kvantizacije kojim se može kodirati odgovarajuća komponenta u spektru da bi se mogla prenijeti, a da ne bude osjetljiva na šum kvantizacije koji određuje broj bitova kvantizacije.

5.2.5 Ocjena kvalitete kodiranog signala

U ovom poglavlju se razmatraju objektivne i subjektivne metode ocjene kvalitete koda. Percepcijski audio koderi se ocjenjuju s obzirom na brzinu toka podataka, kompleksnost, izlaznu kvalitetu i otpornost na pogreške. Najproblematičnija je ocjena izlazne kvalitete koda. Usprkos svojim nedostacima (kvaliteta ispitnika), subjektivne metode ocjene kvalitete koda su se pokazale najpogodnijima za njihovo vrednovanje.

Objektivno ocjenjivanje koda

Koderi aproksimiraju valni oblik ulaznog signala pa se može mjeriti razlika između ulaza i izlaza kako bi se odredila kvaliteta koda. Omjer signal šum se može definirati prema izrazu (5.7)

$$S/\text{Š} = 10 \cdot \log_{10} \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x(i)^2}{\sum_{i=0}^{N-1} [x(i) - y(i)]} \quad (5.7)$$

u kojemu $x(i)$ predstavlja uzorke ulaznog, a $y(i)$ predstavlja uzorke izlaznog signala.

Ovakav pristup ima nedostatke jer će odnos signal šum biti dominantan u područjima visoke energije signala. Zbog toga se omjer $S/\text{Š}$ računa u malim odsječcima signala te se računa statistika lokalnog $S/\text{Š}$ -a. Obično se $S/\text{Š}$ računa lokalno za okvire trajanja od 10 ms do 20 ms. $S/\text{Š}$ vrijednost se računa za cijeli frekvencijski pojas od interesa pa se ne može ovim parametrom dobiti informacija o distribuciji u frekvencijskoj domeni ovog parametra. Frekvencijski ovisan odnos signal šum se može dobiti filtriranjem signala kroz filtarske nizove i računanjem $S/\text{Š}$ -a za svaki frekvencijski pojas.

$S/\text{Š}$ i $S/\text{Š}$ po odsječcima pokazuju korelaciju s kvalitetom govornog signala. Mjerenja $S/\text{Š}$ -a su jako osjetljiva na neporavnanja i fazna izobličenja koja nisu uvijek percepcijski relevantna. Jedan od pristupa kako se eliminiraju efekti faznih izobličenja je računanje razlika ulaznog i izlaznog signala koda u spektru snage. Kod primjene LPC koda koji modeliraju spektralne vrhove u spektralnoj ovojnici koji su percepcijski relevantni, ta se frekvencijska razlika određuje između vrhova u spektralnoj ovojnici originalnog i kodiranog signala.

Subjektivno ocjenjivanje koda

ITU-R preporuka BS1116 specificira slušnu okolinu i procedure za ocjene kvalitete audio koda. Standard preporuča korištenje profesionalnih slušatelja koji ocjenjuju kvalitetu zvuka iz koda prema zadanoj skali u tablici 5.1.

Tablica 5.1 Subjektivna skala ocjene kvalitete kodiranog audio signala prema ITU-R BS1116.

Apsolutna ocjena	5.0	Neprimjetna razlika	0.0	Ocjena razlike
	4.9	Primjetna razlika između originalnog i kodiranog signala ali ne smeta	-0.1	
	4.0		-1	
	3.9	Malo smeta	-1.1	
	3.0		-2.0	
	2.9	Smeta	-2.1	
	2.0		-3	
	1.9	Jako smeta	-3.1	
	1.0		-4	

U subjektivnim ispitivanjima se koriste tri uzorka signala (tzv. ABC redosljed). A-uzorak uvijek sadrži referentni nekodirani signal dok sljedovi B i C mogu sadržavati referentne signale (nije nužno) i kodirane sekvence koje se ponavljaju slučajnim redosljedom. Slušatelj mora odrediti da li se u sekvenci B ili C nalazi referentni signal i ocijeniti kvalitetu kodiranog signala prema zadanoj ljestvici. Postoji apsolutna ocjena kvalitete koda i ocjena razlike između originalnog i kodiranog signala. Ove dvije ocjene kombiniraju subjektivnu ocjenu koda.

Subjektivna ocjena kvalitete koda je pod utjecajem sadržaja kodiranog signala i individualne oštine i sklonosti slušatelja da prepozna referentni i kodirani signal te bolju kvalitetu. Različitim slušateljima različiti tipovi izobličenja ne smetaju jednako. Proučavanje strategije odlučivanja o kvaliteti signala je pokazalo da se individualni ispitanici ne slažu o relativnoj važnosti s kojom vrednovati parametre kodiranog audio signala.

5.2.6 Pregled nekih sustava za kompresiju podataka

U ovom poglavlju je dan kratak povijesni pregled MPEG postupka kodiranja s osnovnim obilježjima svakog dijela standarda (MPEG, Layer I, II i III), MPEG-2, MPEG-4 i MPEG-7. Osim MPEG standarda prikazani su i Dolby AC-2 i AC-3 standardi kodiranja [5.19].

Teoretska razmatranja o mogućnostima smanjenja količine informacije potkrijepljena su potkraj 80-ih godina 20. stoljeća kad je tehnološki napredak procesora za digitalnu obradu podataka omogućio izvedbu koda i dekodera koji su radili u stvarnome vremenu. Suočen s velikim brojem sličnih algoritama koji nisu međusobno kompatibilni, ISO je 1986. godine pokrenuo postupak standardiziranja koda. Godine 1992. postupak je završen objavljivanjem dokumenta ISO-11172 (I. do IV.) u kojem je definirana obitelj koda i dekodera za redukciju slikovnog i tonskog signala. Na tonski se dio odnosi 3. dio standarda (ISO 11172-III) i on definira 3 razine koda i dekodera: ISO Layer-I, Layer-II i Layer-III.

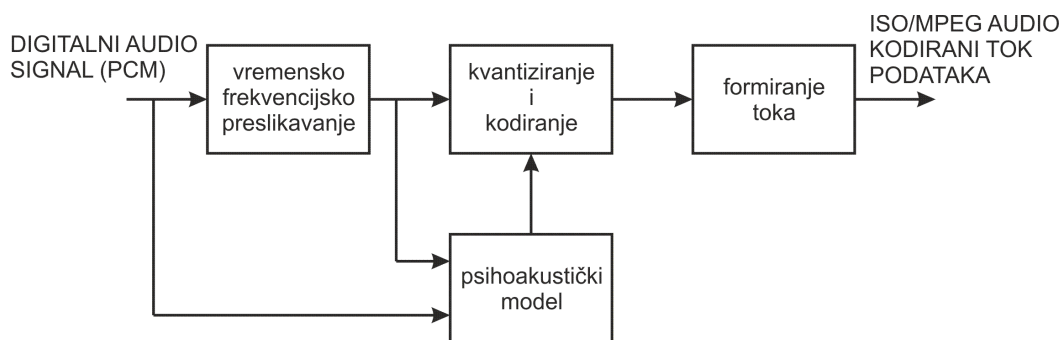
Layer-I namijenjen je potrošačkim uređajima, snimanju na disk i kasetu, odnosno svim primjenama gdje niska brzina toka podataka nije uvjet. Layer-II unapređenje je algoritma uporabljenog u prvoj vrsti koda. Taj je koder praktički jednak koderu komercijalnog naziva MUSICAM, uz napomenu da postoji razlika samo u formatu prijenosa signala. Primjena mu je u profesionalnim i kvalitetnim kućnim uređajima, DAB-u i TV tonu, te prijenosu preko ISDN mreže. Kombinacijom najboljih svojstava dvaju (MUSICAM i ASPEC) od četiriju razmatrana načina kodiranja na početku standardizacije definiran je Layer-III. Ovaj se koder koristi nelinearnim kvantiziranjem unutar svakoga pojedinog pojasa, promjenjivom širinom pojasa i frekvencijom uzorkovanja, te entropijskim kodiranjem. Taj koder omogućuje najveću

redukciju, ali je to plaćeno velikom složenošću sklopa. Zbog male potrebne brzine predviđen je prije svega za prijenos.

Svi su koderi u hijerarhijskom poretku, što znači da dekomer višega sloja može dekomirati signal dobiven iz koder nižega sloja. ISO standardom definiran je princip algoritma kompresije, tako da je ostavljena mogućnost budućim unapređenjima koja ostaju kompatibilna s prijašnjim uređajima.

Standard koji razvija ISO/IEC, odnosno ekspertna grupa MPEG prvi je međunarodni standard na području redukcije podataka u digitalnim audio sustavima.

Zajedničko kodiranje stereo kanala (eng. *joint stereo*) može biti dodatna osobina bilo kojeg sloja. Ovaj mod rada koristi redundanciju i irelevanciju tipičnog stereo programskog materijala i može se koristiti za povećanje kvalitete kod malih brzina prijenosa i/ili reduciranje toka podataka kod stereofonskog prijenosa. Povećanje kompleksnosti koder je malo, a još manje je povećanje kompleksnosti dekomera. Zajedničko kodiranje stereo kanala ne povećava ukupno kašnjenje kod kodiranja.



Slika 5.10 Osnovna struktura ISO/MPEG audio koder.

Osnovna struktura ISO/MPEG koder prikazana na slici 5.10 sastoji se od slijedećih dijelova:

1. *Vremensko-frekvencijsko preslikavanje* (filtarski niz) koje se koristi za rastavljanje ulazne audio informacije na poduzorkovane spektralne komponente. Ovisno o upotrebljenom filtarskom nizu nazivamo ih podpojasevima ili spektralnim linijama.
2. *Izlaz filtarskog niza ili izlaz paralelne transformacije* koji se upotrebljava za računanje trenutnog praga maskiranja prema psihoakustičkom modelu. Ovo je informacija koja određuje dalji rad kvantizatora i koder.
3. *Kvantiziranje i kodiranje podpojasnih uzoraka ili spektralnih linija* s ciljem da se zadrži šum unesen kvantiziranjem ispod vrijednosti praga maskiranja. Ovisno o algoritmu razvijeno je nekoliko postupaka.
4. *Formiranje blokova koji sadrže informacije o kvantiziranom signalu*, informacija o redoslijedu podataka u bloku, faktor pojačanja za blok i dodatne informacije.

Layer III je najsloženiji i najpopularniji dio MPEG standarda. Koristi se za prijenos visokokvalitetnog audio signala uskim prijenosnim kanalom. Layer III koristi 32 pojasna QMF hibridna filtra koji u sebi uključuju modificiranu kosinusnu transformaciju (MDCT). Koristi se mogućnost i predmaskiranja kod analize tranzijentnih signala. Osim psihoakustičkog modela s frekvencijskim i vremenskim maskiranjem, ovaj model koristi i nejednoliko kvantiziranje i Huffmanovo kodiranje.

ISO/IEC IS13818-7 (MPEG-2 NBC/AAC)

Ovaj standard je objavljen 1994. godine i služio je za prijenos dodatnih audio kanala. MPEG-2 omogućuje kodiranje audio signala u višekanalnom 5.1 sustavu. Razlike u odnosu na MPEG-1

standard su mogućnost primjene nižih frekvencija uzorkovanja (16 kHz, 22,05 kHz i 24 kHz) s brzinama toka podataka od 8 kbit/s.

Filtarski nizovi koji se koriste u ovome standardu uključuju MCDT transformaciju. AAC (eng. *Audio Advanced Coding*) uključuje adaptivno filtriranje sa promjenjivim brojem uzoraka. Stacionarni signali se analiziraju s većim brojem uzoraka dok se tranzijentni signali analiziraju s manjim brojem uzoraka. AAC metoda omogućuje predikciju spektralnih koeficijenata u nadolazećim prozorima signala.

ISO/IEC 14 496-3 (MPEG-4)

MPEG-4 standard je završen 1999. godine. Ovaj standard ne donosi značajnija poboljšanja u percepcijskom kodiranju nego proširuje djelovanje koda na različite tipove multimedijских podataka. Uključuje u sebi integrirane metode kodiranja kojima se postiže odlična kvaliteta audio signala uz tokove podataka od samo 200 bit/s. Primjenjuje se u mobilnom prijenosu podataka i u različitim interaktivnim uslugama. Multimedijска scena se opisuje kao skup audiovizualnih objekata kojima je omogućen pristup i njihova obrada. Raniji MPEG standardi su tretirali samo prirodan audio signal dok MPEG-4 standard omogućuje i primjenu alata za sintetičko generiranje govora i glazbe. Sintetička glazba se predstavlja specifičnim jezikom za strukturirani audio orkestar SAOL (eng. *Structured Audio Orchester Language*). SAOL tretira glazbu kao skup instrumenata i instrumente kao mrežu metoda za analiziranje signala.

MPEG-7

Ovaj standard ne definira protokole i metode za kompresiju audio i video sadržaja već predstavlja standard za prezentaciju sadržaja u svrhu pretraživanja informacija. Cilj ovoga standarda je standardizacija načina prezentiranja informacija koji će biti iskorištene za opis neke multimedijске informacije. Razvijanje budućih pretraživača zasnovanih na MPEG-7 standardu omogućuje pretraživanje mrežnog sustava na osnovu audio zapisa.

Dolby AC-2 i AC-3

Dolby laboratoriji su bili aktivni u razvoju MPEG standarda, ali su razvili i svoje metode kodiranja pod imenima AC-2 i AC-3. AC-2 familija koda služi za kompresiju jednokanalnog zvuka uz tokove podataka od 128 kbit/s do 198 kbit/s za širokopojasni signal (20 kHz širina pojasa) uz frekvenciju uzorkovanja 44,1 kHz ili 48 kHz. AC-2 koristi tzv. TDAC (eng. *Time Domain Aliasing Cancellation*) filtarski niz koji je bolje prilagođen tranzijentnim signalima od filtera koji se temelje na modificiranoj diskretnoj kosinusnoj transformaciji (MDCT). Osobita pažnja je kod ovog tipa koda posvećena i redukciji toka popratnih informacija. AC-2 algoritam se koristi kod prijenosa audio podatka optičkom i bežičnom mrežom.

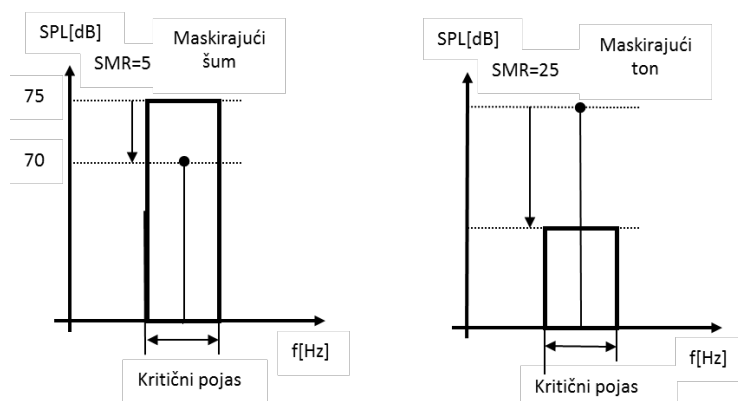
AC-3 standard se razvio nakon što je sustav ozvučenja 5.1 došao u uporabu, odnosno nakon što je standardiziran. Iako se svaki pojedinačni kanal mogao kodirati postupkom AC-2, bilo je bolje obuhvatiti sve kanale te ih tretirati kao cjelinu. AC-3 standard, poznat kao Dolby Digital, razvio se iz AC-3 standarda poboljšavajući filtarski niz, kodiranje spektralne ovojnice i alokaciju bitova AC-2 standarda. AC-3 koder obrađuje 5+1 kanala (lijevi, centralni, desni, lijevi i desni prostorni i niskofrekvencijski) te istovremeno uključuje razdvajanje kanala na strani dekodera. Osnovna svojstva AC-3 koda su: frekvencije uzorkovanja 32 kHz, 44,1 kHz i 48 kHz, visoka kvaliteta izlaznog signala uz tok podataka 64 kbit/s, MDCT filtarski niz s korištenjem i TDAC tehnike uklanjanja preklapanja spektra u vremenskoj domeni, kašnjenje od 100 ms, promjenjivi tokovi podataka od 32 kbit/s do 640 kbit/s te dekodiranje korištenjem malih DSP-ova (procesora za digitalni signal) u obliku čipova.

Filtarski niz u AC-3 koderu je projektiran tako da se mogu razlučivati bliske frekvencijske komponente u signalu te da je impulsni odziv niza dovoljno kratak. On se konstruira na način da omogućuje različite vremensko-frekvencijske rezolucije na različitim frekvencijama koje ljudsko uho može registrirati. Signal iz svakog frekvencijskog bloka (nakon što se signal propusti kroz filtarski niz) se pretvara u binarnu eksponencijalnu notaciju, i to kao binarni koeficijent i mantisu. Taj skup eksponenata signala iz svakog filtarskog niza se predstavlja spektralnom ovojnicom. Višekanalno kodiranje koeficijenata spektralne ovojnice se temelji na redundanciji i irelevanciji informacija koje se prenose pojedinim kanalima. U AC-3 koderu se koristi i postupak združivanja kanala postupkom zbrajanja koeficijenata više kanala. Prilikom zbrajanja koeficijenata potrebno je paziti na fazni pomak da se ne bi poništile faze pojedinih kanala. AC-3 sustav omogućuje otkrivanje pogreške unutar prenesenih okvira primjenom CRC (eng. *Cyclic Redundancy Check*) riječi.

Prva popularna primjena AC-3 kodera je bila na filmu, i to 1991. godine prilikom prikazivanja filma "Star Trek". U današnje vrijeme čak i određena audio pojačala imaju u sebi ugrađen Dolby AC-3 dekodier tako da omogućavaju reprodukciju zvuka u kvaliteti 5.1.

5.3 Primjeri zadataka

1. Odrediti tok podataka nekodiranog audiosignala ako je frekvencija uzorkovanja $f_s=44,1$ kHz a broj bitova kvantizacije $n=16$, $n=24$ bita i broj kanala $N=2,4$; Usporediti taj tok podataka sa protokom Internet mreže 100 Mbit/s. Koliko takvih programa bi se moglo prenijeti mrežom bez kodiranja. Koliko se kanala može prenijeti kroz mrežu ako je omjer kompresija 4 puta u sustavima kodera bez gubitaka i 25 u sustavima kodera sa gubicima.
2. Ako je ulazni tok podataka (kvantizirane vrijednosti) $X = [1\ 4\ 5\ 6\ 6\ 2\ 5\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 1]$, $N=13$, simboli kojima se kodira $V=[1\ 2\ 4\ 5\ 6]$, odrediti vjerojatnosti pojavljivanja pojedinih simbola te odrediti entropiju digitalnog signala.
Koje kodne riječi bi odabrali za simbole koji se kodiraju i koliki je ukupan broj bitova za X ako svaka riječ ima isti broj bitova i koliki bi bio broj bita po simbolu.
Smanjiti broj bitova po simbolu s obzirom na vjerojatnost pojavljivanja pojedinih simbola
3. Ako se u nekom kritičnom pojasu radi maskiranje tona šumom i maskiranje šuma tonom da li je potrebno da veća razina bude šuma ili tona (vidjeti sliku).



6. Digitalna obrada signala

Digitalna obrada signala koristi se za generiranje, analizu, promjenu ili drugačiju manipulaciju signala u digitalnoj domeni. Ona uključuje sve vrste obrade audio signala, a obavlja se bilo u računalu, posebnim procesorima (DSP) ili FPGA sklopovima. Specifičnost obrade audio signala je u tome što se u većini slučajeva radi o obradi u stvarnom vremenu, tako da je brzina obrade jako bitna. Svi sustavi za digitalnu obradu signala rade s diskretnim vremenskim signalima.

Digitalna obrada signala ima nekoliko prednosti u odnosu na obradu kontinuiranih, analognih signala. Uporaba diskretnih vrijednosti omogućuje uporabu komponenata nižih tolerancija, unaprijed određene točnosti, jednakih krugova koji se mogu lako reproducirati, teoretski neograničen broj operacija u nizu i smanjenu osjetljivost na vanjske efekte kao što su smetnje, temperatura i starenje. Programibilna priroda diskretnih vremenskih signala omogućuje promjene funkcije bez promjene hardvera, Digitalni integrirani krugovi su mali, jako pouzdani, jeftini i sposobni za kompleksnu obradu. Neke operacije koje se provode u digitalnoj domeni, teško je provesti analognim sklopovima. Na primjer, filtri s linearnom faznom karakteristikom, prilagodljivi sustavi, obrada slike, ispravljanje pogrešaka, kompresija podataka i transformacije signala. Sve ove operacije mogu na primjer uključivati diskretnu Fourierovu transformaciju (DFT) i brzu Fourierovu transformaciju (FFT).

S druge strane DSP tehnologija uključuje neke nedostatke, kao što su ograničenja u svezi trajanja i razine signala. Svi DSP čipovi zahtijevaju napajanje, te kod audio signala uključuju A/D i D/A pretvorbu što neizbježno uključuje kašnjenje signala.

Digitalna obrada signala napravila je revoluciju u audio području, pogotovo što se tiče audio efekata, spajanja, korisničke kontrole i kontrole računalom. Danas se digitalna obrada audio signala može pronaći na svakom koraku, od MP3 reproduktora do mobilnih telefona, te digitalne televizije. DSP predstavlja velike mogućnosti za primjene u audio području. Ispravljanje pogrešaka u digitalnom signalu, multipleksiranje, pretvorba frekvencije uzorkovanja, analiza i sinteza govora i glazbe, kompresija podataka, filtriranje, prilagodljiva ekvalizacija, dinamička kompresija, ambijentalna obrada, smanjenje šuma, miješanje i uređivanje signala, enkripcija i akustička analiza, danas se obavljaju s digitalnim sustavima.

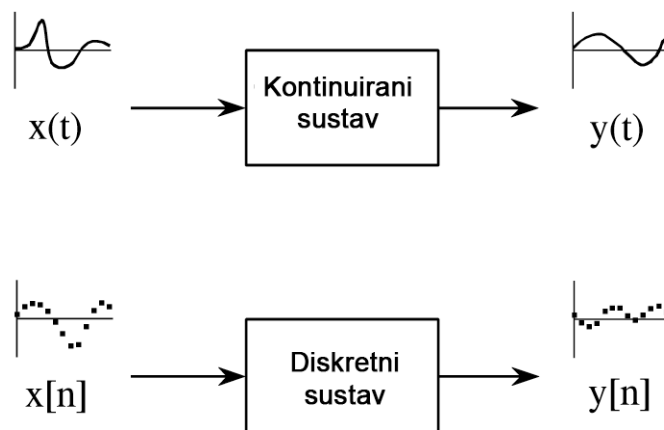
6.1 Signali i sustavi

Općenito gledajući signal je opis kako jedan parametar ovisi o drugom parametru. U audio području signal može predstavljati razina zvuka u ovisnosti o vremenu. Sustav je bilo koji proces koji generira izlazni signal kao odziv na ulazni signal. Slika 6.1 prikazuje shemu analognog (kontinuiranog) i digitalnog (diskretnog) signala i sustava. Kontinuirane signale u vremenskoj domeni u ovoj skripti označavati ćemo s malim slovima i oblikom zagradama, npr. $x(t)$, a diskretne signale u vremenskoj domeni s malim slovima i uglatim zagradama $x[n]$.

Postoji puno razloga zašto trebamo znati nešto i analizirati neki sustav. Kod audio sustava, ako na primjer želimo izmjeriti nelinearnost sustava, to možemo učiniti mjerenjem izobličenja signala, usporednom izlaznog i ulaznog signala. Ako na neki način želimo modificirati audio signal, na primjer promijeniti mu spektar, želimo konstruirati sustav koji će

to moći učiniti, odnosno želimo znati njegovu prijenosnu karakteristiku. Dakle, primjene u audio području mogu biti razne.

Kako bi mogli jednostavno generirati, obraditi, analizirati ili nešto drugo raditi sa sustavom, sustav treba biti linearan. Linearni sustavi nam omogućuju da se analiza svede na usporedbu ulaznih i izlaznih signala, te traženje impulsnog odziva sustava. Ako sustav nije linearan, njegova analiza bi uključivala proučavanje pojedinačnih karakteristika mnogih nekoreliranih sustava.



Slika 6.1 Shema analognog i digitalnog sustava

Kako znamo da je sustav linearan? Linearni sustavi moraju zadovoljiti dvije matematičke značajke: homogenost i aditivnost. Ako možete pokazati da neki sustav ima obje značajke, onda možete dokazati da je linearan. Treća značajka, invarijantnost pomaka, nije strogi zahtjev, ali je obavezna značajka većine DSP tehnika. Ove tri značajke čine matematičku podlogu kako je definirana i kako se koristi teorija linearnih sustava.

Homogenost je ilustrirana na slici 6.2. To pokazuje da će promjena amplitude ulaznog signala prouzročiti promjenu amplitude izlaznog signala. Matematički govoreći, ako ulazni signal $x[n]$ rezultira u izlaznom signalu $y[n]$, tada će ulaz $kx[n]$ rezultirati u izlaznu $ky[n]$. Primjer linearnog sustava je otpornik, kod kojega je ulazni signal napona, a izlazni struja. Ohmov zakon kaže da će porast napona uzrokovati jednaki porast struje. S druge strane ako je ulazni signal napon, a izlazni snaga koja se disipira na otporniku, onda će dvostruki porast napona uzrokovati četverostruki porast disipirane snage. U drugom slučaju sustav nije linearan.

AKO**TADA**

Slika 6.2 Definicija homogenosti.

Aditivnost je ilustrirana na slici 6.3. Na primjer, uzmimo sustav kod kojega ulaz $x_1[n]$ proizvodi izlaz $y_1[n]$. Pretpostavimo da drugi ulaz $x_2[n]$ proizvodi izlaz $y_2[n]$. Kažemo da je sustav aditivan, ako ulaz $x_1[n] + x_2[n]$ proizvede izlaz $y_1[n] + y_2[n]$, za sve moguće ulazne signale. Drugim riječima, signali koji se zbrajaju na ulazu, proizvode signale koji se zbrajaju na izlazu. Bitno je naglasiti da zbrojeni signali prolaze kroz sustav bez međusobne interakcije.

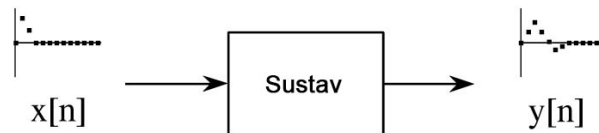
AKO**I AKO****TADA**

Slika 6.3 Definicija aditivnosti.

Kako je prikazano na slici 6.4, invarijantnost pomaka znači da će pomak ulaznog signala rezultirati u jednakom pomaku izlaznog signala. Formalno napisano, ako ulazni signal $x[n]$ rezultira u izlaznom signalu $y[n]$, tada će ulazni signal $x[n+s]$, rezultirati u izlaznom signalu $y[n+s]$, za bilo koji ulazni signal i konstantu s . U osnovi pomak s znači pomak signala u nazad ili

naprijed. Invarijantnost pomaka je važna jer kaže da se karakteristike sustava ne mijenjaju s vremenom. Srećom, većini audio sustava karakteristike se ne mijenjaju tijekom vremena.

AKO



TADA



Slika 6.4 Definicija invarijantnosti pomaka

Homogenost, aditivnost i invarijantnost pomaka bitne su značajke koje pružaju matematičku osnovu za definiranje linearnih sustava. Međutim, s praktične strane samo ove značajke inženjerima ne pružaju dovoljno informacija o tome što su linearni sustavi. Inženjerima su bliže značajke 'statička linearnost' i 'vjernost sinusa'.

Statička linearnost definira kako linearni sustav reagira kada se signali ne mijenjaju, kada su istosmjerni (DC) ili statički. Statički odziv sustava je jednostavan, jer kaže da je izlazni signal jednak ulaznom signalu pomnoženom s nekom konstantom. Ako to prikazemo grafom, to bi bio pravac koji prolazi kroz ishodište. Primjer nelinearnog sustava je ulazna karakteristika bipolarnog tranzistora. Svi linearni sustavi zadovoljavaju značajku statičke linearnosti. Obično vrijedi i obrnuto, ali ne uvijek. Postoje sustavi koji pokazuju značajke statičke linearnosti, ali nisu uvijek linearni u odnosu na promjenjive signale. Međutim, postoji uobičajena klasa sustava koji se mogu u potpunosti opisati sa statičkom linearnosti, i kod kojih nije važno je li ulazni signal statički ili promjenjivi. Ovi sustavi se nazivaju sustavi bez memorije, jer izlaz ovisi samo o trenutnom stanju ulaza. Ako sustav zadovoljava statičku linearnost i nema memoriju, onda mora biti linearan.

Bitna značajka linearnih sustava je kako se oni ponašaju sa sinusnim signalima. To se može opisati značajkom koja se naziva vjernost sinusa. Ako je ulaz u sustav sinusni signal, izlaz će također biti sinusni signal jednake frekvencije kao ulazni signal. Sinusni signali su jedini signali koji to omogućuju, jer na primjer, ako propustimo pravokutni signal kroz sustav, izlaz ne mora biti pravokutni signal. Ono što se može mijenjati kod sinusnog sustava koji se propusti kroz linearni sustav su amplituda i faza. Ova značajka se u audiotehnici naziva linearna izobličenja, gdje nema generiranja novih spektralnih komponenata. Ova značajka se u elektronici naziva frekvencijski i fazni odziv.

Linearni sustavi imaju nekoliko značajki koje su bitne za digitalnu obradu audio signala. Prva od njih je komutativnost, koja govori ako se dva linearna sustava slože u kaskadu, odnosno izlaz jednog sustava predstavlja ulaz u drugi sustav, konačni izlazni signal biti će linearan, te će ostati jednak ako ova dva sustava zamjene mjesta u kaskadi. U elektronici to

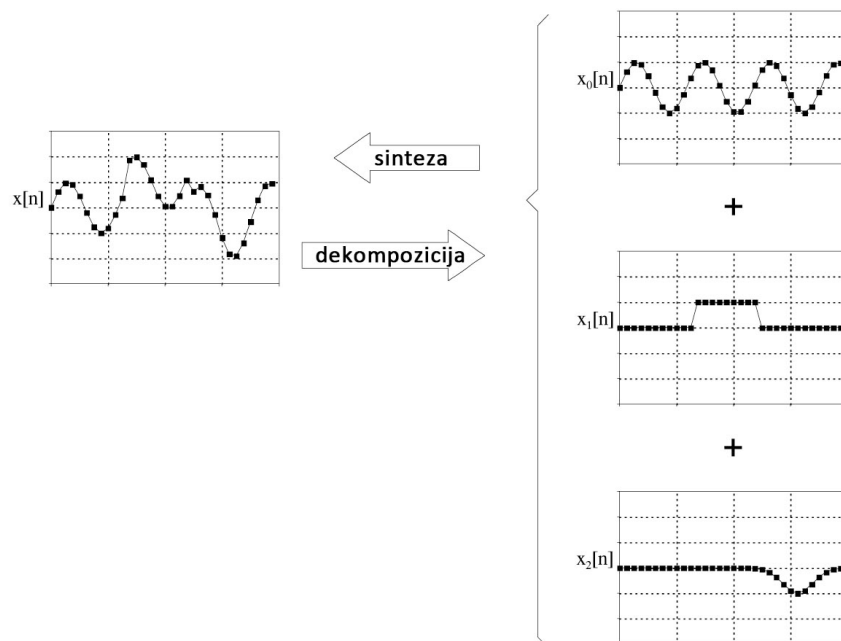
možemo prikazati s dva sklopa, na primjer filtrom i pojačalom signala. Ako se radi o linearnim procesima, sasvim je svejedno ako signal prvo prođe kroz pojačalo pa kroz filter ili obrnuto.

Što se tiče sustava s više ulaza i izlaza on će biti linearan ako se sastoji od linearnih sustava. Ako se u sustav s više ulaza dovede jedan signal, a svi drugi se drže na nuli, na izlazu će se pojaviti određeni signal. Na sličan način se dobiju drugi izlazni signali ako se signali dovedu na druge ulaze, a ostali ulazi se drže na nuli. Ukupni izlazni signal biti će superpozicija, odnosno suma svih pojedinačnih izlaznih signala. Superpozicija je osnovna operacija sustav za digitalnu obradu signala.

6.2 Superpozicija signala

Kada govorimo o linearnim sustavima, jedini način na koji se signali mogu kombinirati je skaliranjem (množenjem s konstantom) nakon čega slijedi zbrajanje. Na primjer, u linearnom sustavu signal se ne može pomnožiti s drugim signalom. Slika 6.5 prikazuje primjer gdje se tri signala $x_0[n]$, $x_1[n]$ i $x_2[n]$ zbrajaju kako bi se dobio četvrti signal $x[n]$. Ovaj proces kombiniranja signala skaliranjem i zbrajanjem naziva se sinteza.

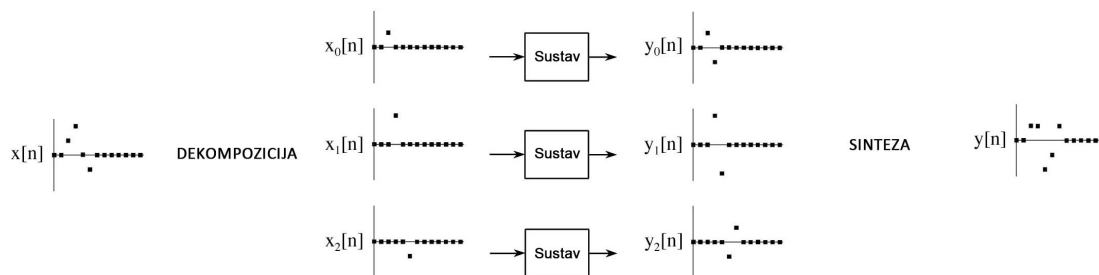
Dekompozicija je obrnuta operacija, kod koje se signal razlaže na više komponentata. Ovih operacija teoretski može biti puno.



Slika 6.5 Ilustracija sinteze i dekompozicije.

S ove dvije operacije dolazimo do osnovne operacije digitalne obrade audio signala a to je superpozicija. Uzmimo u obzir signal $x[n]$ koji je propušten kroz linearni sustav, što rezultira u izlaznom signalu $y[n]$. Kao što je prikazano na slici 6.6, ulazni signal se može razložiti (dekompozicija) na nekoliko jednostavnijih signala $x_0[n]$, $x_1[n]$, $x_2[n]$, itd. Ove signale možemo nazvati komponentama ulaznog signala. Svaka ova komponenta ulaznog signala, kada se propusti kroz jednaki linearni sustav na izlazu će rezultirati s komponentom izlaznog signala, $y_0[n]$, $y_1[n]$, $y_2[n]$, itd. Komponente izlaznog signala sintetiziraju se u izlazni signal $y[n]$. Važno je napomenuti da je izlazni signal $y[n]$ jednak izlaznom signalu koji bi se dobio da se kroz

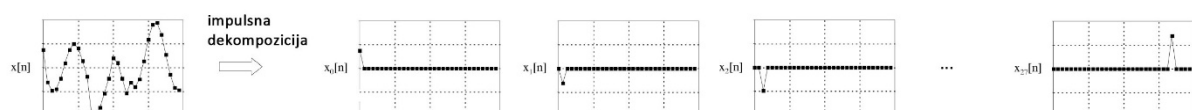
linearni sustav propusti kompletni ulazni signal $x[n]$. Na ovaj način se komplicirani problemi u digitalnoj domeni mogu razložiti na jednostavnije.



Slika 6.6 Osnovni koncept digitalne obrade signala. Dekompozicija ulaznog signala i sinteza izlaznog signala.

Kod digitalne obrade audio signala koriste se dvije osnovne operacije, koje predstavljaju osnovu za sve ostale. Dekompozicija impulsom i Fourierova dekompozicija.

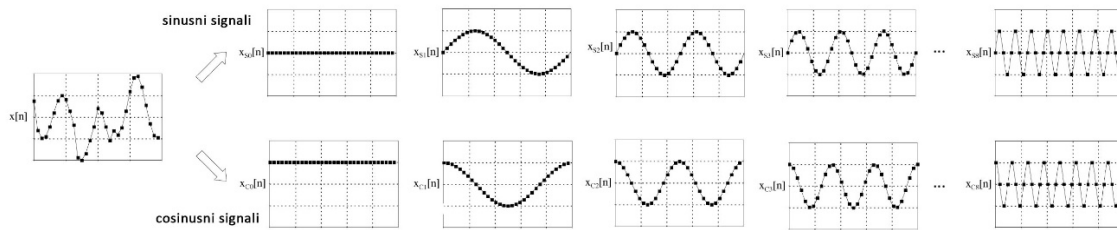
Kako je prikazano na slici 6.7, dekompozicija impulsom radi dekompoziciju signala od N uzoraka i N komponentnih signala, od kojih svaki ima N uzoraka. Svaki od tih signala ima jedan uzorak osnovnog signala, s time da su ostali uzorci jednaki nuli. Ova dekompozicija impulsom je važna jer omogućuje analizu signala samo s jednim uzorkom. S jednim impulsom može se vidjeti kako neki sustav reagira na njega, tako da se dobije impulsni odziv sustava. Sintezom impulsnih odziva sustava pojedinih uzoraka, može se dobiti odziv sustava na bilo kakav ulazni signal. Ovakva matematička operacija naziva se konvolucija.



Slika 6.7 Dekompozicija signala na niz signala s jednim impulsom.

Fourierova dekompozicija nije tako očita kao dekompozicija impulsom. Matematički gledano bilo koji signal s N uzoraka može se razložiti u $N+2$ signala, od čega su pola sinusni signali, a druga polovica kosinusni signali, kao što je prikazano na slici 6.6. Frekvencija svih ovih komponenata je fiksna, a ono što se mijenja je njihova amplituda i faza.

Fourierova dekompozicija je jako važna za audio signale, jer daje puno informacija o samom signalu. Uz pomoć sinusnih signala možemo analizirati kako sustavi mijenjaju amplitudu i fazu tih signala. Ova dekompozicija je osnova za Fourierovu analizu, te naprede Laplacove i z-transformacije, koje se uvelike koriste u obradu audio signala.



Slika 6.8 Primjer Fourierove dekompozicije.

6.3 Konvolucija

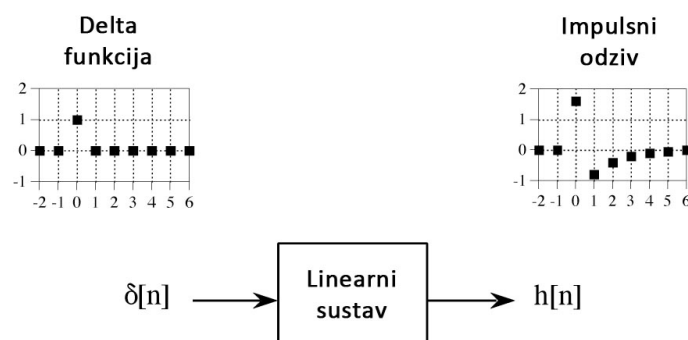
Konvolucija je matematički način kombiniranja dva signala kako bi se dobio treći, te predstavlja osnovu za niz tehnika u digitalnoj obradi signala. Konvolucija nam omogućuje da sustav opišemo tako da poznamo njegov ulazni i izlazni signal, ili ulazni signal i njegov impulsni odziv. To nam omogućuje da poznavanjem impulsnog odziva linearnog sustava, može o dobiti odziv na bilo koji ulazni signal. To je na primjer osnova digitalnih filtara.

Za provođenje konvolucije, potrebno je signal razložiti na osnovne impulsne komponente kao što je prethodno opisano. Propuštanjem tih komponenata kroz sustav dobiju se pojedinačni izlazni signali, koji se na izlazu sintetiziraju u konačni izlazni signal.

Slika 6.9 definira dva važna parametra digitalne obrade signala. Prvi je takozvana delta funkcija, koja je simbolizirana grčkim slovom delta – $\delta[n]$. Delta funkcija sastoji se od jednog uzorka koji ima normaliziranu vrijednost jedan, a sve ostale su nula. Zbog toga se delta funkcija ponekad i naziva jedinični impuls.

Drugi parametar je impulsni odziv, koji predstavlja odziv linearnog sustava na delta impuls. Impulsni odziv je dovoljan za usporedbu linearnih sustava, jer dva različita sustava će imati i različite impulsne odzive.

A što ako se ulazni signal sastoji od pomaknute delta funkcije, na primjer na uzorku 5 s razinom -2? Kao što je prikazano dekompozicijom, svaki signal se može razložiti na impulse, tako će i ovaj signal imati delta funkciju na uzorku 5, a svi ostali će biti nula, tako da ga možemo napisati kao $-2\delta[n-5]$. Ako delta funkcija $\delta[n]$ rezultira u impulsnom odzivu $h[n]$, tada će i signal $-2\delta[n-5]$ rezultirati u $-2h[n-5]$. Rezultat je impulsni odziv koji je pomaknut za 5 uzoraka, jer ako se radi o linearnom sustavu onda vrijede pravila homogenosti i invarijantnosti pomaka.



Slika 6.9 Dva važna parametra digitalne obrade signala, delta impuls i impulsni odziv.

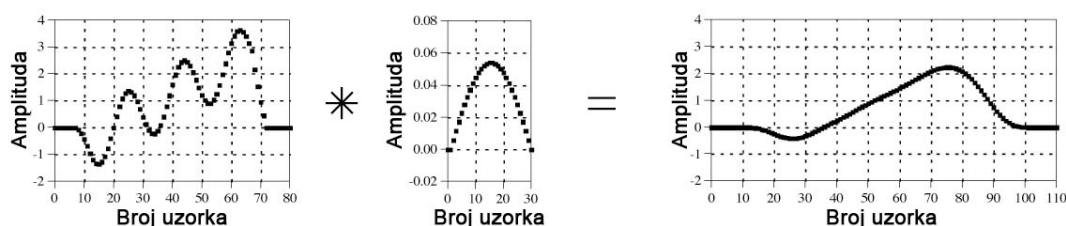
Ovaj način razmišljanja možemo primijeniti na bilo koji ulazni signal koji se dovodi na ulaz sustava s impulsnim odzivom $h[n]$. Svaki signal se može razložiti (dekompozicija) na niz posmaknutih impulsa. Svaki taj impuls, kada se propusti kroz sustav, rezultirati će u posmaknutom i skaliranom impulsnom odzivu. Impulsni odzivi se sintetiziraju i rezultat je konačni izlazni signal. Dakle, sve što trebamo znati o sustavu je njegov impulsni odziv i s njim ćemo onda moći dobiti odziv sustava na bilo koji ulazni signal. Ova kompletna operacija dekompozicije ulaznog signala, računanja pojedinačnih impulsnih odziva, te sinteza izlaznih signala može se sažeti u jednu matematičku operaciju, koja se naziva konvolucija i najčešće se označava zvjezdicom $*$. Dakle, ako je ulazni signal u sustav $x[n]$, njegov impulsni odziv je prikazan sa signalom $h[n]$, onda će izlazni signal biti:

$$y[n] = x[n] * h[n] \quad (6.1)$$

Primjer uporabe konvolucije može se vidjeti na slici 6.10 kod digitalnih filtara. Impulsni odziv digitalnih filtara naziva se kernel. Kernel sadrži sve potrebne informacije o filteru, tako da se filtriranje signala može provesti konvolucijom ulaznog signala s njegovim kernelom. Nisko-propusni filter imati će drugačiji kernel od visoko-propusnog filtra, što se vidi na slici 6.10. U ovom primjeru, ulazni signal sastoji se od sporo rastućeg signala i sinusoide više frekvencije. Propuštanje signala kroz nisko-propusni filter rezultira samo sa sporo rastućim signalom, dok visoko-propusni filter propušta samo sinusoidu.

Ono na što bi trebalo obratiti pažnju na ovoj slici je dužina ulaznog signala i impulsnog odziva. Oni nisu jednake dužine, što znači da konvolucija nije ograničena dužinama signala. Međutim, konvolucija specificira dužinu izlaznog signala, koja je jednaka zbroju dužina ulaznog signala i impulsnog odziva, minus jedan uzorak. Na slici 6.10, ulazni signal je dugačak 81 uzorak, a impulsni odziv 31 uzorak. Dužina izlaznog signala iznosi $81+31-1=111$ uzoraka.

NP filter



VP filter

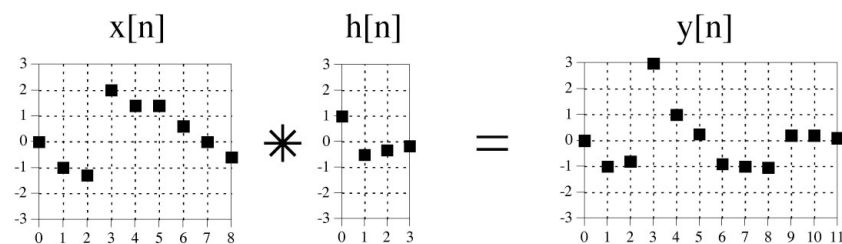


Slika 6.10 Primjer uporabe konvolucije kod filtriranja signala.

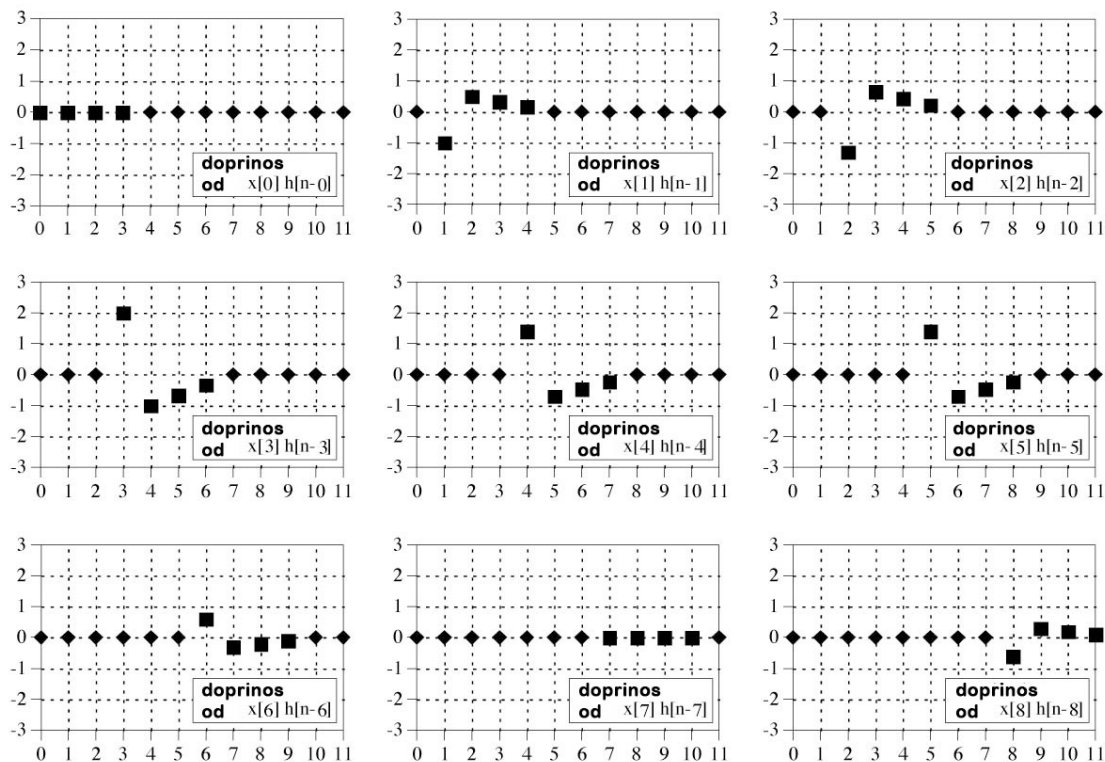
Matematički gledano, konvolucija se može promatrati na dva načina. Prvo konvoluciju možemo promatrati sa stajališta ulaznog signala, odnosno kako svaki uzorak ulaznog signala doprinosi uzorcima izlaznog signala. Drugi način promatra konvoluciju sa stajališta izlaznog signala, odnosno kako svaki uzorak izlaznog signala prima informaciju od uzoraka ulaznog signala. Prvi način je bitan jer nam objašnjava kako se konvolucija odvija, a drugi način nam daje matematičku formulu za izračun konvolucije.

Dakle, prvi način gledanja na konvoluciju opisuje kako sam proces teče. Ulazno signal se razlaže na komponentne signale s posmaknutim delta funkcijama. Posmaknute delta funkcije se propuštaju kroz sustav i rezultiraju u posmaknutim impulsnim odzivima. Zbrajanjem, odnosno sintezom pojedinačnih impulsnih odziva dobije se konačni izlazni signal. Ovaj princip prikazan je na primjeru na slikama 6.11 i 6.12.

Prvi dio procesa je razlaganje ulaznog signala na niz delta impulsa. Na primjer uzmimo uzorak broj 5. Gledajući ulazni signal, razlaganje će rezultirati u delta impulsu razine 1,4, odnosno $1,4\delta[n-5]$. Nakon prolaska kroz sustav s impulsnim odzivom $h[n]$, izlazna komponenta biti će $1,4h[n-5]$. Dakle radi se o skaliranom i pomaknutom impulsnom odzivu. Nule su dodatne za uzorke od 0-4 i od 9-11. Na jednaki način se može stvar analizirati za sve ostale uzorke. Posebnu pažnju treba obratiti na zadnji uzorak u ulaznom signalu, jer će on rezultirati u dodatnim uzorcima u izlaznom signalu.



Slika 6.11 Konvolucija ulaznog signala $x[n]$ i impulsnog odziva sustava $h[n]$ rezultira u izlaznom signalu $y[n]$



Slika 6.12 Doprinosi uzoraka ulaznog signala u izlaznom signalu

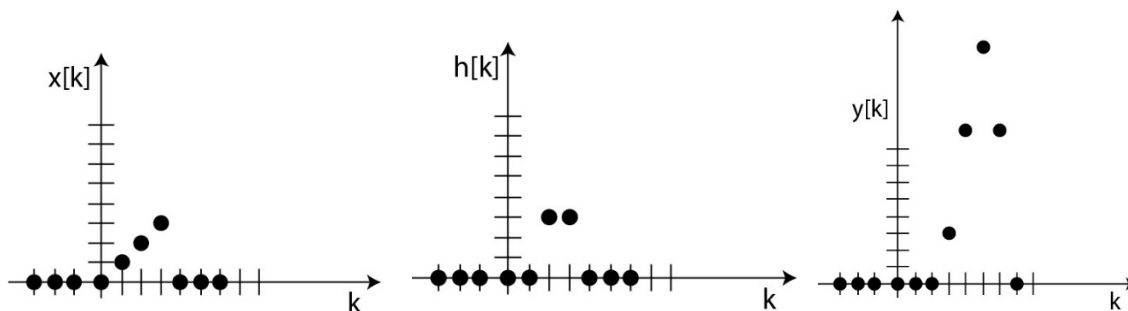
Ako ulazni signal i impulsni odziv zamijene mjesta dobiti ćemo jednaki izlazni signal. Zbog toga što je konvolucija komutativni proces svejedno je koji je signal prvi, ulaz $x[n]$ ili impulsni odziv $h[n]$.

Drugi način promatranja konvolucije je sa strane izlaznog signala, koji će nam dati matematičku formulu za konvoluciju, koja se može primijeniti u nekom računalnom algoritmu. Kao što je vidljivo iz slike 6.11 za izračun pojedinog uzorka u izlaznom signalu potrebne su nam informacije od prethodnog uzorka, jer se za svaki uzorak zbrajaju doprinosi impulsnog odziva pojedinog uzorka ulaznog signala. To znači, ako se to primijeni na algoritam izračuna konvolucije, potrebno je znati vrijednost uzoraka ulaznog signala koji ne postoje. Ovo je uobičajeni problem u digitalnoj obradi signala, koji se rješava jednostavnim ubacivanjem nula na mjesta uzoraka koji nedostaju (engl. padding). Na ovaj način algoritam za konvoluciju ignorira nepostojeće uzorke. Međutim, u nekim slučajevima efekte koji nastaju zbog ovog nadopunjavanja nulama ne možemo ignorirati, jer mogu dovesti do neželjenih skokova u signalu. U većini slučajeva, ovi problemi se rješavaju uporabom vremenskih prozora, o čemu će više riječi biti kasnije.

Koristeći opisani princip konvolucije možemo napisati standardnu jednadžbu konvolucije. Ako je $x[n]$ ulazni signal od N točaka, koje se kreću od 0 do $N-1$, a $h[n]$ impulsni odziv sustava s M točaka koje se kreću od 0 do $M-1$, konvolucija ova dva signala biti će izlazni signal $y[n]$ od $N+M-1$ točaka, koje se kreću od 0 do $N+M-2$, a jednadžba glasi:

$$y[i] = \sum_{j=0}^{M-1} h[j] \cdot x[i-j] \quad (6.2)$$

Ova jednadžba predstavlja osnovu za puno operacija digitalne obrade audio signala, samo da spomenemo digitalne filtre. Sljedeći primjer ilustrira uporabu ove jednadžbe za izračun odziva nekog sustava na ulazni signal. Slika 6.13 prikazuje graf ulaznog signala $x[k]$ i impulsnog odziva nekog sustava $h[k]$. Uz pomoć jednadžbe za konvoluciju potrebno je izračunati izlazni signal $y[k]$ koji predstavlja odziv sustava na ulazni signal, koji je također prikazan na slici 6.13.



Slika 6.13 Primjer ulaznog signala $x[k]$, impulsnog odziva sustava $h[k]$ i izlaznog signala $y[k]$

Slijedi proračun svakog uzorka izlaznog signala $y[k]$ uporabom jednadžbe za konvoluciju.

$$y[0] = h[0] \cdot x[0] + h[1] \cdot x[-1] + h[2] \cdot x[-2] + h[3] \cdot x[-3] = 0$$

.

$$y[3] = h[0] \cdot x[3] + h[1] \cdot x[2] + h[2] \cdot x[1] + h[3] \cdot x[0] = 3$$

$$y[4] = h[0] \cdot x[4] + h[1] \cdot x[3] + h[2] \cdot x[2] + h[3] \cdot x[1] = 6 + 3 = 9$$

$$y[5] = h[0] \cdot x[5] + h[1] \cdot x[4] + h[2] \cdot x[3] + h[3] \cdot x[2] = 9 + 6 = 15$$

$$y[6] = h[0] \cdot x[6] + h[1] \cdot x[5] + h[2] \cdot x[4] + h[3] \cdot x[3] = 9$$

$$y[7] = h[0] \cdot x[7] + h[1] \cdot x[6] + h[2] \cdot x[5] + h[3] \cdot x[4] = 0$$

Linearni sustavi potpuno su karakterizirani svojim impulsnim odzivom. To je osnova za mnoge tehnike digitalne obrade signala. Na primjer, digitalni filteri opisani su svojim impulsnim odzivom, koji se naziva kernel. Za izračun odziva sustava na bilo kakav ulazni signal koristi se princip konvolucije, koja ima neke specifične značajke.

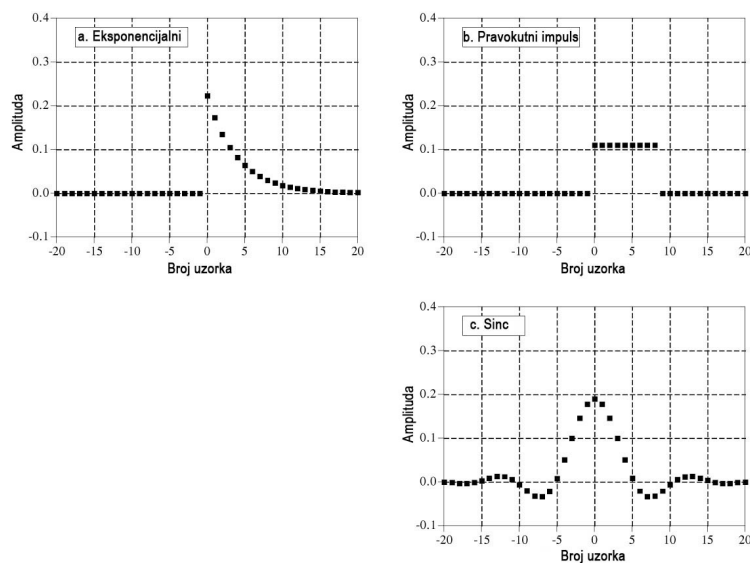
Najjednostavniji impulsni odziv je delta funkcija. Ako na ulaz sustava, kojemu je impulsni odziv delta funkcija, izlazni signal će biti jednak ulaznom. Na jednaki način, ako se delta funkcija pojača faktorom k , i izlazni signal će biti pojačan faktorom k . Ako je impulsni odziv pomaknuta delta funkcija i izlazni signal će biti omaknuti ulazni signal. Sve ove značajke mogu se prikazati sljedećim jednadžbama:

$$x[n] * \delta[n] = x[n] \quad (6.3)$$

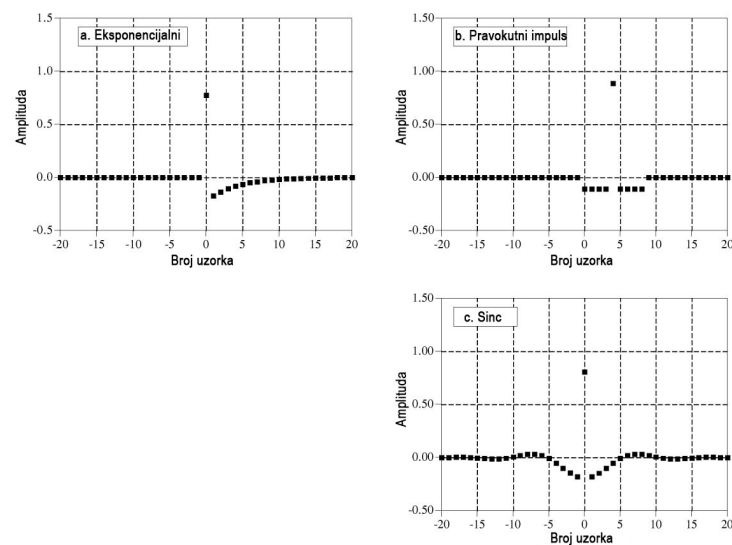
$$x[n] * k\delta[n] = kx[n]$$

$$x[n] * \delta[n + s] = x[n + s]$$

Iako će digitalni filteri biti opisani kasnije, ovdje ćemo prikazati samo nekoliko primjera impulsnih odziva filtera. Slika 6.14 prikazuje primjere impulsnih odziva (kernela) nisko-propusnih digitalnih filtera. Ako se malo bolje promotri bilo koji signal, može se uočiti da su oštri skokovi i promjene u signalu određeni udjelom visokih frekvencija. Nisko-propusni digitalni filter u osnovi radi izgladivanje signala, tako da je svaki uzorak izlaznog signala normirani prosjek nekoliko uzoraka ulaznog signala. Oblici kernela digitalnih nisko-propusnih filtera se razlikuju i svaki od njih ima neke prednosti i nedostatke. Granična frekvencija filtra određuje se širinom, odnosno trajanjem kernela. Ako nisko-propusni filter ima pojačanje 1 na frekvenciji od 0 Hz (DC komponenta), onda zbroj svih uzoraka u kernelu iznosi jedan.



Slika 6.14 Primjeri impulsnih odziva (kernela) nisko-propusnih digitalnih filtera.



Slika 6.15 Primjeri impulsnih odziva visoko-propusnih filtera, koji se dobiju odbijanjem kernela nisko-propusnog filtra od impulsnog odziva delta funkcije.

Što se tiče visoko-propusnih filtara, oni se izvode iz nisko-propusnih filtara, odbijanjem njihovih kernela od impulsnog odziva s delta funkcijom. Pri tome treba znati da delta funkcija ima beskonačni spektar, odnosno sustav s takvim impulsnim odzivom propušta sve frekvencije signala. Superpozicijom delta funkcije i kernela nisko-propusnog filtra dobije se kernel visoko-propusnog filtra. Na slici 6.15 prikazano je par primjera kernela visoko-propusnih filtara. Ako visoko-propusni filter ima pojačanje 0 na frekvenciji od 0 Hz (DC komponenta), onda suma uzoraka u kernelu iznosi nula.

Što se tiče matematičkih značajki konvolucije ona zadovoljava pravila komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti. Matematičkim rječnikom vrijedi sljedeće:

$$\text{Komutativnost} \quad a[n] * b[n] = b[n] * a[n]$$

$$\text{Asocijativnost} \quad (a[n] * b[n]) * c[n] = a[n] * (b[n] * c[n])$$

$$\text{Distributivnost} \quad a[n] * b[n] + a[n] * c[n] = a[n] * (b[n] + c[n])$$

Komutativnost nam govori da matematički gledano nije bitan poredak signala u računanju konvolucije. Asocijativnost govori da ako se sustav sastoji od dva sustava u kaskadi, svejedno je koji sustav će se prvi koristiti za računanje konvolucije. Distributivnost nam govori, da ako se sustav sastoji od dva paralelna sustava, onda njihove odzive možemo zbrojiti.

6.4 Korelacija

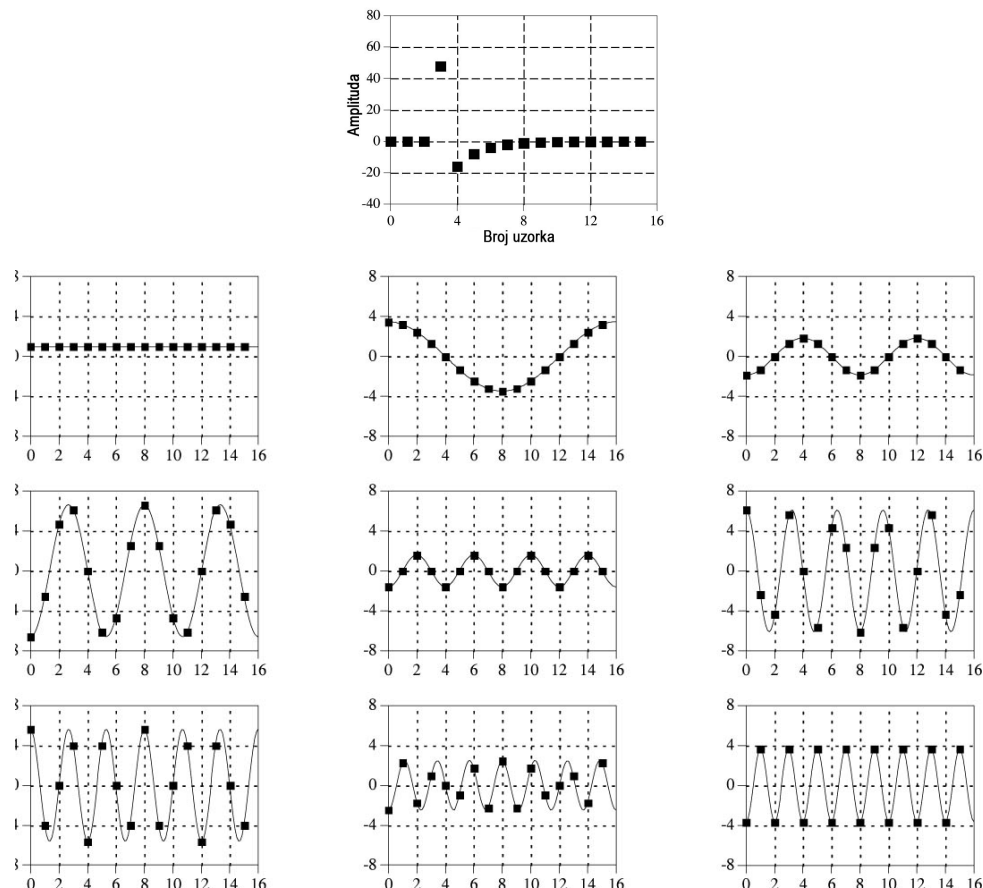
Korelacija je matematička operacija koja je slična konvoluciji. Na sličan način, korelacija kombinira dva signala kako bi se dobio treći. Izlazni signal korelacije naziva se križna korelacija dva ulazna signala. Ako se traži korelacija sa samim signalom, onda se to naziva auto-korelacija. Slično kao kod konvolucije, svaki uzorak jednog ulaznog signala kombinira se sa svakim uzorkom drugog ulaznog signala, kako bi se dobio svaki uzorak izlaznog signala.

Amplituda svakog uzorka u signalu križne korelacije predstavlja mjeru koliko je jedan ulazni signal sličan drugom ulaznom signalu, na toj lokaciji, odnosno uzorku. To znači da će se na lokaciji, odnosno uzorku, gdje postoji velika sličnost dva signala pojaviti uzorak visoke amplitude. Ako u ulaznim signalima postoji šum, taj šum će se pojaviti i u izlaznom signalu. Osim ovog šuma, oblik izlaznog signala oko uzorka visoke amplitude je simetričan.

Korelacija je optimalna tehnika za izvlačenje poznatog signala iz šuma, odnosno smanjenje šuma u signalu i izvlačenje korisnih informacija.

6.5 Diskretna Fourierova transformacija

Fourierova analiza je skup matematičkih operacija koje služe za dekompoziciju signala u sinusne i kosinusne komponente. Diskretna Fourierova transformacija je jedna od ovih operacija koja se koristi s diskretnim, odnosno digitaliziranim signalima. Slike 6.16a i 6.16b prikazuju kako se signal može razložiti na sinusne i kosinusne komponente.



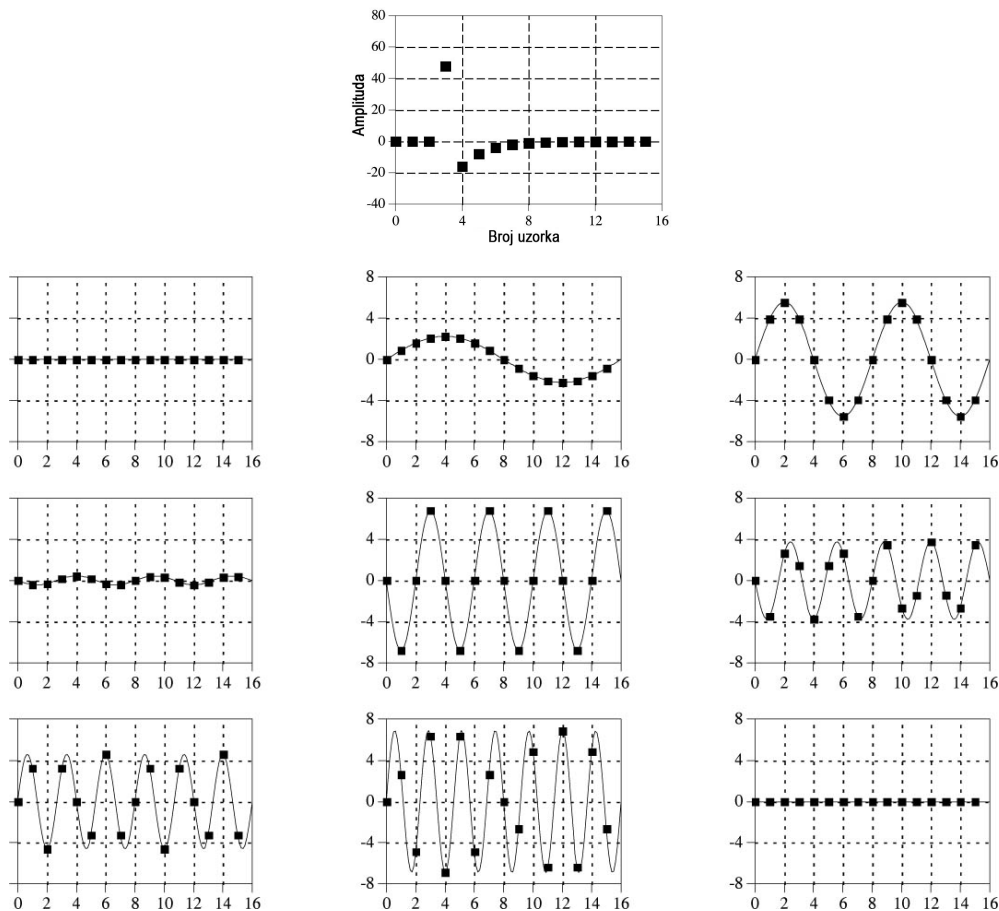
Slika 6.16a Primjer razlaganja signala na sinusne komponente.

Na slikama je prikazan ulazni signal dužine 16 uzoraka, koji se kreću od 0 do 15. Signal se razložen na devet sinusnih i kosinusnih komponenata, različite amplitude i frekvencije. Iako na prvi pogled nije jasno, zbrajanjem ovih 18 signala dobije se početni ulazni signal.

Svaki signal se može razložiti i na druge vrste signala, ali se u ovom slučaju sinusni i kosinusni signali koriste zbog značajke linearnih sustava koja se naziva vjernost sinusa. Sinusni signal na ulazu u sustav rezultirati će sinusnim signalom na izlazu jednake frekvencije. To značajno olakšava analizu linearnih sustava.

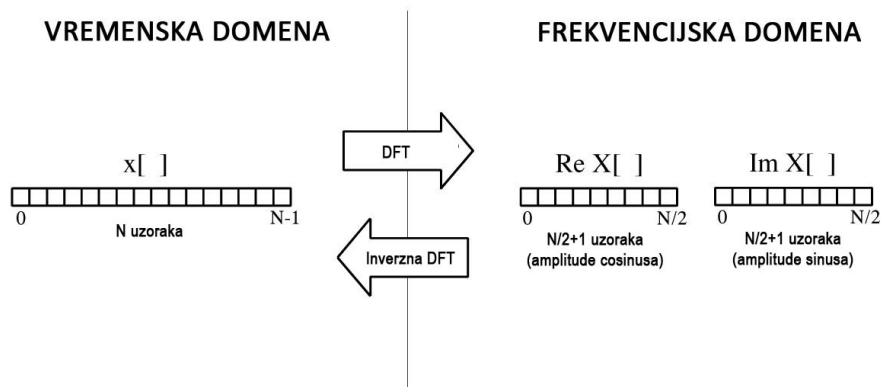
Prema samoj definiciji Fourierove transformacije, ona se primjenjuje na beskonačno dugačke signale, koji mogu biti periodični ili aperiodični, kontinuirani ili diskretni. Problem je što u digitalnim sustavima mi možemo raditi samo sa signalima ograničene dužine. Na primjer, ne možete beskonačno dugačkim signalima kreirati signal koji je ograničene dužine. Dakle, u digitalnim sustavima, dužinski ograničene signale možemo samo prikazati kao da izgledaju da su beskonačni. To činimo tako da pretpostavimo da su uzorci izvan signala, koji se protežu u beskonačnost jednaki nuli. Signal time postaje aperiodičan i diskretan. Ako signal ponovimo nekoliko puta, signal će postati diskretan i periodičan i možemo koristiti diskretnu Fourierovu transformaciju.

Na sličan način, digitalni sustavi ne mogu izračunati beskonačan broj sinusnih i kosinusnih komponenata. Dakle, i u ovom slučaju radimo samo s približnom dekompozicijom i rekonstrukcijom signala. Digitalni sustavi mogu raditi samo s diskretnim signalima konačne dužine.



Slika 6.16b Primjer razlaganja signala na kosinusne komponente.

Općenito govoreći, diskretna Fourierova transformacija, pretvara signal dužine N uzoraka u dva signala dužine $N/2+1$ uzoraka. Dva signala uključuju amplitude sinusnih i kosinusnih komponenata. Kažemo da se ulazni signal nalazi u vremenskoj domeni, dok se izlazni signali nalaze u frekvencijskoj domeni. Dva signala u frekvencijskoj domeni nazivaju se realni (kosinusne komponente) i imaginarni (sinusne komponente) dio. Slika 6.17 ilustrira prebacivanje signala iz vremenske u frekvencijsku domenu.



Slika 6.17 Ilustracija prebacivanja signala iz vremenske u frekvencijsku domenu uz pomoć DFT.

Frekvencijska domena sadrži točno jednake informacije kao i vremenska domena, ali u drugačijem obliku. Ako znate signal u jednoj domeni, možete dobiti signal u drugoj. Što se tiče broja uzorka signala u vremenskoj domeni, obično se odabire potencija broja dva. Digitalni sustavi koriste memorije čiji kapaciteti i adrese se prikazuju binarnim zapisom. Drugo, najefikasniji DFT algoritam je brza Fourierova transformacija (FFT), koja propisuje da broj uzoraka ulaznog signala mora biti potencija broja dva.

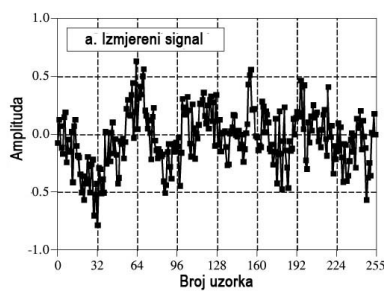
Fourierova transformacija nam govori od koji sinusnih i kosinusnih komponenata se sastoji neki signal. Kako bi dobili taj podatak, u osnovi radimo korelaciju ulaznog signala sa svim kosinusnim i sinusnim komponentama, koje se mogu prikazati s brojem uzoraka od kojih se sastoji ulazni signal. Na primjer, ako se ulazni signal sastoji od N uzoraka, pojedina frekvencijska komponenta k biti će prikazana frekvencijom $2\pi k/N$, gdje se k kreće od 0 do $N/2+1$, što je broj uzoraka realnog i imaginarnog dijela u frekvencijskoj domeni. Na osnovu toga možemo napisati jednadžbu za računanje realnog i imaginarnog dijela signala u frekvencijskoj domeni, odnosno jednadžbu za DFT.

$$\text{Re}X[k] = \sum_{i=0}^{N-1} x[i] \cos(2\pi ki/N) \quad (6.4)$$

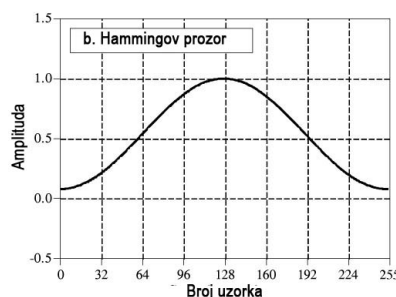
$$\text{Im}X[k] = \sum_{i=0}^{N-1} x[i] \sin(2\pi ki/N) \quad (6.5)$$

Ako je ulazni signal dosta sličan s jednom od ovih komponenata u dobivenom signalu, u odgovarajućem uzorku će se pojaviti viša amplituda. Modul realnog i imaginarnog dijela predstavlja spektar signala, što predstavlja dosta bitan alat u analizi audio signala.

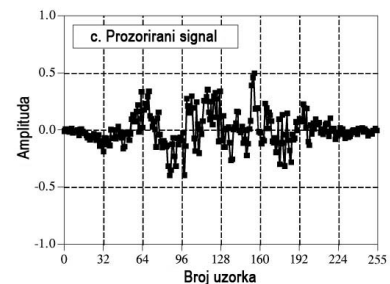
Kao primjer uzmimo signal na slici 6.18a dužine 256 uzoraka (od 0 do 255). Na prvi pogled signal dosta sliči šumu, ali se u njemu negdje nalazi informacija koju tražimo. Prvo što moramo napraviti prije računanja DFT-a, a kako bi dobili dobar spektar, ovaj signal pomnožiti s vremenskim prozorom kako bi izgledao da se širi u beskonačnost. Vremenskih prozora, koji se koriste u audio području, postoji nekoliko vrsta, a za ovaj primjer ćemo koristiti Hammingov. Njegova vremenska karakteristika je prikazana na slici 6.18b. On mora biti jednake dužine kao i ulazni signal koji analiziramo. Rezultat množenja s prozorom prikazan je na slici 6.18c.



Slika 6.18a Primjer signala za računanje DFT.



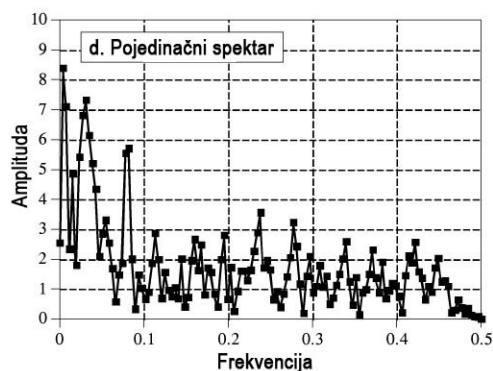
Slika 6.18b Hammingov vremenski prozor



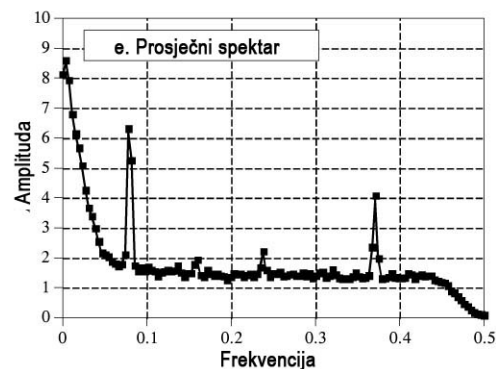
Slika 6.18c Signal pomnožen s vremenskim prozorom

Spektar signala prikazan je na slici 6.19a. Vidljivo je da ima dosta šuma što otežava analizu signala. To je posljedica slabije rezolucije računanja DFT-a. Rezoluciju možemo

povećati povećanjem broja uzoraka kod računanja DFT-a, na primjer s 1024 na 2046. Veći broj uzoraka povećava frekvencijsku rezoluciju, ali razina šuma ostaje jednaka. Za smanjivanje šuma možemo provesti računanje prosječnog spektra. To možemo učiniti bez povećanja uzoraka DFT-a, tako da se ulazni signal razbije na više dijelova s manjim brojem uzoraka. Svaki od tih dijelova se množi s Hammingovim prozorom i na njemu se provede DFT s manjim brojem uzoraka. Konačni spektar se računa računanjem prosječnog spektra iz dobivenih pojedinačnih spektara, kao što je prikazano na slici 6.19b. Šum je smanjen i prikazuju se potrebne informacije. Vidljivo je da se uzorci spektra kreću od 0 do 0,5. Ovi brojevi se odnose na frekvenciju uzorkovanja. Za prikaz spektra u Hz, potrebno je provesti pretvorbu. Ako je frekvencija uzorkovanja označena s f_u , a broj uzoraka za računanje spektra je N , tada će svaki uzorak k odgovarati frekvenciju u Hz kao $k f_u / (2N)$, gdje se k kreće od 0 do $N/2+1$.

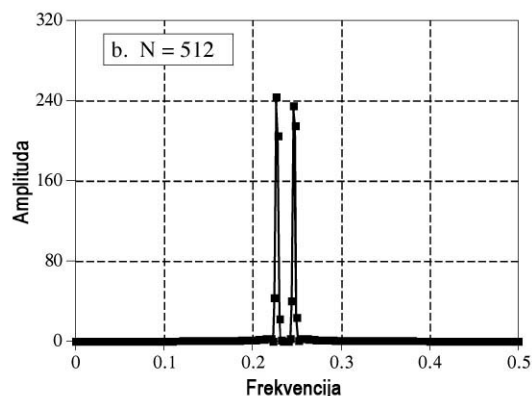
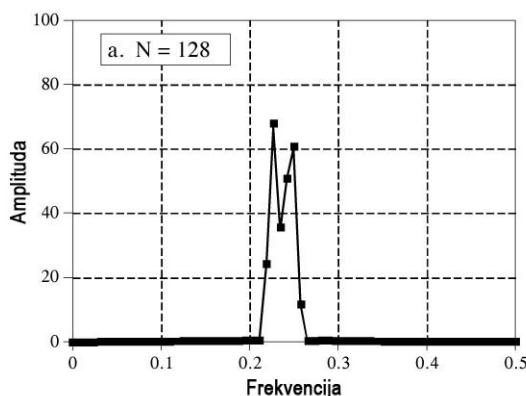


Slika 6.19a Pojedinačni spektar signala



Slika 6.19b Prosječni spektar signala.

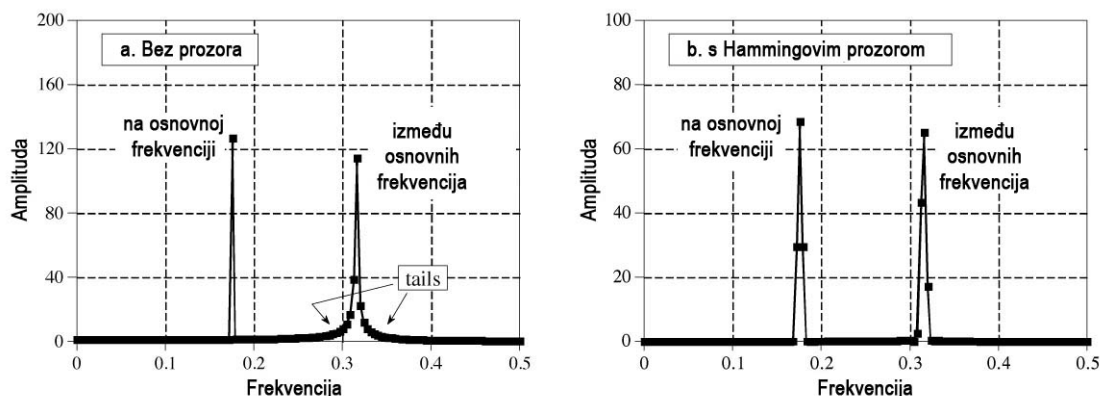
Utjecaj većeg broja uzoraka na računanje DFT-a može se vidjeti na slici 6.20. Što je broj uzoraka veći to će i frekvencijska rezolucija biti veća, odnosno moguće je bolje razlikovati bliske spektralne komponente.



Slika 6.20 Što je broj uzoraka za računanje DFT-a veći to će frekvencijska rezolucija biti veća.

Kada se spektralne komponente poklapaju s osnovnim frekvencijama ($2\pi k/N$), spektralne linije će biti uske, a kada nema poklapanja spektralne linije su široke, odnosno spektralne linije imaju takozvane repove. To se može riješiti s vremenskim prozorima. Na slici 6.21 prikazani su primjeri kada se spektralne komponente poklapaju i ne poklapaju s osnovnim frekvencijama i kako izgleda spektar kada se signal prije računanja DFT-a pomnoži s

Hammingovim prozorom. Iako prozori uklanjaju repove spektralne linije, odnosno povećavaju rezoluciju, ipak proširuju spektralne linije.



Slika 6.21 Primjer spektra kada se spektralne komponente poklapaju i ne poklapaju s osnovnim frekvencijama, te utjecaj vremenskog prozora na spektar.

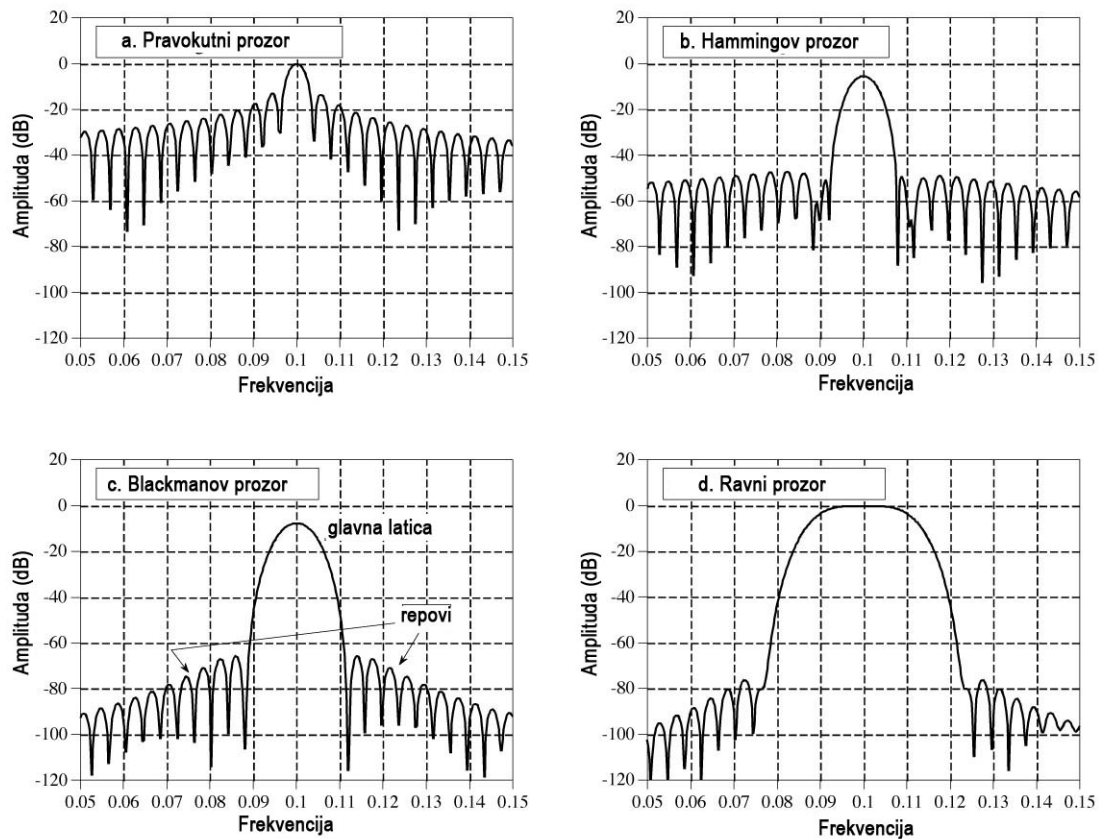
Kako bi detaljnije objasnili utjecaj vremenskih prozora na spektar signala, zamislite beskonačno dugačak sinusni signal s frekvencijom 0,1 frekvencije uzorkovanja. Spektar ovog signala je uska linija na frekvenciji signala dok su sve ostale spektralne linije jednake nuli. Naravno, ovakav beskonačan signal ne možemo ubaciti u digitalni sustav, zbog njegove beskonačnosti i infinitezimalne spektralne linije. Kako bi zaobišli ovaj problem, signal moramo donekle promijeniti.

Prvo odrežemo dio informacija množenjem signala s vremenskim prozorom. Uzorci koji se na primjer pomnože s uzorcima pravokutnog vremenskog prozora zadržati će svoju vrijednost, dok će svi ostali biti nula. Na sličan način Hammingov vremenski prozo će oblikovati zadržane uzorke. Signal je i dalje beskonačan, s time da je samo određeni broj uzoraka različit od nule.

Kako to utječe na frekvencijsku domenu? Kao što će kasnije biti opisano, kada se dva signala u vremenskoj domeni pomnože, njihovi spektri se konvoluiraju. Kako je spektar signala iz primjer jako uska linija (delta funkcija), spektar prozoriranog signala biti će spektar vremenskog prozora pomaknut na lokaciju delta impulsa. Slika 6.22 prikazuje kako će spektar signala iz primjera izgledati s uporabom četiri različita prozora.

Kao što je iz ove slike vidljivo, posljedica uporabe vremenskih prozora je degradacija spektra signala s mnogo bočnih latica. Na slikama se vidi razlika između pojedinih prozora s prednostima i nedostacima. Na primjer, Blackman prozor ima najširu glavnu laticu, ali najnižu amplitudu bočnih latica. Pravokutni prozor ima obrnute značajke. Hammingov prozor se po značajkama nalazi između njih.

S ovime još nismo riješili problem beskonačnosti signala. Kako bi signal mogli obrađivati u digitalnom sustavu moramo ga ograničiti. To znači da moramo odabrati samo određeni broj uzoraka signala. To ima utjecaj uzorkovanja spektra signala. Što je veći broj uzoraka signala uzet za analizu to će i prikaz diskretnog spektra biti precizniji. Prema tome će bočne laticice biti više ili manje izražene. Također, ako frekvencija signala koji se analizira točno odgovara osnovnoj funkciji, spektralna linija će biti tanja. Koji ćemo prozor odabrati ovisiti će o potrebama analize signala.



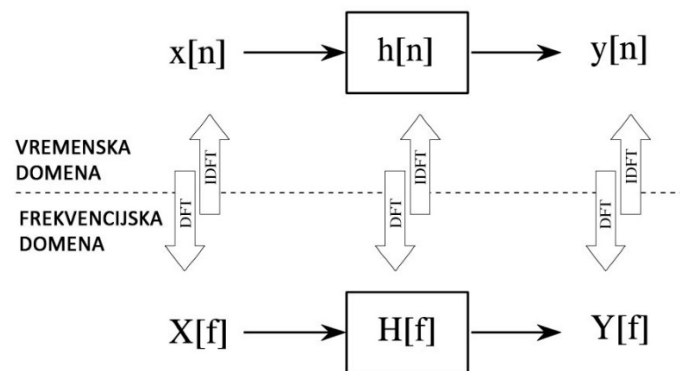
Slika 6.22 Spektar signala s različitim vremenskim prozorima.

6.5.1 Frekvencijski odziv sustava

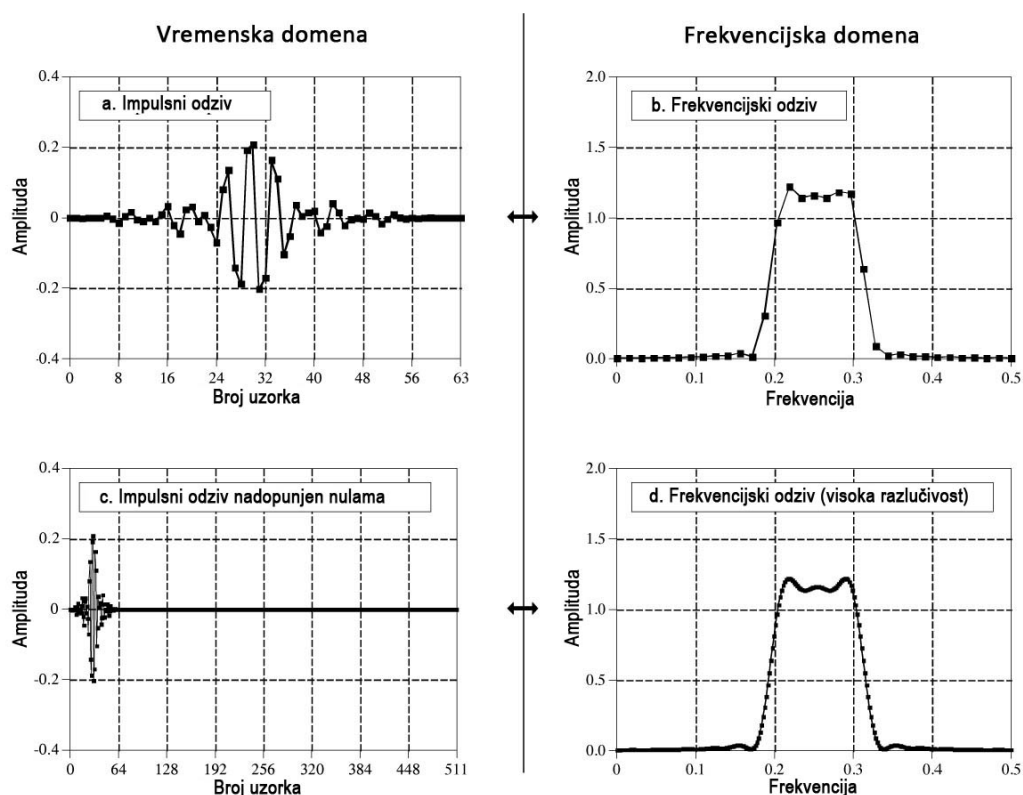
Kao što smo vidjeli sustavi se analiziraju u vremenskoj domeni uporabom konvolucije. Slična analiza može se provesti i u frekvencijskoj domeni. DFT se može koristiti za prikaz svakog izlaznog signala na sličan način. To znači da se većina linearnih sustava može opisati promjenom amplitude i faze kosinusnih signala koji prolaze kroz njega. To se naziva frekvencijski odziv sustava. Kako impulсни odziv u vremenskoj domeni i frekvencijski odziv sadrže sve informacije o sustavu, mora postojati veza između njih. Veza između njih jedan je od temelja digitalne obrade signala. Frekvencijski odziv sustava je Fourierova transformacija impulsnog odziva. Slika 6.23 ilustrira ovaj odnos. Uporabom diskretne Fourierove transformacije i inverzne diskretne Fourierove transformacije možemo prelaziti iz vremenske u frekvencijsku domenu i obrnuto.

Primjer ovih operacija prikazan je na slici 6.24. Slika 6.24a prikazuje impulсни odziv sustava, koji nam malo govori što taj sustav radi s ulaznim signalom. Računanjem DFT-a sa 64 uzorka, prikazan je frekvencijski odziv sustava na slici 6.24b i može se vidjeti da se radi o pojasno-propusnom filteru. Ovaj prikaz nije idealan zbog malog broja uzoraka koji je uzet za računanje DFT-a. Prikaz se može poboljšati nadopunjavanjem impulsnog odziva s nulama, što je prikazano na slici 6.24c, te onda i frekvencijski odziv izgleda bolje, prikazan na slici 6.24d.

Ovo je bitan podatak, jer bez obzira koliko impulсни odziv može biti ograničen uzorcima, dodavanjem nula možemo povećati broj uzoraka signala, a time i uzoraka za računanje DFT-a što povećava frekvencijsku rezoluciju.



Slika 6.23 Odnos između impulsnog i frekvencijskog odziva.



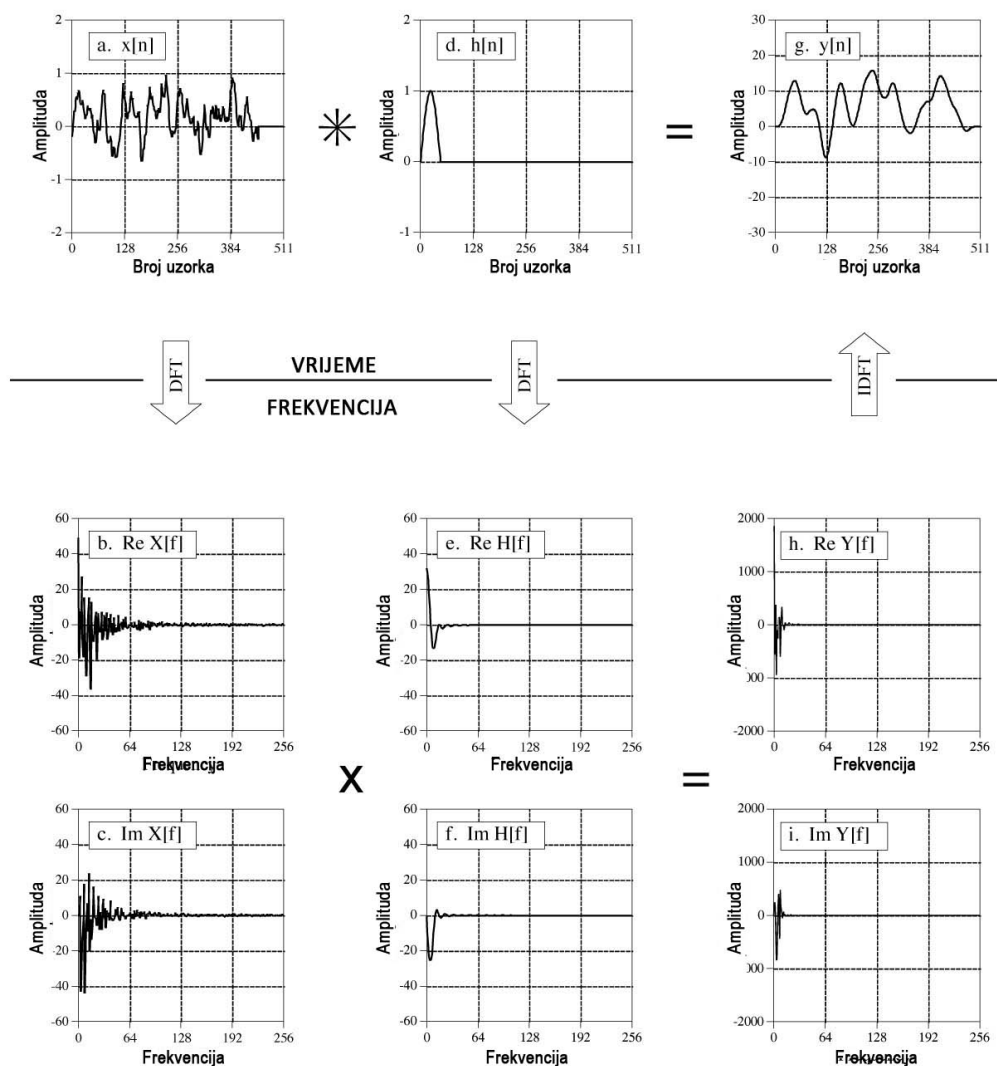
Slika 6.24 Primjer prelaska iz vremenske u frekvencijsku domenu.

6.5.2 Konvolucija u frekvencijskoj domeni

Konvolucija dva signala može se provesti i u frekvencijskoj domeni, što ima svoje prednosti, pogotovo što se tiče brzine računanja. Ali, prvo idemo vidjeti kako to možemo provesti. Kao što je objašnjeno u prethodnom odlomku uz pomoć DFT-a i IDFT-a možemo se prebacivati iz vremenske u frekvencijsku domenu i obrnuto. Frekvencijski odziv sustava na jednaki način opisuje linearni sustav kao i njegov impulzni odziv. To znači da se konvolucija u vremenskoj domeni može zamijeniti s množenjem u frekvencijskoj domeni, kao i što se

množenje s prozorom u vremenskoj domeni može zamijeniti s konvolucijom u frekvencijskoj domeni.

Dakle, kako bi dobili odziv na pobudu nekog linearnog sustava, sve što moramo napraviti je izračunati DFT ulaznog signala, pomnožiti ga s frekvencijskim odzivom, te izračunati IDFT tako dobivenog signala u frekvencijskoj domeni. Rezultat je signal u vremenskoj domeni, koji bi se mogao dobiti i računanjem konvolucije ulaznog signala i impulsnog odziva sustava. Primjer ove operacije prikazan je na slici 6.25.



Slika 6.25 Primjer konvolucije u frekvencijskoj domeni

Ovaj način računanja odziva sustava na bilo koji ulazni signal je brži ako se umjesto DFT-a koristi brza Fourierova transformacija (FFT). Konvolucija u vremenskoj domeni iziskuje puno vremena za računanje jer algoritam uključuje puno petlji, koje su sve duže kako raste broj uzoraka signala. FFT operacija, koja će biti pisana u sljedećem poglavlju, omogućuje vrlo brz prelazak u frekvencijsku domenu. Množenje signala je brz proces jer uključuje samo jednu petlju, a s IFFT operacijom se opet brzo vraćamo u vremensku domenu.

6.6 Brza Fourierova transformacija

Brza Fourierova transformacija (FFT) jedna je od metoda računanja DFT-a. Razlika je u tome što omogućuje vrlo učinkovito, odnosno brzo računanje, što predstavlja veliku prednost u digitalnoj obradi audio signala. FFT omogućuje da se analiza signala odvija u stvarnom vremenu uz vrlo malo kašnjenje signala. Iako je algoritam za FFT jednostavan, razumijevanje FFT procesa nije jednostavno.

Već je matematičar Gauss koristio ovu metodu u 19. stoljeću, ali je svoju veliku primjenu našao tek pronalaskom digitalnih računala. J.W. Cooley i J.W. Tukey su FFT operaciju prikazali svijetu u svom članku iz 1965., nakon čega je krenula njena primjena u računalima.

FFT se bazira na kompleksnoj DFT, što je malo više sofisticirana verzija realne DFT, koja je opisana u prethodnim odlomcima. U ovom slučaju, izraz kompleksno odnosi se na malo više specifičnu matematiku koja se koristi kod ove operacije. FFT se obično računa na diskretnim signalima s realnom vrijednosti. Teško je pronaći signale kod kojih je spremljena i imaginarna vrijednost. FFT to uzima u obzir i imaginarni dio signala postavlja na nulu. Kompleksna DFT prebacuje realni dio signala u vremenskoj domeni dužine N uzoraka u dva signala u frekvencijskoj domeni dužine $N/2+1$. Ti signali predstavljaju realni i imaginarni dio u frekvencijskoj domeni. Kompleksna DFT može se prikazati sljedećoj jednadžbom:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi k}{N}n} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6.6)$$

Iz ove jednadžbe možemo izračunati koliko je koraka množenje potrebno za svaku spektralnu komponentu k u frekvencijskoj domeni. Za svaki k je potrebno N koraka, odnosno N^2 proračuna. Na primjer, ako je $N=65536$, to će zahtijevati 4.294.296 proračuna. Ako uzmemo u obzir da jedan proračun zahtijeva 1 ns, to će potrajati 4,29 sekundi.

S druge strane FFT zahtijeva $N \log_2 N$ proračuna, što bi za jednaki broj uzoraka N iznosilo 1.046.576 proračuna, odnosno vremenski 0,001 sekundu. Ovo je ogromna razlika i ovdje se vidi velika prednost FFT operacije.

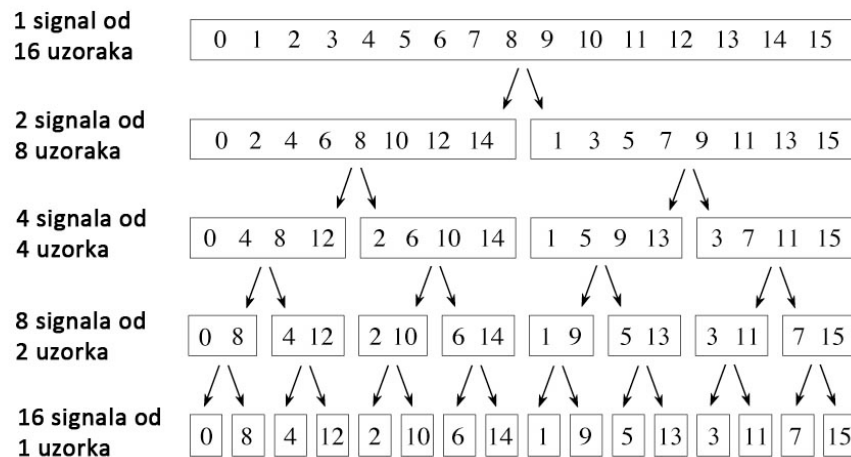
Za kompleksnu DFT vrijedi nekoliko pravila. Ako jednu operaciju kompleksne DFT napišemo kao $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$, tada vrijedi $W_N^{kN} = e^{-j2\pi k} = 1$. Za nju vrijedi konjugirano kompleksna simetrija $W_N^{k(N-n)} = W_N^{-kn} = (W_N^{kn})^*$ i periodičnost s obzirom na n i k $W_N^{kn} = W_N^{k(N+n)} = W_N^{(k+N)n}$.

FFT operacija započinje rastavljanjem signala u vremenskoj domeni s N uzoraka u N vremenskih signala koji imaju samo jedan uzorak. Sljedeći korak uključuje proračun N frekvencijskih spektara koji odgovaraju tim signalima, kojih ima N . Na kraju se tih N spektara sintetizira u jedan frekvencijski spektar.

Proces rastavljanja ulaznog signala naziva se isprepletena dekompozicija (engl. interlaced decomposition) i njen princip je prikazan na slici 6.26. Kako je prikazano u početku imamo 1 signal sa 16 uzoraka. Nakon toga se on rastavlja na dva signala s 8 uzoraka, ali tako da su grupirani uzorci s parnim i uzorci s neparnim indeksima. U sljedećem koraku se dva signala rastavljaju na četiri s po 4 uzorka, opet po principu parnih i neparnih indeksa, sve dok se ne dobije 16 signala s po jednim uzorkom.

U binarnim sustavima ova operacija je vrlo jednostavna jer se koristi algoritam obrtanja bitova (bitreversal), na primjer binarni zapis koji odgovara broju 3, 0011, prebacuje se u

binarni zapis 1100, koji odgovara broju 12. Ako ti brojevi odgovaraju indeksima uzoraka u signalu ovo rastavljanje se brzo odvija. Kako bi ovaj postupak bio učinkovit broj uzoraka signala koji se analizira mora biti potencija broja 2, dakle 16, 32, 64,..., 65536.

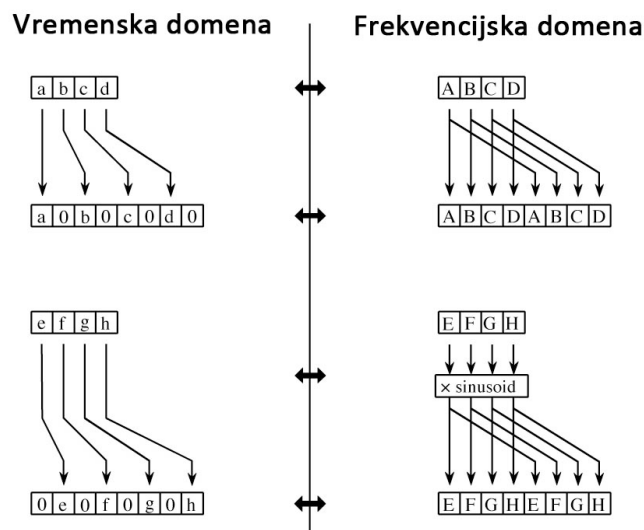


Slika 6.26 Isprepletena dekompozicija signala.

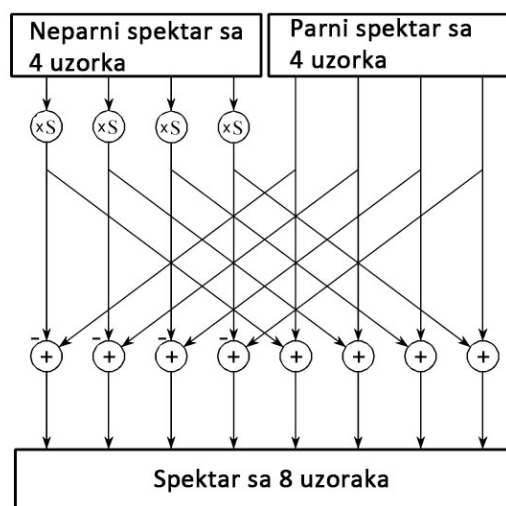
Kada se obavi raspoređivanje uzoraka po ovom algoritmu, pristupa se računanju spektara obrnutim redoslijedom. U prvom koraku se računa spektar signala samo s jednim uzorkom. Iz jednadžbe kompleksnog DFT-a rezultat operacije će biti taj isti signal. Za ovaj primjer, tih 16 spektara se sintetizira u 8 frekvencijskih spektara signala s 2 uzorka. Nakon toga se 8 spektara sintetizira u 4 spektra s 4 uzorka, te u 2 spektra s 8 uzoraka, i na kraju u jedan spektar sa 16 uzoraka.

Ova sinteza mora odgovarati isprepletenoj dekompoziciji koja je provedena u vremenskoj domeni. Operacija u frekvencijskoj domeni mora odgovarati proceduri u vremenskoj domeni kombiniranjem signala s manjim brojem uzoraka u signal s većim brojem uzoraka, vraćanjem na početni signal. Slika 6.27 prikazuje ovu sintezu na primjeru da signala sa 4 uzorka koji se kombiniraju u signal s 8 uzoraka. Od prvog signala, koji ima uzorke *abcd*, možemo dobiti signal s 8 uzoraka tako da ubacimo 0 na parne lokacije. Drugi signal s uzorcima *efgh* možemo proširiti s tako da dodamo nule na neparne lokacije. Kada ova dva signala zbrojimo dobijemo signal *aebfcgdh*. U frekvencijskoj domeni dodavanje nula na parne lokacije predstavlja kopiranje spektra, a dodavanje nula na neparne lokacije, odnosno pomicanje uzoraka za jedno mjesto, odgovara množenje sa sinusoidom. Treba se prisjetiti da je pomak u vremenskoj domeni ekvivalentan konvoluciji signala s pomaknutom delta funkcijom. To rezultira množenjem spektra signala sa spektrom pomaknute delta funkcije, a spektar pomaknute delta funkcije je sinusoida. To je vidljivo uvrštavanjem ovog signala u jednadžbu za kompleksnu DFT.

Na osnovi toga se može napraviti dijagram toka FFT sinteze, čiji primjer je prikazan na slici 6.26. Operacija xS znači da se signal množi sa sinusoidom s odgovarajuće odabranom frekvencijom. Ovaj jednostavni dijagram toka naziva se leptir (butterfly) sinteza, koja predstavlja osnovnu operaciju FFT-a, u kojoj se dva kompleksna uzorka pretvaraju u druga dva kompleksna uzorka.



Slika 6.27 Sinteza dva signala sa 4 uzorka u signal s 8 uzoraka u vremenskoj i frekvencijskoj domeni



6.28 Primjer leptir (butterfly) sinteze

Kako bi FFT postupak dodatno matematički razjasnili, možemo ga prikazati u obliku jednadžbi. Uzimajući u obzir jednadžbu za kompleksnu DFT, ona se može transformirati u oblik koji sadrži dva dijela, a odnose se na parne i neparne indekse uzoraka.

$$X[k] = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2r] W_{N/2}^{kr} + W_N^k \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2r+1] W_{N/2}^{kr} \quad (6.7)$$

Lijevi izraz na desnoj strani jednadžbe odnosi se na uzorke s parnim indeksima, a desni s neparnim. Svaki od tih izraza se isprepletenom dekompozicijom dijeli na nova dva dijela:

$$\sum_{r=0}^{\frac{N}{4}-1} x[4r] W_{N/4}^{kr} + W_N^{2k} \sum_{r=0}^{\frac{N}{4}-1} x[4r+2] W_{N/4}^{kr} \quad (6.8)$$

Na kraju se dobije spektar signala s jednim uzorkom, koji odgovara samom tom uzorku:

$$X[2pr] = \sum_{r=0}^0 x[2pr] W_{N/p}^0 = x[2pr] \quad (6.9)$$

Koristeći ove jednačbe možemo na primjeru signala sa $N=4$ uzorka ispisati ukupnu jednačbu za izračun FFT-a za ovaj signal. Početna jednačba za signal sa 4 uzorka glasi:

$$X[k] = \sum_{i=0}^3 x[i] W_4^{ki} \quad (6.10)$$

Nakon prve podjele na uzorke s parnim i neparnim indeksima dobije se sljedeći izraz:

$$X[k] = \sum_{r=0}^1 x[2r] W_2^{kr} + W_4^k \sum_{r=0}^1 x[2r+1] W_2^{kr} \quad (6.11)$$

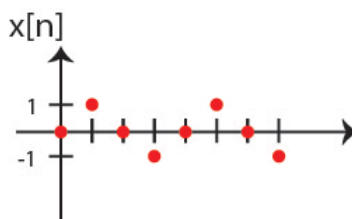
Sljedeća podjela je ujedno i zadnja, nakon čega se dobije sljedeći izraz:

$$X[k] = \sum_{r=0}^0 x[4r] W_1^{kr} + W_4^{2k} \sum_{r=0}^0 x[4r+2] W_4^{kr} + W_4^k \{ \sum_{r=0}^0 x[4r+1] W_1^{kr} + W_4^{2k} \sum_{r=0}^0 x[4r+3] W_4^{kr} \} \quad (6.12)$$

Uvrštavanjem uzoraka ulaznog signala, dobije se konačni izraz za izračun FFT-a za ovaj primjer signala sa samo 4 uzorka:

$$X[k] = x[0] + W_4^{2k} x[2] + W_4^k \{ x[1] + W_4^{2k} x[3] \}. \quad (6.13)$$

Na slici 6.29 prikazan je signal za koji je potrebno izračunati spektar uporabom gornjih jednačbi. Ako uzmemo u obzir da je frekvencija uzorkovanja signala 8 Hz, iz slike je vidljivo da se radi o signalu osnovne frekvencije 2Hz.



Slika 6.29 Primjer signala za izračun spektra uporabom FFT algoritma. Frekvencija uzorkovanja je 8 Hz.

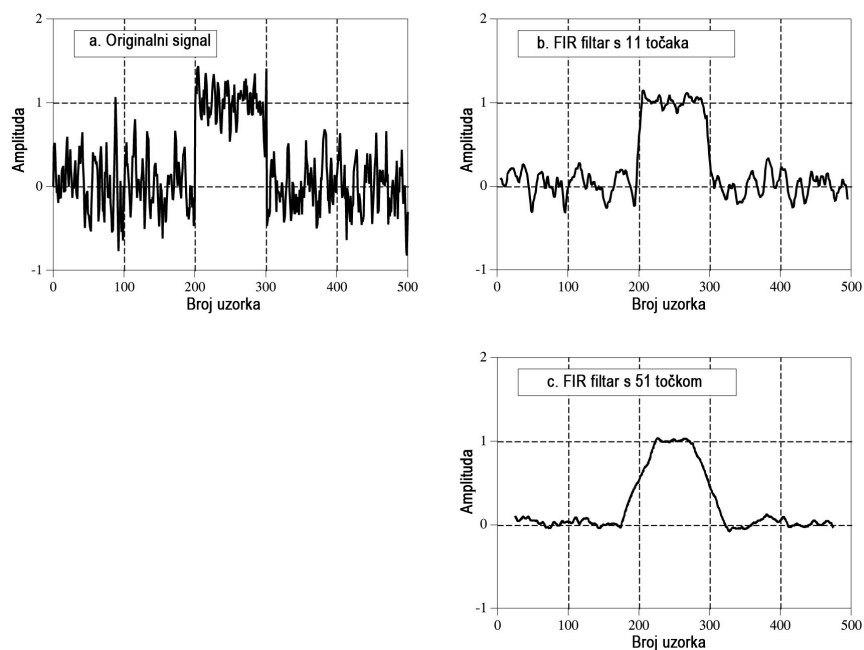
Signal ima $N=8$ uzoraka, tako da možemo napisati jednačbe za izračun svake komponente spektra:

kao prosječna vrijednost određenog broja uzoraka ulaznog signala x . Jednadžba za ovu operaciju može se napisati kao:

$$y[i] = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x[i + j] \quad (6.14)$$

Dakle, počevši od prvog uzorka u ulaznom signalu, u obzir se uzima sljedećih $M-1$ uzoraka i od njih M se traži prosječna vrijednost. U ovom slučaju u osovini se radi o konvoluciji ulaznog signala sa sustavom čiji impulsni odziv ima oblik pravokutnika. Na primjer, za $M=5$ uzoraka, vrijednost 5 uzoraka u impulsnom odzivu ovog sustava biti će $1/5$. Dakle, sustav ima ograničen broj uzoraka u impulsnom odzivu, odnosno radi se o FIR filtru.

Na slici 6.31 prikazan je primjer filtriranja signala s FIR filtrom s različitim brojem točaka. Vidljivo je da se s povećanjem broja točaka, odnosno s trajanjem impulsnog odziva filtra, gornja granična frekvencija smanjuje, i udio visokih frekvencija je sve manji i manji. U ovom slučaju radi se o nisko-propusnom filtru.

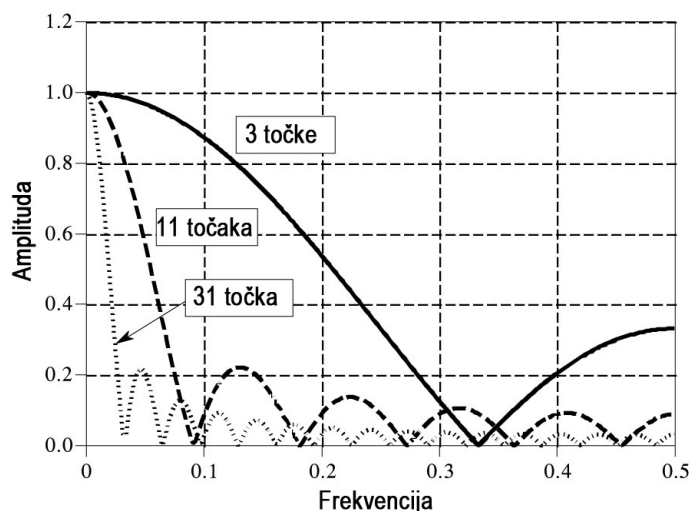


Slika 6.31 Primjer filtriranja signala s FIR filterima s različitim brojem točaka

Kao što je spomenuto impulsni odziv moving average filtra ima oblik pravokutnika. Kada se napravi Fourierova transformacija ovog impulsnog odziva dobije se takozvana sinc funkcija ($\sin x/x$). Oblik ove funkcije ovisi o broju uzoraka u impulsnom odzivu, odnosno dužina impulsnog odziva određuje donju graničnu frekvenciju. Frekvencijska karakteristika sinc funkcije može se opisati sa sljedećom jednadžbom:

$$H[f] = \frac{\sin(\pi f M)}{M \sin(\pi f)} \quad (6.15)$$

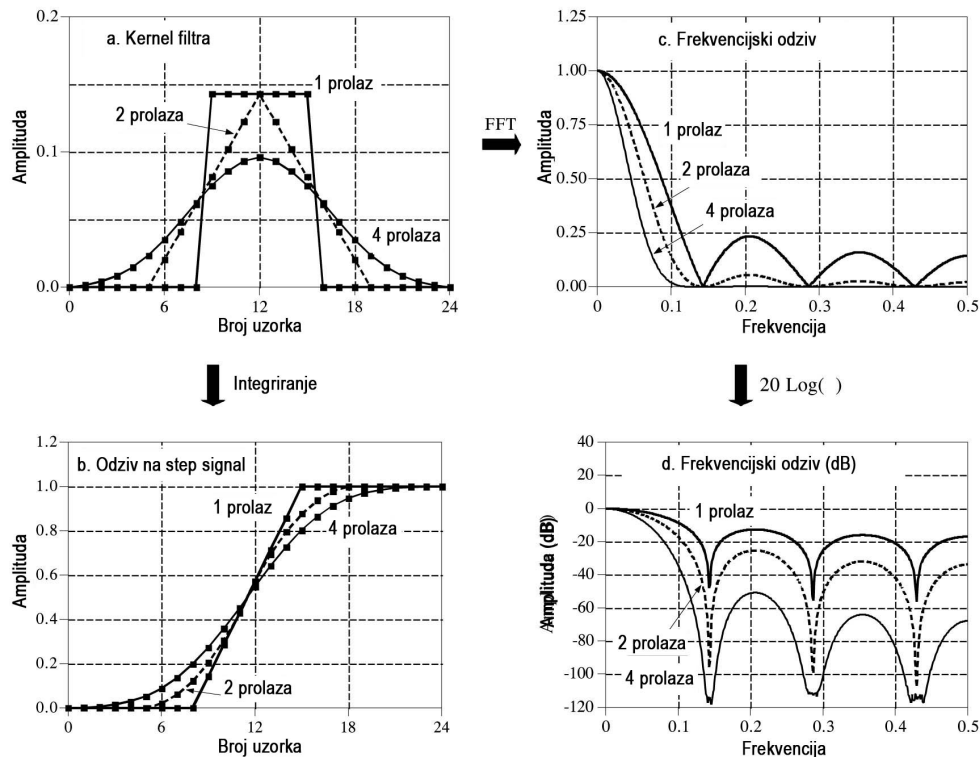
gdje M određuje broj uzoraka u impulsnom odzivu. Slika 6.32 prikazuje funkciju $H[f]$ u ovisnosti o normiranoj frekvenciji f , te o broju uzoraka u impulsnom odzivu. Lako je uočiti spori prijelaz iz područja propuštanja u područje gušenja, odnosno općenito loše filtarske karakteristike. Moving average filter je izuzetno dobar filter za 'izglađivanje' signala u vremenskoj domeni, ali ima slabe filtarske karakteristike u frekvencijskoj domeni.



Slika 6.32 Frekvencijska karakteristika moving average filtra s pravokutnim impulsnim odzivom

Kao i kod analognih filtara, filtarske karakteristike mogu se poboljšati višestrukim propuštanjem signala kroz isti filter. Ako se radi o linearnom sustavu, višestruko propuštanje signala kroz isti filter može se zamijeniti s višestrukom konvolucijom impulsnog odziva digitalnog filtra (kernel) sa samim sobom. Višestruka konvolucija u vremenskoj domeni rezultira u višestrukim množenjima frekvencijske karakteristike filtra. Slika 6.33a prikazuje kako se kernel filtra mijenja nakon višestrukih konvolucija. Već nakon 4 konvolucije, kernel ima oblik Gaussove raspodjele. Odziv na stepeničasti signal se mijenja i postaje blaži, kao što je prikazano na slici 6.33b. Višestruko množenje frekvencijske karakteristike rezultira u boljim filtarskim karakteristikama, odnosno većoj razlici između područja propuštanja i područja gušenja.

Imajući u vidu ove promjene kod višestruke konvolucije istog impulsnog odziva, moguće je konstruirati filtarski kernel koji će točno odgovarati Gaussovoj ili nekoj drugoj raspodjeli. Svi ovi impulsni odzivi baziraju se na moving average filteru s razlikom u obliku. Prednosti filtara s ovim karakteristikama su bolje gušenje signala području gušenja. Drugo, uzorci impulsnog odziva prema krajevima imaju nižu razinu nego uzorci na sredini impulsnog odziva čime se kod računanja prosječne vrijednosti veća težina pridaje uzorcima u blizini. Treće, odziv na stepeničasti signal nije nagli skok signala sa svojim istitravanjima, nego krivulja s blagim prijelazom.



Slika 6.33 Višestruka konvolucija impulsnog odziva filtra rezultira u množenju frekvencijske karakteristike filtra i poboljšanju karakteristika.

Razlika među filtrima koji se baziraju na moving average filtru je u brzini izvođenja. Ako se koristi rekursivni algoritam, filtriranje sa standardnim moving average filtrom se jako brzo izvodi. Ako se traže bolje karakteristike, odnosno primjenjuje se višestruka konvolucija, stvari se usporavaju. Idemo malo pojasniti rekursivni algoritam.

Promotrimo kako se računaju prosječne vrijednosti za dva susjedna uzorka $y[50]$ i $y[51]$:

$$\begin{aligned} Y[50] &= x[47] + x[48] + x[49] + x[50] + x[51] + x[52] + x[53] \\ Y[51] &= x[48] + x[49] + x[50] + x[51] + x[52] + x[53] + x[54] \end{aligned}$$

Vidljivo je da se koriste skoro sve jednake vrijednosti, odnosno za računanje jedne vrijednosti možemo iskoristiti prethodno izračunatu:

$$y[51] = y[50] + x[54] - x[47]$$

Kada se izračuna prva vrijednost, sve ostale vrijednosti se mogu izračunati samo s jednim zbrajanjem i oduzimanjem po jednom uzorku. To se može izraziti sa sljedećom jednačinom:

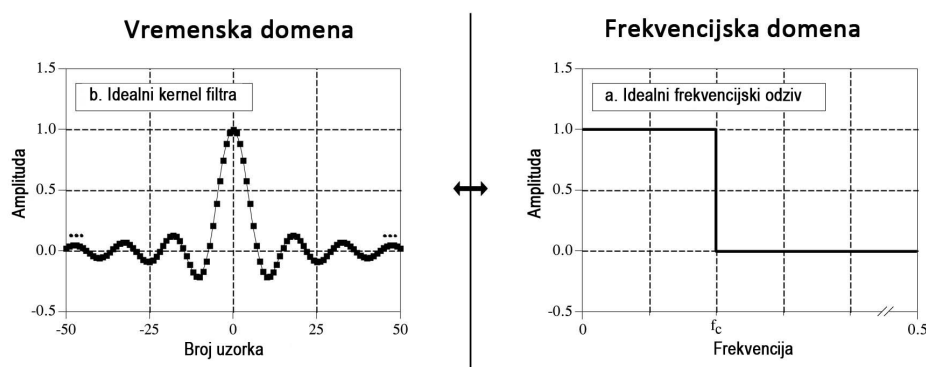
$$y[i] = y[i-1] + x[i+p] - x[i-q] \quad \text{gdje su } p=(M-1)/2 \text{ i } q=p+1 \quad (6.16)$$

Ovaj algoritam se također koristi kod IIR filtara s teoretski beskonačnim impulsnim odzivom. Za razliku od IIR filtara, impulsni odziv moving average filtara je ograničen na određeni broj uzoraka, dakle radi se o FIR filtrima. Ovaj algoritam se izvodi značajno brže u odnosu na druge algoritme. Kod izvođenja ovog algoritma s floating point vrijednostima treba biti oprezan, jer se pogreška zaokruživanja prenosi s prvog na zadnji uzorak. Ovog problema nema ako se radi o integer vrijednostima uzoraka.

6.7.2 Window sinc filtri

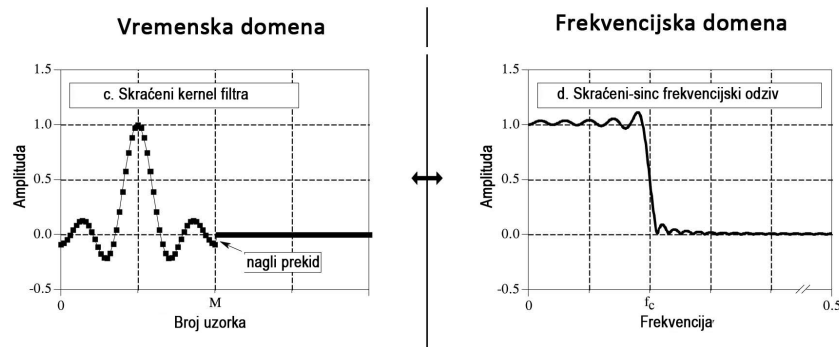
Kao što je navedeno u prethodnom odlomku, filtri s pravokutnim impulsnim odzivom imaju frekvencijsku karakteristiku u obliku sinc funkcije. Ova činjenica se može okrenuti, odnosno ako na primjer u frekvencijskoj domeni kreiramo idealni nisko-propusni filter, on će imati impulsni odziv u vremenskoj domeni u obliku sinc funkcije. Slika 6.34 prikazuje impulsni odziv idealnog nisko-propusnog filtra i njegovu frekvencijsku karakteristiku. Impulsni odziv tog filtra u vremenskoj domeni može se napisati kao:

$$h[n] = \frac{\sin(2\pi f_c n)}{n\pi} \quad (6.17)$$

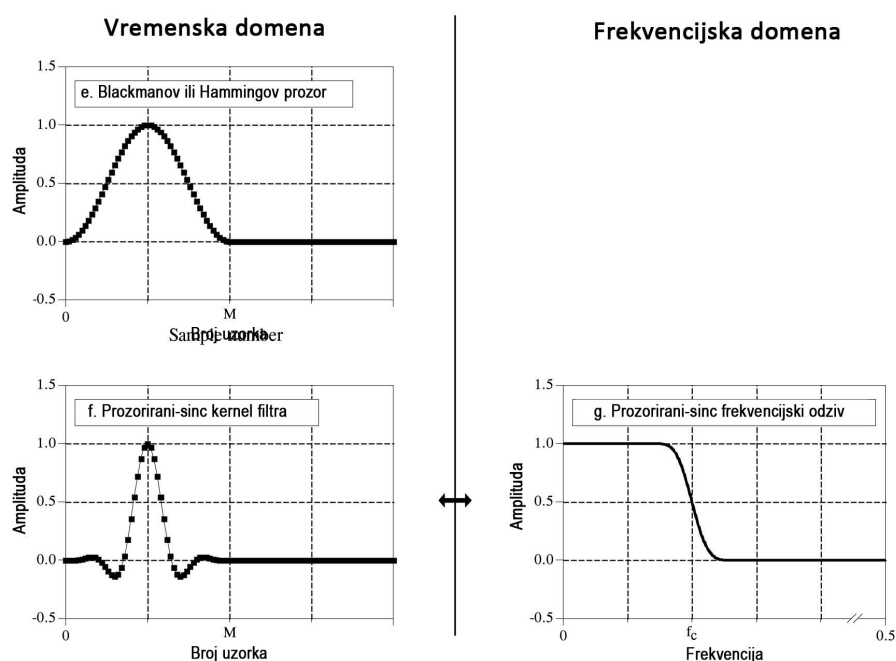


Slika 6.34 Idealni nisko propusni filter u vremenskoj i frekvencijskoj domeni

Konvolucija ulaznog signala s ovim impulsnim odzivom filtra (kernel) rezultirati će u idealnom nisko-propusnom filtriranju. Problem je u tome što nam teorija nam govori da se ovaj impulsni odziv širi u beskonačnost, što je nemoguće implementirati u digitalnim sustavima. Prvo što moramo učiniti u ovom slučaju je ograničiti broj uzoraka filterskog kernela. Radi lakše implementacije u algoritmu, cijeli impulsni odziv ćemo pomaknuti u 'desno' kako bi indeksi uzoraka bili pozitivni. Ove promjene, odnosno prilagođenja digitalnim sustavima uzrokovale su i promjene u frekvencijskoj karakteristici, što se može vidjeti na slici 6.35. Na frekvencijskoj karakteristici vidi se dosta istitravanja u području propuštanja i području gušenja. Ovi problemi posljedica su naglog prekida impulsnog odziva (kernela) filtra. To se može riješiti množenjem impulsnog odziva s vremenskim prozorima, što rezultira u *window-sinc* impulsnim odzivima filtara. Slika 6.36 prikazuje primjer množenja impulsnog odziva s vremenskim prozorom i kako to utječe na filtersku karakteristiku. Uočljivo je da su istitravanja nestala i da je gušenje signala u području gušenja veće.



Slika 6.35 Modificirani impulsni odziv rezultira u frekvencijskoj karakteristici filtra koja nije idealna



Slika 6.36 Množenje impulsnog odziva s vremenskim prozorom rezultira u boljoj frekvencijskoj karakteristici filtra.

Moguće je koristiti nekoliko vrsta vremenskih prozora, dok se u audio području najčešće koriste Hammingov i Blackmanov prozor. Hammingov prozor može se opisati sa sljedećom jednačicom:

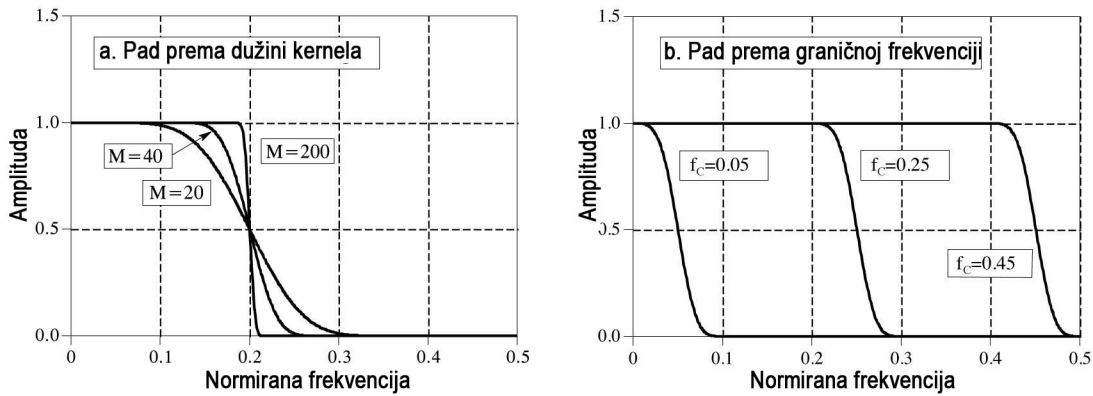
$$w[n] = 0,54 - 0,46\cos(2\pi n/M) \quad (6.18)$$

Frekvencijska karakteristika filtera kod kojih se koristi Hammingov prozor ima brži prijelaz iz područja propuštanja u područje gušenja, ali je gušenje signala slabije.

Blackmanov prozor omogućuje obrnute značajke, odnosno sporiji prijelaz ali bolje gušenje signala, te se može opisati sa sljedećom jednačicom:

$$w[n] = 0,42 - 0,5\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) + 0,08\cos(4\pi n/M) \quad (6.19)$$

Na osnovu ovih informacija moguće je konstruirati window-sinc filter. Za to su nam potrebne dvije vrijednosti, granična frekvencija f_c i dužina kernela filtra M . Granična frekvencija se izražava kao dio frekvencije uzorkovanja f_u , odnosno kao vrijednost između 0 i 0,5. Potrebno je obratiti pažnju da se granična frekvencija postavlja na polovicu razlike između razine u području propuštanja i razine u području gušenja. To je razlika u odnosu na analogne filtre gdje se gleda pozicija takozvane '-3 dB točke'. To proizlazi iz činjenice da je frekvencijska karakteristika window-sinc filtera simetrična oko granične frekvencije. Vrijednost M postavlja prijelaz između područja propuštanja u područje gušenja i može se aproksimirati kao $M=4/BW$. BW predstavlja širinu prijelaza (najčešće između 99% i 1% frekvencijske karakteristike) i također se izražava kao dio frekvencije uzorkovanja, dakle od 0 do 0,5. Slika 6.37 prikazuje kako brzina prijelaza ovisi o dužini kernela. Ako želimo brži prijelaz iz područja propuštanja u područje gušenja, kernel bi trebao biti što duži, što usporava samo filtriranje signala.



Slika 6.37 Ovisnost brzine prijelaza filtra o dužini kernela M .

Nakon odabira granične frekvencije, dužine kernela i vremenskog prozora, impulsni odziv (kernel) filtra može se izračunati prema sljedećoj jednadžbi, koja koristi Blackmanov prozor:

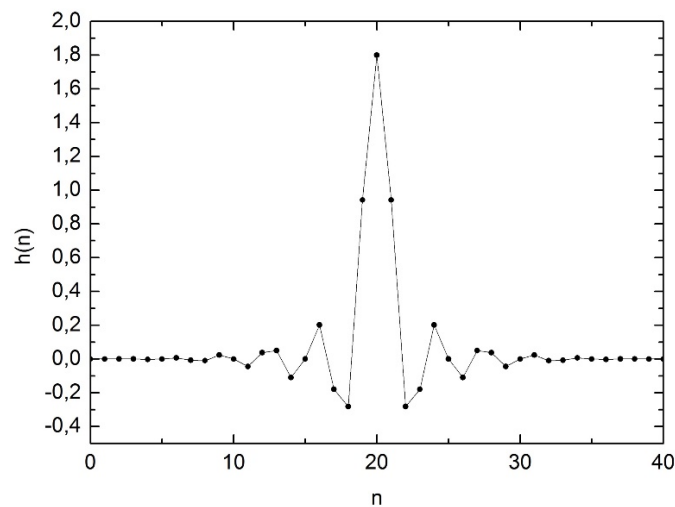
$$h[n] = K \frac{\sin(2\pi f_c(n-M/2))}{n-M/2} \left[0,42 - 0,5\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) + 0,08\cos\left(\frac{4\pi n}{M}\right) \right] \quad (6.20)$$

Dakle, sinc funkcija se množi s vremenskim prozorom i simetrična je u odnosu na $M/2$. Faktor K služi za normaliziranje tako da pojačanje na frekvenciji od 0 Hz bude 1.

Na primjer idemo projektirati nisko-propusni filter s gornjom graničnom frekvencijom 3 kHz, a signal je uzorkovan s frekvencijom $f_u=10$ kHz. Širina prijelaza između područja propuštanja i područja gušenja neka bude 1 kHz. Iz toga možemo izračunati $f_c=0,3$ i $BW=0,1$. Iz vrijednosti BW možemo izračunati dužinu kernela $M=40$. Konačna jednadžba za impulsni odziv glasiti će:

$$h[n] = K \frac{\sin(2\pi 0,3(n-20))}{n-20} \left[0,42 - 0,5\cos\left(\frac{2\pi n}{40}\right) + 0,08\cos\left(\frac{4\pi n}{40}\right) \right] \quad (6.21)$$

Slika 6.38 prikazuje impulsni odziv filtra iz primjera.



Slika 6.38 Impulsni odziv filtra iz primjera

6.7.3 Proizvoljni filtri

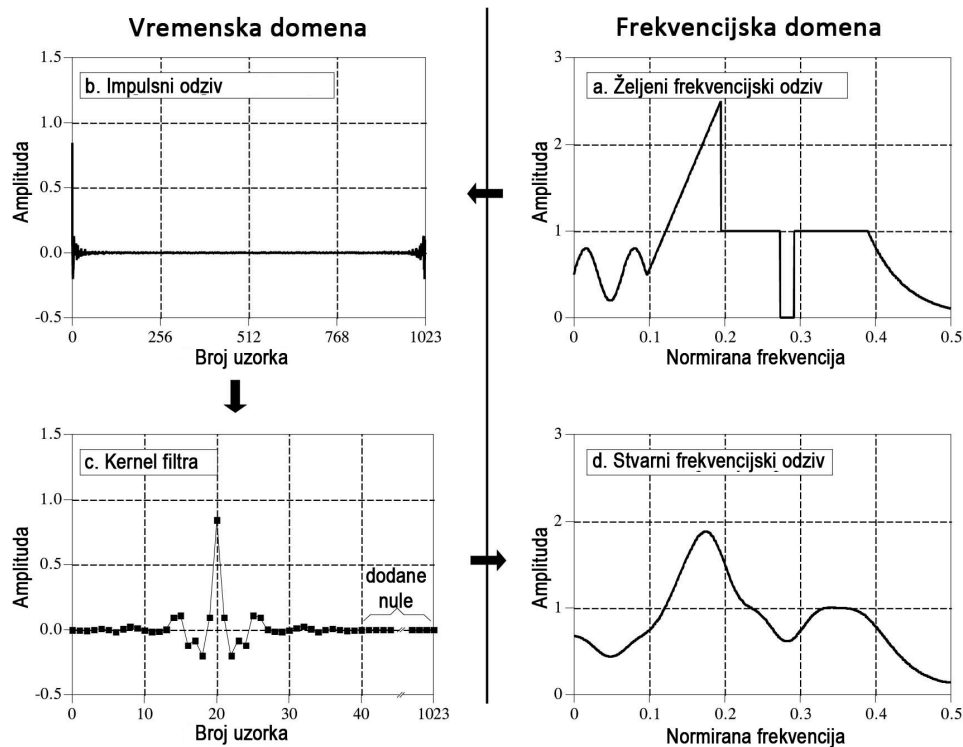
Digitalna domena nam omogućuje nešto što je u analognoj domeni teško ili nemoguće postići. To su filtri s proizvoljnom frekvencijskom karakteristikom. Ovo je dosta bitno za audio područje, jer omogućuje kreiranje filtera koji na primjer mogu izglatiti frekvencijsku karakteristiku zvučnika. Snimanjem frekvencijske karakteristike zvučnika moguće je dobiti frekvencijsku karakteristiku korekcijskog filtra. Prebacivanjem te karakteristike u vremensku domenu dobije se impulsni odziv (kernel) tog filtra. Ako se audio signal, koji se reproducira preko tog zvučnika, prvo propusti kroz ovaj korekcijski filter, zvučnik će emitirati signal kao da ima ravnu frekvencijsku karakteristiku. Filtri s proizvoljnim frekvencijskim karakteristikama također su bitni i u drugim područjima audiotehnike.

Pristup, koji smo koristili za dobivanje impulsnog odziva window-sinc filtera u prethodnom odlomku, može se koristiti i za dobivanje impulsnog odziva proizvoljnog filtra. Za konstrukciju window-sinc filtra koristili smo izvedene matematičke formule, dok ćemo u ovom slučaju koristiti Fourierovu transformaciju. Slika 6.39 prikazuje kako se provodi ovaj postupak. Slika 6.39a prikazuje proizvoljnu filtarsku karakteristiku, koja je jako nepravilna, te bi je bilo jako teško postići u analognoj domeni. U ovom slučaju, frekvencijska karakteristika se sastoji od diskretnih vrijednosti, konkretno 513 (od 0 do 512). Očito je da veći broj uzoraka omogućuje precizniji prikaz frekvencijske karakteristike, ali usporava proces filtriranja.

Osim informacija o magnitudi u frekvencijskoj domeni, potrebno je imati i informacije o faznoj karakteristici tog filtra. Ona se također može spremati kao niz uzoraka u frekvencijskoj domeni, s time da početni i zadnji uzorak moraju biti jednaki 0, odnosno 2π . Umjesto informacija o magnitudi i fazi, frekvencijska karakteristika može se prikazati i kao kompleksni broj s realnim i imaginarnim dijelovima.

U sljedećem koraku, uporabom IDFT procesa, frekvencijsku karakteristiku prebacujemo u vremensku domenu. Rezultat toga je diskretni signal u vremenskoj domeni sa 1024 uzorka (od 0 do 1023), koji je prikazan na slici 6.39b. To je impulsni odziv koji odgovara

proizvoljnom frekvencijskom odzivu, ali koji nije prikladan za implementaciju u digitalnim sustavima. Kao i u slučaju window-sinc filtara, impulsni odziv se mora pomaknuti, skratiti i prozorirati. Nakon toga se dobije oblik koji je prikazan na slici 6.39c. Računanjem DFT od takvog impulsnog odziva dobije se frekvencijska karakteristika na slici 6.39d. Vidljivo je da dosta odstupa od željenog frekvencijskog odziva.



Slika 6.39 Primjer dobivanja impulsnog odziva filtra s proizvoljnom frekvencijskom karakteristikom

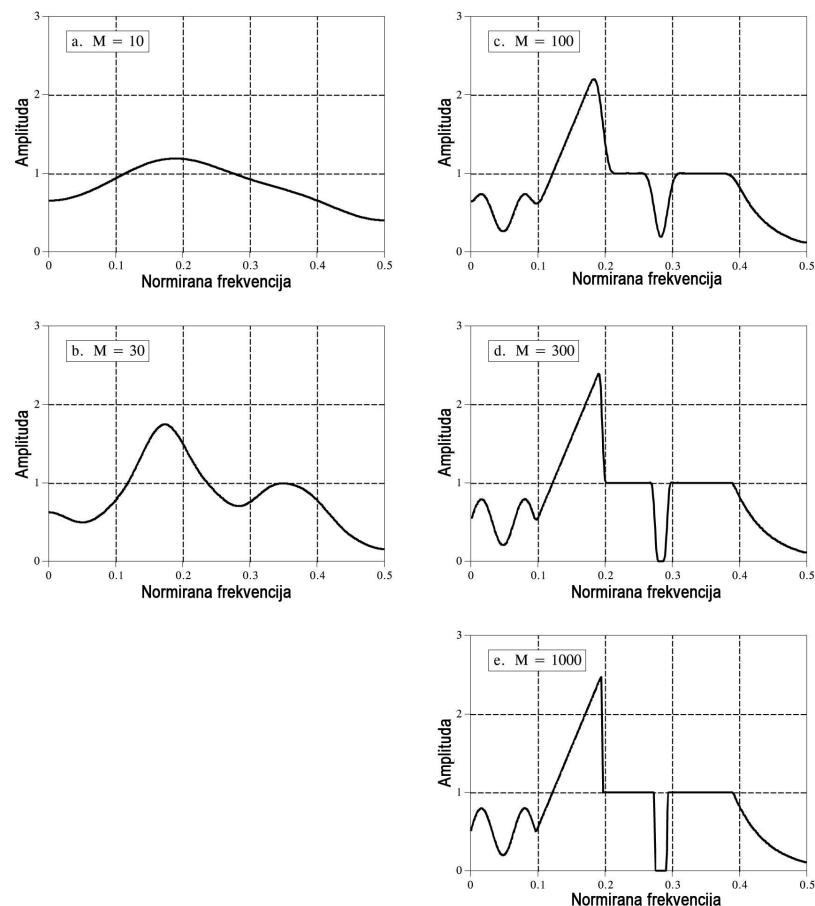
Za dobivanje bolje frekvencijske rezolucije kernel filtra možemo produžiti dodavanjem nula. Što je broj uzoraka u impulsnom odzivu veći do će i frekvencijska karakteristika više sličiti željenoj frekvencijskoj karakteristici. Slika 6.40 prikazuje kako frekvencijska karakteristika ovisi o dužini kernela. Time je moguće postići skoro svaku frekvencijsku karakteristiku filtra ako imamo dovoljno dugačak kernel filtra. Teoretski će beskonačan kernel filtra imati točno željenu frekvencijsku karakteristiku, što naravno nije moguće postići u digitalnim sustavima.

Tome donekle možemo doskočiti drugačijim pristupom filtriranju, a koji uključuje dvije metode, preklopi-zbroji metodu (overlap-add) i FFT konvoluciju. Preklopi-zbroji metoda dugačke signale razbija na manje segmente radi lakše obrade. FFT konvolucija koristi ovu metodu s brzom Fourierovom transformacijom, što omogućuje konvoluciju signala množenjem njihovih frekvencijskih spektara.

Preklopi-zbroji metoda bazira se na osnovnoj tehnici digitalne obrade signala: dekompozicija signala u jednostavnije komponente, obrada svake komponente na određeni način, te ponovno kombiniranje obrađenih komponenata u konačni signal. Slika 6.41 prikazuje primjer metode preklopi-zbroji. Slika 6.41a prikazuje signal koji treba filtrirati, a slika 6.41b kernel filtra. Ključ je u pravilnom kombiniranju komponenata. Kada se signal dužine N uzoraka konvoluira sa signalom dužine M uzoraka, dobije se signal dužine $N+M-1$ uzoraka. Drugim

riječima kada se filtrira signal dužine N uzoraka, biti će produžen za $M-1$ uzoraka. U ovom primjeru ulazni signal dužine 300 uzoraka, dekomponiran je na komponente dužine 100 uzoraka. Svaka komponenta je nadopunjena nulama, kako bi se omogućilo proširenje prilikom konvolucije. Kako je svaka komponenta dugačka 100 uzoraka, a kernel filtra je dugačak 101 uzorak, rezultat filtriranja svake komponente biti će dugačak 200 uzoraka.

Izlazni segmenti se preklapaju, te se oni zbrajaju kako bi se dobio konačni izlazni signal. Ova metoda daje točno jednaki rezultat kao i direktna konvolucija signala bez dekompozicije.



Slika 6.40 Ovisnost frekventijske karakteristike proizvoljnog filtra o dužini kernela

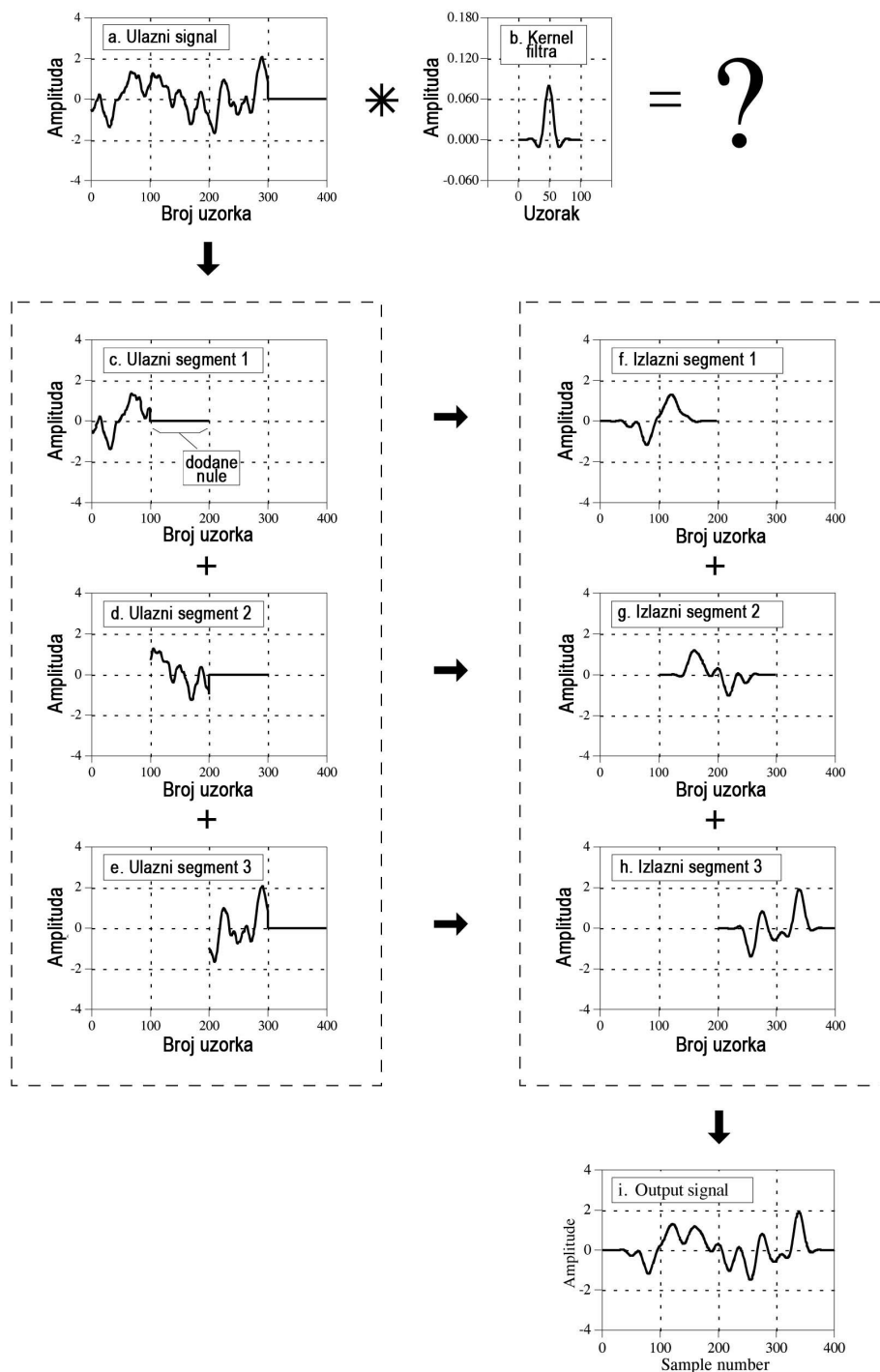
FFT konvolucija koristi princip množenja u frekventijskoj domeni, čemu odgovara konvolucija u vremenskoj domeni. Ulazni signal se prebacuje u frekventijsku domenu koristeći DFT, množi s frekventijskom karakteristikom filtra, te vraća u vremensku domenu uporabom IDFT. Ovo je bila poznata metoda od same pojave Fourierove transformacije, ali je pravu afirmaciju doživjela pojavom FFT algoritma. Uporabom FFT algoritma za prebacivanje signala iz vremenske u frekventijsku domenu i natrag, FFT konvolucija je brži proces od direktne konvolucije u vremenskoj domeni.

FFT konvolucija koristi preklopi-zbroji metodu, uz razliku načina na koji se ulazne komponente prebacuju u izlazne. Za početak kernel filtra se FFT algoritmom prebacuje u frekventijsku domenu, čime se dobiju realni i imaginarni dio frekventijske karakteristike, koji se spremaju u memoriju digitalnog sustava.

U drugom koraku ulazni signal se dekomponira na segmente uporabom metode preklopi-zbroji. Nad svakim segmentom se vrši FFT obrada, čime se također dobiju realni i imaginarni dio. Ovi dijelovi se množe s realnim i imaginarnim dijelovima frekvencijske karakteristike filtra prema sljedećoj jednadžbi:

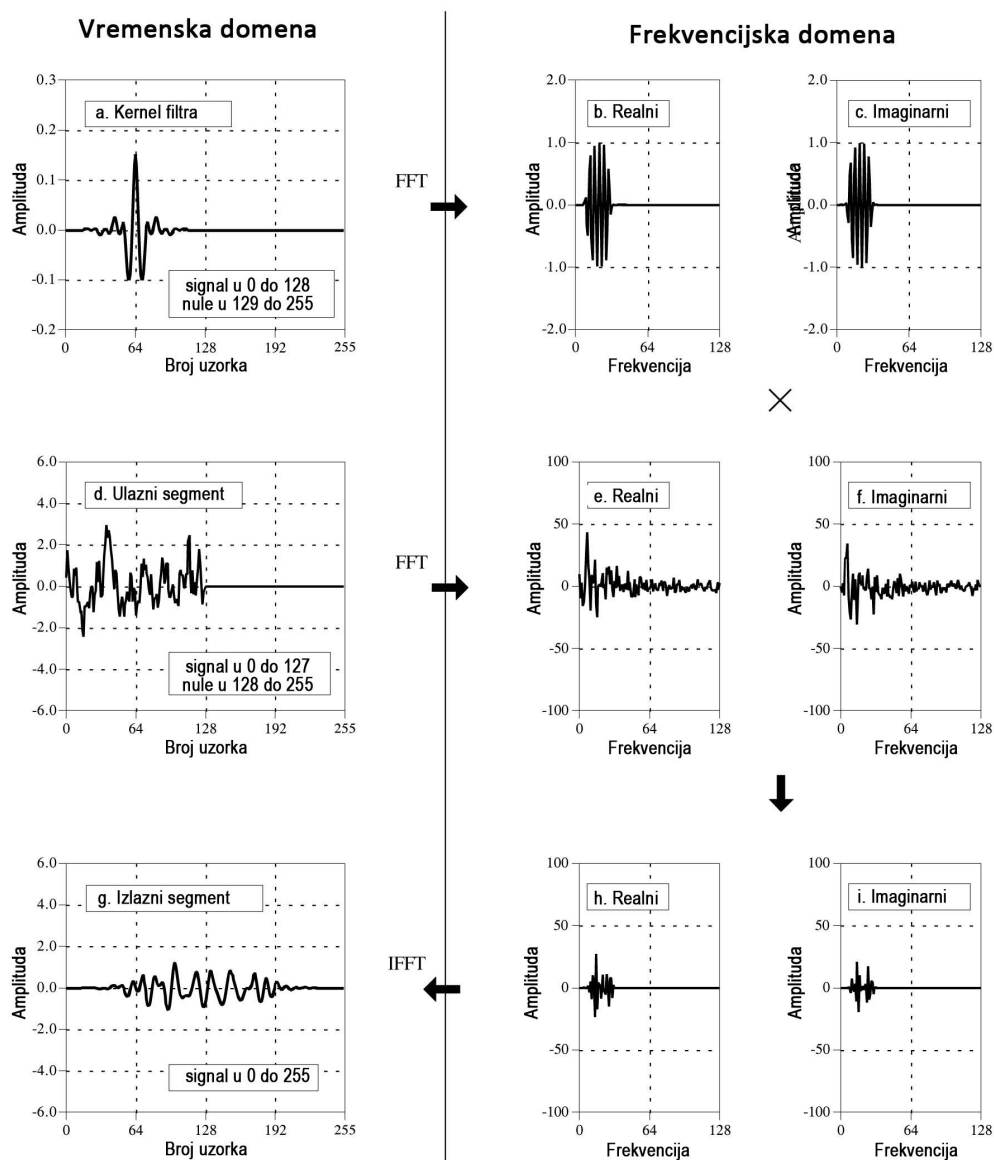
$$ReY[f] = ReX[f] \cdot ReH[f] - ImX[f] \cdot ImH[H] \quad (6.22)$$

$$ImY[f] = ImX[f] \cdot ReH[f] + ReX[f] \cdot ImH[H] \quad (6.23)$$



Slika 6.41 Primjer metode preklapanja i zbrajanja

Nakon toga se koristi inverzni FFT algoritam za vraćanje svakog filtriranog segmenta u vremensku domenu. Kako bi stvar dobro funkcionirala, FFT mora koristiti broj točaka koji odgovara dužini izlaznih segmenata. Slika 6.42 prikazuje primjer FFT konvolucije. U ovom primjeru kernel filtra je dugačak 129 uzoraka, a svaki segment ulaznog signala je dugačak 128 uzoraka. To rezultira u izlaznom segmentu koji je dugačak $129+128-1=256$ uzoraka. To znači da FFT mora koristiti 256 točaka, a time se kernel filtra mora nadopuniti nulama kako bi bio dugačak 256 uzoraka. Na sličan način, svaki od ulaznih segmenata mora se nadopuniti nulama kako bi imali dužinu 256 uzoraka.



Slika 6.42 Primjer FFT konvolucije

Gledajući sa strane brzine izvođenja procesa filtriranja, FFT konvolucija je brža za impulsne odzive filtara veće dužine. Ako se traži preciznost filtriranja i brzina izvođenja, FFT konvolucija je prikladnija.

6.7.4 Rekurzivni filtri

Kao što je prethodno opisano, kako bi se dobio željeni frekvencijski odziv, impulsni odziv filtara mora biti što duži, što predstavlja problem s brzinom izvođenja ako se koristi standardna konvolucija. Rekurzivni filtri se koriste u slučajevima kada je brzina izvođenja algoritma za filtriranje bitna. S druge strane ti filtri imaju slabije filtarske karakteristike od drugih digitalnih filtara. Rekurzivni filtri se također nazivaju i filtri s beskonačnim impulsnim odzivom (Infinite Impulse Response – IIR), jer se njihov impulsni odziv sastoji od opadajućih

eksponencijalnih funkcija. To ih razlikuje od filtara koji koriste konvoluciju, koji se nazivaju filtri s konačnim impulsnim odzivom (Finite Impulse Response – FIR).

Analizu rekurzivnih filtara možemo započeti analizom kako se kod konvolucije izračunava jednog uzorka izlaznog signala. Princip je takav da se svaki uzorak ulaznog signala množi s nekim koeficijentom i zbraja s drugim uzorcima. To se može opisati sljedećom jednačinom:

$$y[n] = a_0x[n] + a_1x[n-1] + a_2x[n-2] + a_3x[n-3] + \dots \quad (6.24)$$

Kako bliski uzorci izlaznog signala y koriste skoro jednake uzorke ulaznog signala, za računanje možemo koristiti i prethodno izračunate vrijednosti. Uzimajući to u obzir, jednačina za izlazni signal se može napisati kao:

$$y[n] = a_0x[n] + a_1x[n-1] + a_2x[n-2] + a_3x[n-3] + \dots + b_1y[n-1] + b_2y[n-2] + b_3y[n-3] + \dots \quad (6.25)$$

Uzorci ulaznog signala množe se s koeficijentima "a", a uzorci prethodno izračunatih vrijednosti izlaznog signala s koeficijentima "b". Ova jednačina naziva se 'jednačina rekurzije', a filtri koji je koriste nazivaju se rekurzivni filtri. Koeficijenti "a" i "b" nazivaju se koeficijenti rekurzije. U praksi se ne koristi više od desetak koeficijenata jer filter može postati nestabilan, odnosno signal na izlazu počne oscilirati ili nekontrolirano rasti.

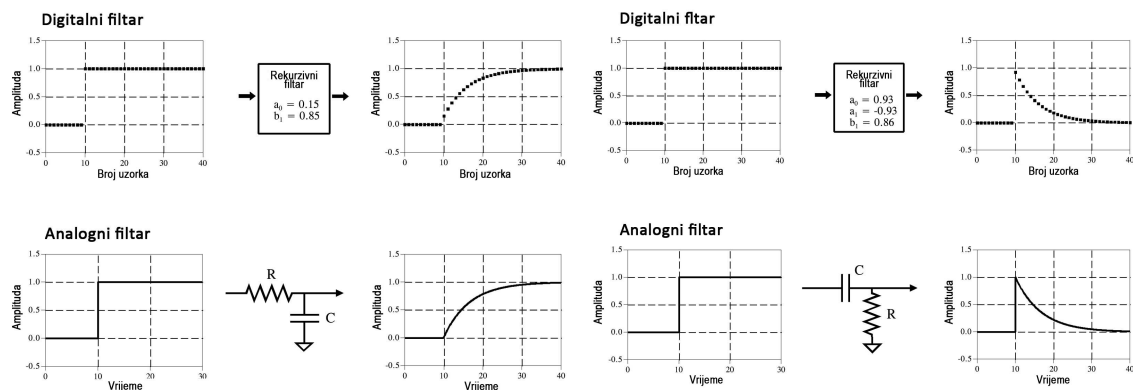
Rekurzivni filtri su korisni ako se želi zaobići duga konvolucija. Ako se na primjer rekurzivni filter pobudi s delta funkcijom, rezultat će biti njegov impulsni odziv, što će obično biti sinusna oscilacija koja s vremenom trne. S obzirom da je ovaj impulsni odziv beskonačno dugačak, rekurzivni filtri se često nazivaju filtri s beskonačnim impulsnim odzivom (IIR).

Odnos između koeficijenata rekurzije i odziva filtra dan je matematičkom operacijom koja se naziva z-transformacija, a prijenosna funkcija filtra može se opisati na sljedeći način, uz pomoć takozvanih polova i nula filtra:

$$H[z] = \frac{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + \dots}{1 - b_1z^{-1} - b_2z^{-2} - b_3z^{-3} - \dots} \quad (6.26)$$

Izrazi za računanje koeficijenata rekurzije mogu se dobiti iz analize i usporedbe analognih i digitalnih nisko i visoko-propusnih filtara. Slika 6.43 prikazuje primjer nisko-propusnog i visoko-propusnog filtra s jednim polom. Pobuda ovakvog filtra sa stepeničastim signalom rezultirati će u signalu s blagim porastom (ili padom). To odgovara odzivu analognog R-C filtra na stepeničasti signal. Iz nagiba odziva moguće je izračunati potrebne koeficijente rekurzivnog filtra. Za to će nam trebati parametar x koji predstavlja porast (pad) između susjednih uzoraka. Vrijednost x se može direktno specificirati ili pronaći iz željene vremenske konstante filtra. Kao što umnožak RC kod analognog filtra odgovara vremenu u kojem će signal pasti na 36,8% svoje vrijednosti, d predstavlja broj uzoraka koji je potreban da rekurzivni filter padne na jednaku razinu:

$$x = e^{-1/d} \quad (6.27)$$



Slika 6.43 Primjer nisko-propusnog i visoko-propusnog filtra s jednim polom

Koeficijenti za nisko-propusni filter s jednim polom mogu se onda izračunati na sljedeći način:

$$a_0 = 1 - x \quad (6.28)$$

$$b_1 = x$$

Koeficijenti za visoko-propusni filter s jednim polom izračunavaju se na sljedeći način:

$$a_0 = (1 + x)/2 \quad (6.29)$$

$$a_1 = -(1 + x)/2$$

$$b_1 = x$$

Što se tiče pojasnog propusta i pojase brane vrijede sljedeće jednadžbe za koeficijente rekurzije:

$$a_0 = 1 - K \quad (6.30)$$

$$a_1 = 2(K - R)\cos(2\pi f)$$

$$a_2 = R^2 - K$$

$$b_1 = 2R\cos(2\pi f)$$

$$b_2 = -R^2$$

$$a_0 = K$$

$$a_1 = -2K\cos(2\pi f)$$

$$a_2 = K$$

$$b_1 = 2R\cos(2\pi f)$$

$$b_2 = -R^2$$

gdje su

$$K = \frac{1 - 2R\cos(2\pi f) + R^2}{2 - 2\cos(2\pi f)}$$
$$R = 1 - 3BW$$

a f središnja frekvencija (od 0 do 0,5), a BW širina pojasa (od 0 do 0,5).

6.8 Primjeri zadataka

1. Zadan je ulazni diskretni signal sa sljedećim rasporedom uzoraka $x[n]=(0,1,2,3,0,1)$ (prvi uzorak ima indeks 0). Zadan je sustav sa svojim diskretnim impulsnim odzivom $h[n]=(0,1,1,0)$ (prvi uzorak ima indeks 0). Izračunajte i nacrtajte izlazni signal $y[n]$, ako se ulazni signal propusti kroz sustav s danim impulsnim odzivom.
2. Zadan je diskretni signal $x[n]=(0,1,0,-1,0)$ (prvi uzorak ima indeks 0). Izračunajte diskretnu Fourierovu transformaciju ovog signala i nacrtajte diskretni spektar.
3. Kako izgleda impulsni odziv idealnog nisko-propusnog filtra? Nacrtajte impulsni odziv NP filtra, ako je frekvencija uzorkovanja digitalnog sustava 10 kHz, a gornja granična frekvencija filtra 1 kHz. Širina impulsnog odziva je 20 uzoraka.
4. Ako je frekvencija uzorkovanja nekog sustava 10 kHz, projektirajte digitalni nisko-propusni filter s graničnom frekvencijom 1 kHz i širinom prijelaza između područja propuštanja i područja gušenja od 100 Hz. Vremenski prozor je pravokutni. Nacrtajte impulsni odziv filtra.